

TESE DE DOUTORADO

**Modelagem Sísmica Viscoelástica
de Reservatórios Bidimensionais
de Hidrocarbonetos**

ROBERTO HUGO MELO DOS SANTOS

SALVADOR – BAHIA
ABRIL – 2009

Modelagem Sísmica Viscoelástica de Reservatórios Bidimensionais de Hidrocarbonetos

por

ROBERTO HUGO MELO DOS SANTOS

Matemática (Universidade Tiradentes – 1998)

Mestre em Geofísica (Universidade Federal da Bahia – 2002)

TESE DE DOUTORADO

Submetida em satisfação parcial dos requisitos ao grau de
DOUTOR EM CIÊNCIAS

**EM
GEOFÍSICA**

à

Câmara de Ensino de Pós-Graduação e Pesquisa
da

Universidade Federal da Bahia

Comissão Examinadora

Dr. Marco Antônio Barsotelli Botelho - Orientador

Dr. German Garabito Callapino

Dra. Jacira Cristina Batista de Freitas

Dr. João Carlos Ribeiro Cruz

Dr. Wilson Mouzer Figueiró

Aprovada em 16 de Abril de 2009

A presente pesquisa foi desenvolvida no Centro de Pesquisa em Geofísica e Geologia da UFBA, com recursos próprios, da CAPES e da CNPq

S237 Santos, Roberto Hugo Melo dos,

Modelagem Sísmica Viscoelástica de Reservatórios Bidimensionais de Hidrocarbonetos / Roberto Hugo Melo dos Santos. — Salvador, 2009.

108f.: il.+anexos.

Orientador: Prof. Dr. Marco Antônio Barsotelli Botelho.
Tese (Doutorado) - Pós-Graduação em Geofísica. Instituto de Geociências da Universidade Federal da Bahia, 2009.

1. Ondas elásticas. 2. Viscoelásticos. 3. Prospecção - Métodos geofísicos. I. Botelho, Marco Antônio Barsotelli. II. Universidade Federal da Bahia. Instituto Geociências. II. Título.

CDU 550.834

Dedico esta tese a minha esposa
Elaine Cristina Fontes Melo e a
minha filha Yasmin Fontes Melo,
que com muito amor e compreensão
me apoiaram durante este período
de minha vida.

Resumo

As rochas na crosta terrestre, ou mesmo, a Terra como um todo, são em grande parte anelásticas. Esta característica afeta a propagação das ondas tanto em seus aspectos cí- nemáticos como em seus aspectos dinâmico.

Os algoritmos utilizados para o tratamento dos dados sísmicos, na indústria de exploração de hidrocarbonetos, geralmente, empregam a equação acústica da onda, o que constitui uma simplificação do fenômeno da propagação da onda. Algumas vezes a pesquisa de hidrocarbonetos consideram a onda S, empregando a equação elástica da onda, como por exemplo no processameneto de dados a três componentes (3C). Entretanto, sempre considera-se os meios investigados, no máximo da complexidade, como sendo elásticos. O conceito de anelastici- dade, seja na modelagem de dados sísmicos sintéticos, seja na construção de algoritmos para o processamento de dados sísmicos é objeto de investigação recente, ou seja, desta última década.

Foram desenvolvidos algoritmos de modelagem sísmica que simulam de maneira mais realística a resposta sísmica da Terra, com especial atenção na produção do fenômeno de absorção do sinal sísmico. Estes algoritmos empregam as técnicas das diferenças finitas (DF) para resolver a equação da onda elástica e viscoelástica, sendo os resultados obtidos para diversos mode- los aferidos com aqueles fornecidos por soluções analíticas. Nesta pesquisa foram simulados diferentes graus de complexidade na descrição de um reservatório de hidrocarbonetos, inici- almente considera-se meios elásticos isotrópicos, posteriormente meios elásticos anisotrópicos e, por fim, os meios viscoelásticos.

Os algoritmos desenvolvidos foram aplicados sobre diferentes modelos geológicos 2-D, com várias configurações estruturais, presença de anisotropia e viscosidade. Verificamos os efei- tos sobre os dados sísmicos (sismogramas e “snapshots”) sempre em comparação ao caso isotrópico, e, eventualmente, em comparação a modelos elásticos equivalentes.

Entre os modelos simulados está um modelo da realística Falha de Pedras, situado no compartimento nordeste da Bacia do Recôncavo, onde consideramos a questão da viscoelasticidade.

Abstract

The rock in the terrestria crust, even in the Earth as a whole, are largely anelastic. This feature affects the propagation of waves in both aspect cinematic and dynamic.

The algorithms used for the treatment of seismic data in the industry for exploration of hydrocarbons, usually employ the equation of the acoustic wave, which is a simplification of wave propagation phenomenon. Sometimes the search for hydrocarbons consider the S wave, using the equation of elastic wave, such as data processing of the three-components (3C). However, when it is the means investigated a maximum of complexity, as elastic. the concept of anelasticidade, is the modeling of seismic data, either in the construction of algorithms for processing of seismic data and subject of recent research, namely the last decade.

Have been developed seismic modeling algorithms that simulate realistic way of the seismic response of the Earth, with special attention on the phenomenon of absorption of seismic signal. These algorithms employ the techniques of finite difference (FD) to solve the equation of elastic wave and viscoelasticity, and the results for various models calibrated with those provided by analytical solution. In this research were simulated various degrees of complexity in the description of a reservoir of oil, initially considered to be isotropic elastic media, then anisotropic elastic media and, finally, means viscoelastic.

The developed algorithms were applied on different 2-D geological models, with various structural configurations, the presence of anisotropy in a certain range geological and viscosity. We note the effects on the seismic data (seismograms and snapshots) when compared to the isotropic case, and, possibly, compared to equivalent models elastic.

Among the models simulated is a realistic model of the “Falha de Pedras”, located within the northeastern “Bacia do Recôncavo”, where we use the resource of viscoelasticity.

Índice

Resumo	i
Abstract	iii
Índice	iv
Índice de Tabelas	vi
Índice de Figuras	vii
Introdução	1
1 Propagação de ondas em meios anisotrópicos	4
1.1 Anisotropia	4
1.2 Equação do Movimento em Meios Elásticos	5
1.2.1 Meio Anisotrópico com Simetria Qualquer	7
1.2.2 Meio Isotrópico	7
1.2.3 Meio Transverso Isotrópico - TI	9
2 Viscoelasticidade e Propagação da Onda	11
2.1 Introdução	11
2.2 Modelo de Maxwell	12
2.3 Modelo de Kelvin-Voigt	13
2.4 Viscoelasticidade Linear	14
2.5 Modelo de Zener ou Sólido Linear Padrão	15
3 Equação do movimento qP-qSV	18
4 Método Numérico	20
4.1 Introdução	20
4.2 Operadores de Diferenças Finitas	20
4.2.1 Modelagem 2-D em meios elásticos TI	21

4.2.2	Condição para estabilidade e não dispersão numérica	23
4.2.3	Função fonte	23
4.2.4	Bordas de absorção	24
4.3	Código de Diferenças Finitas para a Equação do Movimento da Onda qP-qSV	25
5	Solução analítica	27
5.1	Introdução	27
5.1.1	Solução analítica para um meio elástico isotrópico	27
5.1.2	Solução analítica para um meio elástico anisotrópico	28
5.1.3	Solução analítica para um meio viscoelástico	29
6	Experimentos em Modelos Sintéticos	31
6.1	Modelagem 2-D em meio elástico isotrópico pelo método DF	31
6.2	Modelagem 2-D em meio elástico anisotrópico pelo método DF	35
6.3	Modelagem 2-D em meio viscoelástico pelo método DF	37
6.4	Resultados	40
6.4.1	Modelo de duas camadas planas e horizontais	40
6.4.2	Modelo de duas camadas com uma interface inclinada	49
6.4.3	Modelo de uma trapa anticlinal	56
6.4.4	Modelo de uma Falha Normal	60
6.4.5	Modelo de uma Falha Normal com uma Armadilha de Gás	81
7	Conclusão	101
	Referências Bibliográficas	104
8	APÊNDICE A	106
8.1	Sistemas de Simetria	106

Índice de Tabelas

6.1	Propriedades do material do modelo de duas camadas planas e horizontais	40
6.2	Propriedades do material do modelo de uma trapa anticlinal, (Tal-Ezer et al.)	56
6.3	Propriedades do material do modelo de uma falha normal	61
6.4	Propriedades do material do modelo de uma falha normal com uma camada de gás	81

Índice de Figuras

1.1	Distribuição das tensões em um paralelepípedo representativo (Mufti, 1996)	5
2.1	Modelo mecânico para um material de Maxwell.	12
2.2	Modelo mecânico para um material de Kelvin-Voigt.	14
2.3	Modelo mecânico para um material de Zener.	15
4.1	Pulso com a forma da segunda derivada da função Gaussiana $f_0 = 20Hz$	24
6.1	<i>Snapshots</i> das componentes horizontal u_1 (a) e vertical u_2 (b) para $t = 0.24 s$ devido a uma força vertical no meio homogêneo elástico definido. A amplitude da onda S (frente de onda interna) é mais forte que a amplitude da onda P (frente de onda externa) como era esperado.	32
6.2	<i>Snapshots</i> das componentes horizontal u_1 (a) e vertical u_2 (b) para $t = 0.48 s$ devido a uma força vertical no meio homogêneo elástico definido. A amplitude da onda S (frente de onda interna) é mais forte que a amplitude da onda P (frente de onda externa) como era esperado.	32
6.3	traço sísmico da componente horizontal u_1 numérico (a) e analítico (b) no meio homogêneo elástico definido.	33
6.4	traço sísmico da componente vertical u_2 numérico (a) e analítico (b) no meio homogêneo elástico definido.	33
6.5	traço sísmico analítico e numérico da componente horizontal u_1 (a) e componente vertical u_2 (b) no meio homogêneo elástico definido.	34
6.6	Componente u_1 (a) e componente u_2 (b) em $t = 0.48 s$ devido a força vertical no meio homogêneo elástico anisotrópico definido, onde podemos observar as ondas qP e qSV.	35
6.7	traço sísmico da componente u_2 numérico (a) e analítico (b) no meio homogêneo elástico anisotrópico definido.	36
6.8	traço sísmico analítico e numérico da componente u_2 no meio homogêneo elástico anisotrópico definido.	36

6.9	Snapshots das componentes horizontal u_1 (a) e vertical u_2 (b) para $t = 1.0$ s devido a uma força vertical no meio homogêneo viscoelástico definido.	38
6.10	traço sísmico numérico da componente horizontal u_1 (a) e vertical u_2 (b) no meio homogêneo viscoelástico definido.	38
6.11	traço sísmico analítico e numérico da componente horizontal u_1 (a) e compo- nente vertical u_2 (b) no meio homogêneo viscoelástico isotrópico definido. . .	39
6.12	traço sísmico analítico e numérico da componente horizontal u_1 (a) e compo- nente vertical u_2 (b) no meio homogêneo viscoelástico anisotrópico definido. .	39
6.13	Modelo sísmico de velocidade compressional de duas camadas com interface horizontal.	41
6.14	Sismograma elástico isotrópico da componente u_z gerado sobre o modelo geológico de duas camadas horizontais $\Delta t = 0.001$ s, $\Delta x = \Delta z = 10$ m.	42
6.15	Sismograma viscoelástico isotrópico da componente u_z gerado sobre o modelo geológico de duas camadas horizontais $\Delta t = 0.001$ s, $\Delta x = \Delta z = 10$ m.	43
6.16	Sismograma elástico anisotrópico da componente u_x gerado sobre o modelo geológico de duas camadas horizontais $\Delta t = 0.001$ s, $\Delta x = \Delta z = 10$ m.	44
6.17	Sismograma viscoelástico anisotrópico da componente u_z gerado sobre o mo- delo geológico de duas camadas horizontais $\Delta t = 0.001$ s, $\Delta x = \Delta z = 10$ m.	45
6.18	traço sísmico elástico e viscoelástico isotrópico da componente u_z gerado sobre o modelo sísmico de velocidade compressional de duas camadas horizontais $\Delta t = 0.001$ s, $\Delta x = \Delta z = 10$ m. Com a fonte em (0, 2000) e o geofone em (0, 3500).	46
6.19	traço sísmico elástico e viscoelástico anisotrópico da componente u_z gerado sobre o modelo sísmico de velocidade compressional de duas camadas hori- zontais $\Delta t = 0.001$ s, $\Delta x = \Delta z = 10$ m. Com a fonte localizada em (0, 2000) e o geofone em (0, 3500).	47
6.20	Modelo sísmico de velocidade compressional de duas camadas com uma inter- face inclinada.	50
6.21	Sismograma elástico isotrópico da componente u_z gerado sobre o modelo sísmico de velocidade compressional de duas camadas com uma interface in- clinada $\Delta t = 0.001$ s, $\Delta x = \Delta z = 10$ m.	51
6.22	Sismograma viscoelástico isotrópico da componente u_z gerado sobre o mo- delo sísmico de velocidade compressional de duas camadas com uma interface inclinada $\Delta t = 0.001$ s, $\Delta x = \Delta z = 10$ m.	52

6.23 Sismograma elástico anisotrópico da componente u_x gerado sobre o modelo sísmico de velocidade compressional de duas camadas com uma interface inclinada $\Delta t = 0.001 s$, $\Delta x = \Delta z = 10 m$	53
6.24 Sismograma viscoelástico anisotrópico da componente u_x gerado sobre o modelo sísmico de velocidade compressional de duas camadas com uma interface inclinada $\Delta t = 0.001 s$, $\Delta x = \Delta z = 10 m$	54
6.25 Modelo geológico de uma trapa anticlinal. Os números indicam o meio para cada propriedade dada na tabela 6.2, (Tal-Ezer et al.).	57
6.26 Sismograma elástico sintético da componente Uz do modelo de trapa anticlinal.	58
6.27 Sismograma viscoelástico sintético da componente Uz do modelo de trapa anticlinal.	59
6.28 Modelo geológico de uma falha normal.	62
6.29 Poço 1-FAV-4 locado no PT 82 da linha 26-RL-931, Equivalente à abcissa 4.3 Km no modelo correspondente.	63
6.30 Sismograma acústico sintético da componente Uz do modelo de uma falha normal, onde o subscrito CE corresponde à interface Candeias-Embasamento.	64
6.31 Sismograma elástico sintético da componente Uz do modelo de uma falha normal, onde o subscrito CE corresponde à interface Candeias-Embasamento.	65
6.32 Sismograma viscoelástico sintético da componente Uz do modelo de uma falha normal, onde o subscrito CE corresponde à interface Candeias-Embasamento.	66
6.33 Sismograma acústico sintético da componente Uz do modelo de uma falha normal, onde os subscritos CA e AE correspondem, respectivamente, às interfaces Candeias-Aliança e Aliança-Embasamento.	67
6.34 Sismograma elástico sintético da componente Uz do modelo de uma falha normal, onde os subscritos CA e AE correspondem, respectivamente, às interfaces Candeias-Aliança e Aliança-Embasamento.	68
6.35 Sismograma viscoelástico sintético da componente Uz do modelo de uma falha normal, onde os subscritos CA e AE correspondem, respectivamente, às interfaces Candeias-Aliança e Aliança-Embasamento.	69
6.36 Sismograma acústico sintético da componente Uz do modelo de uma falha normal, onde os subscritos CS , SA e AE , correspondem, respectivamente, às interfaces Candeias-Sergi, Sergi-Aliança e Aliança-Embasamento.	70
6.37 Sismograma elástico sintético da componente Uz do modelo de uma falha normal, onde os subscritos CS e AE , correspondem, respectivamente, às interfaces Candeias-Sergi, e Aliança-Embasamento.	71

6.38 Sismograma viscoelástico sintético da componente Uz do modelo de uma falha normal, onde os subscritos CS e AE , correspondem, respectivamente, às interfaces Candeias-Sergi e Aliança-Embasamento.	72
6.39 Sismograma acústico sintético da componente Uz do modelo de uma falha normal, onde os subscritos CS , SA e AE , correspondem, respectivamente, às interfaces Candeias-Sergi, Sergi-Aliança e Aliança-Embasamento.	73
6.40 Sismograma elástico sintético da componente Uz do modelo de uma falha normal, onde os subscritos CS , SA e AE , correspondem, respectivamente, às interfaces Candeias-Sergi e Aliança-Embasamento.	74
6.41 Sismograma viscoelástico sintético da componente Uz do modelo de uma falha normal, onde os subscritos CS e AE , correspondem, respectivamente, às interfaces Candeias-Sergi e Aliança-Embasamento.	75
6.42 traço sísmico elástico (a) e viscoelástico (b) da componente vertical u_1 do modelo de uma falha normal.	76
6.43 traço sísmico elástico e viscoelástico da componente vertical u_1 do modelo de uma falha normal.	76
6.44 <i>Snapshots</i> dos sismogramas acústico para o tiro nas posições $2000m$ e $t = 0,5s$ no modelo de uma falha normal.	77
6.45 <i>Snapshots</i> dos sismogramas acústico para o tiro nas posições $3000m$ e $t = 0,5s$ no modelo de uma falha normal.	77
6.46 <i>Snapshots</i> dos sismogramas acústico para o tiro nas posições $4000m$ e $t = 0,5s$ no modelo de uma falha normal.	77
6.47 <i>Snapshots</i> dos sismogramas elástico para o tiro na posição $2000m$ e $t = 0,5s$ no modelo de uma falha normal.	78
6.48 <i>Snapshots</i> dos sismogramas elástico para o tiro na posição $3000m$ e $t = 0,5s$ no modelo de uma falha normal.	78
6.49 <i>Snapshots</i> dos sismogramas elástico para o tiro na posição $4000m$ e $t = 0,5s$ no modelo de uma falha normal.	78
6.50 <i>Snapshots</i> dos sismogramas viscoelástico para o tiro na posição $2000m$ e $t = 0,5s$ no modelo de uma falha normal.	79
6.51 <i>Snapshots</i> dos sismogramas viscoelástico para o tiro na posição $3000m$ e $t = 0,5s$ no modelo de uma falha normal.	79
6.52 <i>Snapshots</i> dos sismogramas viscoelástico para o tiro na posição $4000m$ e $t = 0,5s$ no modelo de uma falha normal.	79
6.53 Modelo geológico de uma falha normal com presença de gás na parte mais alta das camadas 3 e 4.	83

6.54 Sismograma acústico sintético da componente Uz do modelo de uma falha normal com uma armadilha de gás, onde o subscrito CE , corresponde à interface Candeias-Embassamento.	84
6.55 Sismograma elástico sintético da componente Uz do modelo de uma falha normal com uma armadilha de gás, onde o subscrito CE , corresponde à interface Candeias-Embassamento.	85
6.56 Sismograma viscoelástico sintético da componente Uz do modelo de uma falha normal com uma armadilha de gás, onde o subscrito CE , corresponde à interface Candeias-Embassamento.	86
6.57 Sismograma acústico sintético da componente Uz do modelo de uma falha normal com uma armadilha de gás, onde os subscritos CG , GA e AE correspondem, respectivamente, às interfaces Candeias-Gás, Gás-Aliança e Aliança-Embassamento.	87
6.58 Sismograma elástico sintético da componente Uz do modelo de uma falha normal com uma armadilha de gás, onde os subscritos CG , GA e AE correspondem, respectivamente, às interfaces Candeias-Gás, Gás-Aliança e Aliança-Embassamento.	88
6.59 Sismograma viscoelástico sintético da componente Uz do modelo de uma falha normal com uma armadilha de gás, onde os subscritos CG , GA e AE correspondem, respectivamente, às interfaces Candeias-Gás, Gás-Aliança e Aliança-Embassamento.	89
6.60 Sismograma acústico sintético da componente Uz do modelo de uma falha normal com uma armadilha de gás, onde os subscritos CG , GS e AE correspondem, respectivamente, às interfaces Candeias-Gás, Gás-Sergi e Aliança-Embassamento.	90
6.61 Sismograma elástico sintético da componente Uz do modelo de uma falha normal com uma armadilha de gás, onde os subscritos CG , GS e AE correspondem, respectivamente, às interfaces Candeias-Gás, Gás-Sergi e Aliança-Embassamento.	91
6.62 Sismograma viscoelástico sintético da componente Uz do modelo de uma falha normal com uma armadilha de gás, onde os subscritos CG , GS e AE correspondem, respectivamente, às interfaces Candeias-Gás, Gás-Sergi e Aliança-Embassamento.	92
6.63 Sismograma acústico sintético da componente Uz do modelo de uma falha normal com uma armadilha de gás, onde os subscritos CS , SA e AE correspondem, respectivamente, às interfaces Candeias-Sergi, Sergi-Aliança e Aliança-Embassamento.	93

6.64 Sismograma elástico sintético da componente Uz do modelo de uma falha normal com uma armadilha de gás, onde os subscritos CS , SA e AE correspondem, respectivamente, às interfaces Candeias-Sergi, Sergi-Aliança e Aliança-Embasamento.	94
6.65 Sismograma viscoelástico sintético da componente Uz do modelo de uma falha normal com uma armadilha de gás, onde os subscritos CS , SA e AE correspondem, respectivamente, às interfaces Candeias-Sergi, Sergi-Aliança e Aliança-Embasamento.	95
6.66 <i>Snapshots</i> dos sismogramas acústico para o tiro nas posições $2000m$ e $t = 0,5s$ no modelo de uma falha normal com uma camada de gás.	96
6.67 <i>Snapshots</i> dos sismogramas acústico para o tiro nas posições $3000m$ e $t = 0,5s$ no modelo de uma falha normal com uma camada de gás.	96
6.68 <i>Snapshots</i> dos sismogramas acústico para o tiro nas posições $4000m$ e $t = 0,5s$ no modelo de uma falha normal com uma camada de gás.	96
6.69 <i>Snapshots</i> dos sismogramas elástico para o tiro na posição $2000m$ e $t = 0,5s$ no modelo de uma falha normal com uma camada de gás.	97
6.70 <i>Snapshots</i> dos sismogramas elástico para o tiro na posição $3000m$ e $t = 0,5s$ no modelo de uma falha normal com uma camada de gás.	97
6.71 <i>Snapshots</i> dos sismogramas elástico para o tiro na posição $4000m$ e $t = 0,5s$ no modelo de uma falha normal com uma camada de gás.	97
6.72 <i>Snapshots</i> dos sismogramas viscoelástico para o tiro na posição $2000m$ e $t = 0,5s$ no modelo de uma falha normal com uma camada de gás.	98
6.73 <i>Snapshots</i> dos sismogramas viscoelástico para o tiro na posição $3000m$ e $t = 0,5s$ no modelo de uma falha normal com uma camada de gás.	98
6.74 <i>Snapshots</i> dos sismogramas viscoelástico para o tiro na posição $4000m$ e $t = 0,5s$ no modelo de uma falha normal com uma camada de gás.	98

Introdução

Devido à dificuldade crescente de se descobrir novas e significantes reservas de hidrocarbonetos, é cada vez maior o interesse na caracterização de reservatórios de hidrocarbonetos com o objetivo de recuperar campos de óleo, obtendo-se como resultado final o aumento da produção. A caracterização do reservatório consiste em usar os métodos geofísicos para descrição detalhada da arquitetura estrutural e sedimentar da rocha reservatório e sua influência nos fluxos de seus fluidos. A modelagem direta gera o conhecimento de como as propriedades das rochas que constituem os reservatórios de hidrocarbonetos e seus fluidos influenciam na resposta geofísica. O processo de caracterização de reservatórios baseia-se primordialmente nas informações obtidas de poços. Entretanto, no caso no qual os dados são insuficientes para a caracterização, tornam-se necessários outros meios para que este processo seja mais completo e abrangente.

O emprego de técnicas numéricas para efetuar modelamento sísmico tem sido muito utilizado na prospecção sísmica, onde, por meio de um procedimento direto, é possível simular a propagação de ondas e estudar todos os parâmetros que são necessários para a caracterização de reservatório. A modelagem direta de dados sísmicos representam papel fundamental neste processo de caracterização onde não há dados disponíveis, pois através deste procedimento podemos compreender qual a parcela de contribuição de cada um dos parâmetros petrofísicos na propagação de ondas sísmicas.

Historicamente, na modelagem direta de dados sísmicos, simulando efeitos de energia na propagação das ondas, pode ser destacado o seguinte trabalho: Reshef, et al. (1988), que introduziu o uso de sismogramas sintéticos com operadores diferenciáveis pseudospectrais, onde considera um meio com pequena perda e, além disso, modela a superfície livre chamando o método de “zero-padding”. Essa aproximação requer que inclua uma longa zona com velocidades das ondas P e S zeradas na parte de cima da superfície do modelo. As derivadas espaciais são calculadas com o método de Fourier. A generalização desse algoritmo para casos anisotrópico elástico, isotrópico viscoelástico, e anisotrópico viscoelástico é

dado, respectivamente, em Carcione (1992), Carcione (1993) e Carcione (1995), contudo a performance do método “zero-padding” para modelar ondas superficiais não é muito bom, principalmente quando a fonte é colocada próxima à superfície. Robertsson, et al. (1994), desenvolveram um algoritmo de diferenças finitas para modelar a propagação da onda em meio viscoelástico, usando o esquema de Crank-Nicolson para específica a relaxação. A interpretação clásica relacionando amplitude-Offset (AVO) pelo o raio de Poisson e outras propriedades físicas se baseia na suposição do meio elástico e isotrópico, Samec & Blangy (1992), expandiram essa interpretação para meios acamados com propriedades anisotropia e/ou viscoelástica, usando um método de Fourier Pseudo-Spectral para resolver a equação da onda; vide Reshef, et al. (1984). Para superar esse problema, Kosloff, et al. (1990) e Tessimer & Kosloff (1994) usaram o método de Chebyshev para calcular as derivadas ao longo da direção vertical (ela resolve a equação da onda isotrópica elástica). Ao contrário do método de Fourier, o método de Chebyshev não é periódico e admite a incorporação de condições de contorno usando variáveis características. Em particular, condições de superfície livre na superfície e condições não refletiva na base da malha são impostas.

Todos os algoritmos de modelagem mencionados acima podem resolver a equação da onda no domínio espaço-tempo, onde a incorporação da não elasticidade requer o uso de variáveis adicionais, chamadas “variáveis de memória”, vide Carcione (2001). Geralmente, esta aproximação é baseada no uso do modelo generalizado de Zener ou no modelo de Maxwell generalizado, Emmerich & Korn (1987). O uso de variáveis de memória pode ser dispensado em três dimensões, visto que o modelo de Zener requer seis variáveis para cada mecanismo de relaxação. Um modelo que não requer variáveis de memória é o modelo de Kelvin-Voigt apresentado por Ben-Menahem & Singh (1981).

A modelagem sísmica numérica é uma importante técnica para simulação da propagação de onda, seja nas rochas de uma bacia sedimentar, seja no interior da Terra. O objetivo é predizer o sismograma registrado por um conjunto de sensores, a partir de uma estrutura idealizada como modelo da subsuperfície. Essa técnica simples é uma valiosa ferramenta para a interpretação sísmica e uma parte essencial dos algoritmos de inversão sísmica.

Para resolver a equação do movimento por métodos diretos, o modelo geológico é aproximado por uma malha numérica; isto é, o modelo é discretizado num número finito de pontos. Essas técnicas são também chamadas de métodos de grade ou métodos da equação completa da onda, já que a solução implícita é o campo de onda. Métodos diretos não tem restrições na variabilidade do material e podem ser tão precisos quanto for suficientemente fina a malha usada. Porém, eles são mais dispendiosos, que os métodos analíticos e o do

raio, em termos de consumo de tempo computacional. A técnica pode facilmente moldar a implementação de diferentes geologias. Além disso, a geração de “snapshots” (instantâneos) constitue um importante auxílio na interpretação de dados sísmicos.

Como os modelos de interesse para a exploração geofísica, particularmente aqueles destinados ao estudo detalhado de reservatórios, apresentam-se mais complexos, são necessárias técnicas de modelagem mais sofisticadas e que representem, da forma mais realística e completa possível, estes modelos. Isso nos leva ao desenvolvimento do método numérico empregando a técnica de diferenças finitas como meio de obtenção da solução completa da equação da onda, e à utilização de equações diferenciais descritivas de meios mais realísticos (sejam eles: elásticos, anisotrópicos, ou viscoelásticos).

Para apresentar a fundamentação teórica e as aplicações dos algoritmos desenvolvidos, estruturamos esta tese como segue. No primeiro capítulo, é feita uma breve discussão sobre anisotropia, suas causas e importância, com ênfase na anisotropia tipo hexagonal, que caracteriza os meios TI, e na diferença entre a propagação de ondas em meios isotrópicos e anisotrópicos. Uma breve dedução da equação elástica da onda e suas soluções para meios isotrópicos e TI é apresentada.

No segundo capítulo fazemos uma pequena apresentação dos aspectos teóricos da viscoelasticidade, onde demostramos o modelo mecânico de Zener, como uma combinação dos modelos de Maxwell e o de Kelvin-Voigt. A equação viscoelástica e suas soluções para meios isotrópicos e TI é apresentada.

No terceiro capítulo são apresentados os fundamentos da técnica de diferenças finitas e suas características de aplicação para meios isotrópicos e anisotrópicos. As condições de estabilidade e dispersão numérica, de suma importância nesses algoritmos, são discutidas.

No quarto capítulo apresentamos alguns resultados sobre modelos geológicos de diversos tipos, todos 2-D, que visam demonstrar a capacidade e as limitações do método.

Procuramos demonstrar, através de sismogramas e seções de afastamento nulo (equivalente à seções empilhadas), que o método de solução da equação da onda por diferenças finitas pode representar uma classe importante de modelos viscoelásticos, modelando corretamente os eventos sísmicos mais importantes.

1

Propagação de ondas em meios anisotrópicos

1.1 Anisotropia

Materiais ou meios anisotrópicos são aqueles cujas propriedades físicas variam de acordo com a direção considerada. A anisotropia em ambientes geológicos tem origem na macro ou micro estrutura de seus constituintes. A micro estrutura do meio gera anisotropia quando os cristais que compõem as rochas, na sua formação, sofrem processos geodinâmicos segundo Simões Filho (1992), gerando um alinhamento preferencial. A macro estrutura do meio gera anisotropia quando se trata da presença de fraturas ou seqüência periódica de camadas.

Desta forma, meios acamados podem ser considerados como anisotrópicos. No estudo de propagação de ondas sísmicas, a anisotropia se manifesta quando esta orientação estrutural é pequena comparada ao comprimento de onda do sinal sísmico, mas persiste ao longo de grandes distâncias em comparação a este mesmo comprimento de onda. Este tipo de anisotropia, introduzida por ciclos de disposição, é chamada isotropia transversal (“transverse isotropy”) e os meios de transverso isotrópicos (TI). Meios transverso isotrópicos podem ser encontrados nas bacias sedimentares, associados normalmente (mas não exclusivamente) a folhelhos, caracterizados pela definição de um eixo de simetria vertical (simetria cilíndrica).

Materiais homogêneos fraturados podem gerar outro tipo de anisotropia, similar à isotropia transversal, se as fraturas forem alinhadas e com larguras inferiores ao comprimento de onda dominante do sinal sísmico. Este tipo de anisotropia é chamada de anisotropia azimutal

(“azimuthal anisotropy”), já que o alinhamento das fraturas dá-se em uma direção qualquer. O efeito sobre a propagação de ondas S é notável, já que as ondas S separam-se em duas, com polarizações e velocidades diferentes, referenciados ao plano de alinhamento das fraturas.

1.2 Equação do Movimento em Meios Elásticos

Considere a variação na tensão (“stress”) em um pequeno paralelepípedo representativo de um meio elástico, conforme a Figura (1.1). Para obter a força que age em cada face, toma-se as componentes de tensão no centro de cada face multiplicando-a pela área da face. Como pode ser visto na Figura (1.1), seis diferentes forças estarão agindo paralelamente a cada eixo do sistema (x, y, z). Se considerarmos a força resultante na direção x , por exemplo, temos:

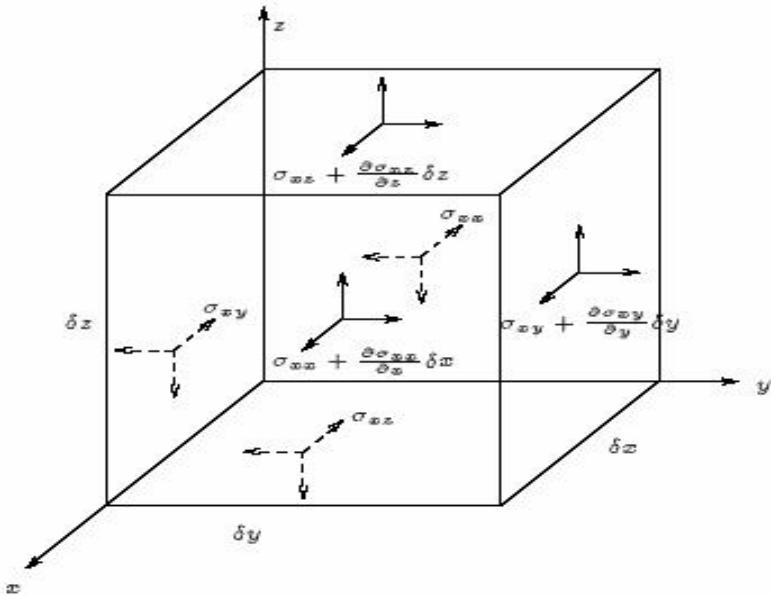


Figura 1.1: Distribuição das tensões em um paralelepípedo representativo (Mufti, 1996)

$$\begin{aligned}
 & (\sigma_{xx} + \frac{\partial\sigma_{xx}}{\partial x} \delta x) \delta y \delta z - \sigma_{xx} \delta y \delta z \\
 & + \left(\sigma_{xy} + \frac{\partial\sigma_{xy}}{\partial y} \delta y \right) \delta x \delta z - \sigma_{xy} \delta x \delta z + \left(\sigma_{xz} + \frac{\partial\sigma_{xz}}{\partial z} \delta z \right) \delta x \delta y - \sigma_{xz} \delta x \delta y \\
 & = \left(\frac{\partial\sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial\sigma_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial\sigma_{xz}}{\partial z} \right) \delta x \delta y \delta z = (\rho \delta x \delta y \delta z) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}.
 \end{aligned} \tag{1.1}$$

Na equação acima σ_{ij} é o tensor de esforço, ρ denota densidade do material, u é a componente do deslocamento na direção x e $\delta x \delta y \delta z$ representa um elemento de volume. Considerando as componentes de \vec{u} dadas por (u, v, w) , temos:

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z}, \quad (1.2)$$

$$\rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial z}, \quad (1.3)$$

$$\rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z}. \quad (1.4)$$

Em notação compacta, as equações de 1.2 a 1.4 podem ser escrita ($1 = x, 2 = y, 3 = z$):

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j}. \quad (1.5)$$

Esta é a representação da Lei de Newton, ou as equações do movimento, qualquer que seja o comportamento ou simetria do meio.

A relação entre tensão (“stress”) e deformação específica (“strain”) em um meio elástico pode ser representada através da Lei de Hooke, escrita sob a forma tensorial como:

$$\sigma_{ij} = c_{ijkl} e_{kl}, \quad (1.6)$$

onde c_{ijkl} é o tensor de constante elástica e e_{kl} é o tensor de deformação específica definido como:

$$e_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right). \quad (1.7)$$

O tensor de deformação específica expressa as diversas combinações de derivadas direcionais do deslocamento, no processo de deformação. Como os tensores de esforços e deformação são simétricos, ou seja, $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$ e $e_{kl} = e_{lk}$, o tensor de quarta ordem das constantes elásticas (c_{ijkl}) apresenta as seguintes simetrias:

$$c_{ijkl} = c_{jikl} = c_{ijlk}. \quad (1.8)$$

O tensor de constantes elásticas apresenta ainda outra simetria, que pode ser obtida utilizando a relação $\sigma_{ij} = \frac{\partial W}{\partial e_{ij}}$, onde W é a densidade de energia de deformação. Combinando com a Lei de Hooke, temos:

$$c_{ijkl} = \frac{\partial^2 W}{\partial e_{kl} \partial e_{ij}} = \frac{\partial^2 W}{\partial e_{ij} \partial e_{kl}} = c_{klij}.$$

Portanto, $c_{ijkl} = c_{klij}$, e o que a princípio poderia representar 81 diferentes valores, passa a ser composto por apenas 21 constantes elásticas independentes. Assim, é possível a representação do tensor de constantes elásticas através de uma matriz 6x6, na forma C_{pq} , onde

as transformações dos índices i, j, k, l para p, q é dada por (Helbig, 1991):

$$\begin{aligned} p &= \delta_{ij}i + (1 - \delta_{ij})(9 - i - j), \\ q &= \delta_{kl}k + (1 - \delta_{kl})(9 - k - l), \end{aligned}$$

onde δ_{ij} é o delta de Kronecker. Assim, temos:

$$\begin{array}{lll} ij & (\text{ou } kl) & = 11 \quad 22 \quad 33 \quad 23 \quad 13 \quad 12 \\ p & (\text{ou } q) & = 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6 \end{array}$$

Nossa representação tensorial da Lei de Hooke pode, então, ser substituída por uma equação matricial na forma $\sigma = \mathbf{C}\epsilon$ ou explicitamente na forma:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} & c_{15} & c_{16} \\ c_{12} & c_{22} & c_{23} & c_{24} & c_{25} & c_{26} \\ c_{13} & c_{23} & c_{33} & c_{34} & c_{35} & c_{36} \\ c_{14} & c_{24} & c_{34} & c_{44} & c_{45} & c_{46} \\ c_{15} & c_{25} & c_{35} & c_{45} & c_{55} & c_{56} \\ c_{16} & c_{26} & c_{36} & c_{46} & c_{56} & c_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \epsilon_{zz} \\ \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{xy} \end{bmatrix}. \quad (1.9)$$

1.2.1 Meio Anisotrópico com Simetria Qualquer

Para um meio anisotrópico em equilíbrio, a equação do movimento pode ser escrita combinando as equações 1.5, 1.6 e 1.7, como:

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = c_{ijkl} \frac{\partial^2 u_j}{\partial x_j \partial x_i} \quad (1.10)$$

onde ρ é a densidade, u_j é a componente do deslocamento na direção j e c_{ijkl} é o tensor de quarta ordem que representa as constantes elásticas.

No Apêndice A estão descritas as relações entre as diversas simetrias possíveis nos meios elásticos. Vemos que o caso mais geral, o triclinico, apresenta 21 constantes elásticas independentes, enquanto o caso mais simples, o isotrópico, apresenta apenas duas constantes elásticas independentes, que podem ser obtidas pelas constantes de Lamé. Na sismologia aplicada à exploração, a menor simetria considerada é a ortorrômbica, onde são caracterizados três eixos perpendiculares de simetria. A simetria mais comum e com aplicações numéricas melhor desenvolvidas, no entanto, é a simetria Hexagonal, característica dos meios transverso isotrópicos. Nosso objetivo, portanto, será apresentar o desenvolvimento da solução da equação elástica e viscoelástica da onda para meios isotrópicos e transverso isotrópicos.

1.2.2 Meio Isotrópico

A partir das relações de simetria para meios isotrópicos e das equações do movimento, desejamos expressar como ocorre o processo de propagação de ondas. Em um meio isotrópico,

as relações elásticas são dadas por:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda + 2\mu & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda + 2\mu & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda & \lambda + 2\mu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \epsilon_{zz} \\ \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{xy} \end{bmatrix}, \quad (1.11)$$

onde λ e μ são as constantes de Lamé. Utilizando estas relações e a equação do movimento para o deslocamento na direção x (equação 1.2) podemos escrever:

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= \frac{\partial}{\partial x} (\lambda \Delta + 2\mu \epsilon_{xx}) + \frac{\partial}{\partial y} (\mu \epsilon_{xy}) + \frac{\partial}{\partial z} (\mu \epsilon_{xz}) = \\ &= \lambda \frac{\partial \Delta}{\partial x} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z} \right) = \\ &= (\lambda + \mu) \frac{\partial \Delta}{\partial x} + \mu \nabla^2 u, \end{aligned} \quad (1.12)$$

onde Δ é o divergente do vetor deslocamento. De forma análoga para os demais componentes do deslocamento, temos:

$$\rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = (\lambda + \mu) \frac{\partial \Delta}{\partial y} + \mu \nabla^2 v, \quad (1.13)$$

$$\rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = (\lambda + \mu) \frac{\partial \Delta}{\partial z} + \mu \nabla^2 w. \quad (1.14)$$

As equações de 1.12 a 1.14 governam a propagação das ondas P e S em meios isotrópicos. Para obtermos as diferentes velocidades de propagação destas ondas podemos proceder da seguinte forma: diferenciamos a equação 1.12 em relação a x , a equação 1.13 em relação a y e a equação 1.14 em relação a z , obtendo:

$$\rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) = (\lambda + \mu) \frac{\partial^2 \Delta}{\partial x^2} + \mu \nabla^2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right), \quad (1.15)$$

$$\rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right) = (\lambda + \mu) \frac{\partial^2 \Delta}{\partial y^2} + \mu \nabla^2 \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right), \quad (1.16)$$

$$\rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right) = (\lambda + \mu) \frac{\partial^2 \Delta}{\partial z^2} + \mu \nabla^2 \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right). \quad (1.17)$$

Somando as equações 1.15, 1.16 e 1.17, obtemos:

$$\rho \frac{\partial^2 \Delta}{\partial t^2} = (\lambda + 2\mu) \nabla^2 \Delta. \quad (1.18)$$

Esta é a equação da onda e mostra que a dilatação se propaga no meio com velocidade $[(\lambda + 2\mu)/\rho]^{1/2}$.

Para eliminarmos a dilatação (Δ) entre as equações 1.13 e 1.14, diferenciamos a primeira em relação a z e a segunda em relação a y , obtendo:

$$\rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right) = (\lambda + \mu) \frac{\partial^2 \Delta}{\partial y \partial z} + \mu \nabla^2 \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right), \quad (1.19)$$

$$\rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right) = (\lambda + \mu) \frac{\partial^2 \Delta}{\partial y \partial z} + \mu \nabla^2 \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right), \quad (1.20)$$

e subtraindo a equação 1.20 de 1.19, temos:

$$\rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right) = \mu \nabla^2 \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right). \quad (1.21)$$

A quantidade entre parêntesis na equação acima representa a deformação de cisalhamento sofrida pelo corpo, em relação ao eixo x , na deformação elástica. Usando a notação,

$$\omega_x = \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z}, \quad \omega_y = \frac{\partial w}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial z}, \quad \omega_z = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y},$$

podemos escrever, para as demais componentes cisalhantes:

$$\rho \frac{\partial^2 \omega_x}{\partial t^2} = \mu \nabla^2 \omega_x, \quad (1.22)$$

$$\rho \frac{\partial^2 \omega_y}{\partial t^2} = \mu \nabla^2 \omega_y, \quad (1.23)$$

$$\rho \frac{\partial^2 \omega_z}{\partial t^2} = \mu \nabla^2 \omega_z, \quad (1.24)$$

Portanto o cisalhamento se propaga no meio com velocidade $[\mu/\rho]^{1/2}$.

