



**UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA
FACULDADE DE ECONOMIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA
MESTRADO E DOUTORADO EM ECONOMIA**

VITOR ROSA SILVA

**CARTEIRA ÓTIMA DE ATIVOS FINANCEIROS: UMA ABORDAGEM
COMPARATIVA ENTRE O MODELO RANDOM FOREST E O MODELO
TRADICIONAL DE MARKOWITZ**

**SALVADOR
2025**

VITOR ROSA SILVA

**CARTEIRA ÓTIMA DE ATIVOS FINANCEIROS: UMA ABORDAGEM
COMPARATIVA ENTRE O MODELO RANDOM FOREST E O MODELO
TRADICIONAL DE MARKOWITZ**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Economia da Faculdade de Economia da Universidade Federal da Bahia como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre em Economia.

Área de concentração: Economia aplicada.

Orientador: Prof. Dr. Reinan Ribeiro Sousa Santos.

**SALVADOR
2025**

Ficha catalográfica elaborada por Vânia Cristina Magalhães CRB 5- 960

Silva, Vitor Rosa

S586 Carteira ótima de ativos financeiros: uma abordagem comparativa entre o modelo Random Forest e o modelo tradicional de Markowitz./ Vitor Rosa Silva.- Salvador, 2025.

62f. Il.; fig.; quad.

Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Economia, Universidade Federal da Bahia, 2025.

Orientador: Prof. Dr. Reinan Ribeiro Sousa Santos.

1. Investimentos. 2. Risco financeiro. 4. Teoria do portifólio. I. Santos, Reinan Ribeiro Sousa. II. Título. III. Universidade Federal da Bahia.

CDD – 332.6



Universidade Federal da Bahia
Faculdade de Economia
Programa de Pós-Graduação em Economia
Mestrado e Doutorado em Economia

TERMO DE APROVAÇÃO

VITOR ROSA SILVA

CARTEIRA ÓTIMA DE ATIVOS FINANCEIROS: UMA ABORDAGEM COMPARATIVA ENTRE O MODELO RANDOM FOREST E O MODELO TRADICIONAL DE MARKOWITZ”

Dissertação de Mestrado aprovada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Economia no Programa de Pós-Graduação em Economia da Faculdade de Economia da Universidade Federal da Bahia, pela seguinte banca examinadora:

Documento assinado digitalmente

REINAN RIBEIRO SOUZA SANTOS
Data: 15/01/2025 14:40:35-02:00
Verifique em <https://validar.itd.gov.br>

Prof. Dr. Reinan Ribeiro Souza Santos
(Orientador – UFBA)

Documento assinado digitalmente

CAMILA CARDOSO PEREIRA
Data: 17/01/2025 12:42:00-02:00
Verifique em <https://validar.itd.gov.br>

Profa. Dra. Camila Cardoso Pereira (UFBA)

Documento assinado digitalmente

BRUNO DOS SANTOS GOIS
Data: 21/01/2025 14:42:35-03:00
Verifique em <https://validar.itd.gov.br>

Prof. Dr. Bruno dos Santos Góis (UFRN)

Aprovada em 10 de janeiro de 2025.

AGRADECIMENTOS

A conclusão deste trabalho representa um marco importante em minha vida acadêmica e pessoal, e muitas pessoas foram fundamentais ao longo desta jornada.

Agradeço, em primeiro lugar, ao meu orientador, Professor Reinan, por sua orientação precisa, paciência e dedicação. Sua sabedoria, incentivo e rigor acadêmico foram cruciais para o desenvolvimento desta dissertação.

À minha esposa, Roberta, minha companheira de todas as horas, cujo apoio incondicional, amor e compreensão foram essenciais para que eu pudesse enfrentar os desafios deste percurso. Ao meu filho, Rafael, que, com sua alegria contagiosa, foi minha maior motivação e lembrete constante do porquê vale a pena seguir em frente.

Agradeço também à Faculdade de Economia da Universidade Federal da Bahia (UFBA), que proporcionou o ambiente acadêmico e os recursos necessários para que eu pudesse desenvolver esta pesquisa. Aos professores e colegas, por suas contribuições e trocas enriquecedoras ao longo dessa jornada.

A todos que, de alguma forma, estiveram ao meu lado e contribuíram direta ou indiretamente para a realização deste trabalho, minha mais profunda gratidão.

RESUMO

A dissertação examina a otimização de portfólios combinando a Teoria de Markowitz com o modelo de aprendizado de máquina Random Forest. Utilizando dados semanais de ativos de alta liquidez da B3, o estudo visa melhorar a previsão de retornos e maximizar a relação risco-retorno. A metodologia abrange o uso de Python para manipulação de dados e aplicação dos modelos, com a divisão dos dados entre treino e teste. O estudo mostrou que a integração do aprendizado de máquina traz benefícios ao portfólio. Os resultados sugerem que essa abordagem híbrida é promissora para a gestão de portfólios em mercados dinâmicos e incertos, consolidando o aprendizado de máquina como uma ferramenta eficaz para a previsão de retornos e a redução de riscos financeiros. O modelo híbrido Random-Forest/Markowitz superou o método tradicional em todos os critérios de performance: alcançou um retorno acumulado de 84,20%, significativamente superior aos 12,08% do modelo Tradicional-Markowitz. Além disso, o modelo híbrido obteve mais semanas positivas (108) comparado à abordagem tradicional (97), evidenciando maior consistência de ganhos ao longo do tempo. Em momentos de baixa intensidade no mercado, o modelo Random-Forest limitou as perdas, com uma máxima de -51,14%, e ainda alcançou um Treynor Ratio elevado (1,46) em contraste com o resultado negativo do modelo tradicional (-0,15). O alto Information Ratio (18,31) destaca ainda a capacidade do modelo híbrido de captar oportunidades de mercado e minimizar riscos sistêmicos. Em termos de diversificação e controle de risco, as carteiras híbridas apresentaram uma alocação mais eficiente e robusta frente ao mercado volátil. Esses resultados sugerem que a incorporação de aprendizado de máquina na previsão de retornos pode aprimorar a gestão financeira, permitindo uma alocação de ativos mais eficaz em condições de incerteza. A abordagem híbrida mostrou-se promissora, indicando que métodos avançados como o Random Forest são estratégias úteis para a construção de portfólios mais eficientes e resilientes em cenários econômicos dinâmicos e imprevisíveis.

Palavras-Chave: Otimização de portfólios; teoria de Markowitz; random forest; aprendizado de máquina.

ABSTRACT

The dissertation examines portfolio optimization by combining Markowitz's Theory with the Random Forest machine learning model. Using weekly data from highly liquid assets on B3, the study aims to improve return forecasting and maximize the risk-return ratio. The methodology involves using Python for data manipulation and model implementation, with a division of data into training and testing sets. The study demonstrated that integrating machine learning brings benefits to the portfolio. The results suggest that this hybrid approach is promising for portfolio management in dynamic and uncertain markets, establishing machine learning as an effective tool for return forecasting and financial risk reduction. The hybrid Random-Forest/Markowitz model outperformed the traditional method across all performance criteria, achieving an accumulated return of 84.20%, significantly higher than the 12.08% of the Traditional-Markowitz model. Moreover, the hybrid model achieved more positive weeks (108) compared to the traditional approach (97), indicating greater consistency in gains over time. During periods of low market intensity, the Random Forest model limited losses to a maximum of -51.14% and achieved a high Treynor Ratio (1.46) compared to the negative result of the traditional model (-0.15). The high Information Ratio (18.31) further highlights the hybrid model's ability to capture market opportunities and minimize systemic risks. In terms of diversification and risk control, the hybrid portfolios exhibited a more efficient and robust allocation in the face of volatile markets. These results suggest that incorporating machine learning into return forecasting can enhance financial management, enabling more effective asset allocation under uncertain conditions. The hybrid approach proved promising, indicating that advanced methods like Random Forest are useful strategies for constructing more efficient and resilient portfolios in dynamic and unpredictable economic scenarios.

Keywords: portfolio optimization; Markowitz theory; random forest; machine learning.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Estrutura da Random Forest e Seleção de Preditores	15
Figura 2: Retorno semanal da carteira <i>Random-Forest/Markowitz</i> - inicio semana 1 (17/06/2019) a semana 221 (10/09/2023)	42
Figura 3: Retorno semanal da carteira Tradicional-Markowitz - inicio semana 01 (17/06/2019) a semana 221 (10/09/2023)	42

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Relação das ações analisadas	21
Quadro 2: Métricas acumulados dos dados semanais de retornos da carteira tradicional-Markowitz X carteira <i>Random-Forest</i> /Markowitz para o período de 17/06/2019 a 10/09/2023 (221 semanas)	39
Quadro 3: Indicadores de desempenho dos dados semanais de retornos da carteira tradicional-Markowitz X carteira <i>Random-Forest</i> /Markowitz para o período de 17/06/2019 a 10/09/2023 (221 semanas)	44

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	9
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	12
2.1 TEORIA DE PORTFÓLIO DE MARKOWITZ	12
2.2 OTIMIZAÇÃO DE PORTFÓLIO E MODELO RANDOM FORESTS	14
2.3 OTIMIZAÇÃO DE PORTFÓLIO USANDO MACHINE LEARNING	18
3 METODOLOGIA E BASE DE DADOS	20
4 ANÁLISE DE RESULTADOS	38
5 CONCLUSÃO	47
REFERÊNCIAS	49
APÊNDICE A - RETORNO SEMANAL DA CARTEIRA TRADICIONAL MARKOWITZ	52
APÊNDICE B - RETORNO SEMANAL DA CARTEIRA RANDOM FOREST/ MARKOWITZ	57
APÊNDICE C - METRICAS ACUMULADAS	62

1 INTRODUÇÃO

No contexto de investimentos financeiros, sempre existe a busca por metodologias que aprimorem a alocação de ativos e maximizem os retornos com o menor risco. A Teoria de Portfólios de Markowitz, que enfatiza a importância da diversificação e a relação entre risco e retorno, constitui a base para a construção de carteiras eficientes. Contudo, com os avanços em ciência de dados e aprendizado de máquina, surgiram novas técnicas capazes de complementar essa teoria, especialmente no que tange à previsão e análise de dados financeiros.

A busca por melhores soluções na otimização de portfólios é um tema central na área de finanças e economia. Desde a introdução da teoria moderna de portfólios por Harry Markowitz em 1952, diversas abordagens têm sido propostas para aprimorar a relação risco-retorno em carteiras de investimento. A teoria de Markowitz, amplamente conhecida como modelo de média-variância, trouxe um marco significativo ao formalizar matematicamente o processo de alocação ótima de ativos. Entretanto, apesar de seu impacto substancial, o modelo apresenta limitações, como a forte dependência de estimativas precisas de retornos esperados, variâncias e covariâncias, que podem se tornar menos confiáveis em mercados dinâmicos e voláteis.

Nesse contexto, a evolução tecnológica e a ascensão de métodos baseados em aprendizado de máquina abriram novas possibilidades para a gestão de portfólios. Modelos como o *Random Forest*, um algoritmo de aprendizado supervisionado introduzido por Leo Breiman em 2001, oferecem uma abordagem robusta para a previsão de retornos e análise de dados complexos. A combinação de técnicas tradicionais, como a teoria de Markowitz, com métodos modernos de aprendizado de máquina, permite integrar o rigor teórico com a capacidade preditiva e adaptativa, criando uma estratégia híbrida para a construção de carteiras mais eficientes.

O presente estudo tem como objetivo analisar comparativamente o desempenho da carteira ótima de ativos financeiros gerada pelo modelo tradicional de Markowitz e por uma abordagem híbrida que combina esse modelo com o Random Forest. Utilizando dados semanais de ativos de alta liquidez da Bolsa de Valores brasileira (B3) no período de julho

de 2019 a setembro de 2023, perfazendo um total de 221 semanas analisadas, este trabalho busca avaliar a eficácia de cada modelo em condições de mercado dinâmicas e incertas. O foco é identificar até que ponto o aprendizado de máquina pode superar as limitações do modelo clássico, proporcionando ganhos superiores ajustados ao risco e maior resiliência em momentos de volatilidade.

A relevância desta pesquisa está alicerçada na necessidade crescente de ferramentas mais sofisticadas para gestão de portfólios, considerando as mudanças estruturais no mercado financeiro global. Com a expansão do acesso a dados e a evolução dos algoritmos, gestores e investidores possuem hoje à disposição um vasto leque de recursos para melhorar suas tomadas de decisão. Contudo, a aplicação desses recursos ainda enfrenta desafios, como a interpretação de padrões complexos em dados financeiros, a generalização para novos cenários e a consideração de custos de transação.

Dentre as principais contribuições do trabalho, destaca-se a aplicação de técnicas de Random Forest para a previsão de retornos semanais, incorporando-as na alocação de ativos segundo a teoria de Markowitz. Essa abordagem é avaliada em comparação ao modelo tradicional, considerando um conjunto abrangente de métricas de desempenho, como o retorno acumulado, índices de Sharpe e Sortino, drawdown máximo e beta. Além disso, é investigada a capacidade dos modelos de lidar com os desafios impostos por mercados voláteis, como eventos extremos e choques sistêmicos.

Os resultados obtidos sugerem que a integração de aprendizado de máquina à teoria de Markowitz pode gerar ganhos significativos. No período analisado, a carteira Random-Forest/Markowitz alcançou um retorno acumulado de 84,20%, em contraste com uma perda de 6,87% da carteira Tradicional-Markowitz. Além disso, o modelo híbrido apresentou maior consistência em semanas positivas, limitando perdas em momentos de baixa intensidade do mercado. Em termos de diversificação e controle de risco, as carteiras híbridas demonstraram alocações mais eficientes e robustas frente às flutuações de mercado.

Espera-se que os resultados desta pesquisa contribuam para o campo da otimização de portfólios, oferecendo informações sobre o uso de métodos híbridos que combinam teorias financeiras tradicionais com tecnologias emergentes. Com isso, o estudo pode não apenas consolidar o papel do aprendizado de máquina na previsão de retornos de ativos financeiros,

mas também abrir novas direções para pesquisas futuras no aprimoramento da alocação de ativos e na gestão de riscos no mercado financeiro.

O presente trabalho está organizado da seguinte forma. A primeira seção apresenta uma revisão da literatura sobre a teoria de portfólio de Markowitz e as aplicações de aprendizado de máquina em finanças, com ênfase no algoritmo Random Forest. Em seguida, é detalhada a metodologia utilizada, incluindo a seleção de dados, o processo de treinamento e teste dos modelos, e a análise das métricas de desempenho. A terceira seção é dedicada à apresentação e discussão dos resultados, comparando o desempenho das carteiras geradas pelos dois modelos. Por fim, as conclusões destacam as principais contribuições do estudo e sugerem direções para pesquisas futuras.

Ao integrar a teoria financeira clássica com métodos modernos de aprendizado de máquina, este trabalho busca não apenas contribuir para a literatura acadêmica, mas também oferecer insights práticos para a gestão de portfólios em um cenário de crescente complexidade e incerteza. A abordagem proposta visa atender às demandas de um mercado em constante evolução, proporcionando soluções inovadoras para a otimização de investimentos e a maximização de valor para investidores e gestores de recursos.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Este trabalho explorará a integração entre a teoria da carteira de Markowitz e técnicas avançadas de aprendizado de máquina, como o algoritmo de Random Forest. A análise abordará como a alocação de ativos pode ser otimizada utilizando tanto os princípios fundamentais da teoria de Markowitz quanto a capacidade preditiva e adaptativa do *Machine Learning* por meio da Random Forest. A interseção dessas abordagens promete oferecer insights valiosos para a construção de carteiras de investimento mais eficientes e resilientes.

Desta forma, oferecemos uma breve apresentação e descrição de diversos estudos recentes no campo do aprendizado de máquina aplicado à alocação de ativos, bem como a teoria de portfólio de Markowitz. Essa revisão bibliográfica não busca ser abrangente, mas sim proporcionar uma visão das diversas abordagens que a pesquisa está adotando para enfrentar esse desafio.

2.1 TEORIA DE PORTFÓLIO DE MARKOWITZ

O artigo "*Portfolio selection*", publicado por Harry Markowitz (1952), é um marco fundamental na teoria moderna de finanças, introduzindo o conceito de otimização de portfólio por meio da programação quadrática, com o objetivo de balancear risco e retorno. Markowitz propôs que os investidores poderiam otimizar seus portfólios selecionando um conjunto de ativos de forma a minimizar o risco para um dado nível de retorno esperado, ou, alternativamente, maximizar o retorno para um determinado nível de risco.

O modelo de Markowitz, conhecido como modelo de média-variância (MV), considera os retornos esperados dos ativos, suas variâncias e as covariâncias entre os retornos dos ativos. Segundo Markowitz (1952), "a escolha de um portfólio eficiente depende da combinação de ativos que apresentam a menor volatilidade possível para um dado nível de retorno". Este modelo ajudou a formalizar a ideia de que a diversificação entre ativos pode reduzir o risco sem prejudicar o retorno esperado.

No entanto, apesar de sua grande contribuição para a teoria financeira, o modelo de Markowitz apresenta algumas limitações, principalmente devido à sua dependência de

estimativas de variâncias e covariâncias, que podem ser difíceis de prever com precisão. Markowitz também destacou que, ao focar exclusivamente na média e na variância dos retornos históricos, o modelo pode não capturar todos os aspectos do comportamento dos ativos em situações de mercados dinâmicos (Markowitz, 1952).

