



UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA
UNIVERSIDADE ESTADUAL DE FEIRA DE SANTANA
FACULDADE DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO, FILOSOFIA E HISTÓRIA
DAS CIÊNCIAS



JOILMA SILVA CARNEIRO

**ESTUDO DE UMA ESTRATÉGIA DIDÁTICA PRÓ-
ARGUMENTATIVA DESENVOLVIDA PARA ESTUDANTES
DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

Salvador
2024

JOILMA SILVA CARNEIRO

**ESTUDO DE UMA ESTRATÉGIA DIDÁTICA PRÓ-
ARGUMENTATIVA DESENVOLVIDA PARA ESTUDANTES
DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências da Universidade Federal da Bahia e da Universidade Estadual de Feira de Santana, como requisito para obtenção do título de Doutora em Ensino, Filosofia e História das Ciências, na área de concentração em Educação Científica e Formação de Professores.

Orientador: Prof. Dr. Elder Sales Teixeira

Coorientadora: Prof. Dra. Andréia Maria Pereira de Oliveira

Salvador
2024

SIBI/UFBA/Faculdade de Educação - Biblioteca Anísio Teixeira

Carneiro, Joilma Silva.

Estudo de uma estratégia didática pró-argumentativa desenvolvida para estudantes de Licenciatura em Matemática [recurso eletrônico] / Joilma Silva Carneiro. - Dados eletrônicos. - 2024.

Orientador: Prof. Dr. Elder Sales Teixeira.

Tese (Doutorado) - Universidade Federal da Bahia. Faculdade de Educação. Programa de Pós- Graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências, Salvador, 2024.

Programa de Pós-Graduação em convênio com a Universidade Estadual de Feira de Santana.

Disponível em formato digital.

Modo de acesso: <https://repositorio.ufba.br/>

1. Educação matemática. 2. Argumentação. 3. Estratégia didática. 4. Ensino superior. I. Teixeira, Elder Sales. II. Universidade Federal da Bahia. Faculdade de Educação. Programa de Pós-Graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências. III. Universidade Estadual de Feira de Santana. IV. Título.

CDD 510. 7 - 23. ed.



Universidade Federal da Bahia

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO, FILOSOFIA E
HISTÓRIA DAS CIÊNCIAS (PPGEFHC)**


ATA Nº 1

Ata da sessão pública do Colegiado do PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO, FILOSOFIA E HISTÓRIA DAS CIÊNCIAS (PPGEFHC), realizada em 16/07/2024 para procedimento de defesa da Tese de DOUTORADO EM ENSINO, FILOSOFIA E HISTÓRIA DAS CIÊNCIAS no. 1, área de concentração Educação Científica e Formação de Professores, do(a) candidato(a) JOILMA SILVA CARNEIRO, de matrícula 2020109601, intitulada ESTUDO DE UMA ESTRATÉGIA DIDÁTICA PRÓ-ARGUMENTATIVA DESENVOLVIDA PARA ESTUDANTES DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA. Às 08:00 do citado dia, Abiente remoto, foi aberta a sessão pelo(a) presidente da banca examinadora Prof. ELDER SALES TEIXEIRA que apresentou os outros membros da banca: Profª. Dra. ANDREIA MARIA PEREIRA DE OLIVEIRA, Profª. JANY SANTOS SOUZA GOULART, Prof. JOSE LUIS DE PAULA BARROS SILVA, Prof. Dr. Carlos Augusto Aguilar Júnior e Prof. Dr. JOSÉ MESSILDO VIANA NUNES. Em seguida foram esclarecidos os procedimentos pelo(a) presidente que passou a palavra ao(á) examinado(a) para apresentação do trabalho de Doutorado. Ao final da apresentação, passou-se à arguição por parte da banca, a qual, em seguida, reuniu-se para a elaboração do parecer. No seu retorno, foi lido o parecer final a respeito do trabalho apresentado pelo candidato, tendo a banca examinadora aprovado o trabalho apresentado, sendo esta aprovação um requisito parcial para a obtenção do grau de Doutor. Em seguida, nada mais havendo a tratar, foi encerrada a sessão pelo(a) presidente da banca, tendo sido, logo a seguir, lavrada a presente ata, abaixo assinada por todos os membros da banca.

Documento assinado digitalmente
 CARLOS AUGUSTO AGUILAR JUNIOR
Data: 16/07/2024 13:56:26-0300
Verifique em <https://validar.it.gov.br>

Dr. Carlos Augusto Aguilar Júnior, UFF

Examinador Externo à Instituição

 JOSE MESSILDO VIANA NUNES
Data: 16/07/2024 10:06:35-0300
Verifique em <https://validar.it.gov.br>

Dr. JOSÉ MESSILDO VIANA NUNES, UFPA

Examinador Externo à Instituição

 ANDREIA MARIA PEREIRA DE OLIVEIRA
Data: 16/07/2024 18:58:57-0300
Verifique em <https://validar.it.gov.br>

Dra. ANDREIA MARIA PEREIRA DE OLIVEIRA, UFBA

Examinadora Interna

 JANY SANTOS SOUZA GOULART
Data: 16/07/2024 10:04:01-0300
Verifique em <https://validar.it.gov.br>

JANY SANTOS SOUZA GOULART, UEFS

Examinadora Interna

JOSE LUIS DE PAULA BARROS SILVA, UFBA

Examinador Interno



Universidade Federal da Bahia

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO, FILOSOFIA E
HISTÓRIA DAS CIÊNCIAS (PPGEFHC)**

ELDER SALES TEIXEIRA, UEFS



Documento assinado digitalmente

ELDER SALES TEIXEIRA

Data: 17/07/2024 22:08:45-0300

Verifique em <https://validar.itl.gov.br>

Presidente

JOILMA SILVA CARNEIRO



Documento assinado digitalmente

JOILMA SILVA CARNEIRO

Data: 19/07/2024 08:47:43-0300

Verifique em <https://validar.itl.gov.br>

Doutorando(a)



Universidade Federal da Bahia

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO, FILOSOFIA E
HISTÓRIA DAS CIÊNCIAS (PPGEFHC)**

FOLHA DE CORREÇÕES

ATA Nº 1

Autor(a): JOILMA SILVA CARNEIRO

Título: ESTUDO DE UMA ESTRATÉGIA DIDÁTICA PRÓ-ARGUMENTATIVA
DESENVOLVIDA PARA ESTUDANTES DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Banca examinadora:

Prof(a). Carlos Augusto Aguiar Júnior Examinador Externo à Instituição

Prof(a). JOSÉ MESSILDO VIANA NUNES Examinador Externo à Instituição

Prof(a). ANDREIA MARIA PEREIRA DE OLIVEIRA Examinadora Interna

Prof(a). JANY SANTOS SOUZA GOULART Examinadora Interna

Prof(a). JOSE LUIS DE PAULA BARROS SILVA Examinador Interno



Documento assinado digitalmente
JOSE LUIS DE PAULA BARROS SILVA
Data: 19/07/2024 07:50:14-0300
Verifique em <https://validar.ri.gov.br>

Prof(a). ELDER SALES TEIXEIRA Presidente

Os itens abaixo deverão ser modificados, conforme sugestão da banca

1. INTRODUÇÃO
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA
3. METODOLOGIA
4. RESULTADOS OBTIDOS
5. CONCLUSÕES

COMENTÁRIOS GERAIS:

Declaro, para fins de homologação, que as modificações, sugeridas pela banca examinadora, acima mencionada, foram cumpridas integralmente.

AGRADECIMENTOS

A Deus que é Pai, Filho e Espírito Santo, responsável pela minha criação. Ao Deus Pai, agradeço por Sua graça e amor incondicional, que me sustentaram nos momentos de dificuldade e me deram forças para perseverar. Ao Deus Filho, expressei minha gratidão por Sua redenção e sacrifício, que me concederam a oportunidade de buscar o conhecimento. Ao Espírito Santo, agradeço por Sua orientação e inspiração divina, que me guiaram em cada etapa da elaboração desta tese. A eles dedico este trabalho como uma expressão da minha fé e reconhecimento por suas bênçãos em minha vida.

Aos meus pais, João Almeida e Maria de Lourdes (in memoriam), que sempre estiveram ao meu lado, me apoiando e incentivando com seu amor incondicional e com seus sábios conselhos. Sou profundamente grata por todo o apoio e dedicação que me proporcionaram ao longo de toda a jornada de estudos. Cada gesto de vocês contribuiu para que eu nunca desistisse dos meus sonhos. A vocês, meu eterno reconhecimento e amor.

A meu amado esposo, Ivan, e a minha querida filha, Yasmim, expressei minha profunda gratidão. Desde a seleção até a etapa final do doutorado, vocês foram pilares essenciais, me fortalecendo para enfrentar os desafios e buscar por vitórias. O apoio incondicional e o amor que compartilhamos foram fundamentais para que eu pudesse concluir essa jornada acadêmica. Sem os laços familiares que nos unem, especialmente durante esta pesquisa, nada teria sido possível. Obrigada por estarem sempre ao meu lado. Juntos, superamos obstáculos e conquistamos nossos objetivos, pois somos mais fortes quando estamos unidos. Obrigada meus amores!

Aos meus queridos irmãos, em particular à minha irmã Joíra, expressei minha sincera gratidão. Obrigada por sempre estarem dispostos a me ouvir, me apoiar e me incentivar em cada passo desta jornada. Gratidão por sermos mais do que apenas irmãos, somos verdadeiros companheiros de alma nesta incrível viagem chamada vida.

À Universidade Estadual de Feira de Santana, instituição que me proporcionou a oportunidade de realizar minha graduação, especialização e mestrado, além de, em parceria com a Universidade Federal da Bahia, oferecer o programa de pós-graduação no qual cursei o doutorado. Expressei meus sinceros agradecimentos à UEFS por ter me permitido cursar o doutorado afastada, a fim de que eu pudesse me dedicar integralmente ao curso. Retornarei à minha casa acadêmica para exercer minha função, colocando em prática as teorias estudadas e contribuindo com o ensino, a pesquisa e a extensão, especialmente na formação de professores.

Ao meu orientador, Elder, expressei minha profunda gratidão por me acolher desde os estudos iniciais sobre argumentação e por sua orientação fundamental em todas as etapas desta pesquisa. Sua dedicação e amizade foram essenciais para o meu desenvolvimento durante o doutoramento. Da mesma forma, agradeço à minha coorientadora, Andréia Maria, por sua recepção na área de Educação Matemática e pelas valiosas contribuições ao meu trabalho. Estou imensamente grata pela oportunidade de aprender com vocês e por todo o apoio que me ofereceram durante este processo. Suas orientações críticas e reflexões foram cruciais para moldar minha pesquisa e meu desenvolvimento como pesquisadora.

Aos/Às professores/as da banca, pelas sugestões, reflexões e pela disponibilidade de tempo para compartilhar seus conhecimentos. Sou grata pela leitura atenta, pelas contribuições necessárias ao meu trabalho, pois todas elas enriqueceram minha escrita.

Ao professor e aos participantes da pesquisa pela parceria, paciência e colaboração ao compartilharem suas aulas e suas experiências. Obrigada por tornarem esta experiência tão significativa.

Agradeço imensamente aos meus colegas dos grupos de pesquisa LAHCIC-UFBA, OEM-UFBA e CABURÉ-UEFS pela parceria e compreensão ao longo do meu percurso acadêmico. Suas valiosas contribuições foram fundamentais para o desenvolvimento da pesquisa e para o meu crescimento como docente e pesquisadora. Em especial, destaco o subgrupo do grupo de pesquisa CABURÉ, "Argumentação", cujos diálogos e aprendizagens foram essenciais ao longo dos quatro anos do doutorado. Também gostaria de mencionar o subgrupo menor "As gatíssimas", composto por JKF (Joilma, Késsia e Fabiana), com quem vivenciei experiências inspiradoras durante esse percurso. Além disso, não posso deixar de destacar a parceria e amizade construídas com a dupla JD (Joilma e Daniela Cunha), que ofereceram suporte importante na minha jornada de pesquisa.

Aos profissionais de saúde que estiveram ao meu lado durante este processo, expresso minha sincera gratidão pelo comprometimento e cuidado com a minha saúde e bem-estar. Seu apoio foi fundamental para que eu pudesse me dedicar aos estudos e alcançar meus objetivos.

À minha querida funcionária do lar, Dete, expresso minha gratidão. Além de desempenhar suas funções com excelência, você foi mais do que uma colaboradora: foi uma amiga, uma irmã e um pilar durante todo esse tempo. Muito obrigada por tudo!

A todos(as) aqueles que, mesmo sem mencionar nomes, acreditaram em mim e no meu trabalho ao longo desta jornada acadêmica, expresso minha profunda gratidão. Professores, amigos(as), colegas de trabalho, estudantes, familiares e demais colaboradores que, de alguma forma, contribuíram para que eu pudesse realizar esse sonho. Ser a primeira da minha família a ingressar na universidade pública e agora ser a primeira a receber o título de doutora é uma conquista que compartilho com todos(as) vocês. Vamos juntos(as), pois a educação é o caminho para transformar vidas. Obrigada por todo o apoio e por acreditarem em mim. Vai ter professora doutora, sim! Juntos(as), continuaremos a semear o valor da educação, construindo um futuro mais promissor para todos(as).

Joílma Silva Carneiro

Cristo!

Não tenho nem palavras pra me expressar

No brilho dessa luz que vem do teu olhar

Encontro meu abrigo meu lugar

E quando estamos juntos entre nós está

Passando em nosso meio a nos abençoar

E tocas com ternura com a tua mão

A cada um que abre o coração

(Pe. Fábio de Melo)

Você não sabe o quanto eu caminhei

Pra chegar até aqui

Percorri milhas e milhas antes de dormir

Eu nem cochilei

Os mais belos montes escalei

Nas noites escuras de frio chorei ei ei ei

Ei ei ei ei ei

(Bino Farias/ Paulo Gama/ Toni Garrido)

Andá com fé eu vou

Que a fé não costuma faiá

Andá com fé eu vou

Que a fé não costuma faiá

(Gilberto Gil)

Lema de vida: FFF: Força - Fé - Foco

Joilma Silva Carneiro

CARNEIRO, Joilma Silva. **Estudo de uma estratégia didática pró-argumentativa desenvolvida para estudantes de Licenciatura em Matemática**. 2024. 193 f. Tese (Doutorado em Ensino, Filosofia e História das Ciências) – Faculdade de Educação, Universidade Federal da Bahia / Universidade Estadual de Feira de Santana, Salvador/ Feira de Santana, 2024.

RESUMO

O presente estudo trata da temática de um ensino com ênfase na argumentação em Educação Matemática no Ensino Superior, com destaque para a Licenciatura em Matemática. O interesse pelo tema foi motivado por experiências práticas com estudantes nesse contexto educacional, especialmente devido às dificuldades que enfrentam ao construir justificativas para argumentos matemáticos. Além disso, reconhece-se a necessidade, evidenciada na literatura, de realizar mais pesquisas para avaliar o potencial de um ensino com foco argumentativo para promover a habilidade de argumentação. Assim, estabeleceram-se quatro objetivos específicos de pesquisa, todos articulados em torno do objetivo geral de analisar como uma estratégia didática pró-argumentativa pode contribuir para a qualidade da argumentação de estudantes de Licenciatura em Matemática. Os objetivos incluem: (I) analisar a literatura que trata de estudos empíricos sobre os usos da argumentação na Educação Matemática no Ensino Superior por meio de uma revisão sistemática; (II) construir um modelo teórico argumentativo, associando o *layout* de Toulmin à perspectiva teórica de Perelman para ser usado como abordagem de ensino na estratégia didática e como instrumento de análise dos argumentos dos estudantes; (III) analisar a qualidade dos argumentos construídos pelos estudantes durante a disciplina Álgebra Linear; e (IV) investigar como a estratégia didática, por meio do Modelo Argumentativo Toulminiano e Perelmaniano (MATP), enseja o desenvolvimento da argumentação em estudantes de Licenciatura em Matemática. Cada objetivo foi detalhado em um capítulo (artigo) desta tese, seguindo uma organização derivada da escolha do formato *multipaper* para o relatório de pesquisa. Para alcançar o primeiro objetivo, conduziu-se uma revisão sistemática de literatura, cuja base de dados foi o *Educational Research Information Center* (ERIC), por intermédio de periódicos específicos da área de Educação Matemática publicados entre 2012 e 2021. Identificaram-se formas de uso da argumentação e suas características para propor um modelo de ensino sob a abordagem argumentativa. No objetivo II, desenvolveu-se um modelo teórico argumentativo conforme os enfoques de Toulmin e de Perelman, denominados de Modelo Argumentativo Toulminiano e Perelmaniano (MATP), com o propósito de orientar tanto a abordagem de ensino quanto a análise dos argumentos dos estudantes. Os objetivos III e IV foram abordados por meio de um estudo empírico de natureza qualitativa. Destarte, a intervenção didática foi implementada e permitiu a investigação da qualidade da argumentação entre estudantes do curso de Licenciatura em Matemática, bem como as contribuições dessa intervenção para o desenvolvimento da habilidade argumentativa desses estudantes em uma universidade pública baiana. Essa análise foi conduzida por meio de atividades individuais e em grupo realizadas durante as aulas de Álgebra Linear I. Foram utilizados como instrumentos: observação, questionário, entrevistas semiestruturadas e documentos, os argumentos produzidos de forma escrita para a construção dos dados desses estudos empíricos, além de apontamentos, notas reflexivas, gravação em áudio e a gravação em vídeo para os respectivos registros dos dados em foco. Para orientar a estratégia didática e análise dos dados, recorreu-se ao MATP. Os resultados das análises dos dados mostram que a maior parte dos estudantes teve dificuldade para construir argumentos consistentes. Houve lacunas entre premissas e conclusão, assim como na apresentação de justificativas fundamentadas. Além disso, o uso de recursos retóricos para apoiar a persuasão dos temas discutidos foi limitado. Apesar dessas dificuldades,

a intervenção foi considerada frutífera para o desenvolvimento futuro das habilidades argumentativas dos estudantes, especialmente levando em conta que muitos deles podem seguir carreiras na Educação devido à formação em Licenciatura. A estratégia didática oportunizou aos estudantes ferramentas para abordar questões e justificar temas de Álgebra Linear e tanto os(as) licenciandos(as) quanto os professores se familiarizaram com os termos e com a linguagem das teorias argumentativas. Essa abordagem possibilitou que os participantes se envolvessem em um ensino com ênfase em ações pró-argumentativas.

Palavras-chave: Educação matemática. Argumentação. Estratégia didática. Ensino Superior

CARNEIRO, Joilma Silva. **Estudo de uma estratégia didática pró-argumentativa desenvolvida para estudantes de Licenciatura em Matemática**. 2024. 193 f. Tese (Doutorado em Ensino, Filosofia e História das Ciências) – Faculdade de Educação, Universidade Federal da Bahia / Universidade Estadual de Feira de Santana, Salvador/ Feira de Santana, 2024.

ABSTRACT

This study investigates teaching with a focus on argumentation in Mathematics Education in Higher Education, more specifically in a Mathematics Teaching degree program. Our interest was attracted by practical situations we experienced with students in this educational context, mainly because of the difficulties they face when building justifications for mathematical arguments. Moreover, we understand that there is a need, which was emphasized by the literature, for conducting more research to assess the potential for teaching focused on argumentation in order to foster argumentation skills. Thus, we established four specific research goals: (I) Analyzing the literature encompassing empirical studies on the uses of argumentation in Mathematics Education in Higher Education through a systematic review; (II) Devising a theoretical argumentative model by linking Toulmin's model to Perelman's theoretical perspective so that it could be used as a teaching approach in the didactic strategy and as a tool to analyze students' arguments; (III) Analyzing the quality of the arguments built by students in a Linear Algebra course; and (IV) investigating how the didactic strategy fosters the development of argumentation in students in a Mathematics Teaching degree program through Toulmin-Perelman Argumentation Model (TPAM). Each goal has been detailed in a chapter (article) of this thesis according to an organization based on the multipaper format, which was chosen for the research report. In order to reach the first goal, we performed a systematic review of the literature, for which we used the *Educational Research Information Center* (ERIC) database, through journals from the field of Mathematics Education published between 2012 and 2021. Through the review, we were able to identify ways of using argumentation and their characteristics, which were used to propose a teaching model with an argumentative approach. For goal II, we devised a theoretical argumentative model based on Toulmin's and Perelman's concepts, which we called TPAM (Toulmin-Perelman Argumentation Model), aiming to guide both the teaching approach and the analysis of students' argumentation. We worked towards goals III and IV through an empirical qualitative study. Thus, we employed a didactic intervention and investigated argumentation quality in students from a Mathematics Teaching degree program at a federal university in the state of Bahia, Brazil, as well as the contributions provided by the intervention to the development of argumentation skills in the students. The analysis was performed through individual and group activities during Linear Algebra I classes. We combined observation, questionnaires, a semistructured interview, documents and the arguments produced in writing to build the database for the empirical studies, while we used comments, reflective notes, audio and video recordings to record the aforementioned data. To guide our didactic strategy, we employed TPAM. The results of the data analysis showed that most students had difficulty in developing strong arguments. There were gaps between premises and conclusions, as well as in the presentation of sound justifications. In addition, the use of rhetorical resources to support the persuasion in the discussed themes was limited. In spite of the aforementioned difficulties, the intervention was considered successful for the future development of students' argumentation skills, mainly because many of them might pursue a career in Education after getting a degree in teaching. The didactic strategy provided students with opportunities to address questions and justify Linear Algebra themes, while both the students and the professor became familiar with

the terms and the language used in argumentation theories. This approach allowed the participants to be involved in a type of teaching focused on pro-argumentative actions.

Keywords: Mathematics education. Argumentation. Didactic strategy. Higher education

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Submissão/publicação dos manuscritos da tese	37
Quadro 2 – Etapas da estratégia didática	40
Quadro 3 – Tipologia dos argumentos – processamento argumentativo via ligação	84
Quadro 4 – Quadro analítico utilizado para avaliar a qualidade da argumentação.....	94
Quadro 5 – Tipologia dos argumentos – processamento argumentativo via ligação	102
Quadro 6 – Quadro analítico utilizado para avaliar a qualidade da argumentação.....	105
Quadro 8 – Questão 1 do questionário	139
Quadro 9 – Respostas à questão 1 do questionário	139
Quadro 10 – Questão 1: identificação das componentes argumentativas de Toulmin	139
Quadro 11 – Questão 4: apresentação de recurso retórico via ilustração	140
Quadro 12 – Questão 2 do questionário.....	142
Quadro 13 – Questão 2: identificação das componentes argumentativas (MATP), natureza das justificativas e ilustração.....	143
Quadro 14 – Quadro analítico utilizado para avaliar a qualidade da argumentação.....	163

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - <i>Layout</i> de Toulmin para a argumentação	26
Figura 2 – Estrutura da Tese	38
Figura 3 – <i>Layout</i> de Toulmin para a argumentação.....	82
Figura 4 – Esquema do MATP	89
Figura 5 - <i>Layout</i> de Toulmin para a argumentação	100
Figura 6 – Esquema simplificado do MATP.....	103
Figura 7 – Questão com enfoque argumentativo da primeira avaliação.....	107
Figura 8 – Primeiro exemplo de resposta da Questão 3 item “a”	108
Figura 9 – Segundo exemplo de resposta da Questão 3 item “a”	108
Figura 10 – Terceiro exemplo de resposta da Questão 3 item “a”	108
Figura 11 – Primeiro exemplo de resposta da Questão 3 item “b”	109
Figura 12 – Segundo exemplo de resposta da Questão 3 item “b”	109
Figura 13 – Primeiro exemplo de resposta da Questão 3 item “c”	110
Figura 14 – Segundo exemplo de resposta da Questão 3 item “c”	110
Figura 15 – Questão 1 com enfoque argumentativo para discussão nos grupos	112
Figura 16 – Argumento construído coletivamente referente à primeira questão.....	114
Figura 17 – Questão 2 com enfoque argumentativo para discussão nos grupos	115
Figura 18 – Argumento construído coletivamente referente à segunda questão do item (i).....	116
Figura 19 – Argumento construído coletivamente referente à segunda questão no item (ii).....	118
Figura 20 – Argumento construído coletivamente referente à segunda questão no item (iii).....	118
Figura 21 – Argumento construído coletivamente referente à segunda questão no item (iv).....	120
Figura 22 – Esquema do MATP	132
Figura 23 – Resposta da ilustração da questão 1 grupo B	140
Figura 24 – Resposta da ilustração da questão 1 grupo A	141
Figura 25 – Resposta da ilustração da questão 2	143
Figura 26 – Respostas da questão 2 Grupo A.....	144
Figura 27 – Respostas da questão 2 Grupo C.....	144
Figura 28 – Esquema do MATP	162

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CABURÉ	Grupo de Pesquisa em Ciência, Sociedade e Educação – UEFS/UFBA
LAHCIC	Laboratório de História das Ciências- UFBA
MATP	Modelo Argumentativo Toulminiano e Perelmaniano
OEM	Observatório da Educação Matemática – UFBA
PPGEFHC	Programa de Pós-Graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências
TCLE	Termo de Consentimento Livre e Esclarecido
UEFS	Universidade Estadual de Feira de Santana
UFBA	Universidade Federal da Bahia

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	19
1.1	TRAJETÓRIA PROFISSIONAL E O ENCONTRO COM O OBJETO DA PESQUISA	19
1.2	PROBLEMATIZAÇÃO COM A LITERATURA DE PESQUISA	22
1.3	PERSPECTIVA TEÓRICA	25
1.4	OBJETIVOS.....	31
1.4.1	Objetivo Geral	31
1.4.2	Objetivos Específicos	31
1.5	JUSTIFICATIVA E RELEVÂNCIA DA PESQUISA	32
1.6	METODOLOGIA	35
1.7	REFERÊNCIAS	41
2	USOS DA ARGUMENTAÇÃO NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: UMA REVISÃO DA LITERATURA NO ENSINO SUPERIOR	46
3	UM MODELO TEÓRICO BASEADO NA PERSPECTIVA DE TOULMIN E DE PERELMAN PARA PRODUÇÃO E ANÁLISE DA ARGUMENTAÇÃO NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	78
3.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS.....	79
3.2	PERSPECTIVA ARGUMENTATIVA DE TOULMIN	81
3.3	PERSPECTIVA ARGUMENTATIVA DE PERELMAN	83
3.4	MODELO ARGUMENTATIVO TOULMINIANO E PERELMANIANO (MATP) ..	86
3.4.1	Abordagem argumentativa de ensino	86
<i>3.4.1.1</i>	<i>Situações argumentativas</i>	<i>90</i>
3.4.2	INSTRUMENTO DE ANÁLISE.....	92
3.5	IMPLICAÇÕES PARA A PRÁTICA E PARA A PESQUISA	94
3.6	REFERÊNCIAS	95
4	QUALIDADE DA ARGUMENTAÇÃO DE ESTUDANTES DA LICENCIATURA EM MATEMÁTICA NA DISCIPLINA ÁLGEBRA LINEAR	98
4.1	INTRODUÇÃO	98
4.2	QUADRO TEÓRICO	100
4.2.1	MATP – Abordagem argumentativa de ensino	103
4.2.2	MATP – Instrumento de análise	104

4.3	PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	105
4.4	ANÁLISE DOS DADOS E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	107
4.4.1	Análise dos dados e discussão dos resultados – etapa I	107
4.4.2	Análise dos dados e discussão dos resultados – etapa II.....	111
4.5	CONSIDERAÇÕES FINAIS E IMPLICAÇÕES.....	122
5	UMA ESTRATÉGIA DIDÁTICA PRÓ-ARGUMENTATIVA PARA ESTUDANTES DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA	127
5.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS.....	128
5.2	ARGUMENTAÇÃO NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA.....	130
5.2.1	O Modelo Teórico Argumentativo Toulminiano e Perelmaniano – MATP	131
2.2.2	Estratégia de ensino pró-argumentativa	133
5.3	PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	135
5.4	ANÁLISE DOS DADOS E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	138
5.4.1	Ensino Explícito.....	138
5.4.2	A percepção dos estudantes e do professor sobre a estratégia desenvolvida.....	146
<i>5.4.2.1</i>	<i>Percepção em relação ao Ensino Explícito.....</i>	<i>146</i>
<i>5.4.2.2</i>	<i>Percepção em relação à estratégia didática pró-argumentativa.....</i>	<i>148</i>
5.5	CONCLUSÕES E IMPLICAÇÕES	152
5.6	REFERÊNCIAS	153
6	CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS	157
6.1	USOS DA ARGUMENTAÇÃO NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NO ENSINO SUPERIOR.....	158
6.2	MODELO ARGUMENTATIVO TOULMINIANO E PERELMANIANO – MATP PARA PRODUÇÃO E ANÁLISE DA ARGUMENTAÇÃO NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA.....	161
6.3	QUALIDADE DOS ARGUMENTOS CONSTRUÍDOS POR ESTUDANTES NA DISCIPLINA ÁLGEBRA LINEAR.....	163
6.4	UMA ESTRATÉGIA DIDÁTICA PRÓ-ARGUMENTATIVA PARA ESTUDANTES DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA.....	165
6.5	IMPLICAÇÕES PARA A PESQUISA E PARA A PRÁTICA	167
6.6	REFERÊNCIAS	169
	ANEXO A – REGISTRO NO COMITÊ DE ÉTICA	170
	APÊNDICE A – TCLE-ESTUDANTE	171

APÊNDICE B – TCLE-PROFESSOR.....	173
APÊNDICE C – TEXTO INFORMATIVO SOBRE ARGUMENTAÇÃO COM EXEMPLOS DO MODELO	175
APÊNDICE D – SLIDES DE APRESENTAÇÃO SOBRE ARGUMENTAÇÃO COM EXEMPLOS DO MODELO	180
APÊNDICE E – ROTEIRO ENTREVISTA SEMIESTRUTURADA- ESTUDANTE	185
APÊNDICE F – ROTEIRO ENTREVISTA SEMIESTRUTURADA COM PROFESSOR.....	187
APÊNDICE G – RESPOSTAS DAS ENTREVISTAS COM OS ESTUDANTES	189
APÊNDICE H – RESPOSTAS DAS ENTREVISTAS COM O PROFESSOR ..	191

1 INTRODUÇÃO

Neste texto introdutório, abordo¹ a parte do meu percurso acadêmico e minha trajetória profissional atrelados ao objeto de estudo e ao delineamento dos objetivos que norteiam esta pesquisa. Além disso, apresento a definição da problemática de pesquisa dialogada com a revisão de literatura, o aporte teórico, a justificativa e a relevância desta tese para o campo científico e profissional, assim como para a minha formação como pesquisadora e docente. Destaco, também, os aspectos metodológicos que foram utilizados para desenvolver a investigação realizada.

1.1 TRAJETÓRIA PROFISSIONAL E O ENCONTRO COM O OBJETO DA PESQUISA

A construção do objeto de estudo ocorreu ao longo do processo de constituição de minha trajetória enquanto professora de Matemática. Em 2000, concluí os estudos de graduação em Licenciatura em Matemática pela Universidade Estadual de Feira de Santana. O curso, apesar de ser denominado de Licenciatura, possuía um currículo que era mais direcionado a um curso de Bacharelado. Durante esse processo, identifiquei-me com os conteúdos que tratavam de provas matemáticas, tanto nas Álgebras como nos Cálculos. Sentia, contudo, a carência de mais disciplinas que discutissem sobre o Ensino de Matemática.

Em seguida, no ano de 2001, ingressei na Especialização em Educação Matemática, a fim de estudar teorias que cobrissem algumas lacunas da graduação e proporcionassem melhor capacitação profissional. Paralelamente, nesse ano, comecei a carreira como professora de Matemática no Ensino Básico. Ao longo da especialização, tive a oportunidade, ainda que pequena, de discutir sobre provas matemáticas, sobretudo em contextos da geometria. Entretanto, perdurava a lacuna de estudar sobre o processo de construção de provas, principalmente, aquelas direcionadas aos conteúdos das Álgebras.

Em 2003, já especialista em Educação Matemática, fui selecionada como professora substituta para trabalhar na área de Matemática da Universidade Estadual de Feira de Santana. Comecei, assim, a carreira profissional no Ensino Superior. Em 2007, assumi o cargo como professora concursada da área de Matemática dessa instituição de ensino. Em paralelo, permaneci vinculada ao Ensino Básico. Tive a oportunidade de lecionar diversas disciplinas no Ensino

¹ Como se trata de minha experiência pessoal, utilizarei a primeira pessoa do singular nesta parte.

Superior: Cálculos, Álgebras, Geometrias, Instrumentalização para o Ensino de Matemática, Matemática Elementar e Lógica Matemática.

No decorrer de minhas experiências de ensino, tanto em Ensino Básico quanto no Superior, identifiquei dificuldades dos estudantes quanto ao processo de justificações dos cálculos e das proposições matemáticas, em particular, quanto às justificativas para as provas matemáticas. Essas dificuldades conduziram-me às reflexões, tais como: “por que os estudantes têm dificuldades em utilizar as justificativas nos raciocínios matemáticos?”

Em 2010, cursei disciplinas na área de Álgebra, como aluna especial do mestrado acadêmico em Matemática da UFBA. A partir desse período, dediquei-me exclusivamente ao Ensino Superior. Em 2014, concluí o mestrado profissional em Matemática pela Universidade Estadual de Feira de Santana. Esse processo foi uma oportunidade de ingressar na pesquisa e de aprofundar conhecimentos matemáticos de várias subáreas, sobretudo, conceitos da Geometria Algébrica que foram enriquecedores para a formação acadêmica. Contudo, por ser um mestrado profissional, não havia espaços para estudos sobre métodos de pesquisas nem sobre a temática de ensino de provas matemáticas.

Destarte, retornei do mestrado e reassumi a função de professora da área de Matemática da Universidade Estadual de Feira de Santana, mas, ainda, acompanhada por uma preocupação com as dificuldades apresentadas pelos estudantes. Encontrei uma realidade de poucas participações nas aulas e nas argumentações direcionadas, especialmente, aquelas relativas às demonstrações e análises das provas. Essa preocupação é fundamentada na importância da justificação do raciocínio matemático. A falta de justificativas para os raciocínios matemáticos, bem como a pouca participação de estudantes, durante as aulas, era percebida tanto na graduação quanto na pós-graduação, sobretudo, no curso de Licenciatura em Matemática.

Diante do contexto, aumentava a necessidade de encontrar estratégias que contribuíssem com o desenvolvimento da linguagem matemática e melhorassem a qualidade da argumentação dos estudantes, visto que a minha qualificação no mestrado profissional não atendeu a essas preocupações. Percebi que não era suficiente apenas estudar e me aprofundar em conhecimentos matemáticos específicos. As interações discursivas e argumentativas fazem parte da aprendizagem significativa (Boavida *et al.*, 2008). No entanto, a realidade em que eu estava inserida, um ensino de forma unidirecional, sem espaços para discussão, sem interação dos estudantes, não permitia a comunicação, nem o aflorar da argumentação e, assim, não possibilitava o processo de justificação.

Eu buscava por um programa de pós-graduação que me possibilitasse estudar disciplinas que tratassem de métodos de pesquisas, bem como promovessem discussões sobre ensino de matemática e metodologias ativas de ensino, além de teorias para analisar resoluções matemáticas, por meio de perspectivas argumentativas. As reflexões direcionaram-me a buscar um curso que atendesse a essas necessidades para, assim, obter uma melhor qualificação para o par professora/pesquisadora. Em 2019, iniciei-me, como aluna especial do programa de Pós-Graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências da UFBA e da UEFS para desenvolver estudos que pudessem chegar ao objeto desta pesquisa.

Nesse período, ainda na categoria de aluna especial, tive a oportunidade de cursar a disciplina “Tópicos Especiais – Os Usos do *Layout* de Argumentação de Toulmin no Ensino de Ciências”, ministrada pelo professor Elder Sales Teixeira, desse programa de pós-graduação. A disciplina foi conduzida na forma de grupo de estudo, com discussões e apresentações acerca do *layout* de argumentação de Toulmin e dos seus usos no ensino de Ciências. Foram discutidos vários artigos de pesquisa relevantes sobre o uso desse *layout* de argumentação em situações reais de salas de aula de Ciências. Devido à flexibilidade do professor e em função de meu pedido, foram inseridos, no cronograma dos estudos, artigos que utilizassem esse *layout* na Educação Matemática, a exemplo de Boavida *et al.* (2008) e Nunes e Almouloud (2013).

Ao cursar essa disciplina, fiz uma busca por pesquisas, no âmbito nacional e internacional, que tivessem foco na argumentação em Educação Matemática. Nessa busca, notei que há muitos estudos com enfoque em argumentação. Naquelas pesquisas, encontrei estudos na área de Educação Matemática (Aguilar Júnior, 2019; Aguilar Júnior; Nasser, 2014; Boavida, 2005; Gabel; Dreyfus, 2017; Nunes; Almouloud, 2013; Pedemonte, 2012) que evidenciaram o ensino de cunho argumentativo. A princípio, percebi a escassez de estudos sobre a temática argumentativa no âmbito nacional, sobretudo, no Ensino Superior.

A partir dessa perspectiva, aprofundou-se meu interesse em estudar teorias para analisar as provas e argumentações. Interessei-me em realizar uma pesquisa que permitisse analisar a argumentação de estudantes no curso de Licenciatura em Matemática e em promover avanços na habilidade de argumentar destes estudantes. Em 2020, ingressei como aluna regular da turma de doutorado no PPGEFHC (UFBA/ UEFS). Meu objeto de estudo era a investigação sobre a relação entre a estratégia didática pró-argumentativa e a qualidade da argumentação dos estudantes do curso de Licenciatura em Matemática na disciplina Geometria Analítica. Após o ingresso, esse objeto passou por adequações e o apresentaremos na sequência deste capítulo.

1.2 PROBLEMATIZAÇÃO COM A LITERATURA DE PESQUISA

Pesquisas sobre argumentação na área educacional despertam interesse de pesquisadores em Química, Física e Matemática (Nunes, 2011; Rodrigues; Da Silva; Monteiro, 2021; Teixeira *et al.*, 2015; Uygun-Eryurt, 2020). Para Boavida (2005), em Educação Matemática, particularmente, esses estudos foram impulsionados a partir do trabalho de Krummheuer (1995). O objetivo dessa pesquisa foi descrever a estrutura do argumento construído em sala de aula e as diferentes formas pelas quais os estudantes estavam envolvidos na construção desse argumento.

Por sua vez, estudos em Educação Matemática têm destacado as possíveis contribuições do ensino com foco em argumentação (Aguilar Júnior, 2019; Gabel; Dreyfus, 2017; Nunes; Almouloud, 2013; Uygun-Eryurt, 2020). Além disso, alguns desses estudos ressaltam a importância de realizar mais pesquisas para avaliar o potencial dessas abordagens na promoção da argumentação.

A prática da argumentação favorece a aquisição de competência argumentativa (Nunes, 2011; Nunes; Almouloud, 2013), além de apoiar os estudantes no desenvolvimento da linguagem matemática e na compreensão dos assuntos estudados (Nunes; Almouloud, 2013). Nessa pesquisa, os autores analisaram as partes anatômica e fisiológica do processo argumentativo, o que lhes permitiu criar um modelo composto por fases para esse processo e apresentar a prática da argumentação como método de ensino. Os resultados indicaram que a incorporação de atividades argumentativas no ensino de Matemática pode promover uma compreensão mais profunda dos conceitos e melhorar as habilidades de raciocínio dos estudantes.

Na pesquisa realizada por Aguilar Júnior e Nasser (2014), bem como na pesquisa de Aguilar Júnior (2019), buscou-se entender como acontece a compreensão e a aceitação de professores quanto às argumentações e provas dadas pelos estudantes. Para Aguilar Júnior (2019), há uma necessidade de dedicarmos mais atenção à temática da argumentação no ensino de Matemática. A prática, além de ser essencial para a formação do cidadão crítico, contribui para o desenvolvimento de conceitos das outras ciências. Os estudos de Aguilar Júnior (2019) evidenciaram que os professores têm uma tendência de valorização das argumentações que se aproximaram da prova formal. Para esse pesquisador, é igualmente importante a valorização da argumentação informal.

O estudo de Fukawa-Connelly (2014) dedicou-se à pesquisa em Álgebra Abstrata sob a perspectiva argumentativa de Toulmin (2006). O modelo foi utilizado para analisar o ensino na graduação, incluindo cursos de Álgebra Abstrata que adotam métodos tradicionais de ensino. A pesquisa destacou o modelo de Toulmin como uma ferramenta para professores compreenderem o ensino de provas e a matemática baseada em provas. Investigou-se como as declarações matemáticas são empregadas para avançar nos argumentos matemáticos. A autora sugere que mais pesquisas sejam realizadas para investigar o ensino de provas, utilizando a perspectiva argumentativa de Toulmin, sobretudo em relação à análise de provas matemáticas escritas.

Outros estudos tiveram como objetivo analisar o ensino de provas, utilizando o enfoque argumentativo de Perelman (1993), como os realizados por Gabel e Dreyfus (2016, 2017). Nesses estudos, os pesquisadores observaram mudanças significativas no fluxo de prova após uma intervenção didática baseada na perspectiva argumentativa de Perelman (1993). Eles destacaram a necessidade de mais pesquisas nessa perspectiva para avaliar diversos aspectos do fluxo de prova. A pesquisa conduzida por Silva Júnior (2019) também incorporou elementos de exploração argumentativa do referencial de Perelman (1993) e ressaltou a importância de mais estudos serem desenvolvidos sob essa perspectiva teórica.

O discurso argumentativo de um professor envolvido em atividades argumentativas foi discutido por Metaxas, Potari e Zachariades (2016). Na análise desses discursos, foram utilizados os esquemas de argumentação da teoria Toulmin (2006) e dos esquemas de Walton (2012). Para os autores, ao adotar duas perspectivas analíticas diferentes, obtém-se uma compreensão mais profunda da estrutura e qualidade dos discursos dos professores. Esses discursos foram analisados no decorrer de um curso de graduação em Didática do Cálculo. Os pesquisadores sugerem mais estudos para analisar o vínculo entre atividades argumentativas e construção do conhecimento matemático.