Em resumo, no interior de sólidos isotrópicos, as ondas podem se propagar com duas diferentes velocidades. Ondas que não envolvam cisalhamento, mas apenas dilatação (ondas P) propagam-se com velocidade $c_1 = [\frac{\lambda+2\mu}{\rho}]^{1/2}$ e ondas que não envolvam dilatação, mas só cisalhamento (ondas S), propagam-se com velocidade $c_2 = [\frac{\mu}{\rho}]^{1/2}$.

1.2.3 Meio Transverso Isotrópico - TI

Antes de apresentarmos a solução do movimento em meios transverso isotrópicos, é importante termos noção da geometria das relações entre as diferentes velocidades neste caso. Assim, verifica-se que neste tipo de simetria ocorre o fenômeno da polarização da onda S , que dá origem à onda q-SV, com direção de vibração no plano vertical e a onda q-SH, com direção de vibração horizontal. O prefixo “quase” é utilizado para denotar que a direção do vetor deslocamento na propagação não é exatamente paralelo (no caso da onda P) ou transversal (no caso da onda S) à direção de propagação da frente de onda, mas apresenta componentes na direção ortogonal (onda P) ou paralela (onda S) à direção de propagação.

A lei de Hooke para meios transverso isotrópicos, que possui um eixo de simetria de tal forma que uma rotação de ângulo arbitrário, ao longo deste eixo, não muda o tensor c_{ijkl} .

Existem 5 parâmetros elásticos independentes. Para simetria em torno do eixo vertical (eixo Z), temos a seguinte representação na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{11} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{13} & c_{13} & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{55} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \epsilon_{zz} \\ \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{xy} \end{bmatrix}, \quad (1.25)$$

onde $c_{66} = (c_{11} - c_{12}/2)$.

Substituindo nas equações do movimento (1.2, 1.3 e 1.4) as expressões para as componentes de esforços dadas pela equação matricial 1.25, obtemos

$$c_{11} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + c_{66} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + c_{55} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + (c_{11} - c_{66}) \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + (c_{13} - c_{55}) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad (1.26)$$

$$c_{66} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + c_{11} \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + c_{55} \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + (c_{11} - c_{66}) \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial z} + (c_{13} - c_{55}) \frac{\partial^2 w}{\partial y \partial z} = \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}, \quad (1.27)$$

$$c_{55} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + c_{13} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + c_{33} \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} + (c_{13} - c_{55}) \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + (c_{13} - c_{55}) \frac{\partial^2 v}{\partial y \partial z} = \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}. \quad (1.28)$$

Sistema de Equações para Ondas P-SV

Como a propagação das ondas q-SH ocorre independente das ondas q-P e q-SV, ou seja, sua polarização ocorre em direção ortogonal ao plano $x - z$. Assim, para propagação de ondas P-SV, no plano $x - z$, a relação tensão-deformação da equação matricial 1.25 reduz-se a:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{13} & 0 \\ c_{13} & c_{33} & 0 \\ 0 & 0 & c_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{zz} \\ \epsilon_{xz} \end{bmatrix}, \quad (1.29)$$

Utilizando estas relações na equação do movimento 1.10, obtemos

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z}, \quad (1.30)$$

$$\rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z}. \quad (1.31)$$

Estas equações descrevem a propagação das ondas q-P e q-SV em meios transverso isotrópicos. As equações 1.30 e 1.31 podem ser reescritas na forma de derivadas das velocidades nas direções x e z e não das derivadas segundas dos deslocamentos nestas direções, gerando

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{13} & 0 \\ c_{13} & c_{33} & 0 \\ 0 & 0 & c_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial v_x}{\partial x} \\ \frac{\partial v_z}{\partial z} \\ \frac{\partial v_z}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial z} \end{bmatrix}. \quad (1.32)$$

2

Viscoelasticidade e Propagação da Onda

2.1 Introdução

Os sólidos elásticos e os fluidos viscosos diferem amplamente nas suas características de deformação. Os corpos deformados elasticamente voltam ao seu estado inicial não deformado, logo que se retiram as forças aplicadas. Os fluidos viscosos, não apresentam nenhuma tendência a uma recuperação de sua condição inicial de deformação. Além disso, as tensões elásticas estão diretamente relacionadas com as deformações, sendo que, em um fluido viscoso, as tensões (exceto para as componentes hidrostáticas) estão relacionadas com a velocidade de deformação.

Muitos sólidos apresentam um comportamento intermediário entre os regimes ideais extremos anteriormente mencionados. Este tipo de comportamento que combina aspectos de líquido viscoso e sólido elástico é denominado de viscoelasticidade. O comportamento viscoelástico pode ser entendido como um desvio do comportamento ideal elástico de deformação, em que a tensão não depende apenas do módulo elástico, mas também da magnitude e tipo de tensão inicial aplicada, do tempo e da taxa de deformação. O comportamento viscoelástico pode ser modelado por uma associação de molas e amortecedores, como proposto por Maxwell e por Kelvin-Voigt.

2.2 Modelo de Maxwell

O modelo mais simples de viscoelasticidade, segundo Maxwell, consiste de uma mola (representando a porção elástica da deformação do corpo) associado em série com um amortecedor (que representa a deformação no meio viscoso - o escoamento irreversível), como representado na figura (2.1). O modelo de Maxwell representa mais apropriadamente fluidos viscoelásticos

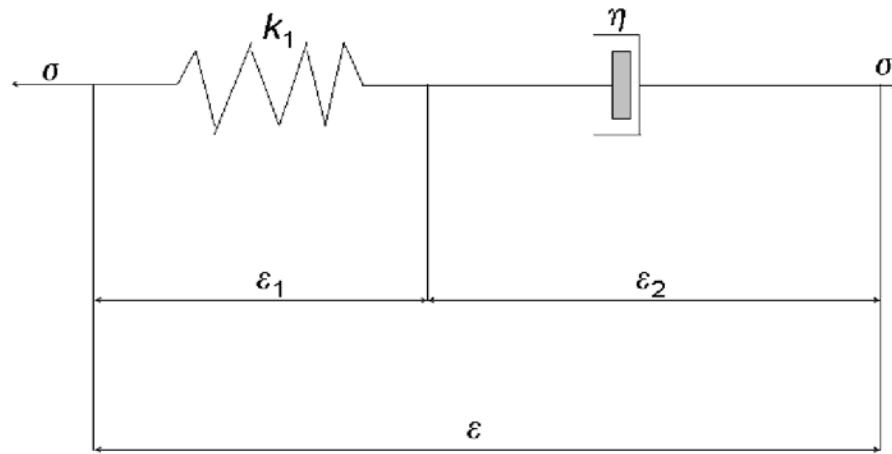


Figura 2.1: Modelo mecânico para um material de Maxwell.

Maxwell mostrou que a taxa de mudança de tensão neste caso pode ser expressa por

$$\frac{d\sigma}{dt} = k_1 \frac{d\epsilon}{dt} - k_1 \frac{\sigma}{\eta}, \quad (2.1)$$

onde σ é a tensão inicial, $\frac{d\sigma}{dt}$ é a variação da tensão em função do tempo, $\frac{d\epsilon}{dt}$ é a variação da deformação em função do tempo, k_1 é a constante elástica da mola e η é a viscosidade do material.

Se definirmos a relação $\frac{k_1}{\eta} = \frac{1}{\tau}$, a equação anterior pode ser reescrita como

$$\frac{d\sigma}{dt} = k_1 \frac{d\epsilon}{dt} - \frac{\sigma}{\tau}, \quad (2.2)$$

onde τ é o tempo de relaxação.

O tempo de relaxação é uma constante com dimensão de tempo, ou o tempo após o qual a tensão assume o valor de $\frac{\sigma_0}{e}$ pois, neste caso, temos que $t = \tau$.

Para um ensaio em que a deformação é mantida constante, ou seja, $\epsilon = \text{constante}$, temos que $\frac{d\epsilon}{dt} = 0$, então podemos reescrever a equação anterior da seguinte forma

$$\frac{d\sigma}{dt} = -\frac{\sigma}{\tau}. \quad (2.3)$$

Integrando esta última nos limites de $t = 0$ a t e σ_0 a σ temos:

$$\ln \frac{\sigma}{\sigma_0} = -\frac{t}{\tau}, \quad (2.4)$$

ou

$$\sigma = \sigma_0 e^{\frac{-t}{\tau}}, \quad (2.5)$$

onde σ_0 é tensão inicial no tempo $t = 0$, σ tensão após um intervalo de tempo t e e é a base de logaritmo Neperiano.

Substituindo a tensão σ por $\frac{\sigma_0}{e}$ temos:

$$\frac{\sigma_0}{e} = \sigma_0 e^{\frac{-t}{\tau}}. \quad (2.6)$$

Eliminando os termos comuns, podemos reescrever a equação como

$$e^{-1} = e^{\frac{-t}{\tau}}, \quad \text{ou} \quad -1 = \frac{-t}{\tau}, \quad (2.7)$$

onde conclui-se que $t = \tau$ quando $\sigma = \frac{\sigma_0}{e}$. Ou seja, τ é o tempo de relaxação.

2.3 Modelo de Kelvin-Voigt

O modelo de Kelvin-Voigt representado pela a Figura (2.2), é uma associação de uma mola com um amortecedor em paralelo.

A representação matemática deste comportamento mecânico pode ser descrita por

$$\sigma = \eta \frac{d\epsilon}{dt} + k\epsilon. \quad (2.8)$$

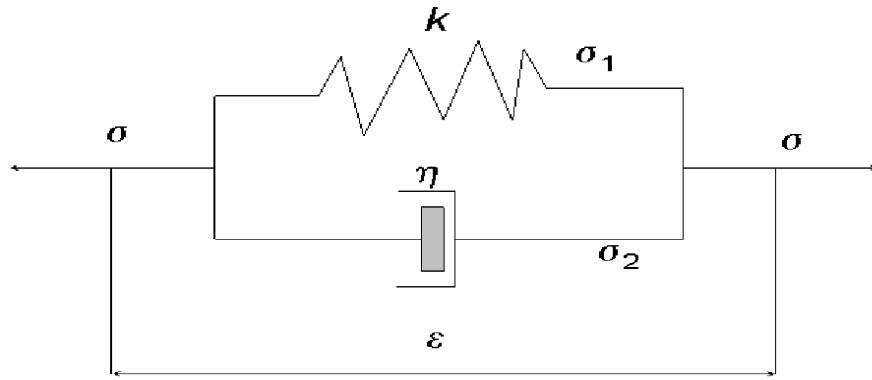


Figura 2.2: Modelo mecânico para um material de Kelvin-Voigt.

Este modelo de deformação representa casos em que não ocorre extensão instantânea da parte elástica, uma vez que o deslocamento é sempre retardado pelo amortecedor. Como a tensão é compartilhada entre os dois componentes, a deformação ocorre a uma taxa variável. Após um tempo, dependente da viscosidade do amortecedor, a parte elástica da deformação se aproxima de um comprimento suficiente para equilibrar a carga. Quando a carga é removida, o processo inverso ocorre; não há retração instantânea, porém, o comprimento inicial não deformado, pode ser totalmente recuperado.

2.4 Viscoelasticidade Linear

A anelasticidade é um caso especial de viscoelasticidade linear, ou seja, se existir uma resposta não instantânea, mas linear, estamos diante de um modelo viscoelástico linear, exista ou não recuperação completa (comportamento anelástico).

Quando um material viscoelástico é submetido a deformações oscilatórias, a tensão não acompanha a fase de deformação como um material perfeitamente elástico (Hookeano). Mas também não fica totalmente fora de fase (como um líquido Newtoniano) apresentando um comportamento intermediário entre ambos os modelos. Parte da energia fornecida é armazenada e recuperada; parte dela é dissipada como calor. Se a deformação e a taxa de deformação forem infinitesimais, as relações da tensão e deformação que sejam tempo-dependentes podem ser representadas por equações diferenciais lineares com coeficientes constantes, e estaremos diante de um comportamento viscoelástico linear. Neste caso, num dado experimento, a relação entre tensão e deformação será função apenas do tempo (ou freqüência), e não da magnitude da tensão.

A viscoelasticidade linear é o comportamento viscoelástico mais simples. A viscoelasticidade linear é observada apenas quando a deformação é suficientemente pequena de modo que as moléculas do polímero sejam apenas "perturbadas", no que se refere a sua configuração espacial original. As deformações aplicadas nesta situação levam a tensões pequenas.

2.5 Modelo de Zener ou Sólido Linear Padrão

Uma representação mais realística do meio material, assim como rochas, metais e polímeros, é dada pelo o modelo de Zener (1948), que consiste numa mola associada em série com o modelo de Kelvin-Voigt, mostrada na figura (2.3). Este modelo foi introduzido por Poynting & Thomson (1902). A relação esforço-deformação para os elementos separadamente são

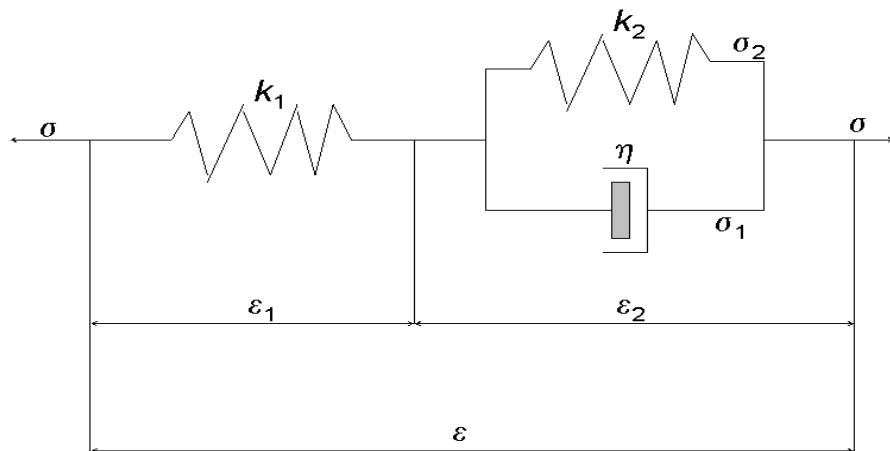


Figura 2.3: Modelo mecânico para um material de Zener.

$$\begin{aligned}\sigma &= k_1 \varepsilon_1, \\ \sigma_1 &= \eta \partial_t \varepsilon_2, \\ \sigma_2 &= k_2 \varepsilon_2,\end{aligned}\tag{2.9}$$

com $k_1 \geq 0$, $k_2 \geq 0$ e $\eta \geq 0$. Além disso,

$$\sigma = \sigma_1 + \sigma_2, \quad \varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2.\tag{2.10}$$

A solução dessa equação para σ e ε dão a relação esforço-deformação

$$\sigma + \tau_\sigma \partial_t \sigma = M_R (\varepsilon + \tau_\varepsilon \partial_t \varepsilon),\tag{2.11}$$

onde

$$M_R = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2},\tag{2.12}$$

é o módulo relaxado, e

$$\tau_\sigma = \frac{\eta}{k_1 + k_2}, \quad \tau_\varepsilon = \frac{\eta}{k_2} \geq \tau_\sigma, \quad (2.13)$$

são os tempos de relaxação.

Aplicando a transformada de Fourier na relação esforço-deformação (2.11), temos:

$$\sigma(\omega) + i\omega\tau_\sigma\sigma(\omega) = M_R(\varepsilon(\omega) + i\omega\tau_\varepsilon\varepsilon(\omega)), \quad (2.14)$$

$$\sigma(\omega) = \frac{M_R(1 + i\omega\tau_\varepsilon)\varepsilon(\omega)}{1 + i\omega\tau_\sigma}, \quad (2.15)$$

$$\sigma(\omega) = M(\omega)\varepsilon(\omega), \quad (2.16)$$

O módulo relaxado M_R é obtido para $w = 0$, e o módulo não relaxado

$$M_U = M_R \left(\frac{\tau_\varepsilon}{\tau_\sigma} \right), \quad (M_U \geq M_R), \quad (2.17)$$

para $w \rightarrow \infty$.

A equação (2.15) que está no domínio da freqüência pode ser reescrita no domínio do tempo

$$\sigma = \psi * \partial_t \varepsilon, \quad \varepsilon = \chi * \partial_t \sigma, \quad (2.18)$$

onde a relaxação e a função fluência "creep" para o módulo de Zener são dados por:

$$\psi(t) = M_R \left[1 - \left(1 - \frac{\tau_\varepsilon}{\tau_\sigma} \right) \exp(-t/\tau_\sigma) \right] H(t), \quad (2.19)$$

e

$$\chi(t) = \frac{1}{M_R} \left[1 - \left(1 - \frac{\tau_\sigma}{\tau_\varepsilon} \right) \exp(-t/\tau_\varepsilon) \right] H(t). \quad (2.20)$$

onde $H(t)$ é a função de Heaviside.

A dissipação pode ser quantificada pelo fator de qualidade Q , Carcione (2001). O fator de qualidade é o quociente entre duas vezes a energia cinética e a energia dissipada

$$Q = \frac{2V}{D}, \quad (2.21)$$

onde

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{2}R_e(M(\omega))\varepsilon^2 \\ D &= I_m(M(\omega))\varepsilon^2, \end{aligned} \quad (2.22)$$

logo

$$Q(\omega) = \frac{R_e(M(\omega))}{I_m(M(\omega))} = \frac{1 + \omega^2\tau_\varepsilon\tau_\sigma}{\omega(\tau_\varepsilon - \tau_\sigma)}. \quad (2.23)$$

O modelo tem uma relaxação máxima em $\omega_0 = \frac{1}{\tau_0}$, onde

$$\tau_0 = \sqrt{\tau_\epsilon \tau_\sigma}. \quad (2.24)$$

Na prospecção de hidrocarboneto e sismologia, valores constantes de Q são convenientes para parametrizar a atenuação das rochas. A maioria dos parâmetros físicos para um simples elemento de Zener pode ser obtido com a freqüência central $\omega_0 = \tau_0^{-1}$, e o valor do fator de qualidade para essa freqüência é dado por

$$Q_0 = \frac{2\tau_0}{\tau_\epsilon - \tau_\sigma}. \quad (2.25)$$

O fator de qualidade dado pela equação (2.23), pode ser reescrita como

$$Q(\omega) = Q_0 \left(\frac{1 + \omega^2 \tau_0^2}{2\omega \tau_0} \right). \quad (2.26)$$

Substituindo na equação (2.25) os valores de τ_ϵ e τ_σ dado pela equação (2.24), nós obtemos

$$\tau_\epsilon = \frac{\tau_0}{Q_0} \left(\sqrt{Q_0^2 + 1} + 1 \right) \quad e \quad \tau_\sigma = \frac{\tau_0}{Q_0} \left(\sqrt{Q_0^2 + 1} - 1 \right). \quad (2.27)$$

3

Equação do movimento qP-qSV

Considerando a Terra como tendo duas dimensões, isto é, $n = 2$, neste caso usaremos as equações de partícula de velocidade/deformação para propagação no plano (x, z) , considerando um meio transverso isotrópico. Nós determinamos um mecanismo de relaxação para a deformação anelástica dilatacional ($\nu = 1$) e um mecanismo de relaxação cisalhante ($\nu = 2$). A equação que governa a propagação da onda, segundo Carcione (2001), pode ser expressa por

i) Equação de Euler:

$$\partial_x \sigma_{xx} + \partial_z \sigma_{xz} + f_x = \rho \partial_t v_x, \quad (3.1)$$

$$\partial_x \sigma_{xz} + \partial_z \sigma_{zz} + f_z = \rho \partial_t v_z, \quad (3.2)$$

onde f_1 e f_3 são as componentes da fonte.

ii) relação esforço-deformação:

$$\partial_t \sigma_{xx} = c_{11} \partial_x v_x + c_{13} \partial_z v_z + \bar{\kappa} \epsilon_1 + 2c_{55} \epsilon_2, \quad (3.3)$$

$$\partial_t \sigma_{zz} = c_{13} \partial_x v_x + c_{33} \partial_z v_z + \bar{\kappa} \epsilon_1 - 2c_{55} \epsilon_2, \quad (3.4)$$

$$\partial_t \sigma_{xz} = c_{55} [(\partial_z v_x + \partial_x v_z) + \epsilon_3], \quad (3.5)$$

onde ϵ_1 , ϵ_2 e ϵ_3 são as primeiras derivadas em tempo das variáveis de memória ($\partial_t e_{11}$, $\partial_t e_{22}$ e $\partial_t e_{13}$, respectivamente), e

$$\bar{\kappa} = \bar{\varepsilon} - c_{55}, \quad \bar{\varepsilon} = \frac{1}{2}(c_{11} + c_{33}). \quad (3.6)$$

Segundo Dong & McMechan (1995) no caso 3-D, a relação esforço-deformação satisfaz a condição de que o meio deformado depende unicamente da função relaxação em todas as

coordenadas do sistema, e o traço do tensor deformação deve ser invariante para baixo. Portanto, a derivação da deformação só depende da própria função relaxação.

iii) Equações variáveis de memória:

$$\partial_t \epsilon_1 = \frac{1}{\tau_\sigma^{(1)}} \left[\left(\frac{\tau_\sigma^{(1)}}{\tau_\epsilon^{(1)}} - 1 \right) (\partial_x v_x + \partial_z v_z) - \epsilon_1 \right], \quad (3.7)$$

$$\partial_t \epsilon_2 = \frac{1}{2\tau_\sigma^{(2)}} \left[\left(\frac{\tau_\sigma^{(2)}}{\tau_\epsilon^{(2)}} - 1 \right) (\partial_x v_x - \partial_z v_z) - 2\epsilon_2 \right], \quad (3.8)$$

$$\partial_t \epsilon_3 = \frac{1}{\tau_\sigma^{(2)}} \left[\left(\frac{\tau_\sigma^{(2)}}{\tau_\epsilon^{(2)}} - 1 \right) (\partial_z v_x + \partial_x v_z) - \epsilon_3 \right]. \quad (3.9)$$

Transformando as equações das variáveis de memória (3.7), (3.8) e (3.9) para o domínio w ($\partial_t \epsilon_i \rightarrow iw\epsilon_i$), e substituindo as variáveis de memória nas equações (3.3), (3.4) e (3.5), nós obtemos a relação esforço-deformação no domínio da freqüência:

$$iw \begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{13} & 0 \\ p_{13} & p_{33} & 0 \\ 0 & 0 & p_{55} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \partial_x v_x \\ \partial_z v_z \\ \partial_z v_x + \partial_x v_z \end{pmatrix}, \quad (3.10)$$

onde

$$\begin{aligned} p_{11} &= c_{11} - \bar{\varepsilon} + \bar{\kappa}M_1 + c_{55}M_2, \\ p_{33} &= c_{33} - \bar{\varepsilon} + \bar{\kappa}M_1 + c_{55}M_2, \\ p_{13} &= c_{13} - \bar{\varepsilon} + \bar{\kappa}M_1 + c_{55}(2 - M_2), \\ p_{55} &= c_{55}M_2 \end{aligned} \quad (3.11)$$

são as rigidez complexas, e

$$M_\nu = \frac{\tau_\sigma^{(\nu)}}{\tau_\epsilon^{(\nu)}} \left(\frac{1+iw\tau_\epsilon^{(\nu)}}{1+iw\tau_\sigma^{(\nu)}} \right), \quad \nu = 1, 2 \quad (3.12)$$

é o módulo complexo de Zener. Note que quando $w \rightarrow \infty$, $M_\nu \rightarrow 1$ e $p_{IJ} \rightarrow c_{IJ}$.

A relaxação em tempo pode ser expressa como

$$\tau_\epsilon^{(\nu)} = \frac{\tau_0}{Q_{0\nu}} (\sqrt{Q_{0\nu}^2 + 1} + 1), \quad e \quad \tau_\sigma^{(\nu)} = \frac{\tau_0}{Q_{0\nu}} (\sqrt{Q_{0\nu}^2 + 1} - 1), \quad (3.13)$$

onde τ_0 é a relaxação em tempo tal que $1/\tau_0$ é a freqüência central da relaxação de pico e $Q_{0\nu}$ é o fator de qualidade mínimo.

4

Método Numérico

4.1 Introdução

A modelagem sísmica numérica é uma técnica para a simulação da propagação da onda na subsuperfície da Terra, onde os modelos são complexos em sua geometria e propriedades físicas. O objetivo é predizer o sismograma que um conjunto de sensores registram para um determinado modelo geológico (campo de velocidade sísmica) em subsuperfície. No método de diferenças finitas (MDF), essas soluções são obtidas através da formulação da equação da onda em termos de operadores de diferenças finitas, que calculam o valor de derivadas parciais de um campo, em um dado ponto, à partir de médias ponderadas dos valores do campo em pontos vizinhos na malha (derivadas espaciais) e instantes consecutivos no tempo (derivadas temporais).

4.2 Operadores de Diferenças Finitas

Com o objetivo de aumentar a precisão dos cálculos e a estabilidade do algoritmo, é possível utilizar malhas ditas escalonadas “staggered grid”, (Madariaga, 1976), expandindo a série de Taylor em valores fracionários. A derivada em tempo, de segunda ordem, é assim formulada:

$$(D_t^+ F)_{m,n}^k = \left(\frac{\partial F}{\partial t} \right)_{m,n}^k = \frac{1}{\Delta t} \{ F_{m,n}^{k+1/2} - F_{m,n}^{k-1/2} \}. \quad (4.1)$$

A derivada primeira em x , de quarta ordem (Levander, 1988), é assim formulada:

$$(D_x^+ F)_{m,n}^k = \left(\frac{\partial F}{\partial x} \right)_{m,n}^k = \frac{1}{\Delta x} \left\{ \frac{9}{8} [F_{m+1/2,n}^k - F_{m-1/2,n}^k] - \frac{1}{24} [F_{m+3/2,n}^k - F_{m-3/2,n}^k] \right\} \quad (4.2)$$

Este tipo de derivação é utilizada na modelagem com as equações esforço-velocidade, nas quais uma dada quantidade pode ser definida nos pontos com posição inteira, e a outra quantidade em posição fracionária. A vantagem evidente é a própria proximidade dos pontos com maior peso em relação ao ponto de cálculo da derivada, o que deve levar a uma maior precisão.

Pode-se calcular a derivada dos campos definidos em posição inteira para uma posição fracionária que seja meia posição para frente ($D_x^+ F$) ou para trás ($D_x^- F$), de maneira a se fazer o caminho contrário na outra derivação da seqüência do algoritmo:

$$(D_x^+ F)_{m+1/2,n}^k = \frac{1}{\Delta x} \left\{ \frac{9}{8} [F_{m+1,n}^k - F_{m,n}^k] - \frac{1}{24} [F_{m+2,n}^k - F_{m-1,n}^k] \right\} \quad (4.3)$$

e

$$(D_x^- F)_{m-1/2,n}^k = \frac{1}{\Delta x} \left\{ \frac{9}{8} [F_{m,n}^k - F_{m-1,n}^k] - \frac{1}{24} [F_{m+1,n}^k - F_{m-2,n}^k] \right\}. \quad (4.4)$$

A seguir, deriva-se os campos definidos em posição fracionária.

4.2.1 Modelagem 2-D em meios elásticos TI

Sendo meio isotrópico uma simplificação de um meio TI, vamos resolver a equação elástica da onda para meios anisotrópicos usando um procedimento análogo ao apresentado em (Faria & Stoffa 1994). Considerando o meio 2-D, os esforços e deslocamento na direção y são desprezados. Neste caso, as equações que governam a propagação das ondas qP e qSV no meio TI, são:

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} v_x \\ v_z \end{pmatrix} = \frac{1}{\rho} \left(\begin{array}{cc} \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial z} \end{array} \right) \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{xz} & \sigma_{zz} \end{pmatrix}, \quad (4.5)$$

e

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xz} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{13} & 0 \\ C_{13} & C_{33} & 0 \\ 0 & 0 & C_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial v_x}{\partial x} \\ \frac{\partial v_z}{\partial z} \\ \frac{\partial v_z}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial z} \end{bmatrix}, \quad (4.6)$$

onde v_x e v_z são as velocidades de partículas, σ_{xx} , σ_{zz} e σ_{xz} são os esforços compressionais e cisalhantes, C_{ij} são as constantes elásticas do meio, e ρ a densidade.

Formulação em diferenças finitas

As derivadas no tempo das equações (4.5) e (4.6), em diferenças finitas, vão fornecer condições para a atualização dos campos de esforços e velocidades, no processo iterativo. Essas equações podem ser apresentadas como:

$$D_t^+ V_x = \frac{V_x^{n+1/2} - V_x^{n-1/2}}{dt} = \frac{1}{\rho} (D_x^- \sigma_{xx}^n + D_z^- \sigma_{xz}^n) \quad (4.7)$$

$$D_t^+ V_z = \frac{V_z^{n+1/2} - V_z^{n-1/2}}{dt} = \frac{1}{\rho} (D_x^+ \sigma_{xz}^n + D_z^+ \sigma_{zz}^n) \quad (4.8)$$

e

$$D_t^+ \sigma_{xx} = \frac{\sigma_{xx}^{n+1} - \sigma_{xx}^n}{dt} = C_{11} D_x^+ V_x^{n+1/2} + C_{13} D_z^- V_z^{n+1/2} \quad (4.9)$$

$$D_t^+ \sigma_{zz} = \frac{\sigma_{zz}^{n+1} - \sigma_{zz}^n}{dt} = C_{13} D_x^+ V_x^{n+1/2} + C_{33} D_z^- V_z^{n+1/2} \quad (4.10)$$

$$D_t^+ \sigma_{xz} = \frac{\sigma_{xz}^{n+1} - \sigma_{xz}^n}{dt} = C_{44} D_x^- V_z^{n+1/2} + C_{44} D_z^+ V_x^{n+1/2} \quad (4.11)$$

A modelagem é assim realizada em duas etapas. Na primeira etapa, é feita a adição da amostra da fonte aos campos de esforços compressionais ($\sigma_{jj} = \sigma_{jj} + f_i$) e a atualização dos campos de velocidades de partícula v_x e v_z , através de:

$$V_x^{n+1/2} = \frac{\partial t}{\rho} (D_x^- \sigma_{xx}^n + D_z^- \sigma_{xz}^n) + V_x^{n-1/2} \quad (4.12)$$

$$V_z^{n+1/2} = \frac{\partial t}{\rho} (D_x^+ \sigma_{xz}^n + D_z^+ \sigma_{zz}^n) + V_z^{n-1/2}. \quad (4.13)$$

Em seguida, são atualizados os campos de esforços σ_{xx} , σ_{zz} e σ_{xz} , com:

$$\sigma_{xx}^{n+1} = dt (C_{11} D_x^+ V_x^{n+1/2} + C_{13} D_z^- V_z^{n+1/2}) + \sigma_{xx}^n \quad (4.14)$$

$$\sigma_{zz}^{n+1} = dt (C_{13} D_x^+ V_x^{n+1/2} + C_{33} D_z^- V_z^{n+1/2}) + \sigma_{zz}^n \quad (4.15)$$

$$\sigma_{xz}^{n+1} = dt (C_{44} D_x^- V_z^{n+1/2} + C_{44} D_z^+ V_x^{n+1/2}) + \sigma_{xz}^n \quad (4.16)$$

onde as derivadas são aplicadas ponto a ponto para os campos e densidade. Este esquema é também similar ao apresentado por Levander (1988)

Na malha escalonada, o campo de velocidade de partícula horizontal V_x e a densidade são definidos nas posições inteiras da malha (i, j) ; o campo de velocidade de partícula vertical V_z e a densidade são definidos em posições fracionárias da malha $(i + 1/2, j + 1/2)$; os esforços compressionais σ_{xx} e σ_{zz} e as constantes elásticas C_{11} , C_{13} e C_{33} são definidos em $(i + 1/2, j)$; o campo de esforço cisalhante σ_{xz} e a constante C_{44} são definidos em $(i, j + 1/2)$. Os parâmetros definidos em posições fracionárias são obtidos do modelo original por simples interpolação linear entre pontos vizinhos.

4.2.2 Condição para estabilidade e não dispersão numérica

No método de DF, o cálculo das derivadas envolvidas nas equações diferenciais são realizados segundo aproximações com maior ou menor precisão, o que gera erro no resultado numérico. No caso particular da equação da onda, este erro se manifesta sobre a forma de dispersão numérica. Este problema geralmente se manifesta gerando oscilações interminantes na forma temporal do pulso sísmico. Outro problema causado é a presença de ruído em um determinado ponto antes da chegada vertical do sinal (Oliveira, 1998).

Para que haja estabilidade, ou seja, para que o erro na determinação das amplitudes das ondas permaneça pequeno e não cresça com o tempo, faz-se necessário calcular o intervalo de amostragem temporal (dt) máximo mais conveniente (Virieux, 1986), dado por:

$$\Delta t \leq \left(\frac{h}{V_P \sqrt{n}} \right), \quad (4.17)$$

onde h é o espaçamento da malha ($h = dx = dz$) e V_P é a maior velocidade de onda P do modelo de n dimensões. Esta fórmula se aplica à modelagem com equação elástica da onda, em aproximações de segunda ordem no tempo e no espaço, em malhas escalonadas, definindo um limite máximo para mais altas ordens.

A dispersão numérica pode ser interpretada como a variação nas velocidades de fase e grupo em função do espaçamento da malha. Assim, dada a menor velocidade do modelo considerado (c_{min}), que no caso elástico deve ser a velocidade da onda S mais lenta do modelo, podemos estabelecer a máxima freqüência produzida pela fonte f_{max} dado o espaçamento máximo da malha h :

$$f_{max} \leq \frac{c_{min}}{Gh}, \quad (4.18)$$

onde G é o número de células (pontos da malha) por comprimento de onda. É conveniente, para o método das DF em segunda ordem no espaço, utilizar $G \geq 10$ (Altermann & Loewenthal 1970). O valor recomendado para aproximações de quarta ordem no espaço é de $G \geq 5$ (Alford, et al., 1974), implicando em menor necessidade de memória para um mesmo modelo e uma mesma freqüência principal da fonte.

4.2.3 Função fonte

A cada interação, o campo de velocidades de partícula a tempo avançado é atualizado à partir dos esforços calculados com base nos campos de velocidades e esforços da interação anterior. Antes da atualização, o campo de esforços do tempo atual é acrescido do campo de esforços

devido à uma fonte sísmica simulada, compressional, que se caracteriza por apresentar uma freqüência dominante (f_0), um ponto de inserção em (x_s, z_s) e uma função memória da fonte $F_s(t)$. Neste trabalho foi utilizado como função fonte o pulso que possui a forma da segunda derivada da função Gaussiana, segundo fórmula (4.19) e Figura (4.1), mostrados a seguir:

$$f(t) = \cos(\epsilon\pi f_0(t - t_0))e^{-nf_0^2(t-t_0^2)}, \quad (4.19)$$

onde f_0 é a freqüência dominante t_0 é o intervalo em tempo e ϵ e n são constantes.

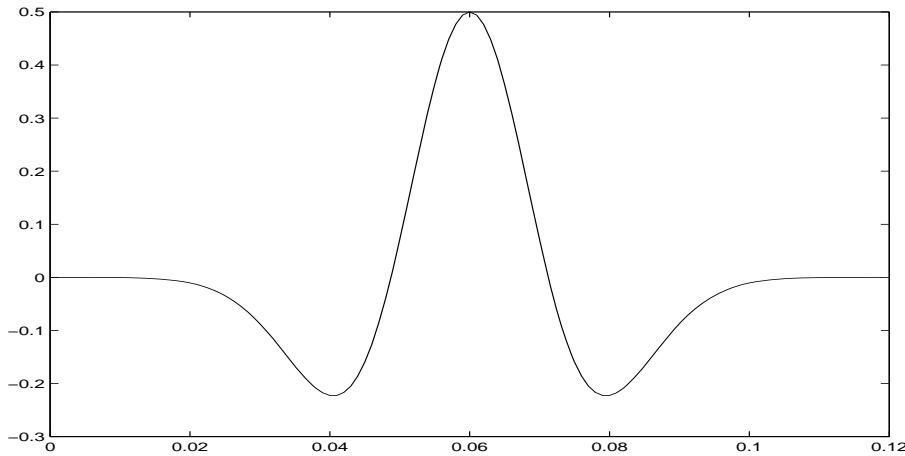


Figura 4.1: Pulso com a forma da segunda derivada da função Gaussiana $f_0 = 20Hz$

4.2.4 Bordas de absorção

A modelagem numérica empregando qualquer aproximação de DF, bem como muitos outros métodos de solução numérica da equação da onda, enfrenta problemas com as bordas do modelo. Uma solução, no caso de fonte pontual e aproximação explícita, seria estender os limites do modelo, de modo que estas reflexões indesejadas não tenham tempo de estar presente no sismograma. Porém, este método é muito caro computacionalmente. Outra maneira de atacar este problema é tentar anular as reflexões impondo-se condições de contorno apropriadas nas referidas bordas. O esquema aqui utilizado (Cerjan et al., 1985) aplica, a cada interação uma diminuição gradativa das amplitudes em uma faixa nas proximidades de cada borda. Pontos a uma distância i da borda tem sua amplitude P_0 reduzida a P através de:

$$P_i = (P_0)_i e^{-[F(N-i)]^2}, \quad (4.20)$$

onde F é o fator de atenuação, N é o número de pontos da faixa e i é a distância em pontos até a borda do modelo. O trabalho de (Cerjan et al., 1985) executa modelagem acústica

com o método pseudoespectral, onde o autor sugere $N = 20$ e $F = 0,015$.

4.3 Código de Diferenças Finitas para a Equação do Movimento da Onda qP-qSV

O programa Fortran gerado simula a propagação da onda qP-qSV em meios anisotrópicos heterogêneos e viscoelásticos empregando a equação do movimento da onda qP-qSV, mostrada no capítulo 3, a qual discretiza em tempo a equação de Euler

$$\partial_t v_1 = \rho^{-1}(\partial_1 \sigma_{11} + \partial_3 \sigma_{13} + f_1) \quad (4.21)$$

$$\partial_t v_3 = \rho^{-1}(\partial_1 \sigma_{13} + \partial_3 \sigma_{33} + f_3) \quad (4.22)$$

a qual é de segunda ordem e é baseada na equação do movimento expandida em série de Taylor, dada por

$$\partial_{tt}^2 p^n = \frac{1}{dt^2} \left[p^{n+1} + p^{n-1} - 2p^n - 2 \sum_{l=2}^L \frac{dt^{2l}}{(2l)!} \frac{\partial^{2l} p^n}{\partial t^{2l}} \right]. \quad (4.23)$$

Para os três primeiros termos no lado direito temos

$$u_1^{n+1} = 2u_2^n - u_n^{n-1} + dt^2 \rho^{-1} (D_1^- \sigma_1 + D_3^- \sigma_5)^n + f_1^n, \quad (4.24)$$

$$u_3^{n+1} = 2u_2^n - u_n^{n-1} + dt^2 \rho^{-1} (D_1^+ \sigma_5 + D_3^+ \sigma_3)^n + f_3^n, \quad (4.25)$$

onde $\partial_t u_1 = v_1$, $\partial_t u_3 = v_3$, $\sigma_1 = \sigma_{11}$, $\sigma_3 = \sigma_{33}$, e $\sigma_5 = \sigma_{13}$. As componentes de esforço são obtidas como

$$e_1 = D_3^+ u_1, \quad e_3 = D_1^+ u_1, \quad (4.26)$$

onde D^- e D^+ representam os operadores espaciais de ordem 4. Os diferentes sinais indicam um deslocamento no arranjo da malha, para obter a aceleração de qualquer ponto do deslocamento.

A discretização da equação variável de memória está baseada no algoritmo (Emmerich & Korn 1987)

$$e^{n+1/2} = \frac{2dta}{2+bdt} e^n + \left(\frac{2-bdt}{2+bdt} \right) e^{n-1/2} \quad (4.27)$$

Este método é robusto em termos de estabilidade, onde o coeficiente de $e^{n-1/2}$, relaciona para a viscoelasticidade a matriz estendida, valores menores que 1 para qualquer valor do deslocamento em tempo. Por exemplo, a primeira equação é

$$e_{11}^{n+1/2} = \left(\frac{2dt\tau_\sigma^{(1)}\varphi_1}{2\tau_\sigma^{(1)}+dt} \right) e_1^n + \left(\frac{2\tau_\sigma^{(1)}-dt}{2\tau_\sigma^{(1)}+dt} \right) e_{11}^{n-1/2}, \quad (4.28)$$

onde e_{11} é a variável de memória, e $\varphi_1 = (\tau_\epsilon^{(1)})^{-1} - (\tau_\sigma^{(1)})^{-1}$.

5

Solução analítica

5.1 Introdução

A solução analítica é aqui usada para estudar a física da propagação da onda e tornar possível o teste do algoritmo de modelagem numérica criado nesta pesquisa.

As soluções analíticas são avaliadas pela função de Green para um determinado eixo de simetria de um meio transverso isotrópico. Este capítulo mostra como essas soluções podem ser obtidas.

5.1.1 Solução analítica para um meio elástico isotrópico

A solução geral da propagação do campo de onda para uma fonte pontual em um meio elástico é dada por Eason et al. (1956) e Pilant (1979). Para uma força impulsiva atuando na direção positiva x_2 , essa solução pode ser

$$u_1(r, t) = \frac{F}{2\pi\rho} \cdot \frac{x_1 x_2}{r^2} [G_1(r, t) + G_2(r, t)] \quad (5.1)$$

e

$$u_2(r, t) = \frac{F}{2\pi\rho} \cdot \frac{1}{r^2} [x_2^2 G_1(r, t) - x_1^2 G_2(r, t)], \quad (5.2)$$

onde F é a constante que determina a magnitude da força, $r = (x_1^2 + x_2^2)^{1/2}$, e G_v é a função de Green, dada por:

$$\begin{aligned} G_1 = & \frac{1}{v_1^2} (t^2 - \tau_1^2)^{-1/2} H(t - \tau_1) + \\ & + \frac{1}{r^2} (t^2 - \tau_1^2)^{1/2} H(t - \tau_1) - \frac{1}{r^2} (t^2 - \tau_2^2)^{1/2} H(t - \tau_2) \end{aligned} \quad (5.3)$$

e

$$G_2 = -\frac{1}{v_2^2}(t^2 - \tau_2^2)^{-1/2}H(t - \tau_2) + \frac{1}{r^2}(t^2 - \tau_1^2)^{1/2}H(t - \tau_1) - \frac{1}{r^2}(t^2 - \tau_2^2)^{1/2}H(t - \tau_2), \quad (5.4)$$

onde $\tau_1 = r/v_1$ e $\tau_2 = r/v_2$, com v_1 e v_2 respectivamente as velocidades da onda elástica compressional e cisalhante, e H a função de Heaviside.