De acordo com o autor, "o risco de um portfólio não é determinado apenas pela variância de seus componentes individuais, mas também pela forma como eles se correlacionam entre si" (Markowitz, 1952). Essa ênfase na correlação entre os ativos e sua contribuição para a diversificação foi uma das principais inovações do artigo, influenciando diretamente as práticas de alocação de ativos e a teoria moderna de portfólio.

Em suma, o trabalho de Markowitz estabeleceu os fundamentos da teoria de portfólio moderna e influenciou profundamente a forma como os investidores e os gestores de fundos abordam a otimização de portfólios. A aplicação de seu modelo é crucial para a construção de portfólios eficientes e para a gestão do risco em finanças, embora tenha dado origem a várias críticas e desenvolvimentos posteriores para aprimorar a modelagem de risco e retorno.

Harry Markowitz, além de seu artigo inspirador "*Portfolio selection*" (1952), produziu outros trabalhos significativos que influenciaram o campo da teoria financeira. Esses artigos abordam temas como a expansão da teoria de portfólio, a diversificação de investimentos, e o conceito de fronteira eficiente, que são centrais na moderna teoria de portfólio. Abordarei a seguir, alguns dos principais artigos de Markowitz e suas contribuições.

No artigo "*The utility of wealth*" Markowitz (1952), apresenta uma análise mais aprofundada da utilidade esperada e a decisão do investidor com relação ao risco. O autor introduz a ideia de que o comportamento dos investidores pode ser modelado a partir de sua aversão ao risco, uma consideração fundamental para o entendimento das escolhas de investimento. Como Markowitz (1952) afirma: "O valor de um ativo depende não apenas de seu retorno, mas também do grau de aversão ao risco do investidor".

Não obstante, no trabalho intitulado "*The efficient portfolio*", Markowitz (1959), expande a teoria de portfólio, discutindo como os investidores podem combinar diferentes ativos para obter o máximo de retorno com o mínimo de risco. O conceito de fronteira eficiente é

refinado, com Markowitz (1959) afirmando que "a escolha de um portfólio eficiente não deve ser apenas uma função do retorno esperado, mas também da variabilidade dos retornos e das correlações entre os ativos". Esse trabalho reforça a ideia de que a diversificação pode reduzir significativamente o risco total do portfólio.

Ainda, no artigo "*Mean-variance analysis in portfolio choice and capital markets*", Markowitz (1987), também se dedica a discutir como a análise de média-variância pode ser aplicada ao mercado de capitais mais amplo, além do contexto específico de portfólios de investimento. Este artigo é uma reflexão sobre a evolução de sua própria teoria e a incorporação de novos aspectos, como a análise de fricções de mercado e a introdução de ativos sem risco. Markowitz (1987) explica: "A análise de média-variância é o alicerce para entender como os investidores podem otimizar suas escolhas em mercados com diferentes oportunidades de risco e retorno".

Por fim, no artigo "*Portfolio theory: the classic works of Markowitz and Tobin*" (2000), em parceria com outros autores, Markowitz revisita os conceitos que formaram a base da teoria moderna de portfólio. Este artigo traz uma avaliação das contribuições de Markowitz e James Tobin, ambos fundamentais para a construção da teoria de portfólio eficiente. Markowitz (2000) observa: "A teoria de portfólio evoluiu, mas a essência de otimizar a combinação de ativos para equilibrar risco e retorno permanece central para a tomada de decisão financeira".

Contudo, esses artigos complementam a ideia original de Markowitz sobre a otimização de portfólio, com ênfase na diversificação e na maximização do retorno ajustado ao risco. Ao longo de sua carreira, ele continuou a expandir e refinar os conceitos apresentados em "*Portfolio selection*", solidificando sua posição como um dos principais pioneiros da moderna teoria financeira.

2.2 OTIMIZAÇÃO DE PORTFÓLIO E MODELO RANDOM FORESTS

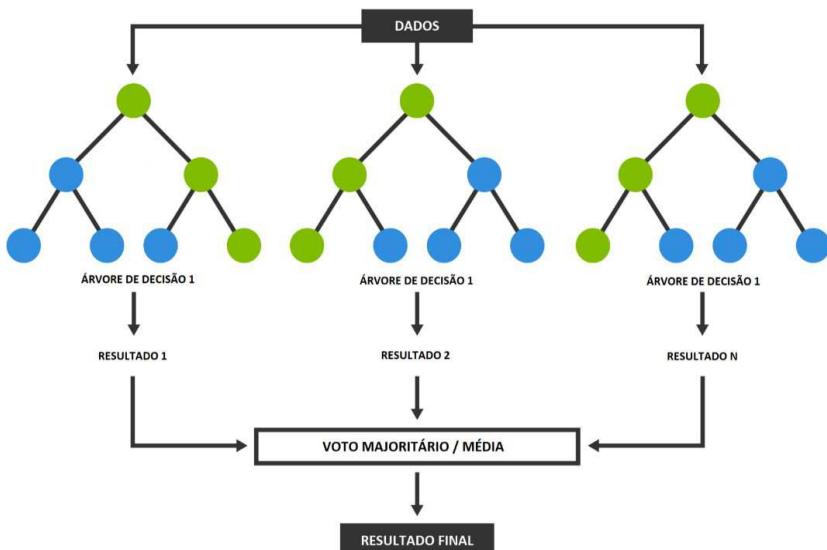
As *Random Forests* são algoritmos de aprendizado supervisionado que pertencem à categoria de métodos ensemble¹. Eles são construídos combinando vários algoritmos mais

¹Um algoritmo que utiliza vários modelos em conjunto com o objetivo de obter um modelo final com melhores resultados é chamado de método Ensemble.

simples, o que aumenta sua robustez. Uma característica fundamental é sua capacidade de combinar um grande número de árvores de decisão, cada uma com respostas diferentes, para produzir um resultado único. Em problemas de classificação, o resultado final é determinado pela votação da maioria, enquanto em problemas de regressão, o resultado é a média dos valores previstos pelos modelos individuais (Breiman, 2001).

O principal objetivo das *Random Forests* é agrupar conjuntos de preditores, mesmo que não sejam ótimos individualmente, ao invés de otimizar cada preditor isoladamente, como nos modelos *Classification and Regression Trees* (CART). Ao introduzir aleatoriedade nas árvores individuais, a *Random Forest* beneficia-se de uma exploração mais abrangente do espaço total de atributos, o que resulta em um melhor desempenho preditivo (Genuer; Poggi, 2020).

Figura 1 - Estrutura da Random Forest e seleção de preditores



Fonte: Genuer e Poggi (2020)

De acordo com Bernarda (2021), em seu artigo “Otimização de portfólio: De Markowitz ao aprendizado de máquina” destaca os avanços recentes no campo da gestão de portfólios, uma área central nas finanças que busca maximizar os retornos de investimentos enquanto minimiza os riscos associados. Conforme a autora historicamente, o Modelo de Markowitz, ou Teoria Moderna de Portfólios, tem sido amplamente utilizado como a base para a alocação de ativos e diversificação de riscos. Contudo, seu estudo reconhece que esse modelo apresenta limitações, como sua elevada dependência de dados históricos e

suposições idealistas que podem não refletir a realidade de mercados financeiros complexos e voláteis.

Ainda, relata que com o surgimento do aprendizado de máquina (ML, na sigla em inglês), surgiram novas possibilidades para superar as deficiências das abordagens tradicionais. Assim, seu artigo propõe uma combinação inovadora entre o modelo de Markowitz e o algoritmo de regressão *Random Forest*, uma técnica de aprendizado supervisionado conhecida por sua alta precisão e capacidade de detectar padrões em dados complexos. Essa integração buscou aprimorar as previsões de preços de ações, calcular retornos esperados e volatilidade, e, por fim, otimizar a alocação de ativos nos portfólios.

Os resultados obtidos no estudo mostram que o modelo combinado superou significativamente o desempenho do modelo de Markowitz clássico. A abordagem baseada no *Random Forest* apresentou retornos ajustados ao risco mais elevados e melhores índices de Sharpe, indicando uma maior eficiência na relação risco-retorno. Esses resultados reforçam o potencial do aprendizado de máquina para melhorar a precisão das análises financeiras e as decisões de investimento.

Além de oferecer uma solução mais robusta, o estudo apontou aplicações práticas importantes. A combinação das técnicas permite decisões mais informadas com base em previsões precisas, automatiza análises complexas, simplifica o processo de tomada de decisão e torna os portfólios mais adaptáveis a mercados dinâmicos e voláteis. Essas características tornam a integração entre aprendizado de máquina e abordagens clássicas uma tendência crescente no setor financeiro.

Embora os resultados sejam promissores, seu artigo também reconhece os desafios e limitações do modelo proposto. A pesquisa sugere a inclusão de mais indicadores técnicos e a necessidade de ajustes nos parâmetros do modelo, além de enfatizar a importância de considerar custos de transação e os diferentes perfis de aversão ao risco dos investidores. O estudo concluiu que a integração de aprendizado de máquina com métodos tradicionais de finanças pode trazer contribuições significativas, mas deve ser desenvolvida com cuidado para atender às condições do mercado real.

Não obstante, no estudo “Análise da gestão otimizada de portfólio usando *clustering* hierárquico” da autora Panda (2023), abordou avanços no campo da otimização de portfólios, um aspecto fundamental na gestão financeira moderna. Segundo a autora do estudo, tradicionalmente, o Modelo de Markowitz tem sido amplamente adotado como base para a alocação eficiente de ativos. Assim, seu artigo reconhece as limitações desse modelo, como a alta sensibilidade a dados históricos e a incapacidade de refletir condições reais do mercado, resultando em alocações pouco práticas e desempenho insatisfatório fora da amostra.

Para superar essas deficiências, a pesquisa utilizou técnicas de aprendizado de máquina, com ênfase no *clustering* hierárquico, como uma alternativa ao modelo clássico de Markowitz. O *clustering* hierárquico organiza ativos com base em suas características e correlações, criando grupos mais homogêneos que permitem diversificação mais robusta. Esse método é aplicado a dados de retornos mensais de ações negociadas nas bolsas NYSE, AMEX e NASDAQ, abrangendo um longo período de 1965 a 2022. A escolha desse intervalo amplo garante a representatividade dos dados e a robustez das conclusões.

Os testes empíricos indicaram que o modelo baseado em *clustering* hierárquico ofereceu um desempenho superior ao modelo tradicional de Markowitz. Em condições variadas de mercado, o modelo proposto mostrou-se mais eficiente ao melhorar métricas ajustadas ao risco, como o retorno esperado. Esses resultados reforçam a eficácia do aprendizado de máquina na identificação de padrões complexos e na adaptação a mudanças dinâmicas nos mercados financeiros.

Além dos ganhos práticos, a pesquisa possui implicações significativas para a literatura acadêmica em finanças e aprendizado de máquina. Ao combinar uma abordagem computacional avançada com fundamentos financeiros, o estudo não só aprimorou a alocação de ativos como também expandiu as possibilidades de otimização de portfólios em cenários reais. Este trabalho demonstrou que a integração entre técnicas tradicionais e métodos inovadores pode atender melhor às necessidades de investidores em mercados globais cada vez mais complexos.

Cumpre destacar também o estudo dos autores Rathi, Kshirsagar e Ryan (2024), intitulado “A random forest approach to volatility prediction and optimization” no qual propõe uma

metodologia inovadora para prever a volatilidade de portfólios e otimizar a alocação de ativos utilizando o algoritmo *Random Forest*. A pesquisa destaca que a aplicação de aprendizado supervisionado com *Random Forest* permite prever valores de volatilidade de portfólio e categorizações, oferecendo uma abordagem flexível que considera restrições dos usuários na alocação de ações para construir um portfólio otimizado e personalizado.

Os resultados deste estudo indicam que a integração de técnicas de aprendizado de máquina, como o *Random Forest*, na previsão de volatilidade e na otimização de portfólios, pode aprimorar o desempenho dos investimentos, proporcionando uma alocação de ativos mais eficiente e alinhada às preferências e restrições dos investidores (Rathi; Kshirsagar ; Ryan, 2024).

2.3 OTIMIZAÇÃO DE PORTFÓLIO USANDO MACHINE LEARNING

Em estudo publicado, o autor Costa (2020), aborda a integração de técnicas de *machine learning* no processo de otimização de portfólio, com um foco específico nos mercados emergentes. A pesquisa visa superar algumas das limitações do modelo tradicional de Markowitz (1952), que é amplamente utilizado na teoria de otimização de portfólios, mas necessita de flexibilidade em aspectos como a pré-seleção de ativos. O autor propõe a utilização de três algoritmos de aprendizado de máquina: *Random Forest*, *Support Vector Regression* e *K-Nearest Neighbor*, para realizar essa pré-seleção e, assim, melhorar a formação de portfólios, considerando tanto a maximização do retorno quanto a redução do risco.

O autor destaca que, apesar da relevância do modelo de Markowitz na teoria financeira, ele sofre críticas pela dependência de apenas dois momentos (média e variância) dos retornos passados para a otimização. A pesquisa revela que os métodos tradicionais podem ser ineficazes ao lidar com dados históricos complexos e ruidosos, algo que é frequente nos mercados financeiros modernos (Costa, 2020). Nesse sentido, a aplicação de técnicas de *machine learning* permite uma interpretação mais robusta dos dados, sendo uma alternativa promissora para superar as limitações da abordagem de média-variância pura.

Este estudo contribui para a literatura ao sugerir que o uso de algoritmos de aprendizado de máquina pode ser uma abordagem valiosa na otimização de portfólios, especialmente quando aplicada a mercados emergentes, onde a diversificação pode ser mais vantajosa (Costa, 2020). Além disso, ao revisar a teoria de portfólio e incorporar novas técnicas de análise, a pesquisa abre caminho para uma nova fase na gestão de investimentos, onde modelos tradicionais e tecnologias emergentes podem se complementar.

Os resultados deste estudo indicam que a aplicação de técnicas de machine learning na pré-seleção de ativos para otimização de portfólio no contexto de mercados emergentes oferece vantagens em termos de retorno e prêmio pelo risco. Especificamente, os algoritmos de *Machine Learning*, como *Random Forest*, *Support Vector Regression* e K-Nearest Neighbor, ajudaram a melhorar a alocação de ativos, resultando em portfólios mais eficientes em comparação com a abordagem tradicional de Markowitz, que não inclui a etapa de pré-seleção de ativos.

Os resultados indicam também que, quando combinadas com o modelo de média-variância de Markowitz, as técnicas de *machine learning* melhoraram a performance dos portfólios, especialmente em relação ao retorno ajustado pelo risco. Isso demonstra a eficácia das técnicas de pré-seleção de ativos, mas também destaca a necessidade de se considerar outras abordagens ou modelos para tratar adequadamente a volatilidade, um fator crucial para muitos investidores.

Contudo, os resultados deste estudo confirmam a ideia de que a aplicação de técnicas de *machine learning* no processo de formação de portfólio pode gerar melhores alocações de ativos em mercados emergentes, com benefícios claros no retorno e no prêmio pelo risco, mas sem um impacto significativo na volatilidade, o que indica que mais pesquisas podem ser necessárias para abordar todos os aspectos da gestão de portfólios.

3 METODOLOGIA E BASE DE DADOS

Para a realização deste trabalho foi definida a seguinte metodologia: Comparação entre o modelo *Random-Forest/Markowitz* e o Modelo Tradicional-Markowitz para a composição de uma carteira ótima de ativos financeiros.

Para os cálculos e testes do modelo *Random-Forest/Markowitz* e do modelo de *Markowitz*, foi utilizado o *Software Python*, versão 3.1 e Pycharm. A base de dados escolhida para teste foi extraída da base histórica da Bolsa Brasil Balcão (B3) através do site *Yahoo Finance*, com auxílio do referido software.

Como entradas para os modelos foram selecionadas as 22 ações com maior volume na B3, no período de 01/02/2012 a 09/06/2023. Utilizar ações com maiores volumes de negociação para análise de portfólio de carteiras oferece várias vantagens importantes, são elas:

- Liquidez: Ações com alto volume de negociação geralmente têm alta liquidez, o que significa que é mais fácil comprar e vender grandes quantidades de ações sem afetar significativamente seu preço de mercado. Isso é crucial para investidores que desejam entrar e sair de posições rapidamente sem impactar negativamente os preços das ações.
- Menor *spread*: O spread entre o preço de compra e o preço de venda tende a ser menor para ações com alto volume de negociação. Isso reduz os custos de transação para os investidores, já que eles podem comprar e vender ações com menos diferença entre os preços de compra e venda.
- Maior transparência: Ações com alto volume de negociação muitas vezes têm uma maior transparência de mercado, com uma grande quantidade de informações disponíveis, incluindo dados de preços em tempo real, relatórios financeiros atualizados e análises de mercado mais abrangentes. Isso pode ajudar os investidores a tomar decisões mais informadas sobre suas carteiras.
- Menor volatilidade: Em geral, ações com alto volume de negociação tendem a ser menos voláteis do que aquelas com baixo volume de negociação. Isso pode ser uma vantagem para investidores que procuram reduzir o risco em suas carteiras, já que a menor volatilidade pode resultar em movimentos de preços mais previsíveis e menos extremos.

- Maior diversidade de investidores: Ações com alto volume de negociação geralmente são negociadas por uma ampla variedade de investidores, incluindo instituições financeiras, fundos de investimento, *traders* individuais e outros. Isso pode ajudar a garantir uma base mais sólida de demanda e oferta, reduzindo o risco de manipulação de mercado ou movimentos extremos de preços causados por um único participante do mercado.