Além de investigar a temática da argumentação em seus estudos, o ensino da argumentação durante a intervenção didática foi promovido por Can e Isleyen (2020) e Uygun-Eryurt (2020). Antes de se envolverem nas atividades propostas pelos pesquisadores, os estudantes receberam informações sobre a definição de argumentação, argumento e elementos importantes para o processo argumentativo, com base na perspectiva teórica de Toulmin (2006). Os estudos de Can e Isleyen (2016, 2020) mostraram que o desempenho matemático dos estudantes é potencializado quando o ensino ocorre por meio da argumentação.

Os resultados desses estudos convergem com a pesquisa de Uygun- Eryurt (2020), que mostra que a produção de provas matemáticas pelos estudantes tem mais sucesso à medida que eles organizam e estruturam a argumentação escrita que apoiam essas provas. No entanto, esses pesquisadores incentivam que sejam desenvolvidos mais estudos para investigar o potencial de cursos com abordagem argumentativa. Para Can e Isleyen (2016), é sugestivo que se desenvolvam mais investigações sobre o efeito da abordagem argumentativa na formação de professores de matemática em diferentes disciplinas e que se realize uma comparação com outros métodos de ensino.

Rodrigues, Da Silva e Monteiro (2021) destacam que, embora estudos enfatizem a importância da argumentação na Educação Matemática, especialmente no contexto do Ensino Superior no Brasil, há uma escassez de investigações nessa etapa de ensino. Além disso, ressaltam a necessidade de se desenvolverem sequências didáticas que promovam a argumentação, principalmente com estudantes de Licenciatura em Matemática. Na revisão de literatura realizada por esses autores, os estudos evidenciam o papel da mediação do professor como uma estratégia fundamental para envolver os estudantes em situações de elaboração de conjecturas, justificativas e construção de argumentos. Portanto, seria interessante explorar ainda mais a relação entre a mediação do professor e o desenvolvimento das habilidades argumentativas dos estudantes, bem como investigar o impacto dessas práticas no desempenho acadêmico e na formação profissional dos futuros docentes de Matemática.

Ao conhecer os estudos apresentados, percebemos que a argumentação é um tema em expansão na Educação Matemática. Ela desempenha um papel significativo para o ensino e a aprendizagem das Ciências e da Matemática, principalmente ao considerar a importância de um aspecto dessa prática: a geração e a justificativa de reivindicações de conhecimento. No entanto, estudos têm destacado lacunas que geram a necessidade de mais pesquisas com enfoque argumentativo (Aguilar Júnior, 2019; Can; Isleyen, 2020; Gabel; Dreyfus, 2017). Outro exemplo é o estudo realizado por Rodrigues, Da Silva e Monteiro (2021) sobre a produção acadêmica brasileira relacionada à temática da argumentação na Educação Matemática. Nele, apontou-se a carência de pesquisas no contexto do Ensino Superior. Seria interessante investigar mais profundamente como a promoção da argumentação pode impactar o processo de ensino-aprendizagem da Matemática, especialmente no contexto universitário, e como ela pode contribuir para o desenvolvimento de habilidades críticas e analíticas nos estudantes.

Precisamos superar obstáculos, como a dificuldade em formular conjecturas e a baixa participação dos estudantes em discussões, especialmente aquelas relacionadas a provas

matemáticas. É crucial promover situações que incentivem o desenvolvimento do pensamento argumentativo nas aulas de Matemática (Almeida; Malheiro, 2018; Can; Isleyen, 2020; Rodrigues; Da Silva; Monteiro, 2021).

A realidade como professora do curso de Licenciatura em Matemática me mantém constantemente preocupada com melhorias no processo de ensino e aprendizagem. São necessárias abordagens que solucionem dificuldades apresentadas pelos estudantes nas construções das justificativas para os argumentos matemáticos. É preciso superar a dificuldade de conjecturar, a baixa participação dos estudantes nas aulas, especialmente em discussões direcionadas à prova matemática. Há uma necessidade de promover situações que possibilitem o aflorar do processo argumentativo nas aulas de Matemática (Almeida; Malheiro, 2018; Can; Isleyen, 2020; Rodrigues; Da Silva; Monteiro, 2021).

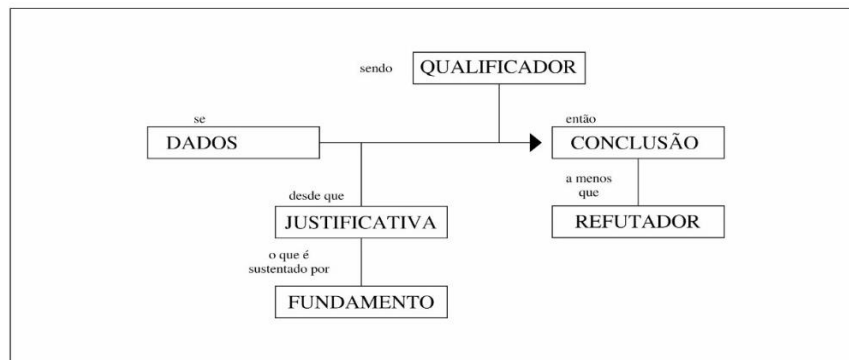
A trajetória profissional, a identificação do problema e os fundamentos da literatura delineada culminam na seguinte pergunta investigativa: Como uma estratégia didática pró-argumentativa pode contribuir para o desenvolvimento da qualidade da argumentação de estudantes do curso de Licenciatura em Matemática?

1.3 PERSPECTIVA TEÓRICA

Dois enfoques teóricos serão utilizados neste estudo: a perspectiva da argumentação de Toulmin (2006) e a perspectiva de Perelman (1993). A primeira teoria caracteriza a argumentação com foco nas estruturas argumentativas, enquanto a segunda se concentra no discurso e nas técnicas argumentativas correspondentes.

Toulmin (2006) aborda um padrão para a análise dos argumentos que identifica os elementos básicos que os compõem, bem como as relações entre esses elementos. Na perspectiva de Toulmin (2006), um argumento pode ser compreendido como uma linha de raciocínio e, de maneira mais precisa, como sequências de fatos, razões e pretensões integradas, que estabelecem um conteúdo e a força da posição que um orador defende. O seu *layout* permite avaliar os argumentos justificatórios em diversos campos do argumento. O *layout* de um argumento completo, segundo esse padrão, é apresentado a seguir, na Figura 1:

Figura 1 - *Layout* de Toulmin para a argumentação



Fonte: Adaptado de Toulmin (2006).

Segundo este *layout*, um argumento é constituído por seis elementos:

Dados: evidências que suportam uma afirmativa. São os motivos, fatos, provas, causas e/ou circunstâncias que apoiam sua tese/conclusão.

Conclusão: afirmativa cujo mérito deverá ser estabelecido. Aquela proposição que defende, sustenta, afirma, nega ou pede algo.

Justificativa: afirmativa que justifica as conexões entre dados e conclusão. Um princípio lógico ou de raciocínio. Afirmações gerais, hipotéticas, que servem como “ponte” entre os dados e a conclusão.

Fundamento: Afirmações categóricas para apoiar as justificativas.

Qualificador modal: elemento que qualifica a conclusão em função da ponderação entre os elementos de justificativa e de refutação. Representa a verbalização da força do argumento.

Refutação: ela especifica em que condições a justificativa não é válida para dar suporte à conclusão. É uma exceção aplicada à pretensão. Pode reduzir ou anular a força da pretensão.

Para Toulmin (2006), um argumento que se apresenta no eixo dados-justificativa-conclusão é considerado de estrutura mínima e compreendemos como a forma reduzida do *layout*. As outras componentes são complementares. Ele salienta a existência de termos campo-dependente e campo-invariante do argumento. O último está evidenciado na Figura 1 e os elementos constituintes de seu *layout* podem ser aplicados a qualquer argumentação racional. O termo campo-dependente se refere à diferença de aceitabilidade dos elementos dispostos na Figura 1 em diferentes contextos de uso.

Além disso, uma justificativa pode ser considerada satisfatória em um contexto, mas insatisfatória em outro. Toulmin associa o campo-dependente ao elemento "fundamento", que representa a teoria pertencente a um campo específico do conhecimento que sustenta a "justificativa". Ao utilizar o *layout* de Toulmin na elaboração de argumentos, há um enfoque não apenas na conclusão final, mas também na estrutura argumentativa como um todo. É crucial identificar e fortalecer os dados e as justificativas que sustentam as conclusões apresentadas.

Esse *layout* tem potencialidades reconhecidas por vários pesquisadores para equacionar questões relativas à argumentação na Educação Matemática (Boavida, 2005; Fukawa-Connelly, 2014; Uygun-Eryurt, 2020). Para Aberdein (2005), a capacidade desse *layout* de representar a prova de diferentes maneiras é um recurso valioso para o ensino de Matemática. Esse autor destaca a utilidade dos instrumentos de argumentação, citando o de Toulmin como amplamente aplicado ao raciocínio matemático pelos teóricos da educação. Os pesquisadores, a depender do contexto e do estudo proposto, utilizam o *layout* reduzido ou completo para análise e compreensão da argumentação em sala de aula nas diversas modalidades de ensino: Fundamental (Almeida; Malheiro, 2018), médio (Mariotti; Pedemonte, 2019) e Superior (Can; Isleyen, 2020; Uygun-Eryurt, 2020).

Quanto à abordagem argumentativa de Perelman (1993), sua finalidade "é o estudo das técnicas discursivas que permitem provocar ou aumentar a adesão dos espíritos às teses que se lhes apresentam ao assentimento" (Perelaman; Olbrechts-Tyteca, 2005, p. 10). Essa teoria busca adesão de um auditório, tanto no aspecto intelectual quanto emotivo. Para Perelman (1993), o orador que queira persuadir pelo seu discurso deve adaptar-se ao seu auditório. Em um discurso, todos os elementos de que o orador fala só podem ser descritos por meio de uma linguagem e ela deve ser compreendida pelo auditório. Dessa forma, é necessária uma preocupação com a adesão do auditório às premissas do discurso. Assim, pensando no professor como orador desse auditório, ele deve se dirigir aos seus estudantes supondo que eles aderem àquilo que faz parte do *corpus* reconhecido da disciplina.

Perelman destaca a importância da audiência (auditório) na construção de argumentos. Aplicar esses conceitos à Educação Matemática envolve considerar como os argumentos podem ser adaptados para alcançar os estudantes e envolvê-los no processo de aprendizagem. Durante uma exposição de ideias e explicações de temas em uma sala de aula, por exemplo, é importante que o professor assegure, à medida que avança, a adesão dos seus interlocutores ao encadeamento do raciocínio. Nesse sentido, para Gabel e Dreyfus (2016, 2017), durante a apresentação e discussão de uma prova matemática, o professor utiliza recursos dialéticos e

retóricos para obter a adesão dos estudantes à argumentação. Para esses pesquisadores, a perspectiva de Perelman é um referencial que pode ser utilizado para investigações que analisam provas matemáticas, bem como para intervenções em aulas de matemática.

A audiência na Educação Matemática refere-se à participação ativa e ao envolvimento dos estudantes durante as atividades de aprendizagem. Quando a audiência está engajada, isso facilita a colaboração entre os estudantes, permitindo-lhes compartilhar ideias, discutir problemas e trabalhar juntos para alcançar uma compreensão mais profunda dos conceitos. Grácio (1993a, p. 8) destaca que “a ênfase na noção de audiência leva a uma atenção não apenas ao valor formal dos argumentos, mas também aos esquemas argumentativos utilizados e à receptividade do público”.

Segundo Grácio (1993a), os esquemas argumentativos abrangem diversas estratégias persuasivas e formas de apresentar argumentos que vão além da estrutura lógica formal, incluindo considerações retóricas, escolha de linguagem e apelos emocionais para influenciar a adesão do público. Essa abordagem amplia a compreensão do processo argumentativo na Educação Matemática e destaca a importância da interação entre os estudantes para o desenvolvimento de habilidades argumentativas.

Compreendemos a persuasão e o convencimento como habilidades essenciais na arte da argumentação, permitindo adaptar-se às necessidades e características específicas da audiência para alcançar os objetivos propostos pelo orador. Para o escopo desta pesquisa, não estamos interessados na distinção entre persuasão e convencimento; iremos utilizá-los para fazer com que os estudantes adiram aos argumentos apresentados na discussão dos temas matemáticos. Assim, a abordagem perelmaniana será proposta com a intenção de promover a compreensão e o engajamento dos estudantes com os conceitos matemáticos.

Outra discussão válida trazida pela teoria de Perelman são os tipos de argumentos e como ocorre a interação entre eles. De acordo com essa teoria, existem argumentos que se processam via ligação, bem como aqueles que fazem por dissociação. Exemplos de argumentos de ligação utilizados nesta pesquisa são, entre outros: definição, reciprocidade, exemplo, ilustração, modelo e analogia.

No ensino de Matemática, é relevante compreender alguns desses argumentos e entender como ocorre a troca de ideias entre professores e estudantes durante a tentativa de convencimento. Esses argumentos podem surgir durante a exposição de conteúdos, na resolução de problemas e nas discussões sobre temas matemáticos. Tanto os estudantes quanto os professores podem utilizar técnicas argumentativas propostas na teoria perelmaniana para

fundamentar o raciocínio e contribuir para a construção de argumentos matemáticos sólidos. Assim, na Educação Matemática, essa abordagem pode ser aplicada para promover a compreensão e o envolvimento dos estudantes com os conceitos matemáticos.

Para ensinar em uma abordagem argumentativa, seja na perspectiva de Toulmin, seja na de Perelman, diferentemente de uma abordagem tradicional, o ambiente de sala de aula deve ser pensado de maneira que permita aos estudantes compartilharem suas ideias, avaliar e analisar as ideias dos outros estudantes (Can; Isleyen, 2020). Assim, podemos proporcionar um ambiente com espaços para discussão, em que ocorra a interação dos estudantes, de modo a permitir o processo da argumentação e, conseqüentemente, o aflorar do processo de justificação, que é essencial para a produção do conhecimento matemático. Visando a um ensino que adote uma perspectiva argumentativa, sustentamos que é valioso para o professor de Matemática se apropriar de teorias argumentativas que proporcionem aos estudantes atividades de cunho argumentativo.

Ao conhecer os estudos sobre a argumentação no Ensino Superior (Carneiro; Teixeira; Oliveira, 2023), percebemos que, em parte desses estudos, as perspectivas teóricas de Toulmin (2006) e de Perelman (1993) foram empregadas de maneira isolada para fundamentar intervenções didáticas, tanto para produção quanto para análise de argumentos (Gabel; Dreyfus, 2017; Uygun-Eryurt, 2020). Nesta tese, estamos interessados em analisar a qualidade² da argumentação de estudantes em relação à estrutura do argumento, relacionando-a com elementos retóricos. Por isso, sentimos a necessidade da associação das duas teorias, a de Toulmin (2006) pelo aspecto estrutural, e a de Perelman (1993) pelo aspecto retórico. Usaremos a associação dessas teorias para nortear a abordagem de ensino durante a intervenção didática, assim como para compor o instrumento de análise dos argumentos.

Ao associar as perspectivas de Perelman e Toulmin na Educação Matemática, podemos contribuir para que os estudantes desenvolvam habilidades sólidas de argumentação. Isso os capacita não apenas a compreender a lógica matemática, mas também a comunicar e justificar

² A qualidade da argumentação será avaliada em função da consistência da justificação e do fundamento, além dos outros elementos que sejam necessários para validar o argumento. Um argumento será caracterizado de melhor qualidade se atender ao seu objeto de maneira que ele seja bem-estruturado, devidamente justificado e valide a conclusão. Além do aspecto estrutural conforme a perspectiva de Toulmin (2006), analisaremos a tipologia da justificativa empregada conforme a retórica perelmaniana (Carneiro; Teixeira; Oliveira, submetido à publicação, a). Salientamos que a qualidade dos argumentos não implica na qualidade dos estudantes enquanto pessoas, porque se refere, apenas, aos resultados de uma tarefa estudantil realizada sob determinadas circunstâncias.

seus raciocínios. Aplicar uma intervenção didática sob a ótica dessas perspectivas teóricas possibilita ao professor utilizar ações pró-argumentativas³, tais como:

Perguntas orientadoras: ao provocar nos estudantes o processo justificatório de suas respostas, questionando não apenas o resultado, mas também o processo de raciocínio por trás dele, o que contribuirá para aprimorar suas habilidades argumentativas.

Discussões mediadas: ao conduzir discussões em sala, seja em pequenos grupos ou com a turma toda, e ao realizar exposições no quadro sobre o processo de resolução de problemas matemáticos, mediadas pelo professor, incentiva-se os estudantes a defenderem suas estratégias, permitindo que expressem e justifiquem suas soluções. Os estudantes podem sustentar suas ideias matemáticas utilizando a estrutura argumentativa de Toulmin e as técnicas argumentativas indicadas por Perelman.

Conexão argumentativa: ao incentivar os estudantes a explicarem a conexão entre os dados apresentados e as conclusões realizadas, explicitando seus raciocínios matemáticos.

Apelo a elementos relevantes: ao destacar a importância dos conceitos matemáticos na resolução dos problemas, informando o quanto são cruciais os fundamentos para dar credibilidade às justificativas. É preciso ficar atento também aos qualificadores e/ou refutadores, caso existam no argumento construído.

Justificativas complementares: ao utilizar recursos visuais, como gráficos, diagramas, exemplos, contraexemplos, entre outros, para apoiar os estudantes a visualizarem conceitos abstratos. Isso pode corroborar a compreensão e facilitar a explicação de raciocínios matemáticos.

Com a implementação de uma estratégia didática argumentativa que associa as perspectivas de Toulmin e Perelman, nosso objetivo é investigar como essa intervenção estimula a produção de argumentos e promove a reflexão sobre o processo de justificação, capacitando os estudantes a desenvolverem habilidades tanto no aspecto lógico quanto no retórico da argumentação. A promoção da argumentação é crucial no Ensino Superior de licenciandos(as) em Matemática, pois, além de fortalecer o pensamento crítico e aprofundar a compreensão dos conceitos, aprimora as habilidades de comunicação e os prepara para as atividades de ensino, pesquisa e colaboração.

³ Ações que estimulam a interação entre estudantes e de estudantes com professor, visando à produção de argumentos sobre o tema da aula.

1.4 OBJETIVOS

Após o delineamento do percurso acadêmico e objeto de estudo, bem como a definição da problemática dialogada com a revisão de literatura e as perspectivas teóricas que aportarão a pesquisa, os objetivos ficaram definidos da seguinte forma:

1.4.1 Objetivo Geral

Analisar como uma estratégia didática pró-argumentativa pode contribuir para a qualidade da argumentação de estudantes de uma disciplina de um curso de Licenciatura em Matemática.

1.4.2 Objetivos Específicos

Em função do formato de escrita da tese em *multipaper*⁴, cada objetivo descrito a seguir foi apresentado em um capítulo (artigo) desta tese. Cada artigo representa uma contribuição independente para a compreensão do objetivo geral.

1) Analisar a literatura que trata de estudos empíricos sobre os usos da argumentação na Educação Matemática no Ensino Superior por meio de uma revisão sistemática.

2) Construir um modelo teórico argumentativo associando o *layout* de Toulmin à perspectiva teórica de Perelman para ser usado como abordagem de ensino na estratégia didática, bem como instrumento de análise dos argumentos dos estudantes.

3) Analisar a qualidade dos argumentos construídos pelos estudantes durante a disciplina Álgebra Linear.

4) Investigar como uma estratégia didática, por meio do Modelo Argumentativo Toulmiano e Perelmaniano (MATP), enseja o desenvolvimento da argumentação em estudantes do curso de Licenciatura em Matemática.

⁴ Tese em formato de artigos de pesquisa, é uma abordagem estruturada como um portfólio de estudos. Nesse formato, a tese é composta por uma série de artigos científicos que abordam diferentes aspectos do tema de pesquisa.

1.5 JUSTIFICATIVA E RELEVÂNCIA DA PESQUISA

Sustentamos que a participação de estudantes, em particular, de estudantes do curso de Licenciatura em Matemática, em situações argumentativas de sala de aula, relaciona-se com os aspectos considerados favoráveis para a aprendizagem. Dentre eles, a explicitação de consciência dos estudantes sobre suas ideias, lacunas e inconsistências e a explicação, construção e reconstrução do pensamento (Nunes; Almouloud, 2013). Rodrigues, Da Silva e Monteiro (2021) destacam, ainda, o aspecto favorável das habilidades relevantes ao processo de justificação.

Para Boavida *et al.* (2008), é importante que, nas aulas de matemática, sejam valorizados e criados momentos de interação e argumentação em torno de propostas educacionais significativas. Nesse sentido, Guerreiro *et al.* (2015) sustentam que, por meio da interação e da argumentação, acontece a negociação de significados, com vista à construção do conhecimento matemático. Conforme Boavida (2005), a despeito do frequente uso da palavra **argumentação** nas aulas de matemática, o valor que lhe é atribuído e a noção de argumentação não são vastamente discutidos, em particular, no Ensino Superior. Ademais, pesquisas difundidas na área de Educação Matemática (Gabel; Dreyfus, 2017; Uygun-Eryurt, 2020) concebem a argumentação como uma atividade facilitadora da aprendizagem de provas e demonstrações em matemática.

A estratégia argumentativa desta tese foi implementada na disciplina de Álgebra Linear I, ministrada no terceiro semestre do curso de Licenciatura em Matemática de uma universidade pública estadual na Bahia. Esta abordagem pode ser adaptada e aplicada com devidas adequações em outras disciplinas da área de Matemática no Ensino Superior. Optou-se por Álgebra Linear devido ao seu papel fundamental na formação dos estudantes, oferecendo aplicações relevantes para os graduandos, especialmente para aqueles da licenciatura em Matemática.

Os assuntos tratados nesta disciplina são essenciais para a formação dos futuros profissionais de Matemática, especialmente aqueles que seguirão carreira na área da Educação, na qual precisarão dominar os tópicos que ensinarão no Ensino Básico. Embora a importância dessa formação tenha sido destacada por documentos como os de Savioli (2016), estudos apontam que os estudantes enfrentam desafios, principalmente aqueles relacionados à formalidade, abstração e rigor dos conteúdos (Matos, 2017; Savioli, 2016; Wawro, 2015). Dificuldades em justificar os elementos da Álgebra Linear também foram identificadas (Matos,

2017; Wawro, 2015), porém, há sugestões de metodologias alternativas que propõem abordagens diferenciadas para o ensino tradicional (Lima; Bianchini; Gomes, 2019; Rodrigues; Da Silva; Monteiro, 2021). Estes estudos incluem a criação de novos materiais didáticos e intervenções em sala de aula, proporcionando atividades nas quais os estudantes podem expressar seus conhecimentos matemáticos, utilizando teoremas e propriedades para validar afirmações e construir contraexemplos para refutá-las.

A utilização de questões com enfoque argumentativo nas aulas de Álgebra Linear com estudantes de Licenciatura em Matemática não apenas fortalece sua compreensão dos conceitos matemáticos, mas também os prepara para a prática docente e estimula o desenvolvimento do pensamento crítico. Ao discutirem e justificarem suas respostas, os estudantes não apenas solidificam seu conhecimento, mas também aprendem a comunicar suas ideias, uma habilidade essencial para futuros educadores. Essa abordagem pode promover uma aprendizagem mais significativa, capacitando os estudantes a se tornarem profissionais mais reflexivos no ensino da Matemática. Além disso, a prática da argumentação não apenas enriquece a compreensão matemática, mas também prepara futuros professores e pesquisadores para o campo da Matemática e Educação Matemática.

Nas práticas do curso Superior, observamos uma baixa participação dos estudantes em discussões de resultados durante aulas de Álgebra Linear. Portanto, é crucial desenvolver a habilidade argumentativa desses estudantes e promover o processo de justificação. É fundamental que os estudantes da Licenciatura em Matemática tenham a oportunidade de vivenciar estratégias didáticas com foco na argumentação. Ao se apropriarem de teorias argumentativas, esses(as) licenciandos(as) poderão, como futuros profissionais de Educação, oferecer atividades que priorizem a argumentação, promovendo, assim, a aprendizagem por meio de discussões. Além disso, os professores podem fomentar processos argumentativos em sala de aula por meio de metodologias de ensino alternativas, com ênfase na perspectiva argumentativa.

É essencial valorizar as trocas discursivas entre os estudantes e entre estes e o professor durante as aulas de Matemática, visando o convencimento dos temas matemáticos (Boavida, 2005). Nossa estratégia didática visa envolver os estudantes em atividades que fomentem a discussão e a justificação dos temas, especialmente na Álgebra Linear, escolhida como contexto para a aplicação da estratégia.

Portanto, buscamos desenvolver nos estudantes a habilidade de construir e apresentar argumentos estruturados, reconhecendo diferentes tipos de argumentos e empregando técnicas

persuasivas para promover o convencimento em temas discutidos, após esses estudantes terem um ensino explícito de argumentação. Durante o processo de resolução de questões, é importante que os estudantes participem ativamente das discussões, analisando estratégias utilizadas e buscando justificativas para compreender a Matemática envolvida (Rodrigues; Da Silva; Monteiro, 2021). Além disso, é fundamental proporcionar um ambiente em que eles se sintam incentivados a expressarem suas ideias e questionamentos, contribuindo, assim, para o desenvolvimento de habilidades argumentativas.

A partir de tais argumentos, entende-se que esta pesquisa é relevante, pois contribui tanto para uma lacuna na área de Educação Matemática, ao investigar estratégias pró-argumentativas nas aulas matemática em curso de Licenciatura em Matemática, quanto para suprir uma lacuna na arena profissional. Ademais, com este estudo, propomos um diálogo com a linha de pesquisa “Argumentação no ensino de Ciências e Educação Matemática” deste programa de pós-graduação.

Trata-se, portanto, de uma pesquisa relevante para a área de Educação Matemática devido às lacunas já mencionadas neste texto. Ela enriquece o campo nacional, que carece de pesquisas empíricas no Ensino Superior, e tem a particularidade de propor o ensino explícito da argumentação, de acordo com perspectivas teóricas argumentativas. Colhemos contribuições de uma intervenção didática com foco em argumentação para a qualidade dos argumentos construídos por estudantes do curso de Licenciatura em Matemática, cuja maioria atuará no ensino de matemática.

Inspirados em estudos com intervenções didáticas com enfoque argumentativo em Educação Matemática, os quais apontam contribuições para a qualidade da argumentação de estudantes no âmbito Superior (Metaxas; Potari; Zachariades, 2016; Uygun-Eryurt, 2020), sustentamos que intervenções, conforme nossa proposta, podem possibilitar melhorias na qualidade da argumentação de estudantes da Licenciatura em Matemática. Ademais, o ensino da argumentação promove avanço em vários aspectos do conhecimento. O argumento e seu processo de montagem dependem de instrução explícita, e os professores precisam dominar as práticas argumentativas para trabalhar com elas em sala de aula (Simon; Erduran; Osborne, 2007).

1.6 METODOLOGIA

O paradigma, no qual esta pesquisa pauta-se, é o Construcionismo Social. De acordo com Best (2007), esse paradigma busca entender como o conhecimento humano é moldado pela interação social, destacando a linguagem como uma estrutura fundamental na atribuição de significados para o mundo em análise.

A aplicação da teoria de Perelman (1993) na Educação Matemática proporciona uma compreensão mais ampla da importância da adaptação da linguagem para influenciar o auditório. Por outro lado, a abordagem de Toulmin (2006) enfatiza a estrutura lógica dos argumentos e a necessidade de uma linguagem clara e precisa para expressar raciocínios. Ambas as perspectivas destacam a linguagem como pilar central da argumentação, fornecendo ferramentas para promover o desenvolvimento das habilidades argumentativas dos estudantes.

Ademais, o objetivo geral da pesquisa é analisar como uma estratégia didática pró-argumentativa pode contribuir para a qualidade da argumentação de estudantes de uma disciplina de um curso de Licenciatura em Matemática. Portanto, é fundamental focar na linguagem e nas interações estabelecidas ao longo de toda a pesquisa.

O método qualitativo fundamenta esta pesquisa, uma vez que seu objeto é de natureza dinâmica. Ademais, na investigação proposta, os dados construídos são predominantemente descritivos e a preocupação é tanto com o processo quanto com o produto (Lüdke; André, 1986). Ela é inspirada na abordagem metodológica da *Design Research*. Nas palavras de Plomp (2010, p. 16), “*Design Research* é a análise sistemática do planejamento, desenvolvimento e avaliação de intervenções de ensino”. Qualificamos como inspirada, pois não segue todo delineamento deste tipo de pesquisa. A intervenção didática só foi aplicada em uma turma, não teve a participação de outros professores e o nosso tipo de questão de pesquisa difere da forma genérica da questão sugerida na abordagem *Design Research* por Plomp (2010).

O formato para a organização textual desta tese é o *multipaper*, o qual oferece uma visão holística do trabalho realizado pelo pesquisador, destacando suas contribuições específicas para o campo de estudo. Essa abordagem envolve a criação de um conjunto de artigos ou uma coleção de artigos independentes que podem ser submetidos à publicação (Barbosa, 2015). Concordamos com Teixeira (2010) sobre uma das vantagens desse formato em comparação com o tradicional, que é o fato de que ele dá maior visibilidade ao relatório de pesquisa. Quando os artigos são publicados em revistas respeitadas e amplamente reconhecidas em sua área de conhecimento, a visibilidade do relatório é potencializada. Nessa mesma linha de pensamento,

Barbosa (2015) argumenta que esse formato proporciona um enriquecimento formativo para o pesquisador, pois permite a seleção criteriosa de periódicos e a preparação dos manuscritos de acordo com suas normas.

Dessa forma, optamos por adotar o formato *multipaper* e esta tese se configura como um macroprojeto composto por duas etapas distintas: a primeira, de natureza teórica, e a segunda, de cunho empírico. Na etapa teórica inicial, procedemos com uma revisão dos principais conceitos e teorias pertinentes à argumentação no contexto da Educação Matemática no Ensino Superior, com especial atenção ao emprego das teorias propostas por Toulmin e Perelman. Durante esse processo, exploramos as bases teóricas que fundamentam a abordagem argumentativa adotada neste estudo, bem como suas implicações para o ensino e a aprendizagem da Matemática nesse contexto específico. Ademais, desenvolvemos um modelo teórico argumentativo que associa a perspectiva teórica de Toulmin à de Perelman.

Na segunda etapa empírica, conduzimos estudos para investigar a qualidade da argumentação dos estudantes e as contribuições da estratégia didática pró-argumentativa proposta. Essa fase envolveu a utilização de diversos instrumentos para produção de dados, como observação, questionário, entrevistas semiestruturadas individuais, análise de documentos e argumentos produzidos por escrito, tanto de forma individual quanto coletiva. Na área educacional, a utilização de múltiplos instrumentos de produção de dados é fundamental para se obter uma compreensão abrangente do fenômeno em estudo.

A observação permite aos pesquisadores capturarem o comportamento dos estudantes em contextos reais de sala de aula. É crucial que o pesquisador esteja atento ao que deve ser observado (Lichtman, 2010). Isso pode fornecer *insights* sobre como os estudantes interagem durante as atividades de argumentação e como a estratégia didática é implementada na prática. Quanto aos questionários, eles são uma maneira eficaz de obter informações dos estudantes em relação à estratégia didática e ao desenvolvimento de suas habilidades argumentativas. Eles podem contribuir para identificar padrões e tendências entre os estudantes.

Já as entrevistas semiestruturadas, que envolvem um conjunto de perguntas e formatos utilizados com todos os participantes, permitem uma exploração das experiências e opiniões dos participantes (Lichtman, 2010). Elas fornecem um espaço para que os participantes possam expressar suas perspectivas. Já a análise dos documentos e argumentos produzidos por escrito permite uma avaliação detalhada da qualidade da argumentação dos estudantes. Isso inclui a identificação de estratégias argumentativas, a coerência estrutural lógica dos argumentos, a utilização de evidências para sustentar as conclusões, bem como o uso de fundamentos para

credenciar as justificativas empregadas, além da possibilidade de uso de qualificadores e/ ou refutações em conforme a necessidade da contextura argumentativa.

Compreendemos que, ao utilizar esses diferentes instrumentos, os pesquisadores podem obter uma visão mais abrangente da estratégia didática pró-argumentativa e do desenvolvimento das habilidades argumentativas dos estudantes. Os pesquisadores na área educacional, geralmente, utilizam mais de uma técnica de produção de dados (Lichtman, 2010).

Assim, ao combinar as etapas teórica e empírica nesta pesquisa, buscamos obter uma compreensão mais profunda da relação entre a teoria da argumentação e sua aplicação prática no contexto da Educação Matemática no Ensino Superior. Objetivamos compreender como uma intervenção didática pró-argumentativa pode contribuir para a qualidade da argumentação de licenciando(as) em Matemática, especificamente no contexto da disciplina Álgebra Linear.

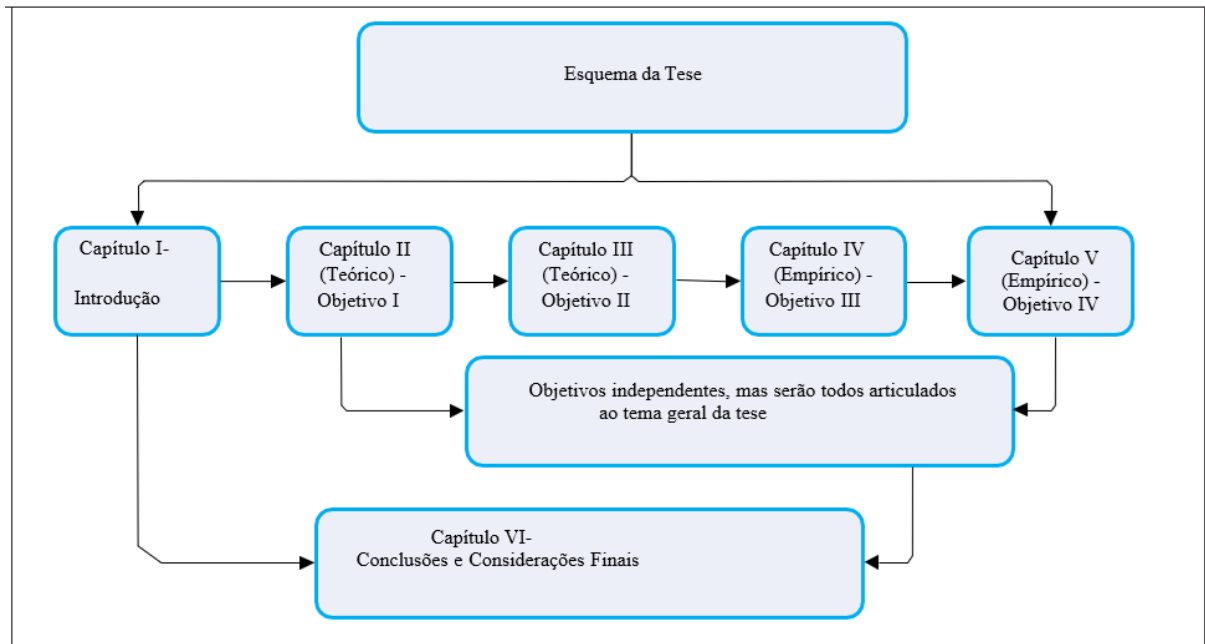
Neste estudo, além desta introdução, que oferece uma visão geral da tese e seu método, apresentamos quatro artigos que foram submetidos à publicação. Os dois primeiros artigos são teóricos, relacionados aos dois primeiros objetivos específicos da tese. Já os dois últimos artigos são empíricos e correspondem aos objetivos específicos três e quatro da tese (conforme Quadro 1). Cada artigo terá sua própria temática, introdução, objetivos e metodologia, mas todos estarão articulados ao tema principal da tese (Barbosa, 2015). Por fim, apresentaremos as conclusões, considerações finais e possíveis implicações da pesquisa, reunindo e articulando os resultados dos artigos. O esquema geral da pesquisa é apresentado na Figura 2.

Quadro 1 – Submissão/publicação dos manuscritos da tese

CAPÍTULO/DESCRIÇÃO	PERIÓDICO
CAPÍTULO 1 - Memorial e introdução da tese	Recorte publicado nos Anais do evento da XXV Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática-PPGECM_UEPB, nov. 2021, <i>online</i>
CAPÍTULO 2 – Artigo 1: Usos da Argumentação na Educação Matemática: uma revisão sistemática no Ensino Superior	Publicado na revista EMP- Educ. Matem. Pesq., São Paulo, v.25, n.3, p. 111-141, 2023. Publicado na versão em língua portuguesa e inglesa.
CAPÍTULO 3 – Artigo 2: Um Modelo Teórico baseado na perspectiva de Toulmin e de Perelman para produção e análise da argumentação na Educação Matemática	Manuscrito foi submetido em 20 de novembro de 2023 e está em tramitação.
CAPÍTULO 4 – Artigo 3: Qualidade da argumentação de estudantes da Licenciatura em Matemática na disciplina Álgebra Linear	Manuscrito foi submetido em 21 de dezembro de 2023 e está em tramitação.
CAPÍTULO 5 – Artigo 4: Uma estratégia argumentativa desenvolvida para Licenciandos(as) em Matemática	Manuscrito será submetido em agosto de 2024. Um recorte deste manuscrito foi aceito para um evento internacional de Pesquisa em Educação Matemática.
Conclusões e considerações finais	-----

Fonte: Elaborado pela autora (2024).

Figura 2 – Estrutura da Tese



Fonte: Elaborado pela autora (2024).

Destarte, após este texto introdutório, o segundo capítulo (artigo 1) é parte da pesquisa preliminar. Trata-se de uma revisão de literatura de estudos empíricos sobre o uso da argumentação na Educação Matemática no Ensino Superior, a fim apoiar o planejamento e desenvolvimento da estratégia didática. De acordo com a análise realizada nesse artigo, identificamos três formas de uso da argumentação: argumentação como instrumento de análise dos argumentos de estudantes; argumentação como instrumento de análise dos argumentos de professores; e argumentação como abordagem de ensino. Por meio dos estudos dessa revisão, identificamos características para propor um ensino na abordagem argumentativa, além de perceber a importância de associar teorias argumentativas para promoverem maior profundidade para a análise dos processos argumentativos.

O terceiro capítulo (artigo 2) trata da construção de um modelo teórico argumentativo, associando o *layout* de Toulmin (2006) e a perspectiva de Perelman (1993) que denominamos de Modelo Argumentativo Toulminiano e Perelmaniano (MATP), para ser usado como abordagem de ensino na intervenção didática, bem como instrumento de análise dos argumentos

dos estudantes. Notamos a necessidade de empregar os dois vieses, pois estamos interessados, para além da construção de argumentos por meio do *layout* de Toulmin, em outros aspectos da argumentação que proporcionam uma melhor adaptação ao auditório e para o convencimento dos resultados matemáticos.

O terceiro e o quarto artigos são oriundos do estudo empírico, por meio da pesquisa de campo, na qual aplicamos a intervenção didática. A pesquisa foi submetida ao Comitê de Ética e teve aprovação conforme a Resolução do Conselho Nacional de Saúde n.º 510 de 07/04/2016. O projeto de tese foi registrado no Comitê de Ética em Pesquisa da Universidade Estadual de Feira de Santana (CEP-UEFS), sob protocolo n.º 5.539.224/2022 (CAAE – 57438622.3.0000.0053), em 21 de julho de 2022 (Anexo A).

Na área educacional, é crucial assegurar a ética e o consentimento informado dos participantes da pesquisa. A pesquisa empírica teve início em 30 de agosto de 2022. No que diz respeito aos aspectos éticos, apresentamos o projeto aos estudantes e ao professor da turma que receberia a intervenção. Explicamos detalhadamente como a intervenção didática seria conduzida, seu objetivo e os procedimentos metodológicos que seriam adotados na pesquisa. Em seguida, apresentamos o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) (Apêndices A e B), destacando a importância do consentimento para a participação na pesquisa. Os participantes foram informados sobre sua liberdade para desistir a qualquer momento, sem sofrer penalidades, e para recusar a participação. Além disso, foi esclarecido que não haveria custos associados à participação e que não receberiam qualquer tipo de remuneração pelo envolvimento na pesquisa.

Todos os 18 estudantes presentes e o professor da disciplina aceitaram o registro no TCLE. Assim, nos comprometemos como esses participantes em manter o anonimato dos dados e assegurarmos a sua confidencialidade. Eles assinaram duas vias que estavam assinadas e rubricadas pela pesquisadora responsável. Uma das vias ficou conosco e a outra com o participante. Cumprimos com os protocolos adotados pela instituição de ensino em decorrência da pandemia da Covid-19.

Destarte, implementamos a estratégia didática em três etapas (Quadro 2) na disciplina Álgebra Linear I do curso de Licenciatura em Matemática em uma universidade pública baiana. Nossa abordagem incluiu o ensino explícito de argumentação e a discussão de temas da Álgebra Linear com ações pró-argumentativas, utilizando o *layout* de Toulmin e o esquema proposto pelo modelo argumentativo Toulminiano e Perelmaniano desenvolvido para a pesquisa. Os estudantes foram introduzidos aos conceitos de argumentação, definição de um argumento e

uso de técnicas argumentativas, entre outros elementos essenciais das teorias de Toulmin (2006) e Perelman (1993). Promovemos discussões sobre conceitos e proposições da Álgebra Linear I sob a ótica desses enfoques argumentativos. Utilizamos o modelo estrutural de Toulmin (2006) associado à perspectiva teórica de Perelman (1993), conhecido como MATP, como instrumento para produção e análise dos argumentos, conforme desenvolvido para a pesquisa (Carneiro; Teixeira; Oliveira⁵).

Quadro 2 – Etapas da estratégia didática

Etapas	Período do curso	Atividades realizadas	Instrumentos para produção de dados	Instrumentos para registro dos dados
I	Final de agosto (início da disciplina) Início de setembro Final de setembro	Ensino explícito de argumentação com aplicações dentro do contexto da matemática básica e conteúdos prévios à Álgebra Linear. Grupo: identificação dos elementos que compõe os argumentos matemáticos de acordo os esquemas de Toulmin e do MATP. Individual: uma questão na avaliação da disciplina com enfoque argumentativo.	Observação e questionário.	Caderno de bordo, atividade escrita do grupo (respostas do questionário) e cópia da questão na avaliação.
II	Meados de outubro	Grupo: Resolução de questões com enfoque argumentativo sobre Espaços e Subespaços Vetoriais aplicando o modelo MATP e em seguida uma discussão entre os grupos de toda a sala.	Observação e argumentos produzidos de forma escrita.	Gravação em áudio e em vídeo, caderno de bordo.
III	Ao término de outubro.	Individual: apenas um estudante de cada grupo e o professor da disciplina	Entrevista semiestruturada	Gravações em áudio e caderno de bordo

Fonte: Elaborado pela autora (2022).