A solução analítica da propagação do campo de onda é dada por

$$w(r, t) = u_v(r, t) * f(r, t), \quad (5.5)$$

onde f é o vetor freqüência.

5.1.2 Solução analítica para um meio elástico anisotrópico

A solução analítica exata é avaliada pela função de Green para um meio transversalmente isotrópico definida pelos parâmetros $\delta = -0.1$ e $\epsilon = 0.225$ o que caracteriza uma fraca anisotropia com eixo de simetria z . Esta seção mostra como essa solução exata pode ser obtida considerando o plano (x, z) e definindo, segundo Payton (1983)

$$\check{\alpha} = c_{33}/c_{55}, \quad \check{\beta} = c_{11}/c_{55}, \quad \check{\gamma} = 1 + \check{\alpha}\check{\beta} - (c_{13}/c_{55} + 1)^2, \quad (5.6)$$

a variável dimensional

$$\zeta = (z/t)^2(\rho/c_{55}), \quad (5.7)$$

e

$$t_p = z\sqrt{\frac{\rho}{c_{33}}}, \quad t_s = z\sqrt{\frac{\rho}{c_{55}}}. \quad (5.8)$$

A função de Green abaixo é dada em (Payton, 1983) e é valida para materiais que satisfazem as condições

$$\check{\gamma} < (\check{\beta} + 1), \quad (\check{\gamma}^2 - 4\check{\alpha}\check{\beta}) < 0, \quad (5.9)$$

onde para uma fonte na direção z , a função de Green é

$$u_1(z, t) = 0, \quad (5.10)$$

$$u_3(z, t) = \begin{cases} 0, & 0 \leq t \leq t_p, \\ G_1(\zeta), & t_p < t < t_s, \\ 0, & t_s \leq t \leq t_1, \\ G_3(\zeta), & t > t_1. \end{cases} \quad (5.11)$$

com

$$G_1(\zeta) = \frac{\sqrt{\zeta}}{4\pi z} \left[1 - \frac{2(1-\zeta) - \check{\gamma} + (\check{\beta}+1)\zeta}{\sqrt{\zeta}} \right] \sqrt{\frac{\check{\gamma} - (\check{\beta}+1)\zeta - \sqrt{\zeta}}{2(\check{\alpha}-\zeta)(1-\zeta)}}, \quad (5.12)$$

$$G_3(\zeta) = \frac{\sqrt{\zeta}}{2\pi z} \left[\sqrt{\check{\beta}} + \sqrt{\frac{1-\zeta}{\check{\alpha}-\zeta}} \right] \left\{ \check{\gamma} - (\check{\beta}+1)\zeta + 2\sqrt{\check{\beta}(\check{\alpha}-\zeta)(1-\zeta)} \right\}^{-1/2}, \quad (5.13)$$

onde

$$t_1 = \frac{t_s}{\check{\eta}}, \quad (5.14)$$

$$\check{\eta} = \left\{ \check{\gamma}(\check{\beta}+1) - 2\check{\beta}(\check{\alpha}+1) + 2\sqrt{\check{\beta}(1+\check{\alpha}\check{\beta}-\check{\gamma})(\check{\alpha}+\check{\beta}-\check{\gamma})} \right\}^{1/2} / (\check{\beta}-1), \quad (5.15)$$

e

$$\varsigma = [\check{\gamma} - (\check{\beta}+1)\zeta]^2 - 4\check{\beta}(\check{\alpha}-\zeta)(1-\zeta). \quad (5.16)$$

5.1.3 Solução analítica para um meio viscoelástico

Para obtermos a solução analítica da onda em um meio viscoelástico nós aplicamos o princípio da correspondência que para tal precisamos da solução no domínio da freqüência. Usando o par de transformadas de ordem zero e 1 de segunda derivada da função de Hankel,

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\tau^2} \sqrt{t^2 - \tau^2} H(t - \tau) \exp(-i\omega t) dt = \frac{i\pi}{2\omega\tau} H_1^{(2)}(\omega\tau), \quad (5.17)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} (t^2 - \tau^2)^{-1/2} H(t - \tau) \exp(-i\omega t) dt = -\frac{i\pi}{2} H_0^{(2)}(\omega\tau), \quad (5.18)$$

nós obtemos

$$u_1(r, \omega, v_1, v_2) = \frac{F}{2\pi\rho} \cdot \frac{x_1 x_2}{r^2} [G_1(r, \omega, v_1, v_2) + G_2(r, \omega, v_1, v_2)], \quad (5.19)$$

e

$$u_2(r, \omega, v_1, v_2) = \frac{F}{2\pi\rho} \cdot \frac{1}{r^2} [x_2^2 G_1(r, \omega, v_1, v_2) - x_1^2 G_2(r, \omega, v_1, v_2)], \quad (5.20)$$

onde

$$G_1(r, \omega, v_1, v_2) = -\frac{i\pi}{2} \left[\frac{1}{v_1^2} H_0^{(2)} \left(\frac{\omega r}{v_1} \right) + \frac{1}{\omega r v_2} H_1^{(2)} \left(\frac{\omega r}{v_2} \right) - \frac{1}{\omega r v_1} H_1^{(2)} \left(\frac{\omega r}{v_1} \right) \right], \quad (5.21)$$

e

$$G_2(r, \omega, v_1, v_2) = \frac{i\pi}{2} \left[\frac{1}{v_2^2} H_0^{(2)} \left(\frac{\omega r}{v_2} \right) - \frac{1}{\omega r v_2} H_1^{(2)} \left(\frac{\omega r}{v_2} \right) + \frac{1}{\omega r v_1} H_1^{(2)} \left(\frac{\omega r}{v_1} \right) \right]. \quad (5.22)$$

Usando o princípio da correspondência, nós substituimos as velocidades da onda elástica em (5.19) e (5.20) obtendo as velocidades das ondas viscoelásticas. A função de Green para um meio viscoelástico 2-D pode ser expressa como

$$u_1(r, \omega) = \begin{cases} u_1(r, \omega, v_1, v_2), & \omega \geq 0, \\ u_1^*(r, -\omega, v_1, v_2), & \omega < 0, \end{cases} \quad (5.23)$$

e

$$u_2(r, \omega) = \begin{cases} u_2(r, \omega, v_1, v_2), & \omega \geq 0, \\ u_2^*(r, -\omega, v_1, v_2), & \omega < 0. \end{cases} \quad (5.24)$$

Multiplicando com a função fonte e fazendo uma transformada de Fourier inversa, nós obtemos a solução no domínio do tempo (G_1 e G_2 assumem o valor de zero para $\omega = 0$).

6

Experimentos em Modelos Sintéticos

6.1 Modelagem 2-D em meio elástico isotrópico pelo método DF

Com o objetivo de estudarmos a propagação do campo de onda elástica e validar o programa de modelagem numérica, nós escolhemos inicialmente um modelo bi-dimensional elástico que deve representar um material consolidado. O modelo usa uma malha de 400x400 nós e uma malha espacial com dimensões $dx = dz = 10\text{ m}$. O movimento é iniciado por uma força vertical localizada no centro do modelo. Para a força direcional foi usada uma fonte definida por (4.19) com frequência dominante $f_0 = 20\text{ Hz}$, e variação do tempo $t_0 = 0.0008\text{ s}$. O modelo é definido para uma densidade $\rho = 2400\text{ kgm}^{-3}$ e velocidade da onda compresional $v_p = 3200\text{ ms}^{-1}$ e velocidade da onda cisalhante $v_s = 1850\text{ ms}^{-1}$ a Figura (6.1) mostra a componente horizontal u_1 (a) e a componente vertical u_2 (b) para o instante de tempo $t = 0.24\text{ s}$ e a Figura (6.2) mostra a componente horizontal u_1 (a) e a componente vertical u_2 (b) para o instante de tempo $t = 0.48\text{ s}$.

As Figuras (6.3) e (6.4) comparam os sismogramas numéricos e analíticos para uma fonte pontual em $x = 2000\text{ m}$ e $z = 2000\text{ m}$ e o geofone em $x = 2500\text{ m}$ e $z = 2500\text{ m}$ em (a) componente horizontal u_1 e (b) componente vertical u_2 . A Figura (6.5) sobrepoem os sismogramas numérico e analítico das componentes horizontal (a) e vertical (b), onde é possível constatar que os resultados obtidos numericamente e analiticamente são muito próximos, o que valida o algoritmo de modelagem numérica criado nesta pesquisa.

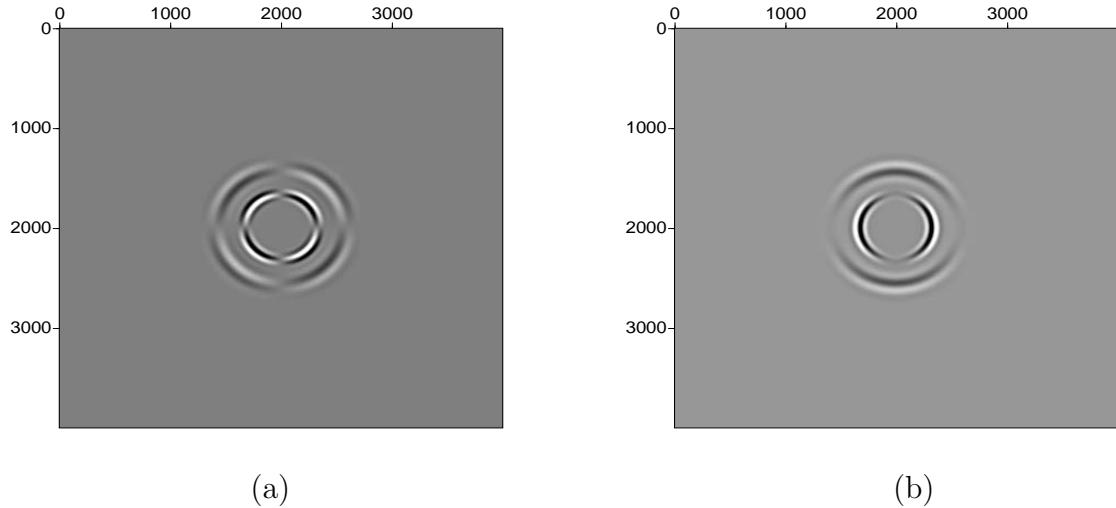


Figura 6.1: *Snapshots* das componentes horizontal u_1 (a) e vertical u_2 (b) para $t = 0.24$ s devido a uma força vertical no meio homogêneo elástico definido. A amplitude da onda S (frente de onda interna) é mais forte que a amplitude da onda P (frente de onda externa) como era esperado.

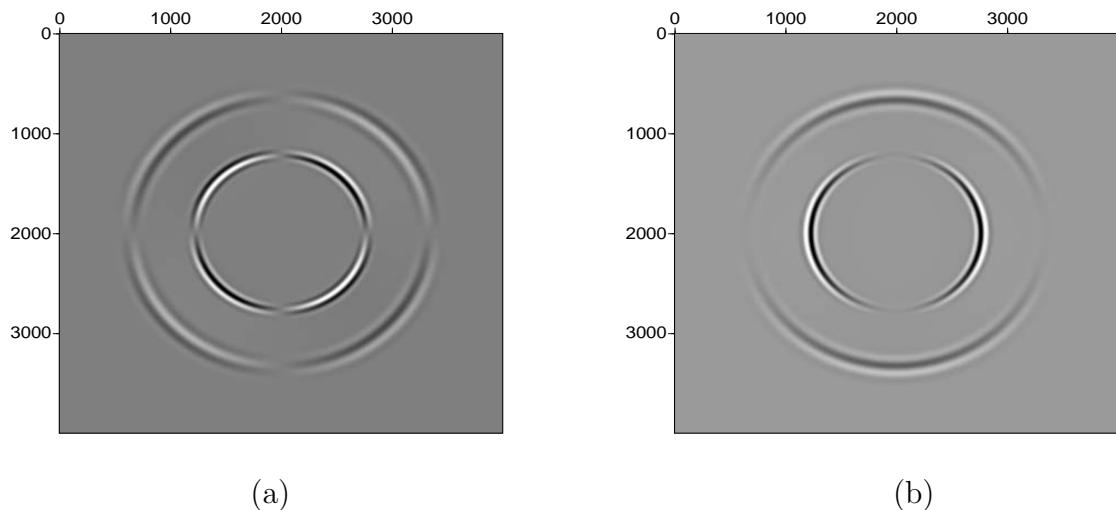


Figura 6.2: *Snapshots* das componentes horizontal u_1 (a) e vertical u_2 (b) para $t = 0.48$ s devido a uma força vertical no meio homogêneo elástico definido. A amplitude da onda S (frente de onda interna) é mais forte que a amplitude da onda P (frente de onda externa) como era esperado.

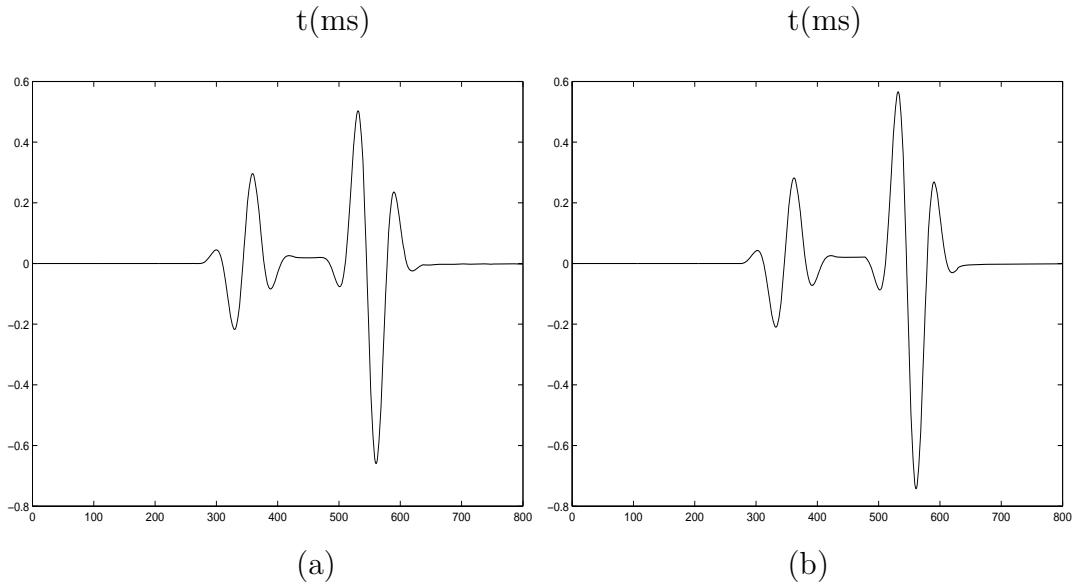


Figura 6.3: traço sísmico da componente horizontal u_1 numérico (a) e analítico (b) no meio homogêneo elástico definido.

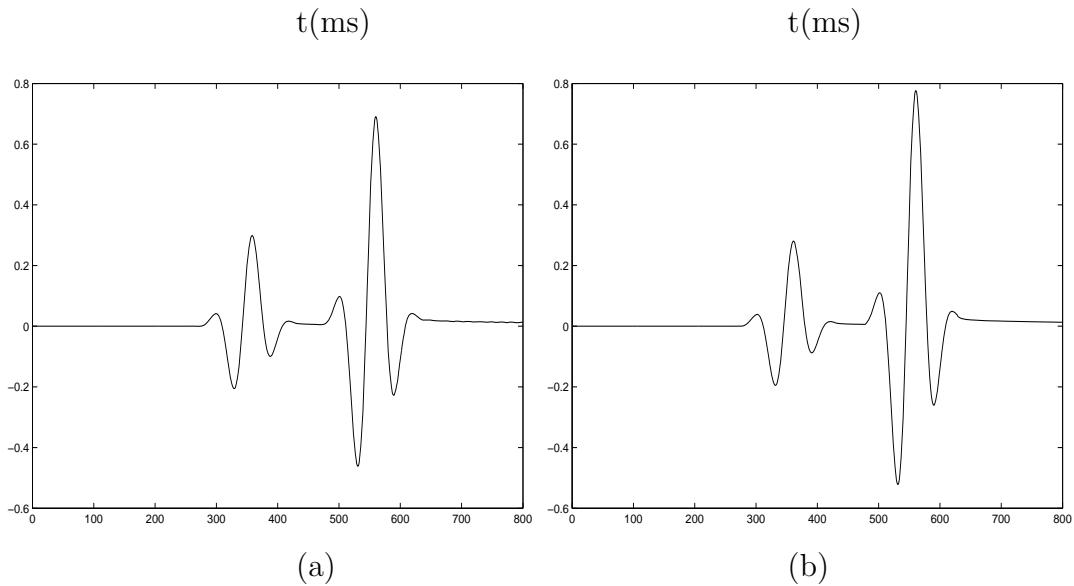


Figura 6.4: traço sísmico da componente vertical u_2 numérico (a) e analítico (b) no meio homogêneo elástico definido.

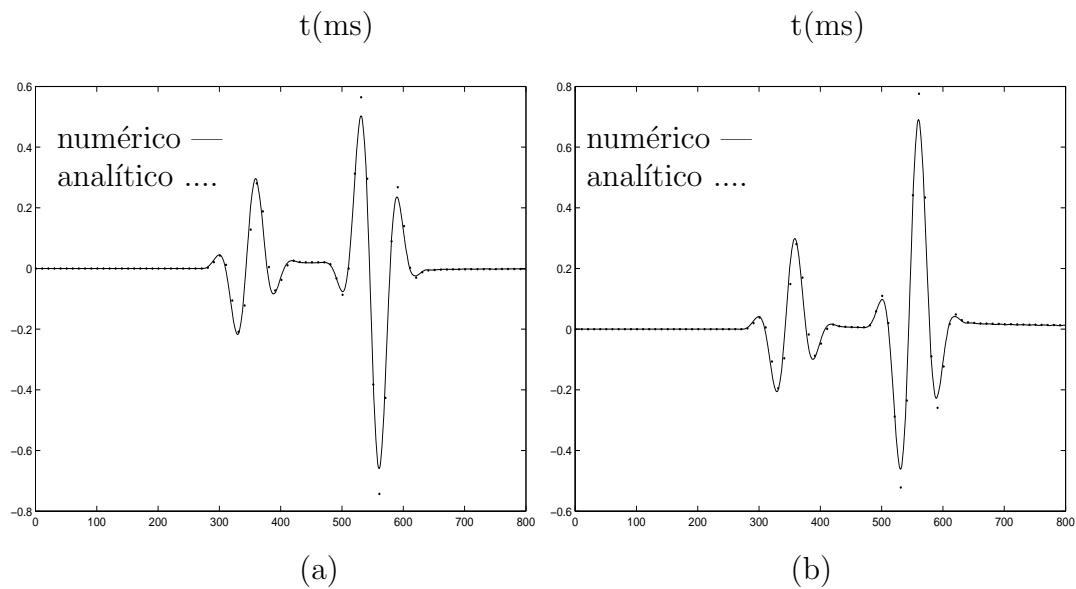


Figura 6.5: traço sísmico analítico e numérico da componente horizontal u_1 (a) e componente vertical u_2 (b) no meio homogêneo elástico definido.

6.2 Modelagem 2-D em meio elástico anisotrópico pelo método DF

Analizando agora a propagação do campo de onda elástica anisotrópico inserindo os parâmetros $\delta = -0.1$ e $\epsilon = 0.225$ no modelo bi-dimensional anterior caracterizando uma fraca anisotropia.

As Figuras (6.6) mostram a componente horizontal u_1 (a) e a componente vertical u_2 (b) para o intervalo de tempo $t = 0.48\ s$ e a Figura (6.7) mostra a componente u_2 numérico (a) e a componente u_2 analítico (b) no meio homogêneo elástico anisotrópico definido.

A Figura (6.8) mostra simultaneamente o traço sísmico numérico e analíticos para uma fonte pontual em $x = 2000\ m$ e $z = 2000\ m$ e o geofone em $x = 2500\ m$ e $z = 2500\ m$, essa sobreposição dos sismogramas torna possível constatar que os resultados obtidos numericamente e analiticamente são aproximadamente iguais, o que valida o algoritmo de modelagem que simula meios elásticos anisotrópicos desenvolvido com a técnica numérica das diferenças finitas, criado nesta pesquisa.

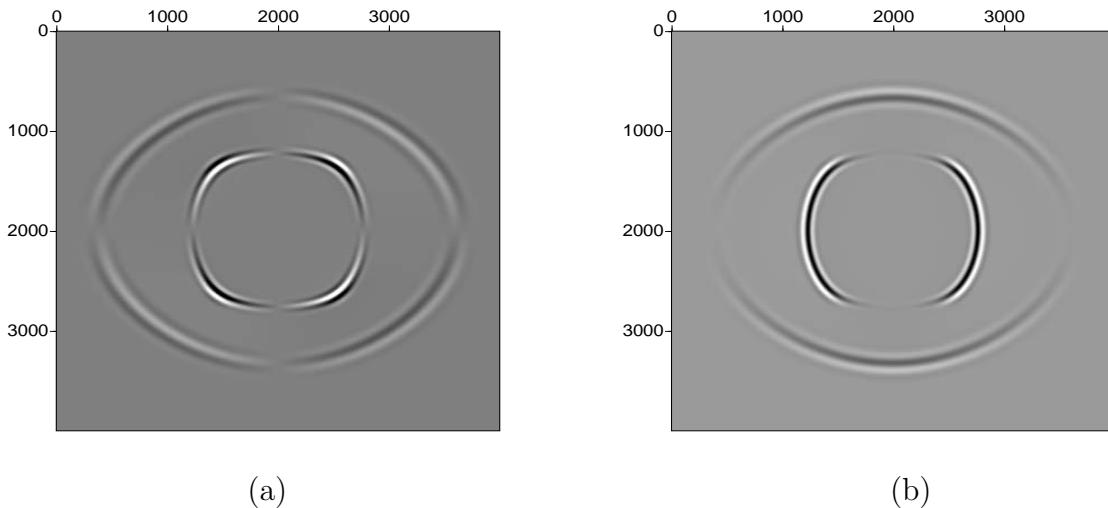


Figura 6.6: Componente u_1 (a) e componente u_2 (b) em $t = 0.48\ s$ devido a força vertical no meio homogêneo elástico anisotrópico definido, onde podemos observar as ondas qP e qSV.

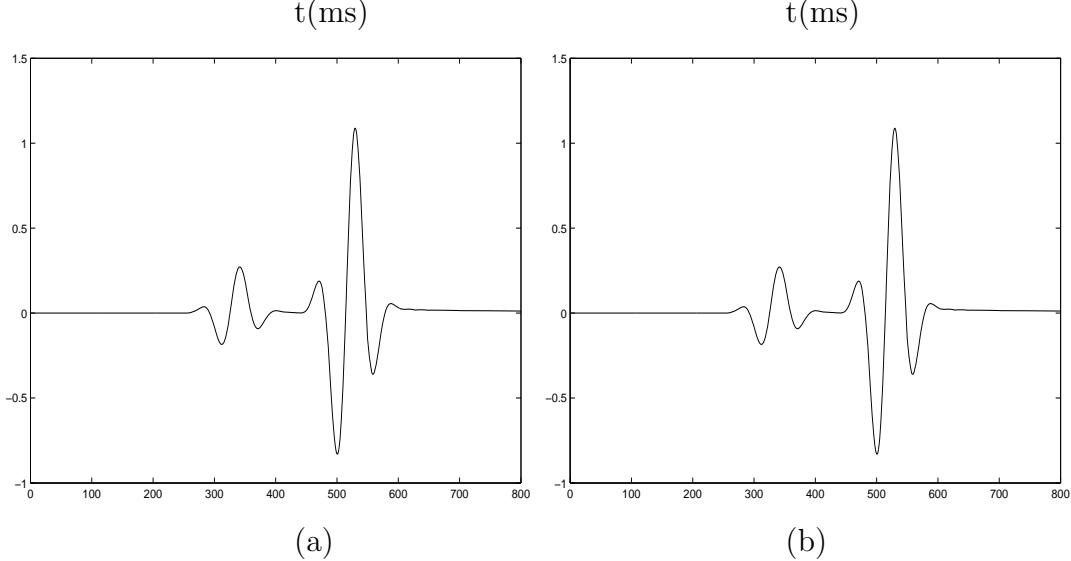


Figura 6.7: traço sísmico da componente u_2 numérico (a) e analítico (b) no meio homogêneo elástico anisotrópico definido.

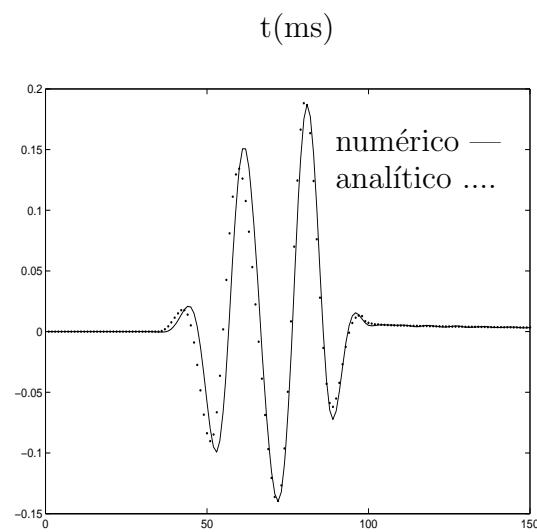


Figura 6.8: traço sísmico analítico e numérico da componente u_2 no meio homogêneo elástico anisotrópico definido.

6.3 Modelagem 2-D em meio viscoelástico pelo método DF

Procedendo de forma análoga a propagação no meio elástico inicialmente comparamos os sismogramas gerados pelo programa numérico em um meio homogêneo isotrópico e também no caso anisotrópico com a modelagem analítica.

O modelo usa uma malha de 800x800 nós e cada célula da malha espacial tem dimensões $\Delta x = \Delta z = 10\text{ m}$. O movimento é iniciado por uma força vertical localizada no centro do modelo. Para a força direcional foi usada uma fonte definida por:

$$F(t) = \exp[-nf_0^2(t - t_0^2)\cos(\epsilon\pi)f_0(t - t_0)] \quad (6.1)$$

onde, $f_0 = 20\text{ Hz}$ é a freqüência de corte, $t_0 = 0.001\text{ s}$ é a variação do tempo e n e ϵ são constantes. O modelo é definido para uma densidade $\rho = 2400\text{ kgm}^{-3}$, velocidade da onda compresional $v_p = 3000\text{ ms}^{-1}$ e velocidade da onda cisalhante $v_s = 1850\text{ ms}^{-1}$. As Figuras (6.9) mostram a componente horizontal u_1 (a) e a componente vertical u_2 (b) no instante de tempo $t = 1.0\text{ s}$.

As Figuras (6.10) e (6.11) comparam os sismogramas numéricos e analíticos para uma fonte pontual em $x = 4410\text{ m}$ e $z = 4410\text{ m}$ e o geofone em $x = 5000\text{ m}$ e $z = 4000\text{ m}$ em (a) componente horizontal u_1 e (b) componente vertical u_2 . A Figura (6.12) sobrepõem os sismogramas numérico e analítico das componentes horizontal (a) e vertical (b), onde é possível constatar que os resultados obtidos numericamente e analiticamente são idênticos, tanto no tempo de trânsito, como na amplitude e fase dos eventos, o que valida o algoritmo de modelagem criado nesta pesquisa.

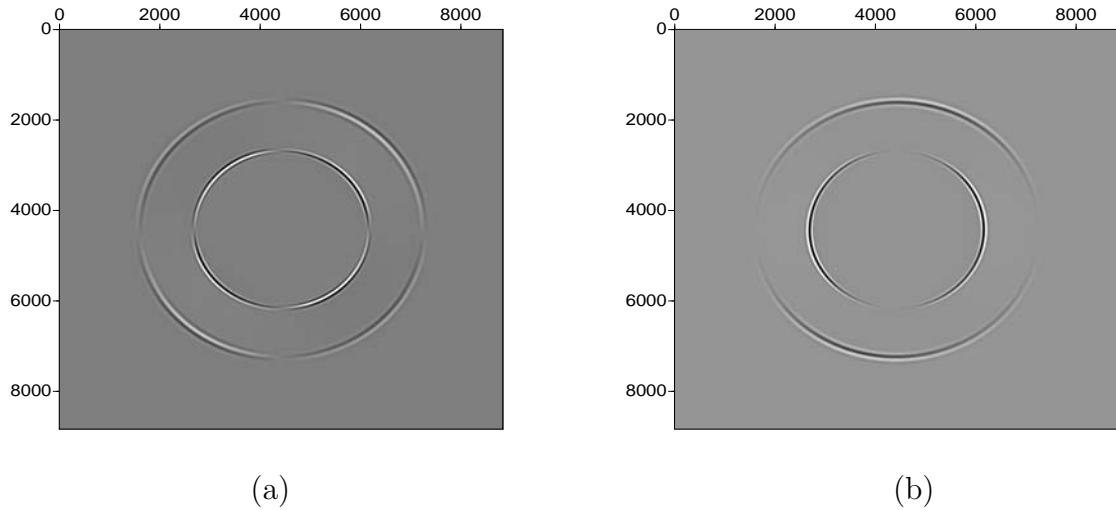


Figura 6.9: Snapshots das componentes horizontal u_1 (a) e vertical u_2 (b) para $t = 1.0$ s devido a uma força vertical no meio homogêneo viscoelástico definido.

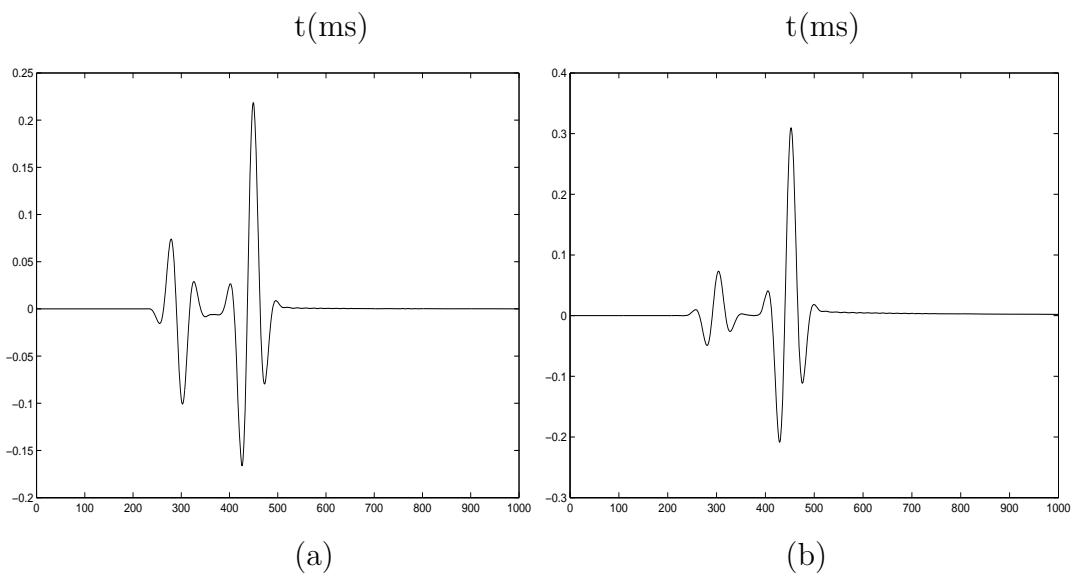


Figura 6.10: traço sísmico numérico da componente horizontal u_1 (a) e vertical u_2 (b) no meio homogêneo viscoelástico definido.

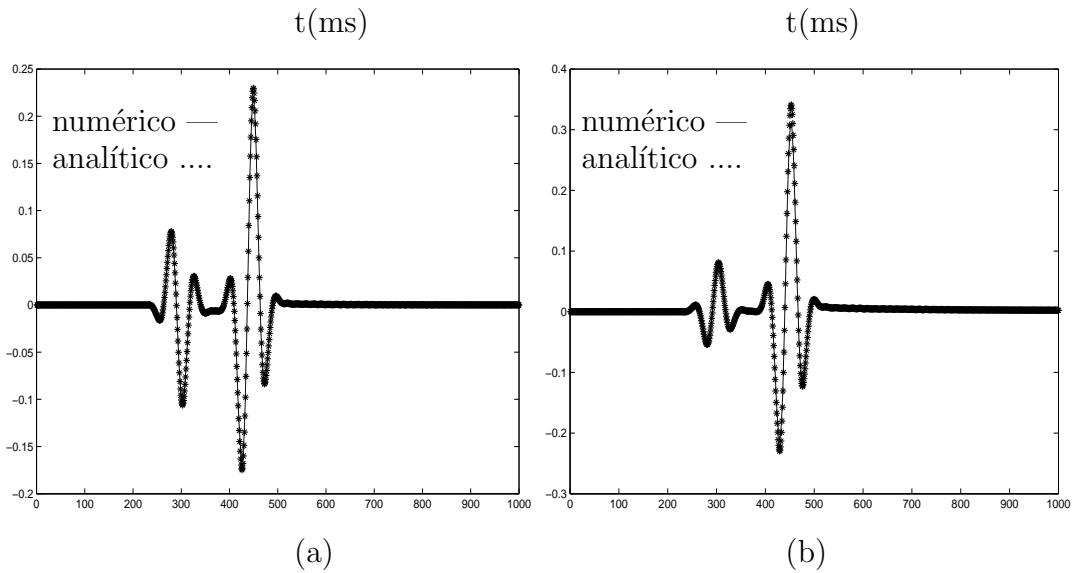


Figura 6.11: traço sísmico analítico e numérico da componente horizontal u_1 (a) e componente vertical u_2 (b) no meio homogêneo viscoelástico isotrópico definido.

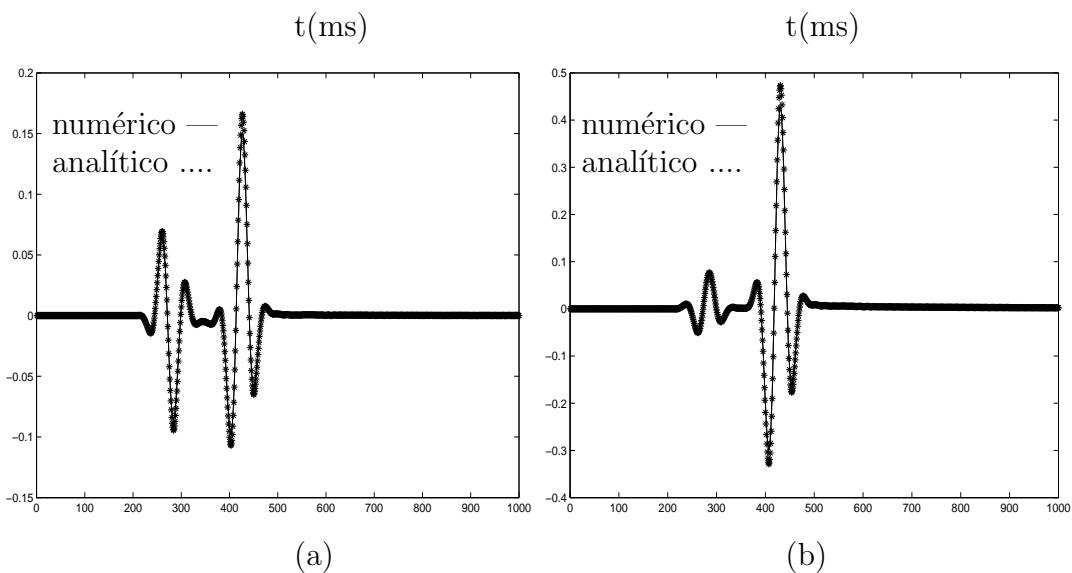


Figura 6.12: traço sísmico analítico e numérico da componente horizontal u_1 (a) e componente vertical u_2 (b) no meio homogêneo viscoelástico anisotrópico definido.

6.4 Resultados

Os simogramas que serão apresentados a seguir foram gerados com o algoritmo de modelagem numérica que emprega o método das diferenças finitas, portanto, a equação da onda utilizada terá as derivadas espaciais substituídas por operadores de diferenças finitas de quarta ordem e as derivadas temporais por operadores de diferenças finitas de segunda ordem. O algoritmo modela as ondas P e S em camadas isotrópicas e qP , qS em camadas anisotrópicas, gerando diferentes eventos como, as ondas convertidas, nos modelos isotrópicos e anisotrópicos, respectivamente.

Na geração dos dados sintéticos, os parâmetros que caracterizam o meio anisotrópico ϵ e δ são extraídos de (Thomsen, 1986). Para cada modelo geológico anisotrópico utilizado, é também gerado um equivalente isotrópico, o qual é simulado assumindo os parâmetros ϵ e δ iguais a zero.

6.4.1 Modelo de duas camadas planas e horizontais

A Figura (6.13) mostra o modelo geológico de duas camandas planas e horizontais representando meios elástico isotrópico e anisotrópico, assim como viscoelástico isotrópico e anisotrópico. Nos modelos anisotrópicos, temos uma anisotropia do tipo “Dog Creek Shale”, que é um meio considerado fracamente anisotrópico, com $\epsilon = 0,22$ e $\delta = 0,05$, já para os meios isotrópicos $\epsilon = \delta = 0$. As propriedades do meio estão indicadas na tabela (6.1), vale ressaltar que para os modelos elásticos os parâmetros Q_P e Q_S não são utilizados.

Tabela 6.1: Propriedades do material do modelo de duas camadas planas e horizontais

meio	$V_p(m/s)$	$V_s(m/s)$	$\rho(kg/m^3)$	Q_p	Q_s
1	2600	1800	2000	40	30
2	3000	1900	2420	100	78

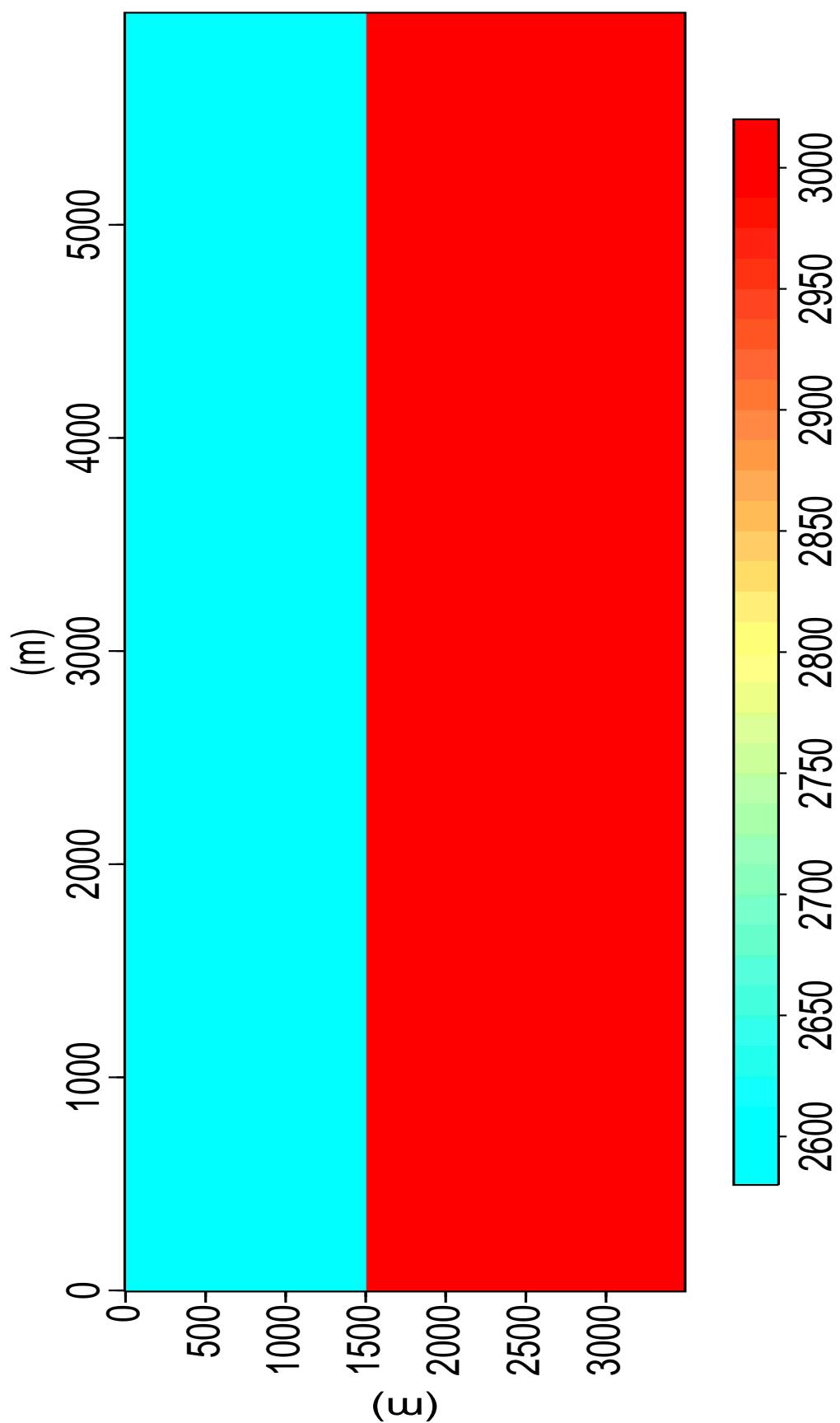


Figura 6.13: Modelo sísmico de velocidade compressional de duas camadas com interface horizontal.