Assim, ao utilizar ações com maiores volumes de negociação para análise de portfólio de carteiras, obtém-se benefícios com relação a maior liquidez, menores custos de transação, maior transparência de mercado, menor volatilidade e uma base mais diversificada de investidores, o que pode ajudar a melhorar o desempenho geral da carteira e reduzir o risco.

Diante disso, as ações presentes neste estudo são, conforme Quadro 1 abaixo:

Quadro 1: Relação das ações analisadas

Ação	Nome Completo da Empresa	Segmento
ABEV3.SA	Ambev S.A.	Bebidas
AMER3.SA	Americanas S.A.	Varejo (Lojas de Departamento)
B3SA3.SA	B3 S.A. - Brasil, Bolsa, Balcão	Serviços Financeiros
BBAS3.SA	Banco do Brasil S.A.	Serviços Financeiros
BEEF3.SA	Minerva S.A.	Alimentos (Carnes e Derivados)
BRFS3.SA	BRF S.A.	Alimentos (Carnes e Derivados)
CCRO3.SA	CCR S.A.	Infraestrutura e Transporte
CMIG4.SA	Cemig Distribuição S.A.	Energia Elétrica
CPLE6.SA	Copel - Companhia Paranaense de Energia	Energia Elétrica
CSAN3.SA	Cosan S.A.	Energia (Gás e Petróleo)
ELET3.SA	Centrais Elétricas Brasileiras S.A. - Eletrobras	Energia Elétrica
GOLL4.SA	GOL Linhas Aéreas Inteligentes S.A.	Transporte Aéreo
ITSA4.SA	Itaúsa - Investimentos Itaú S.A.	Conglomerado Financeiro
ITUB4.SA	Itaú Unibanco Holding S.A.	Serviços Financeiros
JBSS3.SA	JBS S.A.	Alimentos (Carnes e Derivados)
LIGT3.SA	Light S.A.	Energia Elétrica
MRCG3.SA	Marfrig Global Foods S.A.	Alimentos (Carnes e Derivados)
MRVE3.SA	MRV Engenharia e Participações S.A.	Construção Civil
PETR3.SA	Petróleo Brasileiro S.A. - Petrobras	Energia (Gás e Petróleo)
PETR4.SA	Petróleo Brasileiro S.A. - Petrobras	Energia (Gás e Petróleo)
USIM5.SA	Usinas Siderúrgicas de Minas Gerais S.A.	Siderurgia e Metalurgia
VALE3.SA	Vale S.A.	Mineração

Fonte: Elaboração própria (2025)

Para a montagens da base de dados, foram utilizados os dados históricos de cada Ativo no período de 01/02/2012 a 09/06/2023. A partir dessa seleção, conforme Quadro 1 acima, os dados históricos dos ativos foram obtidos utilizando a biblioteca *yfinance*, disponível para Pycharm, que faz uso da API do *Yahoo Finance*, através de um código em Python. Isso simplifica a manipulação dos dados e sua posterior utilização em modelos de otimização.

A função central do algoritmo é responsável por realizar o download dos dados das ações do presente estudo com base no código do ativo (ticker) e no período de interesse, conforme mencionado acima. Foi utilizado a função *yf.download* do pacote *yfinance* para permitir acessar diretamente o banco de dados de séries históricas do *Yahoo Finance*.

Cumpre informar que, inicialmente os dados foram coletados do período de 01/04/2000 a 09/06/2023, com o objetivo de tecer estudos para um período longo, a ser testada. Entretanto, foi necessário ajustar o período de análise, visto que, naquela época, muitas empresas ainda não tinham ações disponíveis para negociação no mercado público ²(capital aberto). Também, ocorreu que outras existentes no período saíram da bolsa de valores ³(OPA). Ainda, no banco de dados houve períodos com valores faltantes. Para corrigir, foi realizado uma interpolação de dados. Esta tecnica consiste em estimar valores desconhecidos dentro de uma faixa de dados conhecidos. Em vez de simplesmente ignorar pontos faltantes ou realizar estimativas imprecisas, a interpolação permite preencher lacunas nos dados de forma mais coerente, assumindo que os dados mudam de maneira contínua entre os pontos conhecidos.

Diante dos dados históricos, foi utilizado um código em Python com o objetivo de processar e calcular os retornos reais das ações em tela, utilizando os dados históricos salvos em formato Excel através do código anterior. A equação central utilizada no código é a fórmula de cálculo do retorno simples de um ativo financeiro. Essa fórmula mede a variação percentual do preço de fechamento ajustado de um ativo de um dia para o outro, como forma de calcular seu retorno. A equação utilizada é a seguinte:

²Uma empresa de capital aberto é uma empresa cujas ações são negociadas publicamente em bolsas de valores, como a B3 (Brasil). Isso significa que qualquer pessoa ou instituição pode comprar ações dessa empresa, tornando-se, assim, acionista e, em parte, "proprietário" dela.

³A Oferta Pública de Aquisição (OPA) para cancelamento de registro é um processo no mercado financeiro em que uma empresa listada em bolsa decide se deslistar (sair do mercado de capitais).

$$R_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}$$

R_t: Retorno do ativo no período t. Este valor representa o retorno percentual entre o preço de fechamento ajustado do ativo em dois dias consecutivos.

P_t: Preço de fechamento ajustado no dia t. O preço ajustado leva em conta eventos como dividendos e splits, que impactam o valor da ação.

P_{t-1}: Preço de fechamento ajustado no dia anterior ao período t, ou seja, no dia **t - 1**.

De posse dos retornos reais das ações, foi utilizado um código para gerar as previsões de retornos em *Random Forest*. Ao realizar previsões financeiras, como retornos de ativos, a escolha e a organização dos dados são fatores para garantir a validade e a robustez dos resultados obtidos pelo modelo. Assim, fez-se necessário a divisão dos dados em subconjuntos de treinamento, teste e avaliação, no qual é uma prática comum do aprendizado supervisionado do machine learning, que visa evitar o problema de *overfitting* e proporcionar uma avaliação imparcial do desempenho do modelo. Cada um desses conjuntos tem um propósito específico:

- **Treinamento:** Este subconjunto é utilizado para ajustar os hiperparâmetros do modelo. No caso do *Random Forest*, isso envolve a construção de múltiplas árvores de decisão, cada uma treinada em amostras aleatórias do conjunto de treinamento. Aqui, o modelo aprende os padrões e as relações presentes nos dados.
- **Teste:** O conjunto de teste serve como um intermediário durante o desenvolvimento do modelo. Ele não é utilizado para o treinamento direto do modelo, mas sim para avaliar o desempenho em dados não vistos e ajudar na seleção de hiperparâmetros, como o número de árvores (estimadores) ou a profundidade máxima das árvores. Essa abordagem reduz o risco de *overfitting*, pois o modelo não está sendo ajustado diretamente com base nesse subconjunto.
- **Avaliação (ou validação final):** O conjunto de avaliação, completamente independente dos conjuntos anteriores, é usado apenas para medir a performance final do modelo. Ele representa um cenário de previsões futuras, fornecendo uma métrica imparcial e realista do desempenho do modelo após todo o processo de treinamento e ajuste.

Vale destacar que o *Random Forest* é um algoritmo de aprendizado supervisionado que combina múltiplas árvores de decisão (*decision tree*) para realizar tarefas de classificação e regressão. Desenvolvido por Leo Breiman em 2001, o modelo utiliza a técnica de *bagging*, onde várias amostras aleatórias do conjunto de dados de treinamento são usadas para criar diferentes árvores de decisão. Cada árvore é construída a partir de um subconjunto de dados e de variáveis, e as previsões individuais são combinadas para formar a previsão final do modelo.

Como vantagens, podemos destacar sua robustez e generalização, pois combina várias árvores de decisão. Ainda, consegue capturar padrões complexos nos dados e se generaliza bem para diferentes tipos de problemas. Destaca-se também a redução de variância, no qual utiliza múltiplas árvores, reduzindo a variância do modelo em relação a uma árvore de decisão única, tornando o modelo menos sensível a variações nos dados de treinamento.

Todavia o modelo também dispõem desvantagens, como a complexidade computacional, cujo treinar e prever com o *Random Forest* pode ser computacionalmente custoso, especialmente com grandes conjuntos de dados ou um grande número de árvores e profundidade elevada. Isso pode resultar em tempo de execução mais longo e maior uso de memória. Ainda, o desempenho do modelo pode ser altamente dependente dos hiperparâmetros escolhidos, como o número de árvores, a profundidade máxima das árvores e o número mínimo de amostras em uma folha. A escolha inadequada desses hiperparâmetros pode levar a um modelo ⁴subótimo.

Cumpre salientar que nesta metodologia, o uso de *Random Forest* é particularmente relevante, já que esse algoritmo de aprendizado supervisionado depende fortemente de seus hiperparâmetros para fornecer boas previsões. Desta forma faz-se necessário destacar-los, contextualizando suas características e funções no modelo.

Desta forma, o parâmetro *lookback* em um modelo financeiro, especialmente em contextos de séries temporais, determina a quantidade de dados históricos que será utilizada para fazer

⁴ O termo "subótimo" refere-se a uma solução ou resultado que é inferior ao melhor possível, ou seja, não é o ideal ou ótimo. Em outras palavras, uma solução subótima é aquela que, embora seja aceitável ou funcione, não maximiza a performance ou eficiência em comparação com a melhor solução possível.

uma previsão. No seu caso, o valor *look backdays* = 252 indica que o modelo utilizará os últimos 252 dias úteis (normalmente correspondendo a um ano de dados no mercado financeiro, descontando finais de semana e feriados) para treinar e fazer previsões.

Em mercados financeiros, 252 dias úteis é considerado um padrão aproximado para um ano de dados. Isso ocorre porque, em média, as bolsas de valores operam cerca de 252 dias em um ano, excluindo fins de semana e feriados. Portanto, esse parâmetro fornece ao modelo uma visão completa das tendências e volatilidade de um ano de mercado.

Utilizar 252 dias úteis como *look back* permite capturar sazonalidades anuais e tendências de longo prazo. Por exemplo, comportamentos cíclicos que ocorrem anualmente, como resultados financeiros trimestrais ou eventos econômicos periódicos, estarão representados no conjunto de dados que o modelo utiliza para aprender.

Diante disso, ao rodar o modelo com dados de um ano passado, o *look back* ajuda o modelo a entender as relações temporais, as dependências e os padrões históricos de preços ou retornos. Isso é especialmente útil em mercados financeiros, onde padrões passados podem ter um valor preditivo significativo para movimentos futuros. No entanto, se o horizonte temporal mudar significativamente, o modelo pode se tornar desatualizado rapidamente.

Assim, para uma melhor compreensão do cálculo, segue abaixo as equações utilizadas na metodologia aplicada:

Segunda:

$$x_{4t} = f(x_4(t-1), x_4(t-2), x_4(t-3), \dots, x_4(t-252))$$

Terça:

$$x_t = f(x_{t-1}, x_{t-2}, x_{t-3}, \dots, x_{t-252})$$

Quarta:

$$x_{4t} = f(\lfloor x_{4t} \rfloor, \lfloor x_{4t} \rfloor(t-1), \lfloor x_{4t} \rfloor(t-2), x_4(t-3), \dots, x_4(t-252))$$

Quinta:

$$x_1t = f(x_{1e}^1(t-1), x_{1e}^2(t-2), x_{1e}^3(t-3), \dots, x_1(t-252))$$

Sexta:

$$x_1t = f(x_{1e}^1(t-1), x_{1e}^2(t-2), x_{1e}^3(t-3), x_{1e}^4(t-4), \dots, x_1(t-252))$$

As equações fornecidas descrevem a forma como o código utiliza as variáveis de entrada para prever o valor de x_t (retorno do ativo no tempo t) com base nos retornos passados, representados por ($x_1t = f(x_1(t-1), x_1(t-2), x_1(t-3), \dots, x_1(t-252))$). Cada equação indica a inclusão de um retorno adicional previsto, denotado por x_{1e}^n , a partir da segunda-feira até a sexta-feira, refletindo a progressão semanal dos retornos esperados no processo de previsão. A metodologia proposta aproveita o histórico de 252 dias úteis anteriores (equivalente a um ano de dados) para modelar o comportamento dos retornos futuros, incorporando os efeitos dos retornos passados para prever o próximo valor $E(x_t)$.

No início da semana, na segunda-feira, a equação utiliza apenas os retornos observados dos 252 dias anteriores como variáveis de entrada. A partir de terça-feira, o modelo começa a incorporar os valores previstos para os retornos dos dias anteriores ($x_{1e}^1(t-1)$), além dos retornos históricos observados. Isso significa que, a cada dia subsequente, o modelo ajusta suas previsões com base nos retornos previstos anteriormente, até o final da semana. Na sexta-feira, a equação inclui quatro valores previstos anteriores,

$E(x_t) = f(x_{1e}^1(t-1), x_{1e}^2(t-2), x_{1e}^3(t-3), x_{1e}^4(t-4), \dots, x_1(t-252))$ além dos dados históricos de um ano, para calcular o retorno do dia t.

Essa abordagem progressiva foi utilizada para a dinâmica de previsão semanal, pois permite que o modelo ajuste suas estimativas à medida que novos dados de previsão se tornam disponíveis. A inclusão dos retornos previstos ao longo da semana reflete a tentativa de capturar a interação entre as estimativas atuais e os retornos históricos, permitindo uma adaptação contínua do modelo. Dessa forma, a metodologia não apenas se baseia nos dados históricos para prever os retornos futuros, mas também ajusta suas previsões em tempo real com base nos retornos esperados mais recentes, o que pode melhorar a precisão da previsão para o restante da semana.

Utilizar expectativas de retorno dependendo do dia da semana e dados passados de retorno serve para criar carteiras de *Random-Forest/Markowitz* semanais baseados em dados do passado e previsões de valores para aquela semana. Ou seja, nessa metodologia vamos diferenciar de duas formas a carteira Tradicional-Markowitz com a carteira *Random-Forest/Markowitz*: primeiro, a carteira Tradicional-Markowitz utiliza retornos reais (do passado) para calcular os pesos atrelados aos ativos da carteira, enquanto a *Random-Forest/Markowitz* utiliza retornos gerados pelo modelo, segundo, além disso a *Random-Forest/Markowitz* utiliza expectativa de retornos (gerados pela random forest) para os dias daquela semana. Em outras palavras, no final da sexta-feira podemos gerar a carteira ótima de Markowitz para a próxima semana utilizando um ano de retornos reais (252 dias úteis) dos ativos, e na *Random-Forest/Markowitz*, vamos utilizar um ano menos uma semana de dados (247 dias úteis) e a expectativa de retorno (5 dias) para a próxima semana.

Cumpre destacar que os dados foram divididos entre 2012 a 2023 para treinamento e teste, reservando o último ano para avaliação. O período de 2012 a 2022 fornece uma base ampla para que o modelo capture diferentes contextos econômicos e ciclos de mercado, como períodos de alta, baixa e volatilidade. Nessa fase, o modelo é ajustado e validado, permitindo uma compreensão profunda dos padrões históricos e comportamentos dos dados ao longo do tempo. Essa divisão ampla ajuda o modelo a aprender com uma variedade de situações e eventos, promovendo uma capacidade de generalização que é essencial para previsões financeiras.

O parâmetro “`eval_start_date = end_date - pd.DateOffset(years=1)`” define que o último ano, de 2022 a 2023, será utilizado exclusivamente para avaliação. Essa escolha utilizada para testar a eficácia do modelo em um ambiente recente e independente dos dados utilizados no treinamento e no teste. A análise do desempenho neste período recente permite verificar se o modelo continua a fornecer previsões precisas e relevantes para um novo conjunto de dados, mesmo com mudanças nas condições de mercado. Além disso, ao isolar o ano mais recente para avaliação, minimiza-se o risco de *overfitting* se obtém uma medida realista da capacidade do modelo de generalizar para novas informações, um aspecto crucial para aplicações práticas, como estratégias de investimento ou previsões econômicas.

A filtragem dos dados restantes, excluindo o último ano destinado à avaliação, é uma etapa crítica na preparação dos conjuntos de dados para treinamento e teste. A série “`remaining_data = filtered_data[filtered_data['Date'] < eval_start_date]`” assegura que apenas informações anteriores ao início do período de avaliação sejam consideradas. Essa abordagem garante que os dados utilizados para treinar e validar o modelo não incluam informações que influenciam a avaliação final, evitando assim qualquer contaminação que poderia distorcer os resultados. Dessa forma, a integridade do processo de avaliação é mantida, proporcionando uma medição mais precisa da capacidade preditiva do modelo.

O parâmetro “`split_ratio = 0.6`” determina que 60% dos dados restantes, abrangendo o período de 2012 a 2022, serão utilizados para treinamento, enquanto os 40% restantes serão reservados para teste. Essa divisão é uma prática comum em aprendizado de máquina, permitindo um equilíbrio entre a quantidade de dados usados para ensinar o modelo e aqueles que serão utilizados para validação. Um conjunto de treinamento maior capacita o modelo a capturar padrões de maneira mais eficaz, enquanto um conjunto de teste robusto oferece uma avaliação precisa da performance antes da validação final nos dados de avaliação. O cálculo do índice de divisão, “`split_index = int(len(remaining_data) * split_ratio)`”, define a posição exata onde essa separação ocorre, garantindo que a sequência temporal dos dados seja respeitada.