A disciplina Álgebra Linear I tem carga horária de 60 h. Sabemos da importância do cumprimento da ementa da disciplina. Dentro da carga horária proposta para a disciplina, entretanto, foram destinadas algumas horas para as atividades práticas para a pesquisa, de maneira que não apresentou prejuízos ao cumprimento da ementa e, conseqüentemente, ao conteúdo programático. O ensino explícito de argumentação não foi contabilizado na carga horária da disciplina, assim como a atividade prática da entrevista que foi desenvolvida em horário diferente da aula.

⁵ Artigo “a” submetido à publicação.

Portanto, o quarto capítulo (artigo 3) trata da aplicação do MATP e da análise da qualidade dos argumentos construídos pelos estudantes na disciplina de Álgebra Linear I. Investigamos a qualidade da argumentação desses estudantes por meio de atividades individuais e em grupos, utilizando observação e documentos, como produção de argumentos escritos. A análise mostrou que a maioria dos estudantes teve dificuldade em construir argumentos consistentes. Além disso, observou-se que utilizaram poucos recursos retóricos para apoiar o convencimento dos temas discutidos durante as atividades da pesquisa. Apesar das dificuldades, consideramos que a intervenção didática foi frutífera para o avanço da habilidade de argumentar dos estudantes da turma, fortalecendo os aspectos lógicos e retóricos da prática argumentativa em contexto de discussões sobre Álgebra Linear.

O quinto capítulo (artigo 4) trata da análise de como a estratégia didática, por meio do Modelo Argumentativo Toulminiano e Perelmaniano (MATP), enseja o desenvolvimento da argumentação em estudantes de Licenciatura em Matemática. Utilizamos questionário, observação e entrevista semiestruturada para a construção dos dados desse estudo empírico, enquanto os apontamentos, as notas reflexivas e gravações em áudio foram usados para registrar esses dados. Os resultados forneceram indícios que a intervenção didática proporcionou estratégias argumentativas para a resolução de questões e justificativas sobre assuntos de Álgebra Linear. Além disso, tanto os estudantes quanto o professor apoiaram a metodologia aplicada e se apropriaram dos termos e linguagens das teorias argumentativas do estudo.

Finalmente, apresentamos as conclusões e considerações finais, sintetizando os principais resultados obtidos com a investigação. Além disso, indicamos as possíveis limitações e implicações da pesquisa realizada. Nesse contexto, apresentamos reflexões que nos levaram a inferir que o estudo não apenas ampliou o conhecimento acadêmico sobre o tema, mas também forneceu subsídios para aprimorar as práticas de ensino e aprendizagem da Matemática no contexto do Ensino Superior. Isso contribuiu para o desenvolvimento das habilidades argumentativas dos estudantes.

1.7 REFERÊNCIAS

ABERDEIN, A. The Uses of Argument in Mathematics. **Argumentation**, [s. l.], v. 19, n. 3, p. 287-301, dez. 2005. Springer Science and Business Media LLC. DOI: <http://dx.doi.org/10.1007/s10503-005-4417-8>.

AGUILAR JÚNIOR, C. A. Como os professores avaliam as argumentações e provas matemáticas de alunos da escola básica? **Boletim GEPEM**, [s. l.], n. 74, jan./jul. 2019.

AGUILAR JUNIOR, C. A.; NASSER, L. Estudo sobre a Visão do Professor em Relação à Argumentação e Prova Matemática na Escola. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro/São Paulo, v. 28, n. 50, p. 1012-1031, 2014. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/1980-4415v28n50a01>. Acesso em: 15 set. 2021.

ALMEIDA, W. N. C.; MALHEIRO, J. M. da S. A Argumentação e a Experimentação investigativa no Ensino de Matemática. **Alexandria**, Florianópolis, v. 11, n. 2, p. 57-83, nov. 2018.

BARBOSA, J. C. Formatos insubordinados de dissertações e teses na educação matemática. *In: D'AMBRÓSIO, B. S.; LOPES, C. E. (Org.). Vertentes da subversão na produção científica em educação matemática*. Campinas-SP: Mercado de Letras, 2015. p. 347-368.

BEST, J. Historical Development and Defining Issues of Constructionist Inquiry. *In: HOLSTEIN, J. A.; GUBRIUM, J. F. (org.). Handbook of Constructionist Research*. New York: The Guilford Press, 2007. p. 41-64.

BOAVIDA, A. M. R. **A argumentação em matemática**: investigando o trabalho de duas professoras em contexto de colaboração. 2005. 975 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Ciências, Universidade de Lisboa, Lisboa, 2005.

BOAVIDA, A. M. R. *et al.* **A experiência matemática no Ensino Básico**: Programa de formação contínua em matemática para professores dos 1º e 2º ciclos do Ensino Básico. Lisboa: Ministério da Educação. Direção Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular (DGIDC), 2008.

CAN, O. S; ISLEYEN, T. Teaching Probability to Pre-Service Teachers with Argumentation Based Science Learning Approach. **Journal of Educational and Practice**. [s.l.], v. 7, n. 33, p. 109- 116. 2016. Disponível em: <https://eric.ed.gov/?id=EJ1122873>. Acesso em: 15 de set. 2021.

CAN, O. S; ISLEYEN, T. The effect of probability instruction through argumentation approach on the achievement of preservice teachers and the permanence of their knowledge. **African Education Research Journal**, [s. l.], v. 8, p. 540-553, 2020. Disponível em: <https://doi.org/10.30918/AERJ.8S3.20.072>. Acesso em: 15 set. 2021.

CARNEIRO, J. S.; TEIXEIRA, E. S.; OLIVEIRA, A. M. P. de. Usos da argumentação na educação matemática: uma revisão sistemática da literatura no Ensino Superior. **Educação Matemática Pesquisa**. [s. l.], v. 25, n.3, p.131-148, 2023.

CARNEIRO, J. S.; TEIXEIRA, E. S.; OLIVEIRA, A. M. P. de. Um modelo teórico baseado na perspectiva de Toulmin e de Perelman para produção e análise da argumentação na Educação Matemática (Artigo “a” submetido à publicação).

FUKAWA-CONNELLY, T. Using Toulmin analysis to analysis an instructor's proof presentation in abstract algebra. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**, [s. l.], v. 45, n. 1, p. 75-88, 2014. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1080/0020739x.2013.790509>. Acesso em: 15 set. 2021.

GABEL, M.; DREYFUS, T. Affecting the flow a proof by creating presence – a case study in Number Theory. **Educational Studies em Mathematics**, [s.l.], v. 96, n. 2, p. 187-205, 2017. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/s10649-016-9746-z>. Acesso em: 15 set. 2021.

GABEL, M.; DREYFUS, T. The flow of a proof: establishing a basis of agreement. In: CERME, 10. 2016, Dublin. **Anais** [...] v. 1, p. 155-162, 2016. Disponível em: <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01865664/document>. Acesso em: 27 jun. 2021.

GUERREIRO, A. *et al.* Comunicação na sala de aula: a perspectiva do ensino exploratório da matemática. **Zetetiké**, Campinas, v. 23, n. 44, p. 279-295, 2015. Disponível em: <http://hdl.handle.net/10400.19/3126>. Acesso em: 15 set. 2021.

KRUMMHEUER, G. The ethnography of argumentation. In: COBB, P.; BAUERSFELD, H. (ed.). **The emergence of mathematical meaning: Interaction in classroom cultures**. Hillsdale: Lawrence Erlbaum, 1995. p. 229-269.

LIMA, G. L. de; BIANCHINI, B. L.; GOMES, E. Ensino e aprendizagem de álgebra linear: uma análise das pesquisas do GT 04 da Sociedade Brasileira de Educação Matemática. **Educação Matemática em Revista**, Brasília, v. 24, n. 62, p. 140-154, 2019.

LICHTMAN, M. **Qualitative Reserch in Education: A User's Guide**. 2. ed. Califórnia: Sage, 2010.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.

MARIOTTI, M. A.; PEDEMONTE, B. Intuition and proof in the solution of conjecturing problems. **ZDM**, [s. l.], v. 51, n. 5, p. 759-777, 18 maio 2019. Springer Science and Business Media LLC. DOI: <http://dx.doi.org/10.1007/s11858-019-01059-3>.

MATOS, F. C. de. **Praxeologias e modelos praxeológicos institucionais: o caso da álgebra linear**. 2017. 342 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Educação Matemática e Científica, Universidade Federal do Pará, Belém, 2017.

METAXAS, N.; POTARI, D.; ZACHARIADES, T. Analysis of a Teacher's pedagogical arguments using Toulmin's model and argumentation schemes. **Educational Studies In Mathematics**, [s. l.], v. 93, n. 3, p. 383-397, 2016. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/s10649-016-9701-z>. Acesso em: 15 set. 2021.

NUNES, J. M. V. **A prática da argumentação como Método de Ensino: o Caso dos Conceitos de Área e Perímetro de Figuras Planas**. 220 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática)- PUC-SP. São Paulo, 2011.

NUNES, J. M. V; ALMOULOU, S. A. O modelo de Toulmin e a análise da prática da argumentação em matemática. **Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, São Paulo, v. 15, n. 2, p. 487-512, abr. 2013. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/emp/article/view/14592>. Acesso em: 15 set. 2021.

PEDEMONTE, B. L'argumentation en mathématiques et sa relation avec la démonstration. **Quadrante**, [s. l.], v. 21, n. 2, p. 5-28, 2012. Disponível em: <https://doi.org/10.48489/quadrante.22882>. Acesso em: 15 set. 2021.

PERELMAN, C. **O império retórico**: Retórica e argumentação. Porto: Edições ASA, 1993.

PERELMAN, C.; OLBRECHTS-TYTECA, L. **Tratado da argumentação**: A nova retórica. São Paulo: Martins Fontes, 2005.

PERELMAN, C.; TRINDADE, F.; GRÁCIO, R. A. **O império retórico**: Retórica e argumentação. Porto: Edições ASA, 1993.

PLOMP, T. Educacional Design Research: An Introduction. *In*: PLOMP, T.; NIEVEEN., N. **Na introduction to educaciocal Design Research**. Enschede: SLO-Netherlands Institute for Curriculum Development, 2010. p. 9-35.

RODRIGUES, F. C; DA SILVA, S. R. V; MONTEIRO, M. A. A. Argumentação no Ensino da Matemática: a produção nacional e a formação do professor que ensina matemática. **Ensino da Matemática em Debate**, [s. l.], v. 8, n 1, p. 203-229, maio 2021.

SAVIOLI, A. M. P. das D. Educação Matemática na Contemporaneidade: desafios e possibilidades. *In*: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12-GT04 da SBEM, Mesa redonda. 2016, São Paulo. **Anais [...]**. São Paulo, julho 2016.

SILVA JÚNIOR, G. A. da. **Elementos de exploração argumentativa docente na sala de aula**: uma proposta de análise à luz de teoria de Perelman e Olbrechts-Tyteca. 2019. 84 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências Exatas e da Terra) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2019.

SIMON, S.; ERDURAN, S.; OSBORNE, J. Learning to teach argumentation: Research and development in the science classroom. **International journal of science education**, [s. l.], v. 28, n. 2-3, p. 235-260, fev. 2007.

TEIXEIRA, E. S. **Argumentação e Abordagem Contextual no Ensino de Física**. 2010. 148 f. Tese (Doutorado em Ensino, Filosofia e História das Ciências) – Universidade Federal da Bahia - Universidade Estadual de Feira de Santana, Salvador, 2010.

TEIXEIRA, E. S. *et al.* La enseñanza de la gravitación universal de Newton orientada por la historia y la filosofía de la ciencia: una propuesta didáctica con un enfoque en la argumentación. **Enseñanza de las Ciencias**, Barcelona, v. 33, n. 1, p. 205-223, mar. 2015.

TOULMIN, S. **Os Usos do Argumento**. Tradução Reinaldo Guarany. São Paulo: Martins Fontes, 2006.

UYGUN-ERYURT, T. Conception and Development of Inductive Reasoning and Mathematical Induction in the Context of Written Argumentations. **Acta Didactica Napocensia**, [s. l.], v. 13, n. 2, p. 65-79, 2020.

WALTON, D. N. **Lógica Informal**: manual de argumentação crítica. Tradução Ana Lúcia R. Franco e Carlos A. L. Salum. São Paulo: Martins Fontes, 2012.

WAWRO, M. Reasoning About Solutions in Linear Algebra: the case of abraham and the invertible matrix theorem. **International Journal of Research In Undergraduate Mathematics Education**, [s. l.], v. 1, n. 3, p. 315-338, 30 set. 2015. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1007/s40753-015-0017-7>. Acesso em: 15 set. 2021.

CAPÍTULO II

USOS DA ARGUMENTAÇÃO NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: UMA REVISÃO DA LITERATURA NO ENSINO SUPERIOR

Usos da argumentação na Educação Matemática: uma revisão sistemática da literatura no Ensino Superior

Uses of Argumentation in Mathematics Education: a systematic review of the literature in Higher Education

Usos de la Argumentación em la Educación Matemática: una revisión sistemática de la literatura em la Educación Superior

Les usages de l'argumentation dans l'enseignement des mathématiques: une revue systématique de la littérature dans l'enseignement supérieur

Joilma Silva Carneiro⁶

Universidade Estadual de Feira de Santana

Mestre

<https://orcid.org/0000-0002-6213-8262>

Elder Sales Teixeira⁷

Universidade Estadual de Feira de Santana

Doutor

<https://orcid.org/0000-0002-6013-2043>

Andréia Maria Pereira de Oliveira⁸

Universidade Federal da Bahia

Doutora

<https://orcid.org/0000-0002-8011-5179>

Resumo

O artigo tem como objetivo realizar uma revisão sistemática da literatura de estudos empíricos sobre usos da argumentação na Educação Matemática no Ensino Superior. Para tanto, foi realizada uma busca por artigos na base de dados *Education Resources Information Center* (ERIC), em periódicos específicos da área de Educação Matemática, entre 2012 e 2021. O período justifica-se por ser a década de pesquisas publicadas que antecede o início do presente

⁶ E-mail: jscarneiro@uefs.br

⁷ E-mail: esteixeira@uefs.br

⁸ E-mail: ampo@ufba.br

Qualis A1

estudo. Após a seleção e leitura desses artigos, foram identificadas as categorias de análise: argumentação como instrumento de análise de argumentos de estudantes; argumentação como instrumento de análise de argumentos de professores; argumentação como abordagem de ensino. A análise foi conduzida a partir de estudos da literatura, sobretudo adotando-se a perspectiva teórica da argumentação de Toulmin e de Perelman. Os resultados apontam três formas de usos da argumentação com relação à: abordagem de ensino, investigação sobre o ensino de provas, avaliação da relação entre argumentação e prova e investigação da qualidade da argumentação de estudantes e professores. No entanto, evidenciou-se a necessidade de que mais investigações sejam realizadas para avaliar o potencial de cursos focados em argumentação para disciplinas de matemática do Ensino Superior, principalmente, utilizando a abordagem de Perelman, cujos estudos realizados têm sido razoavelmente escassos.

Palavras-chave: Argumentação, Revisão Sistemática, Educação Matemática, Ensino Superior.

Abstract

This article aims to carry out a systematic review of selected literature on empirical studies into the use of argumentation in the field of Mathematics Education in higher education. To do so, we searched for articles on the Education Resources Information Center (ERIC) database, more specifically in Mathematics Education journals published between 2012 and 2021. This period is justified for encompassing a decade of research published until the year immediately before the beginning of this study. After selecting and reading the articles, the following categories of analysis were identified: argumentation as a tool to analyze students' arguments, argumentation as a tool to analyze professors' arguments and argumentation as a teaching approach. The analysis was based on literature studies, mostly from the theoretical perspective of Toulmin's and Perelman's argumentation theories. The results showed three ways of using argumentation in relation to the teaching approach, investigations into the teaching of proof, assessment of the relationship between argumentation and proof and investigation into students' and professors' argumentation quality. However, we highlight that more investigations need to be carried out to assess the potential of courses focused on argumentation for higher education mathematics subjects, especially research into Perelman's approach, about which studies have been reasonably scarce.

Keywords: Argumentation, Systematic Review, Mathematics Education, Higher Education.

Resumem

El artículo tiene como objetivo realizar una revisión sistemática de la literatura que aborda estudios empíricos sobre los usos de la argumentación en la Educación Matemática en la Educación Superior. La búsqueda de artículos se realizó en la base de datos del Education Resources Information Center (ERIC) y se completó en revistas específicas del área de Educación Matemática entre 2012 y 2021. El período se justifica por ser una década de investigaciones publicadas antes del inicio de este estudio. Luego de la selección y lectura de estos artículos, las categorías de análisis fueron identificadas: la argumentación como instrumento de análisis de los argumentos de los estudiantes; la argumentación como instrumento de análisis de los argumentos de los docentes; La argumentación como método de enseñanza. El análisis se realizó a partir de estudios de la literatura, sobre todo, adoptando la perspectiva teórica de los argumentos de Toulmin y Perelman. Los resultados apuntan a tres formas de utilizar la argumentación en relación con: enfoque de enseñanza, investigación de la enseñanza de pruebas, evaluación de la relación entre argumentación y evidencia e investigación de la calidad de la argumentación de estudiantes y profesores. Sin embargo, destacamos la necesidad de realizar más investigaciones para evaluar el potencial de los cursos centrados en la argumentación para las asignaturas de matemáticas de educación superior, principalmente utilizando el enfoque de Perelman, en el que los estudios han sido razonablemente escasos.

Palabras clave: Argumentación, Revisión Sistemática, Educación Matemática, Educación Superior.

Résumé

L'article vise à effectuer une revue systématique de la littérature qui traite des études empiriques sur les usages de l'argumentation dans l'enseignement des mathématiques dans l'enseignement supérieur. La recherche d'articles a été effectuée dans la base de données du Education Resources Information Center (ERIC) et a été complétée dans des revues spécifiques dans le domaine de l'enseignement des mathématiques entre 2012 et 2021. La période est justifiée par

Qualis A1

le fait qu'il s'agit d'une décennie de recherches publiées avant le début de cette étude. Après la sélection et la lecture de ces articles, les catégories d'analyse ont été identifiées: l'argumentation comme instrument d'analyse des arguments des élèves; l'argumentation comme instrument d'analyse des arguments des enseignants; l'argumentation comme approche pédagogique. L'analyse a été menée à partir d'études de la littérature, en adoptant surtout la perspective théorique des arguments de Toulmin et de Perelman. Les résultats indiquent trois façons d'utiliser l'argumentation en relation avec: l'approche pédagogique, l'investigation de l'enseignement des tests, l'évaluation de la relation entre l'argumentation et la preuve et l'investigation de la qualité de l'argumentation des élèves et des enseignants. Cependant, nous soulignons la nécessité de mener des investigations supplémentaires pour évaluer le potentiel des cours axés sur l'argumentation pour les matières mathématiques de l'enseignement supérieur, en utilisant principalement l'approche de Perelman, dans laquelle les études ont été raisonnablement rares.

Mots-clés: Argumentation, Revue systématique, Enseignement des mathématiques, Enseignement supérieur.

Usos da argumentação na Educação Matemática: uma revisão sistemática da literatura no Ensino Superior

Pesquisas sobre argumentação, na área educacional, despertam interesses de pesquisadores em Educação Matemática nas diversas modalidades de ensino (Can & Isleyen, 2020; Mariotti & Pedemonte, 2019; Metaxas et al., 2016⁹; Nunes & Almouloud, 2013). Particularmente, a temática de argumentação e prova¹⁰ mostra-se presente em diversos estudos (Antonini, 2018; Laamena et al., 2018; Gabel & Dreyfus, 2017). Compreendemos argumentação e prova como processos que empregam justificativas racionais. A prova não necessariamente faz o uso da dedução lógica. Já a demonstração¹¹ refere-se à prova no âmbito matemático e adota uma sequência de asserções articuladas, seguindo uma lógica estabelecida (Balacheff, 1988).

Estudos sobre a temática argumentativa na Educação Matemática ganharam força a partir da década de 1990, com investigações acerca de argumentos de estudantes nas várias modalidades de ensino. O *layout* argumentativo de Toulmin tem obtido destaque para estas análises (Simpson, 2015). Conforme Almeida e Malheiro (2018), apesar deste *layout*, em sua proposição inicial, não tratar especificamente da área educacional, ele tem sido frequentemente utilizado por pesquisadores em Ensino de Ciências e Educação Matemática para a análise e compreensão da argumentação em sala de aula.

Para Metaxas et al. (2016), no campo educacional, a argumentação tem sido utilizada como meio de aprendizagem ou como objetivo de instrução. Na área da Educação Matemática, a argumentação apresenta propósitos diferentes, mas complementares, em relação à argumentação para o desenvolvimento de conceitos e argumentação para o desenvolvimento da prática matemática (Staples & Newton, 2016). Concordamos com Staples e Newton (2016) quando argumentam que ambos os propósitos são valiosos: o primeiro por ser uma prática de ensino e de aprendizagem e o segundo por contribuir na construção e validação de um argumento matemático.

Recentemente, outras linhas de pesquisas têm sido desenvolvidas para investigar os efeitos da argumentação como abordagem de ensino na Educação Matemática na formação superior (Can & Isleyen, 2020; Gabel & Dreyfus, 2017; Metaxas et al., 2016). No ensino com essa abordagem, há espaços para o posicionamento e para a discussão de estudantes sobre um

⁹ As traduções/adaptações das referências da literatura em língua estrangeira consultadas e presente nas citações diretas e indiretas, neste artigo, foram realizadas pelos autores.

¹⁰ A prova consiste em um conjunto de explicações que adquiriu um estatuto social pela sua respectiva comunidade (Balacheff, 1988).

¹¹ Consideramos demonstração sinônimo de prova matemática.

Qualis A1

determinado tema. Eles realizam inferências por meio de raciocínio e de uma perspectiva argumentativa (Uygun-Eryurt, 2020). Assim, o ensino é guiado por ações que são caracterizadas como pró-argumentativas, pois estimulam a interação de estudantes e o processo de justificativas dos raciocínios. Essas pesquisas têm apontado a necessidade de que mais estudos sejam desenvolvidos nessa linha para melhor avaliar o potencial desta abordagem de ensino.

Neste artigo, nossa atenção direciona-se à temática da argumentação no Ensino Superior. Pesquisas têm se intensificado nos últimos anos a esse respeito (Can & Isleyen, 2020; Gabel & Dreyfus, 2017). Contudo, no âmbito nacional, há um número limitado de estudos empíricos sobre a temática da argumentação na Educação Matemática no Ensino Superior. Portanto, há pouca presença de revisões atualizadas sobre intervenções didáticas nesta modalidade de ensino. Em função dessa escassez, consideramos relevante a realização de uma pesquisa que apresente uma revisão sistemática da literatura sobre essa temática em estudo, para que possamos ter uma melhor compreensão de seu estado de conhecimento. Ademais, por meio desta revisão, podemos apontar problemas ou lacunas para novas investigações.

Com base nos argumentos apresentados, o objetivo deste artigo consiste em realizar uma revisão sistemática da literatura de estudos empíricos sobre usos da argumentação na Educação Matemática no Ensino Superior. Assim, analisaremos como a argumentação tem sido utilizada nesta modalidade de ensino e quais resultados têm sido apontados nestes estudos.

Nas seções a seguir, descreveremos perspectivas teóricas que fundamentaram a análise do *corpus*, os procedimentos utilizados para localizar os artigos que compõem esse *corpus*, as categorias de análise, as considerações finais e as implicações para a pesquisa.

Perspectivas teóricas da argumentação

Diferentes perspectivas teóricas caracterizaram a argumentação na Educação Matemática (Pedemonte, 2012). Essa pesquisadora aponta as teorias de Plantin (2008), de Toulmin (1958), de Perelman (1993) e de Anscombe e Ducrot (1983) para fundamentar seus estudos. Algumas caracterizam a argumentação em relação ao discurso, tal qual a perspectiva teórica de Perelman, e outras, como a de Toulmin, caracterizam a argumentação na Educação Matemática quanto às estruturas argumentativas. Numa primeira imersão na literatura, percebemos a presença dessas teorias. No entanto, de um modo geral, por essas perspectivas não serem tão conhecidas na Educação Matemática, em particular, no âmbito nacional, sentimos a necessidade de uma breve apresentação sobre aspectos das perspectivas de Perelman

Qualis A1

e de Toulmin, bem como da teoria da Unidade, para que o leitor acompanhe melhor a discussão dos resultados desta revisão.

A finalidade da teoria da argumentação de Perelman “é o estudo das técnicas discursivas que permitem provocar ou aumentar a adesão dos espíritos às teses que se lhes apresentam ao assentimento” (Perelman & Olbrechts-Tyteca, 2005, p.10). Essa teoria busca adesão de um auditório, tanto no aspecto intelectual quanto emotivo. Para Perelman (1993, p. 33), o auditório é concebido como “um conjunto daqueles que o orador quer influenciar pela sua argumentação”.

Ao adotar a perspectiva de Perelman (1993), é necessária uma preocupação com a adesão do auditório às premissas do discurso, incluindo técnicas de argumentação e audiência. Para Perelman (1993), o ponto inicial da argumentação é composto pelo acordo, a escolha dos dados e sua adaptação com vistas à argumentação e apresentação dos dados e a forma do discurso. É importante que o orador tenha cautela com as escolhas dos dados e com a criação da presença para os argumentos, pois cada auditório tem um conjunto de premissas que são admitidas.

Assim, a argumentação propiciará efeitos diferentes conforme o caso e utilizará, de cada vez, métodos apropriados, tanto ao objeto do discurso quanto ao tipo de auditório ao qual se dirige. Isso quer dizer que se pode completar, caso pareça útil, o estudo geral da argumentação com metodologias especializadas segundo o tipo de auditório e o gênero da disciplina, considerando as teses e os métodos que são admitidos em uma disciplina. Nesse sentido, Gabel e Dreyfus (2016, 2017) sustentam que a perspectiva argumentativa de Perelman é um referencial que pode ser utilizado para investigações que analisam o fluxo¹² de provas matemáticas, bem como para intervenções sobre aulas de matemática, em relação ao aspecto do ensino de provas. Durante o processo de provas, além da lógica formal, existem as justificativas, os exemplos, as representações e outros meios explorados pela argumentação.

Toulmin (2006) traz a argumentação para o contexto de situações profissionais. Essas discussões têm sido frequentemente utilizadas pelos pesquisadores em Ensino de Ciências e Educação Matemática como instrumento metodológico para analisar os argumentos construídos nas aulas (Antonini, 2018). Toulmin (2006) qualifica argumentos como “justificatórios”, sendo as justificativas e seus fundamentos apresentados para sustentar as asserções. Assim, temos argumentos em diversos campos, a exemplo da Física, da Matemática, da Biologia, entre outras.

¹²O fluxo é resultado das escolhas feitas pelo palestrante quanto: (i) à apresentação da estrutura lógica da prova, (ii) à maneira informal das características e considerações no processo de prova e comprovação (exemplos, diagramas); e, (iii) aos fatores contextuais matemáticos e instrucionais” (Gabel & Dreyfus, 2017, p. 3).

Qualis A1

Além disso, Toulmin (2006) faz uma diferenciação entre campo-invariante (formas e méritos que não variam com o campo) e campo-dependente (formas e méritos que variam com o campo em estudo). Para ele, um argumento pode ser entendido como uma linha de raciocínio ou encadeamento lógico e, mais rigorosamente, como sequências de razões e pretensões interligadas que estabelecem um conteúdo e a força da posição que um orador defende.

As componentes que estruturam *o layout* da argumentação de Toulmin são identificadas na Figura 1 e permitem avaliar argumentos justificatórios. Nesse *layout*, temos três componentes principais: os dados (as evidências que suportam uma afirmativa), a conclusão (a declaração feita com base nos dados) e a justificativa (afirmativa que autoriza as conexões entre dados e conclusão). As outras componentes complementares são: o fundamento (o conhecimento partilhado, pelo campo, que credencia a justificativa), o qualificador modal (indica o grau de confiança em uma conclusão) e a refutação (a afirmação que refuta a justificativa e assim invalida a conclusão).

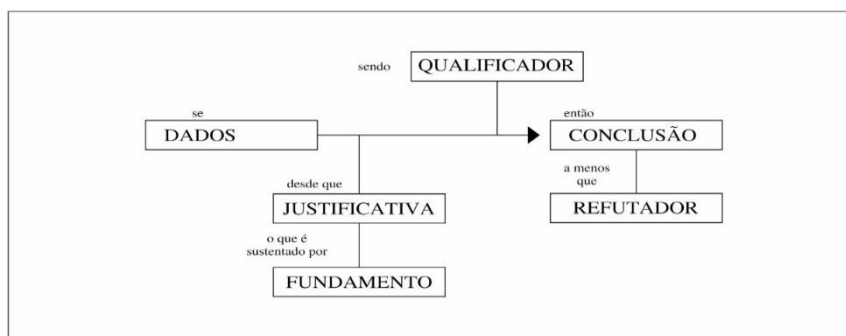


Figura 1.

Layout de Toulmin para a argumentação (adaptado de Toulmin, 2006)

As pesquisas na Educação Matemática sobre a temática da argumentação foram intensificadas a partir do estudo de Krummheuer (1995). Desde então, esse *layout* tem sido usado para analisar argumentos no Ensino Fundamental (Almeida & Malheiro, 2018), no Ensino Médio (Mariotti & Pedemonte, 2019), no Ensino Superior, na graduação (Fukawa-Connelly, 2014; Wawro, 2015), bem como na pós-graduação (Kwon et al., 2015; Metaxas et al., 2016).

Pesquisadores utilizam o *layout* de Toulmin reduzido, ou seja, observam na estrutura do argumento apenas as componentes principais (Nunes & Almouloud, 2013; Uygun-Eryurt, 2020) ou o *layout* completo (Laamena et al., 2018; Metaxas et al., 2016), a depender do contexto e da análise proposta por cada pesquisador. Ao considerar a análise dos argumentos por meio

Qualis A1

deste *layout*, há pesquisadores que o acoplam a outro esquema argumentativo (Metaxas et al., 2016) ou fazem adequações de acordo com seus objetivos de investigação (Inglis et al., 2007).

Metaxas et al. (2016) alegam que o *layout* de Toulmin não mostra a qualidade dos argumentos e optam pela junção ao esquema argumentativo de Walton (2012). Esses esquemas são estruturas de inferência que são acopladas a tipos de raciocínio. Walton (2012) identificou vinte e cinco esquemas. Eis alguns exemplos desses esquemas: argumento de causa-efeito, argumentos de analogias, argumentos de apelos à autoridade, argumentos de classificação.

A estrutura da Unidade Cognitiva¹³ nos fornece ferramentas adequadas para investigar a relação entre argumentação e prova (Antonini, 2018; Kaplan et al., 2019; Mariotti & Pedemonte, 2019). Para esses pesquisadores, com esta estrutura, é possível analisar as diferenças e as analogias entre argumentação e prova matemática. Ela ainda permite analisar todo o processo: o surgimento da conjectura, a argumentação para fundamentá-la e a prova matemática final (Mariotti & Pedemonte, 2019). A pesquisadora Pedemonte (2007) usa o *layout* de Toulmin para investigar essas relações entre a argumentação conectada a uma conjectura e o conteúdo de provas matemáticas.

Antonini (2018) sustenta que a Unidade Cognitiva é importante para os processos de geração de conjectura e produção argumentativa que trazem suporte para a conjectura na produção de prova matemática. Ainda nesse sentido, Pedemonte (2007, p. 25) argumenta que o quadro da unidade cognitiva é “uma ferramenta eficaz, que tanto pode prever, como também analisar as dificuldades que os estudantes possam desenvolver no ato de realizar o processo de prova matemática”.

Procedimentos metodológicos

O artigo configura-se como uma Revisão Sistemática, que, de acordo com os parâmetros do Protocolo *Preferred Reporting Items for Systematic Reviews and Meta-Analyses* [Lista de itens preferenciais para revisões sistemáticas e meta-análises] (PRISMA) (Galvão et al., 2015), consiste em um tipo de revisão, cuja pergunta é formulada de maneira específica. Nesse sentido, esse tipo de revisão utiliza métodos sistemáticos e explícitos para identificar, selecionar e avaliar, criticamente, pesquisas relevantes sobre um determinado tema, além de produzir e

¹³“(…) durante a elaboração de uma conjectura, o estudante constrói sua explicação progressivamente, por meio de uma atividade argumentativa intensa, interconectada por justificações das suas escolhas; na etapa seguinte, o estudante conecta a esse processo, de forma coerente, a organização de alguns dos argumentos produzidos anteriormente, em uma sequência lógica” (Boero et al., 1996, p. 96).

Qualis A1

analisar dados desses estudos. Assim, inspirados nesses parâmetros, bem como na revisão realizada por Teixeira et al. (2012), utilizaremos as etapas a seguir: (i) identificação do objeto; ii) identificação dos artigos; (iii) aplicação de uma seleção; (iv) aplicação de critérios de exclusão; (v) sistematização dos artigos selecionados; (vi) análise dos resultados. Elaboramos as seguintes perguntas para explicitar a proposta desta revisão:

1) Como a argumentação tem sido utilizada na Educação Matemática no Ensino Superior?

2) Quais resultados têm sido apontados?

Após o estabelecimento das perguntas da revisão, firmou-se o objetivo de mapear os estudos empíricos da literatura sobre a argumentação no Ensino Superior de Matemática. Para compor o *corpus* desta revisão, com relação à identificação e à seleção dos artigos, buscamos por artigos publicados na fonte de dados do *Educational Resources Information Center* (ERIC) [Central de informações sobre Recursos Educacionais], considerada uma importante base de dados internacional de publicações de pesquisas na área educacional. Incluímos, também, as revistas *Mathematics Education*, *Journal of Mathematics Teacher Education* (ZDM) e *Educational Studies in Mathematics* por serem periódicos de impacto na área de Educação Matemática.

Ademais, fizemos uma busca nos sites de periódicos nacionais brasileiros que não são contemplados no *ERIC*, embora sejam qualificados no sistema *Web Qualis* em estratos igual ou superior a B2, tais como: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia (Alexandria), Boletim de Educação Matemática (Bolema), Educação Matemática Pesquisa (EMP), Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática (Boletim Gepem), Revista de Educação Matemática (Zetetiké) e outros periódicos internacionais: Revista de Investigação em Educação Matemática (Quadrante), Revista *Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* (Relime) e Revista *Iberoamericana de Educación Matemática* (Unión). Assim, o nosso primeiro critério de seleção dos artigos foi as fontes de dados nas quais realizamos a busca.

O segundo critério foi a utilização de palavras-chave e a escolha do período. Utilizamos as palavras-chave *argumentation and mathematics* (argumentação e matemática) e *argumentation and proof* (argumentação e prova) para a base do *ERIC*, bem como para as revistas internacionais que não pertencem a essa base. Para as revistas nacionais, adotamos a mesma sistemática. No entanto, fizemos uso da escrita dessas palavras-chave na língua portuguesa quando não tínhamos a opção da língua inglesa. Limitamos a busca no período de 2012 a 2021. O período justifica-se por ser a década de pesquisas publicadas que antecede o

Qualis A1

início do presente estudo. O término da busca ocorreu no dia 24 de março de 2021. Ademais, em uma pesquisa do tipo revisão sistemática, a última década antes da revisão é um período suficiente para se saber como está o estado do conhecimento recente sobre a área investigada. Foram identificados 227 artigos no *ERIC*, destes, 34 eram duplicados no próprio *ERIC*. Acrescentaram-se 30 artigos das revistas que não estão na base do *ERIC*. Assim, encontramos o total de 223 artigos.

O terceiro critério de seleção constou de uma leitura exploratória dos títulos e resumos dos artigos, a fim de atender nossa temática pesquisada. Em seguida, identificamos 48 artigos que estavam direcionados à argumentação e Ensino de Matemática. Ainda assim, como o nosso interesse é o uso da argumentação na Educação Matemática no Ensino Superior com intervenções didáticas, submetemos aos critérios de exclusão: (i) artigos teóricos; (ii) artigos com intervenções didáticas na educação básica e (iii) artigos com intervenções didáticas direcionadas a *softwares*. Foram excluídos (10) artigos teóricos, (21) artigos com intervenções na educação básica e (04) artigos com intervenções didáticas direcionadas a *softwares*.

Por fim, aplicados os critérios de exclusão, restaram 13 artigos que foram incluídos para análise aprofundada. Destes artigos, (12) foram da base do *ERIC* e (01) foi do periódico internacional (Quadrante). Desta forma, todos os artigos são de periódicos internacionais. Os critérios de seleção e exclusão, bem como o processo de análise foram ancorados nos parâmetros do Protocolo PRISMA (2015) e na revisão sistemática realizada por Teixeira et al. (2012). Ademais, a análise do *corpus* foi embasada nas perspectivas teóricas argumentativas de Toulmin (2006) e de Perelman e Olbrechts-Tyteca, (2005).

Com os dados obtidos dos artigos selecionados (Tabela 1), faremos uma análise dos resultados do estudo de revisão na seção a seguir.

Tabela 1.

Aspectos abordados no estudo do corpus (Elaboração dos autores)

Id.	Autores	Objetivo	Participantes	Método	Referencial argumentativo	Principais resultados
A	Fukawa-Connelly (2014)	Propor um modelo para investigar o ensino de graduação com foco em provas matemáticas.	um Professor de Álgebra Abstrata	Qualitativo	Toulmin	Os estudantes têm um modelo de prova inconsistente.
B	Kwon et al. (2015)	Compreender as características da argumentação de estudantes e derivar princípios de design.	Estudantes da Especialização em Educação Matemática	Qualitativo	Toulmin acoplado a van Eemeren	Os esquemas de argumentação dos estudantes foram aprimorados, obtendo mais qualidade no avanço da estratégia de ensino.
C	Wawro (2015)	Investigar as maneiras pelas quais estudantes argumentam sobre soluções da Álgebra Linear.	Estudantes de diversas graduações.	Qualitativo	Toulmin	A compreensão densa e justificativas complexas são possíveis para estudantes, quando se engajam no processo argumentativo.
D	Metaxas et al. (2016)	Examinar a mudança de argumentação pedagógica quando o participante do estudo está envolvido em uma proposta de ensino com cenários hipotéticos em sala de aula sobre o ensino de cálculo.	Estudantes de pós-graduação em Didática do Cálculo	Qualitativo	Toulmin acoplado aos esquemas de Walton	A associação das metodologias para identificar vários aspectos das atividades argumentativas.
E	Tristanti et al. (2016)	Descrever a construção justificativa dedutiva na	Estudantes da graduação em Educação Matemática	Qualitativo	Toulmin	Quando estudantes constroem uma justificativa dedutiva, inicialmente empregam a

Qualis A1

		argumentação matemática.				justificativa indutiva.
F	Can e Isleyen (2016)	Explorar os efeitos da abordagem de aprendizagem com enfoque argumentativo sobre o ensino de probabilidade.	Estudantes da graduação em Educação Matemática	Quantitativo	Toulmin	O grupo experimental alcançou mais sucesso do que o grupo de controle que teve ensino na abordagem tradicional.
G	Zazkis et al. (2016)	Descrever as atividades que os matemáticos se envolvem para registrar com sucesso provas de análise simbólica-verbal apoiados em argumentos gráficos.	Estudantes da graduação em Matemática	Qualitativo	Toulmin	A elaboração, a sintetização e a reestruturação são atividades que colaboram para uma ponte entre argumentos gráficos e as provas verbais-simbólicas.
H	Gabel e Dreyfus (2016)	Projetar métodos para investigar aspectos do fluxo da prova matemática.	Professor de Teoria dos Números	Qualitativo	Perelman e Toulmin	A intervenção ocasionou alterações globais e locais no fluxo de prova.
I	Antonini (2018)	Investigar a prova por contradição na geometria, com foco nos processos relacionados ao tratamento das figuras geométricas.	Estudantes universitários e do Ensino Básico.	Qualitativo	Unidade Cognitiva	A argumentação indireta apoia uma prova por contradição.
J	Laamena et al. (2018)	Investigar o uso de exemplos em atividades de prova matemática e obter relações com a argumentação.	Estudantes da graduação em Educação Matemática	Qualitativo	Toulmin	Os exemplos têm várias funções de acordo a necessidade do estudante no ato da prova matemática.
K	Kaplan et al. (2019)	Analisar a relação entre argumentação e prova em relação aos aspectos: representações verbais, visuais e conceitos matemáticos algébricos.	Estudantes da graduação em Educação Matemática	Qualitativo	Unidade Cognitiva e Toulmin	Os estudantes têm um processo de prova mais convincente desde quando estejam envolvidos na exploração e argumentação da conjectura corresponde.

Qualis A1

L	Uygun- Eryurt (2020)	Investigar como se desenvolve a concepção de indução matemática por meio de argumentações escritas.	Estudantes da graduação em Educação Matemática	Qualitativo	Toulmin	Quanto mais organizada e estruturada a produção das argumentações escritas, melhor o desempenho no processo de indução matemática.
M	Can e Isleyen (2020)	Investigar o efeito do ensino de probabilidade com enfoque argumentativo em relação ao desempenho acadêmico, bem como a permanência do seu conhecimento.	Estudantes da graduação em Educação Matemática	Quantitativo	Toulmin	O ensino com abordagem argumentativa aumentou o desempenho acadêmico, no entanto não teve efeito sobre a permanência do respectivo conhecimento.

A partir dos estudos deste *corpus* (Tabela 1) e orientados pelas perguntas de revisão, observamos interseções entre aspectos abordados nesses estudos e identificamos evidências que constituíram as categorias de análise a seguir.