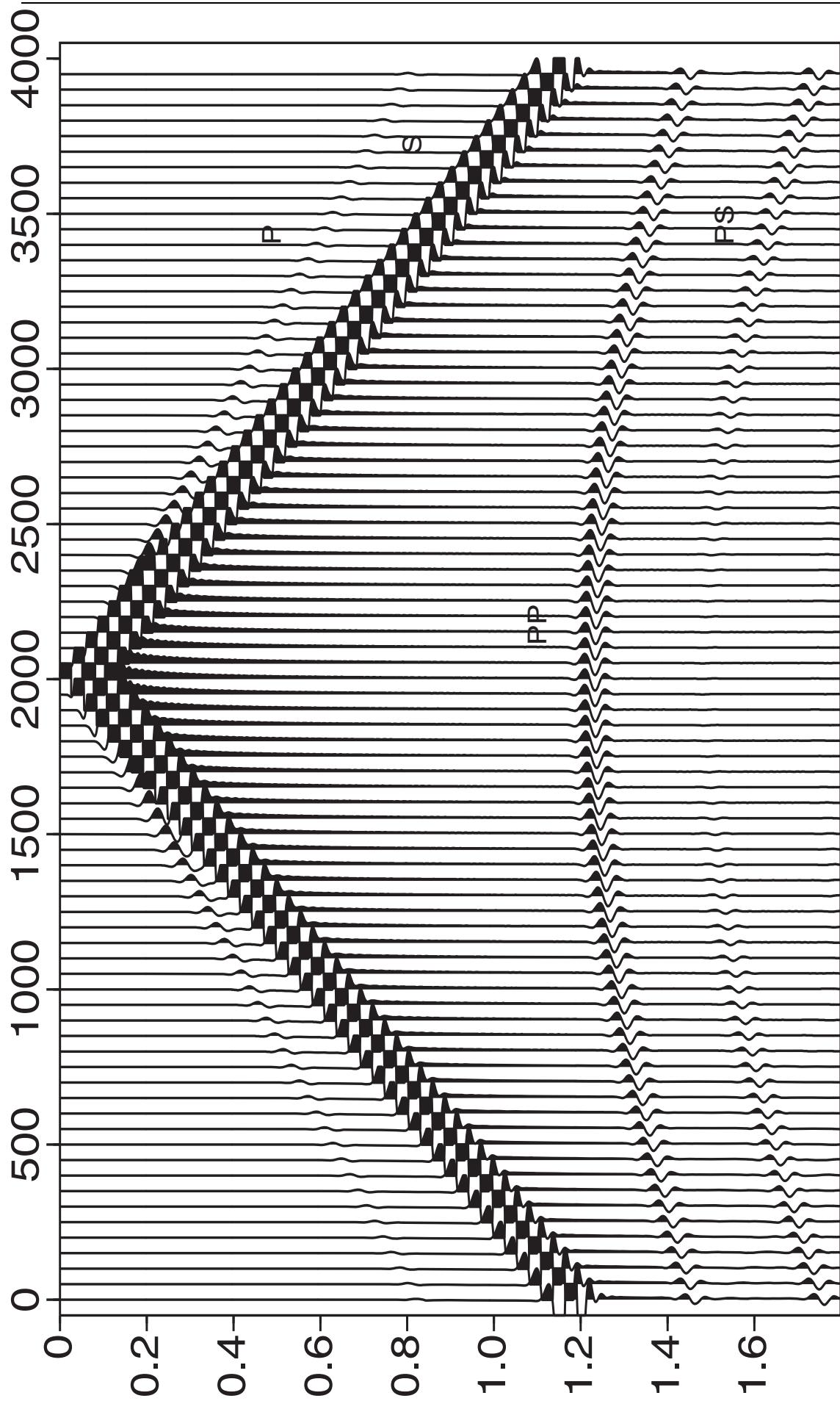


Figura 6.14: Sismograma elástico isotrópico da componente u_z gerado sobre o modelo geológico de duas camadas horizontais
 $\Delta t = 0.001$ s, $\Delta z = \Delta x = 10$ m.

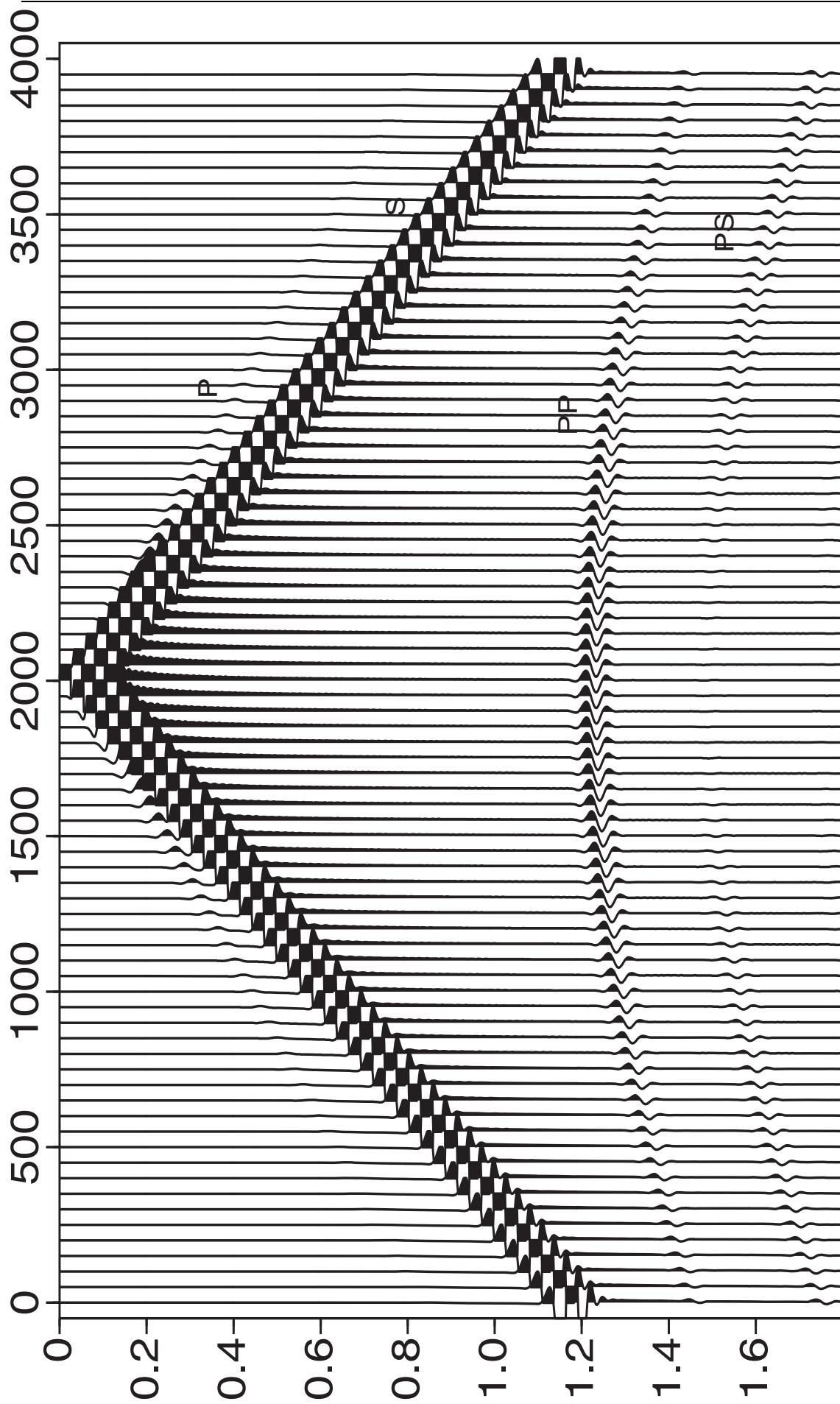


Figura 6.15: Sismograma viscoelástico isotrópico da componente u_z gerado sobre o modelo geológico de duas camadas horizontais $\Delta t = 0.001$ s, $\Delta x = \Delta z = 10$ m.

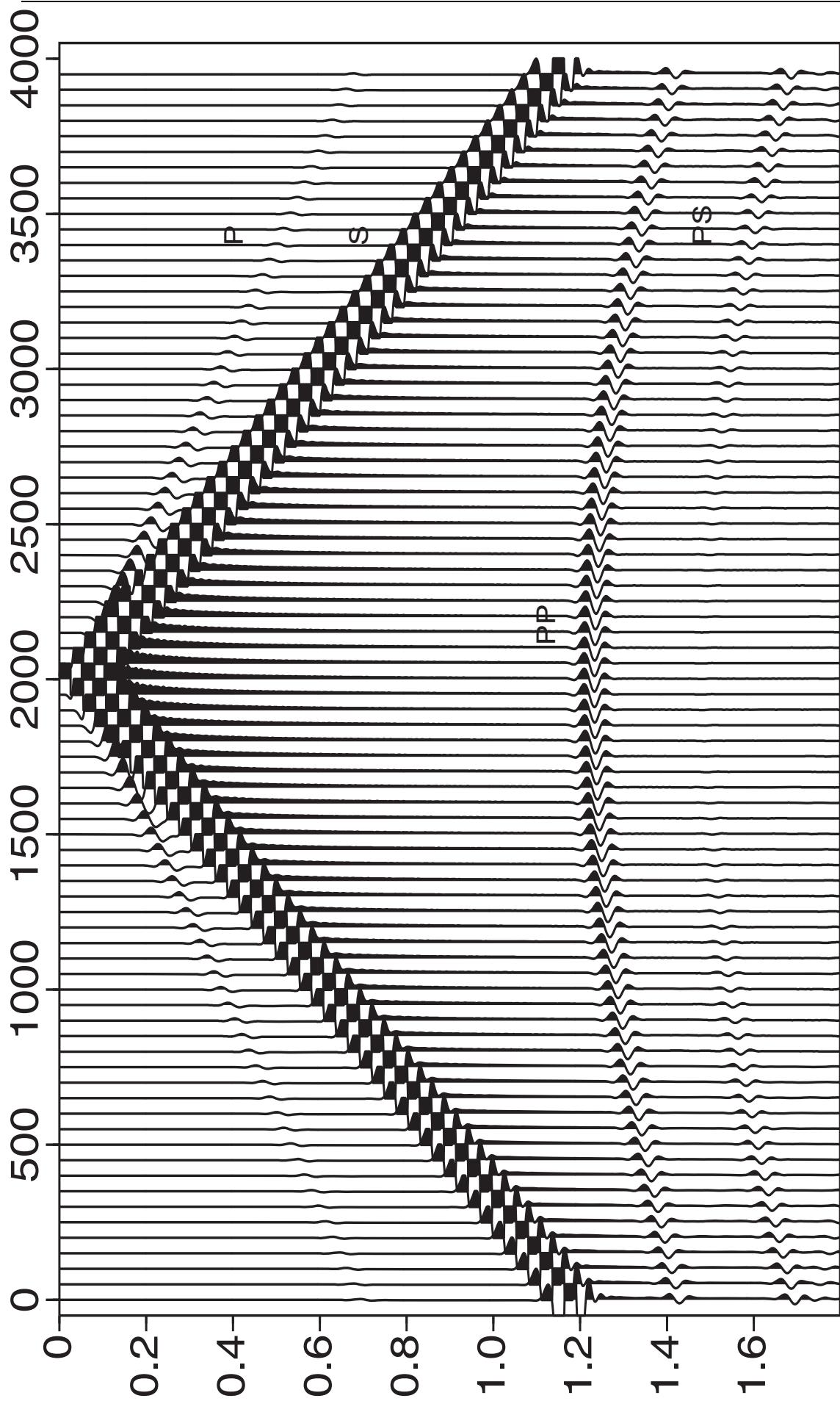


Figura 6.16: Sismograma elástico anisotrópico da componente u_x gerado sobre o modelo geológico de duas camadas horizontais $\Delta t = 0.001$ s, $\Delta x = \Delta z = 10$ m.

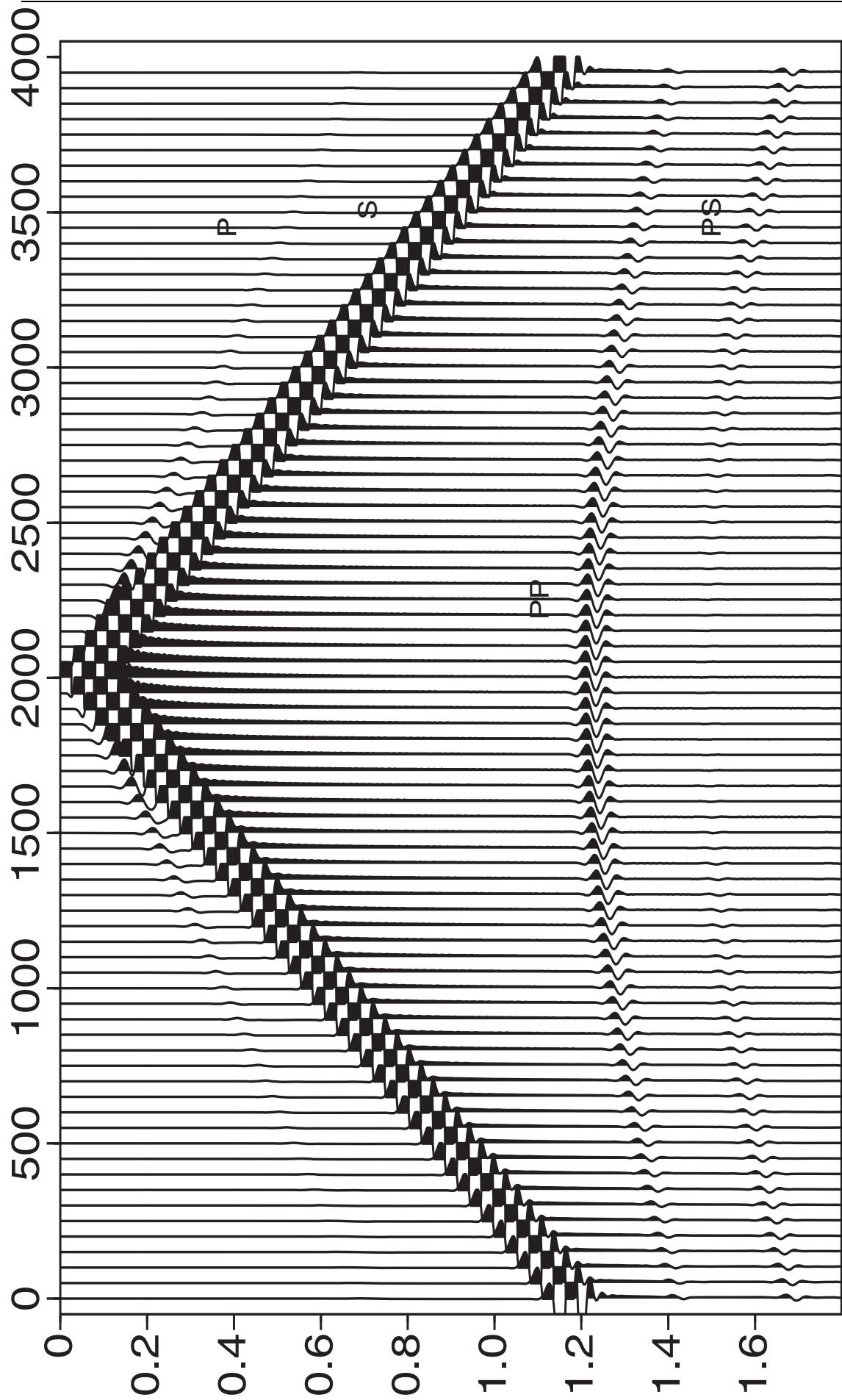


Figura 6.17: Sismograma viscoelástico anisotrópico da componente u_z gerado sobre o modelo geológico de duas camadas horizontais $\Delta t = 0.001\text{ s}$, $\Delta x = \Delta z = 10\text{ m}$.

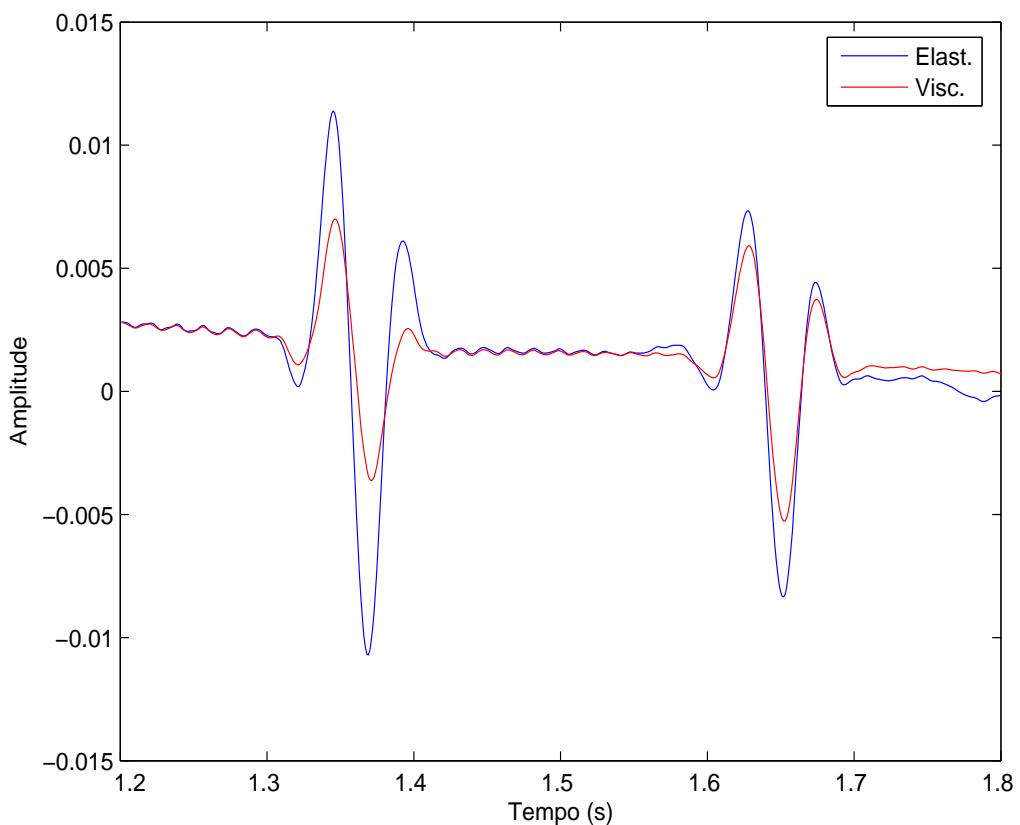


Figura 6.18: traço sísmico elástico e viscoelástico isotrópico da componente u_z gerado sobre o modelo sísmico de velocidade compressional de duas camadas horizontais $\Delta t = 0.001\text{ s}$, $\Delta x = \Delta z = 10\text{ m}$. Com a fonte em $(0, 2000)$ e o geofone em $(0, 3500)$.

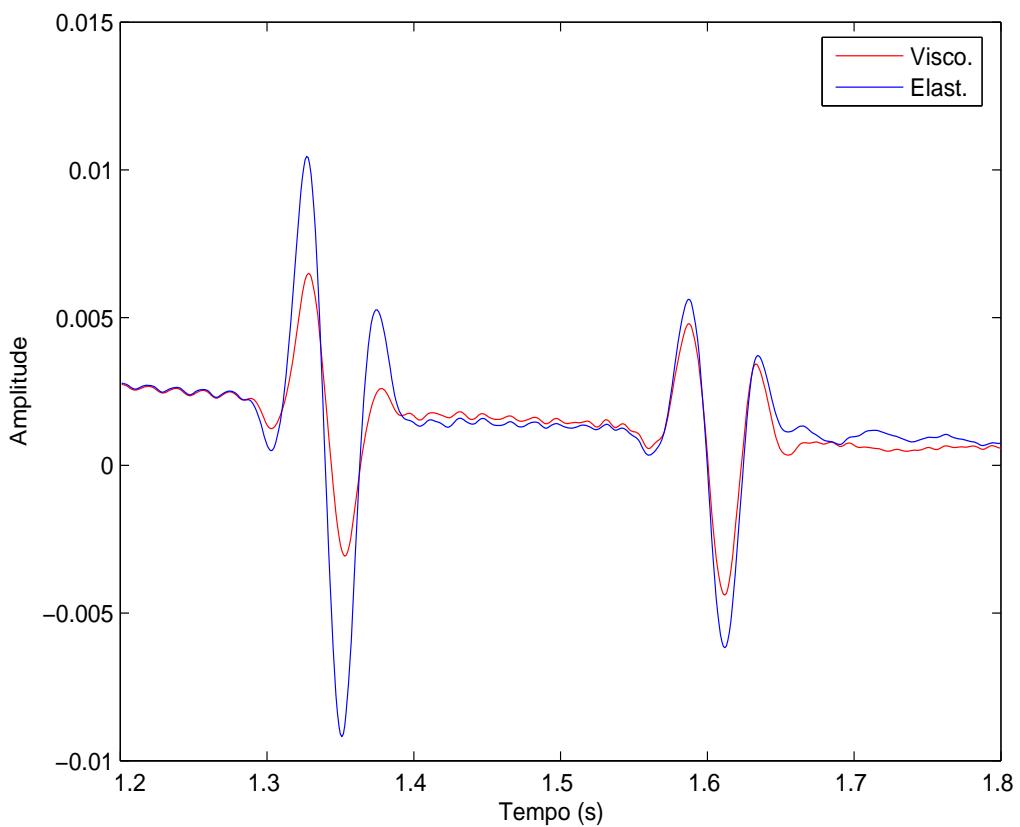


Figura 6.19: traço sísmico elástico e viscoelástico anisotrópico da componente u_z gerado sobre o modelo sísmico de velocidade compressional de duas camadas horizontais $\Delta t = 0.001\text{ s}$, $\Delta x = \Delta z = 10\text{ m}$. Com a fonte localizada em $(0, 2000)$ e o geofone em $(0, 3500)$.

Os sismogramas, da componente vertical do campo de onda, para o modelo de duas camadas planas horizontais, foram gerados com as fontes e os receptores na superfície com intervalo de amostragem no tempo de 0.001 s , espaçamento vertical e horizontal de 10 m e freqüência dominante de 20 Hz . A fonte está localizada na superfície do modelo em $x = 3000\text{ m}$, são utilizados 100 geofones, onde o primeiro está em $x = 1000\text{ m}$, com 40 m de espaçamento entre geofones.

Com o objetivo de mostrar as diferenças entre os quatro sismogramas gerados, inicialmente por uma onda elástica que propaga em um meio isotrópico, ora pela propagação da onda em um meio transversalmente isotrópico, e ainda pela propagação em um meio isotrópico e viscoelástico e, finalmente, através de um meio transversalmente isotrópico apresentando o comportamento viscoelástico, foram gerados os quatro sismogramas apresentados nas Figuras (6.14, 6.15, 6.16 e 6.17). Podemos agora vislumbrar os efeitos que estes quatro diferentes meios causam nas ondas diretas e refletidas P e S . Comparando os sismogramas das Figuras (6.14) e (6.16), pode-se observar o efeito da anisotropia nos dados, ou seja a variação da velocidade de propagação da onda com o ângulo de propagação, fato que é evidente nos tempos de registros mais afastados, por exemplo, o tempo de registro, na posição de maior afastamento (2000 m), da onda PP , considerando o meio elástico isotrópico, é aproximadamente $1,5\text{ s}$ e o tempo de registro da onda PP no meio elástico anisotrópico é aproximadamente $1,4\text{ s}$. A onda convertida P ou evento PS , também revela uma diferença no tempo de chegada, no caso, de aproximadamente $0,1\text{ s}$, considerando o afastamento de 2000 m . Comparando os sismogramas das Figuras (6.14 e 6.15) podemos notar o efeito da viscosidade, principalmente para os tempos de registros mais distantes e com maior ângulo de propagação, ou seja, existe uma maior atenuação da amplitude da onda direta P , e das ondas refletidas, PP e PS no meio viscoelástico em relação a estas mesmas ondas no meio elástico, o que é mais evidente quando observamos as Figuras (6.18 e 6.19).

Na figura (6.18) comparamos os resultados numérico isotrópico dos sismogramas elástico com o viscoelástico, onde podemos perceber de maneira mais nítida a semelhança na forma do pulso sísmico, bem como a diferença de amplitude causada pela viscoelasticidade; comparamos os resultados numéricos anisotrópico dos sismogramas elástico com o viscoelástico, que como era de se esperar a semelhança na forma do pulso sísmico, assim como a diferença de amplitude causada pela viscoelasticidade, vide Figura (6.19), são facilmente perceptíveis.

6.4.2 Modelo de duas camadas com uma interface inclinada

Nesse modelo geológico de duas camadas e uma interface inclinada representando meios elástico isotrópico e anisotrópico, assim como viscoelástico isotrópico e anisotrópico, com as mesmas propriedades descritas na tabela (6.1) e representado em sua geometria pela Figura (6.20), tentamos observar os efeitos causados tanto pela anisotropia quanto pela viscosidade em um meio com interface inclinada.

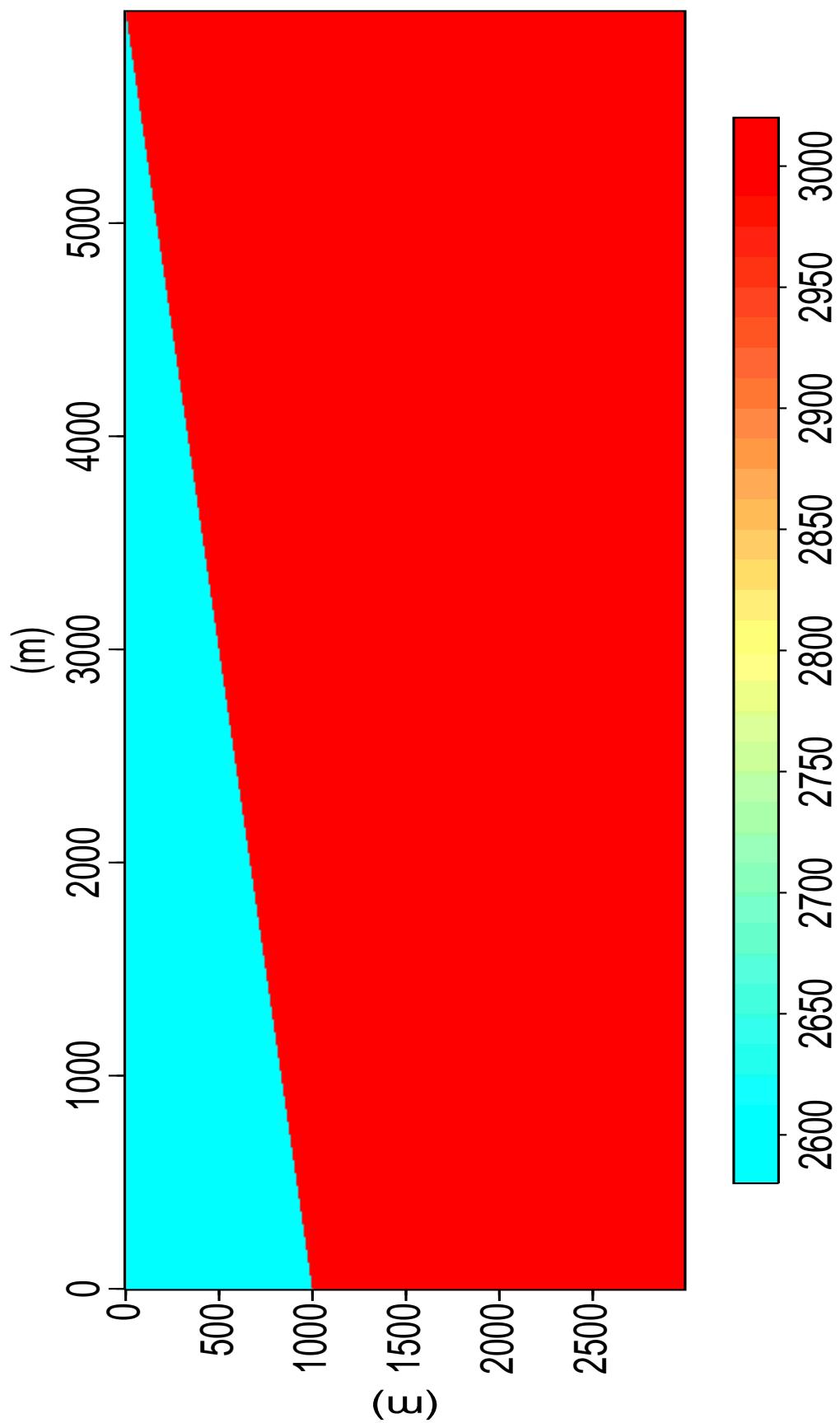


Figura 6.20: Modelo sísmico de velocidade compressional de duas camadas com uma interface inclinada.

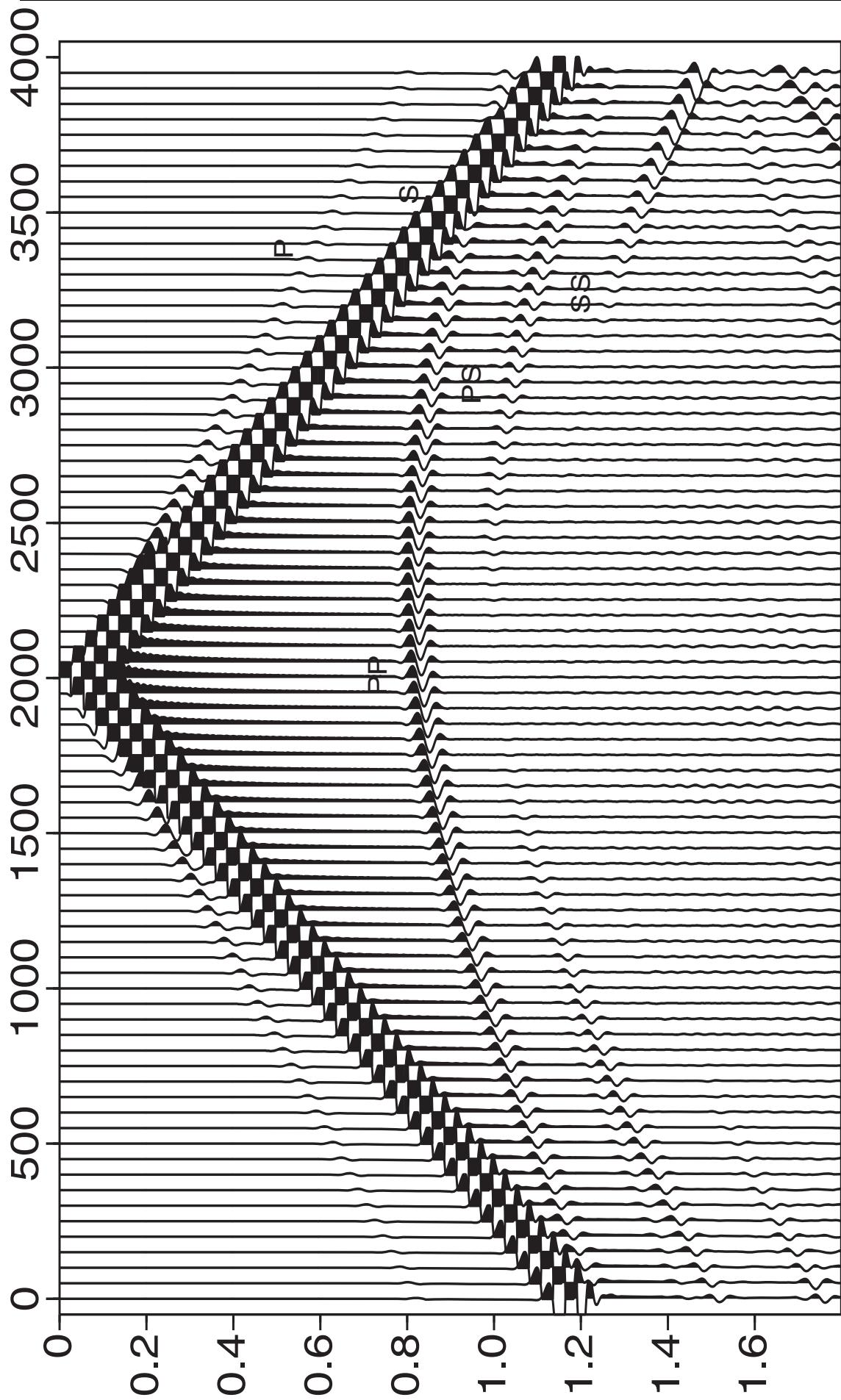


Figura 6.21: Sismograma elástico isotrópico da componente u_z gerado sobre o modelo sísmico de velocidade compressional de duas camadas com uma interface inclinada $\Delta t = 0.001$ s, $\Delta x = \Delta z = 10$ m.

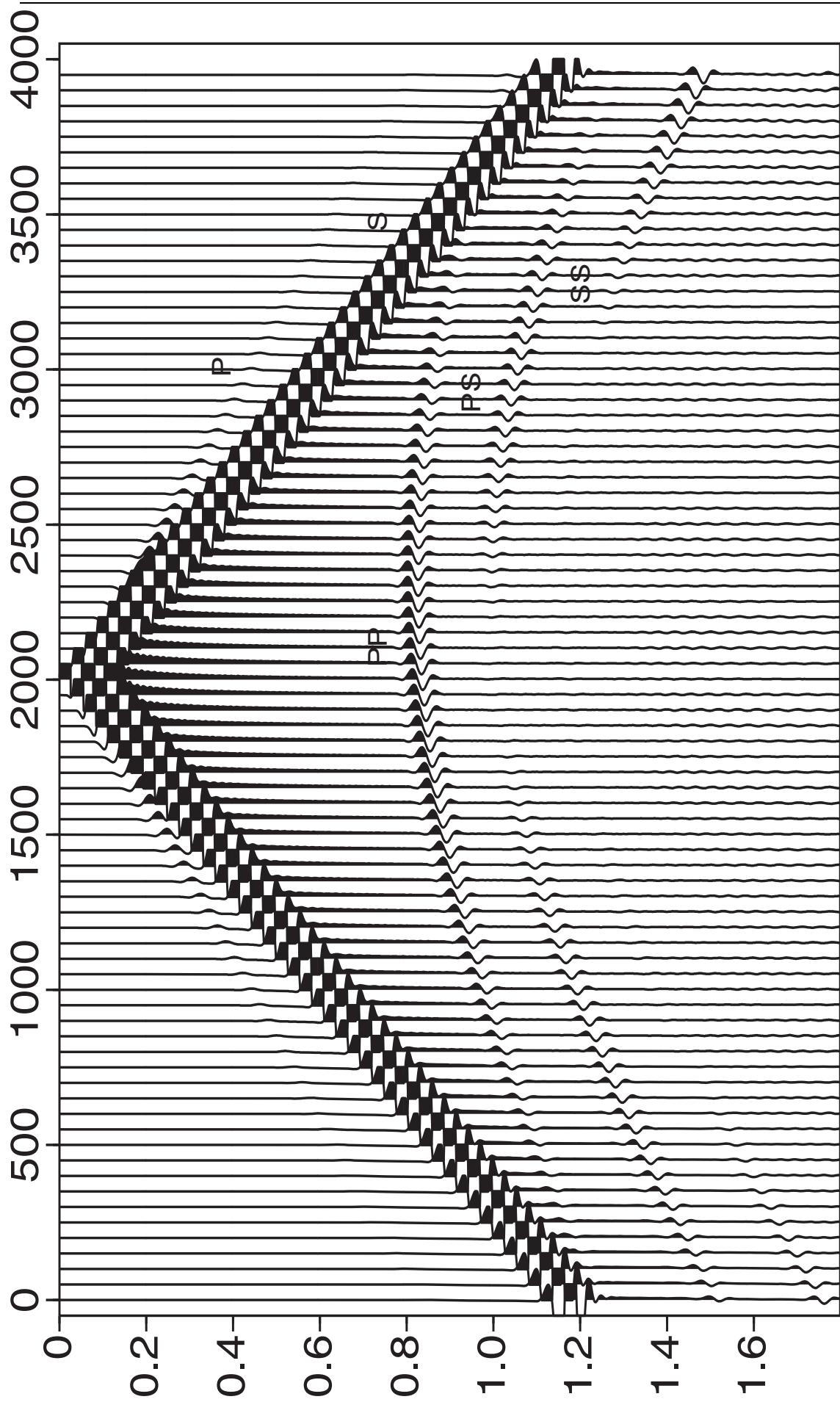


Figura 6.22: Sismograma viscoelástico isotrópico da componente u_z gerado sobre o modelo sísmico de velocidade compresional de duas camadas com uma interface inclinada $\Delta t = 0.001\text{ s}$, $\Delta x = \Delta z = 10\text{ m}$.

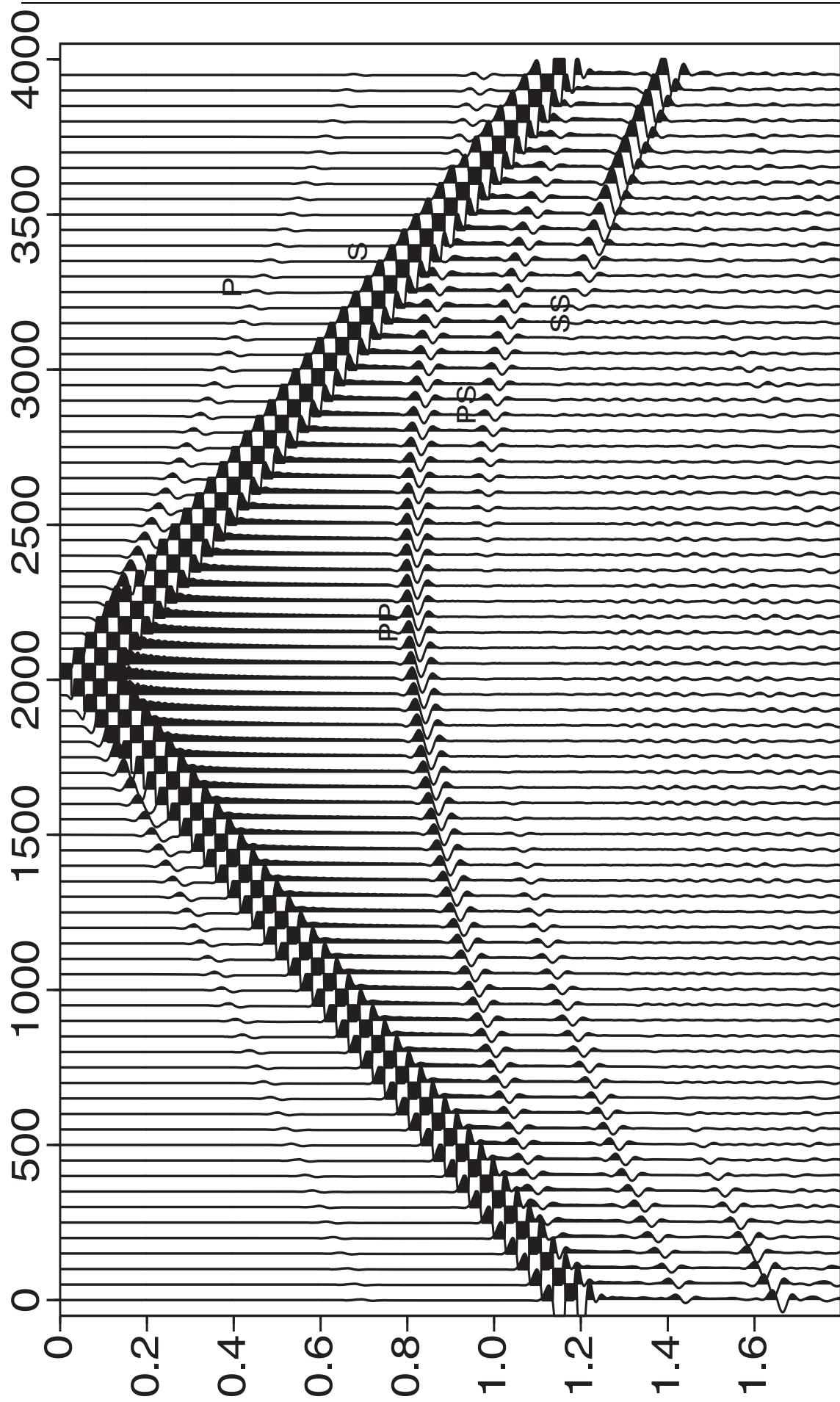


Figura 6.23: Sismograma elástico anisotrópico da componente u_x gerado sobre o modelo sísmico de velocidade compressional de duas camadas com uma interface inclinada $\Delta t = 0.001$ s, $\Delta z = \Delta x = 10$ m.

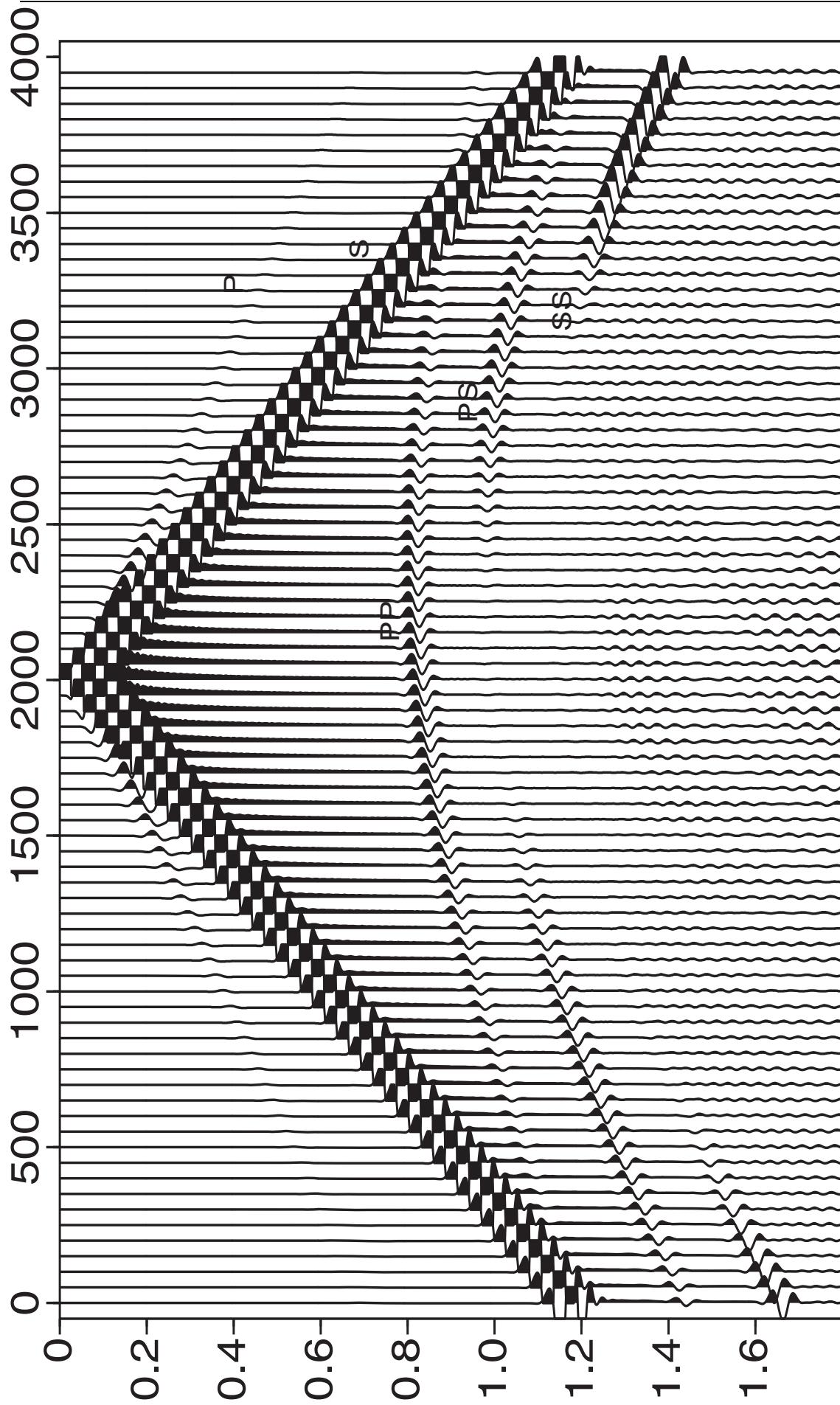


Figura 6.24: Sismograma viscoelástico anisotrópico da componente u_x gerado sobre o modelo sísmico de velocidade compressional de duas camadas com uma interface inclinada $\Delta t = 0.001$ s, $\Delta x = \Delta z = 10$ m.