Para explicar melhor a divisão dos dados e como funciona o parâmetro “`split_ratio = 0.6`”, podemos separá-los por períodos distintos, destacando o papel de cada parte do conjunto de dados, são eles:

- Dados totais (2012 a 2023): Inclui todos os dados que você está utilizando, abrangendo o período de 2012 a 2023.
- Divisão temporal inicial (2012 a 2022 e 2023): Esses dados correspondem ao período de 2012 até o final de 2022 e são considerados para a divisão entre treino e teste. Este conjunto forma os "dados restantes". Em (2023), este ano final é reservado para a validação final, ou seja, será utilizado como o conjunto de dados de avaliação, para verificar o desempenho do modelo após todo o treinamento e testes.
- Divisão de treino e teste (2012 a 2022): Conjunto de treinamento (60% de 2012 a 2022) O parâmetro “`split_ratio = 0.6`” faz com que 60% dos dados restantes sejam

destinados ao treinamento. Este conjunto treina o modelo, permitindo que ele aprenda os padrões dos dados históricos.

- Conjunto de teste (40% de 2012 a 2022): Os 40% restantes são reservados para o teste. Este conjunto é utilizado para validar o modelo, ou seja, para verificar sua capacidade de previsão com base nos padrões aprendidos no treinamento. Ele fornece uma estimativa preliminar de como o modelo pode se comportar em novos dados.

O hiperparâmetro “ $n_estimators = 50$ ” define o número de árvores de decisão que compõem o modelo *Random-Forest/Markowitz*, sendo um dos hiperparâmetros mais importantes do algoritmo. Cada uma das 50 árvores é construída de forma independente, utilizando diferentes subconjuntos dos dados, o que promove diversidade e reduz o risco de *overfitting*. Isso é particularmente relevante em previsões financeiras semanais, onde as flutuações de mercado podem ser significativas. Um número adequado de árvores permite que o modelo capture padrões de maneira eficaz sem se ajustar excessivamente a variações aleatórias, garantindo uma previsão mais precisa e robusta.

Diante disso o valor de 50 árvores no código utilizado representa um equilíbrio adequado entre desempenho preditivo e complexidade computacional. Embora aumentar o número de árvores, como para 100 ou 200, possa melhorar a precisão, isso também aumenta o tempo de treinamento e o consumo de recursos computacionais. Por outro lado, utilizar poucas árvores, como 10 ou 20, pode resultar em um modelo que não capture suficientemente bem os padrões dos dados, levando a um desempenho inferior. Dessa forma, 50 árvores foram suficientes para fornecer previsões robustas, sem comprometer a eficiência computacional, especialmente para previsões semanais.

Além disso, a quantidade de árvores influencia diretamente a resistência do modelo ao *overfitting*. Como cada árvore é treinada em diferentes subconjuntos de dados e características, o modelo final se torna mais estável, pois combina previsões de várias árvores, suavizando resultados extremos e ruídos nos dados. Essa propriedade é crucial na previsão de retornos semanais, onde os dados financeiros podem ser voláteis e afetados por eventos de curto prazo. Com 50 árvores, o modelo consegue capturar essas nuances, proporcionando previsões mais generalizáveis.

Não obstante, o parâmetro “*criterion = 'squared_error'*” especifica que o algoritmo Random Forest utilizará o erro quadrático médio (*Mean Squared Error* - MSE) como critério para avaliar a qualidade das divisões nos nós das árvores durante a construção do modelo. Esse critério é utilizado em problemas de regressão, pois mede a média dos quadrados das diferenças entre os valores observados e as previsões do modelo. Ao minimizar o MSE, o modelo busca reduzir a magnitude dos erros de previsão, priorizando divisões que resultem em menor variabilidade dos valores em cada nó, contribuindo para um ajuste mais preciso e confiável.

O uso do erro quadrático médio como critério de divisão apresenta algumas vantagens importantes. Primeiramente, ele penaliza erros maiores de forma mais intensa, uma vez que os erros são elevados ao quadrado antes de serem somados. Isso significa que o modelo é incentivado a evitar grandes desvios entre as previsões e os valores reais, favorecendo uma aproximação mais rigorosa aos dados observados. Em cenários financeiros, onde previsões imprecisas podem ter consequências significativas, o MSE oferece uma métrica robusta para orientar o modelo a focar na redução de erros mais graves.

Além disso, o MSE, por ser uma medida contínua, permite uma avaliação mais detalhada da qualidade das divisões do que critérios binários, como o Gini ou a entropia, que são mais comuns em problemas de classificação. Isso é especialmente relevante em tarefas de regressão, como a previsão de retornos financeiros, onde o objetivo é prever valores numéricos precisos em vez de categorizar observações. Ao utilizar o “*squared_error*”, o modelo Random-Forest/Markowitz pode capturar melhor os detalhes e variações dos dados numéricos, resultando em previsões mais refinadas e precisas.

Foi utilizado os hiperparâmetros “*max_depth = 30*” e “*min_samples_split = 2*” no código, os quais são fundamentais para controlar a complexidade e a capacidade de generalização do modelo Random-Forest/Markowitz. O parâmetro “*max_depth*” determina a profundidade máxima permitida para cada árvore individual, enquanto “*min_samples_split*” especifica o número mínimo de amostras necessárias em um nó para que ele possa ser dividido em novos nós filhos. Juntos, esses hiperparâmetros ajudam a equilibrar o ajuste do modelo e a evitar problemas de excessiva adaptação aos dados (*overfitting*).

O parâmetro “*max_depth = 30*” define que cada árvore no modelo *Random-Forest/Markowitz* pode ter no máximo 30 níveis de profundidade. A profundidade de uma árvore representa o número de divisões sucessivas dos dados, desde o nó raiz até o nó folha mais profundo. Definir uma profundidade máxima de 30 permite que o modelo capture padrões complexos e interações profundas entre as variáveis, o que pode ser benéfico em situações onde os dados apresentam estruturas intrincadas. No entanto, uma profundidade muito alta também pode levar a um excesso de ajuste, fazendo com que o modelo se adapte excessivamente aos dados de treinamento e perca a capacidade de generalizar para novos dados. Ajustar esse valor é essencial para alcançar um modelo que seja tanto preciso quanto robusto.

Já o parâmetro “*min_samples_split = 2*” estabelece que um nó deve ter pelo menos 02 (duas) amostras para ser dividido em novos nós filhos. Em outras palavras, sempre que um nó contiver duas ou mais amostras, ele será considerado para divisão. Esse é o valor padrão para este parâmetro e permite que o modelo explore todas as possibilidades de divisão, mesmo em pequenos subconjuntos dos dados. Embora isso possibilite capturar todas as variações e maximizar a divisão dos dados, também aumenta o risco de *overfitting*, especialmente em dados com muito ruído ou com muitas variáveis irrelevantes. Para evitar isso, pode-se aumentar o valor de “*min_samples_split*”, o que exigiria um número maior de amostras em cada nó antes que ele possa ser dividido, resultando em árvores mais simples e um modelo mais generalizável.

Durante a aplicação do código foi observado o erro OOB (*out-of-bag error*) >1. Cumpre informar que se trata de uma métrica interna utilizada para avaliar a performance do modelo *Random-Forest/Markowitz* durante o processo de treinamento. Ele é calculado usando as amostras que não foram selecionadas para treinar cada árvore individual, conhecidas como “*out-of-bag*” (fora da bolsa). Essa abordagem permite uma estimativa imparcial do desempenho do modelo sem a necessidade de um conjunto de dados de validação separado. Entretanto, quando o erro OOB apresenta valores anormalmente altos, como >1, isso pode indicar problemas no ajuste ou implementação do modelo, ou mesmo um possível bug no código.

Foi feito uma tentativa de calcular o erro OOB de forma explícita nessa metodologia, que sempre mostrou valores superiores a 1. Esse comportamento “estranho” do erro OOB,

superando 1, é incomum e pode ser causado por várias razões. Uma possibilidade é que o cálculo do erro OOB esteja incorreto, talvez devido a uma implementação inadequada ou ao uso indevido das amostras durante o treinamento. O valor de erro OOB é geralmente comparável a métricas como o MSE (erro quadrático médio) ou o MAE (erro absoluto médio), e deve refletir a precisão do modelo em dados não vistos. Se o erro OOB é maior que 1, especialmente em um contexto onde outras métricas como MSE e MAE indicam bom desempenho, isso sugere uma discrepância que precisa ser investigada futuramente, pois indica que o modelo está tendo dificuldades em prever corretamente, possivelmente devido a uma falha na lógica de divisão das amostras ou na construção das árvores.

Diante disso, o parâmetro “*oob_score = True*” no modelo Random-Forest/Markowitz é utilizado para ativar o cálculo do erro *out-of-bag* (OOB), que serve como uma métrica interna de validação do modelo. Quando esse parâmetro é definido como verdadeiro, o algoritmo calcula a acurácia ou o erro do modelo utilizando as amostras que não foram selecionadas durante a construção de cada árvore individual, conhecidas como amostras “*out-of-bag*”. Isso oferece uma estimativa imparcial do desempenho do modelo sem a necessidade de um conjunto de validação separado, o que é particularmente útil para evitar o uso de dados adicionais e para avaliar o modelo em um ambiente próximo ao real.

Prosseguindo a análise, o parâmetro “*ccp_alpha = 0.0*” controla o processo de *pruning* (poda) das árvores de decisão no modelo Random-Forest/Markowitz. O valor de “*ccp_alpha*” (*complexity parameter*) determina a quantidade de poda que será aplicada às árvores durante a construção do modelo, influenciando diretamente a complexidade e o tamanho das árvores. Quando esse valor é definido como zero, significa que nenhuma poda será realizada, permitindo que as árvores cresçam até sua profundidade máxima, dividindo os nós até que eles contenham o número mínimo de amostras definido pelos hiperparâmetros do modelo. Isso pode resultar em árvores muito complexas, que capturam todos os detalhes dos dados de treinamento, mas que podem sofrer com o problema de *overfitting*, ou seja, a super adaptação aos dados de treinamento, prejudicando o desempenho do modelo em novos dados.

Ainda, definir “*ccp_alpha = 0.0*” significa que não há qualquer penalidade para a complexidade da árvore, permitindo a construção de árvores muito profundas e detalhadas. Essa configuração pode ser apropriada quando o conjunto de dados é grande e contém

muitos padrões complexos que o modelo precisa capturar. No entanto, se o modelo estiver ajustado de maneira excessiva, ou seja, com erro muito baixo nos dados de treinamento, mas com baixo desempenho em dados de teste ou validação, isso pode indicar que o valor de “*ccp_alpha*” deve ser aumentado para introduzir alguma poda. A escolha do valor ideal para esse parâmetro pode ser feita utilizando técnicas como validação cruzada, testando diferentes valores de “*ccp_alpha*” para encontrar o ponto que maximiza a performance do modelo em dados não vistos.

Por fim, com relação ao código em questão, informamos que o mesmo foi projetado para analisar o comportamento passado das 22 ações de forma integrada, considerando a correlação entre elas. Isso significa que, em vez de estudar cada ação de forma isolada, o modelo observa como as variações e interações entre essas ações influenciam o comportamento geral do mercado. Ao fazer isso, ele captura dinâmicas interdependentes que podem existir entre os diferentes ativos, como tendências compartilhadas ou movimentos sincronizados, que são comuns em mercados financeiros onde eventos macroeconômicos ou setoriais afetam várias ações simultaneamente.

A análise conjunta das 22 ações permite que o modelo identifique padrões que não seriam evidentes se cada ação fosse analisada de forma individual. Por exemplo, se uma ação de um setor específico apresenta um comportamento que é antecipado por mudanças em outras ações do mesmo setor, o modelo pode capturar essa relação. Além disso, a correlação entre as ações permite que o modelo identifique relações de liderança ou atraso, onde movimentos de preço de uma ou mais ações podem preceder mudanças em outras, oferecendo insights valiosos para previsões futuras.

Após, cumpre informar também a respeito do código adotado para gerar os pesos e resultados do modelo de Markowitz para dados reais e dados de teste e avaliação. Não obstante, o cálculo da alocação ótima com regularização L1 adotado no código é um componente, que visa otimizar a distribuição dos investimentos entre as 22 ações analisadas. A regularização L1, também conhecida como *lasso*, é uma técnica que adiciona uma penalização ao modelo com base na soma dos valores absolutos dos pesos dos ativos. Esse parâmetro ajuda a controlar a complexidade do modelo, incentivando que alguns pesos se tornem exatamente zero, o que resulta em um portfólio mais esparso. A esparsidade é particularmente desejável em contextos financeiros, onde pode ser benéfico evitar a alocação

em ativos que apresentam pouca ou nenhuma contribuição para o retorno esperado, simplificando assim a estrutura do portfólio.

No código, a alocação ótima é calculada pela função “*markowitz_portfolio*”, que implementa essa regularização ao definir o parâmetro “*l1_reg*”. Quando este valor é maior que zero, o modelo não só busca minimizar o risco do portfólio, mas também penaliza a inclusão de muitos ativos, promovendo a seleção de apenas aqueles que são mais relevantes. Isso é particularmente útil em situações em que o número de ativos disponíveis é elevado em comparação com a quantidade de dados, ajudando a prevenir o sobre ajuste. Ao aplicar a regularização L1, o modelo se torna mais robusto e menos suscetível a flutuações que podem ser provocadas por dados de treinamento ruidosos ou anômalos.

Diante disso, ao utilizar “*l1_reg=1*”, o modelo é instruído a não apenas minimizar o risco associado à variabilidade dos retornos dos ativos, mas também a penalizar a inclusão de muitos ativos no portfólio. Isso resulta em uma seleção mais rigorosa, onde o algoritmo tende a atribuir pesos zero a ativos que não contribuem significativamente para a performance esperada do portfólio. A regularização L1, portanto, promove uma solução esparsa, onde apenas os ativos mais relevantes são incluídos na alocação final.

O código implementa uma análise de portfólio utilizando dados semanais de 2012 a 2023, Semana 1 com início em 09/01/2012 fim 15/01/2012 até a Semana 609 com início em 04/09/2023 fim 10/09/2023, abrangendo assim um total aproximado de mais de 11 anos de informações financeiras. Essa abordagem permite que o modelo examine a performance histórica das 22 ações analisadas, oferecendo uma base sólida para a identificação de padrões e correlações entre os ativos. Com esses dados, o código é capaz de calcular as alocações ótimas para a próxima semana, utilizando a metodologia de Markowitz e a regularização L1.

Ao focar em um ano de dados semanais, o modelo busca garantir que as previsões sejam fundamentadas em um intervalo significativo, refletindo as dinâmicas do mercado e as reações dos ativos a diferentes condições econômicas. Essa análise não só facilita a identificação de tendências, mas também proporciona uma visão mais abrangente do comportamento do portfólio ao longo do tempo. Assim, ao calcular os dados para a próxima

semana, o código permite que os investidores façam escolhas informadas, baseadas em análises robustas e em informações concretas sobre o desempenho passado dos ativos.

Este trabalho utilizou, em sua metodologia, o modelo Tradicional-Markowitz para o cálculo dos retornos de uma carteira ótima, empregando retornos semanais como base para as análises. O modelo de Markowitz, também conhecido como Teoria Moderna do Portfólio, busca a combinação ideal de ativos que maximize o retorno esperado para um dado nível de risco, ou, inversamente, minimize o risco para um nível de retorno esperado. Através da matriz de covariância dos retornos dos ativos, é possível identificar a melhor alocação de recursos, diversificando o portfólio e reduzindo a exposição a riscos específicos de cada ativo.

Ao utilizar retornos semanais, a metodologia deste trabalho permite uma avaliação mais refinada e dinâmica da performance dos ativos ao longo do tempo. Essa periodicidade capta melhor as flutuações do mercado e as interações entre os ativos, proporcionando uma análise mais sensível às mudanças de curto prazo. Dessa forma, a aplicação do modelo de Markowitz com dados semanais possibilita uma adaptação mais rápida às condições de mercado, oferecendo alocações de portfólio mais responsivas e, potencialmente, mais eficientes para maximizar o retorno ajustado ao risco.

As equações seguintes representam o modelo básico de Markowitz:

Onde:

$$\begin{aligned} E &= \sum_{i=1}^n X_i \mu_i \\ V &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n X_i X_j \sigma_{ij} \\ \sum_{i=1}^n X_i &= 1 \\ X_i &\geq 0 \end{aligned}$$

E: Retorno esperado da carteira;

V: Variância da carteira;

X_i : Participação de cada ativo;

μ_i : Retorno esperado de cada ativo;

\square_{ij} :Covariância entre o par de ativos.

Além disso, foi utilizado um código para gerar os dados de teste e avaliação, combinando o modelo de Markowitz com algoritmos de Random Forest. O modelo de Markowitz foi aplicado para calcular a alocação ótima de ativos, enquanto o Random Forest foi utilizado para prever os retornos semanais dos ativos. Essa abordagem integrada permitiu testar a eficácia da carteira otimizada em diferentes cenários, utilizando dados históricos para simular o comportamento do portfólio. Assim, foi possível avaliar a robustez e a precisão do modelo ao prever o desempenho futuro dos ativos, garantindo uma análise mais completa e informada.