Análise do *corpus*

Identificamos as seguintes categorias: **(i)** argumentação como instrumento de análise dos argumentos de estudantes; **(ii)** argumentação como instrumento de análise dos argumentos de professores e **(iii)** argumentação como abordagem de ensino. Para atender às perguntas de revisão, em cada categoria, versaremos sobre os objetivos, os participantes, os usos do referencial argumentativo, os aspectos metodológicos e os principais resultados para realizar a análise dos estudos.

Argumentação como instrumento de análise dos argumentos de estudantes

Nessa categoria, encontram-se a maior quantidade de estudos (**B, C, D, E, G, I, J, K e L**) que compõe o *corpus* desta revisão. Em relação aos objetivos desses estudos, todos focam nos argumentos de estudantes, objetivando descrever, explorar ou analisar. Três destes objetivos se reportam a investigar o entendimento dos conceitos, teoremas e concepções por meio do estudo das argumentações de estudantes (**C, D e L**). Os demais estudos reportam-se a

Qualis A1

analisar ou descrever os argumentos quando estudantes estão envolvidos em atividades de construção de provas matemáticas (**B, E, G, I, J e K**).

Os participantes envolvidos nesses estudos são estudantes de graduação (**C, E, G, I, J, K e L**) e de pós-graduação (**B e D**). Em sua maioria, são estudantes do curso de graduação em Educação Matemática, exceto os estudos **C** e **I**. As exceções estavam centradas em turmas mistas, compostas por estudantes do curso de graduação em Matemática e de outros cursos. A graduação em Educação Matemática corresponde, no Brasil, ao curso de Licenciatura em Matemática e a graduação em Matemática ao Bacharelado.

Nos estudos desta categoria, a análise dos argumentos foi conduzida por diferentes teorias. Sobretudo, fundamentou-se na perspectiva de Toulmin. Para os estudos **B** e **D**, acoplou-se o *layout* completo de Toulmin a outros esquemas argumentativos. No estudo **B**, integrou-se esse *layout* às estruturas de argumentação de van Eemeren et al. (2012)¹⁴. Os pesquisadores analisaram os argumentos dos estudantes ao construir provas matemáticas e suas respectivas justificativas enquanto esses estudantes participavam de atividades discursivas. Eles codificavam os elementos destas discussões de acordo com as componentes do *layout* de Toulmin. Depois, observavam a qual estrutura atendiam: argumentação única, argumentação múltipla ou argumentação composta. Para esses pesquisadores, uma estrutura de argumentação com melhor qualidade demonstra que estudantes participam de várias atividades discursivas, tais como: construção de argumentos, proposição de contra-argumentos, argumentos adicionais ou refutação de contra-argumentos (Kwon et al., 2015).

No estudo **D**, para investigar a mudança da argumentação de um estudante, os pesquisadores integraram o *layout* completo e os esquemas de argumentação de Walton (2012). Eles utilizaram a integração desses esquemas, pois buscaram um quadro analítico que fosse capaz de analisar a qualidade dos argumentos por meio de perguntas críticas dentro do contexto em discussão. Assim, esses pesquisadores observavam a estrutura do argumento em relação a todos elementos do *layout* de Toulmin. Quanto mais elementos possuía o argumento, mais ele era qualificado como denso. Ademais, examinavam a satisfação das questões críticas correspondentes. Um discurso mais fundamentado, segundo esses pesquisadores, utiliza uma maior quantidade de fundamentos, bem como responde a perguntas mais críticas¹⁵. A ausência

¹⁴ Van Eemeren e colaboradores sugerem os tipos de estrutura de argumentação: “argumentação única (inclui apenas conclusão e justificativa), argumentação múltipla (uma conclusão apoiada por várias justificativas) e argumentação composta (inclui várias justificativas para apoiar uma conclusão que induza uma nova asserção)” (Kwon et al., 2015, p. 999).

¹⁵ Na perspectiva de Walton (2012), um argumento é avaliado de maneira adequada por meio de questões críticas no contexto do diálogo em que ocorre. As questões críticas fornecem uma lista de categorias para avaliar cada esquema argumentativo. Existem considerações dentro do contexto do diálogo que permitem avaliar um

Qualis A1

de refutações, bem como de respostas às questões críticas, caracterizava um argumento como fraco ou injustificado.

Nos estudos **G**, **K** e **L**, o instrumento utilizado para analisar os argumentos foi o *layout* de Toulmin na forma reduzida ou na forma simplificada (sem o uso de todas as componentes complementares). No estudo **G**, os pesquisadores estavam atentos à construção do argumento baseada em representações gráficas que o estudante utilizava para justificar a veracidade de suas asserções no ato de construir a prova. Assim, a observação de cada inferência do estudante concentrou-se no eixo dados-justificativas-conclusão. Em alguns casos, contudo, a justificativa não foi declarada explicitamente pelo estudante. Para Toulmin (2006), a justificativa tem uma função essencial por permitir a conexão entre as evidências e a asserção, a qual o estudante almeja validar.

Já no estudo **K**, a análise dos argumentos dos estudantes ocorreu em duas fases: na primeira, os pesquisadores focaram em observar dados-justificativas-fundamentos-conclusões enquanto os estudantes resolviam os problemas. Apesar de os pesquisadores reconhecerem a importância destes elementos para os argumentos matemáticos, não estavam interessados em observar refutação ou qualificador. No entanto, para seu objetivo de pesquisa, que é entender a relação entre argumentação e prova, o uso do *layout* de Toulmin, na forma simplificada, foi suficiente.

Na segunda fase da análise, foram observados as justificativas e os fundamentos apresentados pelos estudantes enquanto eles respondiam às perguntas relativas ao uso das representações no processo de argumentação e prova em termos do sistema de referencial. O fundamento, segundo Toulmin (2006), é um elemento importante no argumento por credenciar a justificativa. Já no estudo **L**, a análise inclui dois processos: um referente às argumentações escritas pelos estudantes, via *layout* de Toulmin, observando os dados, as justificativas e as conclusões, e outro em relação aos dados coletados por meio das entrevistas, em que utilizaram as categorias: natureza, função, significado, importância e necessidade da Indução Matemática.

Nos estudos **C**, **E** e **J**, a análise dos argumentos foi conduzida por meio do *layout* de Toulmin completo com focos diferentes. No estudo **C**, utilizaram-se os filamentos de análise microgenética (maneiras de raciocinar isoladamente) e análise ontogenética (ao longo do tempo) integrados com o *layout* de Toulmin para investigar a estrutura dos argumentos sobre soluções de equações da Álgebra Linear ao estabelecer conexões entre as proposições e os

argumento como fraco ou forte. Assim, um argumento será considerado fraco, errôneo ou falacioso, desde quando não apresente justificativas substanciais da razoabilidade de certa crítica, isto é, se não responde a perguntas críticas apropriadas para o contexto do argumento em questão (Walton, 2012).

Qualis A1

conceitos de um Teorema. O *layout* foi utilizado para analisar ou mesmo refutar cada argumento do estudante quando este fornecia uma base sólida para entender os marcos conceituais na Álgebra. As refutações exercem uma função importante no estabelecimento das condições de consistência do conteúdo, bem como limites de uma alegação (Toulmin, 2006).

No estudo **E**, a análise concentra-se no elemento da justificativa enquanto os estudantes estão em tarefas de resolução de problemas. Toulmin (2006) sustenta a importância de reconhecer e compreender, na argumentação matemática em especial, quando se trata da reconstrução das componentes de justificativa. Os pesquisadores estavam interessados, também, no tipo da justificativa (indutiva, estrutural-indutiva e dedutiva). O foco da análise foi descrever um processo de construção da justificativa dedutiva a partir da não dedutiva.

Já no estudo **J**, a análise concentra-se nos usos dos exemplos, visando explicar o fenômeno dos usos dos exemplos quando estudantes estão envolvidos no processo de prova matemática. Assim, por meio do *layout*, foi possível explicar a estrutura do argumento que disponibiliza um caminho para os usos do exemplo na conclusão. O exemplo foi categorizado por três funções: ferramenta de exploração; ferramenta investigativa para justificativa e ferramenta convincente. Os usos de exemplos são úteis para compreender os argumentos de estudantes (Laamena et al., 2018; Yopp & Ely, 2015).

Para o estudo **I**, foi utilizado o instrumento teórico da Unidade Cognitiva para análise das respostas dos estudantes. A análise comparou o processo de argumentação e a prova matemática com foco nas expressões utilizadas, na estrutura, nos conteúdos e nas figuras geométricas. Foi investigado o processo de construção de provas de estudantes, a fim de descrever diferenças e relações entre a argumentação e a prova por contradição. Assim, a argumentação exerce um papel fundamental para a construção de uma prova matemática. Nesse viés, Pedemonte (2007) sustenta que precisamos buscar as semelhanças no processo de argumentação e prova a fim de encontrar a unidade cognitiva.

Quanto aos procedimentos metodológicos dos estudos analisados nesta categoria, todos adotaram a abordagem qualitativa, pois, nessa abordagem, objetiva-se descrever e interpretar o objeto de pesquisa. Dessa forma, busca-se mais a compreensão do que a explicação dos fenômenos estudados (Lichtman, 2010). Esse aspecto é consoante com os objetivos desta categoria, que incluem: descrever, explorar e analisar. Nas atividades desenvolvidas com os estudantes, observamos atividades individuais, atividades em pequenos grupos, aos pares ou com o grupo de todos os estudantes da sala.

Qualis A1

Em relação aos procedimentos utilizados para produção dos dados nestes estudos analisados, os pesquisadores geralmente combinaram mais de uma técnica, a saber: observação, entrevistas, imagens (desenhos, esboços) e documentos escritos. As técnicas utilizadas são, de fato, coerentes para os estudos qualitativos que foram realizados em ambientes de contexto educacional. Referente à forma de registro desses procedimentos, identificamos: apontamentos, diários de campo, notas reflexivas ou mesmo gravação em áudio e gravação em vídeo.

No tocante aos principais resultados, identificamos três subcategorias diante das convergências encontradas: **(i) instrumento de análise acoplado por dois esquemas argumentativos; (ii) instrumento de análise para elementos específicos da argumentação; (iii) instrumento de análise da relação entre os processos de argumentação e prova.**

Para a primeira subcategoria, temos os estudos **B** e **D**. Nesses estudos, o *layout* de Toulmin foi acoplado a outro esquema de argumentação para analisar os argumentos dos estudantes. Essa integração contribui para identificar diversos aspectos da possível construção do conhecimento em atividades argumentativas, sobretudo para o acompanhamento da evolução na qualidade da argumentação. Os usos dos instrumentos integrados proporcionam uma melhor avaliação do discurso argumentativo, abrindo caminhos para a avaliação entre discurso e conhecimento.

Na segunda subcategoria, identificamos os estudos **C**, **E**, **J** e **L**. Quanto ao estudo **C**, o instrumento de análise de Toulmin permitiu encontrar mecanismos específicos pelos quais os estudantes podem conciliar o significado nas representações de conceitos na Álgebra Linear. Para o estudo **E**, foi possível inferir sobre os usos das justificativas que são realizadas pelos estudantes no processo argumentativo. Quando os estudantes constroem uma justificativa dedutiva, inicialmente utilizam a justificativa indutiva. A justificativa indutiva é empregada para reduzir a incerteza do resultado, enquanto a justificativa dedutiva suprime possibilidade de refutação (Trisanti et al., 2016).

Já o estudo **J** apontou que os exemplos têm várias funções, a depender da necessidade do estudante. O exemplo é usado como ferramenta exploratória, como ferramenta investigativa para a justificativa e, também, como uma ferramenta para convicção. No estudo **L**, concluiu-se que quanto mais organizada e estruturada a produção das argumentações escritas, mais habilidades os estudantes possuem na utilização e na construção da Indução Matemática.

Dentro da terceira subcategoria, identificamos os estudos **G**, **I**, **K** e **L** que empregaram o instrumento argumentativo de Toulmin ou da Unidade Cognitiva, ou mesmo a associação dessas, para análise dos argumentos. No estudo **G**, foi possível descrever as três atividades que

Qualis A1

contribuem para que estudantes possam estabelecer uma ponte entre os argumentos gráficos e as provas verbais-simbólicas. Essas atividades são: elaboração, sintetização e reestruturação. Ademais, por meio desta ponte, é possível detectar erros nas provas construídas pelos estudantes. Já o estudo **I** apontou que, para os estudantes restaurarem a ruptura entre componentes figurais e conceituais, eles precisam buscar sentido geométrico e apoio na argumentação indireta. Sobre o prisma da discussão feita por Antonini (2018), uma argumentação indireta tem uma estrutura análoga à de uma prova por contradição; no entanto se apresenta de maneira mais espontânea de raciocinar. Assim, parte da negação do que deveria ser sustentado para uma definição mais articulada.

Nos estudos **K e L**, os resultados indicam que estudantes experimentam um processo de prova mais convincente se tiverem anteriormente envolvidos na exploração e na argumentação da conjectura, sobretudo nas argumentações escritas. Demais pesquisas na área (Antonini, 2018; Mariotti & Pedemonte, 2019; Pedemonte, 2007) fortalecem esses resultados e enfatizam os impactos positivos da argumentação na construção de provas.

Nos estudos desta categoria, predominou o instrumento de análise argumentativo do *layout* de Toulmin. Esse fato se deve à possibilidade trazida por ele de analisar a argumentação matemática nos processos de justificação, sobretudo em demonstrações ou investigações sobre relações entre os processos de argumentação e a demonstração.

Argumentação como instrumento de análise dos argumentos de professores

Nesta categoria, temos os estudos **A e H**. No primeiro, o instrumento argumentativo foi usado para analisar os argumentos de uma professora de Álgebra Abstrata, enquanto, no segundo, a análise baseia-se nos argumentos de um professor de Teoria dos Números. Os objetivos desses estudos reportam-se a fornecer modelos para avaliar o ensino de provas matemáticas. No entanto, o estudo **H**, além de avaliar o ensino, propõe também alterá-lo.

Quanto ao instrumento argumentativo para análise dos argumentos daqueles professores, no estudo **A**, procedeu-se via *layout* de Toulmin. Nesse estudo, houve a preocupação de observar se existia um padrão de detalhes no ensino de provas por parte da professora quanto ao uso dos elementos do *layout* tanto na escrita quanto na fala, bem como as oportunidades que os estudantes tinham, durante esse ensino, para aprender a redigir suas provas.

As justificativas apresentadas nos argumentos de verificação das propriedades matemáticas que estavam em estudo foram o foco da análise. Além das justificativas, foi

Qualis A1

observado se a professora utilizava o fundamento para credenciar a justificativa. Na matemática avançada, em geral, há uma necessidade de argumentos completos. Portanto, sustentamos a importância do fundamento para apoiar as justificativas. Ele é uma afirmação categórica ou uma base sólida para a justificativa (Toulmin, 2006).

O estudo **H** fundamentou-se na perspectiva teórica argumentativa de Perelman para analisar o fluxo de provas em relação aos seguintes aspectos: o escopo, a organização e a presença. Referente ao escopo e à organização, a análise da prova ocorreu em relação às escolhas realizadas pelo professor quanto à organização dos módulos de prova, o escopo de cada módulo e o empenho que é direcionado em cada módulo. Quanto à presença, a análise direcionou-se a observar as figuras retóricas como repetição ou o uso de várias justificativas e fundamentos para reforçar a sua presença. Para Perelman e Olbrechts-Tyteca (2005), a linguagem, a forma de insistência e as técnicas de apresentação a serem praticadas visam angariar a presença do objeto de estudo no auditório.

Ainda em relação à análise dos argumentos deste professor, os pesquisadores estavam atentos a várias características que qualificam uma prova como eficiente (coerência, clareza). Acerca da apresentação lógica da prova, é interessante notar que os pesquisadores também fizeram o uso do *layout* completo de Toulmin para analisar os elementos que proporcionam a presença no fluxo das provas. Ao observar a estrutura do argumento, eles estavam atentos ao número e aos tipos de justificativas e fundamentos que foram apresentados para uma conclusão e a direção da argumentação (abdutiva¹⁶ /dedutiva).

Ademais, os autores analisaram os elementos retóricos que imprimem presença no ato de provar, tais como: acentuar alguns aspectos, repetir a mesma ideia com palavras distintas, o uso de exemplos e o tempo destinado a cada passo na prova. Dessa forma, quanto à análise da presença de cada módulo da prova, foram utilizados os dois instrumentos argumentativos. Enquanto o *layout* de Toulmin permite a apresentação e a análise da estrutura da argumentação, com o referencial argumentativo de Perelman, podemos completar essa análise ao permitir investigar outras facetas da argumentação, como, por exemplo, a adaptabilidade ao auditório (Gabel & Dreyfus, 2016).

Quanto aos procedimentos metodológicos dos estudos analisados nesta categoria, os pesquisadores adotaram a abordagem qualitativa, com foco no estudo de caso, a qual é

¹⁶ Segundo Pedemonte (2002), a argumentação abdutiva consiste em encontrar as melhores explicações, ou as mais plausíveis, a partir de um conjunto de fatos ou informações dadas. “A busca da solução de um dado problema se constrói frequentemente a partir da conclusão” (Pedemonte, 2002, p. 67).

Qualis A1

consoante com os objetos de investigação, pois, em estudos de casos, os pesquisadores utilizam estratégias profundas e descrição densa.

Em relação às técnicas utilizadas para a produção desses dados, a observação ocorreu nos dois estudos **A** e **H**. No segundo, a professora aplicou questionários após a aula sobre aspectos cognitivos e afetivos em relação à prova apresentada por ela. Em seguida, esses estudantes eram entrevistados com base nas respostas informadas nesses questionários. Essa professora foi entrevistada e convidada a refletir sobre a apresentação da prova realizada. O diário de campo (**A** e **H**), a gravação em áudio (**H**) e a gravação em vídeo (**A**) foram os procedimentos adotados para registro nesses estudos.

Os principais resultados das pesquisas desta categoria são direcionados ao ensino de provas matemáticas. No estudo **A**, por meio do referencial argumentativo de Toulmin, mostrou-se que a professora apresenta níveis distintos em relação a detalhes no ato de provar. A pesquisadora inferiu que os usos de justificativas e dos fundamentos no ensino de provas apresentou inconsistências. Assim, ela concluiu que a professora apresentava um modelo inconsistente para realizar seus trabalhos de prova, o qual pode diminuir o possível valor pedagógico das provas. A dificuldade do professor em justificar e fundamentar seus argumentos, no estudo supracitado, encontra ressonância em outros estudos com estudantes no Ensino Superior de Ciências (Teixeira et al., 2015).

Quanto ao estudo **H**, os pesquisadores sustentam o potencial analítico da perspectiva teórica argumentativa de Perelman para avaliar o ensino de provas. Eles indicam que as figuras retóricas podem produzir uma mudança na visibilidade das provas por partes dos estudantes. Outros estudos, além do **H**, visam ampliar a visibilidade e potencialidade deste referencial analítico para pesquisas no ensino de Ciências, bem como na Educação Matemática (Silva Júnior, 2019).

Argumentação como abordagem de ensino

Nesta categoria, identificamos duas subcategorias: **(i)** argumentação como abordagem de ensino explícito (**F**, **L** e **M**) e **(ii)** argumentação como abordagem de ensino implícito (**B**, **D** e **H**). Os estudos **F** e **M** são exclusivos desta categoria. Destarte, apenas nesses estudos abordaremos sobre os objetivos, os participantes, o uso do referencial argumentativo, os aspectos metodológicos e os principais resultados, da maneira como conduzimos nas categorias anteriores. Para os demais estudos desta categoria, só trataremos acerca da abordagem de ensino, bem como dos seus respectivos resultados, visto que a discussão dos outros aspectos supracitados já foi feita nas seções anteriores.

Qualis A1

Identificamos a abordagem explícita quando existe um ensino de argumentação de forma direta. Os participantes dos estudos recebem informações sobre o conceito de argumentação, a definição do que é um argumento, os elementos que constituem um argumento, a construção de argumentos, os tipos de argumento, o processo de justificação de ideias e de refutação, a identificação de evidências, dentre outras informações que dependem da perspectiva teórica argumentativa adotada pelo pesquisador do estudo. Já na abordagem implícita, o professor ou o pesquisador é guiado por estratégias que promovem a argumentação, mesmo que ele não ensine sobre tópicos de alguma teoria da argumentação.

Para abordar o ensino em uma perspectiva argumentativa, diferentemente de uma abordagem tradicional, o ambiente de sala de aula deve ser pensado de maneira que permita aos estudantes compartilharem suas ideias, avaliarem e analisarem as ideias dos outros estudantes (Can & Isleyen, 2020). Essa proposta de ensino pode proporcionar um ambiente com espaços para discussão, no qual ocorra a interação dos estudantes, favorecendo o processo da argumentação e, conseqüentemente, o aflorar do processo de justificação. Exemplo de uma destas abordagens é o ensino por investigação. Nessa proposta de ensino, os estudantes aprendem por meio de atividades discursivas (Kwon et al., 2015).

Na primeira subcategoria, os estudos **F** e **M** são dos mesmos pesquisadores. Eles buscaram investigar o efeito do ensino de probabilidade com abordagem da argumentação para estudantes de graduação em Educação Matemática. O estudo **M**, além de focar no desempenho do conhecimento dos estudantes, assim como foi feito no estudo **F**, focou também na permanência deste conhecimento. Nesses estudos, após responderem a um pré-teste, os estudantes foram divididos em dois grupos, um experimental e outro de controle. Eles foram submetidos a um curso de Probabilidade de 18 horas. O grupo experimental aprendeu probabilidade por meio de uma abordagem de ensino explícito de argumentação e o grupo de controle por meio de uma abordagem de ensino tradicional, centrada no professor.

No grupo experimental, os estudantes tiveram um ensino com enfoque argumentativo na perspectiva de Toulmin. Durante o curso, havia um processo de discussão das questões de probabilidade e os estudantes buscavam soluções de maneiras diferentes. Eles deveriam defender suas pretensões com fundamentações. Isso permitia a construção de argumentos. O professor conduzia esse processo, utilizando-se de ações pró-argumentativas, com perguntas do tipo: “por que você pensa deste jeito?”, “como você convence seu colega que seu pensamento é verdadeiro?”, “alguém se opõe à solução apresentada?”. Dessa forma, a solução das questões era determinada por meio de um processo argumentativo. Esses estudantes foram estimulados

Qualis A1

ao processo de discussão e de justificação das ideias. Ademais, esse método permitiu a participação ativa dos estudantes (Can & Isleyen, 2016). Já no grupo de controle, a resolução dos problemas foi respondida pelo pesquisador. Não foi dado espaço a participação ativa dos estudantes. Após o curso, os estudantes de ambos os grupos responderam a um questionário elaborado pelos pesquisadores (o pós-teste sem aviso prévio). No estudo **M**, além do pós-teste, foi realizado um teste de retenção três meses após o pós-teste. A aplicação deste teste de retenção ocorreu porque os pesquisadores objetivavam não só investigar o desempenho, mas também a permanência do conhecimento.

O método de pesquisa consoante com a metodologia adotada nesses estudos foi o quantitativo com enfoque de investigação no desenho experimental. O instrumento para a coleta de dados foi o Teste de Desempenho de Probabilidade com questões abertas. Para a análise dos dados, os pesquisadores utilizaram um *software* de análise estatística. Nesses estudos, os usos da argumentação foram apenas como abordagem de ensino, não sendo utilizada como instrumento de análise dos argumentos.

A partir dos resultados da amostragem nesses estudos, os pesquisadores apresentaram algumas alegações. No estudo **F**, perceberam que houve um aumento do desempenho após o curso, tanto no experimental quanto no grupo de controle. No entanto, no grupo experimental foi observado mais sucesso no desempenho dos estudantes. Para os pesquisadores deste estudo, a diferença estatística significativa do grupo experimental em relação ao grupo de controle foi devido ao ensino de probabilidade com a abordagem de aprendizagem com foco na argumentação. Houve uma contribuição mais efetiva para o conhecimento matemático na proposta de ensino na qual os estudantes participam, buscam persuadir os outros, expressam suas próprias ideias e escutam os demais quanto às suas posições até chegar a um consenso das soluções das questões ou das asserções em discussão.

Resultado semelhante foi encontrado no estudo **M**, em que a abordagem de ensino explícita de argumentação aumentou o desempenho dos estudantes. No entanto, não houve uma diferença notável sobre o efeito da permanência do conhecimento dos estudantes quando comparados o grupo de controle e o grupo experimental. Os pesquisadores argumentaram que isso pode ter ocorrido devido ao fato de ser a primeira vez que estudantes tiveram um ensino com a abordagem argumentativa. Nesse sentido, os pesquisadores apontam para a necessidade de aumentar o tempo de ensino com abordagem argumentativa.

Ainda na primeira subcategoria, temos o estudo **L**. Na primeira etapa da intervenção, os estudantes tiveram um ensino explícito de argumentação na perspectiva teórica de Toulmin.

Qualis A1

Eles receberam informações dessa perspectiva e construíram argumentos de acordo com o seu *layout* sobre a indução matemática durante as atividades em grupo para construir as provas. Os participantes tiveram a oportunidade de escrever as suas argumentações com as práticas desenvolvidas na intervenção. As discussões reportam-se aos passos necessários para resolver as questões relacionadas à Indução Matemática. Eles buscavam justificar se cada passo era verdadeiro, além de discutir a relação entre conceitos, bem como mostrar a evidência deles de acordo com os dados relacionados. As argumentações escritas foram discutidas no grupo menor e depois expostas ao grupo maior. O pesquisador forneceu um *feedback* sobre as construções e, de forma processual, os estudantes continuaram a realizar argumentações escritas relacionadas às atividades de construção de provas sobre indução matemática durante a intervenção que ocorreu em 12 horas. Após a intervenção, ocorreram melhorias nas argumentações escritas, na concepção de indução matemática e no desenvolvimento de construção de provas desses estudantes. Ademais, eles conseguiram converter enunciados matemáticos e prová-los, utilizando procedimentos de Indução Matemática (Uygun-Eryurt, 2020). A abordagem de ensino trouxe contribuições por desenvolver os motivos e a lógica de cada etapa no processo de construção de provas sobre Indução Matemática.

Na segunda subcategoria, temos os estudos em que, apesar de não ocorrer um ensino explícito de argumentação, as estratégias das intervenções tiveram ações pró-argumentativas. No estudo **B**, a intervenção didática ocorreu por meio de abordagem de ensino centrada no estudante e baseada em investigação durante todo um curso de Cálculo de Várias Variáveis. Os estudantes tiveram boa parte do conteúdo ensinado por meio de aula de vídeos *on-line* para que, durante o ensino presencial, tivessem mais tempo para discussões matemáticas que aconteciam em pequenos grupos. O tempo é elemento importante, pois, nessa abordagem de ensino, os estudantes precisam justificar suas respostas, construir conjecturas e participarem da discussão proposta. Além disso, às vezes, faz-se necessário reestruturar os problemas em estudo.

Os resultados desse estudo consideraram que a intervenção foi eficaz. Com a aplicação da estratégia didática, os esquemas de argumentação dos estudantes foram melhorados e evoluíram em relação à complexidade no avanço da estratégia. Para van Eemeren et al. (2008), à medida que estudantes se envolvem em atividades discursivas, há um crescimento na complexidade da estrutura argumentativa. Esse crescimento acontece em função de os estudantes terem oportunidade de justificar suas respostas, questionar as respostas dos outros,

Qualis A1

propor contra-argumentos, solicitar justificativas adicionais, dentre outras atividades que estão presentes em processo de investigação matemática por meio de discussões.

Em relação aos estudos **D** e **H**, ambas as intervenções ocorreram direcionadas ao estudo do discurso argumentativo de um professor. No primeiro, o professor era estudante de um curso de pós-graduação em Didática do Cálculo. Esse curso seguiu uma abordagem de análise de cenários hipotéticos em sala de aula sobre o ensino de Cálculo. O curso foi composto de 26 horas com um material de 7 tarefas; cada uma das tarefas descrevia um cenário hipotético de ensino baseado em equívocos ou entendimento de conceitos matemáticos de um aluno sobre o ensino de Cálculo.

Nessa intervenção, após o professor em estudo responder às tarefas do curso, as discussões matemáticas e pedagógicas dessas tarefas eram conduzidas com viés argumentativo entre esse professor e o pesquisador. O pesquisador conduzia a intervenção com perguntas que atendiam aos esquemas de argumentação de Walton (2012), bem como o de Toulmin (2006). Essas discussões retratavam sobre os usos de exemplos, os usos de contraexemplos, situações que levam à falácia no ensino de Cálculo e questões específicas sobre o objetivo de cada tarefa. O professor em estudo apresentava justificativas, outras vezes, apresentava os fundamentos para seus argumentos durante as explicações das tarefas. Na medida em que a intervenção era desenvolvida, aquele professor começou a apresentar, em seus argumentos, além das componentes mínimas para um argumento consistente (dados-justificativa-conclusão), o fundamento, o qualificador e as refutações, bem como houve um aumento de respostas às perguntas críticas.

Nesse sentido, justifica-se o resultado apontado pelos pesquisadores desse estudo, de que a estrutura do curso promoveu a argumentação e o professor em estudo desenvolveu a articulação de múltiplas interpretações pedagógicas. Nesse estudo, assim como no estudo **B**, houve um aumento da qualidade dos argumentos após a intervenção com enfoque argumentativo. Os esquemas argumentativos dos participantes dos estudos ficaram mais bem estruturados.

Já no estudo **H**, a intervenção ocorreu por meio de um encontro de três horas entre a pesquisadora e um professor de Teoria dos Números. Essa intervenção foi após a análise sobre o fluxo da prova realizada por aquele professor e antes que ele conduzisse a mesma prova no ano seguinte com outra turma. Após análise do fluxo (escolhas feitas pelo professor em relação à apresentação da estrutura lógica da prova, das características e considerações informais do

Qualis A1

processo de prova e dos fatores contextuais matemáticos), a pesquisadora buscou alterar essas escolhas, utilizando a lente teórica de Perelman (1993).

A pesquisadora, em diálogo com o professor em estudo, fez sugestões adaptadas à teoria argumentativa de Perelman, a fim de tornar a prova mais coerente. Ela incentivou o professor quanto ao uso de argumentação para apoiar a prova. A autora destacou partes da prova que poderiam ser mais enfatizadas, dando, assim, uma maior presença. Para Perelman e Olbrechts-Tyteca (2005), na construção de um argumento, o orador (neste caso, o professor) precisa selecionar alguns elementos sobre os quais ele deseja centralizar a atenção. Nessa perspectiva argumentativa, a criação da presença, bem como a comunhão com o auditório, são elementos essenciais em uma argumentação.

Assim, é necessária uma preocupação com a adesão do auditório às premissas do discurso. Nessa abordagem, pensando no professor como orador desse auditório, ele deve se dirigir aos seus estudantes supondo que eles aderem àquilo que faz parte do *corpus* reconhecido da disciplina. Durante uma exposição de ideias e explicações de uma prova matemática em uma sala de aula, por exemplo, é importante que o professor assegure, à medida que avança, a adesão dos seus estudantes ao encadeamento do raciocínio.

É interessante salientar que, naquela intervenção, a pesquisadora teceu considerações para alterar e apoiar o fluxo da prova, enfatizando as características do discurso do professor, quanto a sua apresentação, que poderiam ser melhoradas, destacando as ideias principais, sugerindo formas retóricas, a distribuição do tempo para cada fluxo da prova, dentre outros elementos que pudessem tornar a prova mais coerente. Os principais resultados da intervenção apontados pelos pesquisadores desse estudo foram: mudanças globais e locais no fluxo de prova; a perspectiva teórica de Perelman foi eficaz para capturar essas mudanças e o encorajamento do professor para utilizar associações e argumentos informais durante a apresentação de uma prova.

Considerações e implicações

O presente estudo teve o propósito de realizar uma revisão sistemática da literatura de estudos empíricos sobre usos da argumentação na Educação Matemática no Ensino Superior, dada a importância da argumentação para pesquisas no campo educacional, sobretudo na Educação Matemática. Utilizamos-nos de duas perguntas para especificar a proposta desta revisão: Como a argumentação tem sido utilizada na Educação Matemática no Ensino Superior? Quais resultados têm sido apontados?

Qualis A1

Em relação à primeira pergunta de revisão, identificamos três formas de uso da argumentação (Figura 2): argumentação como instrumento de análise dos argumentos de estudantes; argumentação como instrumento de análise dos argumentos de professores e argumentação como abordagem de ensino.

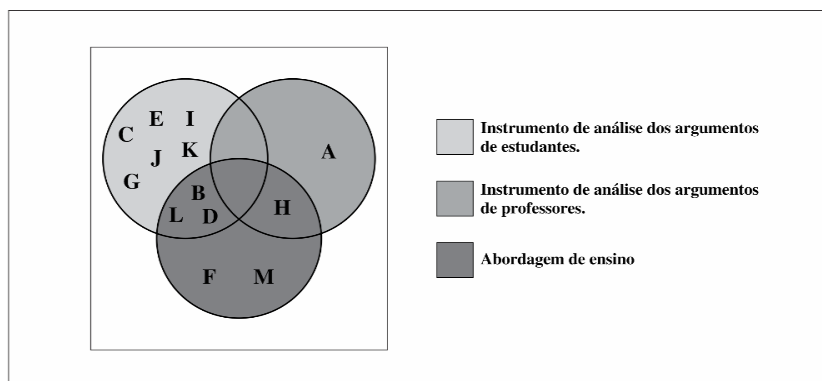


Figura 2.

Síntese das formas de uso da argumentação nos estudos do corpus (Elaboração dos autores)

Os estudos analisados, em sua maioria, utilizaram a perspectiva argumentativa de Toulmin para análise dos argumentos, tanto de estudantes quanto de professores, bem como na abordagem de ensino. Somente dois estudos reportaram-se aos argumentos do professor. Isso mostra a necessidade de mais pesquisas para investigar os argumentos de professores, principalmente no contexto do ensino de provas matemáticas.

Entre os estudos que analisaram os argumentos dos professores, apenas o estudo **H** fundamentou-se na perspectiva de Perelman. Ainda assim, nesse estudo, houve o emprego do *layout* de Toulmin para analisar os elementos que proporcionam a presença no fluxo das provas. Compreendemos que a perspectiva de Perelman foi menos utilizada nos estudos por se debruçar sobre os aspectos retóricos em contextos de ensino.

Os estudos **I** e **K** foram os únicos que abordaram a teoria da Unidade Cognitiva para investigar a relação entre a argumentação e a prova matemática. Em quatro estudos, **B**, **D**, **H** e **K**, os pesquisadores optaram por integrar esquemas argumentativos em suas análises dos argumentos. Ao associar esses esquemas, eles promoveram maior profundidade para a análise dos processos argumentativos na investigação de diferentes elementos no discurso. Além do mais, a depender da limitação apresentada por um dos esquemas para efetuar a análise, é possível usar o outro para solucionar o problema.

Qualis A1

Referente aos usos da argumentação como abordagem de ensino, identificamos 6 (seis) estudos que foram divididos em duas subcategorias: argumentação como abordagem de ensino explícito e argumentação como abordagem de ensino implícito. A argumentação como abordagem de ensino mostrou-se promissora para a melhoria da qualidade da argumentação dos estudantes e aumentou a habilidade na construção das provas matemáticas, escritas ou faladas. Ademais, por meio dos estudos desta revisão, ao propor um ensino nessa abordagem, o ambiente de sala de aula deve permitir a interação dos estudantes, o compartilhamento de suas ideias, a avaliação e análise das ideias dos outros estudantes.

Em relação à segunda pergunta norteadora desta revisão, inferimos que as três formas de uso da argumentação mostram um potencial para pesquisas em Educação Matemática no Ensino Superior e têm demonstrado eficácia, nos resultados dos estudos analisados, com relação à: abordagem de ensino, investigação sobre o ensino de provas, avaliação da relação entre argumentação e prova e investigação da qualidade da argumentação de estudantes e professores.

Os estudos que usaram do *layout* de Toulmin apresentaram eficácia para equacionar questões relativas ao ensino de Matemática no Ensino Superior. Trata-se de um instrumento teórico útil para estudar as estruturas de argumentação, tanto no processo de justificações das proposições matemáticas, quanto na prova matemática. A despeito da pouca presença do referencial de Perelman nos estudos desta revisão, concordamos com Gabel e Dreyfus (2016, 2017), ao apontarem que esse referencial tem potencial para investigar o ensino de prova matemática e para apontar alternativas aos estudos sobre como tornar uma prova mais clara e eficaz. Já os estudos que usaram o referencial da Unidade Cognitiva sublinharam resultados importantes para a Educação Matemática ao discutir o processo de geração de conjecturas e argumentos fundamentados para a produção de prova matemática.

Ademais, encontramos resultados eficazes quando a argumentação é utilizada tanto explicitamente quanto implicitamente na abordagem de ensino. Em geral, essas abordagens promoveram situações argumentativas nas aulas de matemática, possibilitando, assim, justificativas para as conclusões, uma melhor articulação das ideias matemáticas, a construção de argumentos escritos e orais por parte dos estudantes, bem como dos professores de matemática.

Neste estudo, os 13 (treze) artigos analisados pertencem a periódicos internacionais, pois não encontramos nos periódicos nacionais artigos que atendessem aos critérios adotados para esta revisão sistemática. Ainda assim, reconhecemos a possibilidade de não ter incluído estudos nacionais ou internacionais que poderiam atender às perguntas desta revisão,

Qualis A1

evidenciando a falta de estudos sobre intervenções didáticas em contexto nacional no Ensino Superior. Contudo, os estudos analisados foram suficientes para responder às questões norteadoras e, dessa forma, trouxemos contribuições para o campo de pesquisa ao apresentarmos essas respostas e, assim, pesquisadores que tenham interesse na temática argumentativa na Educação Matemática no Ensino Superior podem desenvolver novas investigações e, principalmente, refletirem e apoiarem os resultados aqui apresentados.

Diante da revisão sistemática realizada, destacamos a necessidade de desenvolvimento de pesquisas focadas na argumentação na Educação Matemática no Ensino Superior, sobretudo aquelas que apresentem intervenções didáticas na perspectiva do ensino com enfoque argumentativo em diversas disciplinas para avaliar o potencial desse tipo de abordagem, principalmente, acerca da lente teórica de Perelman, sobre a qual os estudos realizados têm sido, razoavelmente, escassos.

Declaração de contribuição dos autores

Os autores declaram terem produzido conjuntamente todas as etapas da elaboração deste texto.

Declaração de disponibilidade de dados

Não se aplica por se tratar de uma revisão sistemática.

Referências

- Almeida, W. N. C. & Malheiro, J. M. da S. (2018). A Argumentação e a Experimentação investigativa no Ensino de Matemática. *Alexandria*, 11(2), 57-83.
<https://doi.org/10.5007/1982-5153.2018v11n2p57>
- Anscombe, J. C., & Ducrot, O. (1983). *L'argumentation dans la langue*. Mardaga.
- Antonini, S. (2018). Figural concepts in proving by contradiction. *Quadrante*, 27(2).
<https://quadrante.apm.pt/article/download/22967/17033/88394>
- Balacheff, N. (1988). Aspects of proof in pupils' practice of school mathematics. *Mathematics, Teacher and children*, 24, 216-235.
- Boero, P., Garuti, R., & Mariotti, M. A. (1996). Some dynamic mental processes underlying producing and proving conjectures. *Proceedings of the 20th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Valencia, Spain.
- Can, O. S. & Isleyen, T. (2016). Teaching Probability to Pre-Service Teachers with Argumentation Based Science Learning Approach. *Journal of Educational and Practice*, 7(33), 109- 116. <https://eric.ed.gov/?id=EJ1122873>.

Qualis A1

- Can, O. S. & Isleyen, T. (2020). The effect of probability instruction through argumentation approach on the achievement of preservice teachers and the permanence of their knowledge. *African Education Research Journal*, 8, 540- 553. <http://doi.org/10.30918/AERJ.8S3.20.072>.
- Eemeren V., F. H., Houtlosser, P., & Henkemans, A. F. S. (2008). *Argumentative indicators in discourse: A pragma-dialectical study*. Springer.
- Eemeren, F. V., Garssen, B., & Meuffels, B. (2012). Effectiveness through Reasonableness: Preliminary Steps to Pragma-Dialectical Effectiveness Research. *Argumentation*, 26, 33-53. <http://dx.doi.org/10.1007/s10503-011-9234-7>.
- Fukawa-Connelly, T. (2014) Using Toulmin analysis to analysis an instructor's proof presentation in abstract algebra. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 45(1), 75-88.
- Gabel, M., & Dreyfus, T. (2016). Affecting the flow a proof by creating presence – a case study in Number Theory. *Educational Studies em Mathematics*, 96(2), 187-205. <http://doi.org/10.1007/s10649-016-9746-z>
- Gabel, M., & Dreyfus, T. (2017). The flow of a proof: establishing a basis of agreement. *CERME10, 1*, 155-162. <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01865664/document>.
- Galvão, T. F., Pansani, T. de S. A., & Harrad, D. (2015). Principais itens para relatar Revisões sistemáticas e Meta-análises: a recomendação PRISMA. *Epidemiologia e Serviços de Saúde*, 24, 335-342. <http://dx.doi.org/10.1080/0020739x.2013.790509>.
- Inglis, M., Mejia-Ramos, J. P., & Simpson, A. (2007). Modelling mathematical argumentation: the importance of qualification. *Educational Studies in Mathematics*, 66(1), 3-21. <http://dx.doi.org/10.1007/s10649-006-9059-8>.
- Kaplan, A. H., Gulkilik, H., & Emul, N. (2019). Investigating the Relationship between Argumentation and Proof a Representation Perspective. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, 20(2), 131-148. <https://eric.ed.gov/?id=EJ1237078>
- Krummheuer, G. (1995). The ethnography of argumentation. In P. Cobb, & H. Bauersfeld, (ed.). *The emergence of mathematical meaning: Interaction in classroom cultures* (pp.229-269). Lawrence Erlbaum.
- Kwon, N., Younggon, B., & Hwan, O. (2015). Design research on inquiry-based multivariable calculus: focusing on students' argumentation and instructional design. *ZDM: The International Journal on Mathematics Education*, 47(6), 997-1011. <http://dx.doi.org/10.1007/s11858-015-0726-z>.
- Laamena M., Nusantara, T., Irawan, B., & Muksar, M. (2018) How do the Undergraduate Students Use an Example in Mathematical Proof Construction: A Study based on Argumentation and Proving Activity. *International Eletronic Journal of Mathematics Education*, 13(3), 185-198. <https://eric.ed.gov/?id=EJ1227508>
- Lichtman, M. (2010). *Qualitative Reserch in Education: A User's Guide*. 2. ed. Sage.
- Mariotti, M. A., & Pedemonte, B. (2019). Intuition and proof in the solution of conjecturing problems. *ZDM*, 51(5), 759-777. <http://dx.doi.org/10.1007/s11858-019-01059-3>.
- Metaxas, N., Potari, D., & Zachariades, T. (2016). Analysis of a Teacher's pedagogical arguments using Toulmin's model and argumentation schemes. *Educational Studies in Mathematics*, 93(3), 383-397. <http://doi.org/10.1007/s10649-016-9701-z>.