Da mesma forma que no modelo anterior, vamos comparar os sismogramas da Figura (6.21) com a Figura (6.23), os quais foram gerados considerando modelos elástico isotrópico e elástico anisotrópico, respectivamente; e os sismogramas da Figura (6.22) com a Figura (6.24), os quais foram modelados considerando meios viscoelásticos isotrópico e anisotrópico, respectivamente. Com essas comparações observa-se uma diminuição dos tempos de transito da propagação sísmica efeito esse provocado pela anisotropia, por exemplo o tempo de registro da onda PS na posição de maior afastamento 2000 m no meio elástico isotrópico é aproximadamente 1,5 s e o tempo de registro da onda PS no meio elástico anisotrópico é aproximadamente 1,4 s. A mesma variação dos tempos de registros pode ser observada nos modelos viscoelástico isotrópico e viscoelástico anisotrópico, respectivamente.

Os efeitos causados pela viscoelasticidade nos sismogramas gerados, tanto no modelo isotrópico como no anisotrópico são facilmente perceptíveis se comparados. Nos sismogramas da Figura (6.21) e da Figura (6.22), pode-se observar uma maior atenuação da amplitude da onda P direta, no meio viscoelástico em relação a essa mesma onda no meio elástico, assim como para as ondas refletidas PP , PS e ainda podemos notar uma leve atenuação da onda refletida SS . Esse mesmo efeito é observado quando comparamos os sismogramas da Figura (6.23) com a Figura (6.24).

6.4.3 Modelo de uma trapa anticlinal

Neste exemplo, um sismograma do tipo família de tiro comum (“common-shot-gather”) registrado sobre uma estrutura complexa, apresentando uma larga faixa de valores de velocidades sísmicas e de fatores de qualidade, porém constantes em cada camada, são computados. O modelo geológico é representado na Figura 6.25. As propriedades físicas das camadas estão indicadas na Tabela 6.2. Os fatores de qualidade são valores constantes para uma freqüência dominante de 20 Hz.

Tabela 6.2: Propriedades do material do modelo de uma trapa anticlinal, (Tal-Ezer et al.)

meio	$V_p(m/s)$	$V_s(m/s)$	$\rho(kg/m^3)$	Q_p	Q_s
1	2600	1500	2400	80	30
2	3200	1850	2530	100	60
3	4000	2300	2670	120	80
4	5200	3000	2850	250	120
5	3650	2100	2610	30	10
6	4300	2480	2720	60	30
7	6000	3460	2960	300	250

Sismogramas sintéticos são calculados para uma fonte pontual localizada no topo da primeira camada em $x = 4420\text{ m}$. Usando o arranjo do tipo “split-spread” simétrico com afastamento mínimo de 40m e o afastamento entre a fonte e primeiro geofone de 2000m , posicionamos os geofones no topo do modelo. É usado uma grade de $Nx = 884$ e $Nz = 884$, com espaçamento horizontal e vertical de $dx = dz = 10\text{ m}$. Para comparação, a resposta elástica é também computada com as mesmas velocidades dadas na Tabela (6.2) . As respostas sísmicas são mostradas nas Figuras (6.26) e Figuras (6.27).

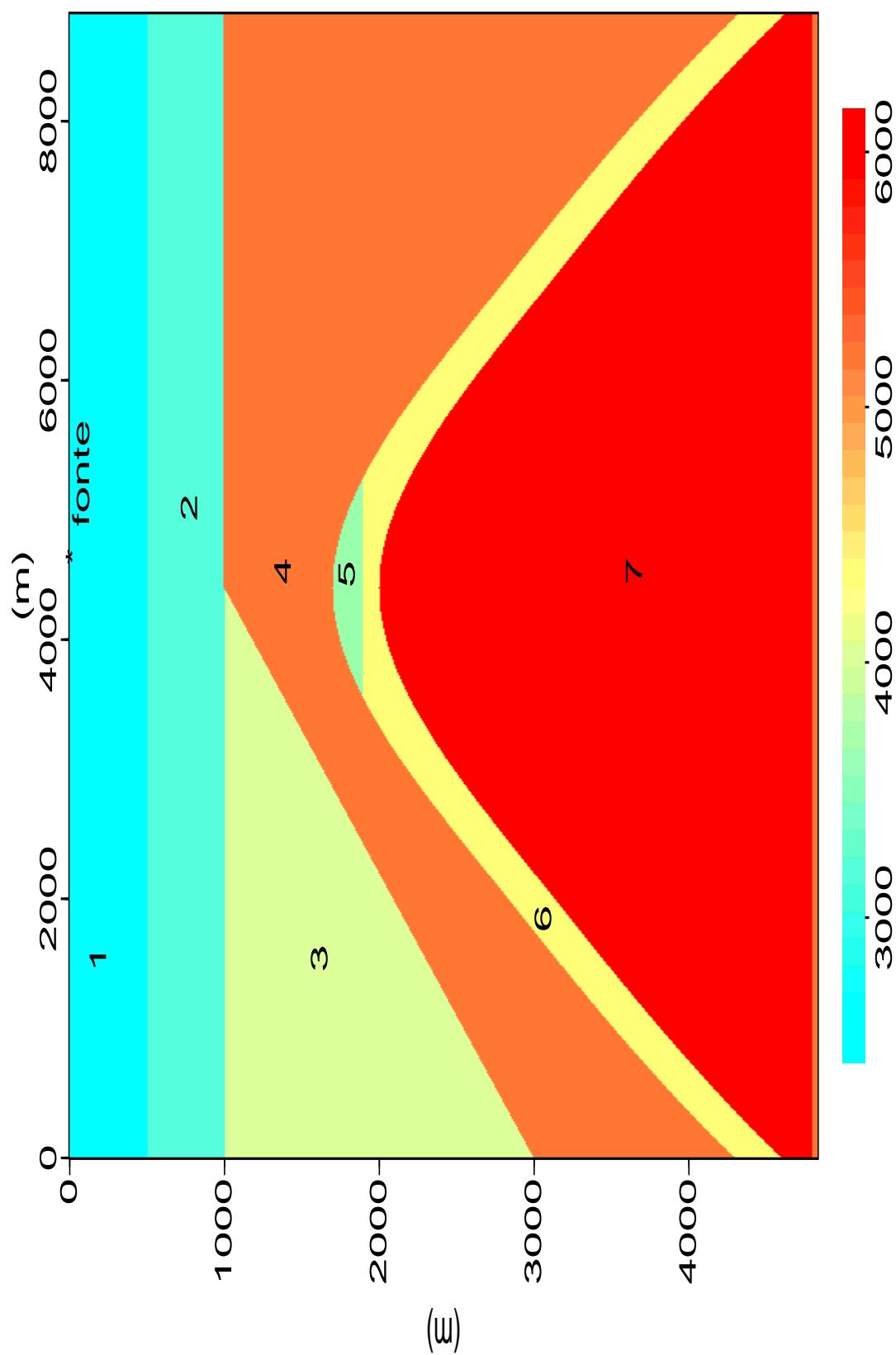


Figura 6.25: Modelo geológico de uma trapa anticlinal. Os números indicam o meio para cada propriedade dada na tabela 6.2, (Tal-Ezer et al.).

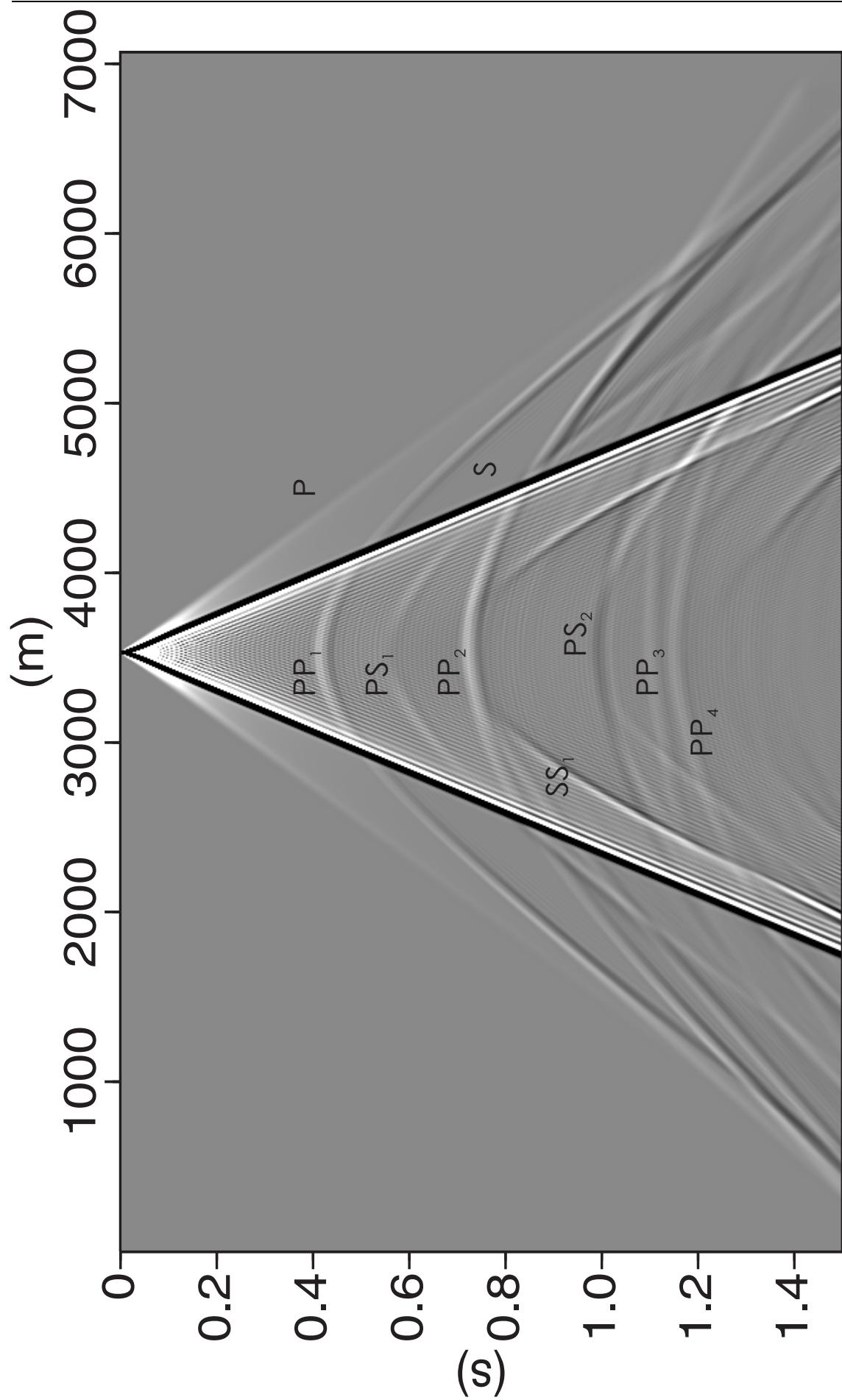


Figura 6.26: Sismograma elástico sintético da componente Uz do modelo de trapa anticlinal.

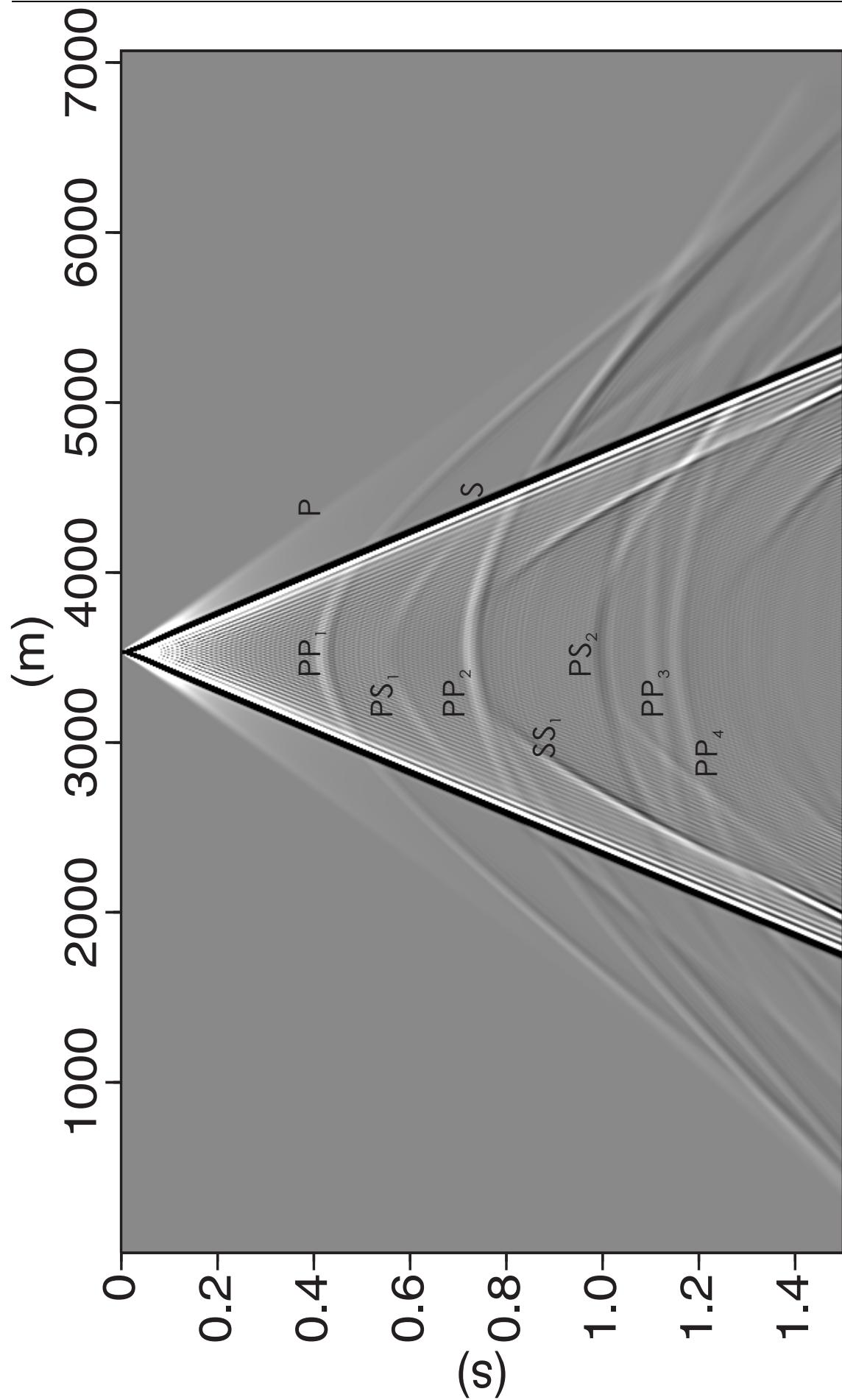


Figura 6.27: Sismograma viscoelástico sintético da componente U_z do modelo de trapa anticlinal.

Este exemplo simula a resposta de um meio linear isotrópico anelástico usando uma metodologia baseada no sólido linear padrão. O modelo mostrado apresenta muitos dos mecanismos de dissipações presentes em uma rocha real. Os tempos de relaxação são parâmetros realísticos que dependem da velocidade da onda, fator de qualidade e da freqüência dominante. A modelagem descreve a atenuação e dispersão das ondas P e S diretas e convertidas. A simulação mostra que a combinação de interfaces com diferentes formas geométricas e os efeitos da anelasticidade em ondas P e S alteram significativamente a resposta sísmica, em particular quando a região para modelar é pequena comparada a frente de onda. As características anelásticas das ondas P e S podem ser controladas independentemente por apropriadas determinações dos tempos de relaxação, este é um dos recursos utilizados pelo algoritmo desenvolvido nesta pesquisa.

Analizando os sismogramas podemos identificar facilmente as ondas *P* e *S* diretas bem como suas reflexões na primeira interface (PP_1 , PS_1 e SS_1). As onda *P* e *S* refletidas na base da segunda camada (PP_2 , PS_2 e SS_2) e a onda *P* refletida no topo e na base da quinta camada (PP_3 e PP_4), entre outros eventos.

Comparando o sismograma elástico da Figura (6.26) com o viscoelástico da Figura (6.27) vemos uma pequena atenuação que atua no evento PP_3 e PP_4 refletidos no topo e na base da quinta camada (PP e SS), além de uma nítida atenuação da onda direta *P* no sismograma viscoelástico.

6.4.4 Modelo de uma Falha Normal

Este modelo foi obtido a partir do modelamento por DF para a interpretação da seção estaqueada real da linha 26-RL-931, levantada no compartimento nordeste da Bacia do Recôncavo. Este modelo é do grande falhamento, denominado Falha de Pedras, que corta até o embasamento (vide Figura 6.28). Onde o principal motivo desta modelagem é complementar e também confirmar a geometria das estruturas.

O campo de velocidade usado foi $V_1 = 2650$ m/s (Formação Candeias), $V_2 = 3550$ m/s para a camada (2) composta pela Formação Itaparica e pela a Formação Sergi, $V_3 = 3750$ m/s para a Formação Aliaça e, finalmente $V_4 = 5000$ m/s para o embasamento. Estas velocidades correspondem às velocidades reais obtidas do poço 1-FAV-4 (vide Figura 6.29) e de outros poços vizinhos.

A malha construída para gerar este modelo tem o espaçamento entre os traços $\Delta x = \Delta z = 10m$. O modelo tem uma distância de 6400 m por 2600 m de profundidade. O intervalo de amostragem foi de 1 milisegundo, e tempo máximo de registro foi de 1,2 segundos um total de 1200 amostras por traço.

A Tabela 6.3 apresenta as características físicas do modelo da falha normal, onde os valores de densidade, velocidade da onda S e fatores de qualidades Q_P e Q_S foram estimados de modo compatível com a litologia e apoiando-se na informação sobre os valores de velocidades da onda primária correspondentes as velocidades reais obtidas do poço 1- FAV-4 e vizinhos.

Tabela 6.3: Propriedades do material do modelo de uma falha normal

meio	$V_p(m/s)$	$V_s(m/s)$	$\rho(kg/m^3)$	Q_p	Q_s
1	2650	1600	2100	80	60
2	3600	2100	2300	110	85
3	3800	2300	2400	115	90
4	5000	3000	2800	160	120

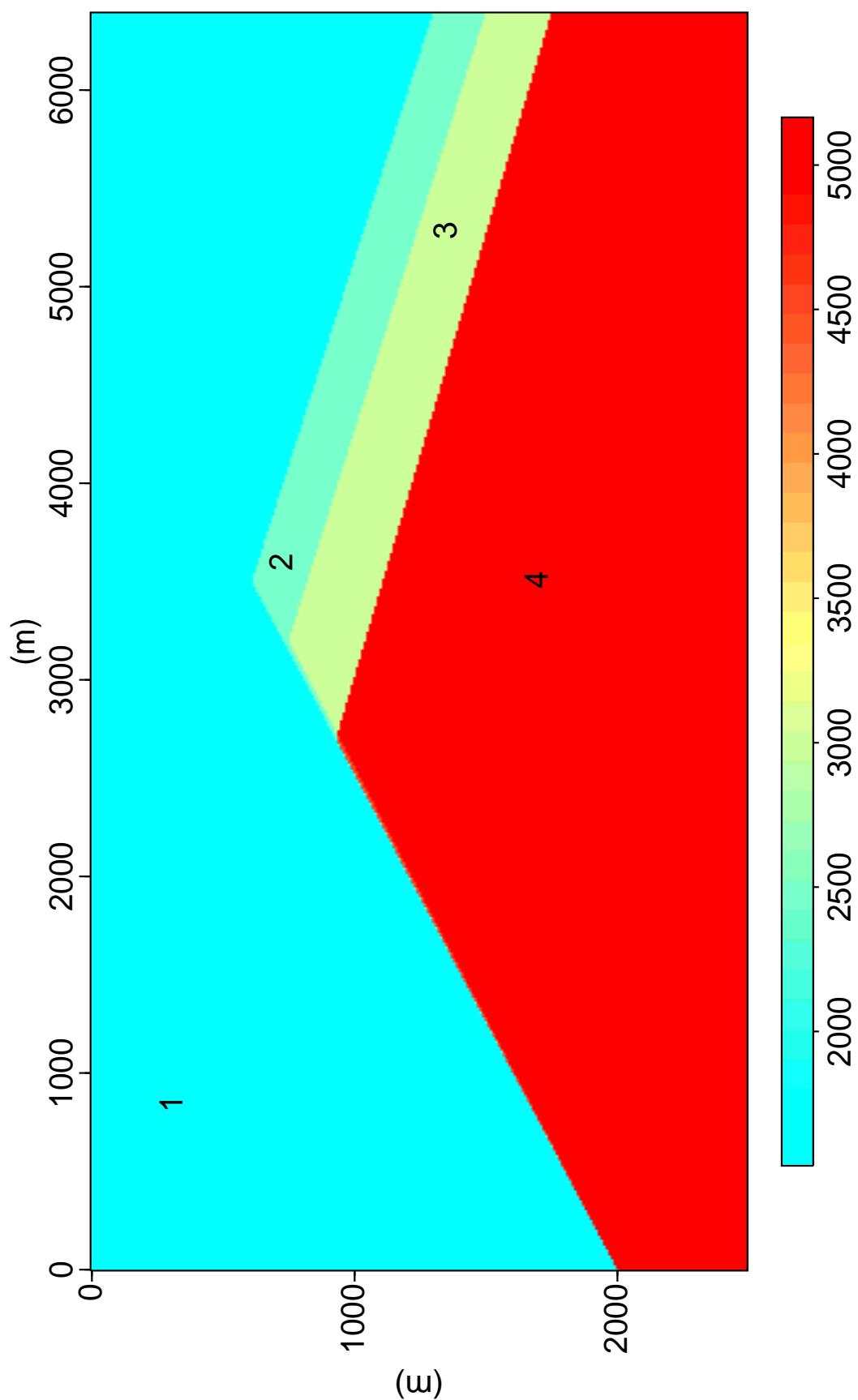


Figura 6.28: Modelo geológico de uma falha normal.

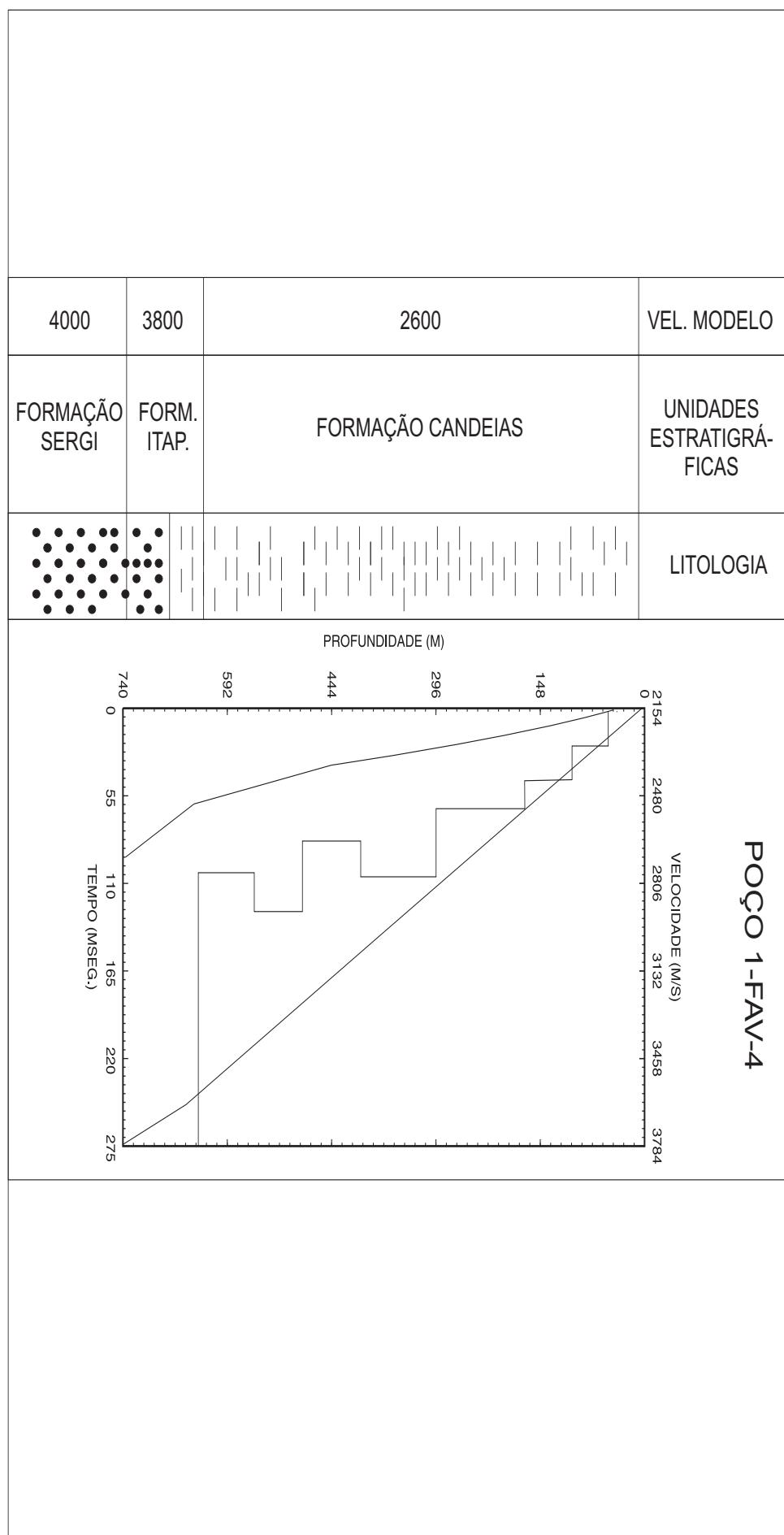


Figura 6.29: Poço 1-FAV-4 locado no PT 82 da linha 26-RL-931, Equivalente à abscissa 4.3 Km no modelo correspondente.

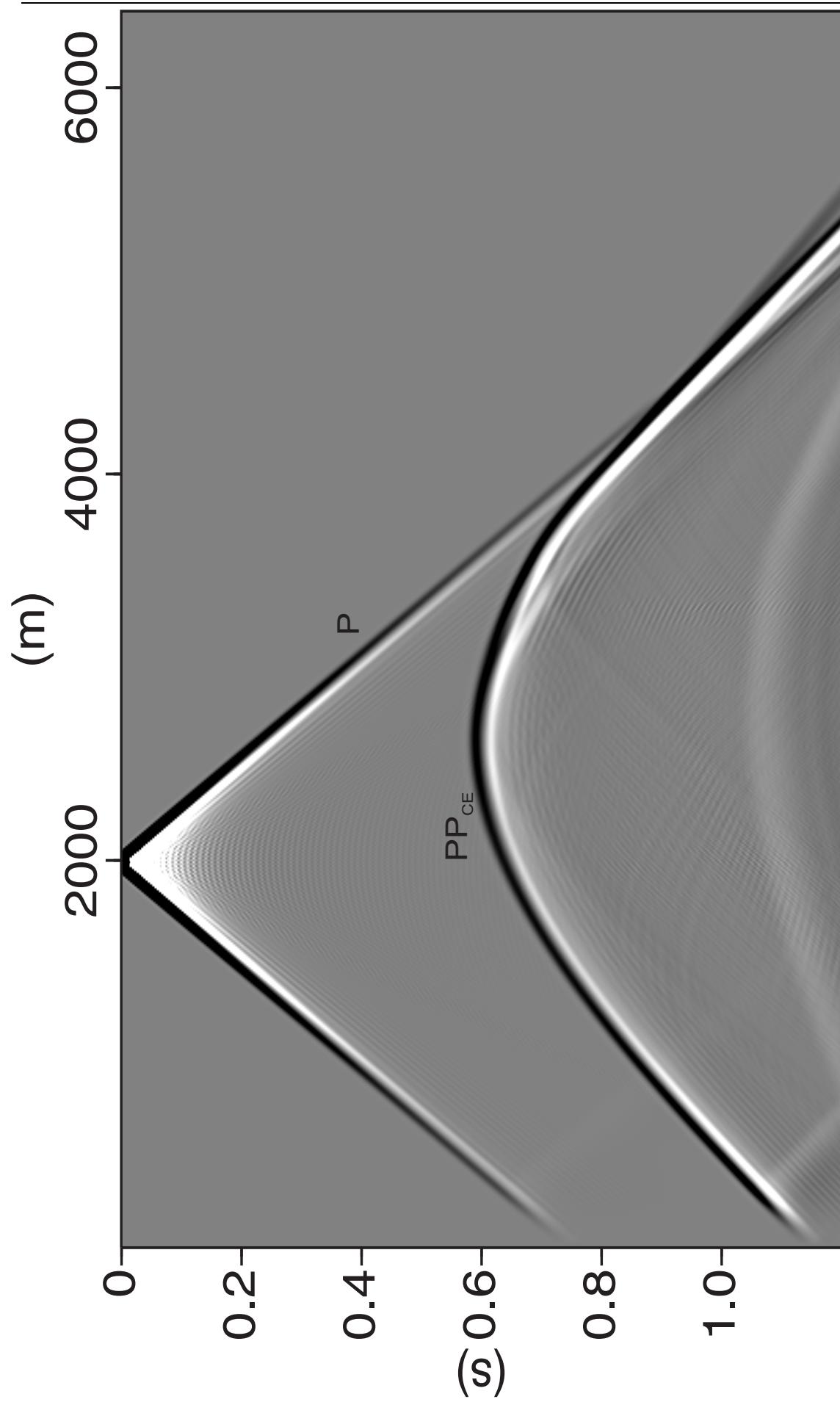


Figura 6.30: Sismograma acústico sintético da componente U_z do modelo de uma falha normal, onde o subscrito CE corresponde à interface Candeias-Embasamento.

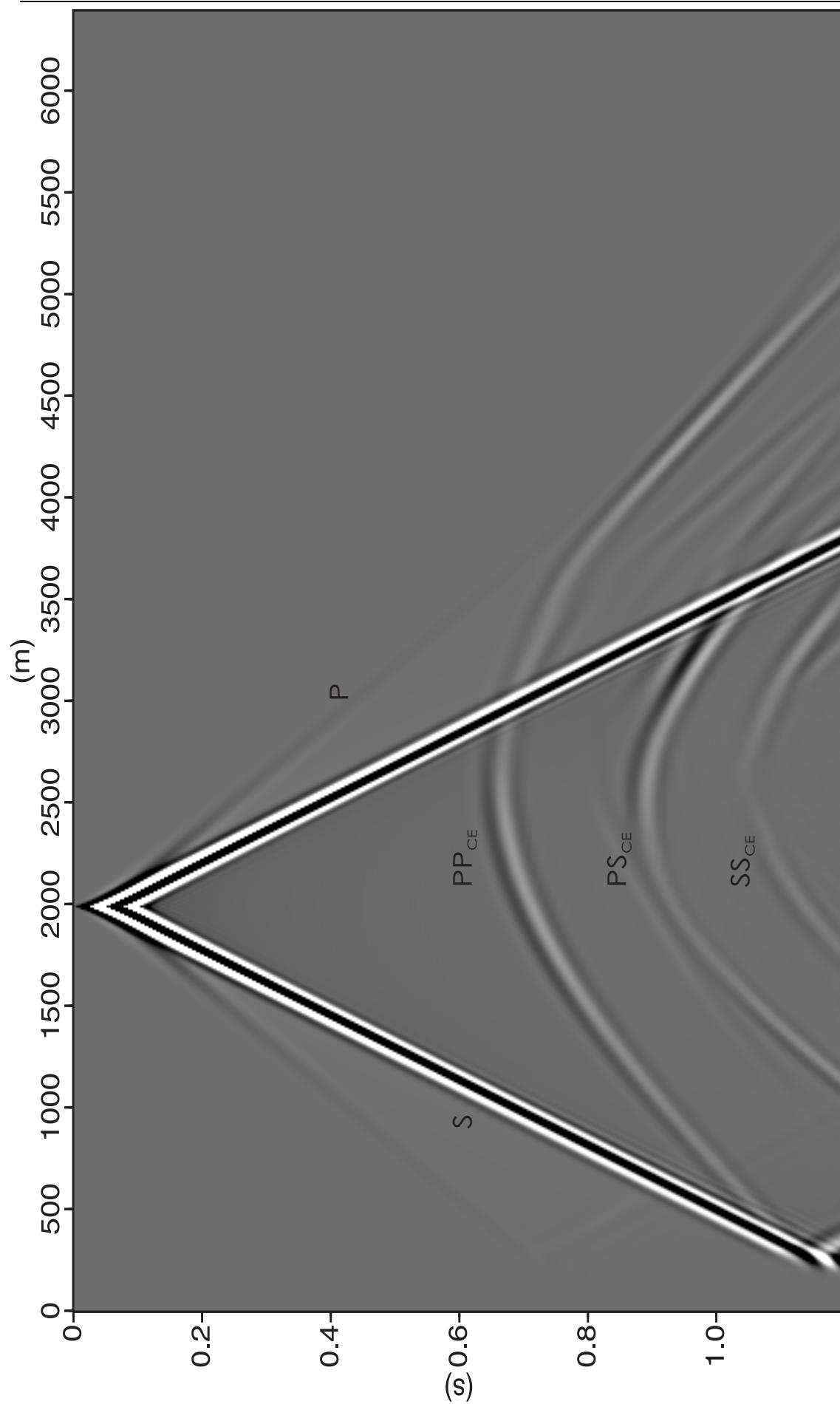


Figura 6.31: Sismograma elástico sintético da componente U_z do modelo de uma falha normal, onde o subscrito CE corresponde à interface Candeias-Embassamento.

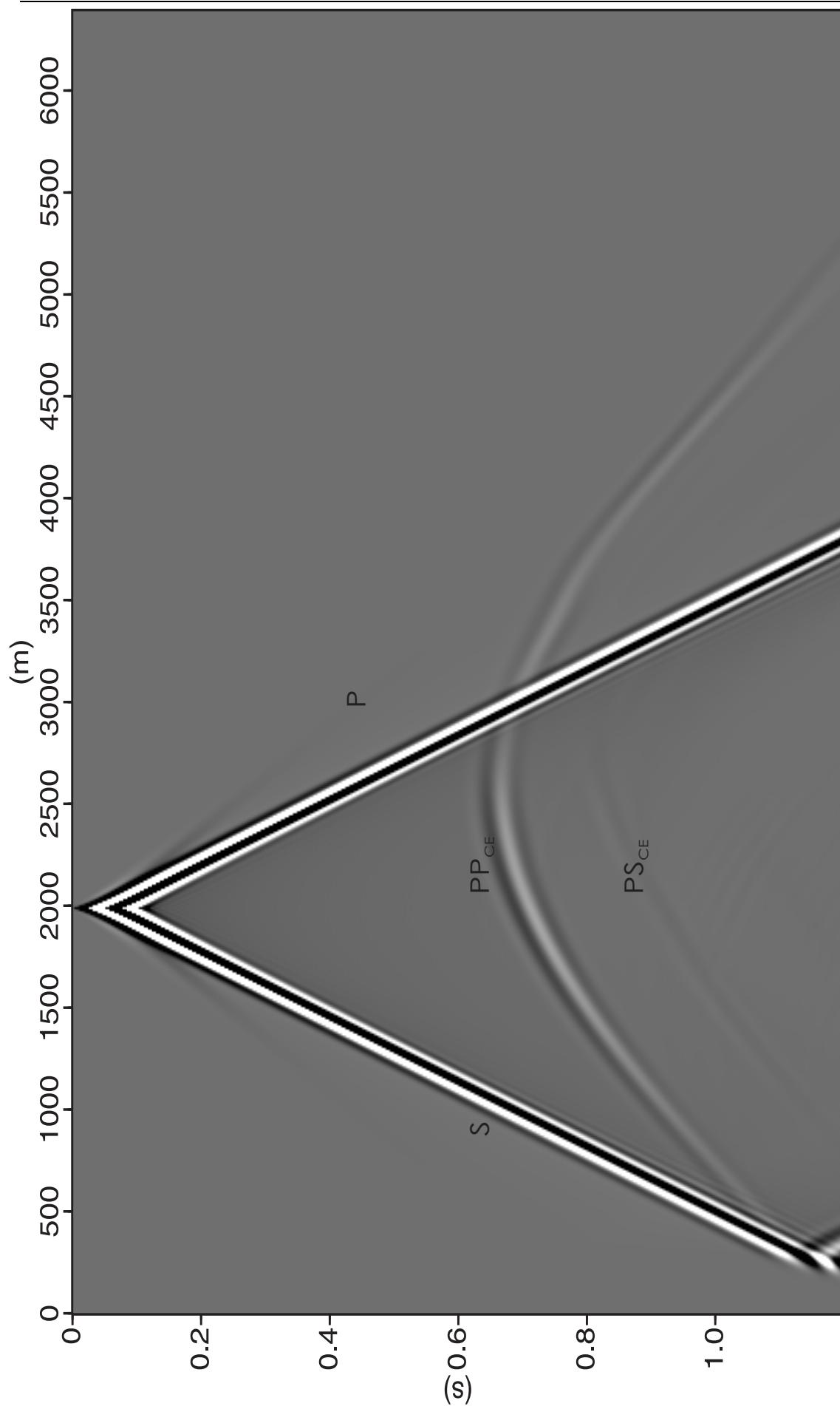


Figura 6.32: Sismograma viscoelástico sintético da componente U_z do modelo de uma falha normal, onde o subscrito CE corresponde à interface Candeias-Embassamento.

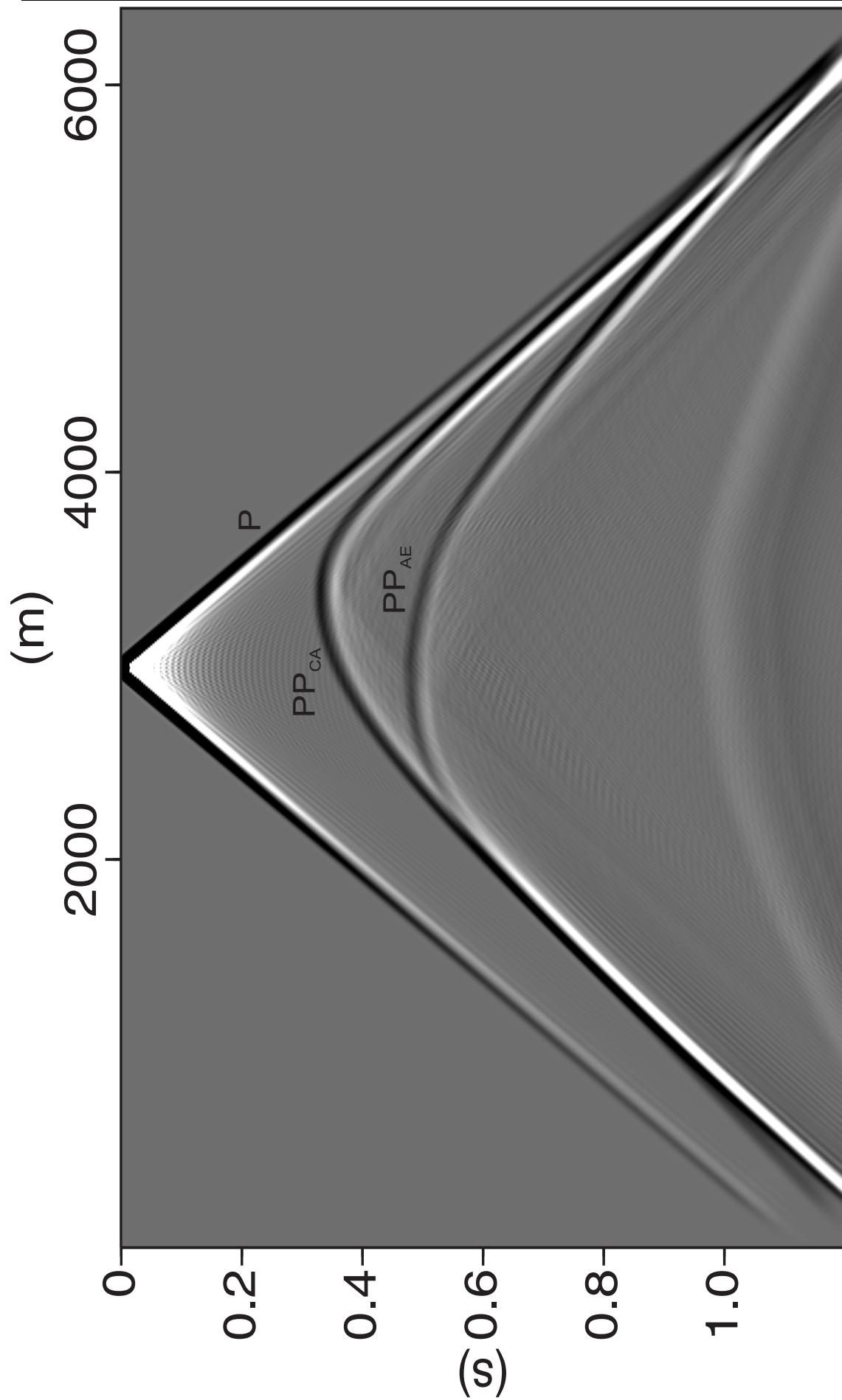


Figura 6.33: Sismograma acústico sintético da componente U_z do modelo de uma falha normal, onde os subscritos CA e AE correspondem, respectivamente, às interfaces Candeias-Aliança e Aliança-Embasamento.