Para a comparação dos resultados entre as carteiras Tradicional-Markowitz e as carteiras Random-Forest/Markowitz, foi utilizado um código específico para incorporar a taxa livre de risco. Essa taxa foi representada pela taxa Selic mensal, a qual foi extraída diretamente do site oficial da Receita Federal do Brasil, disponível na fonte:⁵Receita Federal - Taxa de Juros Selic.

Ao incorporar a taxa Selic mensal nos cálculos, o código ajusta o retorno esperado das carteiras ao descontar o custo da oportunidade de investimentos alternativos. Isso permite uma comparação mais precisa entre as duas abordagens de Markowitz, considerando não apenas o retorno bruto, mas também o retorno em relação ao risco de mercado. Dessa forma, a análise se torna mais robusta, refletindo as condições reais de investimento e permitindo avaliar a eficácia dos modelos Tradicional-Markowitz e Random-Forest/Markowitz em maximizar o retorno ajustado ao risco.

Por fim, cumpre informar que as carteiras foram agregadas em diferentes frequências, abrangendo períodos semanais, mensais e anuais. Essa abordagem permite uma análise detalhada da performance das estratégias de alocação de ativos em múltiplos horizontes temporais, proporcionando uma visão abrangente sobre a consistência e a adaptabilidade das carteiras sob diferentes condições de mercado. Ao observar o comportamento das carteiras em intervalos distintos, é possível identificar padrões e tendências que podem não ser

⁵Disponível em: <https://www.gov.br/receitafederal/pt-br/assuntos/orientacao-tributaria/pagamentos-e-parcelamentos/taxa-de-juros-selic>.

evidentes em uma única frequência temporal, permitindo uma avaliação mais profunda do impacto das variações de curto e longo prazo no desempenho do portfólio.

Cumpre destacar que as métricas financeiras utilizadas no modelo, oferecem uma visão abrangente do desempenho e risco das duas carteiras de investimento. O Retorno Acumulado mostra o crescimento total das carteiras, enquanto o Desvio Padrão mede a volatilidade, refletindo o grau de risco. O Sharpe Ratio e o Sortino Ratio avaliam o retorno ajustado ao risco, sendo que o último foca nos retornos negativos. A Correlação analisa a relação entre as carteiras, e o Drawdown Máximo destaca a maior queda de valor já registrada, evidenciando o risco extremo. O Beta, por sua vez, mede a sensibilidade de uma carteira em relação à outra, e o Treynor Ratio utiliza esse beta para ajustar o retorno ao risco sistemático. Por fim, o Information Ratio avalia o retorno excedente em comparação com um benchmark, ajustando pela volatilidade adicional. Essas métricas são cruciais para entender o equilíbrio entre risco e retorno das carteiras analisadas.

4 ANÁLISE DE RESULTADOS

Neste trabalho, são analisados os desempenhos de duas abordagens distintas de investimento: modelo *Random-Forest/Markowitz*, que utiliza um modelo de aprendizado de máquina para a previsão de retornos dos ativos, esses retornos são posteriormente utilizados dentro da abordagem tradicional de Markowitz para a seleção de ativos de uma carteira de investimento semanal, e o Modelo Tradicional-Markowitz, que segue a estratégia tradicional (semanal) baseada em retornos dos ativos e análise de risco e retorno. A pesquisa visa comparar a eficácia dessas duas diferentes estratégias, considerando métricas de risco e retorno, como Retorno Acumulado, Desvio Padrão, Sharpe Ratio, e o Sortino Ratio, Correlação, Drawdown Máximo, Beta, *Treynor Ratio* e o *Information Ratio*.

Como será visto adiante, os resultados obtidos mostram que a Carteira *Random-Forest/Markowitz* apresentou um retorno acumulado superior em relação à Carteira Tradicional-Markowitz, embora com maior volatilidade, o que reflete uma estratégia potencialmente mais lucrativa, mas também mais arriscada. A análise comparativa das métricas financeiras revelou que, apesar dos riscos associados, a abordagem baseada em Random Forest pode capturar oportunidades de mercado não identificadas por métodos tradicionais, tornando-se uma opção atrativa para investidores com maior tolerância ao risco.

A seguir, serão apresentados em detalhes os resultados obtidos, incluindo as observações sobre a volatilidade, desempenho ajustado ao risco, e a eficácia das alocações de ativos ao longo do período analisado.

Quadro 2: Métricas Acumulados dos Dados Semanais de Retornos da Carteira Tradicional-Markowitz X Carteira Random-Forest/Markowitz para o período de 17/06/2019 a 10/09/2023(221 semanas)

Métrica	Carteira Tradicional-Markowitz	Carteira Random-Forest/Markowitz
Retorno Acumulado	-6,87%	84,10%
Desvio Padrão	4,09%	4,59%
Sharpe Ratio	-0,01	0,06
Sortino Ratio	-0,01	0,06
Correlação	0,51	0,51
Drawdown Máximo	-48,88%	-51,14%
Beta	0,46	0,57
Treynor Ratio	-0,15	1,46
Information Ratio		18,31

Fonte: Elaboração própria (2025)

O Quadro 2 mostra as métricas acumuladas do periodo de Julho de 2019 a Setembro de 2023, perfazendo um total de 221 semanas analisadas. Ainda, o Quadro 2 demostra os resultados em valores percentuais e absolutos de cada metrica acumulada deste periodo, com base nos retornos semanais das carteiras Random-Forest/Markowitz e Tradicional-Markowitz. Cabe salientar que estes dados foram gerados através do código comparativo de resultados entre a carteira Random-Forest/Markowitz e Tradicional-Markowitz, seguindo o procedimento metodológico apresentado na sessão anterior desta dissertação. Este código fornecido calculou as métricas financeiras para estas duas carteiras, são elas:

- Retorno Acumulado: Medido em percentual (%), representa o retorno total de cada carteira ao longo do período analisado.
- Desvio Padrão: Medido em percentual (%), mede a volatilidade ou risco das carteiras. Quanto maior o desvio padrão, maior a variabilidade dos retornos.
- Sharpe Ratio: Sem unidade específica (valor absoluto), mede a relação entre o retorno médio da carteira e o risco (desvio padrão). É uma medida de retorno ajustado ao risco, onde um valor maior indica um melhor desempenho ajustado ao risco.

- Sortino Ratio: Também sem unidade específica (valor absoluto), semelhante ao Sharpe Ratio, mas focado apenas nos retornos negativos. Penaliza mais os retornos negativos do que os positivos, considerando o risco downside.
- Correlação: Medido em uma escala de -1 a 1 (sem unidade), mede a relação entre os retornos das duas carteiras. Valores próximos de (1) indicam alta correlação positiva, próximos de (-1) indicam alta correlação negativa e valores próximos de (0) indicam correlação fraca ou inexistente.
- *Drawdown Máximo*: Medido em percentual (%), representa a maior queda no valor de uma carteira de seu pico histórico. É uma medida de risco máximo.
- Beta: Medido em valor absoluto (sem unidade), mede a sensibilidade de uma carteira em relação a um índice de referência (neste caso, a relação entre as duas carteiras).
- *Treynor Ratio*: Sem unidade específica (valor absoluto), similar ao Sharpe Ratio, mas utiliza o Beta como medida de risco sistemático. É uma medida de retorno ajustado ao risco sistemático.
- *Information Ratio*: É uma razão (valor absoluto) entre o retorno excedente e o risco adicional (volatilidade excedente).

A análise das métricas das carteiras *Random-Forest/Markowitz* e Tradicional-Markowitz revelaram que o retorno acumulado semanal da Carteira Tradicional-Markowitz foi em valores percentuais de -6,87%, indicando uma perda ao longo do período, enquanto a Carteira *Random-Forest/Markowitz* apresentou um impressionante retorno percentual de 84,10%, sugerindo que o modelo *Random Forest* foi significativamente mais eficiente em gerar ganhos.

Ao analisarmos o desvio padrão, que mede a volatilidade das carteiras, a *Random-Forest/Markowitz* exibe uma volatilidade um pouco maior (4,59% por cento) em comparação com a carteira Tradicional-Markowitz (4,09% por cento). Ainda, as métricas ajustadas ao risco, em valores absolutos: Sharpe Ratio (0,06) e o Sortino Ratio (0,06) da carteira *Random-Forest/Markowitz* são positivas, indicando que os retornos foram compensatórios para o risco. Todavia a Carteira Tradicional-Markowitz apresentou valores negativos nessas mesmas métricas, sugerindo que o risco assumido não foi recompensado adequadamente, resultando em retornos ajustados ao risco insatisfatórios.

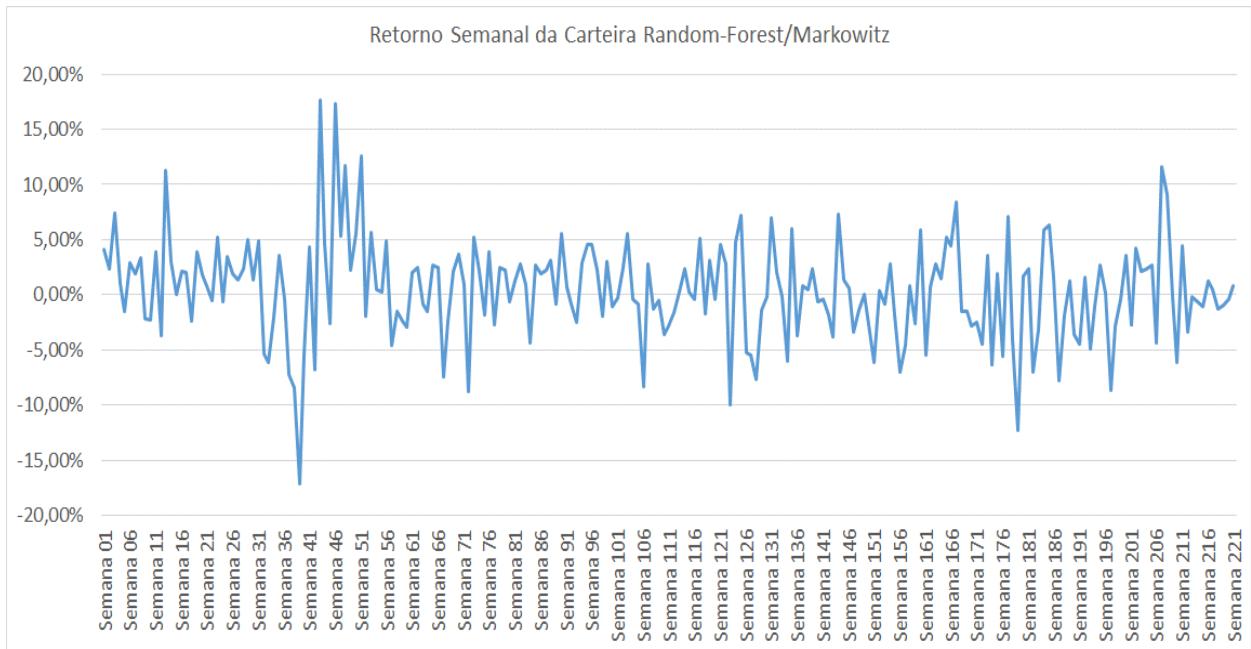
Observa-se também que a correlação de ambas as carteiras em valores absolutos foi moderada, em torno de 0,51, sugerindo que elas se movem de maneira semelhante ao mercado. Porém o *Drawdown Máximo* foi expressivo para as duas carteiras, com a Carteira Random-Forest/Markowitz registrando uma perda máxima em valores percentuais de - 51,14% e a Carteira Tradicional-Markowitz uma perda de -48,88%. Isso indica que, apesar dos retornos elevados da *Random-Forest/Markowitz*, ambas as carteiras sofreram grandes quedas em algum momento.

Ao analisar o Beta, que mede a sensibilidade ao mercado, a Carteira *Random-Forest/Markowitz* tem um Beta em valores absolutos ligeiramente superior (0,57) ao da Carteira Tradicional-Markowitz (0,46), mas ambos são inferiores a (1), o que significa que as carteiras são menos voláteis que o mercado. No entanto, a *Random-Forest/Markowitz* conseguiu obter um *Treynor Ratio* em valores absolutos de 1,46, mostrando um bom desempenho ajustado ao risco sistemático, enquanto a Carteira Tradicional-Markowitz apresentou um valor negativo (-0,15), refletindo baixo desempenho.

Por fim, o *Information Ratio* da Carteira *Random-Forest/Markowitz* foi extremamente elevado (18,31) em valores absolutos, sugerindo que ela superou o benchmark de maneira consistente e eficiente, o que é um forte indicativo de que a estratégia de aprendizado de máquina aplicada foi altamente bem-sucedida em gerar retornos superiores.

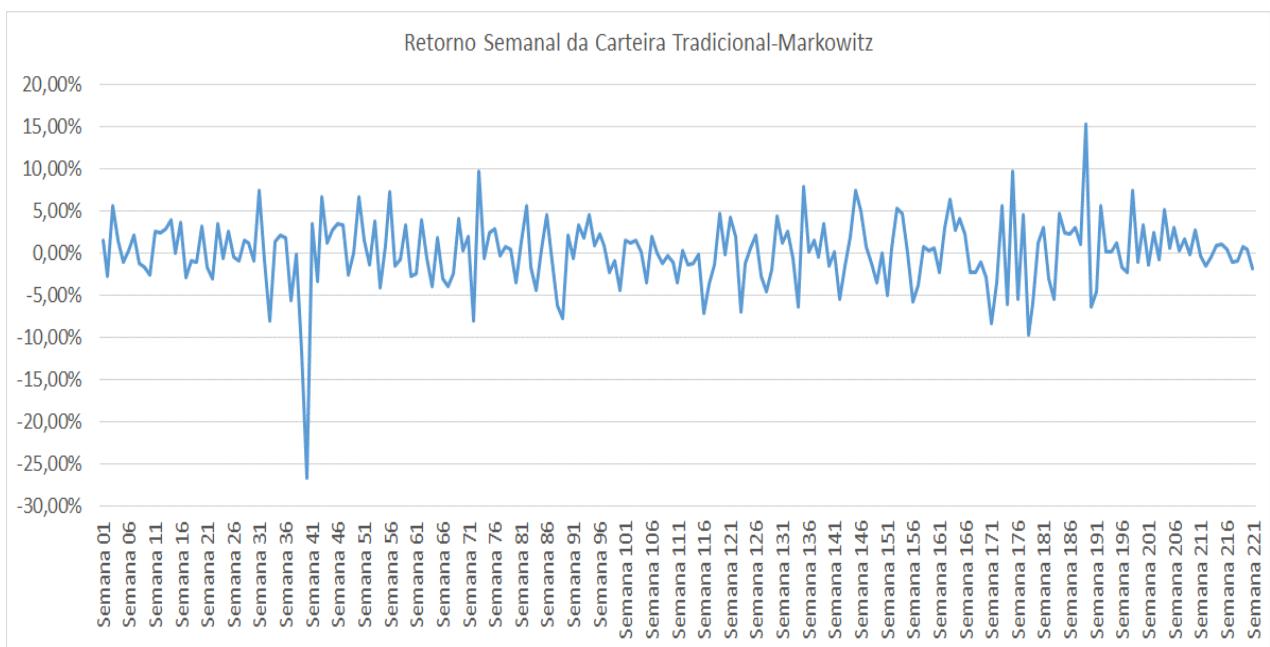
Concomitantemente, através deste mesmo código, foi gerado os retornos semanais das carteiras *Random-Forest/Markowitz* e Tradicional-Markowitz. Diante disso faz-se necessário apresentar estes resultados em valores percentuais através das Figuras 02 e 03, conforme seguem abaixo:

Figura 2: Retorno semanal da carteira *Random-Forest/Markowitz* - inicio semana 1 (17/06/2019) a semana 221 (10/09/2023)



Fonte: Elaboração própria (2025)

Figura 3: Retorno semanal da carteira Tradicional-Markowitz - inicio semana 01 (17/06/2019) a semana 221 (10/09/2023)



Fonte: Elaboração própria (2025)

As Figuras 2 e 3 nos mostram uma comparação entre a Carteira *Random-Forest/Markowitz* e a Carteira Tradicional-Markowitz ao longo das 221 semanas, revelando diferenças significativas em suas performances semanais, destacando os distintos perfis de risco e retorno de cada abordagem.

A Carteira *Random-Forest/Markowitz*, que utiliza um modelo de *machine learning* para prever os retornos, apresenta um comportamento mais agressivo e volátil, conforme veremos a seguir. Em diversas semanas, a *Random Forest* obteve retornos muito maiores, como podemos observar na Semana 13 do dia 09/09/2019 a 15/09/2019 (11,27% contra 2,86% da Tradicional-Markowitz) e na Semana 43 do dia 06/04/2020 a 12/04/2020 (17,64% contra 6,63%). No entanto, a Carteira *Random-Forest/Markowitz* também enfrenta quedas mais acentuadas em semanas adversas, como na Semana 42 do dia 30/03/2020 a 05/04/2020, quando registrou uma perda de -6,79% em comparação com -3,43% da Tradicional-Markowitz, e na Semana 178 do dia 07/11/2022 a 13/11/2022, com uma queda de -4,07%, enquanto a Carteira Tradicional-Markowitz caiu -9,70%.

Por outro lado, analisando o gráfico podemos observar que a Carteira Tradicional-Markowitz, apresenta um desempenho mais estável, com quedas menos pronunciadas em períodos de crise, como na Semana 52 do dia 08/06/2020 a 14/06/2020, onde caiu -1,47% em comparação com -2,00% da *Random Forest*. No entanto, ela frequentemente registra ganhos menores em semanas de alta acentuada, evidenciando seu caráter mais conservador, como visto nas Semanas 207 do dia 29/05/2023 a 04/06/2023 e 208 do dia 05/06/2023 a 11/06/2023, onde a *Random Forest* teve retornos de 11,63% e 9,11%, respectivamente, enquanto a *Markowitz* obteve 0,20% e 1,60%.