Qualis A1

- Nunes, J. M. V., & Almouloud, S. A. (2013). O modelo de Toulmin e a análise da prática da argumentação em matemática. *Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática São Paulo*, 15(2), 487-512. <https://revistas.pucsp.br/emp/article/view/14592>.
- Pedemonte, B. (2002). *Étude didactique et cognitive des rapports de l'argumentation et de la démonstration dans l'apprentissage des mathématiques*. [Tese de Doutorado em Educação, Université Joseph Fourier-Grenoble I/Université de Genova, Genova, Itália]. <https://theses.hal.science/tel-00004579>.
- Pedemonte, B. (2007). How can the relationship between argumentation and proof be analysed? *Educational Studies in Mathematics*, 66(1), 23-41. <http://dx.doi.org/10.1007/s10649-006-9057-x>.
- Pedemonte, B. (2012). L'argumentation en mathématiques et sa relation avec la démonstration. *Quadrante*, 21(2), 5-28. <https://doi.org/10.48489/quadrante.22882>.
- Perelman, C. (1993). O império retórico: retórica e argumentação. Edições ASA.
- Perelman, C., & Olbrechts-Tyteca, L. (2005). Tratado da argumentação: a nova retórica. Martins Fontes.
- Plantin, C. (2008). *A Argumentação: História, teorias, perspectivas*. Tradução Marcos Marcionilo. Parábola.
- Silva Júnior, G. A. (2019). *Elementos de exploração argumentativa docente na sala de aula: uma proposta de análise à luz de teoria de Perelman e Olbrechts-Tyteca* [Tese de Doutorado, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal]. <https://repositorio.ufrn.br/handle/123456789/28638>
- Simpson, A. (2015). The anatomy of a mathematical proof: implications for analyses with Toulmin's scheme. *Educational Studies in Mathematics*, 90(1), 1-17. <http://dx.doi.org/10.1007/s10649-015-9616-0>
- Staples, M., & Newton, J. (2016). Teachers' Contextualization of Argumentation in the Mathematics Classroom. *Theory Into Practice*, 55(4), 294-301. <https://doi.org/10.1080/00405841.2016.1208070>
- Teixeira, E. S., Freire Júnior, O., & Greca, I. M. (2015, mar.). La enseñanza de la gravitación universal de Newton orientada por la historia y la filosofía de la ciencia: una propuesta didáctica con un enfoque en la argumentación. *Enseñanza de las Ciencias*, 33(1), 205-223. <http://dx.doi.org/10.5565/rev/ensciencias.1226>
- Teixeira, E. S., Greca, I. M., & Freire, O. (2012). The history and philosophy of science in physics teaching: a research synthesis of didactic interventions. *Science & Education*, 21(6), 771-796.
- Toulmin, S. (2006). *Os Usos do Argumento*. Martins Fontes.
- Toulmin, S. E. (1958). *The uses of argument*. University Press.
- Tristanti, B., Sutawidjaja, A., Abdur, R., & Muskar, M. (2016). The construction of deductive warrant derived from inductive warrant in preservice-teacher mathematical argumentations. *Educational Research and Reviews*, 11(17), 1696-1708. <https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1116653.pdf>

Qualis A1

- Uygun-Eryurt, T. (2020). Conception and Development of Inductive Reasoning and Mathematical Induction in the Context of Written Argumentations. *Acta Didactica Napocensia*, 13(2), 65-79. <https://eric.ed.gov/?id=EJ1280349>
- Walton, D. N. (2012). *Lógica Informal: manual de argumentação crítica*. Martins Fontes.
- Wawro, M. (2015). Reasoning About Solutions in Linear Algebra: the case of abraham and the invertible matrix theorem. *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education*, 1(3), 315-338. <http://dx.doi.org/10.1007/s40753-015-0017-7>.
- Yopp, D. A., & Ely, R. (2015). When does an argument use a generic example? *Educational Studies in Mathematics*, 91(1), 37-53. <http://dx.doi.org/10.1007/s10649-015-9633-z>.
- Zazkis, D., Weber, K., & Mejía-Ramos, J. P. (2016). Bridging the gap between graphical arguments and verbal-symbolic proofs in a real analysis context. *Educational Studies in Mathematics*, 93(2), 155-173. <http://doi.org/10.1007/s10649-016-9698-3>.

CAPÍTULO III

UM MODELO TEÓRICO BASEADO NA PERSPECTIVA DE TOULMIN E DE PERELMAN PARA PRODUÇÃO E ANÁLISE DA ARGUMENTAÇÃO NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

A Theoretical Framework based on Toulmin's and Perelman's Perspectives for the Production and Analysis of Argumentation in Mathematics Education

Resumo

Pesquisas na Educação Matemática destacam as possíveis contribuições do uso da argumentação como abordagem de ensino e como instrumento de avaliação de argumentos de estudantes e de professores e evidenciam a necessidade de que mais investigações sejam feitas para avaliar o potencial de abordagens de ensino com esse enfoque para promover a argumentação, bem como para analisar a integração entre modelos de argumentos. No entanto, estudos realizados sobre essa temática nas aulas de matemática no Ensino Superior são razoavelmente escassos, sobretudo no âmbito nacional. Assim, este artigo trata de uma pesquisa que tem como objetivo construir um modelo teórico-argumentativo para orientar uma abordagem de ensino de uma disciplina do curso de Licenciatura em Matemática e ser utilizado como instrumento de análise de argumentos de estudantes. Como fonte de dados para a construção do modelo, usamos como fio condutor os aportes teóricos argumentativos de Toulmin e de Perelman, dialogando com artigos da área de Educação Matemática que investigam a argumentação no contexto do Ensino Superior. O modelo propõe estratégias argumentativas que podem ser aplicadas durante as aulas de Matemática no Ensino Superior: a construção de argumentos justificatórios de acordo com uma estrutura argumentativa, o reconhecimento de tipos de argumentos e o uso das técnicas que podem ser empregadas a fim de promover a discussão e o convencimento dos temas matemáticos. Além do mais, o modelo pode servir como quadro analítico para pesquisas que analisem argumentos de estudantes nessa modalidade de ensino.

Palavras-chave: Argumentação. Ensino Superior. Quadro Analítico. Modelo Teórico na perspectiva de Toulmin e de Perelman. Educação Matemática.

Abstract

Research in Mathematics Education has highlighted the potential contributions of using argumentation as a teaching approach and as a tool to assess students' and teachers' arguments. It emphasizes the need for further investigations in order to evaluate the potential that argumentative teaching approaches have in order to foster argumentation and to analyze the integration between argument models. However, studies on this theme in higher learning mathematics classes are relatively scarce, especially in the scope of Brazilian education. This

article contains a theoretical study aimed at constructing an argumentative theoretical model to be applied as a guide in the teaching approach of a mathematics teaching subject, as well as an instrument to analyze students' arguments. As a data source for model construction, we used Toulmin's and Perelman's theoretical argumentative contributions and articles in the field of Mathematics Education that investigate argumentation in the context of higher learning. The model proposes argumentative strategies that can be applied during higher learning mathematics classes: constructing justificatory arguments according to an argumentative structure, recognizing types of arguments and using techniques that can be employed to foster the discussion and persuasion of mathematical topics. Furthermore, the model can serve as an analytical framework for studies that analyze students' arguments in this educational setting.

Keywords: Argumentation. Higher Learning. Analytical Framework. Theoretical Framework from Toulmin's and Perelman's perspectives. Mathematics Education

3.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

A argumentação é prática central para o estudo na Matemática. Ela pode ser contextualizada para atender diferentes finalidades. No Ensino Superior, a argumentação, além de ser utilizada como abordagem de ensino, é adotada como instrumento teórico para avaliar os argumentos de estudantes e de professores (Simpson, 2015). Compreendemos a argumentação como um processo comunicativo, no qual se apresenta uma asserção com base em uma, ou mais, premissa(s) e se buscam justificativas para validar essa asserção dentro de um contexto de uso. O processo visa à adesão de um auditório à asserção, tanto no aspecto intelectual quanto no emocional (Perelman, 1993). Assim, a argumentação demanda um encadeamento lógico dos argumentos apresentados.

Em detrimento de a argumentação ser considerada essencial para a construção do conhecimento (Metaxas; Potari; Zachariades, 2016), estudantes da graduação em Licenciatura em Matemática, bem como do Bacharelado, têm dificuldades tanto para construir justificativas em argumentos matemáticos quanto para conjecturar e argumentar em torno de explicações dos resultados matemáticos, especialmente em discussões direcionadas a demonstrações¹⁷ (Uygun-Eryurt, 2020; Zazkis; Weber; Mejía-Ramos, 2016)¹⁸. Estudos indicam que as atividades propostas, sobretudo por meio de um ensino tradicional, não promovem o desenvolvimento das habilidades de argumentar e de construir conjecturas (Silva Júnior, 2019).

Para Fukawa-Conelly (2014), em disciplinas do curso de Matemática que trabalham o ensino de provas, predomina uma característica da vertente preconizada pelo ensino tradicional

¹⁷ Demonstração: refere-se à prova no âmbito matemático e adota uma sequência de asserções articuladas, seguindo uma lógica estabelecida. Consideramos demonstração como sinônimo de prova matemática (Balacheff, 1988).

¹⁸ As traduções/adaptações das referências da literatura de língua estrangeira consultada e presente nas citações diretas e indiretas neste artigo foram realizadas pelos autores.

com enfoque na lógica e na abordagem mecânica das provas, sem uma discussão dos porquês de as etapas das provas serem verdadeiras. Nesse tipo de abordagem de ensino, é considerada ínfima a participação ativa de estudantes. Há uma necessidade de adotar metodologias ativas em disciplinas do curso de Matemática e promover situações que possibilitem o aflorar do processo argumentativo nas aulas (Can; Isleyen, 2020; Silva Júnior, 2019).

Por sua vez, pesquisas têm apontado alternativas baseadas em metodologias que utilizem a abordagem de ensino argumentativa, pois promovem a participação ativa de estudantes (Boavida, 2005; Can; Isleyen, 2020; Solar; Deulofeu, 2016). Por meio dessa perspectiva de ensino, estudantes podem adquirir a capacidade de persuadir os outros, expressando e defendendo suas ideias, bem como refutando a ideia apresentada por outro (Can; Isleyen, 2020).

A inserção da argumentação na Educação Matemática é de extrema importância. É essencial proporcionar aos estudantes a capacidade de raciocinar e argumentar sobre a Matemática. Assim, por acreditar em um ensino que adote uma perspectiva argumentativa em disciplinas de um curso de Licenciatura, sustentamos que é fundamental que estudantes, futuros professores, apropriem-se de teorias argumentativas. Desse modo, tal inserção poderá proporcionar aos estudantes atividades de cunho argumentativo e promover a aprendizagem por meio de discussões.

Ademais, pesquisas apontam que devem ser realizadas mais investigações sobre a abordagem com enfoque argumentativo no âmbito do Ensino Superior em diversas disciplinas do curso de Matemática, sobretudo aquelas que ensinam provas matemáticas. Além disso, há lacunas a serem investigadas em relação: ao efeito de uma abordagem de cunho argumentativo nessa modalidade de ensino; ao vínculo entre atividades argumentativas e qualidade da argumentação; aos aspectos argumentativos para avaliar o ensino de provas; e à avaliação de integração entre modelos argumentativos (Can; Isleyen, 2020; Fukawa-Conelly, 2014; Gabel; Dreyfus, 2016; Metaxas; Potari; Zachariades, 2016).

Neste artigo, utilizamos dois referenciais teóricos, de Toulmin (2006) e de Perelman (1993) para apresentar um modelo teórico argumentativo. Enquanto Toulmin (2006) seguiu a vertente lógica da argumentação, Perelman (1993) adotou a vertente retórica¹⁹. Ambos

¹⁹ Na retórica perelmaniana, o processo argumentativo traz uma interação dos argumentos, visando a um acordo (Perelman, 1993). Já a argumentação na vertente lógica é orientada no processo de identificar e verificar a função dos elementos constitutivos presentes no argumento, bem como a relação existente entre eles ao analisar a estrutura formal do argumento (Mendonça; Justi, 2013).

buscavam uma valorização da lógica informal²⁰, pois, para eles, a atitude racional não se limita ao cálculo lógico. Conforme Carneiro, Teixeira e Oliveira (2023) e Metaxas, Potari e Zachariades (2016), é válido associar duas perspectivas, tanto para orientação de abordagem de ensino quanto para avaliação de argumentos de estudantes e de professores, pois proporciona maior diversidade de aspectos argumentativos. A depender da limitação apresentada por uma das perspectivas, é possível solucionar com a outra.

Com base no contexto apresentado, o objetivo deste artigo é construir um modelo teórico argumentativo para ser aplicado como orientação para uma abordagem de ensino de uma disciplina do curso de Licenciatura em Matemática, bem como para ser utilizado como instrumento de análise de argumentos de estudantes. Destarte, este estudo trata de uma pesquisa bibliográfica, pois é desenvolvido com base em material já elaborado, constituído de livros e artigos científicos. Ademais, é uma pesquisa bibliográfica de tipo teórica que, segundo Demo (1985), tem como característica identificar a bibliografia relevante e elaborar novos conceitos, além de dialogar com os outros teóricos, atuais ou clássicos. Portanto, conforme Barbosa (2018), mobilizamos a bibliografia a partir de um conjunto de outros estudos para interlocução, de acordo com a necessidade, para construirmos a argumentação deste texto.

Nas seções a seguir, apresentamos o aporte teórico de Toulmin (2006) e de Perelman (1993) para, em seguida, propor um modelo teórico argumentativo fundamentado na associação dessas perspectivas e, por fim, as implicações desta pesquisa.

3.2 PERSPECTIVA ARGUMENTATIVA DE TOULMIN

Toulmin (2006) rompeu com o campo tradicional da lógica formal e focou na aplicação dos argumentos na prática, procurando investigar os modos que são utilizados para avaliar a solidez, a força e o caráter conclusivo de argumentos. Ao analisar argumentos em diferentes campos, ele revelou uma maior variedade do que pode ser considerada por qualquer sistema formal (Toulmin, 2006). Assim, ele propôs uma teoria da argumentação que caracterizasse a estrutura de um argumento racional e que fosse complementar à lógica formal.

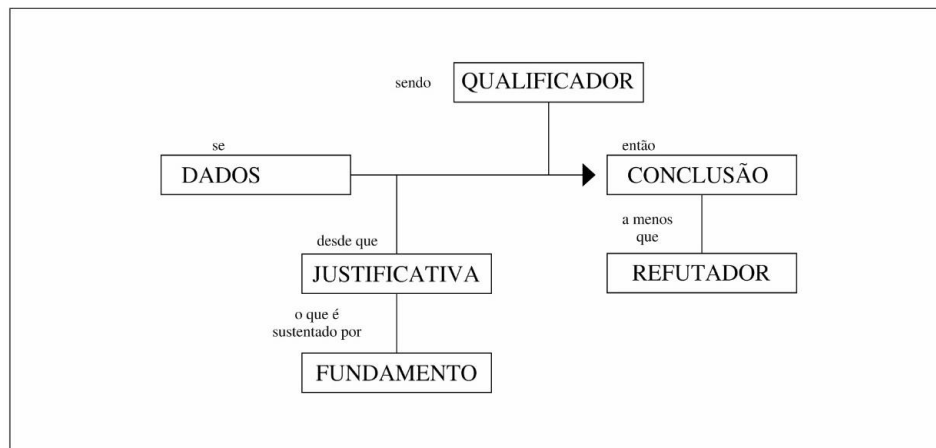
Utilizando o modelo da jurisprudência em contraste com a lógica formal, Toulmin (2006) propôs um *layout*, um modelo de argumentos que é invariável em relação ao campo da

²⁰ Na lógica formal, a validade dos argumentos depende apenas do formato das afirmativas: as premissas precedem a conclusão, que é uma consequência das premissas, enquanto a lógica informal, a qual compreendemos como sinônimo de teoria da argumentação, tem como intuito desenvolver procedimentos para análise, interpretação, avaliação, crítica e construção da argumentação no discurso cotidiano (Mendonça; Justi, 2013).

argumentação, seja no domínio da Matemática, da Física ou de outra área em questão, que permita a caracterização de argumentos relacionados ao seu contexto de uso. Esse *layout* possibilita avaliar os argumentos justificatórios. Um argumento, para Toulmin, pode ser compreendido como uma linha de raciocínio ou encadeamento lógico e, de maneira mais precisa, como sequências de razões e pretensões interligadas que estabelecem um conteúdo e a força da posição que um orador defende.

O *layout* para a análise de argumentos identifica os elementos básicos que os compõem e as relações entre esses elementos, que são dadas por suas respectivas funções na estrutura do argumento como um todo. O *layout* de um argumento completo é apresentado na Figura 3.

Figura 3 – Layout de Toulmin para a argumentação



Fonte: Adaptado de Toulmin (2006).

Os elementos minimamente exigidos para a composição de um argumento são identificados como: os dados (as evidências que suportam uma afirmativa), a conclusão (as declarações feitas com base nos dados) e a justificativa (afirmativa que autoriza as conexões entre dados e conclusão). Para Toulmin (2006), um argumento que se apresenta no eixo dados-justificativa-conclusão é considerado um argumento minimamente consistente, e o compreendemos como a forma reduzida do *layout*. Os demais elementos que compõem um argumento são: o fundamento (o conhecimento partilhado, pelo campo, que credencia a justificativa), o qualificador modal (indica o grau de confiança em uma conclusão) e a refutação (a afirmação que refuta a justificativa e, assim, invalida a conclusão). Quando o argumento se apresenta com todos os elementos, consideramo-lo como *layout* completo.

Para Carneiro, Teixeira e Oliveira (2023) e Simpson (2015), o uso do *layout* de Toulmin (2006) tem sido recorrente na literatura da Educação Matemática no Ensino Superior, tanto para

análise dos argumentos produzidos em sala de aula por estudantes (Uygun-Eryurt, 2020; Wawro, 2015) quanto por professores (Fukawa-Conelly, 2014). Além de empregarem o *layout* para investigações acerca dos argumentos de estudantes e de professores, o ensino da argumentação, na perspectiva de Toulmin (2006), tem sido promovido durante a intervenção didática (Can; Isleyen, 2016, 2020; Uygun-Eryurt, 2020).

Estudos evidenciaram que o *layout* tem sido um importante instrumento metodológico para investigar a argumentação em contextos de Matemática no Ensino Superior, ao avaliar: o processo de justificações, as estruturas de argumentação em processos de provas matemáticas; a qualidade da argumentação; e o ensino de graduação (Fukawa-Conelly, 2014; Uygun-Eryurt, 2020; Wawro, 2015;). Ademais, esses estudos destacam efeitos frutíferos da abordagem argumentativa no ensino, entre eles: avanço na qualidade da argumentação, melhor desenvolvimento na construção de provas e aumento no desempenho acadêmico.

3.3 PERSPECTIVA ARGUMENTATIVA DE PERELMAN

Para Perelman (1993), o papel da argumentação está ligado à razão livre. Ela será fundamental em todos os domínios, nos quais se vê atuar esta razão, mesmo quando se tratar da resolução de problemas teóricos. Portanto, a atitude racional não é apenas cálculo. A finalidade da teoria da argumentação “é o estudo das técnicas discursivas que permitem provocar ou aumentar a adesão dos interlocutores às teses que se lhes apresentam aceitação” (Perelman; Olbrechts-Tyteca, 2005, p. 4). Essa teoria argumentativa discute como os discursos visam ganhar a adesão de um auditório, tanto no aspecto intelectual quanto no emocional, e complementar a teoria da demonstração.

Segundo Perelman (1993, p. 33), o auditório é concebido como o “conjunto daqueles que o orador quer influenciar pela sua argumentação”. Ao orador cabe a análise daqueles que constituem o auditório dos seus discursos, sejam estes falados ou escritos. Nessa perspectiva, o orador precisa ter atenção com os dados selecionados e com a forma escolhida para criar a presença,²¹ para que possa persuadir seu auditório, levando-o a aderir ao argumento que propõe. Ele precisa, também, conhecer o auditório e adaptar sua argumentação a ele. Se trouxermos essa situação para a dinâmica de uma sala de aula de Matemática, identificamos a importância de o professor, enquanto o orador desse auditório, conhecer sua turma, buscar ferramentas e

²¹ Na construção de um argumento, o orador pode selecionar elementos sobre os quais aplica uma atenção, dotando-os de presença. Eis algumas figuras retóricas na teoria de Perelman utilizadas para criar a presença: repetição de ideias; acumulação de relatos; uso das ilustrações e evocação de detalhes (Gabel; Dreyfus, 2017).

estratégias adequadas para propiciar um ambiente de discussão, de valorização das opiniões e conseguir a adesão de estudantes às atividades propostas. O professor pode completar o estudo da argumentação com metodologias especializadas de acordo com o tipo de auditório e o gênero da disciplina, considerando as teses e os métodos que são admitidos em cada uma delas.

No âmbito dos tipos de argumentos definidos por Perelman e Olbrechts-Tyteca (2005), temos os que estão processados via ligação e os que estão por dissociação. Para esses autores, os argumentos que utilizam a técnica de ligação visam a aproximar elementos distintos e, assim, permitem constituir entre estes uma solidariedade. Já os de dissociação visam a separar elementos que estão considerados como um todo ou, ao menos, um conjunto solidário dentro de um mesmo sistema e, assim, desfazem as ligações que o orador havia estabelecido. Aqui, nossa atenção centra-se nos argumentos de ligação (Quadro 3), que são qualificados como: argumentos quase lógicos, argumentos baseados na estrutura do real e argumentos que fundamentam a estrutura do real.

Quadro 3 – Tipologia dos argumentos – processamento argumentativo via ligação

Argumentos quase lógicos	Incompatibilidade; identificação; reciprocidade; transitividade; analiticidade; tautologia; regra da justiça; relação do todo com as partes; relação de ordem; e relação de variabilidade.
Argumentos baseados na estrutura do real	Sucessão, argumento pragmático, finalidade, coexistência (essência, pessoa – autoridade, duplas hierarquias e argumentos <i>a fortiori</i>).
Argumentos que fundam a estrutura do real	Exemplo, ilustração, modelo, analogia, metáfora.

Fonte: Elaborado pelos autores.

Os argumentos quase lógicos são bem utilizados no exercício da Educação Matemática, ocorrem durante a exposição de conteúdo ou a resolução de problemas. Para Perelman (1993), esses argumentos são compreendidos aproximando-os do pensamento formal, de natureza lógica ou matemática. Entre os argumentos quase lógicos, há os que apelam para estruturas lógicas, como contradição, identidade e transitividade; e os que apelam para relações matemáticas, como relação da parte com o todo, do menor para o maior e relação de frequência (Perelman; Olbrechts-Tyteca, 2005).

Quanto aos argumentos baseados na estrutura do real, eles surgem a partir de ligações que existem entre elementos do real (Perelman; Olbrechts-Tyteca, 2005). A argumentação se desenvolve por meio do acordo quanto a essas ligações. Entre esses argumentos, temos o argumento de autoridade, que é usado no contexto de ensino em geral e, em particular, nas aulas

de matemática. Um argumento de autoridade é aquele no qual citamos um especialista, autoridade em determinado assunto, para justificar uma conclusão.

Por fim, entre os argumentos que fundamentam a estrutura do real, temos o exemplo, a ilustração e a analogia, que também são utilizados nas aulas de matemática. Compreendemos que esses argumentos estabelecem conexões entre algo que se conhece e a realidade que se almeja conhecer. O exemplo é um caso particular, ou sequência de casos, que possibilita uma generalização. Por meio do exemplo, podemos encontrar outro caso particular e fundamentar a regra.

A ilustração, conforme Perelman (1993), reforça a adesão a uma regra conhecida e aceita, de maneira que relembre ao auditório o que foi estabelecido. Já a analogia acontece quando existe uma relação de semelhança entre objetos ou fatos diferentes. Assim, ao utilizar o raciocínio por analogia, empregamos como premissa um fato ou objeto que tem uma relação analógica com a conclusão ou tese principal.

Consideramos pertinente a discussão sobre os tipos de argumentos e como ocorre a interação entre eles, trazida pela teoria de Perelman (1993), pois, no ensino de Matemática, é válido o conhecimento desses tipos de argumento e de como ocorre a troca discursiva entre estudantes e entre estudantes e o professor no momento do ensino das ideias do professor. Nesse sentido, a argumentação não se contenta apenas com a compreensão, mas também com o convencimento.

A perspectiva argumentativa de Perelman (1993) é um referencial que foi empregado em estudos que investigam o fluxo de provas matemáticas, bem como em intervenções nas aulas de Matemática no Ensino Superior (Carneiro; Teixeira; Oliveira, 2023; Gabel; Dreyfus, 2016). Estudos destacam que é um referencial com potencial analítico para avaliar os argumentos de professores e estudantes (Gabel; Dreyfus, 2016, 2017; Geraldo Júnior, 2019), além de poder ser usado como abordagem de ensino por meio de seus elementos retóricos, que podem imprimir avanços para o entendimento da construção de provas matemáticas (Gabel; Dreyfus, 2016, 2017).

Após apresentar as perspectivas de Toulmin (2006) e de Perelman (1993), introduziremos um modelo argumentativo articulado com ambas. Acreditamos ser necessária a utilização das duas teorias, pois apenas uma delas não é suficiente para o tipo de produção e análise da argumentação que propomos desenvolver. Além do mais, elas convergem para uma análise da argumentação prática. Tanto a teoria argumentativa de Toulmin (2006) quanto a de Perelman (1993) buscaram expandir os raciocínios da lógica para além do formal. Contudo, elas possuem aspectos distintos.

Destarte, notamos a necessidade de utilizar os dois vieses para o modelo e propor estratégias argumentativas que possam ser aplicadas durante o ensino de Matemática no âmbito do Ensino Superior: a construção de argumentos justificatórios de acordo com uma estrutura argumentativa (perspectiva de Toulmin), o reconhecimento de tipos de argumentos presentes na prática discursiva da sala de aula e o uso das técnicas argumentativas que podem ser aplicadas a fim de alcançar a adesão de estudantes e o seu convencimento a respeito dos temas matemáticos (perspectiva de Perelman). Além do mais, ao associar as perspectivas citadas, proporcionamos mais profundidade na análise dos argumentos de estudantes, visto que empregamos diferentes elementos do discurso argumentativo. Assim, propomos o um modelo articulado com ambas as perspectivas, pois além da parte estrutural do argumento, estamos interessados nos tipos de justificativas que podem ser empregadas no processo de convencimento de temas matemáticos.

3.4 MODELO ARGUMENTATIVO TOULMINIANO E PERELMANIANO (MATP)

Para o modelo teórico de argumentação, adotaremos como fio condutor os aportes teóricos argumentativos de Toulmin (**T**) (2006) e de Perelman (**P**) (1993). Com o de Toulmin (2006), empregaremos as características estruturais que permitem definir a estrutura do argumento. Em relação às justificativas do argumento, usaremos da tipologia dos argumentos processados via associação de Perelman (1993). Desta forma, o MATP seguirá duas vertentes: lógica e retórica. O MATP pode ser aplicado como orientação para uma abordagem de ensino em disciplinas do curso de Licenciatura em Matemática, além de ser utilizado como instrumento de análise de argumentos de estudantes em contexto de Ensino Superior.

3.4.1 Abordagem argumentativa de ensino

Neste modelo, empregaremos uma abordagem de ensino com foco argumentativo. A abordagem de ensino argumentativa é um método que possibilita a participação ativa dos estudantes, que são estimulados a buscar o convencimento dos outros acerca de suas ideias (Can; Isleyen, 2020). Portanto, nessa abordagem, há estímulo e espaços para o posicionamento e para a discussão entre os estudantes sobre um determinado tema. As atividades são desenvolvidas em processo discursivo, que pode ocorrer com o grupo de toda a sala.

Para estimular a interação em sala de aula, é preciso criar ou estabelecer uma estrutura flexível, a fim de promover esse processo discursivo (Know; Younggon; Hwan, 2015; Solar; Deulofeu, 2016). O ensino nesse enfoque é guiado por ações que são caracterizadas como pró-argumentativas, pois estimulam a interação entre estudantes e de estudantes com professor, visando à produção de argumentos sobre o tema da aula. Para Solar e Deulofeu (2016), essas ações promovem uma comunicação em sala de aula.

No contexto do Ensino Superior de Matemática, estudos que utilizaram a abordagem de ensino com foco em argumentação (Can; Isleyen, 2020; Gabel; Dreyfus, 2016; Metaxas; Potari; Zachariades, 2016; Uygun-Eryurt, 2020) ressaltaram o potencial desse tipo de enfoque, ao proporcionar uma participação ativa de estudantes por meio de situações argumentativas, avanços na qualidade da argumentação escrita e falada, além de melhor desempenho acadêmico. Destacamos, aqui, aqueles estudos nessa temática que promoveram o ensino de conceitos centrais segundo a perspectiva argumentativa de Toulmin (2006) (Can; Isleyen, 2020; Uygun-Eryurt, 2020).

A abordagem de ensino argumentativo pode ser explícita ou implícita. Na abordagem explícita, há um ensino de argumentação de forma direta. Os estudantes, assim, recebem informações sobre o conceito de argumentação, a definição de argumento, a construção de argumentos e contra-argumentos, bem como os tipos de argumento. Eles discutem sobre o processo de justificação de ideias e de refutação, técnicas argumentativas, entre outras informações que dependem da perspectiva teórica argumentativa adotada pelo professor. Já na abordagem implícita, o ensino é guiado por estratégias que promovem a argumentação, mesmo que não ensine explicitamente sobre conceitos centrais de uma determinada perspectiva argumentativa.

No ensino com enfoque argumentativo explícito, o qual será adotado neste modelo, serão apresentados e discutidos os conceitos: argumentação e argumento, associando as perspectivas de Toulmin (2006) e Perelman (1993). Haverá uma discussão do MATP (identificação das principais componentes presentes nos argumentos e diferenciação do papel de cada componente do modelo). Além do mais, apresentaremos e discutiremos exemplos de justificativas conforme a tipologia de Perelman. Em seguida, construiremos argumentos do subcampo da Matemática de acordo com o esquema do MATP.

Ademais, os estudantes serão estimulados a realizar inferências por meio da perspectiva argumentativa de Toulmin, associada à de Perelman. Por exemplo, os estudantes deverão expressar as ideias com base nas premissas fornecidas. Em seguida, deverão informar uma justificativa válida entre as premissas e a ideia defendida. Poderão apresentar explicações sobre

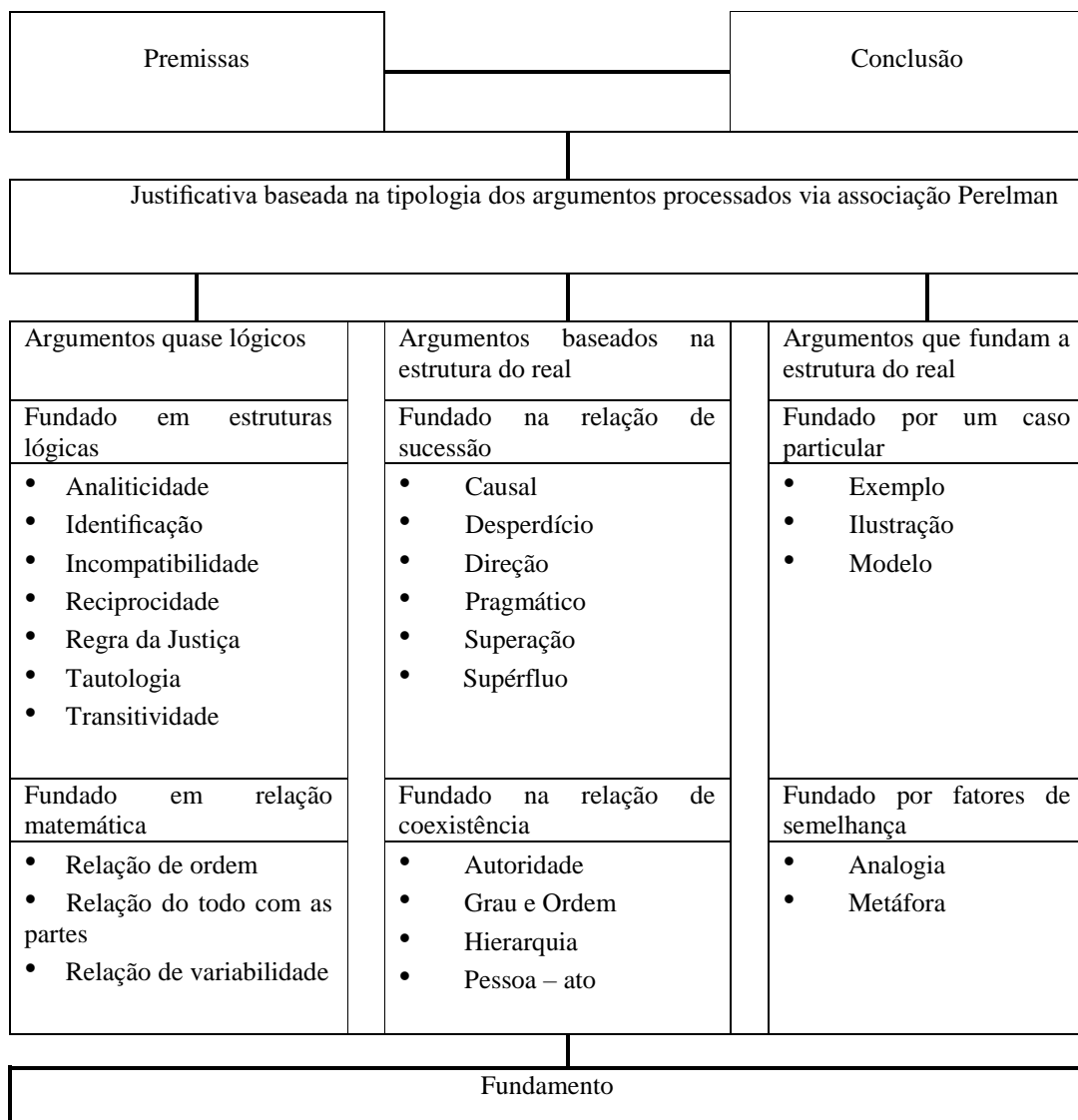
os porquês de a justificativa ser válida por meio do fundamento, assim, legitimando-a. A depender da ideia proposta, poderão ainda expor possíveis exceções, apresentando um contraexemplo, evidenciando, dessa maneira, impossibilidades, bem como podem tratar sobre a sua certeza, imprimindo, nela, confiança.

Dessa forma, as atividades propostas, na disciplina na qual o modelo será aplicado, visarão à formação e à aquisição de técnicas discursivas de acordo com o campo da Matemática. Portanto, professores e estudantes deverão adaptar-se ao seu respectivo auditório para persuadi-lo a aderir à sua conclusão. Por meio da interação dos argumentos, os interlocutores buscarão um acordo. Esses interlocutores, sejam eles os estudantes ou o professor, podem utilizar a tipologia dos argumentos para justificar as teses ou conclusões que buscam defender.

No MATP, estamos interessados, para além da construção de argumentos por meio de uma estrutura argumentativa, em aspectos da argumentação que proporcionam uma melhor adaptação ao auditório e o convencimento dos resultados matemáticos. Ao associar ambas as perspectivas, lógica e retórica, almejamos desenvolver habilidades nos estudantes que lhes permitam apresentar argumentos para justificar as ideias, conceitos, teorias e provas matemáticas para obter adesão por meio de raciocínios aceitos no campo da Matemática.

No esquema do MATP (Figura 4), articulamos elementos do *layout* de Toulmin (**T**, Figura 1) à tipologia dos argumentos segundo Perelman (**P**, Quadro 2). Nesses termos, o que é a premissa, que são as informações que promovem o acordo inicial em (**P**), correspondem aos dados na perspectiva de (**T**). A tese principal em (**P**) corresponde à conclusão (**T**). A natureza da justificativa é baseada na tipologia dos argumentos de (**P**) e o fundamento é o conhecimento partilhado, pelo campo, que credencia a justificativa. As outras componentes serão acrescentadas ao esquema desde quando o objeto do argumento requisite. O refutador é acrescentado ao esquema quando há possíveis exceções, apresentadas por meio de um contraexemplo, evidenciando, de tal modo, desacordo quanto à verossimilhança, à plausibilidade e à probabilidade da conclusão. Ou, ainda, o qualificador é acrescentado ao esquema quando há necessidade de acordo em relação à tese discutida, de tratar sobre a sua certeza, imprimindo-lhe confiança.

Figura 4 – Esquema do MATP



Fonte: Elaborado pelos autores.

Quanto às atividades propostas na disciplina, na qual o modelo será aplicado, utilizaremos o esquema do MATP (Figura 4), a fim de desenvolver as habilidades argumentativas de estudantes tanto no aspecto lógico quanto no retórico, de acordo com o subcampo da Matemática, Álgebra, Cálculo ou Geometria. Apresentamos, a seguir, situações argumentativas em que se pode utilizar a metodologia adotada no referido modelo para especificar algumas das justificativas, conforme a tipologia de Perelman, que podem ser aplicadas em aulas de Matemática no Ensino Superior.

3.4.1.1 Situações argumentativas

As situações argumentativas a seguir são aplicações do esquema do MATP nas quais discutimos a partir de conjunturas em sala de aula de Matemática no Ensino Superior. Nas referidas situações, apresentamos algumas das justificativas fundamentadas na perspectiva de (P). Na *situação 1*, a justificativa é fundamentada por argumentos que se aproximam de estruturas lógicas ou de relações matemáticas. Na *situação 2*, a justificativa é fundada pelo exemplo. Já na *situação 3*, ela é fundada pela ilustração.

Situação 1 (justificativas fundadas por argumentos quase lógicos): durante aulas de Matemática no Ensino Superior, os argumentos quase lógicos são bem utilizados durante a exposição de um conteúdo, a resolução de problemas e o processo de construção das demonstrações. Ocorrem quando professores e estudantes buscam justificar suas ideias por meio de relações conceituais do campo de estudo da disciplina (argumento de definição), ou empregam a relação de reciprocidade, bem como a de transitividade. Em contextos de ensino de Matemática, os usos de argumentos quase lógicos são frequentes, pois são argumentos empregados por se assemelharem aos raciocínios formais pelo fato de utilizarem uma linguagem natural.

Situação 2: (justificativas fundadas pelo exemplo): em uma aula de Álgebra Linear, o professor apresenta uma matriz A_2 e, em seguida, pede que determinem a sua inversa. Após um processo de discussão, a turma conjectura sobre o resultado da inversa de matriz quadrada de ordem 2 em função dos elementos da matriz A e de seu determinante. Na sequência, estudantes utilizam exemplos de matrizes quadradas de ordem 2, calculam a inversa e verificam que atende à conjectura (baseada na prática da primeira autora deste artigo). Dessa maneira, os casos particulares justificam a conclusão do resultado. Eles servem para convencer sobre o resultado. Além disso, estudantes poderiam buscar contraexemplos para testar a validade da conjectura. Mesmo que, em seguida, o professor realize a prova matemática e comprove o resultado da conjectura, os exemplos elucidarão uma melhor compreensão.

Os exemplos têm um papel muito importante no ensino de Álgebra Linear, bem como em outros campos da Matemática. Além dos usos nas situações supracitadas, eles podem servir de motivação, significado e contexto no ensino de Álgebra Linear, como foi evidenciado na investigação proposta por Strong (2018). O contraexemplo também tem um emprego de destaque nas aulas de Matemática. Na perspectiva de Perelman (1993), o *exemplum in contrarium* impede uma generalização indevida, pois mostra uma incompatibilidade com a

justificativa aplicada e, desta forma, invalida a generalização, enquanto, sob a lente teórica de Toulmin (2006), um contraexemplo refuta a conclusão.

Situação 3 (justificativa fundada pela ilustração): quando em aulas de Matemática utilizam-se ilustrações via diagramas ou gráficos para aumentar a adesão de uma regra conhecida e admitida. Essas ilustrações não têm a intenção de substituir o abstrato pelo concreto. Elas assumem o papel da justificativa ao fundar o raciocínio da tese ou conclusão que estão defendendo. Ademais, elas podem tornar algumas propriedades mais nítidas, em particular no ensino de Matemática, ao gerar situações que estimulem a compreensão do resultado em discussão, em aulas de um curso de Cálculo, ou mesmo de Análise Real, quando ocorre uma discussão sobre funções. No estudo, adaptado de Zazkis, Weber e Mejía-Ramos (2016), uma das discussões propostas foi sobre a integral de $\sin 3x$. O estudante utilizou inferências por meio de gráficos a fim de visualizar a simetria em relação à origem para justificar suas conclusões. Outra situação foi sobre a derivada de uma função par. O estudante explicou sua conclusão utilizando, também, inferências gráficas. A representação gráfica, denominada de argumento gráfico, contribui para um melhor sucesso na prova matemática.