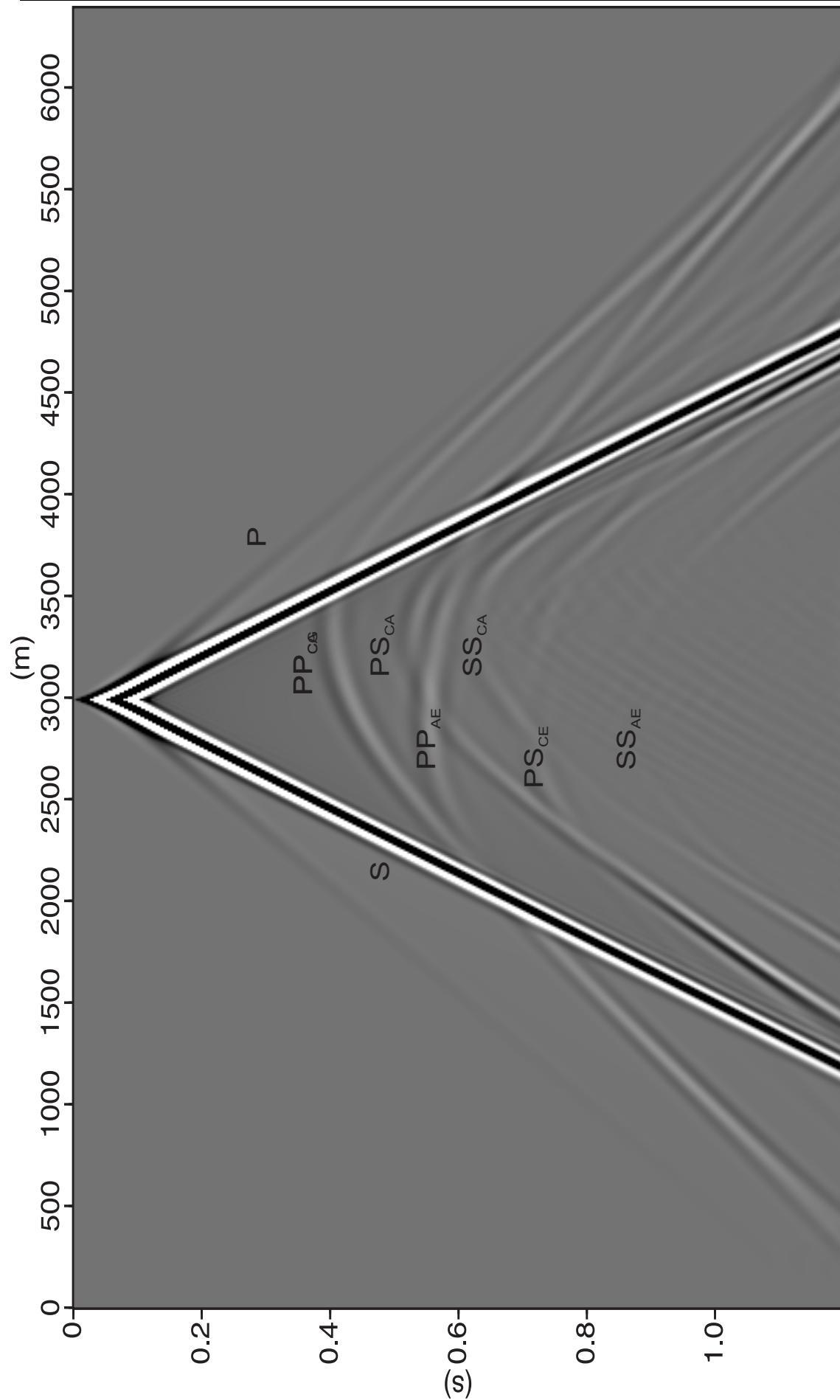


Figura 6.34: Sismograma elástico sintético da componente U_z do modelo de uma falha normal, onde os subscritos CA e AE correspondem, respectivamente, às interfaces Candeias-Aliança e Aliança-Embassamento.

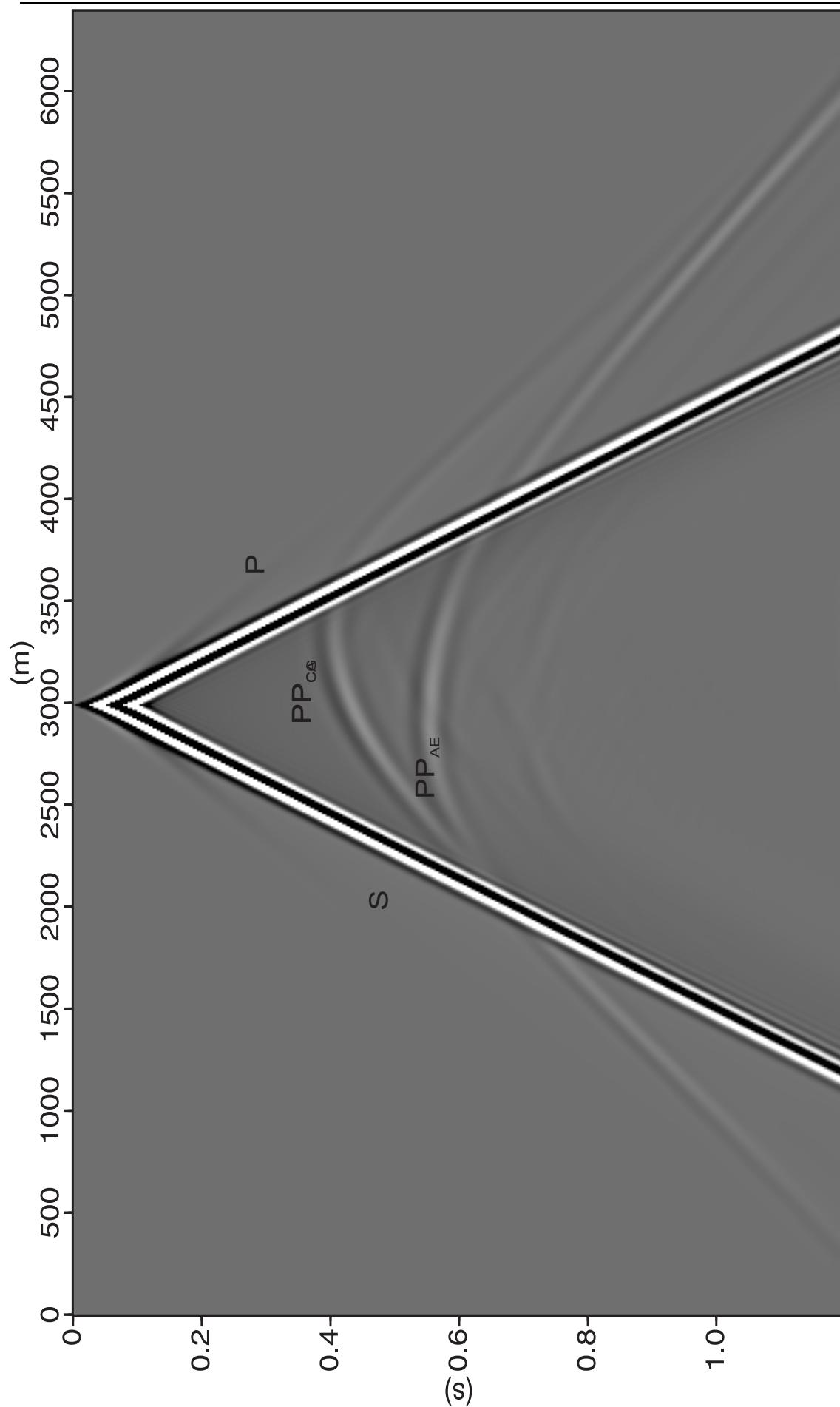


Figura 6.35: Sismograma viscoelástico sintético da componente U_z do modelo de uma falha normal, onde os subscritos CA e AE correspondem, respectivamente, às interfaces Candeias-Aliança e Aliança-Embasaamento.

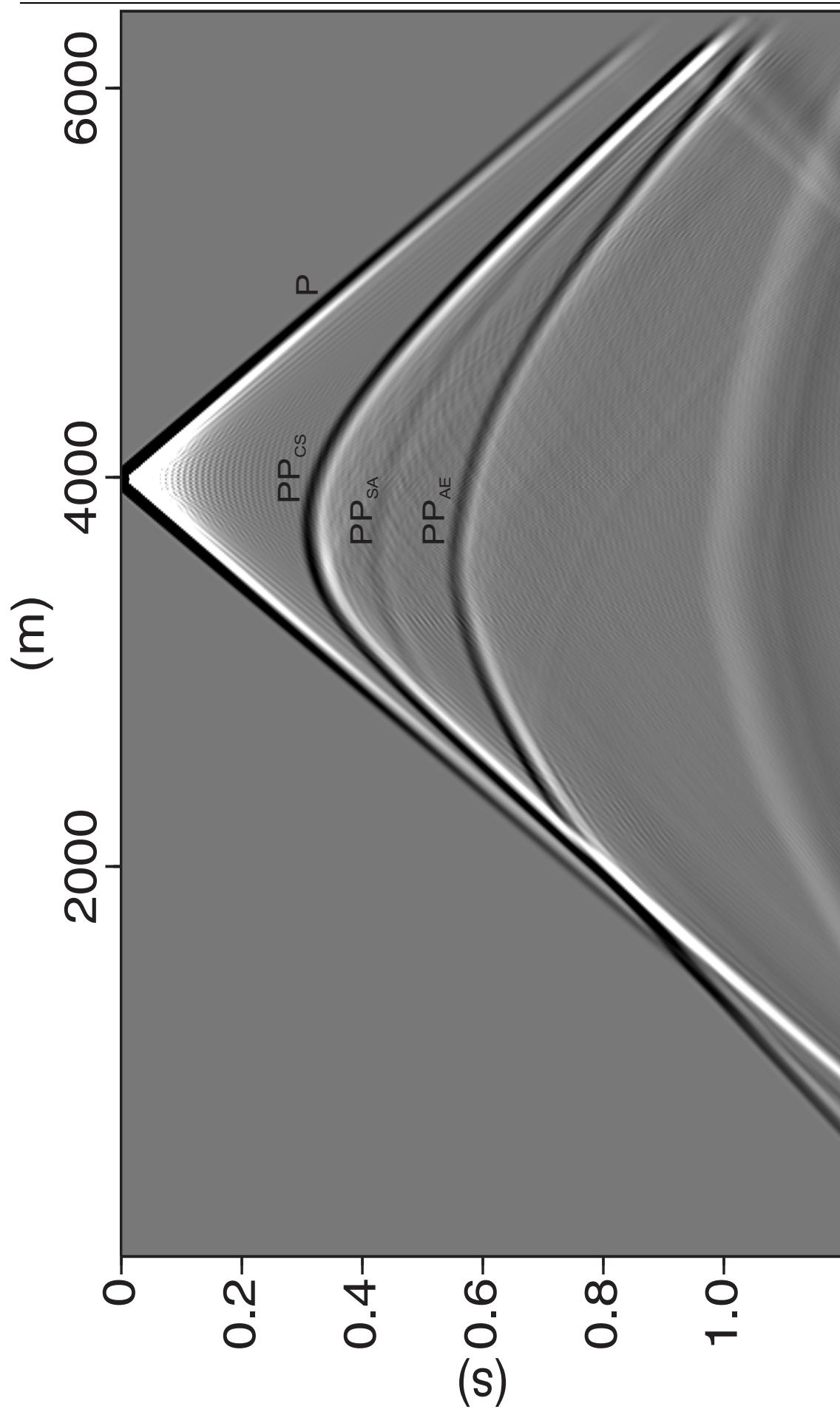


Figura 6.36: Sismograma acústico sintético da componente U_z do modelo de uma falha normal, onde os subscritos CS , SA e AE , correspondem, respectivamente, às interfaces Candeias-Sergi, Sergi-Aliança e Aliança-Embasaamento.

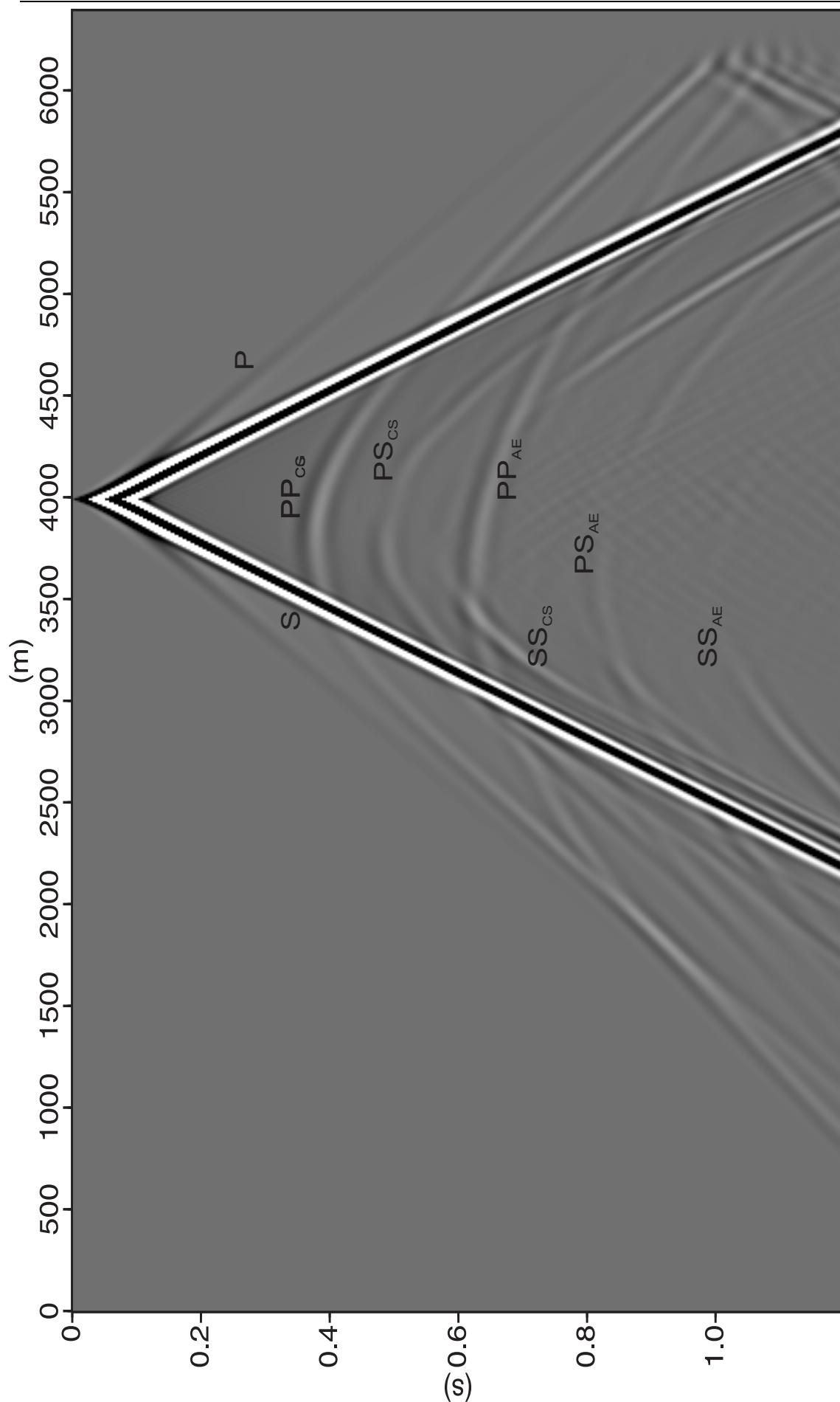


Figura 6.37: Sismograma elástico sintético da componente U_z do modelo de uma falha normal, onde os subscritos CS e AE , correspondem, respectivamente, às interfaces Candeias-Sergi, e Aliança-Embasamento.

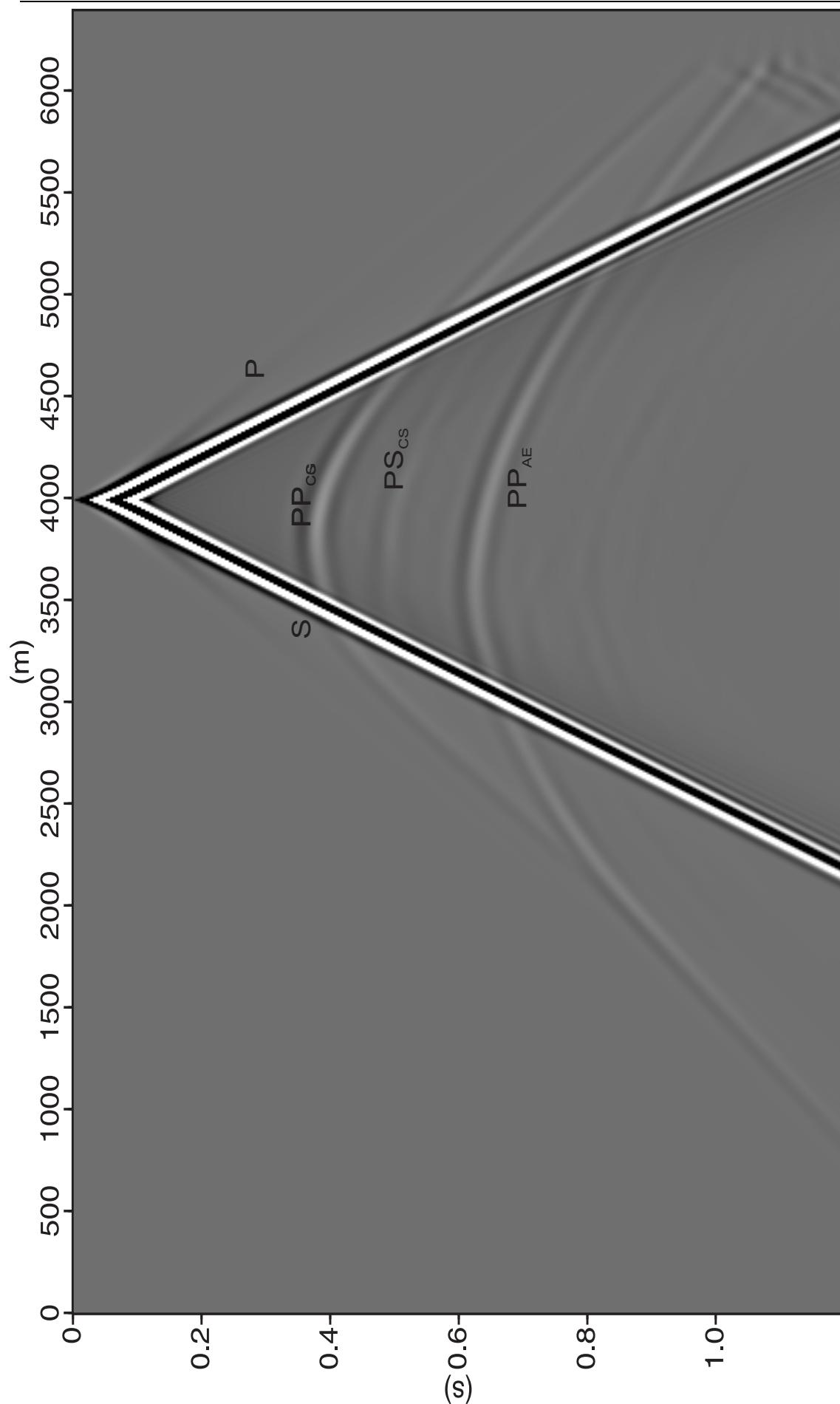


Figura 6.38: Sismograma viscoelástico sintético da componente U_z do modelo de uma falha normal, onde os subscritos CS e AE , correspondem, respectivamente, às interfaces Candeias-Sergi e Aliança-Embassamento.

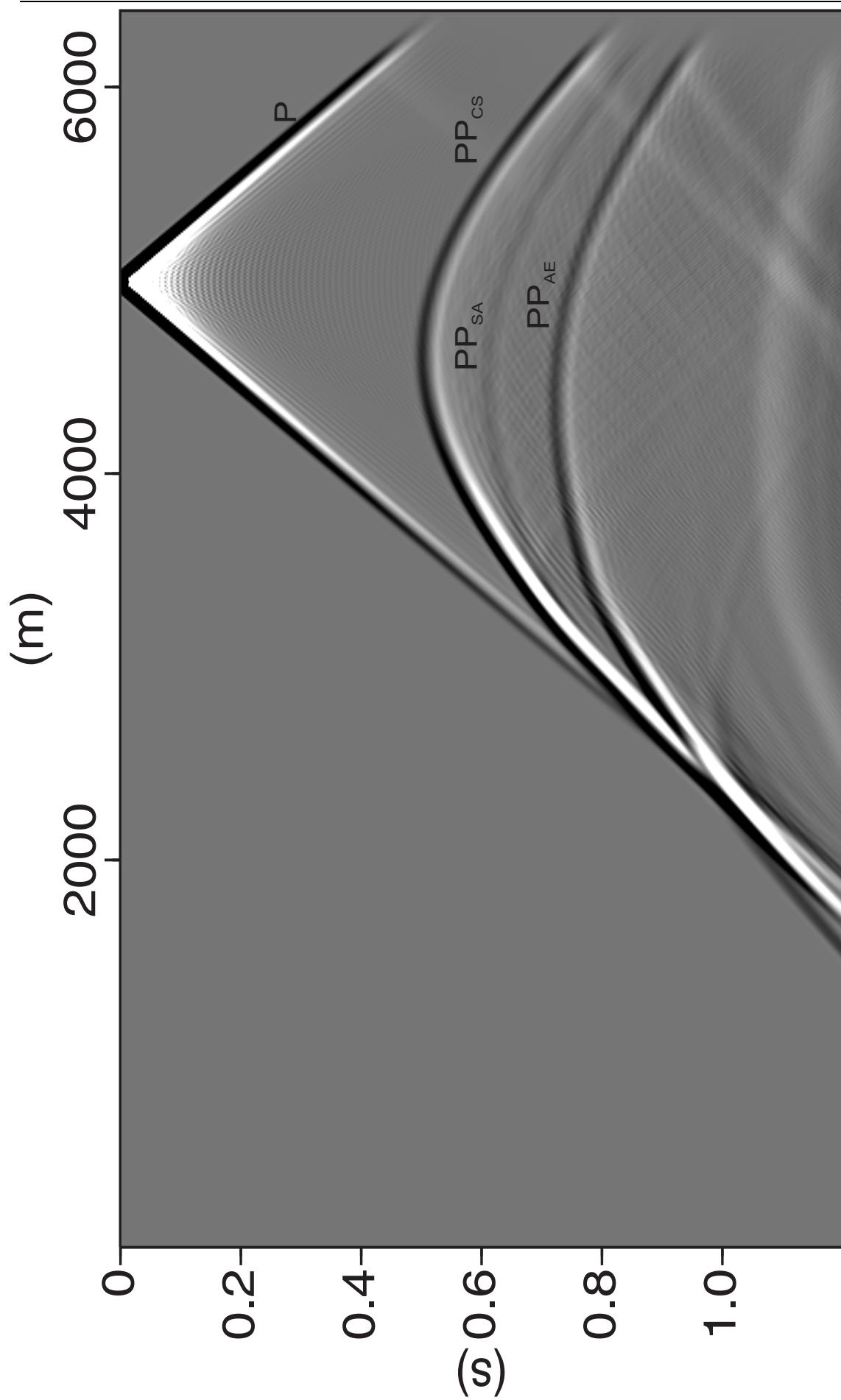


Figura 6.39: Sismograma acústico sintético da componente U_z do modelo de uma falha normal, onde os subscritos CS , SA e AE , correspondem, respectivamente, às interfaces Candeias-Sergi, Sergi-Aliança e Aliança-Embasaamento.

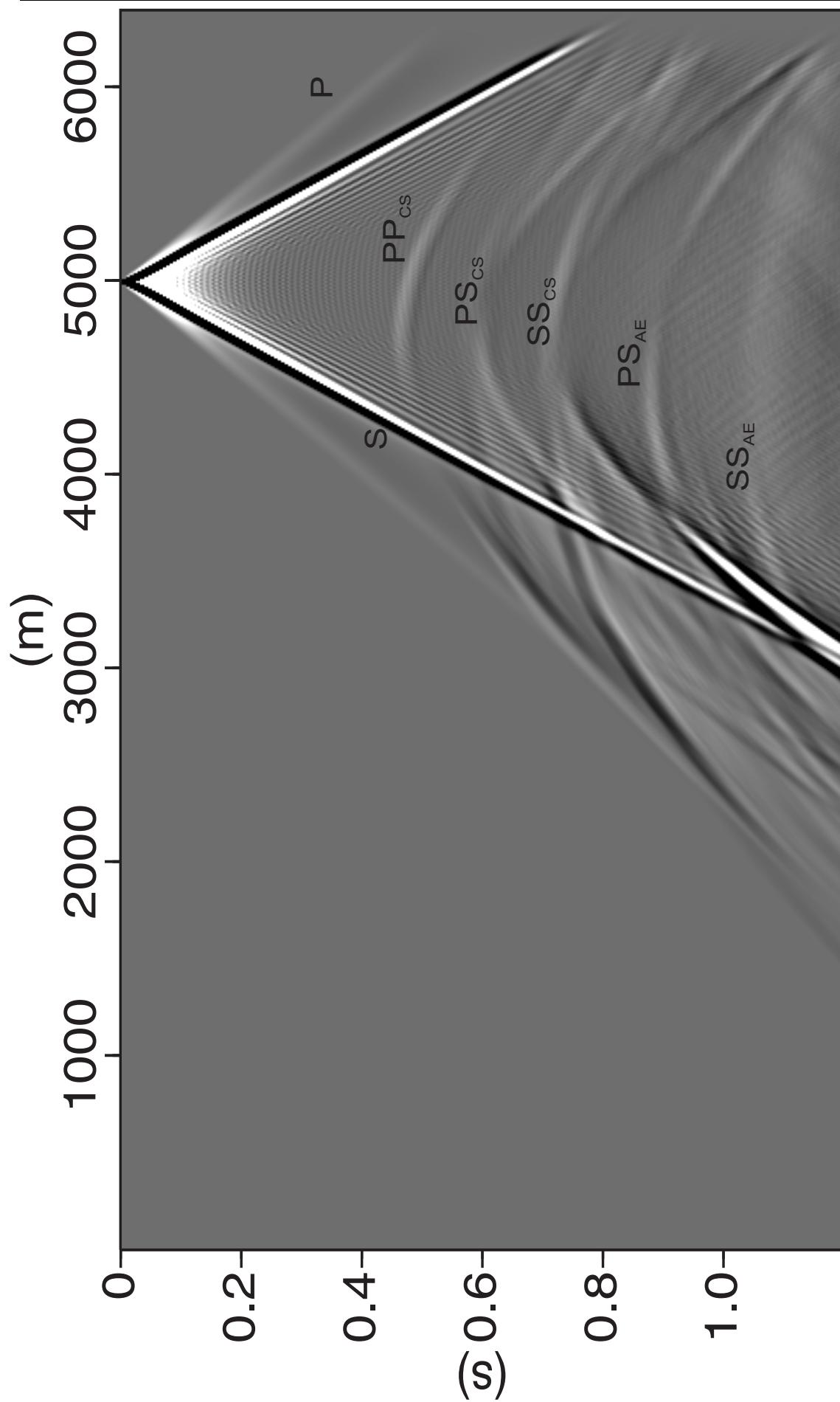


Figura 6.40: Sismograma elástico sintético da componente U_z do modelo de uma falha normal, onde os subscritos CS , SA e AE , correspondem, respectivamente, às interfaces Candeias-Sergi e Aliança-Embassamento.

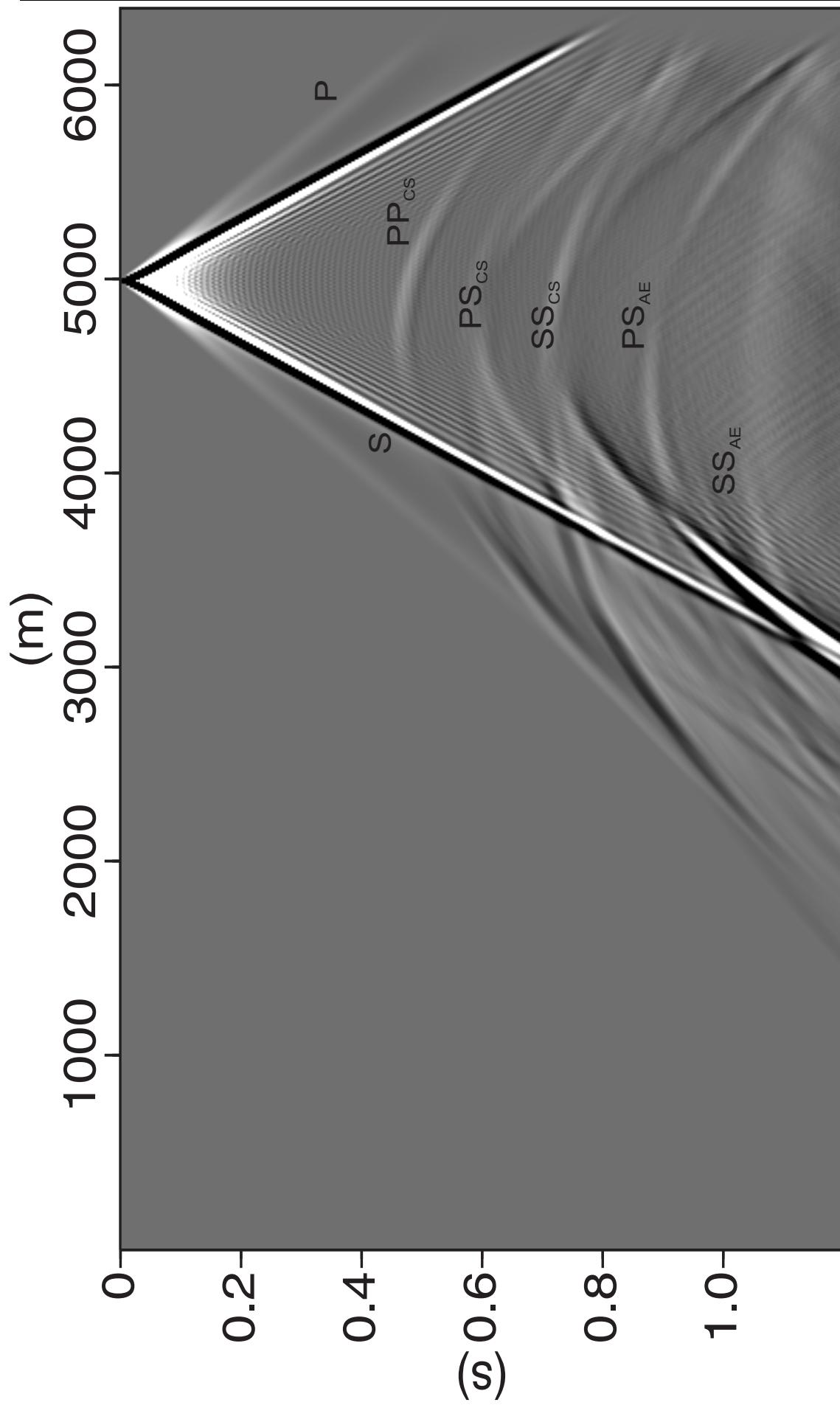


Figura 6.41: Sismograma viscoelástico sintético da componente U_z do modelo de uma falha normal, onde os subscritos CS e AE , correspondem, respectivamente, às interfaces Candeias-Sergi e Aliança-Embassamento.

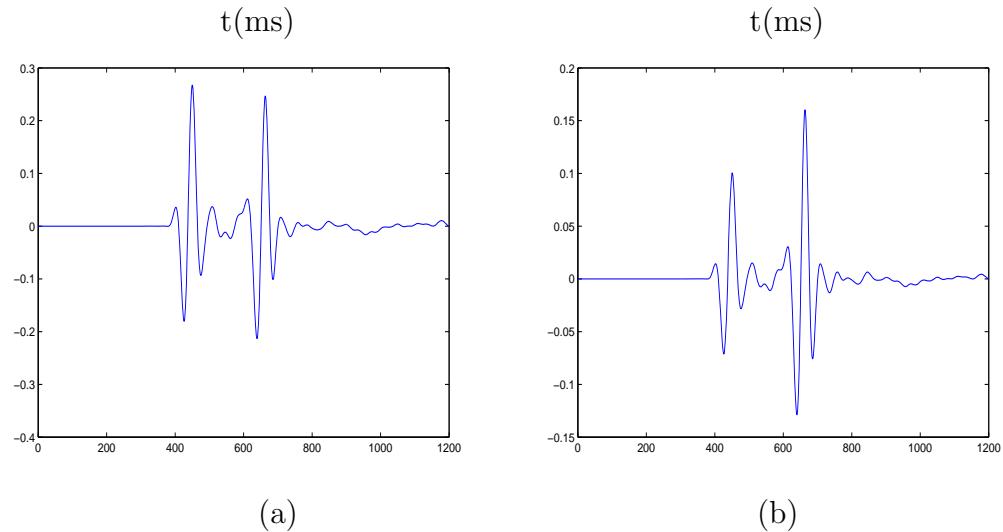


Figura 6.42: traço sísmico elástico (a) e viscoelástico (b) da componente vertical u_1 do modelo de uma falha normal.

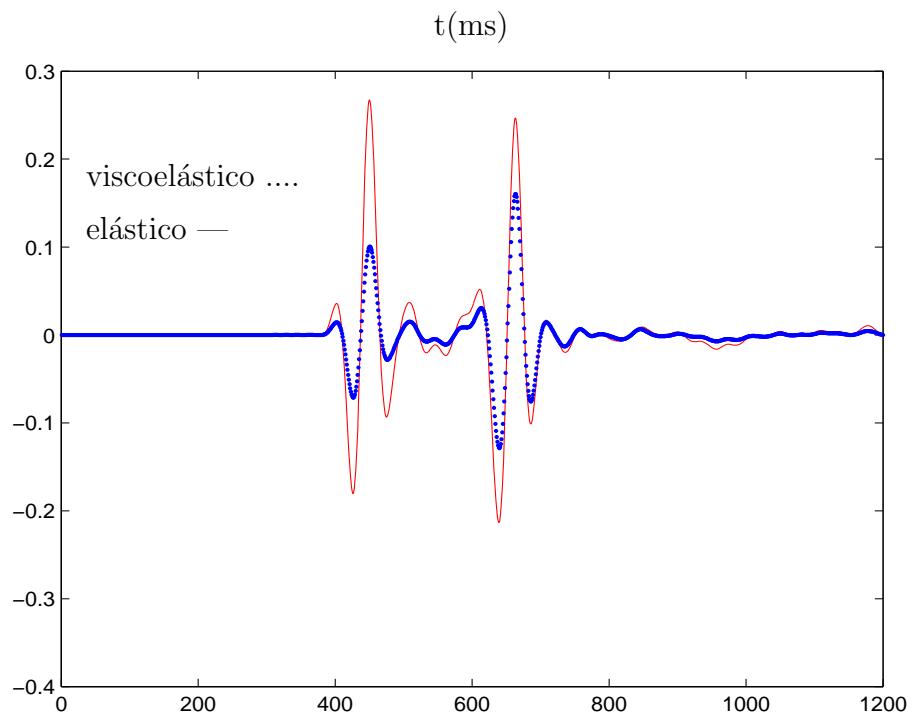


Figura 6.43: traço sísmico elástico e viscoelástico da componente vertical u_1 do modelo de uma falha normal.

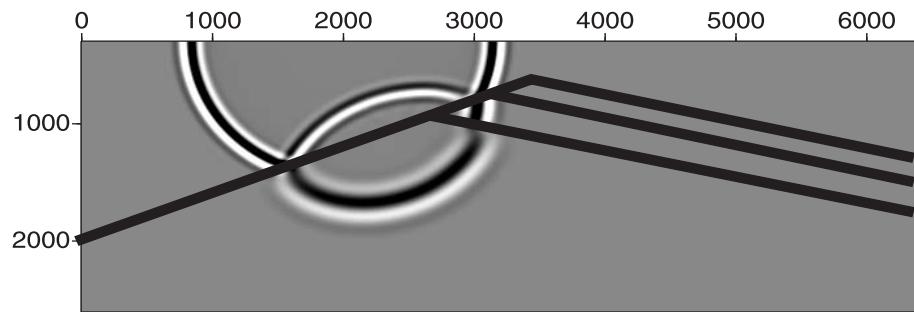


Figura 6.44: *Snapshots* dos sismogramas acústico para o tiro nas posições 2000m e $t = 0,5s$ no modelo de uma falha normal.

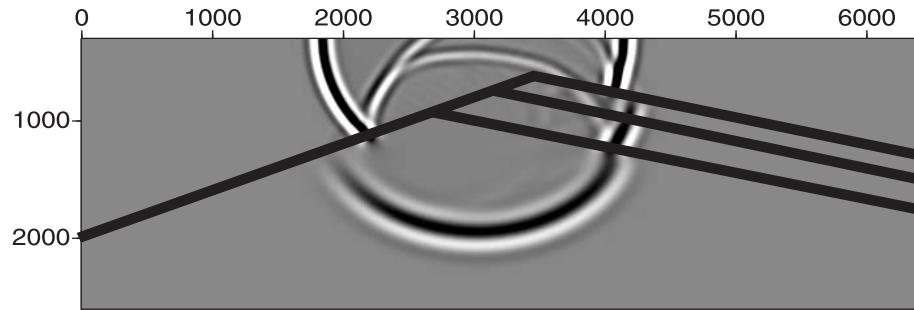


Figura 6.45: *Snapshots* dos sismogramas acústico para o tiro nas posições 3000m e $t = 0,5s$ no modelo de uma falha normal.

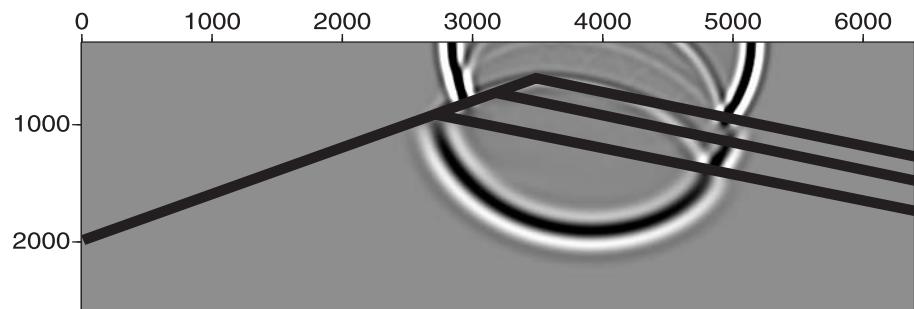


Figura 6.46: *Snapshots* dos sismogramas acústico para o tiro nas posições 4000m e $t = 0,5s$ no modelo de uma falha normal.

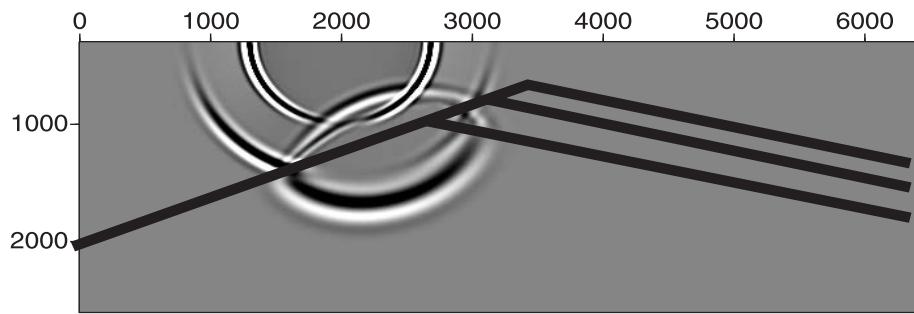


Figura 6.47: *Snapshots* dos sismogramas elástico para o tiro na posição 2000m e $t = 0,5s$ no modelo de uma falha normal.

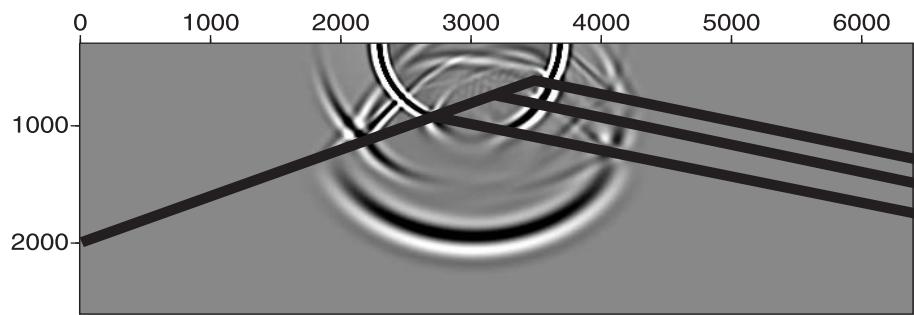


Figura 6.48: *Snapshots* dos sismogramas elástico para o tiro na posição 3000m e $t = 0,5s$ no modelo de uma falha normal.

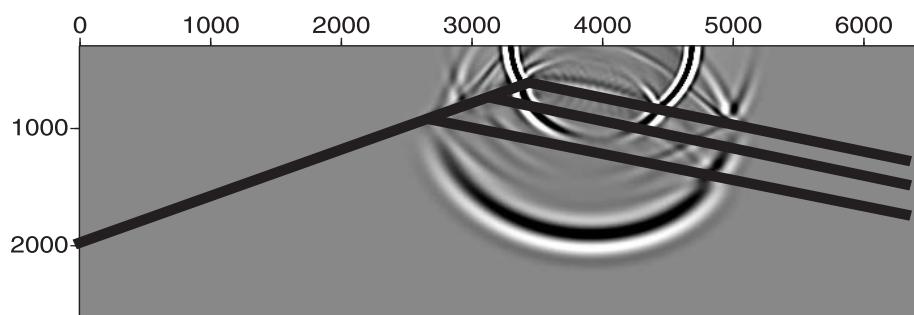


Figura 6.49: *Snapshots* dos sismogramas elástico para o tiro na posição 4000m e $t = 0,5s$ no modelo de uma falha normal.

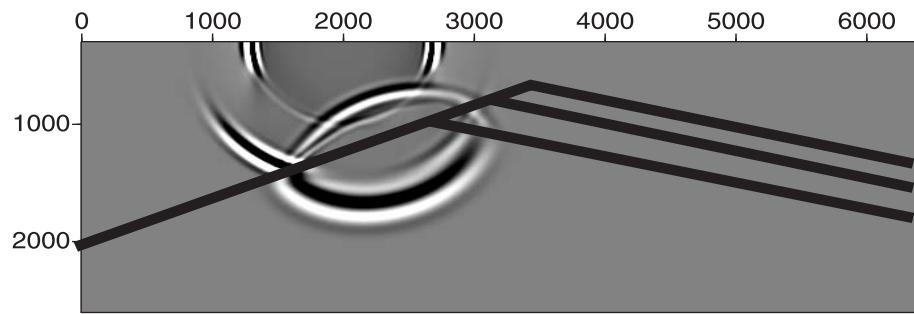


Figura 6.50: *Snapshots* dos sismogramas viscoelástico para o tiro na posição 2000m e $t = 0,5s$ no modelo de uma falha normal.

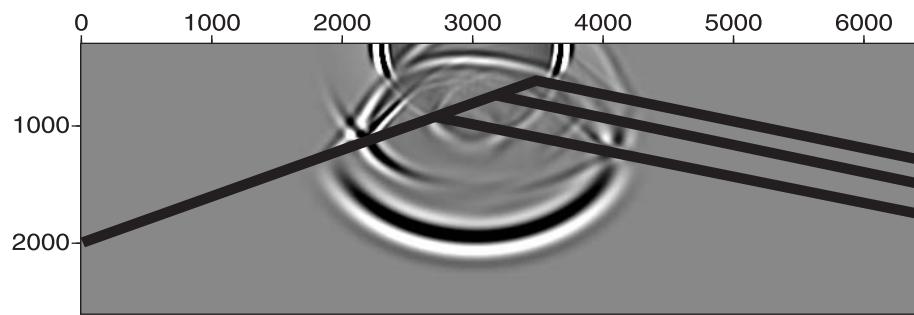


Figura 6.51: *Snapshots* dos sismogramas viscoelástico para o tiro na posição 3000m e $t = 0,5s$ no modelo de uma falha normal.