Cumpre destacar que durante a pandemia de COVID-19, que teve seu pico inicial em março de 2020, o comportamento das carteiras Tradicional-Markowitz e *Random-Forest/Markowitz* nos revela diferentes níveis de resiliência e volatilidade, refletindo a incerteza e a turbulência dos mercados financeiros nesse período. A análise dos retornos semanais das duas carteiras mostra que, em geral, ambas enfrentaram quedas significativas durante os momentos mais críticos da pandemia, especialmente nas semanas de março de 2020 (semanas 39 e 40).

Em particular, a carteira Tradicional-Markowitz apresentou um desempenho drástica nas semanas iniciais da pandemia, com uma queda acentuada de -26,68% na semana 40 do dia 16/03/2020 a 22/03/2020, e -11,77% na semana anterior. Por outro lado, a carteira *Random-Forest*/Markowitz também experimentou perdas substanciais, mas de forma menos acentuada. A sua maior perda semanal foi de -17,10% (semana 39 do dia 09/03/2020 a 15/03/2020), semana que a carteira Tradicional-Markowitz teve seu pior desempenho, porém suas flutuações nos mostram um pouco mais controladas em comparação à Tradicional-Markowitz.

À medida que a pandemia avançava e o mercado começava a se adaptar à nova realidade, ambos os modelos mostraram sinais de recuperação. Na semana 46 do dia 27/04/2020 a 03/05/2020, a carteira Tradicional-Markowitz registrou um retorno positivo de 3,51%, enquanto a carteira *Random-Forest*/Markowitz teve um retorno ainda mais alto de 17,36%.

Para ilustrar melhor, segue abaixo Quadro 3 destacando alguns fatores comparativos de cada carteira, destacando o maior ganho percentual, o menor ganho percentual, quantidade de semanas com ganhos positivos, quantidade de semanas com ganhos negativos, maior sequência de retornos positivos, maior sequência de retornos negativos, valor de retorno total e média de retorno percentual.

Quadro 3: Indicadores de desempenho dos dados semanais de retornos da Carteira Tradicional-Markowitz X Carteira *Random-Forest*/Markowitz para o período de 17/06/2019 a 10/09/2023(221 semanas)

Indicadores de Desempenho	Carteira Tradicional-Markowitz	Carteira Random-Forest/Markowitz
Maior Ganho Percentual	Semana 189, com um ganho de 15,21%	Semana 43, com um ganho de 17,64%
Menor Ganho Percentual	Semana 40, com uma perda de -26,68%	Semana 179, com uma perda de -12,28%
Maior Sequência de Retornos Positivos	06 Semanas de 184 - 189 (Retorno Total 28,59%)	07 Semanas de 25 - 31 (Retorno Total 20,35%)
Maior Sequência de Retornos Negativos	06 Semanas de 113 - 118 (Retorno Total 15,02%)	05 Semanas de 168 - 172 (Retorno Total 12,84%)
Semanas com Ganhos Positivos	97 semanas	108 semanas

Semanas com Ganhos Negativos	124 semanas	113 semanas
Valor de Retorno Total (Percentual)	12,08%	84,20%
Média de Retorno (Percentual)	0,05%	0,38%

Fonte: Elaboração própria (2025)

O Quadro 3 nos mostra uma comparação através de indicadores de desempenho entre a Carteira Tradicional-Markowitz e a Carteira *Random-Forest*/Markowitz, nos fornecendo assim uma visão abrangente sobre o desempenho e a robustez das duas carteiras em análise.

Primeiramente, no que diz respeito ao maior ganho percentual, a carteira Random-Forest se destacou, apresentando um ganho de 17,64% na semana 43 do dia 06/04/2020 a 12/04/2020, em contraste com 15,21% da carteira tradicional na semana 189 do dia 23/01/2023 a 29/01/2023. Este desempenho superior sugere que a estratégia Random-Forest foi mais eficiente em identificar e aproveitar oportunidades de alta, refletindo uma capacidade potencialmente superior de maximizar os retornos em condições favoráveis.

Em relação ao menor ganho percentual, as diferenças se tornam ainda mais evidentes. A carteira tradicional enfrentou uma perda acentuada de -26,68% na semana 40 do dia 16/03/2020 a 22/03/2020, enquanto a carteira *Random-Forest* limitou suas perdas a -12,28% na semana 179 do dia 14/11/2022 a 20/11/2022. Essa diferença indica uma maior vulnerabilidade da abordagem tradicional em cenários adversos, enquanto a estratégia Random-Forest mostrou-se mais resistente, destacando sua capacidade de proteger o capital em momentos de turbulência no mercado.

Além disso, a quantidade de semanas com ganhos positivos também favorece a carteira *Random-Forest*, que registrou 108 semanas de retornos positivos em comparação com 97 semanas da tradicional. Isso aponta para uma performance mais consistente ao longo do tempo, sugerindo que a abordagem Random-Forest pode proporcionar uma maior estabilidade, o que é um aspecto crucial para investidores que buscam minimizar riscos.

Por outro lado, o número de semanas com ganhos negativos foi menor na carteira *Random-Forest*, com 113 semanas em comparação a 124 semanas da tradicional. Esse indicador

reforça a ideia de que a estratégia *Random-Forest* pode ser uma escolha mais segura, já que apresentou menos períodos de perdas, o que é desejável para qualquer portfólio de investimento.

Em termos de sequência de retornos positivos, a carteira *Random-Forest* teve uma sequência mais longa, com 7 semanas (início na semana 25 em 02/12/2019 a semana 31 com fim em 19/01/2020) apresentando um retorno total de 20,35%, em comparação com 6 semanas da carteira tradicional, que registrou um retorno total de 28,59% nas semanas 184 início em 19/12/2022 a semana 189 com fim em 29/01/2023. Essa capacidade de aproveitar tendências de alta sugere que a *Random-Forest* pode ser mais eficaz em identificar e seguir movimentos favoráveis no mercado.

No que diz respeito à maior sequência de retornos negativos, ambas as carteiras apresentaram períodos de perdas, mas a *Random-Forest* demonstrou um desempenho melhor ao conseguir reduzir tanto a duração quanto a intensidade dessas perdas, com uma sequência de 5 semanas (início na semana 168 em 29/08/2022 a semana 172 com fim em 02/10/2022) com uma perda total de 12,84%. Essa vantagem em termos de gerenciamento de risco é crucial, pois ajuda a mitigar os impactos negativos em um portfólio.

Quando se analisa o valor de retorno total percentual, encontrado através da soma de todos os resultados percentuais, as diferenças se tornam marcantes, com a carteira Random-Forest alcançando um impressionante retorno total de 84,20%, em comparação com apenas 12,08% da carteira tradicional. Esse resultado não apenas indica uma eficácia superior na geração de retornos ao longo do período analisado, mas também destaca a relevância da escolha da estratégia de investimento.

Por fim, a média de retorno percentual também foi mais favorável para a carteira Random-Forest, que alcançou 0,38% em comparação com 0,05% da tradicional. Esse resultado reforça a conclusão de que a abordagem Random-Forest pode oferecer uma melhor relação risco-retorno, alinhando-se aos objetivos de investidores que buscam um equilíbrio entre retorno e segurança.

5 CONCLUSÃO

Este trabalho explorou o potencial da combinação entre a teoria de Markowitz e algoritmos de aprendizado de máquina, com foco no *Random Forest*, para a otimização de carteiras de investimento. Os resultados obtidos indicaram que essa abordagem híbrida é capaz de oferecer melhorias relação de retorno e risco, proporcionando um método mais robusto para a tomada de decisão financeira.

A metodologia adotada, que utiliza para cada período de tempo, um ano de dados de retornos reais passados com previsões geradas pela *Random Forest* para a semana subsequente, permitiu uma avaliação mais dinâmica e adaptativa das carteiras. O modelo *Random-Forest/Markowitz* apresentou melhor desempenho ao incorporar as expectativas de retorno, o que possibilitou ajustar a carteira semanalmente e capturar mudanças de curto prazo no mercado financeiro. Essa abordagem diferenciou-se da carteira Tradicional-Markowitz, que utilizou somente dados históricos, demonstrando que o uso de algoritmos de aprendizado de máquina pode gerar retornos otimizados com níveis de risco controlados.

Os resultados deste estudo indicam uma melhoria da abordagem *Random-Forest/Markowitz* em relação ao modelo Tradicional-Markowitz na otimização de carteiras de investimento. Com base na previsão dos retornos semanais gerados pela *Random Forest*, o modelo híbrido conseguiu captar de forma mais precisa as variações e tendências de curto prazo do mercado. A utilização de previsões geradas pelo modelo *Random Forest* para os retornos diários, ao longo de uma semana, mostrou-se eficaz para ajustar as alocações, resultando em uma composição de portfólio mais adaptativa e sensível às flutuações de mercado.

Com base nos resultados apresentados, conclui-se que a combinação da teoria de Markowitz com o modelo *Random Forest* demonstrou notável eficiência na construção de portfólios. O modelo híbrido *Random-Forest/Markowitz* superou amplamente o método tradicional de Markowitz, com números que reforçam sua superioridade. Os resultados incluem um retorno acumulado de 84,20%, significativamente superior aos 12,08% do modelo tradicional, além de um maior número de semanas positivas (108 contra 97).

O modelo híbrido também mostrou maior consistência na contenção de perdas, com uma perda máxima de -51,14%, enquanto alcançou métricas de desempenho ajustadas ao risco

superiores, como um Treynor Ratio de (1,46), frente ao negativo (-0,15) do modelo tradicional, e um elevado *Information Ratio* de (18,31). Esses indicadores apontam para a maior capacidade do modelo híbrido de identificar oportunidades e mitigar riscos.

Portanto, a abordagem proposta prova-se promissora, evidenciando que métodos avançados como o *Random Forest* têm o potencial de transformar a gestão de portfólios, especialmente em mercados dinâmicos e voláteis. Os números obtidos validam o uso da inteligência artificial como uma ferramenta essencial para alocações financeiras mais eficazes e resilientes em cenários de incerteza.

REFERÊNCIAS

BREIMAN, L. Random forests. **Machine Learning**, v. 45, p. 5-32, 2001.

BREIMAN, L.; FRIEDMAN, J. H.; OLSHEN, R. A.; STONE, C. J. **Classification and regression trees**. [S.l]: Chapman & Hall, 1998.

BREIMAN, L.; FRIEDMAN, J.; STONE, C. J.; OLSHEN, R. A. **Classification and regression trees**. [S.l]: CRC Press, 1984.

BRUNI, A. L.; FAMÁ, R. Mercados eficientes, CAPM e anomalias: uma análise das ações negociadas na BOVESPA (1988-1996). In: SEMEAD, 3., 1998, São Paulo. *Anais [...]*. São Paulo: Programa de Pós-Graduação em Administração da Universidade de São Paulo, 1998.

BRUNI, Adriano L. **Risco, retorno e equilíbrio:** uma análise do modelo de precificação de ativos financeiros na avaliação de ações negociadas na Bovespa (1988-1996). 1998. Dissertação (Mestrado em Administração) - Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade da Universidade de São Paulo, São Paulo, 1998.

COSTA, Thiago Raymon Cruz Cacique da. **Otimização de portfólio com pré-seleção de ativos usando machine learning:** uma aplicação no contexto dos mercados emergentes. 2020. Dissertação (Mestrado em Administração) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2020. Disponível em <https://repositorio.idp.edu.br/handle/123456789/4131>. Acesso em: 17 jan. 2025.

DIETTERICH, T. An experimental comparison of three methods for constructing ensembles of decision trees: Bagging, boosting and randomization. **Machine Learning**, v. 40, p. 1–22, 1998.

DRESCH, ADEMAR P. **Classes de risco e retorno na bolsa de valores de São Paulo (Bovespa) de 1986 a 2000:** uma análise empírica sob o enfoque da moderna teoria de mercado de capitais. 2003. Dissertação (Mestrado em Administração) - Universidade do Vale do Rio dos Sinos, São Leopoldo, RS, 2023.

FRENCH, K.; ROLL, R. Stock return variance: the arrival of information and the reaction of traders. **Journal of Financial Economics**, v. 17, 1986.

GENUER, R.; POGGI, J. M. **Random forests with R**. Cham: Springer, 2020.

GITMAN, L. **Administração financeira**. São Paulo: Prentice Hall, 2003.

GITMAN, Lawrence Jeffrey; MADURA, Jeff. Tradução Maria Lucia G. L. Rosa. **Administração financeira:** uma abordagem gerencial. São Paulo: Pearson Addison Wesley, 2003.

GONÇALVES JR, Cleber; PAMPLONA, Edson de O.; MONTEVECHI, José A. Seleção de carteiras através do modelo de Markowitz para pequenos investidores (com o uso de planilhas

eletrônicas). In: SIMPÓSIO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO, 9., 2002, Bauru. **Anais [...]**. Bauru: UNESP, 2002.

LOPES DA BERNARDA, Mariana Serrano. **Portfolio optimization:** from Markowitz to machine learning. Lisboa: Nova Information Management School, Universidade Nova de Lisboa, 2021. Disponível em: <https://run.unl.pt/bitstream/10362/134510/1/TEGI0584.pdf>. Acesso em: 15 jan. 2025.

MARKOWITZ, Harry. Portfolio selection. **The Journal of Finance**, v. 7, n. 1, p. 77-91, 1952.

MARKOWITZ, Harry. The utility of wealth. **Journal of Political Economy**, v. 60, n. 2, p. 151-158, 1952.

MARKOWITZ, Harry. The efficient portfolio. **The Journal of Finance**, v. 14, n. 1, p. 34-46, 1959.

MARKOWITZ, Harry. **Mean-variance analysis in portfolio choice and capital markets.** Boston: Blackwell Publishing, 1987.

MARKOWITZ, Harry. **Portfolio theory:** the classic works of Markowitz and Tobin. Nova York: John Wiley & Sons, 2000.

PANDA, Kapil. **Analysis of optimal portfolio management using hierarchical clustering.** Disponível em: <https://arxiv.org/abs/2308.11202>. Acesso em: 15 jan. 2025.

PONTI, M. A.; COSTA, G. B. P. **Tópicos em gerenciamento de dados e informações.** São Carlos, SP: ICMC - Universidade de São Paulo – SBC, 2017.

RATHI, Vedant; KSHIRSAGAR, Meghana; RYAN, Conor. Enhancing portfolio performance: a random forest approach to volatility prediction and optimization. In: **PROCEEDINGS OF THE 16TH INTERNATIONAL CONFERENCE ON AGENTS AND ARTIFICIAL INTELLIGENCE – ICAART.** 2024, Roma, Itália. **Anais [...].** 2024. p. 1-8. Disponível em: <https://www.scitepress.org/Papers/2024/124646/124646.pdf>. Acesso em: 17 jan. 2025.