Apresentamos situações com ênfase na tipologia das justificativas. No entanto, não podemos deixar de destacar o papel importante da componente do fundamento. O fundamento, para Perelman e Olbrachets-Tyteca (2005), é a competência. “Busca-se nas regras de condicionamento, de aquisição de aptidões, nas regras de verificação das aptidões e nas regras de confirmação da competência” (Perelman; Olbrachets-Tyteca, 2005, p. 352). Compreendemos essa competência como a palavra do professor ou a citação encontrada em um livro que trata do assunto específico. Para Toulmin (2006), os fundamentos dão suporte às justificativas. Existem várias situações em contexto de ensino de Matemática, nas quais os estudantes fundam seus raciocínios, apoiando-se em leis matemáticas já demonstradas, encontradas em livros ou mesmo em provas construídas por um professor. Para Toulmin (2006), o fundamento credencia a justificativa. Em relação ao qualificador e o refutador, eles podem ser descritos na respectiva situação, a depender da conjuntura argumentativa.

Reconhecemos a importância da lógica formal para o ensino de Matemática, por meio dos seus processos dedutivos como parte da construção dos conhecimentos científicos. No entanto, na dinâmica da sala de aula de Matemática, temos argumentos formais e informais²².

²² Argumentos são formais quando as justificativas são baseadas em definições, axiomas e teoremas. Já em relação aos argumentos informais, a justificativa é fundamentada em interpretação concreta de conceitos matemáticos, como, por exemplo, representações visuais e outras representações ilustrativas (Laamena *et al.*, 2018 *apud* Knipping, 2003).

Dessa forma, compreendemos que a argumentação que é utilizada em ambientes de sala de aula de Matemática não está necessariamente ligada à lógica formal. Sustentamos a utilização de ambos os argumentos para levar os estudantes à compreensão dos temas matemáticos.

3.4.2 INSTRUMENTO DE ANÁLISE

Neste modelo, quanto ao quadro analítico, observamos o papel de cada componente presente nos diálogos argumentativos, ou seja, nas premissas, justificativas, qualificações, fundamentos, refutações e conclusões. Notamos se o estudante constrói argumentos atendendo ao esquema proposto no MATP. Verificamos, também, se há domínio das técnicas discursivas conforme a tipologia de argumentos para apoiar a discussão de resultados matemáticos.

A qualidade da argumentação será avaliada em função da consistência da justificação e do fundamento, além dos outros elementos que sejam necessários para validar o argumento. A situação argumentativa define a necessidade da presença das componentes, a quantidade e a natureza das justificativas no intuito de validar a conclusão. Um argumento será caracterizado de melhor qualidade se atender ao seu objeto de maneira que ele seja bem estruturado, devidamente justificado e valide a conclusão. Vejamos a situação argumentativa abaixo:

Em uma aula de Geometria Plana na qual sejam apresentadas as componentes do argumento para mostrar que, dadas certas condições, o triângulo é isósceles (adaptado de Sales, 2010).

Premissa: um triângulo cuja altura coincide com uma bissetriz.
 Justificativas: dois ângulos correspondentes são congruentes e um lado é comum (fundamentada em relações conceituais).
 Desenho do triângulo com a altura coincidindo com a bissetriz (fundado pela ilustração).
 Fundamentos: bissetriz produz dois ângulos retos; bissetriz e altura representam um único elemento.
 Conclusão: o triângulo é isósceles.
 Refutação: se a altura não for a bissetriz.

O objeto do argumento está bem estruturado, justificado e validado com essas componentes. Ainda que não tivesse a segunda justificativa, a conclusão, nessa situação, seria validada. No entanto, a ilustração pode tornar a asserção da conclusão mais nítida, além de aumentar a adesão à conclusão defendida. Ademais, de acordo com a contextura argumentativa, há uma condição sob a qual a conclusão não se mantém, necessitando, assim, da presença do refutador. Para examinar os argumentos, adotaremos os critérios a seguir.

Compreendemos como um argumento de estrutura mais simples aceitável aquele que se centra no eixo premissas-justificativa-conclusão. Na perspectiva toulminiana, um argumento que é composto pelo eixo dados-justificativa-conclusão é minimamente aceito, uma vez que os dados podem ser utilizados para apoiar a conclusão e a justificativa pode validar a conclusão, oferecendo uma conexão entre dados e conclusão. Consideramos esse argumento de mínima qualidade (Estágio A), desde que o argumento não apresente todas as justificativas necessárias para validar a conclusão. De acordo com a situação argumentativa, aqueles argumentos que apresentam a justificativa (ou as justificativas), que são necessárias para validar a conclusão, serão considerados de qualidade mediana (Estágio B₁). Se além dos itens citados no estágio B₁, o argumento contemplar justificativa(s) complementar(es) para validar a conclusão, serão considerados de qualidade mediana ainda melhor (Estágio B₂). Quanto à natureza da justificativa, analisaremos de acordo com as técnicas argumentativas de Perelman (1993). Ao avaliar a natureza das justificativas, poderemos analisar com mais profundidade a qualidade da argumentação, uma vez que as estruturas analíticas para investigações acerca de argumentos apresentam o foco na justificação de alguma maneira (Sampson; Clark, 2008). Para esses autores, os argumentos fortes consistem na apresentação de justificativas relevantes que apoiam a conclusão. Já os argumentos fracos não apresentam justificativas relevantes. Compreendemos que a qualidade da argumentação é maior quando a justificativa dá maior certeza à conclusão, ou, no caso de apontar menor certeza, qualifica-a de acordo com as possíveis refutações.

Se além dessas três componentes, incluindo mais de uma justificativa (a depender do objeto do argumento), o argumento possuir fundamentos, compreendemos como uma melhor qualidade (Estágio C₁). Consideramos importante, no processo argumentativo, sobretudo no Ensino Superior, a apresentação do fundamento, a fim de imprimir credibilidade à justificativa. Ademais, a depender do objeto do argumento, pode ser necessária a presença dos elementos: qualificador e/ou refutador. Se houver a necessidade destes últimos elementos na composição e validade do argumento, compreendemos como de melhor qualidade (Estágio C₂).

Nessa esfera, propomos um quadro analítico no qual integramos o modelo estrutural de Toulmin (2006) à perspectiva teórica de Perelman (1993) (Quadro 4).

Quadro 4 – Quadro analítico utilizado para avaliar a qualidade da argumentação

Estágio A	Argumentos que atendem ao eixo: premissas-justificativa-conclusão, mas que não apresentam todas as justificativas necessárias para validar a conclusão.
Estágio B	B ₁ : Argumentos que possuem premissas, conclusão e constituem-se de todas as justificativas necessárias para validar a conclusão, mas não apresentam os fundamentos. B ₂ : Argumentos que além dos itens citados no estágio B ₁ , contemplam justificativa(s) complementar(es) para validar a conclusão.
Estágio C	C ₁ : Consiste em argumentos que além dos itens citados no estágio B ₁ ou B ₂ , apresentam fundamentos para justificativas. C ₂ : Argumentos que além dos itens citados no estágio C ₁ , contemplam uma refutação e/ou qualificação, caso a situação argumentativa requirite a presença destas componentes.

Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

Com este modelo analítico, podemos investigar habilidades argumentativas dentro de um enfoque lógico e retórico. Nessa direção, observamos, a partir dos critérios supracitados, se estudantes constroem argumentos estruturados, apresentam justificativas e os fundamentam de maneira consistente, bem como se adquiriram técnicas argumentativas para apoiar o convencimento de suas ideias. Além disso, podemos avaliar a qualidade da argumentação. A seguir, apresentamos algumas implicações deste estudo para a prática e para a pesquisa.

3.5 IMPLICAÇÕES PARA A PRÁTICA E PARA A PESQUISA

Neste estudo, construímos um modelo Argumentativo Toulminiano e Perelmaniano – MATP – para ser empregado como estratégia de ensino em uma disciplina do curso de Licenciatura em Matemática, bem como servir de quadro analítico para avaliar argumentos de estudantes. Esperamos que esse modelo traga contribuições para o avanço ou a melhoria da produção sobre a temática argumentativa na Educação Matemática no Ensino Superior. Apresentamos uma proposta de ensino explícito sobre argumentação, sobretudo com situações argumentativas em que se pode utilizar a metodologia adotada nesse modelo para especificar a estrutura de argumentos. Propomos um quadro analítico que busca avaliar tanto o aspecto lógico quanto o retórico de argumentos de estudantes em contexto de Ensino Superior de Matemática. Além do mais, o modelo permite uma flexibilidade e, com as devidas adaptações, de acordo com o contexto da disciplina, também poderá ser aplicado ao Ensino de Ciências. Assim, este modelo pode suscitar novos estudos.

Por apresentarmos um modelo argumentativo inédito sobre as perspectivas de Toulmin (2006) e Perelman (1993), apoiado por uma literatura específica e direcionada ao Ensino

Superior de Matemática, apontamos a necessidade da aplicação do modelo em disciplinas do curso de Licenciatura em Matemática para realizarmos uma avaliação mais ampla acerca de seus usos e obtermos inferências para o campo de estudo da Educação Matemática. Ademais, indicamos que sejam encaminhadas pesquisas para analisar, criticar e revisar o modelo por parte de pesquisadores da Educação Matemática e do Ensino de Ciências.

Além disso, consideramos relevante que o modelo seja aplicado em cursos para formação de professores, pois esses profissionais poderão proporcionar aos estudantes atividades com enfoque argumentativo e promover a aprendizagem por meio de discussões. Nesse sentido, acreditamos que, ao facilitar o ensino de argumentação para professores, eles podem estimular os alunos ao processo de justificação dos resultados, bem como proporcionar um ambiente favorável a discussões, visando a uma análise plausível dos temas discutidos em sala de aula de modo a construir uma argumentação consistente. Destarte, apontamos para a necessidade de pesquisas que estejam direcionadas à temática que engloba formação de professores e argumentação, sobretudo de Ciências e de Matemática.

3.6 REFERÊNCIAS

BOAVIDA, A. M. R. **A argumentação em matemática**: Investigando o trabalho de duas professoras em contexto de colaboração. 2005. 975 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Ciências, Universidade de Lisboa, Lisboa, 2005.

BALACHEFF, N. Aspects of proof in pupils' practice of school mathematics. Translated David Pimm D. (ed.). **Mathematics, Teacher and children**. London: Hodder & Stoughton, 1988. p. 216-235.

BARBOSA, J. C. Abordagens teóricas e metodológicas na Educação Matemática: aproximações e distanciamentos. In; Oliveira, M. P.; ORTIGÃO, M. I. R. (Org.). **Abordagens teóricas e metodológicas nas pesquisas em educação matemática**, E-book, Coleção SBEM, v. 13, Biblioteca do Educador, 2018. p. 17-57. Disponível em: https://www.sbem.com.br/files/ebook_.pdf. Acesso em: 15 set. 2021.

CAN, O. S.; ISLEYEN, T. The effect of probability instruction through argumentation approach on the achievement of preservice teachers and the permanence of their knowledge. **African Education Research Journal**, [s. l.], v. 8. p. 540- 553, 2020. Disponível em: <https://doi.org/10.30918/AERJ.8S3.20.072>. Acesso em: 15 set. 2021.

CAN, O. S.; ISLEYEN, T. Teaching Probability to Pre-Service Teachers with Argumentation Based Science Learning Approach. **Journal of Educational and Practice**, [s. l.], v. 7, n. 33, p. 109- 116, 2016. Disponível em: <https://eric.ed.gov/?id=EJ1122873>. Acesso em: 15 set. 2021.

CARNEIRO, J. S.; TEIXEIRA, E. S.; OLIVEIRA, A. M. P. de. Usos da argumentação na educação matemática: uma revisão sistemática da literatura no Ensino Superior. **Educação Matemática Pesquisa**. [s.l.], v. 25, n.3, p.131-148, 2023.

DEMO, P. **Introdução da metodologia**. São Paulo: Atlas, 1985.

FUKAWA-CONNELLY, T. Using Toulmin analysis to analysis an instructor's proof presentation in abstract algebra. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**, [s. l.], v. 45, n. 1, p. 75-88, 2014. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1080/0020739x.2013.790509>. Acesso em: 15 set. 2021.

GABEL, M.; DREYFUS, T. Affecting the flow a proof by creating presence – a case study in Number Theory. **Educational Studies em Mathematics**, [s. l.], v. 96, n. 2, p. 187-205, 2017. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/s10649-016-9746-z>. Acesso em: 15 set. 2021.

GABEL, M.; DREYFUS, T. The flow of a proof: establishing a basis of agreement. CERME 10, Dublin, [s. l.], v. 1, p. 155-162, 2016. Disponível em: <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01865664/document>. Acesso em: 27 jun. 2021.

KNIPPING, C. Argumentation structures in classroom proving situations. *In: Proceedings of the Third Conference of the European Society in Mathematics Education*, 2003.

KWON, N.; YOUNGGON, B.; HWAN, O. Design research on inquiry-based multivariable calculus: focusing on students' argumentation and instructional design. **ZDM: The International Journal on Mathematics Education**, [s. l.], v. 47, n. 6, p. 997-1011, out. 2015. DOI: <http://dx.doi.org/10.1007/s11858-015-0726-z>.

LAAMENA, M. *et al.* How do the Undergraduate Students Use an Example in Mathematical Proof Construction: A Study based on Argumentation and Proving Activity. **International Eletronic Journal of Mathematics Education**, [s. l.], v. 13, n. 3, p. 185-198, jul. 2018.

MENDONÇA, P. C. C.; JUSTI, R. S. Ensino-aprendizagem de ciências e argumentação: discussões e questões atuais. **Revista Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências**, Belo Horizonte, v. 13, n. 1, p. 187-216, jan./abr. 2013.

METAXAS, N.; POTARI, D.; ZACHARIADES, T. Analysis of a Teacher's pedagogical arguments using Toulmin's model and argumentation schemes. **Educational Studies in Mathematics**, [s. l.], v. 93, n. 3, p. 383-397, 2016. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/s10649-016-9701-z>. Acesso em: 15 set. 2021.

PERELMAN, C. **O império retórico: Retórica e argumentação**. Porto: Edições ASA, 1993.

PERELMAN, C.; OLBRECHTS-TYTECA, L. **Tratado da argumentação: A nova retórica**. São Paulo: Martins Fontes, 2005.

SALES, A. **Práticas argumentativas no estudo da geometria por acadêmicos de licenciatura em matemática**. 2010. 243 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Centro de Ciências Humanas e Sociais, Universidade Federal do Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2010.

SAMPSON, V.; CLARK, D. B. Assessment of the Ways Students Generate Arguments in Science Education: Current Perspectives and Recommendations for Future Directions. **Sci. Ed.**, [s. l.], v. 92, n. 3, p. 447-472, 2008.

SILVA JÚNIOR, G. A. da. **Elementos de exploração argumentativa docente na sala de aula**: uma proposta de análise à luz de teoria de Perelman e Olbrechts-Tyteca. 2019. 84 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências Exatas e da Terra) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2019.

SIMPSON, A. The anatomy of a mathematical proof: implications for analyses with Toulmin's scheme. **Educational Studies in Mathematics**, [s. l.], v. 90, n. 1, p. 1-17, 11 jul. 2015. DOI: <http://dx.doi.org/10.1007/s10649-015-9616-0>.

SOLAR, H.; DEULOFEU, J. Condiciones para promover el desarrollo de la competencia de argumentación en el aula de matemáticas. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 30, p. 1092-1112, 2016.

STRONG, D. **Motivating Examples, Meaning and Context in Teaching Linear Algebra**. Challenges and Strategies in Teaching Linear Algebra, p. 337-351, 2018.

TOULMIN, S. E. **Os Usos do Argumento**. Tradução Reinaldo Guarany. São Paulo: Martins Fontes, 2006.

UYGUN-ERYURT, T. Conception and Development of Inductive Reasoning and Mathematical Induction in the Context of Written Argumentations. **Acta Didactica Napocensia**, [s. l.], v. 13, n. 2, p. 65-79, 2020.

WAWRO, M. Reasoning About Solutions in Linear Algebra: the case of abraham and the invertible matrix theorem. **International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education**, [s. l.], v. 1, n. 3, p. 315-338, 30 set. 2015. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1007/s40753-015-0017-7>. Acesso em: 15 set. 2021.

ZAZKIS, D.; WEBER, K.; MEJÍA-RAMOS, J. P. Bridging the gap between graphical arguments and verbal-symbolic proofs in a real analysis context. **Educational Studies in Mathematics**, [s. l.], n. 2, v. 93, p. 155-173, out. 2016. Springer Science and Business Media LLC. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/s10649-016-9698-3>. Acesso em: 15 set. 2021.

CAPÍTULO IV

QUALIDADE DA ARGUMENTAÇÃO DE ESTUDANTES DA LICENCIATURA EM MATEMÁTICA NA DISCIPLINA ÁLGEBRA LINEAR

Resumo: Este artigo utiliza o Modelo Argumentativo Toulminiano e Perelmaniano (MATP) na disciplina de Álgebra Linear da Licenciatura em Matemática, empregando-o como orientação da estratégia de ensino e instrumento analítico. O objetivo da pesquisa é analisar a qualidade dos argumentos construídos pelos estudantes nessa disciplina. Por meio de uma estratégia no formato de intervenção, observou-se que a maioria dos estudantes encontrou dificuldade em construir argumentos consistentes com justificativas necessárias para realizar a conexão entre as premissas e a conclusão, além de demonstrarem menos fundamentação e uso de recursos retóricos. Apesar das limitações na qualidade da argumentação dos estudantes ao longo do estudo, a intervenção foi considerada positiva para o desenvolvimento futuro de suas habilidades argumentativas no contexto da Álgebra Linear.

Palavras-chaves: Argumentação; Licenciandos(as) em Matemática; Modelo teórico argumentativo; Álgebra Linear.

Abstract: This article uses Toulmin's and Perelman's Argumentation Model (TPAM) in a Linear Algebra course within the Mathematics Teaching program as a guide to teaching strategies and as an analytical tool. The aim of this study is to analyze the quality of the argumentation devised by students in the aforementioned course. Through an intervention strategy, it was possible to observe that most students found it difficult to devise consistent argumentation containing the necessary justification in order to establish the link between the premises and the conclusion. Moreover, they displayed less grounds and use of rhetorical resources. Despite the limitations in students' argumentation throughout the study, the intervention was considered positive for the future development of their argumentation skills within the context of Linear Algebra.

Keywords: Argumentation; Mathematics students; Argumentation theory model; Linear algebra.

4.1 INTRODUÇÃO

No âmbito educacional, a argumentação tem sido utilizada como instrumento de análise de argumentos de estudantes e de professores, além de fundamentar propostas de ensino (Carneiro; Teixeira; Oliveira, 2023; Uygun-Eryurt, 2020). O desenvolvimento da habilidade argumentativa promove a possibilidade de discussão de temas e estimula a tomada de posições e o processo de justificação e fundamentação. Para Wawro (2015), a compreensão profunda e a justificativa são possíveis para estudantes quando se engajam na argumentação matemática.

Apesar de a argumentação desempenhar uma função importante nas aulas de Matemática, é comum que os universitários, sobretudo os de Licenciatura em Matemática, tenham dificuldades para formular e justificar seus argumentos no contexto de uma atividade matemática. Estudantes têm dificuldade em justificar os elementos da matemática, entre eles, os de Álgebra Linear, da Álgebra Abstrata e do Cálculo (Matos, 2017; Uygun-Eryurt, 2020; Wawro, 2015). No entanto, estudos apontam metodologias diferenciadas que apresentam, entre as alternativas para superar essas dificuldades, propostas de ensino com foco em argumentação (Almeida; Malheiro, 2018; Carneiro; Teixeira; Oliveira, 2023; Rodrigues; Silva; Monteiro, 2021).

Ademais, há uma lacuna na literatura que investiga a argumentação tanto de estudantes quanto de professores em salas de aula de Matemática em contexto de Ensino Superior à luz da integração de lentes teóricas argumentativas (Gabel; Dreyfus, 2017; Metaxas; Potari; Zachariades, 2016; Rodrigues; Silva; Monteiro, 2021). Para Rodrigues, Silva e Monteiro (2021), há uma carência de pesquisas sobre argumentação em contexto de Ensino Superior, sobretudo com licenciandos(as) em Matemática. Gabel e Dreyfus (2017) destacam a importância de analisar não apenas a estrutura da argumentação, mas também complementar com outras vertentes que proporcionem uma análise da qualidade da argumentação, relacionando-a com elementos retóricos.

Neste estudo, apresentamos uma análise da argumentação de estudantes de um curso de Licenciatura em Matemática de uma universidade pública baiana em atividades com foco na Álgebra Linear. A investigação envolveu a aplicação de um modelo argumentativo fundamentado em dois referenciais teóricos, o de Toulmin (2006), empregando o aspecto estrutural, e o de Perelman (1993), quanto ao aspecto retórico. Esse modelo norteou a abordagem de ensino durante a intervenção, bem como serviu de instrumento de análise. Por conseguinte, o modelo permite analisar a estrutura do argumento e os aspectos retóricos por meio da tipologia da justificativa do argumento.

Para a construção dos dados deste estudo, fizemos o uso da observação e de documentos, da produção de argumentos escritos, em duas etapas distintas da disciplina de Álgebra Linear. Escolhemos a Álgebra Linear por sua importância estrutural na componente curricular estudada.

Com base nos argumentos apresentados, o objetivo deste artigo é analisar a qualidade²³ dos argumentos construídos por estudantes de Licenciatura em Matemática na disciplina

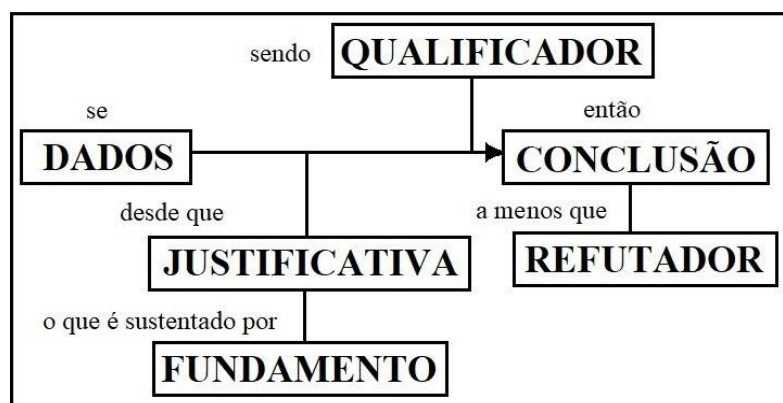
²³ Mencionamos a qualidade dos argumentos construídos pelos estudantes ao nos referirmos aos modos pelos quais esses estudantes elaboram e justificam seus argumentos. A análise enfoca a consistência, estrutura e recursos

Álgebra Linear. Na próxima seção, apresentaremos o quadro teórico que fundamenta este estudo, discutindo com a literatura correlacionada. Na terceira seção, descreveremos os procedimentos metodológicos, seguidos da seção de análise dos dados e discussão dos resultados. Por fim, são apresentadas as conclusões e implicações.

4.2 QUADRO TEÓRICO

Refletir sobre a argumentação na Educação, sobretudo na Matemática, nos remete ao modelo argumentativo desenvolvido por Toulmin (2006), que é a ferramenta de maior predominância nas pesquisas sobre argumentação na Educação Matemática (CARNEIRO; Teixeira; Oliveira, 2023; Simpson, 2015). Com esse modelo (Figura 5), podemos realizar uma análise dos argumentos que identifica, além dos elementos que os compõem, as relações entre esses elementos, sua estrutura.

Figura 5 - Layout de Toulmin para a argumentação



Fonte: Adaptado de Toulmin (2006).

As partes que compõem o modelo argumentativo de Toulmin estão representadas na Figura 5. As partes principais são: os dados (evidências que sustentam uma afirmação), a conclusão (a declaração baseada nos dados) e a justificação (a afirmativa que estabelece as conexões entre dados e conclusão). Além dessas partes, há componentes complementares, tais como: o fundamento (o que apoia a justificação), o qualificador modal (que indica o nível de

retóricos utilizados na justificação. A avaliação da qualidade dos argumentos não reflete na qualidade pessoal dos estudantes. Assim, temos o propósito de compreender os dados dessa pesquisa e suas implicações para a prática e para os futuros estudos, a fim de potencializar oportunidades de desenvolvimento da argumentação no contexto da Educação Matemática.

confiança na conclusão) e a refutação (uma afirmação que contesta a justificação, invalidando a conclusão).

O modelo argumentativo de Toulmin (2006) tem uso recorrente na Educação Matemática, como instrumento de análise da argumentação de estudantes e de professores, além de ser empregado em intervenções didáticas que promovem o ensino de argumentação (Almeida; Malheiro, 2018; Carneiro; Teixeira; Oliveira, 2023). Entre as potencialidades desse modelo na Educação Matemática, sublinhamos: análise da estrutura de argumentos, diferenciação das componentes argumentativas de acordo com suas funções dentro de um argumento e avaliação do processo de justificar.

Apesar da predominância do modelo argumentativo de Toulmin (2006) na Educação Matemática, houve a necessidade de utilizar a perspectiva teórica de Perelman (1993), que acrescentou contribuições ao propor uma análise da argumentação por meio de recursos retóricos usados no campo da Educação Matemática (Carneiro; Teixeira; Oliveira, 2023; Gabel; Dreyfus, 2016). É um referencial com potencial para avaliar os argumentos de professores e estudantes (Gabel; Dreyfus, 2016, 2017; Silva Júnior, 2019), podendo também ser empregado para nortear abordagens de ensino a partir de seus elementos retóricos, sobretudo das técnicas argumentativas, que podem imprimir avanços para o entendimento da construção de provas matemáticas (Carneiro; Teixeira; Oliveira, 2023; Gabel; Dreyfus, 2017).

A finalidade da abordagem argumentativa de Perelman (1993) é o estudo das técnicas discursivas direcionadas a um auditório. Segundo essa teoria, busca-se a adesão de um auditório, tanto em aspecto intelectual quanto emotivo. Outro conhecimento relevante trazido pela teoria de Perelman são os tipos de argumentos e suas interações (Carneiro; Teixeira; Oliveira, 2023). Segundo Perelman, existem argumentos que se processam via ligação (Quadro 5), bem como os que o fazem por dissociação. Exemplos de argumentos por associação utilizados neste estudo incluem: definição, autoridade, exemplo, *exemplum in contrarium*, ilustração e analogia.

Quadro 5 – Tipologia dos argumentos – processamento argumentativo via ligação

Argumentos quase lógicos	Incompatibilidade; identificação; reciprocidade; transitividade; analiticidade; tautologia; regra da justiça; relação do todo com as partes; relação de ordem; e relação de variabilidade.
Argumentos baseados na estrutura do real	Sucessão, argumento pragmático, finalidade, coexistência (essência, pessoa – autoridade, duplas hierarquias e argumentos <i>a fortiori</i>).
Argumentos que fundam a estrutura do real	Exemplo, ilustração, modelo, analogia, metáfora.

Fonte: Elaborado pelos autores.

O argumento de definição é quando professores ou estudantes justificam suas ideias por meio de relações conceituais do campo de estudo. No argumento de autoridade, a justificativa tem uma credibilidade atribuída a um especialista ou autoridade na área. Já o argumento pelo exemplo, confirma a regra ou conclusão defendida, enquanto pelo *exemplum in contrarium* invalida uma generalização. O argumento de ilustração objetiva tornar presente a regra ou conclusão defendida e, dessa forma, reforça a regra. Utiliza-se do argumento de analogia por meio de uma semelhança entre aquilo que se apresenta como novo e algo conhecido (Oliveira, 2016).

A argumentação desempenha um papel importante nas aulas de Matemática. Discutir a veracidade dos resultados, compreender a estrutura de um argumento, suas relações e componentes, além de compreender a tipologia das justificativas empregadas são aspectos cruciais. Isso envolve a aplicação de propriedades, axiomas e teoremas para sustentar as justificativas, juntamente com o uso de técnicas argumentativas que aumentam a adesão ao tema discutido. Essas são as vertentes argumentativas empregadas na produção e análise da qualidade da argumentação dos estudantes, sob a associação das perspectivas teóricas de Toulmin (2006) e Perelman (1993).

Destarte, utilizamos dois referenciais, o de Toulmin (2006) e o de Perelman (1993), pois são complementares para a produção e para a análise da argumentação no ensino de Matemática. Assim, compreendemos que, isolados, cada um deles não é suficiente para o tipo de produção e análise da argumentação que desenvolvemos neste estudo. Sustentamos ainda que, para a produção da argumentação, é necessário promover o ensino explícito de argumentação. É importante que estudantes de Licenciatura em Matemática se apropriem de teorias argumentativas para que possam utilizá-las tanto em seus estudos quanto na prática profissional.

Portanto, construímos o modelo teórico Toulminiano e Perelmaniano (MATP), no qual associamos o *layout* de Toulmin (2006) à perspectiva de Perelman (1993). Esse modelo foi utilizado neste estudo para orientar a abordagem de ensino durante a intervenção didática, bem como para instrumentar a análise de argumentos de estudantes em contexto da Álgebra Linear. Nas subseções, a seguir, apresentaremos o que foi empregado desse modelo.

4.2.1 MATP – Abordagem argumentativa de ensino

A abordagem com foco argumentativo nas aulas promove interação entre estudantes e professores, incentivando discussões sobre temas específicos. Com o MATP, pudemos promover um ensino explícito de argumentação, abordando a produção de argumentos, técnicas argumentativas e o processo de justificação de ideias. Isso inclui discutir a força das conclusões em diferentes situações argumentativas, elementos essenciais para a comunicação matemática (Gabel; Dreyfus, 2017).

No esquema desenvolvido para o MATP (Figura 6), associamos elementos do *layout* de Toulmin à tipologia dos argumentos proposta por Perelman. As premissas na perspectiva de Perelman (**P**), correspondentes aos dados na perspectiva de Toulmin (**T**), são constituídas por informações em (**P**). A tese principal em (**P**), equivale à conclusão em (**T**), sendo baseada nas premissas. A justificação estabelece a conexão entre premissas e conclusão. A natureza desta justificativa baseia-se na tipologia dos argumentos de (**P**), enquanto o fundamento é o conhecimento partilhado, pelo campo que credencia a justificativa. O refutador é adicionado ao esquema quando há possíveis exceções, apresentadas por meio de contraexemplo(s), evidenciando desacordo quanto à verossimilhança, à plausibilidade e à probabilidade da conclusão. O qualificador é incluído no esquema quando é necessário concordar com a tese discutida, enfatizando sua certeza e imprimindo-lhe confiança.

Figura 6 – Esquema simplificado do MATP



Fonte: Elaborado pelos autores.

Nas atividades da disciplina de Álgebra Linear, aplicamos o esquema do MATP (Figura 6) para aprimorar as habilidades argumentativas dos estudantes de Matemática, tanto no aspecto lógico quanto no retórico. Durante as discussões, empregamos a metodologia do referido modelo argumentativo para definir a estrutura dos argumentos, convencer e persuadir em relação aos temas abordados em aula. É crucial destacar que valorizamos o processo de justificação como um componente central, incentivando os(as) estudantes a fundamentarem suas conclusões com base em premissas sólidas e raciocínio consistente. Isso não apenas fortalece a compreensão dos conceitos matemáticos, mas também promove a capacidade dos estudantes de expressar e defender suas ideias de forma clara e convincente.

Enquanto a discussão em sala de aula é valiosa para explorar diferentes perspectivas e fomentar o debate oral entre os estudantes, o modelo teórico-argumentativo complementa esse processo ao oferecer uma estrutura clara e organizada das componentes de um argumento. Além disso, ele focaliza na tipologia das justificativas, o que é essencial para a construção de argumentos válidos. Dessa forma, o MATP não substitui a discussão em sala de aula, mas enriquece e fortalece as habilidades argumentativas dos estudantes, preparando-os para analisarem criticamente e articularem seus pontos de vista de maneira eficaz.

4.2.2 MATP – Instrumento de análise

Empregamos o MATP para a análise deste estudo, observando a combinação das componentes do argumento, de acordo com o modelo nas falas e argumentos produzidos pelos estudantes durante as atividades práticas da pesquisa, após receberem um ensino explícito de argumentação. Investigamos o aspecto estrutural conforme a perspectiva de Toulmin, bem como a tipologia da justificativa empregada segundo a retórica perelmaniana.

A qualidade da argumentação é determinada pela consistência da justificação e do fundamento, além dos outros elementos que sejam necessários para validar o argumento. Um argumento de melhor qualidade é bem estruturado, devidamente justificado e valida sua conclusão. Um argumento é considerado de qualidade mínima (Estágio A) quando não apresenta todas as justificativas necessárias. Argumentos de qualidade mediana (Estágio B1) apresentam as justificativas necessárias para validar a conclusão. Se incluírem justificativas complementares, são considerados de melhor qualidade (Estágio B2), reforçando o convencimento da conclusão. Na Educação Matemática no Ensino Superior, os argumentos de definição são fundamentais, mas a inclusão de exemplos e contraexemplos pode reforçar a compreensão dos temas, contribuindo para o convencimento.

Argumentos que vão além dos critérios do estágio B₁ ou B₂ e apresentam fundamentos são considerados de melhor qualidade (Estágio C₁). O fundamento desempenha um papel crucial ao credenciar as justificativas. Em certos casos, a presença dos elementos qualificador e/ou refutador pode ser necessária, contribuindo para a validade do argumento. Se a necessidade desses elementos é atendida, o argumento é considerado de melhor qualidade (Estágio C₂). A seguir, apresentamos o quadro analítico (Quadro 6) utilizado para análise da qualidade da argumentação, no qual associamos o modelo estrutural de Toulmin (2006) à perspectiva teórica de Perelman (1993).

Quadro 6 – Quadro analítico utilizado para avaliar a qualidade da argumentação

Estágio A	Argumentos que atendem ao eixo: premissas-justificativa-conclusão, mas que não apresentam todas as justificativas necessárias para validar a conclusão.
Estágio B	B ₁ : Argumentos que possuem premissas, conclusão e constituem-se de todas as justificativas necessárias para validar a conclusão, mas não apresentam os fundamentos. B ₂ : Argumentos que além dos itens citados no estágio B ₁ , contemplam justificativa(s) complementar(es) para validar a conclusão.
Estágio C	C ₁ : Consiste em argumentos que além dos itens citados no estágio B ₁ ou B ₂ , apresentam fundamentos para justificativas. C ₂ : Argumentos que além dos itens citados no estágio C ₁ , contemplam uma refutação e/ou qualificação, caso a situação argumentativa requisite a presença destes componentes.

Fonte: Elaborado pelos autores.

4.3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Optamos por uma abordagem qualitativa para orientar este estudo devido à natureza dinâmica do objeto, que envolve um processo reflexivo. Além disso, nossa investigação busca mais a compreensão do que a explicação dos fenômenos estudados (LICHTMAN, 2010). Os aspectos éticos da pesquisa foram considerados de acordo com a Resolução do Conselho Nacional de Saúde n.º 510 de 07/04/2016. Este estudo foi registrado no Comitê de Ética em Pesquisa de Universidade pública do estado da Bahia.

A intervenção didática foi implementada na disciplina de Álgebra Linear I do curso de Licenciatura em Matemática de uma universidade estadual. Esta disciplina, de caráter obrigatório, tem uma carga horária de 60 horas e é ministrada no 3º semestre do curso. Seu conteúdo programático inclui: Matrizes, determinantes e sistemas lineares; Espaços vetoriais; Dependência e independência linear; Base e dimensão; Transformações lineares; Transformações geométricas; Teorema do Núcleo e da Imagem.

Apresentamos o projeto aos 18 estudantes que estavam presentes e ao professor da turma que participariam da pesquisa. Explicamos para eles como seria a intervenção didática, qual

seria seu objetivo e os procedimentos metodológicos que seriam empregados. Informamos sobre o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) e, depois, solicitamos o consentimento dos estudantes em participar da pesquisa. Aceitaram o registro no TCLE os 18 estudantes e o professor²⁴ da disciplina.

Dessa forma, o processo metodológico deste estudo começou com o ensino explícito de argumentação, em uma exposição dialogada de aproximadamente 1h, na **primeira etapa** da pesquisa, realizada no início da disciplina. Durante essa sessão, os estudantes foram apresentados aos conceitos de argumentação, *layout* de Toulmin (2006), o MATP e técnicas argumentativas de Perelman (1993). Destacou-se a importância do processo de justificação e foram dados exemplos de esquemas argumentativos, utilizando contextos de matemática básica e matrizes. Os participantes receberam um texto, contendo teorias argumentativas para leitura em casa, como suporte à intervenção. Na aula subsequente, dedicamos 1h30 para atividades práticas e produção de dados em grupos, avaliando o ensino explícito de argumentação conforme o MATP, para posterior estudo.

Ainda nessa etapa da construção dos dados, em comum acordo com o professor da disciplina, propusemos uma questão com enfoque argumentativo que foi aplicada na primeira avaliação individual da disciplina, cujas respostas serviram como dados para este estudo (Ver em análise dos dados). Para a análise dos argumentos construídos pelos estudantes, o professor nos forneceu a cópia da resolução da referida questão. Assim, investigamos se os estudantes utilizaram justificativas consistentes para conectar premissas e conclusões na questão, além de verificarmos se empregaram fundamentos consistentes para as justificativas. Essa análise contribuiu para avaliar a qualidade da argumentação individual, conforme o Quadro 6 (Seção 4.2.2).

Após o professor da disciplina explicar os principais conceitos de Espaços e Subespaços Vetoriais, avançamos para **a segunda etapa** da intervenção, aplicando questões com foco argumentativo. Essa atividade prática foi realizada em dois grupos de quatro estudantes (grupos Q e R) e um grupo de três estudantes (grupo S). Durante essa atividade, cada grupo discutiu e respondeu as questões utilizando o MATP, com um celular gravando as discussões. Os estudantes debateram durante uma hora. Em seguida, convocamos um representante de cada grupo para explanar no quadro o desenvolvimento da resposta de uma das questões. Posteriormente, cada representante voluntariamente resolveu uma questão, cuja resposta foi discutida por toda a sala durante 30 minutos. Toda a discussão foi registrada em áudio e vídeo.

²⁴ Visando a aumentar a confiabilidade deste estudo, esse professor realizou uma revisão desse texto em relação às seções de metodologia, análise e discussão dos resultados.

Para analisar os argumentos dos estudantes, transcrevemos vídeos e áudios das discussões em grupos pequenos e na sala toda, além de registrar dados relevantes em nosso caderno de bordo. Durante essa análise, buscamos identificar as justificativas para a passagem das premissas às conclusões, observando sua tipologia e fundamentação. Avaliamos a necessidade de refutação e qualificação nos argumentos, organizando-os conforme a estrutura do MATP. Em seguida, analisamos a qualidade dos argumentos de maneira coletiva, com base no Quadro 6 (Seção 4.2.2). Para identificar as contribuições dos grupos e estudantes individuais, utilizamos letras maiúsculas para os grupos (Q, R ou S) acompanhadas de subscrito para diferenciar cada estudante (por exemplo, R_1 representa um estudante do grupo R), enquanto o professor é representado por (P), a pesquisadora por (Pe) e a turma por (T).

4.4 ANÁLISE DOS DADOS E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

A análise será dividida em duas etapas. Na primeira etapa, estudaremos os dados gerados no início da disciplina, focando na qualidade da argumentação individual. Na segunda etapa, analisaremos os dados produzidos durante o curso e em meados da disciplina, concentrando-nos na análise da argumentação coletiva.

4.4.1 Análise dos dados e discussão dos resultados – etapa I

Nesta etapa, aplicamos uma questão com enfoque argumentativo na primeira avaliação da disciplina. Nosso objetivo foi avaliar a qualidade dos argumentos construídos individualmente pelos estudantes, conforme detalhado no Quadro 6 (Seção 4.2.2). Verificamos se os estudantes elaboraram justificativas e apresentaram fundamentos alinhados com as premissas e conclusões de cada item, buscando construir argumentos consistentes. Também investigamos a tipologia das justificativas utilizadas. Dos 18 estudantes que consentiram com o (TCLE), 17 participaram da avaliação, e 14 responderam à questão apresentada.

Figura 7 – Questão com enfoque argumentativo da primeira avaliação

- 3) Classifique em Verdadeiro (V) ou Falso (F). Se Falso, mostre com um exemplo; se Verdadeiro, justifique; para as justificativas apresentadas, há proposições ou teoremas que a(s) sustente(m)?
- a) Se A e B são matrizes tais que $AB = 0$, então $A = 0$ ou $B = 0$.
 - b) Se A e B são matrizes simétricas, o produto AB é simétrico.
 - c) Se A é uma matriz ortogonal, então $\det A = \pm 1$.
- Respostas: a) Falsa, b) Falsa, c) Verdadeira.

Fonte: adaptada de Strang (2013).

No item (a), a metade dos estudantes acertou a resposta da classificação, identificando-a como falsa. Para justificar a falsidade, eles apresentaram um contraexemplo, denominado de *exemplum in contrarium* na perspectiva de Perelman (1993) (Figura 8).²⁵ Dois desses estudantes apresentaram proposições que sustentam o resultado (Figura 9). Os outros estudantes que não acertaram a classificação do item, informaram que a proposição era verdadeira, apresentando exemplos ou proposições que não sustentam o resultado apresentado, ou deixaram a questão sem resposta (Figura 10).

Figura 8 – Primeiro exemplo de resposta da Questão 3 item “a”

3º) a) Falso! Pois é possível que a multiplicação entre duas matrizes distintas tenham zero como resultado.
Ex:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Figura 9 – Segundo exemplo de resposta da Questão 3 item “a”

a) Afirmação falsa pois o conjunto das matrizes com coeficientes em \mathbb{R} admite divisores do próprio 0.

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Figura 10 – Terceiro exemplo de resposta da Questão 3 item “a”

03 - a) Verdadeira, se o produto de duas matrizes obtém matriz zero, uma dessas matrizes assumem valor zero como resultado.

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Metade dos estudantes não atingiu o estágio A na qualidade da argumentação para o item (a), apresentando classificações equivocadas e justificativas inadequadas para validar a conclusão. Por outro lado, cinco estudantes alcançaram o estágio B₁, apresentando um contraexemplo que invalidou a classificação proposta e evitou a conclusão.

Os outros dois estudantes alcançaram o estágio C₁ ao fornecerem um fundamento que validou a justificativa. No entanto, não incluíram justificativas retóricas complementares.

²⁵ As figuras dessa questão representam algumas das ilustrações que descrevemos na análise de cada item conforme cópia das avaliações dos estudantes.