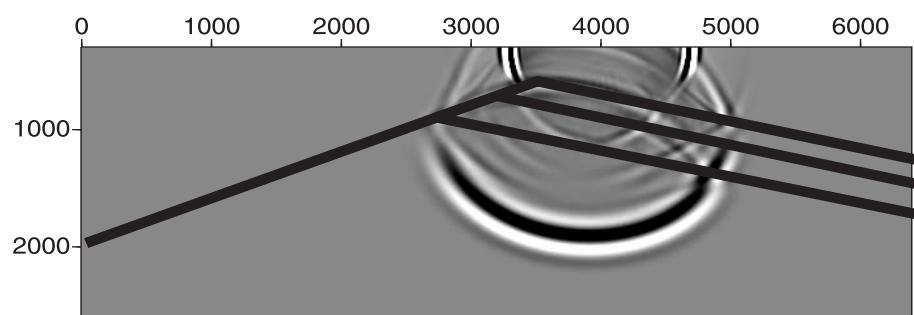


Figura 6.52: *Snapshots* dos sismogramas viscoelástico para o tiro na posição 4000m e $t = 0,5s$ no modelo de uma falha normal.

Para os sismogramas acústicos das Figuras (6.30, 6.33, 6.36 e 6.39) podemos notar nitidamente a onda direta P e as reflexões nas interfaces do meio de acordo com a posição da fonte. Na Figura (6.30) onde a fonte está localizada em $x = 2000m$ temos a reflexão PP_{CE} na interface Formação Candeias-Embasamento, o que na verdade constitui o plano de falha; na Figura (6.33) com a fonte na posição $x = 3000m$ temos as reflexões PP_{CA} e PP_{AE} , correspondentes respectivamente, as interfaces Formação Candeias-Aliança e interface Formção Aliança-Embasamento; nas Figuras (6.36 e 6.39) com as fontes localizada respectivamente, em $x = 4000m$ e $x = 5000m$ temos as reflexões PP_{CS} , PP_{SA} e PP_{AE} , que correspondem respectivamente, as interfaces Formação Candeias-Sergi, Formação Sergi-Aliança e Formação Aliança-Embasamento.

Nos sismogramas elásticos representados pelas figuras (6.31, 6.34, 6.37 e 6.40) notamos que a amplitude das ondas diretas Secundárias S são muito maiores que as das ondas diretas Primárias P , devido ao fato de que os registros são da componente vertical. Para a Figura (6.31) em que a fonte está localizada na posição $x = 2000m$ temos de forma clara as reflexões na interface Formação Candeias-Embasamento das ondas PP_{CE} , PS_{CE} e SS_{CE} ; para a Figura (6.34) onde a fonte está na posição $x = 3000m$, as reflexões nas interfaces Formação Candeias-Aliança e Formação Aliança-Embasamento das ondas PP_{CA} , PP_{AE} , PS_{CA} , PS_{AE} , SS_{CA} e SS_{AE} já não são muito nítidas devido a sobreposição das ondas; na Figura (6.37) com a fonte posicionada em $x = 4000m$, podemos identificar, de cima para baixo, as reflexões nas interface Formação Candeias-Sergi, e Formação Aliança-Embasamento PP_{CS} , PS_{CS} , SS_{CS} , PP_{AE} , PS_{AE} e SS_{AE} , as reflexões na interface Formação Sergi-Aliança não têm como serem identificadas, devido a sobreposição das ondas; na Figura (6.40) onde a fonte está em $x = 5000m$, devido a sobreposição das reflexões podemos identificar de cima para baixo, as reflexões nas interfaces Formação Candeias-Sergi, e Formação Aliança-Embasamento PP_{CS} , PS_{CS} , SS_{CS} , PS_{AE} e SS_{AE} , as reflexões na interface Formação Sergi-Aliança são muito fracas dificultando sua identificação e a reflexão PP_{AE} da interface Formação Aliança-Embasamento está sobreposta pela reflexão SS_{CS} .

Nas Figuras (6.32, 6.35, 6.38 e 6.41), que representam os sismogramas viscoelásticos, podemos notar as ondas diretas P e S , e devido a perda de amplitude causada pela viscoelasticidade presente principalmente na Formação Candeias só é possível identificar algumas ondas PP e PS , de acordo com a posição da fonte em cada figura.

Podemos notar de maneira mais clara através das Figuras (6.42 e 6.43) os efeito atenuante no campo de onda causado pela viscoelasticidade, efeito esse que dependendo do fator atenuante do meio, pode mascarar eventos na modelagem, dificultando na caracterização do

reservatório de hidrocarboneto.

Comparando os “snapshots” das Figuras (6.44, 6.45, 6.46, 6.47, 6.48, 6.49, 6.50, 6.51 e 6.52), observa-se de forma mais nítida a alteração na forma do pulso sísmico, efeito esse causado pela presença das ondas refletidas SS e convertidas PS , tornando difícil a identificação das ondas refletidas PP nas três interfaces.

6.4.5 Modelo de uma Falha Normal com uma Armadilha de Gás

Este modelo foi obtido a partir da modelagem de uma falha normal, a qual foi descrita anteriormente (vide figura (6.28)). Neste modelo foi acrescentada uma hipotética armadilha de gás na parte mais alta da segunda e terceira camada (vide Figura 6.53). O principal motivo desta simulação é observar o efeito atenuante causado nos refletores abaixo da armadilha de gás.

As características físicas de cada camada do modelo são semelhantes às apresentadas no modelo de uma falha normal, com o acréscimo da camada de gás, a qual pode ser vista na tabela 6.4.

Tabela 6.4: Propriedades do material do modelo de uma falha normal com uma camada de gás

meio	$V_p(m/s)$	$V_s(m/s)$	$\rho(kg/m^3)$	Q_p	Q_s
1	2650	1600	2100	80	60
2	3200	1700	2200	30	25
3	3600	2100	2300	110	85
4	3800	2300	2400	115	90
5	5000	3000	2800	160	120

Os valores tabelados de V_P e ρ foram obtidos diretamente do poço 1-FAV-4 (vide Figura 6.29), e outros da vizinhança, porém os valores de V_S , Q_P e Q_S foram inferidos baseando-se na litologia e as informações obtidas diretamente do poço 1-FAV-4.

A malha construída para gerar este modelo tem o espaçamento entre os traços $\Delta x = \Delta z = 10$

m. O modelo tem uma distância horizontal de 6400 *m* e 2600 *m* de profundidade. O intervalo de amostragem foi de 1 milissegundos, e tempo máximo de registro foi de 1,2 segundos um total de 1200 amostras por traço.

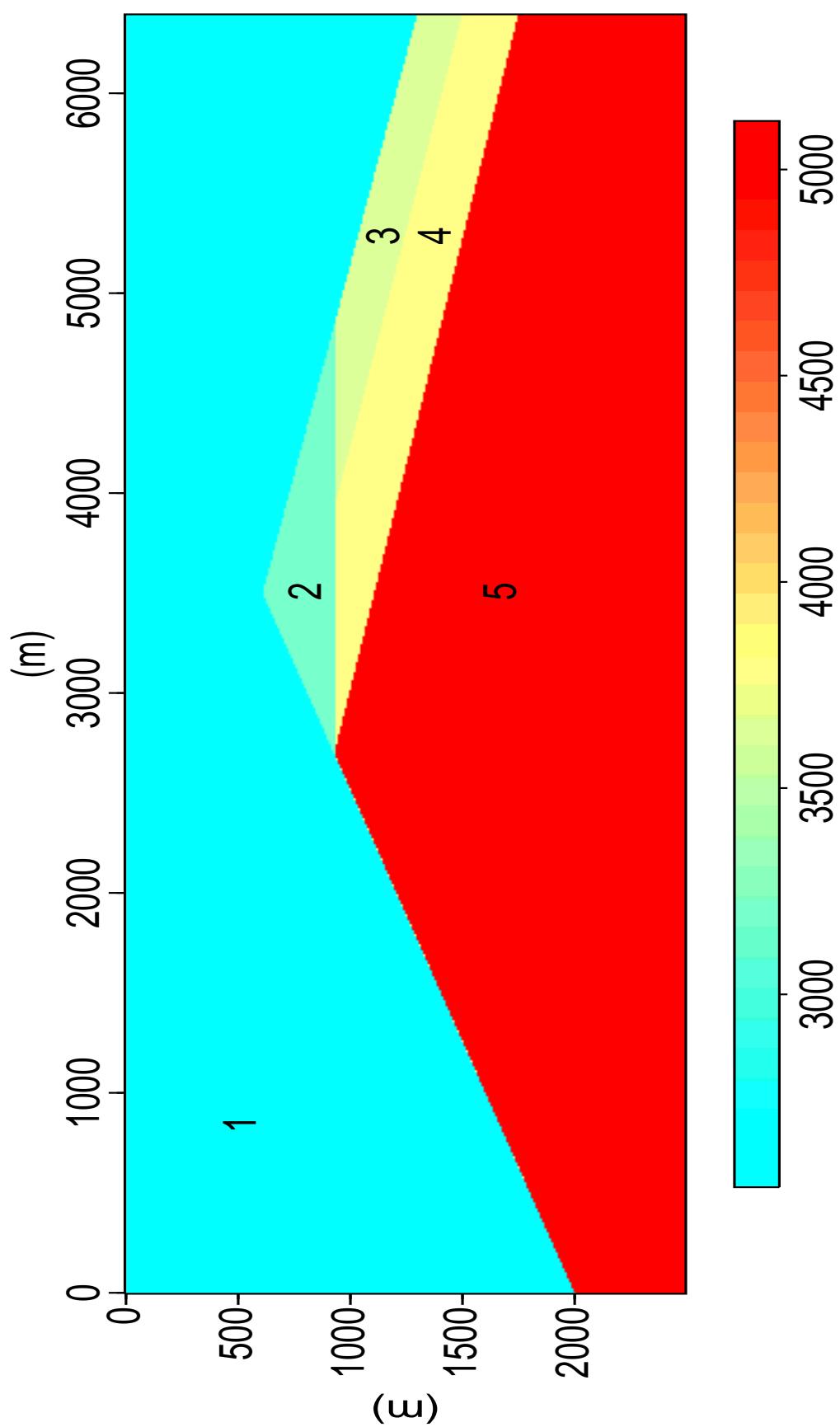


Figura 6.53: Modelo geológico de uma falha normal com presença de gás na parte mais alta das camadas 3 e 4.

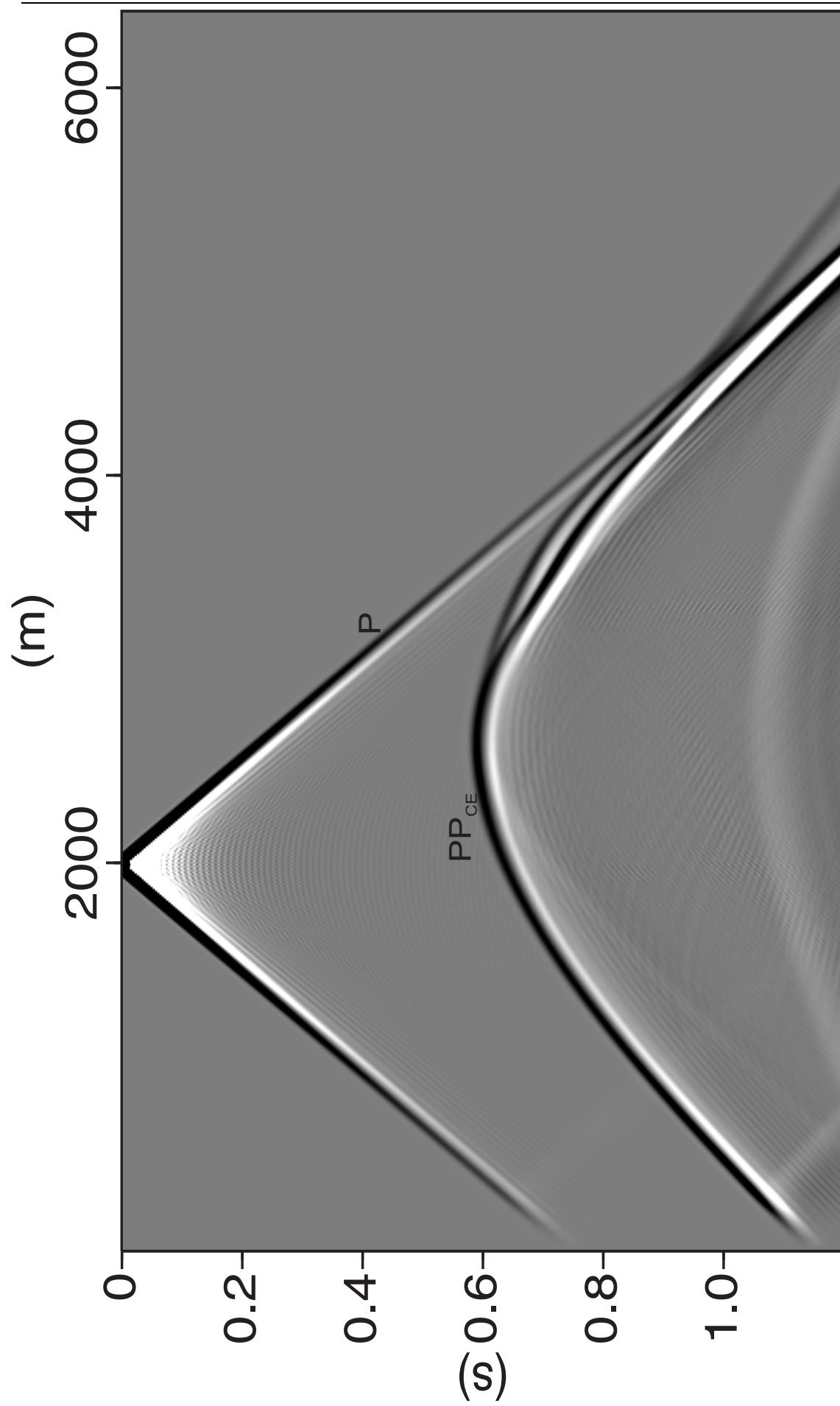


Figura 6.54: Sismograma acústico sintético da componente U_z do modelo de uma falha normal com uma armadilha de gás, onde o subscrito CE , corresponde à interface Candeias-Embassamento.

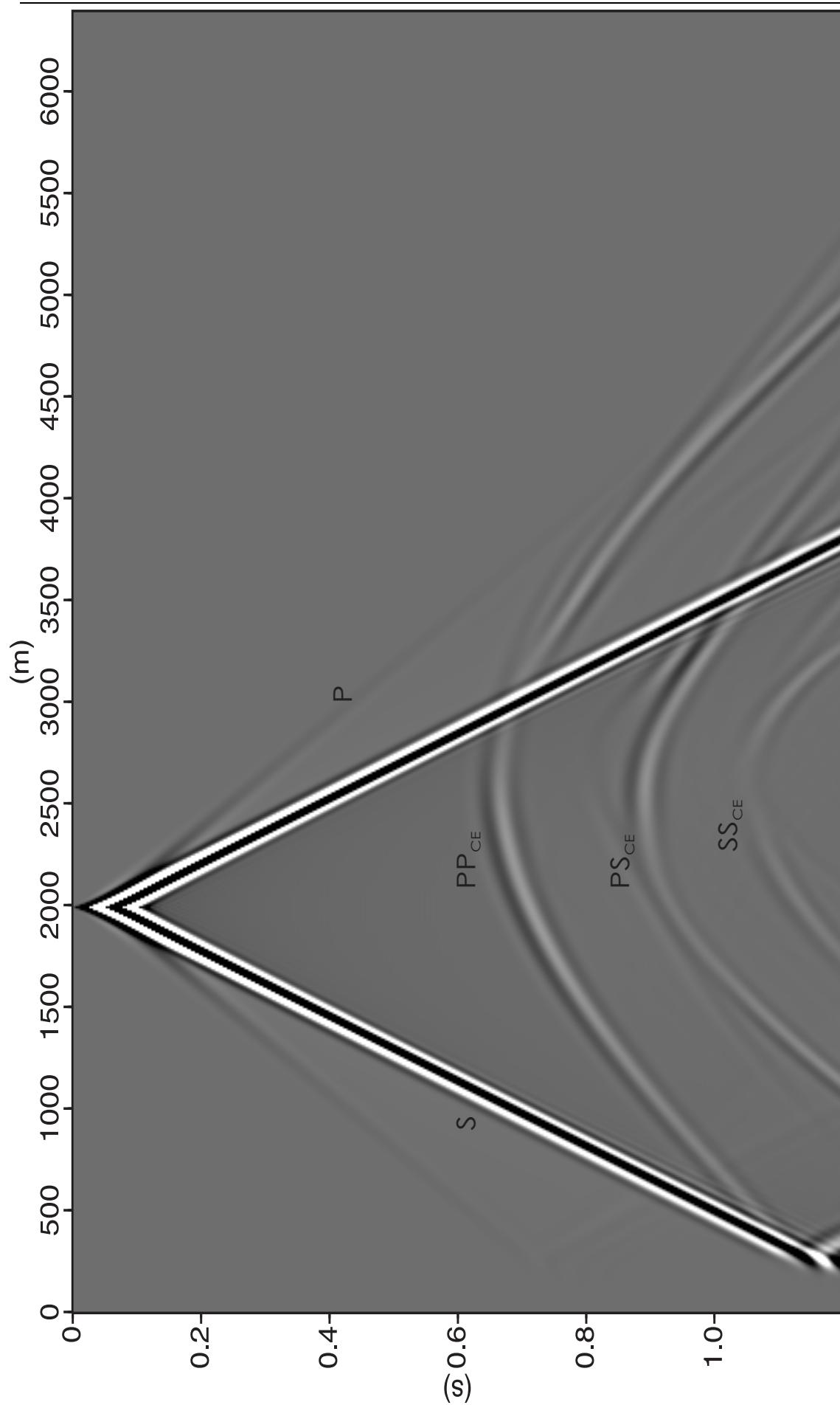


Figura 6.55: Sismograma elástico sintético da componente U_z do modelo de uma falha normal com uma armadilha de gás, onde o subscrito CE , corresponde à interface Candeias-Embassamento.

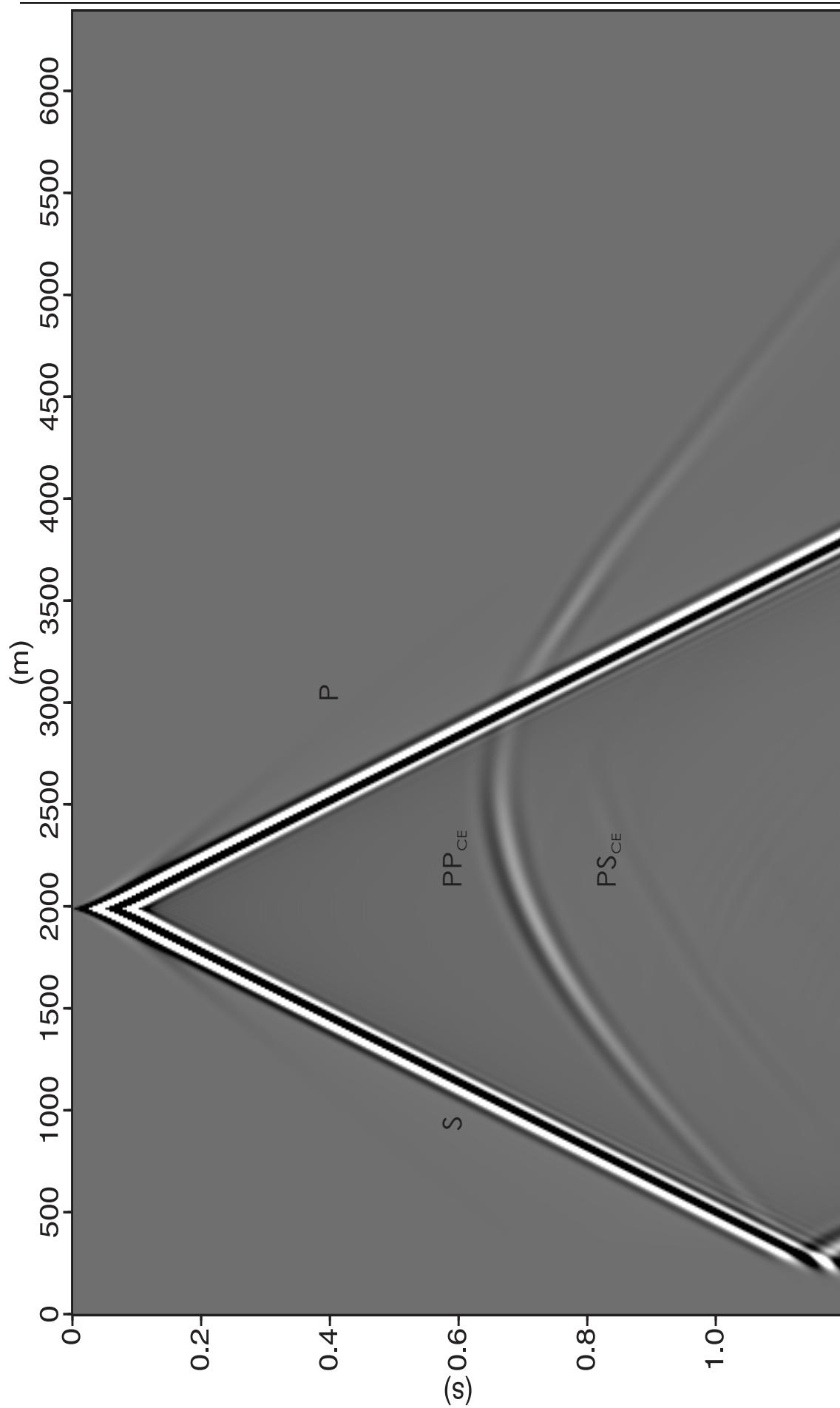


Figura 6.56: Sismograma viscoelástico sintético da componente Uz do modelo de uma falha normal com uma armadilha de gás, onde o subscrito CE , corresponde à interface Candeias-Embassamento.

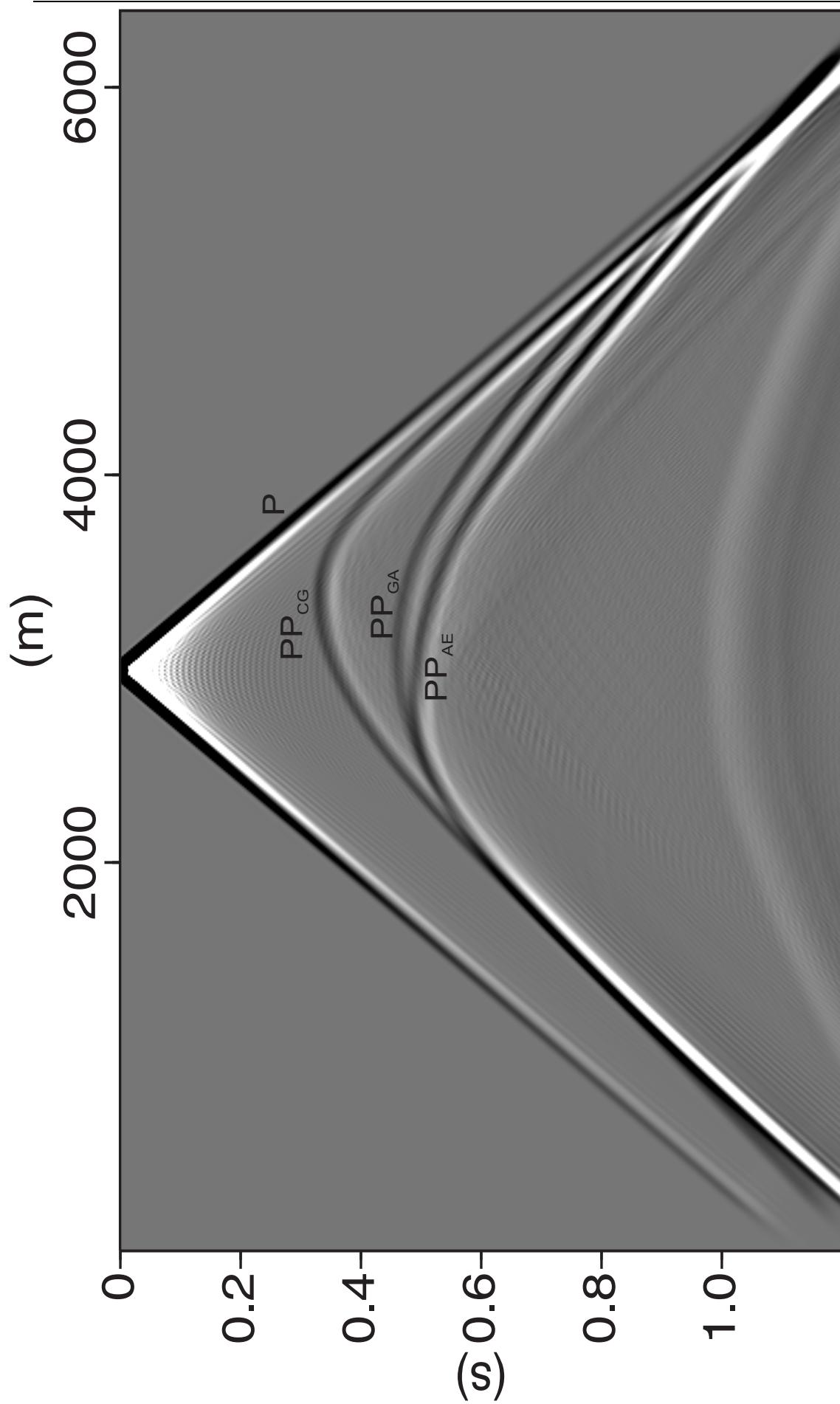


Figura 6.57: Sismograma acústico sintético da componente Uz do modelo de uma falha normal com uma armadilha de gás, onde os subscritos CG , GA e AE correspondem, respectivamente, às interfaces Candeias-Gás, Gás-Aliança e Aliança-Embasaamento.

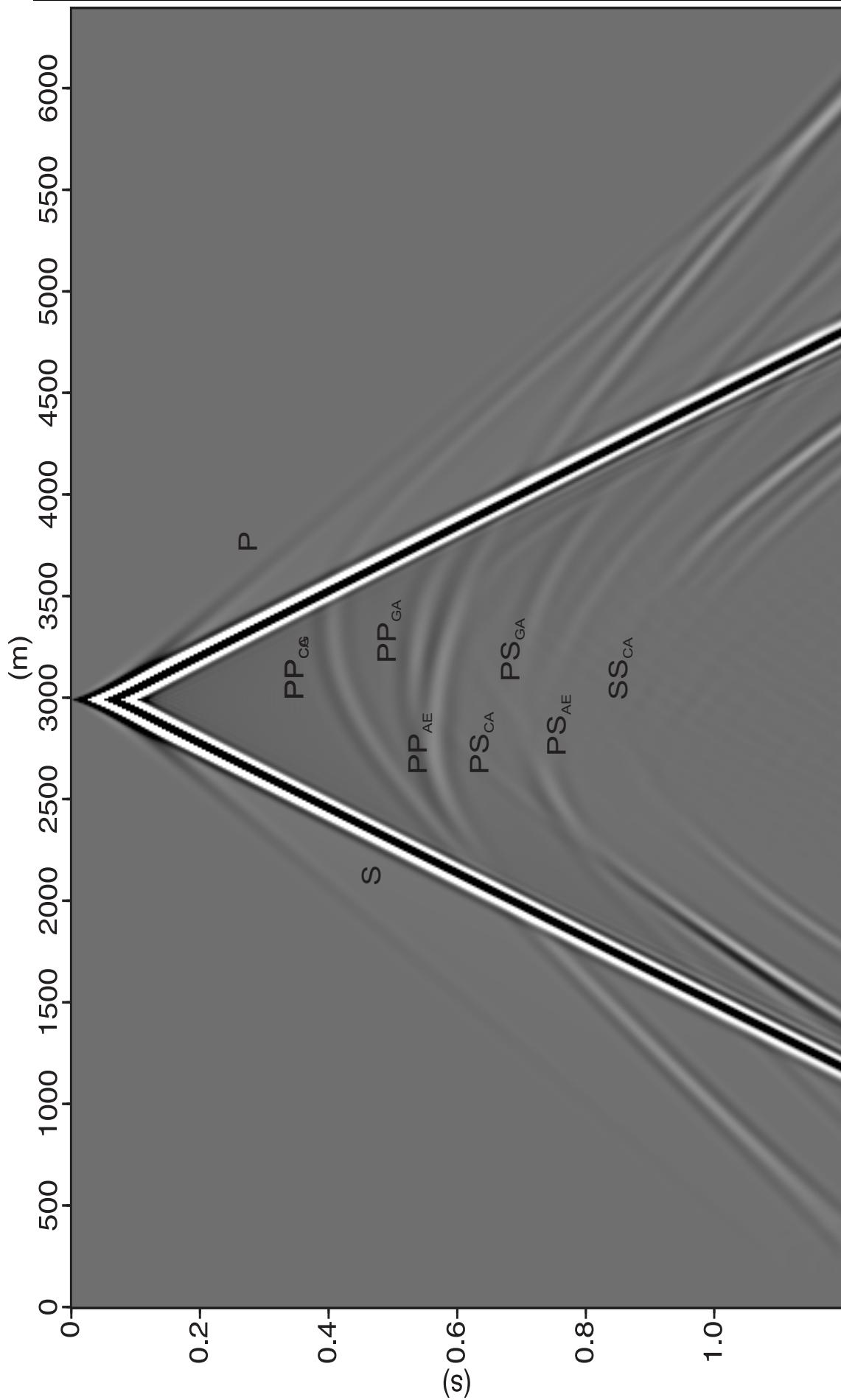


Figura 6.58: Sismograma elástico sintético da componente U_z do modelo de uma armadilha de gás, onde os subscritos CG , GA e AE correspondem, respectivamente, às interfaces Candeias-Gás, Gás-Aliança e Aliança-Embasamento.

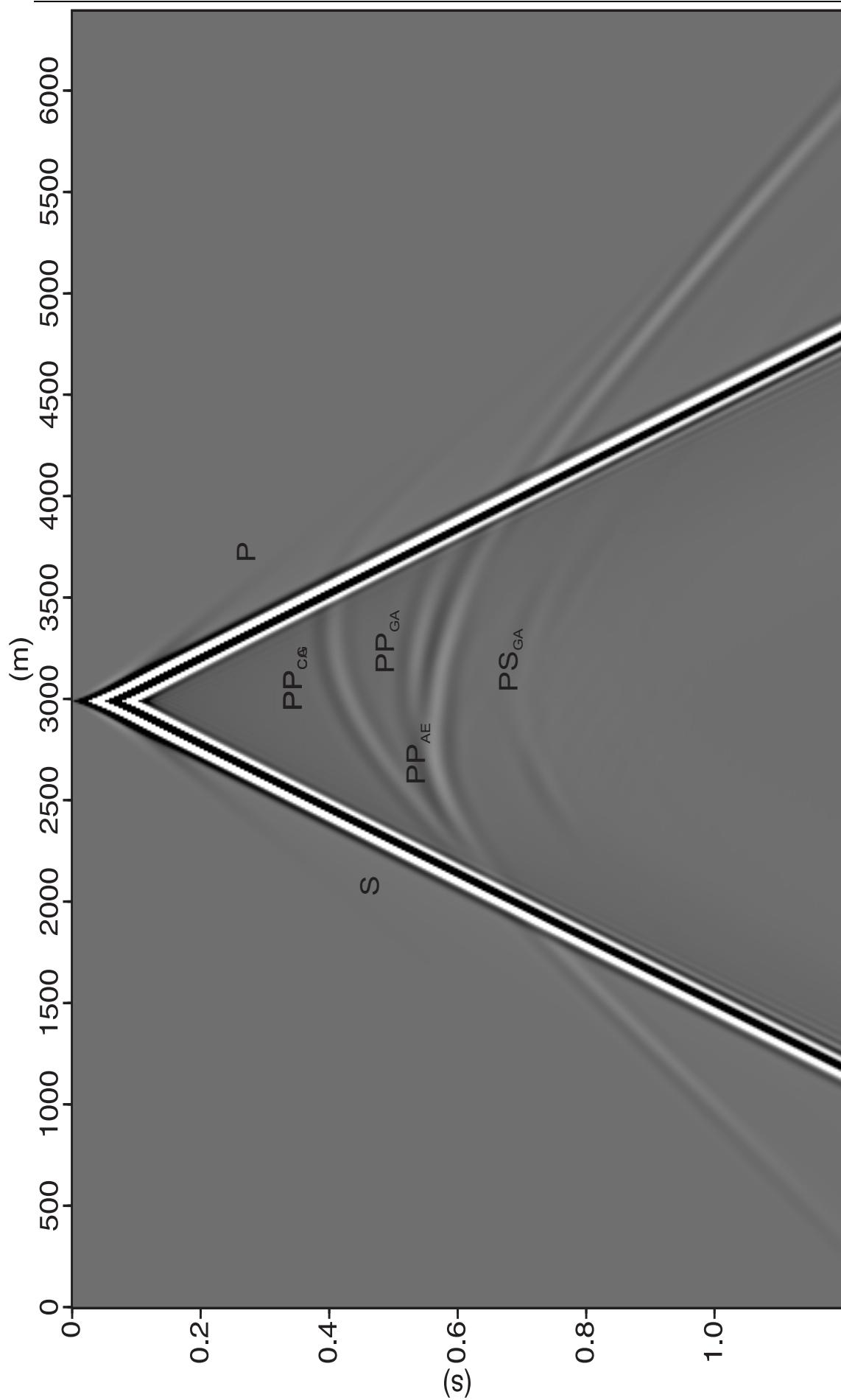


Figura 6.59: Sismograma viscoelástico sintético da componente U_z do modelo de uma falha normal com uma armadilha de gás, onde os subscritos CG , GA e AE correspondem, respectivamente, às interfaces Candeias-Gás, Gás-Aliança e Aliança-Embasamento.

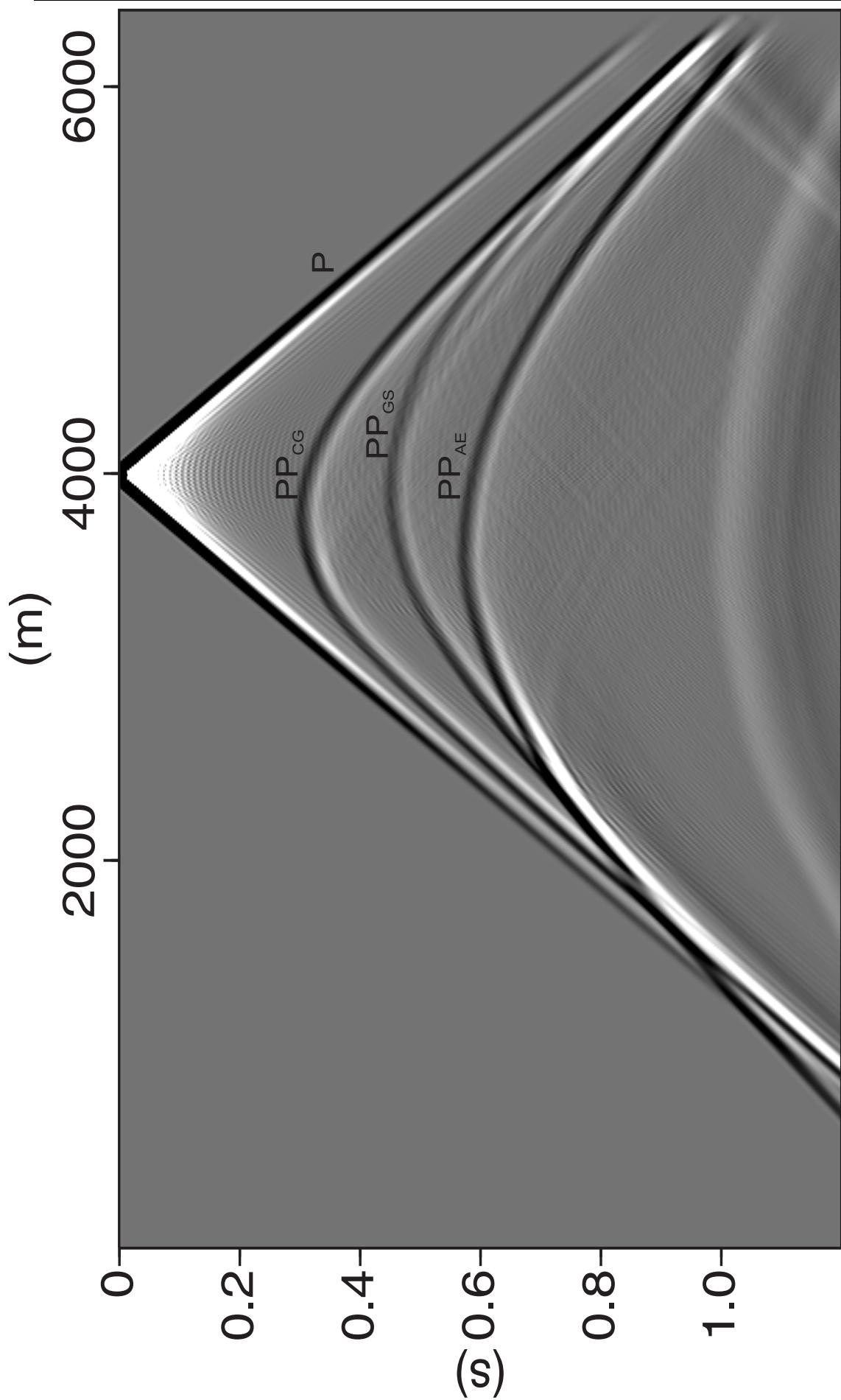


Figura 6.60: Sismograma acústico sintético da componente U_z do modelo de uma falha normal com uma armadilha de gás, onde os subscritos CG , GS e AE correspondem, respectivamente, às interfaces Candeias-Gás, Gás-Sergi e Aliança-Embassamento.

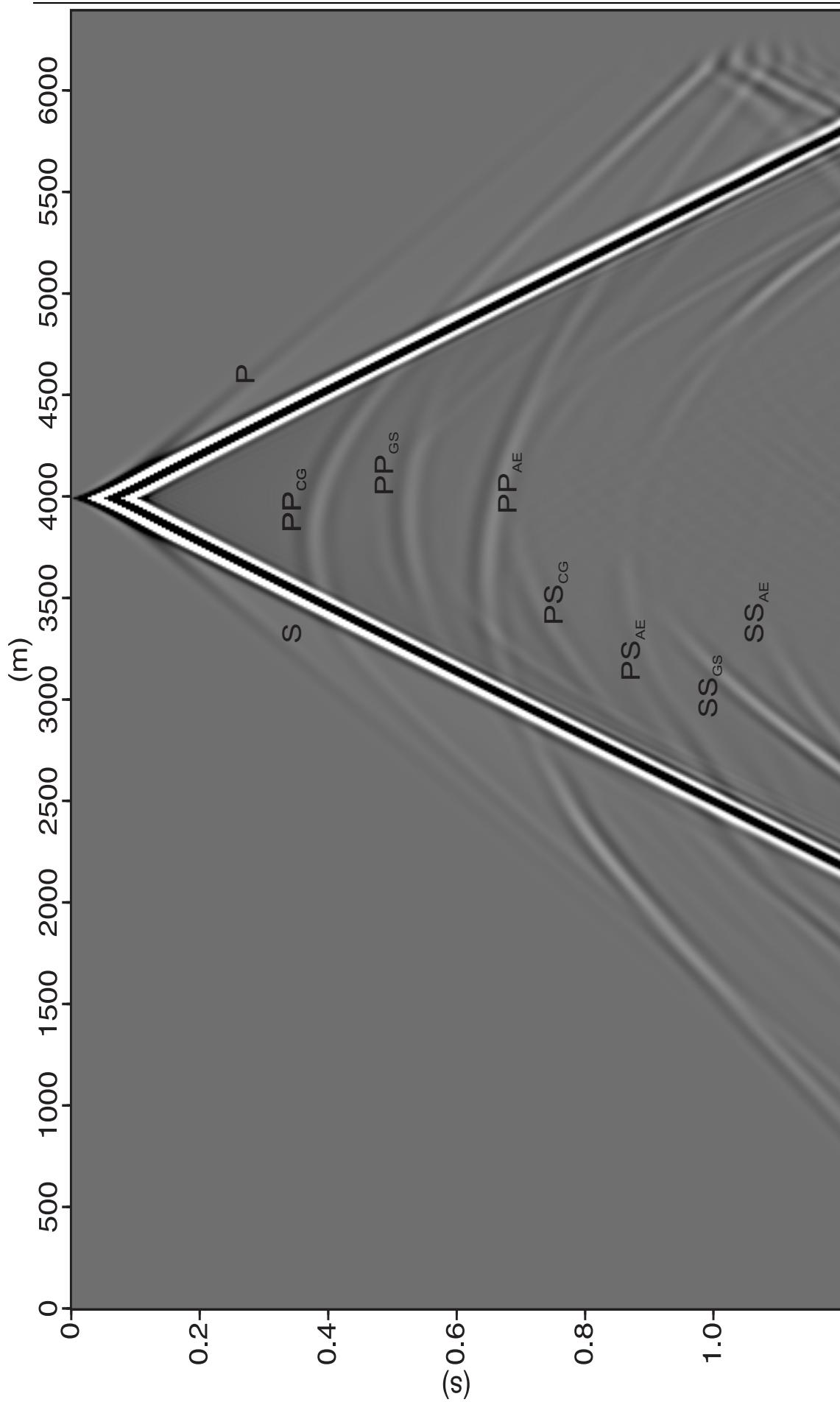


Figura 6.61: Sismograma elástico sintético da componente U_z do modelo de uma falha normal com uma armadilha de gás, onde os subscritos CG , GS e AE correspondem, respectivamente, às interfaces Candeias-Gás, Gás-Sergi e Aliança-Embassamento.