APÊNDICES

**APÊNDICE A - RETORNO SEMANAL DA CARTEIRA TRADICIONAL
MARKOWITZ**

SEMANAS	Retorno Semanal da Carteira
Semana 389 inicio 17/06/2019 fim 23/06/2019	0,014002931
Semana 390 inicio 24/06/2019 fim 30/06/2019	-0,027505853
Semana 391 inicio 01/07/2019 fim 07/07/2019	0,055964571
Semana 392 inicio 08/07/2019 fim 14/07/2019	0,014580909
Semana 393 inicio 15/07/2019 fim 21/07/2019	-0,01076206
Semana 394 inicio 22/07/2019 fim 28/07/2019	0,003243177
Semana 395 inicio 29/07/2019 fim 04/08/2019	0,021522954
Semana 396 inicio 05/08/2019 fim 11/08/2019	-0,01266797
Semana 397 inicio 12/08/2019 fim 18/08/2019	-0,016415011
Semana 398 inicio 19/08/2019 fim 25/08/2019	-0,026792569
Semana 399 inicio 26/08/2019 fim 01/09/2019	0,02523243
Semana 400 inicio 02/09/2019 fim 08/09/2019	0,02391542
Semana 401 inicio 09/09/2019 fim 15/09/2019	0,028555206
Semana 402 inicio 16/09/2019 fim 22/09/2019	0,038628807
Semana 403 inicio 23/09/2019 fim 29/09/2019	-0,000417372
Semana 404 inicio 30/09/2019 fim 06/10/2019	0,036126567
Semana 405 inicio 07/10/2019 fim 13/10/2019	-0,028534855
Semana 406 inicio 14/10/2019 fim 20/10/2019	-0,010064212
Semana 407 inicio 21/10/2019 fim 27/10/2019	-0,011322812
Semana 408 inicio 28/10/2019 fim 03/11/2019	0,030908266
Semana 409 inicio 04/11/2019 fim 10/11/2019	-0,017766601
Semana 410 inicio 11/11/2019 fim 17/11/2019	-0,030530577
Semana 411 inicio 18/11/2019 fim 24/11/2019	0,034764435
Semana 412 inicio 25/11/2019 fim 01/12/2019	-0,006135926
Semana 413 inicio 02/12/2019 fim 08/12/2019	0,025348183
Semana 414 inicio 09/12/2019 fim 15/12/2019	-0,004681517
Semana 415 inicio 16/12/2019 fim 22/12/2019	-0,010234435
Semana 416 inicio 23/12/2019 fim 29/12/2019	0,014825357
Semana 417 inicio 30/12/2019 fim 05/01/2020	0,012069612
Semana 418 inicio 06/01/2020 fim 12/01/2020	-0,009722041
Semana 419 inicio 13/01/2020 fim 19/01/2020	0,07373793
Semana 420 inicio 20/01/2020 fim 26/01/2020	-0,008780855
Semana 421 inicio 27/01/2020 fim 02/02/2020	-0,081052939
Semana 422 inicio 03/02/2020 fim 09/02/2020	0,013554603
Semana 423 inicio 10/02/2020 fim 16/02/2020	0,020591191
Semana 424 inicio 17/02/2020 fim 23/02/2020	0,017211837
Semana 425 inicio 26/02/2020 fim 03/03/2020	-0,056503709
Semana 426 inicio 02/03/2020 fim 08/03/2020	-0,002235998
Semana 427 inicio 09/03/2020 fim 15/03/2020	-0,117650867
Semana 428 inicio 16/03/2020 fim 22/03/2020	-0,266750495
Semana 429 inicio 23/03/2020 fim 29/03/2020	0,03434659

Semana 430 inicio 30/03/2020 fim 05/04/2020	-0,034269851
Semana 431 inicio 06/04/2020 fim 12/04/2020	0,066289316
Semana 432 inicio 13/04/2020 fim 19/04/2020	0,012196913
Semana 433 inicio 20/04/2020 fim 26/04/2020	0,026833736
Semana 434 inicio 27/04/2020 fim 03/05/2020	0,035067056
Semana 435 inicio 04/05/2020 fim 10/05/2020	0,032661686
Semana 436 inicio 11/05/2020 fim 17/05/2020	-0,025478027
Semana 437 inicio 18/05/2020 fim 24/05/2020	-0,000438545
Semana 438 inicio 25/05/2020 fim 31/05/2020	0,066844676
Semana 439 inicio 01/06/2020 fim 07/06/2020	0,015450826
Semana 440 inicio 08/06/2020 fim 14/06/2020	-0,014663682
Semana 441 inicio 15/06/2020 fim 21/06/2020	0,037661378
Semana 442 inicio 22/06/2020 fim 28/06/2020	-0,041917303
Semana 443 inicio 29/06/2020 fim 05/07/2020	0,008139676
Semana 444 inicio 06/07/2020 fim 12/07/2020	0,071607099
Semana 445 inicio 13/07/2020 fim 19/07/2020	-0,015245757
Semana 446 inicio 20/07/2020 fim 26/07/2020	-0,008014067
Semana 447 inicio 27/07/2020 fim 02/08/2020	0,032160094
Semana 448 inicio 03/08/2020 fim 09/08/2020	-0,028199177
Semana 449 inicio 10/08/2020 fim 16/08/2020	-0,024507224
Semana 450 inicio 17/08/2020 fim 23/08/2020	0,038284248
Semana 451 inicio 24/08/2020 fim 30/08/2020	-0,006467942
Semana 452 inicio 31/08/2020 fim 06/09/2020	-0,039095142
Semana 453 inicio 08/09/2020 fim 14/09/2020	0,017326345
Semana 454 inicio 14/09/2020 fim 20/09/2020	-0,030704466
Semana 455 inicio 21/09/2020 fim 27/09/2020	-0,040477259
Semana 456 inicio 28/09/2020 fim 04/10/2020	-0,024420117
Semana 457 inicio 05/10/2020 fim 11/10/2020	0,040182627
Semana 458 inicio 13/10/2020 fim 19/10/2020	0,003233921
Semana 459 inicio 19/10/2020 fim 25/10/2020	0,019041023
Semana 460 inicio 26/10/2020 fim 01/11/2020	-0,081275893
Semana 461 inicio 03/11/2020 fim 09/11/2020	0,095957321
Semana 462 inicio 09/11/2020 fim 15/11/2020	-0,007011105
Semana 463 inicio 16/11/2020 fim 22/11/2020	0,023110527
Semana 464 inicio 23/11/2020 fim 29/11/2020	0,028460975
Semana 465 inicio 30/11/2020 fim 06/12/2020	-0,003117772
Semana 466 inicio 07/12/2020 fim 13/12/2020	0,007823421
Semana 467 inicio 14/12/2020 fim 20/12/2020	0,004445563
Semana 468 inicio 21/12/2020 fim 27/12/2020	-0,035050242
Semana 469 inicio 28/12/2020 fim 03/01/2021	0,01258192
Semana 470 inicio 04/01/2021 fim 10/01/2021	0,056035235
Semana 471 inicio 11/01/2021 fim 17/01/2021	-0,016464027
Semana 472 inicio 18/01/2021 fim 24/01/2021	-0,044563315
Semana 473 inicio 26/01/2021 fim 01/02/2021	0,004528096
Semana 474 inicio 01/02/2021 fim 07/02/2021	0,044591489

Semana 475 inicio 08/02/2021 fim 14/02/2021	-0,009171558
Semana 476 inicio 17/02/2021 fim 23/02/2021	-0,062527753
Semana 477 inicio 22/02/2021 fim 28/02/2021	-0,077607709
Semana 478 inicio 01/03/2021 fim 07/03/2021	0,020851506
Semana 479 inicio 08/03/2021 fim 14/03/2021	-0,006907539
Semana 480 inicio 15/03/2021 fim 21/03/2021	0,033368251
Semana 481 inicio 22/03/2021 fim 28/03/2021	0,017318972
Semana 482 inicio 29/03/2021 fim 04/04/2021	0,045622717
Semana 483 inicio 05/04/2021 fim 11/04/2021	0,008109259
Semana 484 inicio 12/04/2021 fim 18/04/2021	0,022248946
Semana 485 inicio 19/04/2021 fim 25/04/2021	0,008699254
Semana 486 inicio 26/04/2021 fim 02/05/2021	-0,023625505
Semana 487 inicio 03/05/2021 fim 09/05/2021	-0,008975012
Semana 488 inicio 10/05/2021 fim 16/05/2021	-0,044454727
Semana 489 inicio 17/05/2021 fim 23/05/2021	0,014971598
Semana 490 inicio 24/05/2021 fim 30/05/2021	0,012276788
Semana 491 inicio 31/05/2021 fim 06/06/2021	0,0152862
Semana 492 inicio 07/06/2021 fim 13/06/2021	0,000432851
Semana 493 inicio 14/06/2021 fim 20/06/2021	-0,034787628
Semana 494 inicio 21/06/2021 fim 27/06/2021	0,019643104
Semana 495 inicio 28/06/2021 fim 04/07/2021	-0,000584581
Semana 496 inicio 05/07/2021 fim 11/07/2021	-0,012929582
Semana 497 inicio 12/07/2021 fim 18/07/2021	-0,002937628
Semana 498 inicio 19/07/2021 fim 25/07/2021	-0,010768859
Semana 499 inicio 26/07/2021 fim 01/08/2021	-0,034529878
Semana 500 inicio 02/08/2021 fim 08/08/2021	0,002142234
Semana 501 inicio 09/08/2021 fim 15/08/2021	-0,014221159
Semana 502 inicio 16/08/2021 fim 22/08/2021	-0,011890783
Semana 503 inicio 23/08/2021 fim 29/08/2021	-0,002414163
Semana 504 inicio 30/08/2021 fim 05/09/2021	-0,071405278
Semana 505 inicio 06/09/2021 fim 12/09/2021	-0,036014934
Semana 506 inicio 13/09/2021 fim 19/09/2021	-0,014258807
Semana 507 inicio 20/09/2021 fim 26/09/2021	0,047132194
Semana 508 inicio 27/09/2021 fim 03/10/2021	-0,001540111
Semana 509 inicio 04/10/2021 fim 10/10/2021	0,042125152
Semana 510 inicio 11/10/2021 fim 17/10/2021	0,019237393
Semana 511 inicio 18/10/2021 fim 24/10/2021	-0,069700361
Semana 512 inicio 25/10/2021 fim 31/10/2021	-0,011847437
Semana 513 inicio 01/11/2021 fim 07/11/2021	0,005693856
Semana 514 inicio 08/11/2021 fim 14/11/2021	0,021291194
Semana 515 inicio 16/11/2021 fim 22/11/2021	-0,028171483
Semana 516 inicio 22/11/2021 fim 28/11/2021	-0,045652688
Semana 517 inicio 29/11/2021 fim 05/12/2021	-0,020675983
Semana 518 inicio 06/12/2021 fim 12/12/2021	0,042825738
Semana 519 inicio 13/12/2021 fim 19/12/2021	0,012080132

Semana 520 inicio 20/12/2021 fim 26/12/2021	0,025545096
Semana 521 inicio 27/12/2021 fim 02/01/2022	-0,006091228
Semana 522 inicio 03/01/2022 fim 09/01/2022	-0,063724041
Semana 523 inicio 10/01/2022 fim 16/01/2022	0,077731257
Semana 524 inicio 17/01/2022 fim 23/01/2022	0,00045515
Semana 525 inicio 24/01/2022 fim 30/01/2022	0,014769252
Semana 526 inicio 31/01/2022 fim 06/02/2022	-0,005206871
Semana 527 inicio 07/02/2022 fim 13/02/2022	0,03421597
Semana 528 inicio 14/02/2022 fim 20/02/2022	-0,015777536
Semana 529 inicio 21/02/2022 fim 27/02/2022	0,001765733
Semana 530 inicio 02/03/2022 fim 08/03/2022	-0,054531414
Semana 531 inicio 07/03/2022 fim 13/03/2022	-0,015398989
Semana 532 inicio 14/03/2022 fim 20/03/2022	0,01869087
Semana 533 inicio 21/03/2022 fim 27/03/2022	0,074468869
Semana 534 inicio 28/03/2022 fim 03/04/2022	0,049830327
Semana 535 inicio 04/04/2022 fim 10/04/2022	0,006794366
Semana 536 inicio 11/04/2022 fim 17/04/2022	-0,012795405
Semana 537 inicio 18/04/2022 fim 24/04/2022	-0,034821499
Semana 538 inicio 25/04/2022 fim 01/05/2022	-8,2666E-05
Semana 539 inicio 02/05/2022 fim 08/05/2022	-0,050709501
Semana 540 inicio 09/05/2022 fim 15/05/2022	0,005188782
Semana 541 inicio 16/05/2022 fim 22/05/2022	0,052285808
Semana 542 inicio 23/05/2022 fim 29/05/2022	0,046919734
Semana 543 inicio 30/05/2022 fim 05/06/2022	-0,000873896
Semana 544 inicio 06/06/2022 fim 12/06/2022	-0,058210854
Semana 545 inicio 13/06/2022 fim 19/06/2022	-0,0377627
Semana 546 inicio 20/06/2022 fim 26/06/2022	0,007359438
Semana 547 inicio 27/06/2022 fim 03/07/2022	0,00186122
Semana 548 inicio 04/07/2022 fim 10/07/2022	0,005679222
Semana 549 inicio 11/07/2022 fim 17/07/2022	-0,023267446
Semana 550 inicio 18/07/2022 fim 24/07/2022	0,029120892
Semana 551 inicio 25/07/2022 fim 31/07/2022	0,063496357
Semana 552 inicio 01/08/2022 fim 07/08/2022	0,026993777
Semana 553 inicio 08/08/2022 fim 14/08/2022	0,040219783
Semana 554 inicio 15/08/2022 fim 21/08/2022	0,021597659
Semana 555 inicio 22/08/2022 fim 28/08/2022	-0,023377413
Semana 556 inicio 29/08/2022 fim 04/09/2022	-0,023579132
Semana 557 inicio 05/09/2022 fim 11/09/2022	-0,011555195
Semana 558 inicio 12/09/2022 fim 18/09/2022	-0,029330241
Semana 559 inicio 19/09/2022 fim 25/09/2022	-0,083186759
Semana 560 inicio 26/09/2022 fim 02/10/2022	-0,035240156
Semana 561 inicio 03/10/2022 fim 09/10/2022	0,055693347
Semana 562 inicio 10/10/2022 fim 16/10/2022	-0,061185037
Semana 563 inicio 17/10/2022 fim 23/10/2022	0,09670459
Semana 564 inicio 24/10/2022 fim 30/10/2022	-0,0553821

Semana 565 inicio 31/10/2022 fim 06/11/2022	0,045652342
Semana 566 inicio 07/11/2022 fim 13/11/2022	-0,097004436
Semana 567 inicio 14/11/2022 fim 20/11/2022	-0,059599363
Semana 568 inicio 21/11/2022 fim 27/11/2022	0,012280683
Semana 569 inicio 28/11/2022 fim 04/12/2022	0,029605198
Semana 570 inicio 05/12/2022 fim 11/12/2022	-0,030409501
Semana 571 inicio 12/12/2022 fim 18/12/2022	-0,055550733
Semana 572 inicio 19/12/2022 fim 25/12/2022	0,047188001
Semana 573 inicio 26/12/2022 fim 01/01/2023	0,024463601
Semana 574 inicio 02/01/2023 fim 08/01/2023	0,022183008
Semana 575 inicio 09/01/2023 fim 15/01/2023	0,030100736
Semana 576 inicio 16/01/2023 fim 22/01/2023	0,009852227
Semana 577 inicio 23/01/2023 fim 29/01/2023	0,152124806
Semana 578 inicio 30/01/2023 fim 05/02/2023	-0,064697968
Semana 579 inicio 06/02/2023 fim 12/02/2023	-0,045303747
Semana 580 inicio 13/02/2023 fim 19/02/2023	0,05586095
Semana 581 inicio 22/02/2023 fim 28/02/2023	0,00057473
Semana 582 inicio 27/02/2023 fim 05/03/2023	0,001116382
Semana 583 inicio 06/03/2023 fim 12/03/2023	0,010978047
Semana 584 inicio 13/03/2023 fim 19/03/2023	-0,01742244
Semana 585 inicio 20/03/2023 fim 26/03/2023	-0,023587378
Semana 586 inicio 27/03/2023 fim 02/04/2023	0,074279799
Semana 587 inicio 03/04/2023 fim 09/04/2023	-0,011124842
Semana 588 inicio 10/04/2023 fim 16/04/2023	0,032251345
Semana 589 inicio 17/04/2023 fim 23/04/2023	-0,013998716
Semana 590 inicio 24/04/2023 fim 30/04/2023	0,02426758
Semana 591 inicio 02/05/2023 fim 08/05/2023	-0,008522862
Semana 592 inicio 08/05/2023 fim 14/05/2023	0,05123914
Semana 593 inicio 15/05/2023 fim 21/05/2023	0,006051256
Semana 594 inicio 22/05/2023 fim 28/05/2023	0,030589748
Semana 595 inicio 29/05/2023 fim 04/06/2023	0,002000938
Semana 596 inicio 05/06/2023 fim 11/06/2023	0,016030106
Semana 597 inicio 12/06/2023 fim 18/06/2023	-0,00210396
Semana 598 inicio 19/06/2023 fim 25/06/2023	0,026705358
Semana 599 inicio 26/06/2023 fim 02/07/2023	-0,003018746
Semana 600 inicio 03/07/2023 fim 09/07/2023	-0,016234998
Semana 601 inicio 10/07/2023 fim 16/07/2023	-0,005262471
Semana 602 inicio 17/07/2023 fim 23/07/2023	0,009358067
Semana 603 inicio 24/07/2023 fim 30/07/2023	0,010873264
Semana 604 inicio 31/07/2023 fim 06/08/2023	0,004505045
Semana 605 inicio 07/08/2023 fim 13/08/2023	-0,011223897
Semana 606 inicio 14/08/2023 fim 20/08/2023	-0,009196157
Semana 607 inicio 21/08/2023 fim 27/08/2023	0,007440623
Semana 608 inicio 28/08/2023 fim 03/09/2023	0,004735842
Semana 609 inicio 04/09/2023 fim 10/09/2023	-0,018050505

Fonte: Elaboração própria (2025)