No item (b), três estudantes classificaram corretamente a proposição como falsa. Um não forneceu justificativa, outro apresentou um contraexemplo e um terceiro utilizou propriedades para embasar suas justificativas (Figura 11). Os demais estudantes declararam que a proposição era verdadeira ou não conseguiram determinar sua veracidade. É importante destacar que, se os estudantes que afirmaram ser verdadeira tivessem percebido sua validade apenas em casos específicos, fornecendo um contraexemplo, eles teriam acertado a classificação. No entanto, generalizaram indevidamente a conclusão para todas as matrizes simétricas, aplicando propriedades de forma inadequada (Figura 9 8).

Figura 11 – Primeiro exemplo de resposta da Questão 3 item “b”

V) A proposição Falsa.
 Sejam A e B simétricas e não nulas, temos que
 $(A.B)^T = B^T.A^T = B.A$, como as matrizes não são comutativas, temos que $(A.B)^T \neq A.B$.

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Figura 12 – Segundo exemplo de resposta da Questão 3 item “b”

b) V. Se A simétrica então $A = A^T$
 Se B simétrica então $B = B^T$
 então $AB = A^T.B^T$.

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Na avaliação da qualidade da *argumentação* dos estudantes para item (b), compreendemos que a maior parte dos estudantes não atingiu o estágio A. Esses estudantes não acertaram a classificação da proposição ou, quando acertaram, não forneceram pelo menos uma justificativa plausível ou coerente com a classificação proposta. Um estudante encontra-se no estágio B₁ por ter apresentado uma justificativa por meio de um contraexemplo, enquanto outro alcançou o estágio C₁ por incluir não apenas uma justificativa, mas também a fundamentação, dando credibilidade à argumentação.

Para valorar a proposição como falsa (itens a e b), percebemos que eles justificam por meio de contraexemplos e, em menor frequência, constatamos aqueles que fazem o uso do fundamento para credenciar a justificativa. A tipologia da justificativa mais empregada foi o argumento pelo exemplo, pelo *exemplum in contrarium* e por definição.

No item (c), metade dos estudantes classificou corretamente a proposição como verdadeira. Destes, dois não forneceram justificativas, três apresentaram justificativas incompletas ou com erros de definição (Figura 13), enquanto dois ofereceram justificativas fundamentadas (Figura 14). A outra metade dos estudantes indicou que a proposição era falsa ou não conseguiu determinar sua veracidade.

Figura 13 – Primeiro exemplo de resposta da Questão 3 item “c”

Handwritten student response for item (c) of Question 3. The student writes:

$$c) A^{-1} = A^T \quad \text{propriedade dos determinantes}$$

$$\det A^{-1} = \det A^T$$

$$\det A = \det A^T$$

$$\det A = 1$$

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Figura 14 – Segundo exemplo de resposta da Questão 3 item “c”

Handwritten student response for item (c) of Question 3. The student writes:

$$c) \forall A, \text{ pois se } A \text{ \u00e9 ortogonal ent\u00e3o } A^T = A^{-1}, \text{ logo } A \cdot A^T = I, \text{ assim}$$

$$\det(A) \cdot \det(A^T) = \det I \text{ desse jeito}$$

$$\det(A) = \det(A)^T, \text{ assim}$$

$$\det(A) \cdot \det(A) = \det I$$

$$\det(A)^2 = 1$$

$$\det(A) = \pm 1$$

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Nesse item, uma pequena parte dos estudantes apresentou as justificativas suficientes para validar a conclus\u00e3o. Aqueles que n\u00e3o responderam de modo apropriado \u00e0 classifica\u00e7\u00e3o do item, n\u00e3o aplicaram as propriedades de maneira adequada para validar o resultado. Esses estudantes poderiam ter recorrido a recursos ret\u00f3ricos por meio de exemplos ou contraexemplos que corroborassem a compreens\u00e3o da proposi\u00e7\u00e3o. A tipologia do argumento usada nesse item foi a de defini\u00e7\u00e3o. Acreditamos que, sobretudo nesse item, por haver mais generaliza\u00e7\u00e3o, os estudantes poderiam ter empregado os demais tipos de argumento para apoiar o resultado almejado.

Portanto, em rela\u00e7\u00e3o \u00e0 qualidade da argumenta\u00e7\u00e3o dos estudantes para o item (c), compreendemos que mais da metade n\u00e3o alcan\u00e7ou o est\u00e1gio A. Mesmo os estudantes que classificaram corretamente a proposi\u00e7\u00e3o como verdadeira, mas n\u00e3o apresentaram pelo menos uma justificativa para conectar as premissas \u00e0 conclus\u00e3o, n\u00e3o foram considerados no est\u00e1gio A. Isso sugere a aus\u00eancia da estrutura b\u00e1sica do argumento, que envolve a rela\u00e7\u00e3o entre premissas,

justificativas e conclusão. Três estudantes estão no estágio A, pois não apresentaram as justificativas necessárias para validar a conclusão.

Ainda neste item, dois estudantes alcançaram o estágio C₁, porque além do eixo dos três componentes, o argumento incluiu um fundamento e, assim, compreendemos como uma melhor qualidade para argumentação. As justificativas e os fundamentos podem ser visualizados em uma das respostas na Figura 14.

Nessa questão, boa parte dos estudantes buscou estudar a veracidade das proposições e justificar suas respostas. Desta forma, eles atenderam a um importante aspecto da prática argumentativa que é a geração de justificativas. No entanto, ainda percebemos que o uso do fundamento foi menos utilizado. Para Toulmin (2006), o fundamento é um elemento importante no discurso argumentativo uma vez que esse elemento empresta uma “autoridade à justificativa”. O fundamento, segundo Can e Isleyen (2020), aumenta a validade do argumento.

A dificuldade dos estudantes em produzir argumentos de melhor qualidade, observada neste estudo, ecoa em pesquisas anteriores envolvendo estudantes universitários de Matemática (Uygun-Eryurt, 2020; Vieira; Souza; Imafuku, 2020). Especificamente na Álgebra Linear I, área foco deste estudo, percebe-se a necessidade de argumentos que incorporem fundamentos e outros elementos argumentativos pertinentes à situação, além dos componentes principais. Como resultado, entendemos que boa parte dos estudantes não conquistou uma qualidade melhor da argumentação.

Apesar da maioria dos estudantes não ter alcançado o estágio de melhor qualidade da argumentação, identificamos efeitos da intervenção didática no desenvolvimento de suas habilidades. Permitir que estudantes de Licenciatura em Matemática trabalhem com questões que demandam classificação de proposições em verdadeiras ou falsas, juntamente com suas justificativas e fundamentos, conforme aplicado no modelo da questão, pode ampliar a compreensão dos temas matemáticos (Vieira; Souza; Imafuku, 2020). Ademais, ao se apropriarem de questões com enfoque argumentativo, caso venham a atuar no campo educacional, poderão proporcionar aos estudantes atividades de cunho argumentativo.

4.4.2 Análise dos dados e discussão dos resultados – etapa II

Esta etapa é composta pela construção coletiva de argumentos, após discussão em pequenos grupos e/ou com o grupo de toda a turma, acerca de questões com foco argumentativo e aplicações do MATP sobre Espaço e Subespaços Vetoriais. A lista contém três questões. O tempo de aula não permitiu uma discussão mais aprofundada para a questão 3. Portanto,

analisaremos as questões 1 e 2 por termos dados que permitiram a análise segundo o objeto de estudo.

Para compreender a elaboração dos argumentos dos estudantes, resumiremos as destacaremos trechos das discussões acerca de cada questão para construir um argumento. Avaliaremos a construção das justificativas, sua tipologia, seus fundamentos e outros elementos argumentativos em relação às premissas e conclusões de cada questão, visando um argumento consistente. Seguiremos a ordem proposta pelo modelo do MATP na construção do argumento. Analisaremos a tipologia das justificativas, verificando se os estudantes utilizaram elementos retóricos que sustentassem o tema em discussão. Em seguida, avaliaremos a qualidade dos argumentos elaborados pelos estudantes de acordo com o Quadro 6 (Seção 4.2.2).

Figura 15 – Questão 1 com enfoque argumentativo para discussão nos grupos

1) Se $Ax = B$ é um sistema linear homogêneo de m equações em n incógnitas, então o conjunto dos vetores-solução é subespaço de \mathbb{R}^n . Justifique esta asserção. Quando possível, apresente fundamentos para as justificativas. Para refutar esse resultado, qual(is) alterações deveríamos aplicar no sistema acima? Justifique.

Fonte: Adaptada de Ruggiero e Vitorino (2018, p. 3).

Os grupos relataram dificuldade no entendimento dessa questão com relação à notação e ao estudo do conjunto solução. Portanto, optamos por colocar em plenária com toda a turma e por construir a resolução da questão coletivamente, visto que ela despertou curiosidade e gerou desafios para a discussão nos grupos. O estudante S_1 foi o voluntário que se propôs a desenvolver a questão no quadro, com a contribuição da turma e mediação da pesquisadora e do professor.

S_1 : Como é montar esse sistema?

Pe: E precisa montar esse sistema?

P: Não tem a forma...

P: A forma matricial?

(S_1 : Continua sem demonstrar entendimento).

T: Não manifesta entendimento, apenas vontade de compreender o conjunto solução.

Pe: Propõe que se analise inicialmente o que acontece estudando um exemplo e escreve no quadro um caso particular de um sistema homogêneo.

$$\begin{cases} x + 2y - 3z = 0 \\ x - 2y + z = 0 \end{cases}$$

Destarte, com o exemplo de um sistema linear homogêneo, houve um estudo do conjunto solução. S_1 informou: “uma é a solução nula, mas esqueci a outra”. A pesquisadora perguntou: “Se o sistema é linear homogêneo, ele tem apenas a solução nula ou ele tem o quê?” A turma respondeu: “Infinitas soluções, incluindo a nula”. S_1 resolveu o sistema com a

colaboração da turma e encontrou a solução em função da variável z , $S = \{(z, z, z) \text{ com } z \text{ real}\}$. Com a mediação da pesquisadora e do professor, a turma percebeu que a solução nula e as demais soluções, de acordo com a condição encontrada para o valor de x e de y , em função de z , satisfazem o sistema. Em seguida, a pesquisadora perguntou: “O conjunto solução desse sistema é subespaço vetorial?” S_1 respondeu que, como tanto a solução nula quanto a soma de duas quaisquer soluções satisfazem, então é subespaço. A pesquisadora acrescentou a pergunta: “o produto de um escalar real por uma solução está nesse subespaço?” A turma respondeu que sim.

Na sequência, destacamos que estávamos realizando o estudo de um caso particular. Deveríamos proceder pensando no caso geral, ou seja, para todo sistema linear homogêneo. S_1 propôs escrever o sistema na forma matricial e igualá-lo à matriz nula. O professor interveio com perguntas que entendemos com pró-argumentativas²⁶. Destacamos algumas: “Quem é a matriz dos coeficientes? Por que devemos igualar a zero? Como se justifica isso?” Ocorreu, neste momento, a discussão do conjunto solução de qualquer sistema linear homogêneo:

T: A solução trivial é igual a 0. Logo, a solução nula pertence ao conjunto solução do sistema.

Pe: Se a gente pode tomar X_1 e X_2 pertencentes ao conjunto solução, a soma pertencerá?

P: Se X_1 é solução, quem é AX_1 ?

S_1 : AX_1 é igual a 0.

P: De maneira análoga, fazemos com X_2 sendo solução, AX_2 também é igual a 0.

Pe: Então, se tomarmos $A(X_1 + X_2)$. Pode dizer que é igual a zero aplicando qual propriedade?

T: A propriedade distributiva.

Pe: Distributiva da multiplicação de matrizes.

S_1 : Vai dar então que $X_1 + X_2$ pertence ao conjunto solução.

Pe: Agora, só falta que condição para verificar?

T: A terceira condição para ser subespaço.

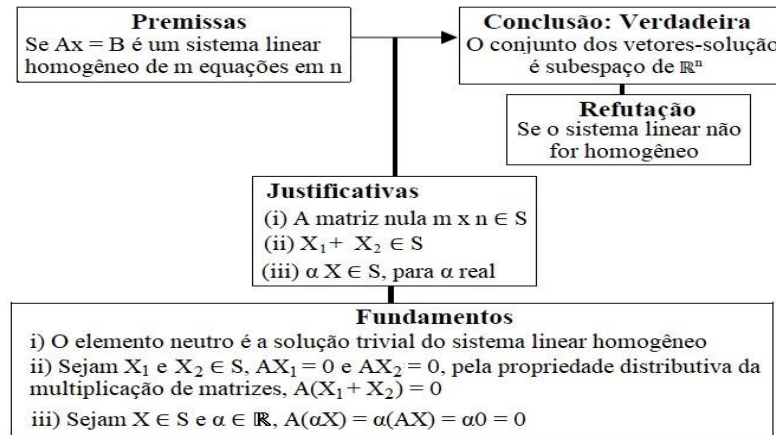
S_1 : Multiplicação por escalar. Se vai ter um alfa pertencente a \mathbb{R} e uma solução X que quando multiplica alfa por X pertence ao conjunto solução.

Em seguida, incentivamos a turma a fazer a associação dos elementos argumentativos presentes na proposição da questão 1. Utilizamos perguntas pró-argumentativas: “Quais são as premissas? Qual é a conclusão? Qual o porquê de sairmos da premissa e concluirmos o resultado? Quais as justificativas aplicadas? Quais são os fundamentos? Há condições para refutar o resultado?”. O professor perguntou: “O resultado da proposição falharia se acontecesse o quê?” Q_2 e o professor disseram que, em vez do termo refutar, utiliza-se “falhar”. Na sequência, a turma respondeu que a conclusão seria inválida se o sistema não fosse homogêneo.

²⁶ Perguntas que estimulam a interação entre estudantes e de estudantes com o professor, visando à produção de argumentos sobre o tema da aula (Carneiro; Teixeira; Oliveira, 2023).

Após todo o processo argumentativo, temos o argumento construído coletivamente de acordo o MATP com intervenções do professor e da pesquisadora:

Figura 16 – Argumento construído coletivamente referente à primeira questão



Fonte: Dados da pesquisa (2023).

A resolução da questão nos grupos foi dificultada pela compreensão conceitual dos sistemas de equações lineares. Observamos que a turma tinha dificuldade ou não se recordava das possíveis soluções de um sistema linear homogêneo. Esses resultados coincidem com a pesquisa de Cardoso (2014), que identificou dificuldades dos estudantes em lidar com conceitos básicos durante o curso de Álgebra Linear. Segundo Wawro (2015), apesar da importância do conceito de solução em matemática em diversos contextos, os estudantes têm dificuldades em entender o significado simbólico de “ser uma solução”. Essa complexidade reside na interpretação do simbolismo e nas várias interpretações das soluções de certas equações.

A retomada de conhecimento só ocorreu após a discussão em plenária de um caso particular de sistema linear homogêneo e o desenvolvimento do seu respectivo conjunto solução. Concordamos que os casos particulares podem elucidar a compreensão de tópicos de Álgebra Linear (Bogomolny, 2007). A utilização dos casos particulares tem o papel de fundamentar o raciocínio e, desta forma, contribuir como uma ferramenta convincente.

Além da dificuldade com o conceito e com a utilização da solução do sistema dado em sua forma matricial, intuímos que a turma não estava segura das condições necessárias para ser um subespaço. Houve intervenções tanto da pesquisadora quanto do professor para a construção das razões que levavam o conjunto solução a ser um subespaço vetorial. Os estudantes demonstraram dificuldades para mostrar o porquê de as condições do subespaço serem atendidas. A presença da solução nula, atendendo à primeira condição, foi aplicada com a

justificativa, todavia, as outras condições foram desenvolvidas quando encorajamos a turma e intervimos com perguntas que orientavam o emprego das condições e das propriedades necessárias para a elaboração das respostas.

Os estudantes usaram, principalmente, o argumento de definição, enquanto a pesquisadora usou o argumento pelo exemplo e o professor argumentou com base em informações das aulas. Embora os argumentos de definição tenham um papel essencial na matemática, a inclusão de outros tipos de justificativas é vantajosa para a compreensão dos temas matemáticos. Metaxas, Potari e Zachariades (2016) sustentam que, ao aumentar os elementos que apoiam a argumentação, a compreensão se torna mais sólida.

Em relação à qualidade da argumentação, no início da discussão nos grupos, os estudantes não atingiram o estágio A. A construção do argumento consistente ocorreu coletivamente, envolvendo toda a turma e com a intervenção do professor e da pesquisadora. Compreendemos que o argumento elaborado pela turma após a mediação, especialmente por meio de perguntas pró-argumentativas, contemplou o estágio C₂ em termos de qualidade argumentativa.

Figura 17 – Questão 2 com enfoque argumentativo para discussão nos grupos

- 2) Verdadeiro ou Falso** (se falso, mostre por meio de exemplo; se verdadeiro, justifique; para a(s) justificativa(s) apresentada(s), há proposições ou teoremas que a(s) sustente(m)?) Ilustre cada uma das proposições (geometricamente, exemplos).
- (i) $U = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \geq 0, y \geq 0\}$ é um subespaço vetorial do \mathbb{R}^2 .
 - (ii) $U = \{u \in \mathbb{R}^2 \mid u = \alpha(1, 1)\}, \forall \alpha \in \mathbb{R}$ é subespaço de \mathbb{R}^2 .
 - (iii) Qualquer reta que não passe pela origem é subespaço de \mathbb{R}^2 .
 - (iv) A união de subespaços vetoriais de um mesmo espaço vetorial é necessariamente um subespaço vetorial. *Respostas:* (i) F, (ii) V, (iii) F, (iv) F

Fonte: Adaptada de Ruggiero e Vitorino (2018, p. 1–2).

Para essa questão, em relação às discussões que ocorreram nos grupos, só descreveremos as informações obtidas no grupo R²⁷.

- (i) Alguns estudantes defendiam que a proposição é verdadeira, porém não apresentaram justificativas suficientes para sustentar a conclusão. Outros defendiam que era falsa, mas também não forneceram as justificativas necessárias. Compreendemos que houve uma falta de consenso no grupo.

R₁: Acho que não é um subespaço, não vale a condição 3.

²⁷ Os grupos Q e S tiveram uma baixa participação e interesse inicial nas discussões. Embora alguns estudantes tenham compartilhado ideias após incentivo do professor e da pesquisadora, a interação entre os membros permaneceu baixa. Durante a apresentação coletiva, alguns estudantes desses grupos foram mais ativos, contribuindo para as respostas, porém os áudios dessas discussões não foram conclusivos para o estudo.

R₂: Será? Se passa pela origem, o ponto (0,0) pertence.
 R₁: Sim, o ponto (0,0) pertence.
 R₃: Então é subespaço.
 R₁: Mas a questão é que X é maior ou igual a zero e Y é maior ou igual a zero... não sei, acho que não é.
 R₃: Ele passa pela origem, é subespaço.
 R₁: Vai ser uma reta? Vai formar uma constante?
 R₃: Constante.
 R₁: Vai ficar uma reta paralela, não é um subespaço.
 R₄: Mas tem que justificar porque não é subespaço.

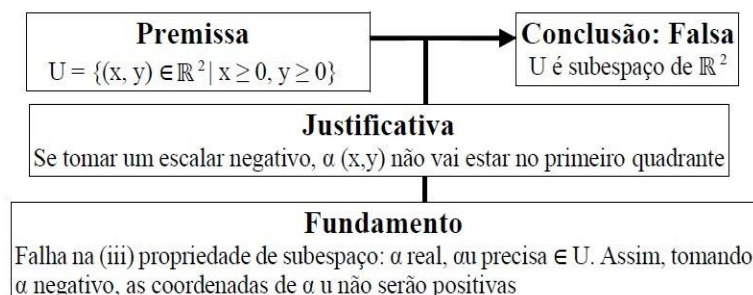
Conforme a discussão no grupo, notamos que os estudantes só tinham convicção da condição relativa ao elemento neutro. Apresentaram dificuldade tanto nas condições 2 e 3 quanto na representação geométrica do conjunto U.

Durante a discussão em sala, o estudante Q₁ se voluntariou e foi ao quadro desenvolver a questão. Ele apresentou, inicialmente, que o conjunto U representava o plano cartesiano, especificando mais tarde que se tratava do primeiro quadrante, onde X e Y são maiores ou iguais a zero. Na sequência, a pesquisadora perguntou à turma, se com essa condição para X e para Y, o conjunto U é subespaço vetorial de \mathbb{R}^2 ? Alguns estudantes, incluindo R₃, S₁, Q₂ e Q₁, responderam afirmativamente, sem considerar a possibilidade de o alfa ser menor que zero. O professor lembrou que, para ser subespaço, o escalar nas condições deve ser um número real.

Nessa esfera, Q₁ refletiu e declarou: “Se o alfa for número negativo, quando for multiplicar pelo vetor no primeiro quadrante, ele vai dar um vetor negativo, que não está dentro do primeiro quadrante”. Após essas reflexões, a turma ficou convencida de que não é subespaço, pois falha na condição 3. Q₁ escreveu no quadro que a proposição é falsa e, em seguida, justificou que não atende à condição quando se multiplica um vetor do conjunto U por um escalar negativo.

Então, a partir das contribuições durante a discussão coletiva, temos a elaboração do argumento seguindo as diretrizes do MATP:

Figura 18 – Argumento construído coletivamente referente à segunda questão do item (i)



Fonte: Dados da pesquisa (2023).

(ii) Inicialmente, aconteceu uma discussão no entendimento da notação de “ $u = \alpha (1, 1)$ ”:

R₁: O que é esse $\alpha (1,1)$?

R₂: Significa multiplicação de um escalar por um...

R₃: A multiplicação por um escalar está entre as propriedades para ser um subespaço.

R₃: Quando tem um vetor e multiplica por um escalar, temos um novo vetor com mesmo sentido, a depender do escalar que está multiplicando.

R₄: Você quer dizer, mesma direção.

R₃: Isso, são paralelos.

R₁: No caso, são vetores colineares. A questão aí é por conta que precisa ter o “zero” no subespaço. Ainda não entendi, o “ $\alpha (1, 1)$ ”, dúvida da notação $\alpha (1,1)$ para aparecer o vetor zero.

R₁: Acho que esse item é verdadeiro, é subespaço vetorial sim. É preciso pensar no plano cartesiano. Só que a reta vai passar pela origem de qualquer jeito.

R₄: Sim.

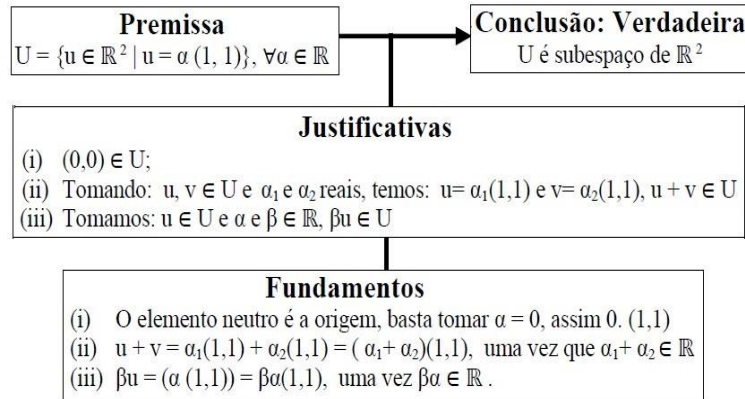
R₃: Sim, não sei como aparecer zero.

Eles defendiam a veracidade da asserção, todavia com dúvidas para justificar. Olharam os slides do professor que tratava do assunto e o estudante R₁ contou que assistiu a uma videoaula no dia anterior à atividade prática, para entender melhor as condições de subespaço. No grupo, por outro lado, eles estavam com dúvidas gerais sobre como atender à questão de zero estar presente nesse conjunto, mesmo que o estudante R₁, durante a discussão, tenha apresentado a possibilidade de o conjunto U representado na asserção ser uma reta que passa pela origem.

A questão só foi elucidada após a socialização das respostas com o grupo de toda a sala, com mediação da pesquisadora e do professor. R₁ foi ao quadro e a pesquisadora sinalizou a importância do entendimento da representação geométrica do conjunto $U = \{u \in \mathbb{R}^2 \mid u = \alpha (1, 1)\}$. Esse estudante fez o desenho da reta e, com incentivo de perguntas por parte da pesquisadora e do professor da turma, os estudantes participaram e compreenderam que o conjunto representa uma reta que passa pelo primeiro e terceiro quadrante, a chamada primeira bissetriz. A estudante Q₂ sinalizou que só conseguiu entender completamente depois que viu a ilustração e que acompanhou as observações da turma quanto aos elementos que pertencem à reta em estudo. No decorrer da discussão, foram verificadas as condições para ser subespaço vetorial.

Com a contribuição da turma, R₁ citou e verificou as condições para ser um subespaço, que estão descritas no argumento seguinte conforme o MATP construído após a plenária com toda a turma.

Figura 19 – Argumento construído coletivamente referente à segunda questão no item (ii)



Fonte: Dados da pesquisa (2023).

(iii) Durante a discussão no grupo, houve um acordo entre os estudantes que a proposição é falsa.

R₁: A terceira proposição é falsa.

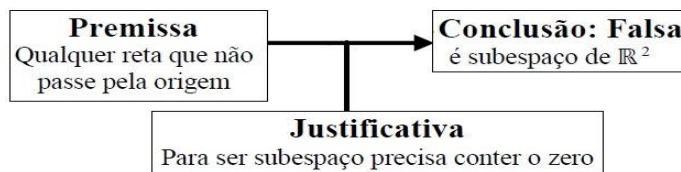
R₂: Realmente, está incorreto, pois falha em uma das condições para ser subespaço.

R₁: Para ser subespaço, tem uma propriedade que diz que contém o zero. Logo, se não passa pela origem, essa reta não contém o zero.

R₃: Eu acho que falso.

O argumento construído de forma coletiva pelo grupo R, seguindo as diretrizes do MATP, foi o seguinte:

Figura 20 – Argumento construído coletivamente referente à segunda questão no item (iii)



Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Durante a discussão do grupo de toda a turma, após análise do item (ii), a estudante Q₂ informou que “é fácil visualizar que quando o alfa não é zero, a reta não passará pela origem”. O estudante S₁ também defendeu que “após a visualização da reta do item (ii), a gente já responde ao item (iii)”. O estudante Q₃ afirmou que “poder visualizar o conjunto com a representação geométrica ajuda o entendimento”. A turma estava assim convencida sobre a falsidade da asserção e a razão dessa falsidade.

- iv) Os estudantes afirmaram que essa proposição é verdadeira. Um deles usou um caso particular para justificar.

R₁: É verdadeira essa questão.

R₄: Acredito que esse termo “necessariamente” é uma pegadinha. Mas, é verdadeira.

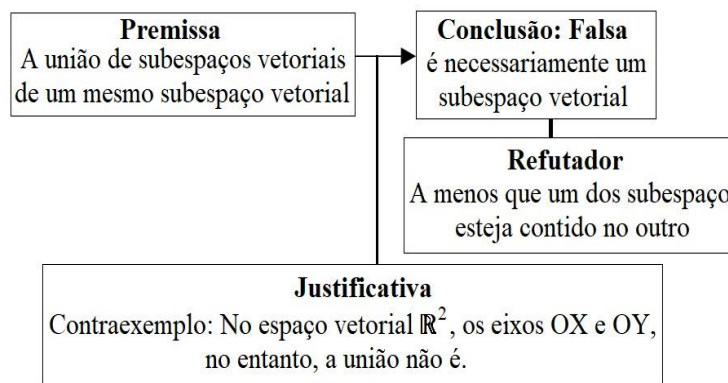
R₁: Não tem pegadinha. A união é subespaço vetorial.

R₃: Se tivermos dois subespaços, com um sendo a metade do outro, quando juntarmos, formamos um espaço vetorial inteiro.

Na discussão no grupo, eles defenderam a verdade da proposição por meio de um caso particular, ainda que um estudante ficasse em dúvida no termo “necessariamente”. Durante a discussão em plenária, a pesquisadora chamou a atenção para o termo “necessariamente”. Q₂ informou que “esse termo implica dizer que precisa ser subespaço, que sempre será”. Alguns estudantes concordavam que a proposição era verdadeira, mesmo após destacarmos o “necessariamente”. A pesquisadora pediu que a turma refletisse sobre a seguinte situação: considerando os eixos cartesianos OX e OY, vocês concordam que eles são subespaços vetoriais? Responderam que sim. Apenas um estudante, S₃, sustentou que OY não é subespaço de \mathbb{R}^2 . Porém, depois ele concordou quando a pesquisadora explicou que, de maneira análoga a OX, OY também é subespaço. Na sequência, a pesquisadora perguntou: e quanto à união desses subespaços, é um subespaço vetorial de \mathbb{R}^2 ? Alguns estudantes continuavam a defender que sim.

O professor lembrou à turma um exemplo relacionado à regra do paralelogramo, discutido anteriormente sobre a união de subespaços. Em seguida, a pesquisadora questionou sobre a adição de vetores no eixo OX e no eixo OY, indagando se o resultado sempre estaria contido na união dos dois eixos. Após reflexões e análises, os estudantes concluíram que a proposição era falsa, percebendo que a união de dois subespaços nem sempre é um subespaço vetorial, a menos que um esteja contido no outro. Surgiu a discussão sobre a condição para que essa proposição fosse verdadeira e se sempre seria falsa, concluindo que a união de dois subespaços é um espaço vetorial, a menos que um esteja contido no outro. O seguinte argumento foi construído coletivamente com a turma conforme o MATP:

Figura 21 – Argumento construído coletivamente referente à segunda questão no item (iv)



Fonte: Dados da pesquisa (2023).

De acordo com as respostas encontradas na questão 2, percebemos que os estudantes apresentaram dificuldades. Eis alguns exemplos: identificar os elementos que pertenciam ao conjunto que estava em verificação para ser Subespaço Vetorial, realizar a ilustração geométrica dos conjuntos em apreciação, com exceção do item (iii), e compreender notações oriundas da geometria analítica. De uma maneira geral, os estudantes encontraram dificuldades de justificar a veracidade das asserções. Notamos que a maioria da turma não empregou o conhecimento de geometria analítica para estudar proposições de subespaços vetoriais. Outrossim, não identificou de maneira precisa se os conjuntos em apreciação atendiam ou não todas as condições para ser subespaço vetorial.

Percebemos que a tipologia da justificativa mais empregada, depois do argumento de definição, foi o argumento de autoridade via consulta aos *slides* do professor, bem como as citações expressas pelo professor. Compreendemos a importância das definições e das propriedades na prática da matemática. Entretanto, defendemos o emprego dos demais recursos retóricos, pois eles contribuem para o entendimento dos temas discutidos. Obtivemos benefícios do uso de representação geométrica para ilustrar os conjuntos, exemplos e *exemplum in contrarium*, também de analogia e de apoio com os argumentos de autoridade.

Ao encorajá-los com perguntas pró-argumentativas e incentivá-los a usar recursos retóricos além dos argumentos de definição, tivemos uma melhor participação dos estudantes. Eles comentaram que foi mais fácil visualizar os tópicos em discussão e confirmaram o entendimento dos temas. À vista disso, Gabel e Dreyfus (2017) defendem que, durante o processo de ensino da matemática no âmbito superior, além da lógica formal, existem justificativas, exemplos, representações e outros meios explorados pela argumentação, que trazem subsídios para o entendimento dos temas em estudo.

É interessante destacar que o recurso retórico da ilustração geométrica não foi bem usado nas discussões do grupo, apenas durante a plenária com toda a turma e com o incentivo da pesquisadora e do professor. Apesar de as representações geométricas exercerem um papel crucial na matemática e enriquecerem o processo argumentativo (Gabel; Dreyfus, 2017), é necessário haver um cuidado para manter uma harmonia entre os componentes conceituais e figurais (Antonini, 2018). Portanto, é preciso conhecer as vantagens de se realizar as representações geométricas para que não sejam geradas mais dificuldades na compreensão, ao invés de benefícios.

Em relação à qualidade da argumentação, considerando a discussão do grupo R, notamos que:

No item (i), o grupo B não atingiu o estágio A na qualidade da argumentação, pois não houve concordância sobre a veracidade da proposição e as justificativas foram insatisfatórias. Quanto **ao item (ii)**, embora os estudantes tenham acertado a classificação da proposição, as justificativas não garantiram a conexão entre premissas e conclusão, mantendo o grupo no estágio A. **Já no item (iii)**, os estudantes identificaram a falha na conexão entre premissa e conclusão, mas sem apresentar um fundamento, alcançando o estágio B₁ na qualidade da argumentação. **No item (iv)**, apesar de identificarem a proposição como verdadeira com base em um caso particular, não analisaram que essa afirmação não se sustenta de forma geral. Conseqüentemente, não alcançaram o estágio A na qualidade da argumentação, já que a justificativa se baseou apenas em um caso específico, não considerando a falsidade geral da proposição.

Os resultados mostram que os estudantes enfrentaram dificuldades em construir argumentos consistentes, não atingindo o estágio A na qualidade da argumentação nas questões 1 e 2. Em algumas construções, utilizaram exemplos para validar proposições, mas não consideraram todas as condições necessárias para fundamentar a conclusão. Além disso, não perceberam casos que contradiziam suas generalizações. Em muitos casos, os fundamentos e exceções foram inseridos com a mediação da pesquisadora e do professor durante a plenária com toda a turma.

Os estudantes apresentaram dificuldades no uso dos recursos retóricos para embasar as discussões. Houve pouca aplicação de exemplos, analogias e outras técnicas argumentativas nos grupos Q e S durante a atividade. A interação nos grupos foi limitada, mas na discussão no quadro, mediada pelo professor e pela pesquisadora, houve maior participação. Embora a maioria dos estudantes não tenha atingido a melhor qualidade na argumentação, a abordagem com foco argumentativo permitiu aprofundar temas de Espaços e Subespaços Vetoriais,

incentivando reflexões e o uso de recursos retóricos. Isso contribuiu para o desenvolvimento das habilidades argumentativas dos estudantes de Licenciatura em Matemática na disciplina de Álgebra Linear I.

Devido à carência de questões com enfoque argumentativo propostas em aulas de Matemática no Ensino Superior (Rodrigues; Silva; Monteiro, 2021; Wawro, 2015), pontuamos que é necessária a promoção de atividades de cunho argumentativo, sobretudo com discussões em grupo, para que os estudantes possam realizar inferências estimulados pelo processo argumentativo para que, assim, apresentem suas ideias, defendam-nas com os credenciamentos do campo em estudo, possam ouvir e questionar as ideias dos demais estudantes e reflitam sobre os argumentos plausíveis que contribuem para a solução das questões em discussão.

Ademais, em um ensino pautado na argumentação, as atividades são baseadas em processo de discussão e podem ser realizadas em grupos (Can; Isleyen, 2020). Nesse sentido, Kwon, Bae e Hwan (2015) indicam que, quando os estudantes trabalham em grupos, acontecem as trocas de ideias e o envolvimento em discussões matemáticas que proporcionam novas estratégias na resolução de problemas. Para além da proposta de questões com enfoque argumentativo, ressaltamos que é válido que os estudantes tenham contato com o ensino explícito de argumentação para se apropriarem dos elementos argumentativos essenciais para a construção da habilidade argumentativa.

4.5 CONSIDERAÇÕES FINAIS E IMPLICAÇÕES

Este estudo empregou o Modelo Teórico Argumentativo (MATP) como guia durante a intervenção didática na disciplina de Álgebra Linear I, no curso de Licenciatura em Matemática. Esse modelo também foi usado para analisar os argumentos dos estudantes em duas etapas da disciplina. Na análise da qualidade da argumentação, combinamos as teorias de Toulmin e Perelman, considerando o aspecto lógico e retórico.

O MATP permitiu uma avaliação detalhada, observando não apenas a estrutura, e consistência dos argumentos, mas também as componentes essenciais de um argumento coerente. Além disso, enfatizou a importância da tipologia das justificativas empregadas para apoiar o convencimento e a persuasão dos resultados matemáticos. Esse enfoque não só fortalece a habilidade dos(as) estudantes em formular argumentos com qualidade, mas também pode os(as) capacitar a analisar as bases lógicas por trás das soluções propostas, promovendo, assim, um entendimento mais reflexivo da matemática. Este estudo contribui para a Educação Matemática no Ensino Superior, seguindo recomendações de estudos anteriores ao usar teorias

argumentativas integradas (Carneiro; Teixeira; Oliveira 2023; Metaxas; Potari; Zachariades, 2016; Rodrigues; Silva; Monteiro, 2021).

Na primeira etapa, tivemos indícios de que a maior parte dos estudantes constrói argumentos que não atendem ao estágio de melhor qualidade em relação à argumentação. Alguns tentaram explorar a veracidade das proposições, mas não conectaram adequadamente as premissas e a conclusão. Além disso, houve falta de fundamentação e de recursos retóricos. Na segunda etapa, os dados evidenciam que, em relação à qualidade da argumentação, a maioria dos estudantes tem dificuldade em elaborar argumentos que estão compreendidos a partir do estágio A. Muitos se limitaram ao eixo básico de premissas-justificativas-conclusão, sem justificar de maneira satisfatória. Houve falta de fundamentação e uso limitado de recursos retóricos. Outrossim, percebemos pouco uso de argumentos retóricos que diferem do argumento de definição. Sublinhamos que, nessa etapa, os argumentos construídos de melhor qualidade ocorreram após discussões em sala, mostrando a importância desse processo facilitado pelo professor e pela pesquisa.

Acreditamos que o aprofundamento em lógica e técnicas de demonstração pode otimizar o desempenho do modelo argumentativo toulminiano e perelmaniano, evidenciando a influência do aprendizado nesses aspectos para a qualidade da argumentação dos estudantes. Notamos que eles ainda não estão familiarizados com questões focadas em argumentação, o que se reflete na dificuldade em construir argumentos consistentes em ambas as etapas. A maioria não alcançou um estágio de argumentação mais elevado, seja individualmente ou em grupos.

A introdução de questões com enfoque argumentativo é essencial para estudantes de Licenciatura em Matemática, preparando-os para o campo educacional. A prática constante da argumentação na Educação Matemática é crucial para o desenvolvimento dessas habilidades.

Consideramos fundamental que os estudantes alcancem estágios B e C em relação à qualidade argumentação. Para isso, devem utilizar justificativas adequadas, fundamentos sólidos, considerar exceções e/ou qualificar suas conclusões desde que a situação argumentativa requisite. Recursos retóricos podem ser promissores na validação de argumentos formais., proporcionando uma estrutura persuasiva que fortalece a consistência e a clareza das explicações matemáticas apresentadas.

Encontramos algumas limitações no desenvolvimento da intervenção, principalmente devido ao tempo disponível. Poderíamos ter facilitado discussões mais produtivas nos grupos e uma melhor socialização das questões no quadro. Acreditamos que a falta de familiaridade dos estudantes com esse tipo de discussão contribuiu para uma menor participação. Além disso,

identificamos uma limitação na formulação da questão na primeira etapa, pois não deixamos claro que, entre as justificativas apresentadas, os(as) estudantes poderiam incluir as justificativas informais que utilizaram na resolução.

No entanto, notamos efeitos na construção das habilidades argumentativas dos estudantes durante a intervenção. Em ambas as etapas, os estudantes tiveram oportunidade de praticar questões com a perspectiva argumentativa lógica associada à retórica. Durante a intervenção, colocamos em evidência o papel essencial da justificação e da fundamentação, bem como dos demais elementos importantes para a construção de uma argumentação com qualidade.

Destarte, os estudantes tiveram a oportunidade de refletir sobre a importância das inferências por meio de uma perspectiva argumentativa. Sobretudo na segunda etapa, notamos que houve uma preocupação dos estudantes com o processo de justificação, embora, em certos momentos, tenham enfrentado dificuldades para explicitar quais propriedades e teoremas eram essenciais nas construções matemáticas e a importância delas para respaldar os argumentos. Nessa fase, os estudantes associaram componentes argumentativos a termos que facilitaram a compreensão, como o uso do termo “falhar” em vez de “refutar”.

Ademais, na segunda etapa, os estudantes reconheceram o valor das ilustrações na obtenção de resultados matemáticos. Nesse ponto, observamos indícios de que eles deram maior importância aos recursos retóricos, as propriedades e aos teoremas para fundamentar seus argumentos. Isso sugere que estavam mais familiarizados com elementos que contribuem para o desenvolvimento da habilidade argumentativa, demonstrando uma maior reflexão sobre o processo de argumentação.

Torna-se relevante propor mais estudos com foco em argumentação, especialmente sob a lente teórica de Toulmin (2006) associada à de Perelman (1993) em contextos de Ensino Superior de Matemática, sobretudo com licenciandos(as). Com base nesta pesquisa, destacamos a necessidade de investigações adicionais, como a análise da experiência de estudantes e professores do curso de Licenciatura em Matemática com propostas de ensino explícito de argumentação. Além disso, é essencial avaliar como abordagens pró-argumentativas, em diferentes componentes curriculares da Licenciatura em Matemática, contribuem para o desenvolvimento das habilidades de argumentação e para realizar comparações entre essas abordagens.