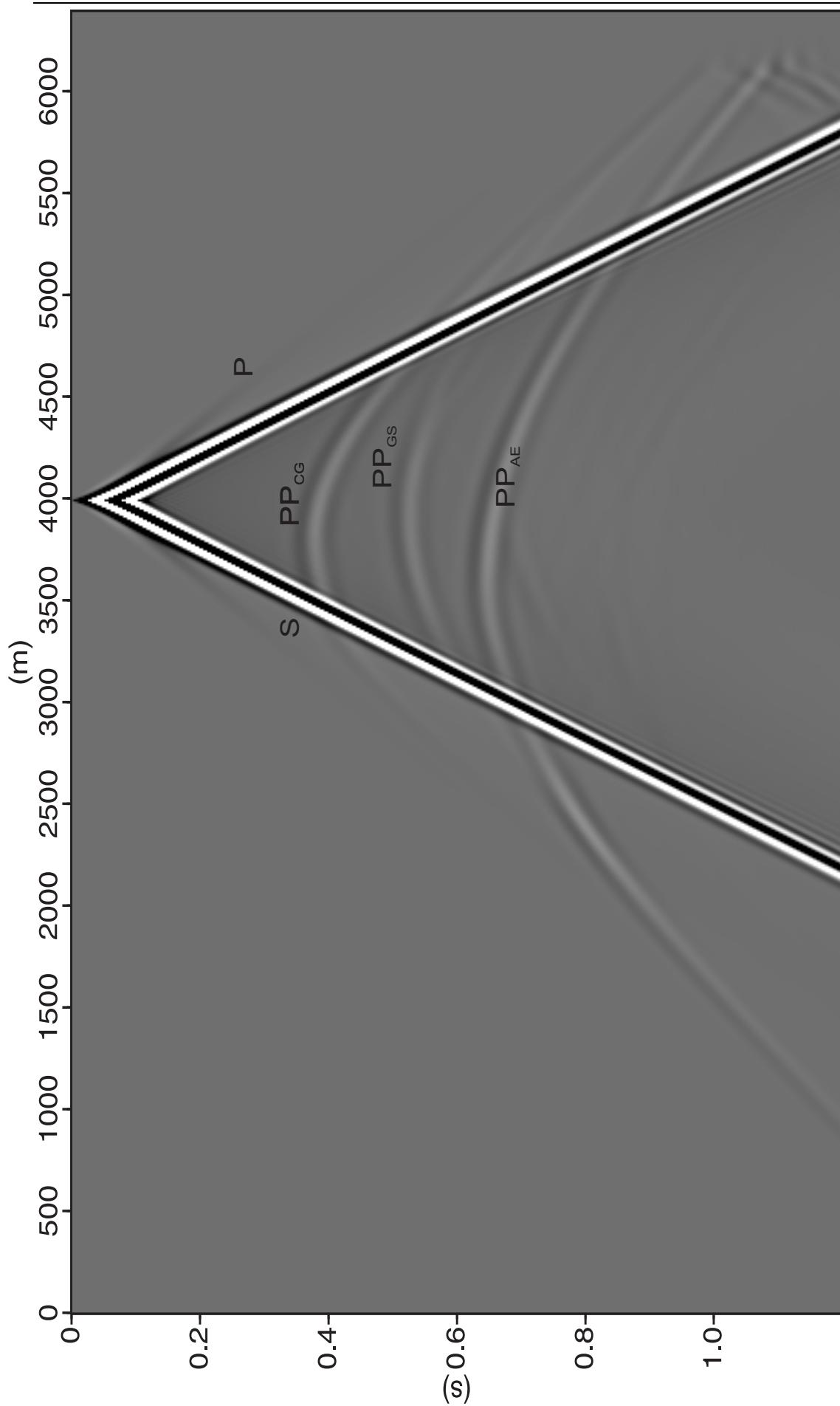


Figura 6.62: Sismograma viscoelástico sintético da componente U_z do modelo de uma falha normal com uma armadilha de gás, onde os subscritos CG , GS e AE correspondem, respectivamente, às interfaces Candeias-Gás, Gás-Sergi e Aliança-Embassamento.

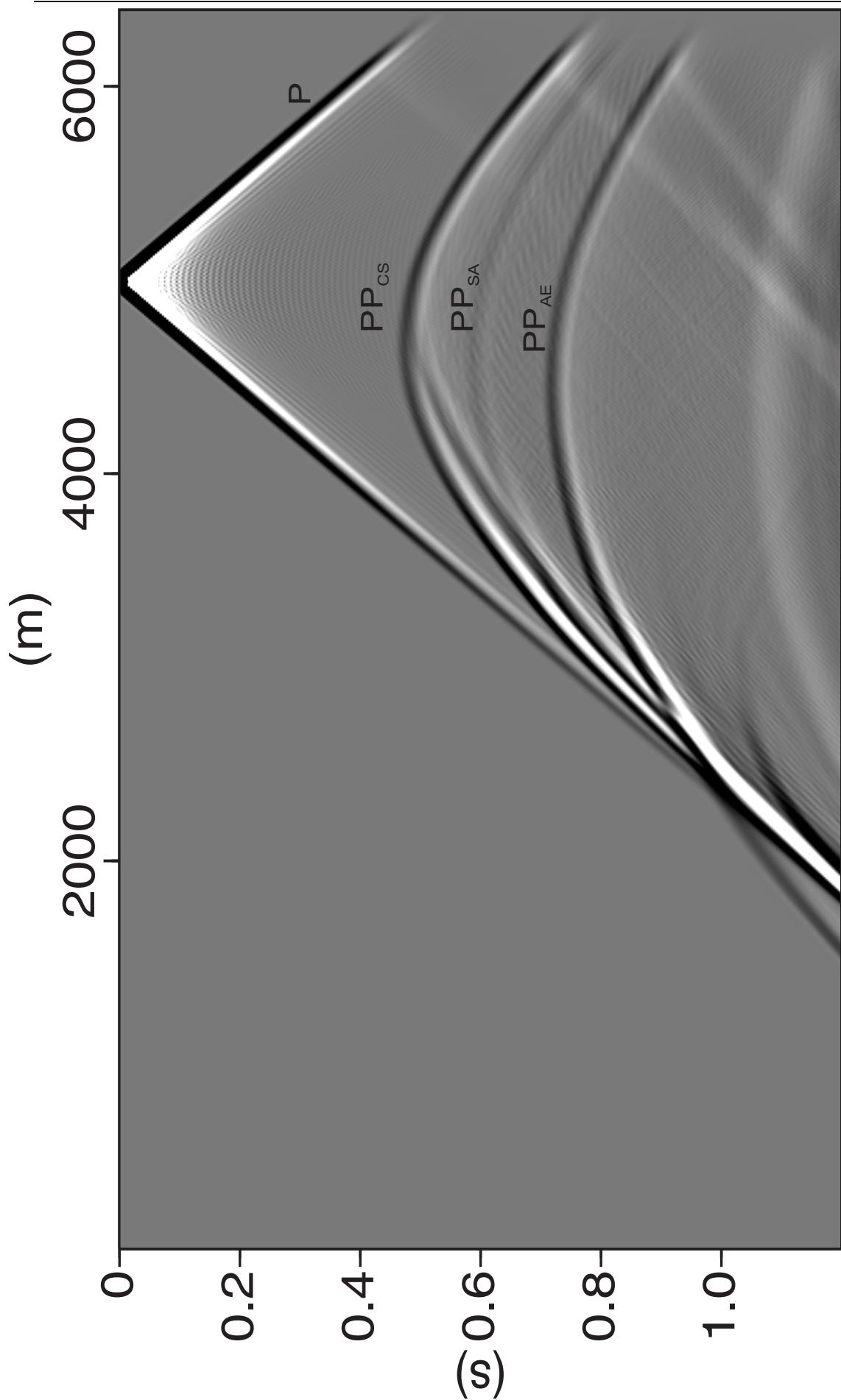


Figura 6.63: Sismograma acústico sintético da componente U_z do modelo de uma falha normal com uma armadilha de gás, onde os subscritos CS , SA e AE correspondem, respectivamente, às interfaces Candeias-Sergi, Sergi-Aliança e Aliança-Embassamento.

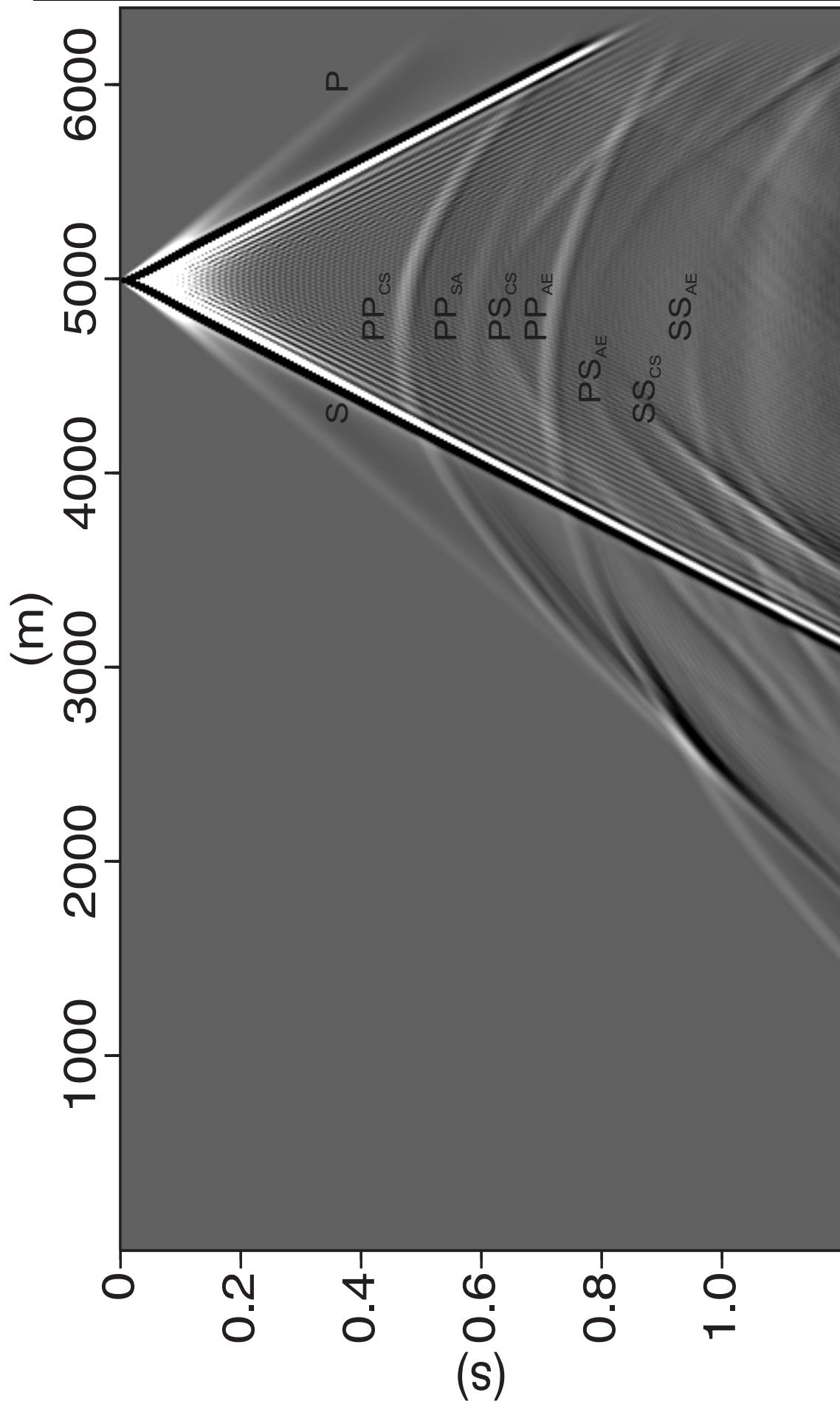


Figura 6.64: Sismograma elástico sintético da componente Uz do modelo de uma armadilha de gás, onde os subscritos CS , SA e AE correspondem, respectivamente, às interfaces Candeias-Sergi, Sergi-Aliança e Aliança-Embasamento.

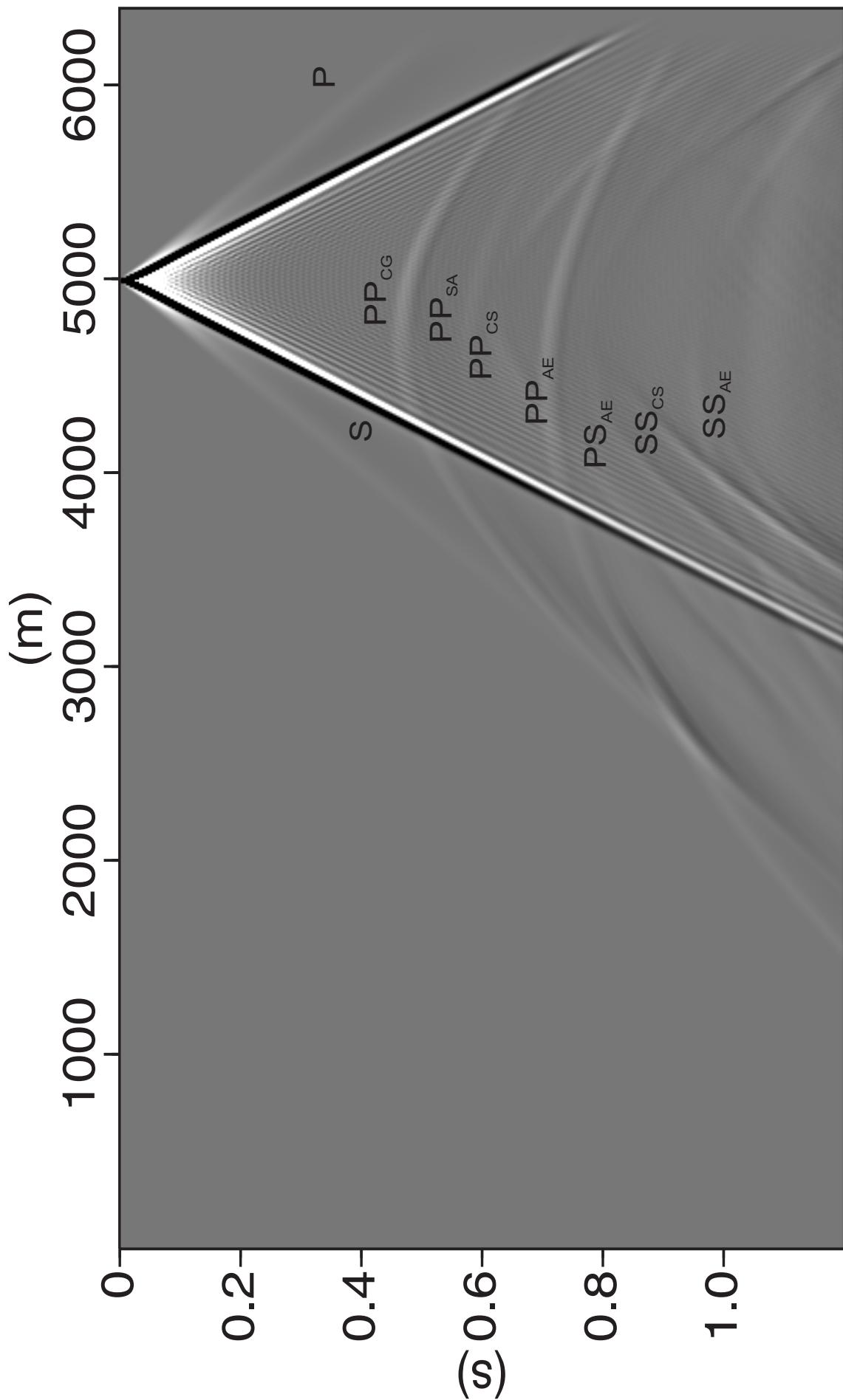


Figura 6.65: Sismograma viscoelástico sintético da componente U_z do modelo de uma falha normal com uma armadilha de gás, onde os subscritos CS , SA e AE correspondem, respectivamente, às interfaces Candeias-Sergi, Sergi-Aliança e Aliança-Embasamento.

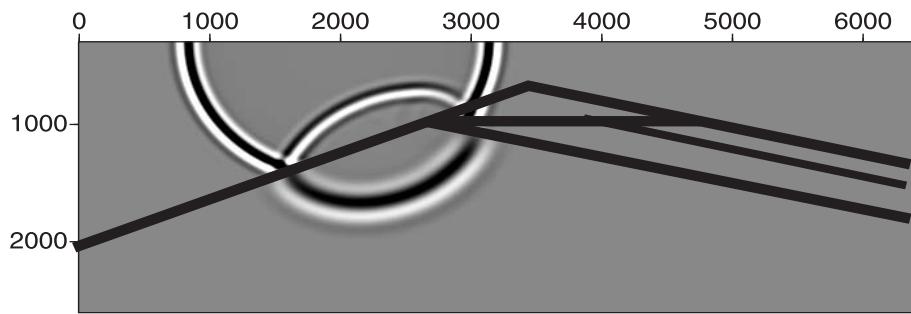


Figura 6.66: *Snapshots* dos sismogramas acústico para o tiro nas posições 2000m e $t = 0,5s$ no modelo de uma falha normal com uma camada de gás.

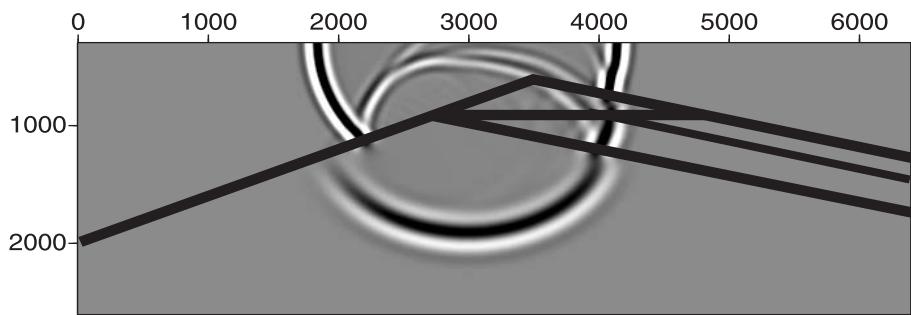


Figura 6.67: *Snapshots* dos sismogramas acústico para o tiro nas posições 3000m e $t = 0,5s$ no modelo de uma falha normal com uma camada de gás.

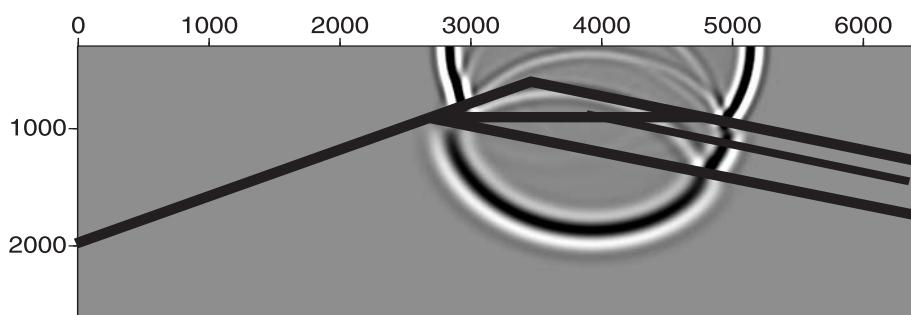


Figura 6.68: *Snapshots* dos sismogramas acústico para o tiro nas posições 4000m e $t = 0,5s$ no modelo de uma falha normal com uma camada de gás.

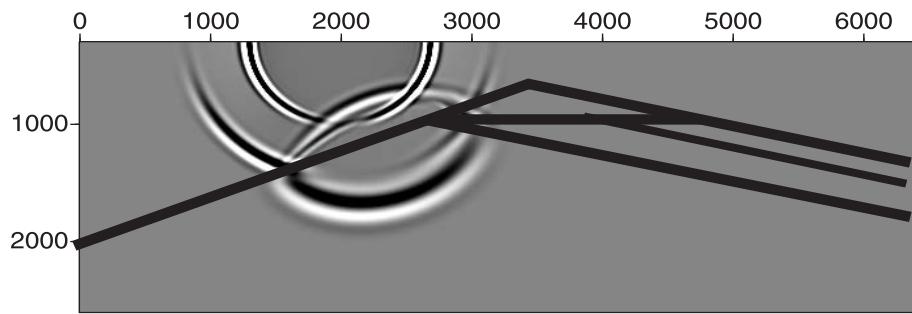


Figura 6.69: *Snapshots* dos sismogramas elástico para o tiro na posição 2000m e $t = 0,5s$ no modelo de uma falha normal com uma camada de gás.

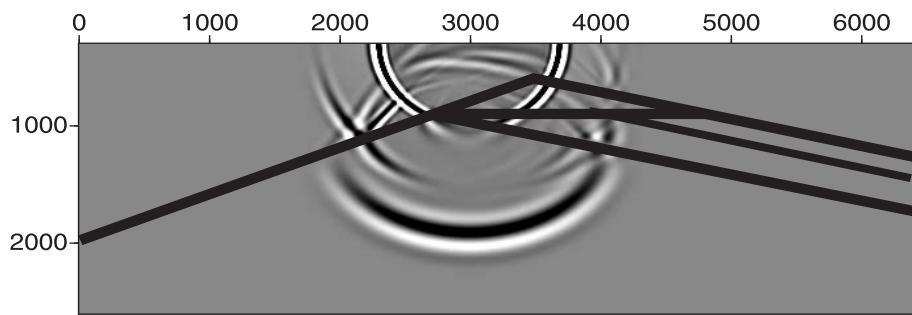


Figura 6.70: *Snapshots* dos sismogramas elástico para o tiro na posição 3000m e $t = 0,5s$ no modelo de uma falha normal com uma camada de gás.

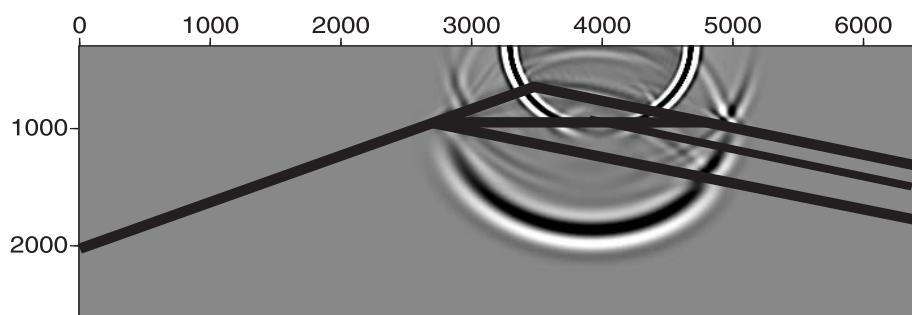


Figura 6.71: *Snapshots* dos sismogramas elástico para o tiro na posição 4000m e $t = 0,5s$ no modelo de uma falha normal com uma camada de gás.

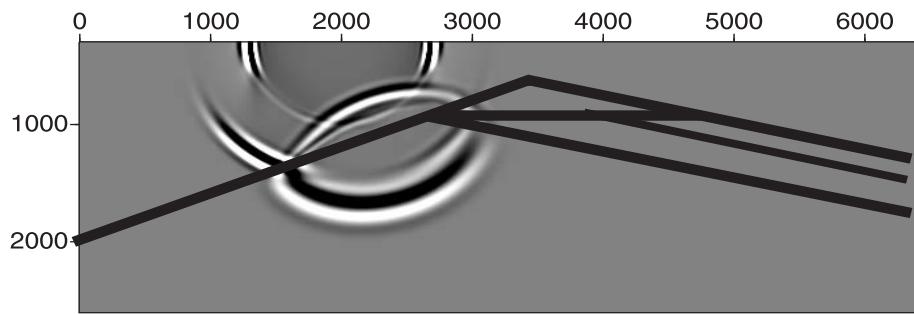


Figura 6.72: *Snapshots* dos sismogramas viscoelástico para o tiro na posição 2000m e $t = 0,5s$ no modelo de uma falha normal com uma camada de gás.

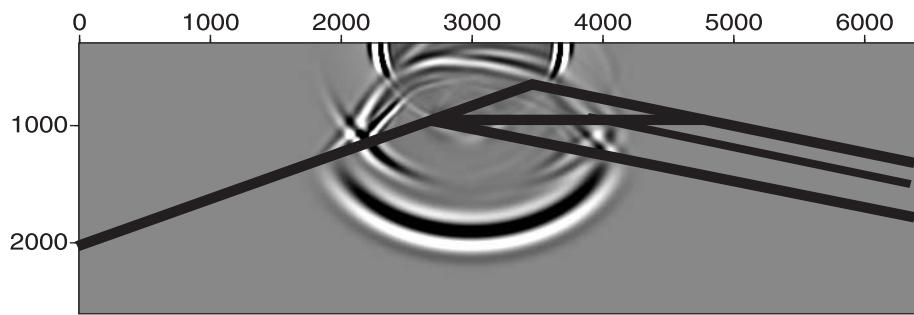


Figura 6.73: *Snapshots* dos sismogramas viscoelástico para o tiro na posição 3000m e $t = 0,5s$ no modelo de uma falha normal com uma camada de gás.

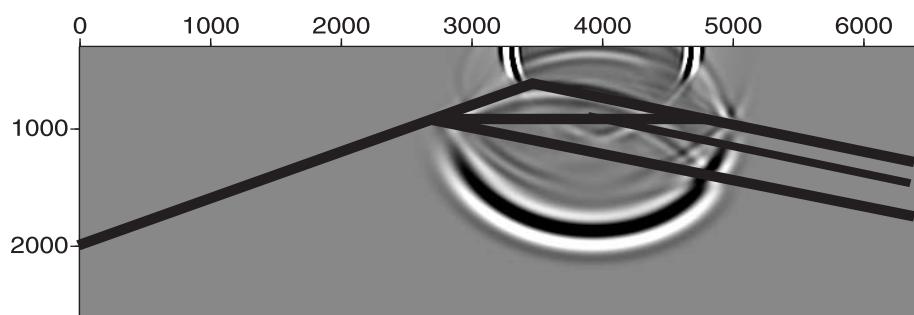


Figura 6.74: *Snapshots* dos sismogramas viscoelástico para o tiro na posição 4000m e $t = 0,5s$ no modelo de uma falha normal com uma camada de gás.

Analizando os sismogramas acústicos das Figuras (6.54, 6.57, 6.60 e 6.63) podemos notar nitidamente a onda direta P e as reflexões nas interfaces do meio de acordo com a posição da fonte. Na Figura (6.54) onde a fonte está localizada em $x = 2000\text{ m}$ temos a reflexão PP_{CE} da interface Formação Candeias-Embásamento com uma pequena alteração na forma da onda causada pela camada de gás; na Figura (6.57) com a fonte na posição $x = 3000\text{ m}$ temos as reflexões PP_{CG} , PP_{GA} e PP_{AE} , correspondentes respectivamente, as interfaces Formação Candeias-Gás, interface Gás-Formação Aliança e interface Formação Aliança-Embásamento; na Figura (6.60) com a fonte localizada em $x = 4000\text{ m}$ temos as reflexões PP_{CG} , PP_{GS} e PP_{AE} , que correspondem respectivamente, as interfaces Formação Candeias-Gás, Gás-Sergi e Formação Aliança-Embásamento, a interface Formação Sergi-Aliança não é percebida de forma nítida no sismograma; já na Figura (6.63) onde a fonte encontra-se localizada na posição $x = 5000\text{m}$ temos as reflexões PP_{CS} , PP_{SA} e PP_{AE} , que correspondem respectivamente, as interfaces Formação Candeias-Sergi, interface Formação Sergi-Aliança e interface Formação Aliança-Embásamento.

Nos sismogramas elásticos representados pelas Figuras (6.55, 6.58, 6.61 e 6.64) da mesma forma que na modelagem da falha normal, vide Figura (6.28), notamos que a amplitude das ondas diretas Secundárias S são muito maiores que as das ondas diretas Primárias P . Para a Figura (6.55) em que a fonte está localizada na posição $x = 2000\text{ m}$ temos de forma clara as reflexões na interface Formação Candeias-Embásamento das ondas PP_{CE} , PS_{CE} e SS_{CE} ; para a Figura (6.58) onde a fonte está na posição $x = 3000\text{ m}$, as reflexões nas interfaces Formação Candeias-Gás, interface Gás-Formação Aliança e interface Formação Aliança-Embásamento das ondas PP_{CG} , PP_{GA} , PP_{AE} , PS_{CG} , PS_{GA} , PS_{AE} e SS_{CG} , já não são muito nítidas devido a sobreposição das ondas; na Figura (6.61) com a fonte posicionada em $x = 4000\text{ m}$, podemos identificar, de cima para baixo, as reflexões nas interface Formação Candeias-Gás, interface Gás-Formação Sergi e Formação Aliança-Embásamento PP_{CG} , PP_{GS} , PP_{AE} , PS_{CG} , PS_{AE} , SS_{CG} e SS_{AE} , as reflexões na interface Formação Sergi-Aliança não têm como serem identificadas, devido a relação comprimento de onda e espessura da camada; na Figura (6.64) onde a fonte está em $x = 5000\text{ m}$, devido a sobreposição das reflexões e a baixa amplitude das reflexões na interface Formação Sergi-Aliança, podemos identificar de cima para baixo, as reflexões nas interfaces PP_{CS} , PP_{SA} , PS_{CS} , PP_{AE} , PS_{AE} , SS_{CS} e SS_{AE} .

Nas Figuras (6.56, 6.59, 6.62 e 6.65), que representam os sismogramas viscoelásticos, podemos notar as ondas diretas P e S , e devido a perda de amplitude causada pela viscoelasticidade presente na Formação Candeias e principalmente na camada de gás só é possível identificar algumas ondas PP e PS , de acordo com a posição da fonte em cada figura, esse

efeito atenuante, é causado pela viscoelasticidade, que é função do fator de qualidade (Q_P e Q_S) para cada uma das camadas do meio.

Comparando os “snapshots” das Figuras (6.66, 6.67, 6.68, 6.69, 6.70, 6.71, 6.72, 6.73 e 6.74), observa-se de forma mais nítida a alteração na forma do pulso sísmico, efeito esse causado pela presença das ondas refletidas SS e convertidas PS , tornando difícil a identificação das ondas refletidas PP nas interfaces.

7

Conclusão

A modelagem viscoelástica é uma poderosa ferramenta para estudos de propriedades da subsuperfície terrestre. A função relaxação viscoelástica pode ser facilmente adaptada em função da atenuação e dispersão, efeitos estes presentes nos materiais terrestre durante a propagação da onda sísmica. Nós usamos a técnica de diferenças finitas para resolver a equação da onda elástica e viscoelástica, por que esta técnica numérica é muito precisa e eficiente para resolver problemas de propagação de ondas sísmicas em meios efetivos como o meio viscoelástico.

Nesta pesquisa testamos exaustivamente o algoritmo que simula a propagação de onda sísmica em meios elástico e viscoelástico. Inicialmente comparamos as soluções analíticas baseada na Função de Green com os resultados numéricos.

A aplicação do método em modelos simples como modelo de duas camadas com uma interface horizontal e o modelo de duas camadas com uma interface inclinada, permitiram observar de maneira clara as diferenças registradas nos sismogramas, diferenças essas, geradas pela anisotropia e/ou viscoelasticidade. Como resultado dessas modelagens podemos citar as seguintes conclusões:

- 1- A propagação dos pulsos de ondas P e S refletidas em meios viscoelásticos sofreram uma atenuação de sua amplitude de até 50% se comparadas com as amplitudes dos mesmos eventos propagando em meios elásticos, para fatores de qualidades $Q_P = 30$ e $Q_S = 25$, valores esses típicos de uma camada de gás.

2- O tempo de percurso na propagação da onda sísmica é alterado quando os modelos isotrópicos se tornam anisotrópicos, os sismogramas gerados a partir de meios isotrópicos apresentam eventos cujos tempos de trânsito são diferentes dos tempos de trânsito dos eventos correspondentes nos sismogramas gerados a partir de meios anisotrópicos. Esse efeito pode dificultar o interprete a localizar corretamente uma interface.

3- A atenuação presente nas reflexões dos modelos viscoelásticos, deve-se ao coeficiente de atenuação presente nos materiais em subsuperfície também chamado de fator de qualidade (Q), que é função dependente da frequência. Portanto, usando valores constantes de acordo com o tipo de material, podemos ter uma atenuação ao ponto de mascarar eventos e dessa maneira dificultar na interpretação dos sismogramas.

A modelagem de estruturas complexas gerou um sismograma “common-shot-gather” para uma trapa anticlinal típica de acúmulo de hidrocarboneto, utilizando propriedades de materiais realísticas, onde é feita uma descrição detalhada desse problema comparando os resultados dos sismograma elástico com o viscoelástico. Tendo como resultado uma atenuação no modelo viscoelástico dificultado a localização do reservatório.

A modelagem também foi aplicada num modelo realístico da Bacia do Recôncavo, particularmente um modelo 2D da estrutura revelada pela linha 26-RL-931, usando informações do poço 1-FAV-4, foi utilizado neste trabalho, na sísmica de reflexão para modelar situações geológicas, forneceu bons resultados para auxiliar trabalhos de interpretação e testar técnicas de aquisição e processamento. Uma possível acumulação de hidrocarboneto na quina da falha pode ser completamente destruída seja pela trajetória das ondas, seja pelos efeitos de atenuação do pulso sísmico no meio viscoelástico.

Os resultados indicam a necessidade da modelagem viscoelástica para uma interpretação apropriada dos dados sísmicos. A nova técnica será muito útil para resolver problemas de propagação de ondas sísmicas em reservatórios de hidrocarbonetos, que de modo geral são meios viscoelásticos e muitas vezes anisotrópicos. A necessidade de uma boa precisão na simulação das ondas sísmicas de modo realístico será possível com o eficiente algoritmo desenvolvido.

Este trabalho desenvolveu algoritmo para realizar a modelagem viscoelástica de reservatórios, o qual é pioneiro no CPGG/UFBA. Esta pesquisa está no mesmo patamar ou mesmo estado da arte que os outros atualmente realizados na COPPE, PETROBRAS e outras universida-

des brasileiras. Principalmente, se considerando a aplicação realizada no caso real da Falha de Pedras, situado na Bacia do Recôncavo no campo de Fazenda Alvorada.

Referências Bibliográficas

- Alford, R., Kelly, K. & Boore, D. (1974) Accuracy of finite-difference modeling of the acoustic wave equation, *Geophysics*, **29**:834–842.
- Alterman, Z. & Loewenthal, D. (1970) Seismic wave in a quarter and three-quarter plane, *Geoph. J. Roy. Astr. Soc.*, **20**:101–126.
- Ben-Menahem, A. & Singh, S. J. (1981) Seismic wave and sources, Springer-Verlag.
- Carcione, J. M. (1992) Anisotropic q and velocity dispersion of finely layered media, *Geophysics*, **40**:761–783.
- Carcione, J. M. (1993) Seismic modeling in viscoelastic media, *Geophysics*, **58**:110–120.
- Carcione, J. M. (1995) Constitutive model and wave equation for linear, viscoelastic, anisotropic media, *Geophysics*, **60**:537–548.
- Carcione, J. M. (2001) Wave field in real media. theory and numerical simulation of wave propagation in anisotropic, anelastic and porous media, Pergamon Press.
- Cerjan, J., Kosloff, D. & Reshef, M. (1985) A nonreflecting boundary condition for discrete acoustic and elastic wave equations, *Geophysics*, **50**:705–708.
- Dong, Z. & McMechan, G. A. (1995) 3-D viscoelastic anisotropic modeling of data from a multicomponent, multazimuth seismic experiment in northeast Texas, *Geophysics*, **60**:1128–1138.
- Eason, G., Fulton, J. & Sneddon, I. N. (1956) The generation of wave in an infinite elastic solid by variable body forces, *Phil. Trans. Roy. Soc. London*, **A248**:575–607.
- Emmerich, H. & Korn, M. (1987) Incorporation of attenuation into time-domain computations of seismic wave fields, *Geophysics*, **52**:1252–1264.
- Faria, E. L. & Stoffa, P. S. (1994) Traveltime computation in transversely isotropic media, *Geophysics*, **59**:272–281.
- Helbig, K. (1991) Seismic anisotropy, SEG, Tulsa.

- Kosloff, D., Kessler, D., Queiroz Filho, A., Tessmer, E., Behle, A. & Strahilevitz (1990) Solution of the equation of dynamic elasticity by a chebychev spectral method, *Geophysics*, **55**:734–748.
- Levander, A. R. (1988) Fourth-order finite-difference P-SV seismograms, *Geophysics*, **53**:1425–1436.
- Madariaga, R. (1976) Dynamics of an expanding circular fault, *Bull. Seis. Soc. Am.*, **66**:639–666.
- Mufti, I. (1996) Finite-difference depth migration of exploration scale 3-D seismic data, *Geophysics*, **61**:776–794.
- Oliveira, S. A. M. (1998) Modelagem da resposta sísmica e de alta resolução de reservatórios de hidrocarbonetos, Tese de Doutorado, Universidade Federal da Bahia.
- Payton, R. G. (1983) Elastic wave propagation in transversely isotropic media, Martinus Nijhoff Publ.
- Pilant, W. L. (1979) Elastic wave in the earth, Elsevier Science Publ. Co. Inc.
- Poynting, J. H. & Thomson, J. J. (1902) Properties of matter, C. Griffin and Co.
- Reshef, M., Kosloff, D. & Loewenthal, D (1984) Elastic wave calculations by the Fourier method, *Bull. seis. Soc. Am.*, **74**:875–891.
- Reshef, M., Kosloff, D., Edwards, M. & Hsiung, C (1988) Three-dimensional elastic modeling by the Fourier method, *Geophysics*, **53**:1184–1193.
- Robertsson, J. O. A., B. J. O. e Symes, W. W. (1994) Viscoelastic finite-difference modeling., *Geophysics*, **59**:1444–1456.
- Samec, P. e Blangy, J. P. (1992) Viscoelastic attenuation, anisotropy, and avo., *Geophysics*, **57**:441–450.
- Simões Filho, I. de A. (1992) Modelagem e inversão de tempos de trânsito em meios heterogêneos anisotrópicos fraturados. Tese de Doutorado, CPGG/UFGa.
- Tessmer, E. & Kosloff, D. (1994) 3-D elastic modeling with surface topography by a Chebyshev spectral method, *Geophysics*, **59**:464–473.
- Thomsen, L. (1986) Weak elastic anisotropy, *Geophysics*, **51**:1954–1966.
- Virieux, J. (1986) P-sv wave propagation in heterogeneous media: Velocity-stress finite-difference method, *Geophysics*, **51**:889–901.
- Zener, C. (1948) Elasticity and anelasticity of metals, Univ. of Chicago Press.

8

APÊNDICE A

8.1 Sistemas de Simetria

Os meios sólidos podem ser classificados em oito diferentes sistemas de simetria, de acordo com o número e a orientação dos planos de simetria:

1. Triclínico, o mais geral não possui plano de simetria, com 21 valores independentes das constantes elásticas. A matriz representativa das constantes elásticas pode ser esquematizada como:

$$\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} & c_{15} & c_{16} \\ c_{12} & c_{22} & c_{23} & c_{24} & c_{25} & c_{26} \\ c_{13} & c_{23} & c_{33} & c_{34} & c_{35} & c_{36} \\ c_{14} & c_{24} & c_{34} & c_{44} & c_{45} & c_{46} \\ c_{15} & c_{25} & c_{35} & c_{45} & c_{55} & c_{56} \\ c_{16} & c_{26} & c_{36} & c_{46} & c_{56} & c_{66} \end{pmatrix} \quad (8.1)$$

2. Monoclínico, cujos materiais têm suas propriedades invariantes em relação a uma rotação de 180 graus em torno de um eixo específico. Assumindo o eixo Z como eixo em relação ao qual o material é invariante, temos:

$$\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & c_{16} \\ c_{12} & c_{22} & c_{23} & 0 & 0 & c_{26} \\ c_{13} & c_{23} & c_{33} & 0 & 0 & c_{36} \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & c_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{45} & c_{55} & 0 \\ c_{16} & c_{26} & c_{36} & 0 & 0 & c_{66} \end{pmatrix} \quad (8.2)$$

Materiais com simetria monoclinica possuem 13 constantes elásticas independentes.

3. Trigonal, caracterizado pela invariância de suas propriedades por rotação de 120 graus em relação a um eixo (por exemplo, eixo Z). A representação matricial para um meio com simetria trigonal é:

$$\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} & c_{15} & 0 \\ c_{12} & c_{22} & c_{23} & -c_{14} & -c_{15} & 0 \\ c_{13} & c_{23} & c_{22} & 0 & 0 & 0 \\ c_{14} & -c_{14} & 0 & c_{44} & 0 & -c_{15} \\ c_{15} & -c_{15} & 0 & 0 & c_{44} & c_{14} \\ 0 & 0 & 0 & -c_{15} & c_{14} & c_{66} \end{pmatrix} \quad (8.3)$$

onde $C_{66} = \frac{c_{11}-c_{12}}{2}$. São 7 as constantes independentes nos materiais com simetria trigonal.

4. Ortorrômico, que é a anisotropia mais complexa em sismologia (as de simetria menor não são utilizadas em sismologia), apresentando 9 parâmetros elásticos independentes. É caracterizado por 3 eixos perpendiculares de simetria. Uma rotação de 180 graus ao redor de qualquer ponto dos eixos não muda o tensor c_{ijkl} . Para a simetria em torno do eixo vertical, temos a seguinte representação matricial:

$$\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{22} & c_{23} & 0 & 0 & 0 \\ c_{13} & c_{23} & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66} \end{pmatrix} \quad (8.4)$$

5. Tetragonal, que representa uma característica de simetria ortorrômica, com invariância por rotação de 90 graus em relação ao eixo Z. Assim, $c_{11} = c_{22}$, $c_{12} = c_{13}$ e $c_{44} = c_{55}$. A matriz de rigidez possui 6 parâmetros elásticos independentes e pode ser representada por:

$$\begin{pmatrix} c_{11} & c_{13} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{13} & c_{11} & c_{23} & 0 & 0 & 0 \\ c_{13} & c_{23} & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66} \end{pmatrix} \quad (8.5)$$

6. Hexagonal, ou transversal-isotrópico, que possui um eixo de simetria de tal forma que uma rotação de ângulo arbitrário, ao longo deste eixo, não muda o tensor c_{ijkl} . Existem 5 parâmetros elásticos independentes. Para simetrias em torno do eixo vertical (eixo Z), temos a seguinte representação matricial:

$$\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{11} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{13} & c_{13} & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66} \end{pmatrix} \quad (8.6)$$

onde $C_{66} = \frac{c_{11}-c_{12}}{2}$.

7. Cúbica, que representa um subsistema do sistema ortorrômbico, no qual as três direções são intercambiáveis. A matriz de constantes elásticas pode ser representada por:

$$\begin{pmatrix} c_{11} & c_{13} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{13} & c_{11} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{13} & c_{13} & c_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} \end{pmatrix}. \quad (8.7)$$

São apenas três as constantes elásticas independentes no sistema de simetria cúbica.

8. O sistema isotrópico corresponde ao máximo de simetria, onde todos os planos são planos de simetria. A matriz de constantes elásticas pode ser representado por:

$$\begin{pmatrix} c_{11} & c_{11} - 2c_{44} & c_{11} - 2c_{44} & 0 & 0 & 0 \\ c_{11} - 2c_{44} & c_{11} & c_{11} - 2c_{44} & 0 & 0 & 0 \\ c_{11} - 2c_{44} & c_{11} - 2c_{44} & c_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} \end{pmatrix}. \quad (8.8)$$

onde $c_{11} = \lambda + 2\mu$ e $c_{44} = \mu$, sendo λ e μ as constantes de Lamé.