APÊNDICE B - RETORNO SEMANAL DA CARTEIRA RANDOM-FOREST/MARKOWITZ

SEMANAS	Retorno Semanal
Semana 1 inicio 17/06/2019 fim 23/06/2019	0,041210189
Semana 2 inicio 24/06/2019 fim 30/06/2019	0,023379771
Semana 3 inicio 01/07/2019 fim 07/07/2019	0,074321817
Semana 4 inicio 08/07/2019 fim 14/07/2019	0,010724488
Semana 5 inicio 15/07/2019 fim 21/07/2019	-0,014983299
Semana 6 inicio 22/07/2019 fim 28/07/2019	0,028880628
Semana 7 inicio 29/07/2019 fim 04/08/2019	0,018618417
Semana 8 inicio 05/08/2019 fim 11/08/2019	0,032816208
Semana 9 inicio 12/08/2019 fim 18/08/2019	-0,021564818
Semana 10 inicio 19/08/2019 fim 25/08/2019	-0,022893451
Semana 11 inicio 26/08/2019 fim 01/09/2019	0,038677761
Semana 12 inicio 02/09/2019 fim 08/09/2019	-0,037105152
Semana 13 inicio 09/09/2019 fim 15/09/2019	0,112675557
Semana 14 inicio 16/09/2019 fim 22/09/2019	0,030456971
Semana 15 inicio 23/09/2019 fim 29/09/2019	-0,000255771
Semana 16 inicio 30/09/2019 fim 06/10/2019	0,021582851
Semana 17 inicio 07/10/2019 fim 13/10/2019	0,020477657
Semana 18 inicio 14/10/2019 fim 20/10/2019	-0,02442403
Semana 19 inicio 21/10/2019 fim 27/10/2019	0,038365343
Semana 20 inicio 28/10/2019 fim 03/11/2019	0,018220142
Semana 21 inicio 04/11/2019 fim 10/11/2019	0,00765444
Semana 22 inicio 11/11/2019 fim 17/11/2019	-0,005564235
Semana 23 inicio 18/11/2019 fim 24/11/2019	0,051938586
Semana 24 inicio 25/11/2019 fim 01/12/2019	-0,006024752
Semana 25 inicio 02/12/2019 fim 08/12/2019	0,034790997
Semana 26 inicio 09/12/2019 fim 15/12/2019	0,019188558
Semana 27 inicio 16/12/2019 fim 22/12/2019	0,013645646
Semana 28 inicio 23/12/2019 fim 29/12/2019	0,023026151
Semana 29 inicio 30/12/2019 fim 05/01/2020	0,050102425
Semana 30 inicio 06/01/2020 fim 12/01/2020	0,013812281
Semana 31 inicio 13/01/2020 fim 19/01/2020	0,048963644
Semana 32 inicio 20/01/2020 fim 26/01/2020	-0,053241066
Semana 33 inicio 27/01/2020 fim 02/02/2020	-0,061852241
Semana 34 inicio 03/02/2020 fim 09/02/2020	-0,021134684
Semana 35 inicio 10/02/2020 fim 16/02/2020	0,036028055
Semana 36 inicio 17/02/2020 fim 23/02/2020	-0,004514384
Semana 37 inicio 26/02/2020 fim 03/03/2020	-0,072052402
Semana 38 inicio 02/03/2020 fim 08/03/2020	-0,083950504
Semana 39 inicio 09/03/2020 fim 15/03/2020	-0,170995756
Semana 40 inicio 16/03/2020 fim 22/03/2020	-0,054569249
Semana 41 inicio 23/03/2020 fim 29/03/2020	0,043354765
Semana 42 inicio 30/03/2020 fim 05/04/2020	-0,067923483

Semana 43 inicio 06/04/2020 fim 12/04/2020	0,176392344
Semana 44 inicio 13/04/2020 fim 19/04/2020	0,046890957
Semana 45 inicio 20/04/2020 fim 26/04/2020	-0,026018166
Semana 46 inicio 27/04/2020 fim 03/05/2020	0,173557074
Semana 47 inicio 04/05/2020 fim 10/05/2020	0,052856672
Semana 48 inicio 11/05/2020 fim 17/05/2020	0,116871134
Semana 49 inicio 18/05/2020 fim 24/05/2020	0,022654499
Semana 50 inicio 25/05/2020 fim 31/05/2020	0,05521832
Semana 51 inicio 01/06/2020 fim 07/06/2020	0,125706962
Semana 52 inicio 08/06/2020 fim 14/06/2020	-0,019975924
Semana 53 inicio 15/06/2020 fim 21/06/2020	0,056620134
Semana 54 inicio 22/06/2020 fim 28/06/2020	0,004556706
Semana 55 inicio 29/06/2020 fim 05/07/2020	0,002548441
Semana 56 inicio 06/07/2020 fim 12/07/2020	0,049022482
Semana 57 inicio 13/07/2020 fim 19/07/2020	-0,045692077
Semana 58 inicio 20/07/2020 fim 26/07/2020	-0,01474978
Semana 59 inicio 27/07/2020 fim 02/08/2020	-0,023936776
Semana 60 inicio 03/08/2020 fim 09/08/2020	-0,029117044
Semana 61 inicio 10/08/2020 fim 16/08/2020	0,020528053
Semana 62 inicio 17/08/2020 fim 23/08/2020	0,024352004
Semana 63 inicio 24/08/2020 fim 30/08/2020	-0,008644409
Semana 64 inicio 31/08/2020 fim 06/09/2020	-0,014632752
Semana 65 inicio 08/09/2020 fim 14/09/2020	0,026976141
Semana 66 inicio 14/09/2020 fim 20/09/2020	0,024237804
Semana 67 inicio 21/09/2020 fim 27/09/2020	-0,074091044
Semana 68 inicio 28/09/2020 fim 04/10/2020	-0,023946176
Semana 69 inicio 05/10/2020 fim 11/10/2020	0,021212354
Semana 70 inicio 13/10/2020 fim 19/10/2020	0,037006367
Semana 71 inicio 19/10/2020 fim 25/10/2020	0,009057658
Semana 72 inicio 26/10/2020 fim 01/11/2020	-0,087258062
Semana 73 inicio 03/11/2020 fim 09/11/2020	0,05211237
Semana 74 inicio 09/11/2020 fim 15/11/2020	0,02167758
Semana 75 inicio 16/11/2020 fim 22/11/2020	-0,018489802
Semana 76 inicio 23/11/2020 fim 29/11/2020	0,03856146
Semana 77 inicio 30/11/2020 fim 06/12/2020	-0,027266964
Semana 78 inicio 07/12/2020 fim 13/12/2020	0,024063284
Semana 79 inicio 14/12/2020 fim 20/12/2020	0,022268003
Semana 80 inicio 21/12/2020 fim 27/12/2020	-0,006777196
Semana 81 inicio 28/12/2020 fim 03/01/2021	0,012045457
Semana 82 inicio 04/01/2021 fim 10/01/2021	0,02762929
Semana 83 inicio 11/01/2021 fim 17/01/2021	0,009467842
Semana 84 inicio 18/01/2021 fim 24/01/2021	-0,043284846
Semana 85 inicio 26/01/2021 fim 01/02/2021	0,027187601
Semana 86 inicio 01/02/2021 fim 07/02/2021	0,019265044
Semana 87 inicio 08/02/2021 fim 14/02/2021	0,022327469

Semana 88 inicio 17/02/2021 fim 23/02/2021	0,031496984
Semana 89 inicio 22/02/2021 fim 28/02/2021	-0,008625074
Semana 90 inicio 01/03/2021 fim 07/03/2021	0,054878226
Semana 91 inicio 08/03/2021 fim 14/03/2021	0,006838784
Semana 92 inicio 15/03/2021 fim 21/03/2021	-0,008734356
Semana 93 inicio 22/03/2021 fim 28/03/2021	-0,024734766
Semana 94 inicio 29/03/2021 fim 04/04/2021	0,028776537
Semana 95 inicio 05/04/2021 fim 11/04/2021	0,045746233
Semana 96 inicio 12/04/2021 fim 18/04/2021	0,045176705
Semana 97 inicio 19/04/2021 fim 25/04/2021	0,021999219
Semana 98 inicio 26/04/2021 fim 02/05/2021	-0,019320398
Semana 99 inicio 03/05/2021 fim 09/05/2021	0,029936728
Semana 100 inicio 10/05/2021 fim 16/05/2021	-0,010612522
Semana 101 inicio 17/05/2021 fim 23/05/2021	-0,002782063
Semana 102 inicio 24/05/2021 fim 30/05/2021	0,024441118
Semana 103 inicio 31/05/2021 fim 06/06/2021	0,055748087
Semana 104 inicio 07/06/2021 fim 13/06/2021	-0,004548062
Semana 105 inicio 14/06/2021 fim 20/06/2021	-0,007996711
Semana 106 inicio 21/06/2021 fim 27/06/2021	-0,083432667
Semana 107 inicio 28/06/2021 fim 04/07/2021	0,028051673
Semana 108 inicio 05/07/2021 fim 11/07/2021	-0,013137924
Semana 109 inicio 12/07/2021 fim 18/07/2021	-0,004899005
Semana 110 inicio 19/07/2021 fim 25/07/2021	-0,036523501
Semana 111 inicio 26/07/2021 fim 01/08/2021	-0,028063272
Semana 112 inicio 02/08/2021 fim 08/08/2021	-0,016378109
Semana 113 inicio 09/08/2021 fim 15/08/2021	0,002933712
Semana 114 inicio 16/08/2021 fim 22/08/2021	0,02353355
Semana 115 inicio 23/08/2021 fim 29/08/2021	0,002122569
Semana 116 inicio 30/08/2021 fim 05/09/2021	-0,00417722
Semana 117 inicio 06/09/2021 fim 12/09/2021	0,051303909
Semana 118 inicio 13/09/2021 fim 19/09/2021	-0,016947286
Semana 119 inicio 20/09/2021 fim 26/09/2021	0,030728052
Semana 120 inicio 27/09/2021 fim 03/10/2021	-0,003827913
Semana 121 inicio 04/10/2021 fim 10/10/2021	0,045231706
Semana 122 inicio 11/10/2021 fim 17/10/2021	0,027765005
Semana 123 inicio 18/10/2021 fim 24/10/2021	-0,100195768
Semana 124 inicio 25/10/2021 fim 31/10/2021	0,04795444
Semana 125 inicio 01/11/2021 fim 07/11/2021	0,072021594
Semana 126 inicio 08/11/2021 fim 14/11/2021	-0,052868763
Semana 127 inicio 16/11/2021 fim 22/11/2021	-0,055170433
Semana 128 inicio 22/11/2021 fim 28/11/2021	-0,076341546
Semana 129 inicio 29/11/2021 fim 05/12/2021	-0,014410251
Semana 130 inicio 06/12/2021 fim 12/12/2021	-0,001778997
Semana 131 inicio 13/12/2021 fim 19/12/2021	0,070117872
Semana 132 inicio 20/12/2021 fim 26/12/2021	0,020609456

Semana 133 inicio 27/12/2021 fim 02/01/2022	-0,002048228
Semana 134 inicio 03/01/2022 fim 09/01/2022	-0,060778479
Semana 135 inicio 10/01/2022 fim 16/01/2022	0,060284925
Semana 136 inicio 17/01/2022 fim 23/01/2022	-0,037308099
Semana 137 inicio 24/01/2022 fim 30/01/2022	0,008033553
Semana 138 inicio 31/01/2022 fim 06/02/2022	0,005173053
Semana 139 inicio 07/02/2022 fim 13/02/2022	0,023588143
Semana 140 inicio 14/02/2022 fim 20/02/2022	-0,006398767
Semana 141 inicio 21/02/2022 fim 27/02/2022	-0,003971938
Semana 142 inicio 02/03/2022 fim 08/03/2022	-0,018636332
Semana 143 inicio 07/03/2022 fim 13/03/2022	-0,038783117
Semana 144 inicio 14/03/2022 fim 20/03/2022	0,0734422
Semana 145 inicio 21/03/2022 fim 27/03/2022	0,013453979
Semana 146 inicio 28/03/2022 fim 03/04/2022	0,005913934
Semana 147 inicio 04/04/2022 fim 10/04/2022	-0,033485764
Semana 148 inicio 11/04/2022 fim 17/04/2022	-0,013815446
Semana 149 inicio 18/04/2022 fim 24/04/2022	0,000817779
Semana 150 inicio 25/04/2022 fim 01/05/2022	-0,033916869
Semana 151 inicio 02/05/2022 fim 08/05/2022	-0,061501688
Semana 152 inicio 09/05/2022 fim 15/05/2022	0,003155306
Semana 153 inicio 16/05/2022 fim 22/05/2022	-0,008977137
Semana 154 inicio 23/05/2022 fim 29/05/2022	0,027972942
Semana 155 inicio 30/05/2022 fim 05/06/2022	-0,018534209
Semana 156 inicio 06/06/2022 fim 12/06/2022	-0,070435551
Semana 157 inicio 13/06/2022 fim 19/06/2022	-0,04609952
Semana 158 inicio 20/06/2022 fim 26/06/2022	0,00822046
Semana 159 inicio 27/06/2022 fim 03/07/2022	-0,026134596
Semana 160 inicio 04/07/2022 fim 10/07/2022	0,058830054
Semana 161 inicio 11/07/2022 fim 17/07/2022	-0,054635927
Semana 162 inicio 18/07/2022 fim 24/07/2022	0,007400735
Semana 163 inicio 25/07/2022 fim 31/07/2022	0,027725076
Semana 164 inicio 01/08/2022 fim 07/08/2022	0,014395624
Semana 165 inicio 08/08/2022 fim 14/08/2022	0,051961462
Semana 166 inicio 15/08/2022 fim 21/08/2022	0,043974147
Semana 167 inicio 22/08/2022 fim 28/08/2022	0,083647446
Semana 168 inicio 29/08/2022 fim 04/09/2022	-0,014650092
Semana 169 inicio 05/09/2022 fim 11/09/2022	-0,015594578
Semana 170 inicio 12/09/2022 fim 18/09/2022	-0,028128154
Semana 171 inicio 19/09/2022 fim 25/09/2022	-0,024734967
Semana 172 inicio 26/09/2022 fim 02/10/2022	-0,045313741
Semana 173 inicio 03/10/2022 fim 09/10/2022	0,035135465
Semana 174 inicio 10/10/2022 fim 16/10/2022	-0,064017113
Semana 175 inicio 17/10/2022 fim 23/10/2022	0,019297088
Semana 176 inicio 24/10/2022 fim 30/10/2022	-0,055552099
Semana 177 inicio 31/10/2022 fim 06/11/2022	0,070649017

Semana 178 inicio 07/11/2022 fim 13/11/2022	-0,040686015
Semana 179 inicio 14/11/2022 fim 20/11/2022	-0,122833305
Semana 180 inicio 21/11/2022 fim 27/11/2022	0,017284643
Semana 181 inicio 28/11/2022 fim 04/12/2022	0,023035213
Semana 182 inicio 05/12/2022 fim 11/12/2022	-0,070472639
Semana 183 inicio 12/12/2022 fim 18/12/2022	-0,031572635
Semana 184 inicio 19/12/2022 fim 25/12/2022	0,058737181
Semana 185 inicio 26/12/2022 fim 01/01/2023	0,063087394
Semana 186 inicio 02/01/2023 fim 08/01/2023	0,015319665
Semana 187 inicio 09/01/2023 fim 15/01/2023	-0,07835792
Semana 188 inicio 16/01/2023 fim 22/01/2023	-0,018277897
Semana 189 inicio 23/01/2023 fim 29/01/2023	0,011923586
Semana 190 inicio 30/01/2023 fim 05/02/2023	-0,036122119
Semana 191 inicio 06/02/2023 fim 12/02/2023	-0,044675403
Semana 192 inicio 13/02/2023 fim 19/02/2023	0,016047785
Semana 193 inicio 22/02/2023 fim 28/02/2023	-0,049172007
Semana 194 inicio 27/02/2023 fim 05/03/2023	-0,011021519
Semana 195 inicio 06/03/2023 fim 12/03/2023	0,026615105
Semana 196 inicio 13/03/2023 fim 19/03/2023	0,001711104
Semana 197 inicio 20/03/2023 fim 26/03/2023	-0,08721249
Semana 198 inicio 27/03/2023 fim 02/04/2023	-0,027900351
Semana 199 inicio 03/04/2023 fim 09/04/2023	-0,004120911
Semana 200 inicio 10/04/2023 fim 16/04/2023	0,035139858
Semana 201 inicio 17/04/2023 fim 23/04/2023	-0,027258032
Semana 202 inicio 24/04/2023 fim 30/04/2023	0,042251152
Semana 203 inicio 02/05/2023 fim 08/05/2023	0,02091882
Semana 204 inicio 08/05/2023 fim 14/05/2023	0,023185784
Semana 205 inicio 15/05/2023 fim 21/05/2023	0,027023238
Semana 206 inicio 22/05/2023 fim 28/05/2023	-0,04380556
Semana 207 inicio 29/05/2023 fim 04/06/2023	0,116342129
Semana 208 inicio 05/06/2023 fim 11/06/2023	0,091064826
Semana 209 inicio 12/06/2023 fim 18/06/2023	-0,001753753
Semana 210 inicio 19/06/2023 fim 25/06/2023	-0,06131917
Semana 211 inicio 26/06/2023 fim 02/07/2023	0,044341084
Semana 212 inicio 03/07/2023 fim 09/07/2023	-0,034165476
Semana 213 inicio 10/07/2023 fim 16/07/2023	-0,002350933
Semana 214 inicio 17/07/2023 fim 23/07/2023	-0,006493134
Semana 215 inicio 24/07/2023 fim 30/07/2023	-0,010364148
Semana 216 inicio 31/07/2023 fim 06/08/2023	0,011927382
Semana 217 inicio 07/08/2023 fim 13/08/2023	0,004372286
Semana 218 inicio 14/08/2023 fim 20/08/2023	-0,012443882
Semana 219 inicio 21/08/2023 fim 27/08/2023	-0,010077335
Semana 220 inicio 28/08/2023 fim 03/09/2023	-0,004380854
Semana 221 inicio 04/09/2023 fim 10/09/2023	0,008087021

Fonte: Elaboração própria (2025)

APÊNDICE C - METRICAS ACUMULADAS

Métrica	Carteira_A_Mercado	Carteira_Random_Forest
Retorno Acumulado	-0,068721092	0,840957439
Desvio Padrão	0,040938089	0,045892901
Sharpe Ratio	-0,014768133	0,057931416
Sortino Ratio	-0,013593065	0,0601369
Correlação	0,511622709	0,511622709
Drawdown Máximo	-0,488810505	-0,511425907
Beta	0,456385534	0,57354534
Treynor Ratio	-0,153099101	1,464237012
Information Ratio		18,3124379

Fonte: Elaboração própria (2025)