Os resultados desta pesquisa destacam a relevância do MATP ao contribuir para a compreensão e exploração da argumentação no contexto das aulas de matemática no Ensino Superior, especialmente no campo da Álgebra Linear. Esse modelo argumentativo emerge

como uma ferramenta viável para guiar intervenções didáticas e analisar a argumentação sob a ótica de uma perspectiva lógica associada à retórica, adaptando-se de acordo com a área curricular específica. Ele apresenta potencial para adaptações não apenas no contexto da matemática, mas também no ensino de ciências.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, W. N. C.; MALHEIRO, J. M. da S. A Argumentação e a Experimentação investigativa no Ensino de Matemática. **Alexandria**, Florianópolis, v. 11, n. 2, p. 57-83, nov. 2018.
- ANTONINI, S. Figural concepts in proving by contradiction. **Quadrante**, [s. l.], v. XXVII, n. 2, 2018.
- BOGOMOLNY, M. Raising students' understanding: Linear algebra. In: WOO, J. H. *et al.* (ed.). **Proceedings of the 31st conference of the international group for the psychology of mathematics education**. Seoul: PME, 2007. p. 65-72. v. 2.
- CAN, O. S.; ISLEYEN, T. The effect of probability instruction through argumentation approach on the achievement of preservice teachers and the permanence of their knowledge. **African Education Research Journal**, [s. l.], v. 8, p. 540-553, 2020.
- CARDOSO, V. Cesar. **Ensino e Aprendizagem de álgebra linear**: uma discussão acerca de aulas tradicionais, reversas e de vídeos digitais. 2014. 205 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2014.
- CARNEIRO, J. S.; TEIXEIRA, E. S.; OLIVEIRA, A. M. P. de. Usos da argumentação na educação matemática: uma revisão sistemática da literatura no Ensino Superior. **Educação Matemática Pesquisa**, [s. l.], v. 25, n.3, p.131-148, 2023.
- GABEL, M.; DREYFUS, T. Affecting the flow a proof by creating presence – a case study in Number Theory. **Educational Studies em Mathematics**, [s. l.], v. 96, n. 2, p. 187-205, 2016.
- GABEL, M.; DREYFUS, T. The flow of a proof: establishing a basis of agreement. **CERME 10**, Dublin, v. 1, p. 155-162, 2017.
- SILVA JÚNIOR, G. A. da. **Elementos de exploração argumentativa docente na sala de aula**: uma proposta de análise à luz de teoria de Perelman e Olbrechts-Tyteca. 2019. 84 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências Exatas e da Terra) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2019.
- KWON, N.; YOUNGGON, B.; HWAN, O. Design research on inquiry-based multivariable calculus: focusing on students' argumentation and instructional design. **ZDM: The International Journal on Mathematics Education**, [s. l.], v. 47, n. 6, p. 997-1011, out. 2015.

LICHTMAN, M. **Qualitative Reserch in Education: A User's Guide**. 2. ed. Califórnia: Sage, 2010.

MATOS, F. C. de. **Praxeologias e modelos praxeológicos institucionais: o caso da álgebra linear**. 2017. 324 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Educação Matemática e Científica, Universidade Federal do Pará, Belém, 2017.

METAXAS, N.; POTARI, D.; ZACHARIADES, T. Analysis of a Teacher's pedagogical arguments using Toulmin's model and argumentation schemes. **Educational Studies in Mathematics**, [s. l.], v. 93, n. 3, p. 383-397, 2016.

OLIVEIRA, J. R. de. **Argumentação e Educação: as contribuições de Chaïm Perelman**. Curitiba: Editora CRV, 2016.

PERELMAN, C. **O império retórico: retórica e argumentação**. Porto: Edições ASA, 1993.

RODRIGUES, F.; SILVA, S. da; MONTEIRO, M. Argumentação no Ensino da Matemática: a produção nacional e a formação do professor que ensina matemática. **Ensino da Matemática em Debate**, [s. l.], v. 8, n. 1, p. 203-229, maio 2021.

RUGGIERO, M. A. G.; VITORINO, A. **Álgebra Linear e Aplicações**. Subespaços Vetoriais. 2018. Disponível em: <https://www.ime.unicamp.br/~marcia/AlgebraLinear/subespacos.html>. Acesso em: 4 set. 2022.

SIMPSON, A. The anatomy of a mathematical proof: implications for analyses with Toulmin's scheme. **Educational Studies in Mathematics**, [s. l.], v. 90, n. 1, p. 1-17, 11 jul. 2015.

STRANG, G. **Introdução à Álgebra Linear**. Tradução J. R. Souza. 4. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2013.

TOULMIN, S. **Os usos do Argumento**. Tradução Reinaldo Guarany. São Paulo: Martins Fontes, 2006.

UYGUN-ERYURT, T. Conception and Development of Inductive Reasoning and Mathematical Induction in the Context of Written Argumentations. **Acta Didactica Napocensia**, [s. l.], v. 13, n. 2, p. 65-79, 2020.

VIEIRA, W.; SOUZA, V. H. G. de S.; IMFUFU, R. S. Sobre Justificativas em Questões do Tipo Verdadeiro/Falso de Estudantes de Licenciatura em Matemática. **Ciência & Educação**, [s. l.], v. 26, 2010, 2020.

WAWRO, M. Reasoning About Solutions in Linear Algebra: the case of abraham and the invertible matrix theorem. **International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education**, [s. l.], v. 1, n. 3, p. 315-338, 30 set. 2015.

CAPÍTULO V

UMA ESTRATÉGIA DIDÁTICA PRÓ-ARGUMENTATIVA PARA ESTUDANTES DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Resumo: Embora pesquisas anteriores tenham evidenciado possíveis contribuições de uma abordagem de ensino com foco em argumentação, estudos realizados sobre essa temática nas aulas de Matemática no Ensino Superior são razoavelmente escassos, sobretudo no âmbito nacional. Diante disso, o objetivo deste artigo é investigar como uma estratégia didática, por meio do Modelo Teórico Argumentativo Toulminiano e Perelmaniano - (MATP), enseja o desenvolvimento da argumentação em estudantes de Licenciatura em Matemática. O contexto escolhido foi uma turma de Álgebra Linear de uma universidade pública. A metodologia adotada é a do tipo intervenção, por intermédio de uma estratégia didática. Trata-se de uma pesquisa que se utiliza do método qualitativo, na qual são combinados a observação, o questionário e a entrevista semiestruturada para a produção dos dados, enquanto se usa os apontamentos, as notas reflexivas e a gravação em áudio para os respectivos registros desses dados. O MATP fundamentou a análise, bem como a estratégia de ensino. Os resultados indicam que a intervenção didática oportunizou estratégias argumentativas para resoluções de questões e justificativas sobre assuntos da Álgebra Linear, corroboradas pelas interações discursivas. Além do mais, tanto os estudantes quanto o professor se apropriaram de termos e linguagens das teorias argumentativas do estudo. Os resultados apontam indícios de efeitos em relação ao professor que apoiou a metodologia aplicada, adotou a estratégia e demonstrou interesse em aplicá-la em suas aulas. Destaca-se a necessidade de mais estudos para investigar a aplicação do MATP em outras disciplinas do curso de Licenciatura em Matemática.

Palavras-chave: Argumentação. Estratégia Didática. Licenciandos(as) em Matemática. Álgebra Linear.

Abstract: Although previous studies have shown likely contributions of a teaching approach focused on argumentation, research on the theme in mathematics classes in higher education are considerably scarce, especially in Brazil. Thus, this article investigates how a teaching strategy based on Toulmin-Perelman Argumentation Model (TPAM) aims to develop argumentation in students from a mathematics teaching degree program. The chosen context is a group of students from a Linear Algebra subject at a public university. The methodology we adopted was intervention through a didactic strategy. This study uses a qualitative methodology in which we combined observation, a questionnaire and a semistructured interview to produce the data, and we used comments, reflective notes and audio recordings to record the data. TPAM supported the analysis and the teaching strategy. The results point out that the didactic intervention provided argumentative strategies to questions and justifications to subjects related to Linear Algebra, which were corroborated by discursive interactions. Furthermore, both the students and the professor appropriated terms and language related to the argumentative theories employed in this study, and we noticed signs of effects stemming from the professor who used the methodology employed in this study, adopted the strategy and showed interested in applying it in their classes. We highlight the need for more studies in order to investigate the application of the TPAM in other subjects of the mathematics teaching degree program.

Keywords: Argumentation. Didactic Strategy. Mathematics Teaching Students. Linear Algebra.

5.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Pesquisas sobre argumentação despertam interesse na Educação Matemática em diversas modalidades de ensino (Aguilar Júnior, 2019; Antonini, 2018; Carneiro; Teixeira; Oliveira, 2023; Gabel; Dreyfus, 2016). Entre os focos de estudo, notamos múltiplas linhas de investigação e destacamos: análise sobre argumentação de estudantes e de professores; estudos sobre intervenções didáticas com enfoque argumentativo e análise sobre relação entre argumentação e provas. Diferentes são as perspectivas teóricas que fundamentam essas pesquisas. Identificamos a perspectiva teórica de Toulmin (2006), a de Perelman (1993), a de Walton (2012), a de van Eemeren (2008) e o referencial teórico da estrutura da Unidade Cognitiva (Carneiro; Teixeira; Oliveira, 2023).

Neste estudo, nossa atenção direciona-se à temática da argumentação no Ensino Superior, fundamentada pela perspectiva teórica de Toulmin (2005) e Perelman (1993). Toulmin caracteriza a argumentação de acordo com estruturas argumentativas, enquanto Perelman a caracteriza em relação ao discurso. Investigaremos uma intervenção didática com a promoção do ensino da argumentação, utilizando a associação dos construtos teóricos, com foco em sua contribuição para o aprimoramento da argumentação de licenciandos(as) em Matemática.

Ademais, estudos com intervenções didáticas de enfoque argumentativo em Educação Matemática apontam contribuições para o desenvolvimento da argumentação de estudantes no âmbito Superior (Gabel; Dreyfus, 2016; Rodrigues; Da Silva; Monteiro, 2021). Um ensino que segue a metodologia argumentativa possibilita uma interação discursiva que gera uma oportunidade para a construção de argumentos sobre um determinado tema (Carneiro; Teixeira; Oliveira, 2023; Uygun-Eryurt, 2020). Denominamos o conjunto de atividades que incentivem a produção de argumentos como atividades pró-argumentativas. Por meio de intervenções didáticas que se utilizem das referidas atividades, é possível desencadear e desenvolver a argumentação dos estudantes (Rodrigues; Da Silva; Monteiro, 2021).

Contudo, estudos sinalizam dificuldades encontradas por universitários(as), sobretudo os de Licenciatura em Matemática, para a construção e a fundamentação dos argumentos no

contexto de uma atividade matemática (Uygun-Eryurt, 2020; Wawro, 2015)²⁸. É essencial que esses estudantes vivenciem, durante o curso, atividades que promovam o desenvolvimento da argumentação (Nasser; Caldato, 2019). Nessa direção, Rodrigues, Da Silva e Monteiro (2021) sustentam que, durante a sua prática docente, compete ao professor de Matemática, promover processos argumentativos para engajar os estudantes em situações de elaboração de conjecturas e de valorização do processo justificatório.

Outrossim, pesquisas na Educação Matemática apontam lacunas que geram a necessidade de mais investigações com enfoque argumentativo (Can; Isleyen, 2020; Gabel; Dreyfus, 2017; Rodrigues; Da Silva; Monteiro, 2021). Tais investigações devem ser realizadas, especialmente, na formação inicial de professores de Matemática, pois, de acordo com Rodrigues, Da Silva e Monteiro (2021), há uma escassez de estudos sobre a temática nesta modalidade de ensino. Além disso, estudos indicam que se deve realizar pesquisas fundamentadas por integração de diferentes perspectivas argumentativas (Gabel; Dreyfus, 2017; Metaxas, Potari, Zachariades, 2016).

A partir dos argumentos apresentados, este artigo objetiva investigar como uma estratégia didática por meio do modelo teórico argumentativo Toulminiano e Perelmaniano-(MATP) enseja o desenvolvimento da argumentação em estudantes de Licenciatura em Matemática. A fim de alcançar esse objetivo, realizamos a pesquisa na disciplina de Álgebra Linear I do curso de Licenciatura em Matemática de uma universidade pública no estado da Bahia. Para a produção de dados, fizemos o uso de observação, de questionário e de entrevista semiestruturada após ter proporcionado o ensino explícito de argumentação. A escolha da Álgebra Linear como contexto deste estudo se deu em função do seu papel estruturante no currículo da Licenciatura em Matemática. É uma disciplina importante para a formação de professores e para sua atividade na educação básica, pois vários tópicos estudados poderão ser trabalhados no Ensino Básico.

Este artigo encontra-se subdividido em seções de modo a atingirmos o objetivo proposto. Além desta seção inicial, o texto encontra-se estruturado em mais quatro seções. A seguir, apresentaremos uma reflexão sobre a Argumentação na Educação Matemática com foco no Ensino Superior, em diálogo com a literatura correlacionada. Na terceira seção, descreveremos os procedimentos metodológicos, seguidos da seção de análise dos dados e discussão dos resultados. Por fim, apresentaremos as conclusões e as implicações.

²⁸ As traduções/adaptações das referências da literatura de língua estrangeira consultada e presente nas citações diretas e indiretas neste estudo foram realizadas pelos autores.

5.2 ARGUMENTAÇÃO NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Argumentamos quando queremos que o interlocutor reconheça a verdade de uma afirmação (Pedemonte, 2012). Na matemática, o interlocutor é a comunidade matemática, a classe escolar ou aquele que discute (Plantin, 2008). Por meio da argumentação, podemos provocar ou aumentar, no auditório, a adesão a uma asserção (Perelman, 1993). Para Perelman e Olbrechts-Tyteca (2005, p. 22), o auditório é “conjunto daqueles que o orador quer influenciar pela sua argumentação”. Para Boavida (2005), a expressão “argumentação matemática” refere-se a conversações produzidas durante aulas de Matemática que têm como característica ser explicativa e justificativa.

Compreendemos argumentação como um processo comunicativo, no qual se apresenta uma asserção com base em uma, ou mais, premissa(s) e se busca justificativas para validar essa asserção dentro de um contexto de uso. O processo comunicativo visa à adesão de um auditório à asserção, tanto no aspecto intelectual quanto no emocional (Perelman, 1993; Toulmin, 2006). No ambiente de ensino, esse processo propicia a discussão de temas, por meio dos quais os indivíduos podem entender melhor seus conhecimentos, desde que tenham a oportunidade de apresentar suas ideias, ouvir, refletir, concordar ou contestar as ideias dos outros (Can; Isleyen, 2020).

Diversos estudos enfatizam a importância de um ensino com foco argumentativo (Can; Isleyen, 2020; Carneiro; Teixeira; Oliveira, 2023; Gabel; Dreyfus, 2017). Em um ensino que adote a abordagem argumentativa, são solicitadas explicações, elaborações ou defesas de posicionamento sobre um tema. Por meio da interação entre os sujeitos envolvidos no processo argumentativo, há negociação, construção e reconstrução de significados de maneira coletiva (Lin, 2018).

A argumentação é um tema emergente nas pesquisas em Educação Matemática (Carneiro; Teixeira; Oliveira, 2023; Rodrigues; Da Silva; Monteiro, 2021). Notamos uma multiplicidade de abordagens sobre a temática. Entre os principais usos da argumentação no Ensino Superior, destacamos: argumentação como instrumento de análise dos argumentos de estudantes; argumentação como instrumento de análise dos argumentos de professores e argumentação como abordagem de ensino (Carneiro; Teixeira; Oliveira, 2023).

Na Educação Matemática no âmbito Superior, entre os estudos que objetivaram analisar argumentos, tanto de estudantes quanto de professores, foi predominante o uso da perspectiva teórica de Toulmin (Carneiro; Teixeira; Oliveira, 2023; Simpson, 2015). No entanto, encontramos menos ocorrência da perspectiva de Perelman (1993) de acordo com a revisão

sistemática que realizamos. O referencial teórico da Unidade Cognitiva se mostra presente nas pesquisas que objetivam analisar os argumentos com foco na relação entre argumentação e prova (Antonini, 2018; Mariotti; Pedemonte, 2019). Temos, ainda, pesquisas que integram perspectivas argumentativas com o objetivo de proporcionar uma análise mais profunda dos argumentos (Carneiro; Teixeira; Oliveira, 2023; Metaxas; Potari; Zachariades, 2016). Na subseção a seguir, apresentamos uma sucinta discussão do modelo teórico argumentativo que fundamentou esta pesquisa.

5.2.1 O Modelo Teórico Argumentativo Toulminiano e Perelmaniano – MATP

O modelo teórico argumentativo toulminiano e perelmaniano foi desenvolvido pelos autores desta pesquisa (Carneiro; Teixeira; Oliveira²⁹) e aplicado para a avaliação da qualidade da argumentação de licenciandos(as) em Matemática em outro estudo empírico (Carneiro; Teixeira; Oliveira³⁰). Portanto, para este estudo, apresentaremos o MATP sucintamente. Utilizamos a estrutura de argumento proposta por Toulmin (2006) e, em relação às justificativas, nos baseamos na tipologia dos argumentos processados via associação de Perelman e Olbrechts-Tyteca (2005) (Figura 25). Dessa forma, articulamos elementos do modelo de Toulmin (**T**) à tipologia dos argumentos de Perelman (**P**) (Carneiro; Teixeira; Oliveira, a).

No **MATP** (Figura 25), as premissas (em **P**), correspondem aos dados (em **T**) e são as informações de suposta aceitação geral. A tese principal (em **P**) corresponde à conclusão (em **T**). Ela é a declaração feita com base nas premissas. A justificativa conecta premissas e a conclusão, tornando suas relações plausíveis. A natureza da justificativa no **MATP** é baseada na tipologia dos argumentos de (**P**) (Carneiro; Teixeira; Oliveira, 2023). No âmbito dos tipos de argumentos definidos por Perelman (1993), destacamos, aqui, os argumentos quase lógicos, argumentos baseados na estrutura do real e argumentos que fundamentam a estrutura do real. Os argumentos quase lógicos são compreendidos ao aproximá-los do pensamento formal, de natureza lógica ou matemática (Perelman; Olbrechts-Tyteca, 2005). Os argumentos baseados na estrutura do real surgem a partir de ligações que existem entre elementos do real. Já os argumentos que fundamentam a estrutura do real estabelecem conexões entre um algo que se conhece e a realidade que se almeja conhecer (Oliveira, 2016).

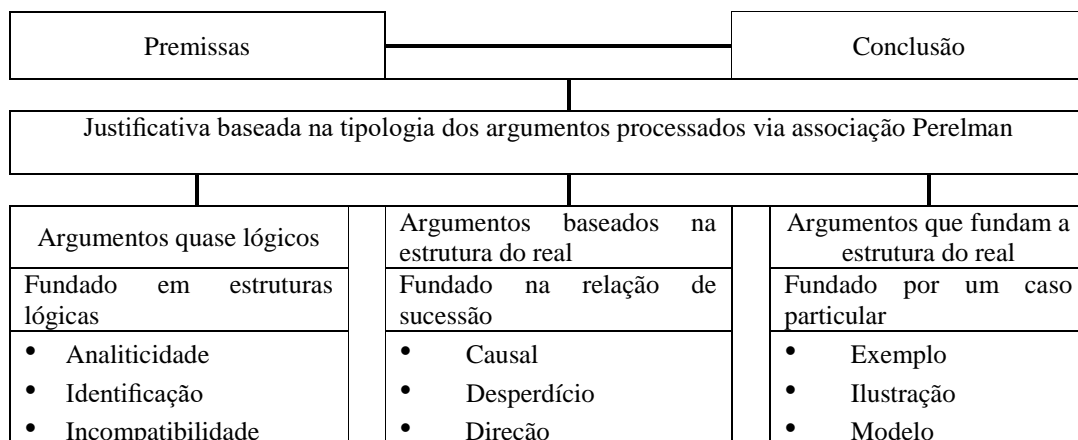
²⁹ Artigo “a” submetido à publicação.

³⁰ Artigo “b” submetido à publicação.

Conforme a tipologia de Perelman que discutimos neste estudo, incluímos como justificativas: argumento de definição, quando a justificativa ocorre por meio de ideias das relações conceituais do campo de estudo; argumento de autoridade, a justificativa tem uma credibilidade atribuída a um especialista ou autoridade na área e argumento de ilustração; quando a justificativa completa a argumentação formal e reforça a adesão a uma regra conhecida. Entendemos o papel essencial das definições no campo da Matemática. Contudo, sustentamos que a argumentação proporcionará um maior convencimento dos resultados matemáticos desde que utilize de argumentos informais³¹ na tipologia de Perelman para apoiar os argumentos formais. Compreendemos que a justificativa (ou das justificativas) é necessária para validar a conclusão; os argumentos podem contemplar justificativa(s) complementar(es) que corroboram para o entendimento do tema matemático (Carneiro; Teixeira; Oliveira³²).

Quanto ao fundamento (em **T**), ele é o que credencia a justificativa. Sublinhamos a importância do uso de fundamentos sólidos na matemática, por meio de propriedades, axiomas ou teoremas, para credenciar as justificativas apresentadas. As outras componentes (em **T**), serão acrescentadas ao esquema do **MATP** desde quando o objeto do argumento requisite. Assim, o refutador é acrescentado ao esquema quando há possíveis exceções. O qualificador é acrescentado ao esquema quando há necessidade de acordo em relação à tese discutida, de tratar sobre a sua certeza, imprimindo-lhe confiança. Conforme a perspectiva de Toulmin (2006), também consideramos um argumento em sua forma básica quando é composto pelo eixo premissas-justificativa-conclusão, ainda que não apresente todas as justificativas necessárias para validar a conclusão.

Figura 22 – Esquema do MATP



³¹ Argumentos são informais quando as justificativas são fundamentadas em interpretação concreta de conceitos matemáticos, como, por exemplo, representações visuais e outras representações ilustrativas. Já em relação aos argumentos formais, as justificativas são baseadas em definições, axiomas e teoremas (Laamena *et al.*, 2018).

³² Artigo “a” submetido à publicação.

<ul style="list-style-type: none"> • Reciprocidade • Regra da Justiça • Tautologia • Transitividade 	<ul style="list-style-type: none"> • Pragmático • Superação • Supérfluo 	
Fundado em relação matemática	Fundado na relação de coexistência	Fundado por fatores de semelhança
<ul style="list-style-type: none"> • Relação de ordem • Relação do todo com as partes • Relação de variabilidade 	<ul style="list-style-type: none"> • Autoridade • Grau e Ordem • Hierarquia • Pessoa – ato 	<ul style="list-style-type: none"> • Analogia • Metáfora
Fundamento		

Fonte: Carneiro, Teixeira e Oliveira (2023).

Modelos teóricos argumentativos também podem ser usados na Educação Matemática para apoiar estratégias de ensino (Carneiro; Teixeira; Oliveira, 2023; Metaxas; Potari; Zachariades, 2016). A estratégia didática aplicada nesta pesquisa teve o enfoque argumentativo do MATP. Na subseção seguinte, apresentaremos uma reflexão sobre estratégias de ensino pró-argumentativas com enfoque na perspectiva de Toulmin (2005) e de Perelman (1993).

2.2.2 Estratégia de ensino pró-argumentativa

Estratégia de ensino pró-argumentativa é uma abordagem de ensino-aprendizagem na qual há o incentivo à participação ativa dos estudantes. Eles são incentivados a realizarem inferências por meio de raciocínio e/ou usando lentes teóricas argumentativas (Can; Isleyen, 2020; Carneiro; Teixeira; Oliveira, 2023). Nessa abordagem, busca-se convencer os outros sobre suas ideias, utilizando expressões para apoiar ou refutar as assertivas em discussão. Pode-se empregar a referida abordagem implicitamente ou explicitamente. Na abordagem implícita, o professor é guiado por estratégias que promovem a argumentação, mesmo que ele não ensine sobre tópicos de alguma teoria da argumentação. Enquanto na explícita, é promovido o ensino de argumentação de forma direta por meio de elementos essenciais sob à luz de uma perspectiva teórica argumentativa (Carneiro; Teixeira; Oliveira, 2023).

Neste estudo, adotamos a abordagem explícita da argumentação no ensino. Consideramos importante no ensino de Matemática o entendimento da construção de argumentos, o conhecimento de técnicas argumentativas, de tipologia de argumentos e de como ocorre a troca discursiva entre professores e estudantes no momento no processo de ensino e aprendizagem. Assim, ao utilizar do MATP para apoiar o ensino de Matemática, é possível

produzir argumentos conforme sua estrutura e incentivar que os estudantes os apliquem para além das definições matemáticas, de outros tipos de justificativas.

Desse modo, o professor pode facilitar para o uso de exemplos, de representações geométricas e de outras técnicas argumentativas que podem ser empregadas no processo de justificação das ideias. Além do mais, a depender da situação argumentativa, pode ainda destacar o uso das possíveis exceções, discutindo os contraexemplos e evidenciando o carácter da impossibilidade matemática, bem como pode tratar sobre a sua certeza, imprimindo, nela, confiança e qualificando a tese discutida.

Ademais, esta pesquisa ocorreu com estudantes de licenciatura em Matemática e com o professor responsável pela disciplina. Nós sustentamos a necessidade de proporcionar o conhecimento sobre teorias argumentativas ao professor, pois ele é o responsável por ensinar matemática aos estudantes via argumentação, logo, entendemos que é necessário, primeiramente, que este saiba como argumentar.

Estudos na Educação Matemática (Can; Isleyen, 2020; Uygun- Eryurt, 2020) que promoveram o ensino de argumentação durante a intervenção didática sinalizaram que os estudantes obtiveram um melhor desempenho escolar. Os esquemas de argumentação desses estudantes foram melhorados e evoluíram ao longo das intervenções. Compreendemos que a possibilidade de estudar a composição do processo argumentativo, conforme uma respectiva teoria argumentativa, contribui para o processo justificatório das ideias, para o incentivo ao questionamento das ideias dos outros, para a proposição de contra-argumentos, para a solicitação de justificativas adicionais, e para outras ações argumentativas que estão presentes em processo discussão de temas matemáticos.

É crucial garantir que, ao realizar intervenções didáticas com abordagem argumentativa, o ambiente da sala de aula favoreça a discussão, análise e avaliação de ideias entre os estudantes (Carneiro; Teixeira; Oliveira, 2023; Can; Isleyen, 2020). Estratégias que promovam a interação em grupo facilitam a troca de argumentos, contribuindo para a construção de conclusões sobre diferentes temas (Can; Isleyen, 2020; Metaxas; Potari; Zachariades, 2016).

Por conseguinte, os professores podem direcionar a discussão com objetivo de fomentar o processo argumentativo. Eles podem empregar perguntas pró-argumentativas, pois estimulam a interação entre estudantes e de estudantes com professores, visando à produção de argumentos sobre o tema da aula (Carneiro; Teixeira; Oliveira³³). São perguntas do tipo: “Como se justifica isso?” “Como ocorrem casos diferentes?” “Por que você pensa desse jeito?” “Qual propriedade

³³ Artigo “a” submetido à publicação.

que fundamenta essa justificativa?” “Há um contraexemplo?” Compreendemos que essas ações estimulam a formação da cultura da argumentação em sala de aula à qual alude Boavida (2005).

Apontamos, ainda, que o professor pode realizar adaptações em questões matemáticas propostas no livro didático em uso conforme a perspectiva argumentativa que fundamenta a estratégia de ensino a fim de que os estudantes observem a relação entre o modelo argumentativo aplicado e o conteúdo estudado. Boavida (2005) destaca a importância de envolver os estudantes em atividades argumentativas nas aulas de Matemática para valorizar o raciocínio matemático em várias vertentes e promover uma compreensão mais profunda da lógica formal.

5.3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Os aspectos éticos deste estudo foram considerados conforme a Resolução do Conselho Nacional de Saúde n.º 510 de 07 de abril de 2016. Este estudo compõe a parte empírica do projeto de pesquisa que teve registro no Comitê de Ética em Pesquisa da Universidade Estadual de Feira de Santana (CEP-UEFS), sob protocolo n.º 5.539.224/2022 (CAAE – 57438622.3.0000.0053), em 21 de julho de 2022 (Anexo A). Com autorização do comitê, no final de agosto de 2022, iniciamos o estudo empírico e aplicamos a intervenção didática na disciplina Álgebra Linear I do curso de Licenciatura em Matemática de uma universidade pública baiana.

A disciplina Álgebra Linear I é obrigatória e é oferecida no terceiro semestre da Licenciatura em Matemática na universidade na qual conduzimos a pesquisa. A prática de ensino dessa disciplina é realizada por meio de aulas teóricas e expositivas, com a resolução de exercícios tanto pelo professor quanto pelos estudantes (Moro; Viseu; Siple, 2016). Dessa forma, a sala de aula dessa componente curricular favorece a produção de observações sobre os processos argumentativos dos estudantes e de professores envolvidos em atividades de justificativas.

O projeto de pesquisa foi apresentado à turma e ao professor da disciplina no final de agosto de 2022. Os 18 estudantes presentes e o professor aceitaram participar do estudo e, cientes dos procedimentos metodológicos adotados, assinaram o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) (Apêndices A e B). Para compreender como a estratégia didática que utiliza o modelo teórico argumentativo Toulminiano e Perelmaniano (MATP) oportuniza o desenvolvimento da argumentação em estudantes de Licenciatura em Matemática, optamos pela abordagem qualitativa. Buscamos a compreensão e reflexão sobre os fenômenos em

estudo, priorizando a análise descritiva e interpretativa, conforme Flick (2014), em oposição à explicação direta. Nossos métodos para produção de dados incluem observação, questionários e entrevistas semiestruturadas, considerados adequados para estudos qualitativos no contexto educacional, segundo Lichtman (2010).

Antes de aplicar o questionário, foi promovido o ensino explícito de argumentação, durante 1:30 h no início de setembro de 2022. Nesse dia, estavam presentes 15(quinze) dos 18 (dezoito) estudantes que aceitaram participar da pesquisa. O professor da disciplina havia trabalhado em aulas anteriores o conteúdo de Matrizes. A pesquisadora entregou aos estudantes e ao professor um texto com explicações sobre as componentes argumentativas que compõem os esquemas argumentativos, bem como outras informações essenciais das teorias argumentativas em estudo (Apêndice C).

A pesquisadora utilizou de *slides* (Apêndice D) para apresentar e discutir as informações presentes no referido texto sobre a definição de argumentação e de argumento, o modelo de Toulmin, as técnicas argumentativas conforme a perspectiva de Perelman e o esquema do MATP. Em seguida, no quadro, a pesquisadora aplicou, com a participação da turma, os esquemas argumentativos via exemplos com o contexto da matemática básica, bem como exemplos dentro do conteúdo de Matrizes. Por meio desses exemplos, destacamos a identificação das principais componentes presentes nos argumentos e como diferenciar a função de cada uma delas. Ademais, informamos aos participantes da pesquisa que o texto entregue apoiaria a intervenção didática e que seria essencial que eles realizassem uma leitura em casa para uma melhor compreensão das teorias que fundamentam a intervenção.

Na aula da semana seguinte, aplicamos o questionário para a produção dos dados durante 1h30, em dois grupos de 3 estudantes e de um grupo de 4 estudantes. Denominamos esses grupos de: grupo A, grupo B e grupo C. Os demais estudantes que haviam sido registrados no TCLE não estavam presentes nesta aula e, assim, não participaram dessa produção de dados. A cada grupo, foram entregues argumentos sobre matemática básica, sendo que um dos argumentos abordava o conteúdo prévio necessário à disciplina Álgebra Linear (Questionário 1). Nessa atividade prática, os estudantes deveriam identificar as componentes argumentativas de acordo com os esquemas argumentativos apresentados.

A pesquisadora foi quem conduziu a aplicação do questionário. Ela circulava pela sala de aula, incentivando a discussão nos grupos e a produção das respostas. Os estudantes foram informados que teriam a possibilidade de acessar o texto informativo sobre Argumentação (Apêndice C), os livros de Álgebra ou Geometria Analítica, além de ser permitido o uso de

aparelhos eletrônicos, tais como celular, *tablet*, entre outros. Assim, pudemos realizar observações e fazer anotações no caderno de bordo.

Para análise desse questionário, observamos se os estudantes identificaram os elementos argumentativos de acordo com o modelo de Toulmin (2006) e do MATP (Carneiro; Teixeira; Oliveira³⁴). Adotamos, também, os seguintes critérios: quando há identificação de todos os elementos que compõem o eixo argumentativo, entendemos como uma identificação completa, eficaz. Caso haja identificação de partes dos elementos, consideramos uma identificação incompleta. Procedemos de maneira análoga quando avaliamos o uso de recurso retórico da ilustração. Caso não sejam apresentados de maneira completa os itens necessários para compor a ilustração, qualificamos como ilustração incompleta. Observamos, também, se os estudantes aplicavam critérios para identificação das componentes, ou seja, se associavam às palavras ou expressões que indicavam justificativas, conclusões, refutações e demais componentes.

Durante os meses de setembro e outubro de 2022, disponibilizamos ao professor da disciplina exercícios sobre Espaços e Subespaços Vetoriais, de livros de Álgebra Linear (Anton; Rorres, 2001; Ruggiero; Vitorino, 2018; Strang, 2013), que foram adaptados à proposta argumentativa e, conseqüentemente, à aplicação do MATP. O professor da disciplina, de maneira colaborativa, realizou adaptações nas listas de exercícios e avaliações, acrescentando questões adaptadas ao MATP. Reconhecemos essa atitude do professor como um reforço importante ao ensino da argumentação que foi proposto pela pesquisadora, pois provoca uma relação entre o MATP e a Álgebra Linear, além de fortalecer a presença da intervenção didática.

Em meados de outubro de 2022, houve uma atividade prática sobre Espaços Vetoriais desenvolvida em dois grupos de 4 estudantes e de um grupo de 3 estudantes, denominados de: grupo Q, grupo R e grupo S. Essa atividade também foi objeto de um estudo realizado por Carneiro, Teixeira e Oliveira³⁵ na qual foi investigada a qualidade da argumentação dos estudantes. Depois dessa atividade, em um horário extra das aulas, realizamos entrevistas semiestruturadas com um estudante de cada grupo Q, R e S e com o professor (Apêndice E e F). Esses participantes falaram sobre suas percepções acerca do ensino explícito e da experiência com a estratégia de foco argumentativo. Buscamos por estudantes que haviam participado de todas as atividades práticas da pesquisa, incluindo o ensino explícito de argumentação.

³⁴ Artigo “a” submetido à publicação.

³⁵ Artigo “b” submetido à publicação.

A entrevista foi conduzida na sala de aula de laboratório, com a presença exclusiva da pesquisadora e dos entrevistados, gravada em áudio por um celular. Cada estudante teve uma média de 15 minutos, enquanto o professor, aproximadamente 25 minutos. As falas foram transcritas conforme foram proferidas, buscando extrair informações relevantes para a investigação. Utilizamos letras maiúsculas (Q, R ou S) com subscrito “e” para identificar os estudantes de cada grupo (por exemplo, Re representa um estudante do grupo R), e “P” para o professor. Respostas com múltiplas sentenças na mesma pergunta são separadas por ponto e vírgula (;). As transcrições foram analisadas e, na seção seguinte, a estratégia didática aplicada será investigada e discutida.

5.4 ANÁLISE DOS DADOS E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Iremos analisar como a estratégia didática por meio do MATP enseja o desenvolvimento da argumentação em estudantes de Licenciatura em Matemática. A partir dos dados construídos, identificamos aspectos que constituíram duas categorias de análise. Analisaremos, na primeira categoria, como o ensino explícito oportuniza o desenvolvimento da argumentação. Para tanto, utilizamos o questionário para a produção dos dados. Na segunda categoria, analisaremos a percepção dos estudantes e do professor em relação à estratégia desenvolvida, usando do instrumento das entrevistas. Em ambas as análises, contamos também da observação para corroborar com a produção dos dados.

5.4.1 Ensino Explícito

Nessa categoria, analisamos os efeitos gerados pelo ensino explícito que propiciam o desenvolvimento da argumentação dos estudantes. Desse modo, a partir do questionário composto por duas questões, analisamos a compreensão dos estudantes quanto à estrutura argumentativa tanto do modelo de Toulmin, quanto do MATP. Na questão 1, os argumentos encontram-se previamente construídos, e solicitamos a identificação das suas componentes. Já na questão 2, requisitamos a identificação das premissas, da conclusão e o acréscimo de uma justificativa que permita a conexão entre essas componentes. Nas duas questões, solicitamos e avaliamos o recurso retórico da ilustração.

Quadro 7 – Questão 1 do questionário

Aplique o *layout* de Toulmin para decompor os argumentos abaixo em suas partes componentes.

(i) Um triângulo cuja altura coincide com uma bissetriz. O triângulo é isósceles. Os dois ângulos correspondentes são congruentes e um lado é comum. A bissetriz produz dois ângulos congruentes e altura produz dois ângulos retos. A bissetriz e altura representam um único elemento. Porém, isso não ocorre se a altura não for a bissetriz.

(ii) Sejam as equações: $3x + 2y = 11$ e $x - 2y = 1$. O sistema determinado por essas equações é compatível e determinado. O ponto $x=3$ e $y=1$ está nas duas retas. Esse ponto resolve as duas equações ao mesmo tempo. Portanto, o sistema formado por essas retas admite apenas uma única solução. Que critério você utiliza para identificar as componentes dos argumentos acima? Poderia ilustrar as situações acima?

Fonte: Elaborado pelos autores.

Quadro 8 – Respostas à questão 1 do questionário

(i) **D**: Um triângulo cuja altura coincide com uma bissetriz. **C**: O triângulo é isósceles. **J**: Os dois ângulos correspondentes são congruentes e um lado é comum. A bissetriz produz dois ângulos congruentes e altura produz dois ângulos retos. A bissetriz e altura representam um único elemento. **R**: Porém, isso não ocorre se a altura não for a bissetriz.

(ii) **D**: Sejam as equações: $3x + 2y = 11$ e $x - 2y = 1$. **F**: O sistema determinado por essas equações é compatível e determinado. **J**: O ponto $x=3$ e $y=1$ está nas duas retas. **J**: Esse ponto resolve as duas equações ao mesmo tempo. **C**: Portanto, o sistema formado por essas retas admite apenas uma única solução.

D: dados, **J**: justificativa, **C**: conclusão, **F**: fundamento, **Q**: qualificador, **R**: refutador. Quando não há uma das componentes identificamos (-).

Fonte: Elaborado pelos autores.

Quadro 9 – Questão 1: identificação das componentes argumentativas de Toulmin

	Grupos	Dados	Justificativas	Conclusão	Fundamento	Qualificador	Refutador
Questão 1 (i)	A	SIM	SIM	SIM	NÃO	-	NÃO
	B	SIM	SIM	NÃO	INCOMPLETA	-	INCOMPLETA
	C	SIM	INCOMPLETA	SIM	INCOMPLETA	-	INCOMPLETA
Questão 1 (ii)	A	NÃO	SIM	NÃO	INCOMPLETA	-	-
	B	SIM	NÃO	SIM	INCOMPLETA	-	-
	C	SIM	INCOMPLETA	SIM	SIM	-	-

Fonte: Elaborado pelos autores.

Com base na Quadro 8, notamos que os grupos não identificaram corretamente todos os elementos que compõem um argumento segundo a estrutura argumentativa de Toulmin. Constatamos que apenas um grupo (A, no item (i)) fez a identificação do eixo dados-justificativas-conclusão de forma completa. Ainda assim, o grupo não determinou o fundamento e o refutador. Quanto à identificação do fundamento, percebemos que ocorreu de forma incompleta para a maioria dos grupos. O grupo A, na questão 1 (i), não identificou o fundamento. Apenas o grupo C, na questão 1(ii), o identificou de forma coerente, mas as demais

respostas dadas tinham forma incompleta. O fundamento, segundo Toulmin (2006), é um elemento importante no argumento por credenciar a justificativa apresentada.

Em relação ao refutador, detectamos respostas incompletas ou não apontadas. Apesar de a conjunção adversativa estar presente na asserção correspondente à questão 1(i), os estudantes não a identificaram como obstáculo, condição de restrição ou afirmação que invalidaria a conclusão. Nenhum dos argumentos continha o qualificador. Entretanto, o grupo A, no item(ii), identificou o dado como qualificador.

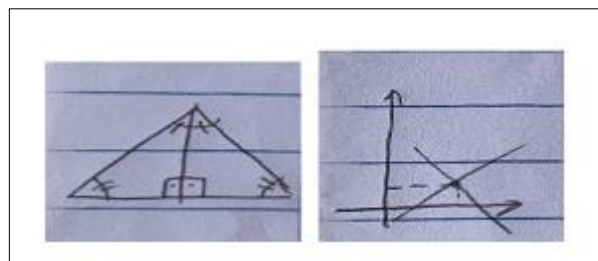
Quadro 10 – Questão 4: apresentação de recurso retórico via ilustração

Grupos	Item (i)	Item (ii)
A	INCOMPLETA	NÃO
B	SIM	SIM
C	NÃO	NÃO

Fonte: Elaborado pelos autores.

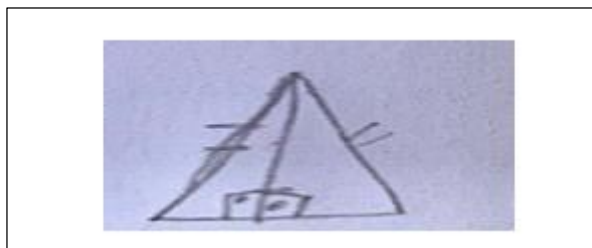
No que se refere ao recurso retórico da ilustração, apenas o grupo B ilustrou de forma completa os dois itens da questão (Quadro 9). Os estudantes do grupo B desenharam um triângulo isósceles com a bissetriz e a altura coincidindo (Figura 26) para o item (i) e um plano cartesiano com duas retas que se interceptam em um ponto (Figura 26) para o item (ii). O grupo A fez um triângulo isósceles e representou uma altura sem demarcar que coincidia com a bissetriz, e não representou o plano (Figura 27).

Figura 23 – Resposta da ilustração da questão 1 grupo B



Fonte: Dados da pesquisa dos autores.

Figura 24 – Resposta da ilustração da questão 1 grupo A



Fonte: Dados da pesquisa dos autores.

De acordo com as respostas encontradas, percebemos que a maioria dos estudantes não identificou as componentes argumentativas. No item (i), que trata dos dados, todas as identificações foram completas. Entretanto, nas outras componentes, observamos variação, com algumas respostas indicando identificações completas, outras sem identificações e algumas incompletas. Sinalizamos que apenas um grupo, no item (i), identificou a estrutura básica (dados-justificativa-conclusão) que compõe um argumento, conforme proposto por Toulmin (2006).

A dificuldade encontrada em nossa pesquisa na compreensão da estrutura argumentativa de Toulmin está em consonância com um estudo conduzido por Uygun-Eryurt (2020). No referido estudo, embora os participantes tivessem a oportunidade de praticar a escrita de argumentações, muitos encontraram dificuldades em identificar e relacionar os elementos argumentativos conforme a estrutura proposta por Toulmin, especialmente em relação às justificativas e seus fundamentos. Os autores sugerem a realização de mais estudos para avaliar o potencial de cursos de argumentação com uma abordagem mais extensa e detalhada.

Notamos que o recurso retórico da ilustração não foi bem utilizado por todos os grupos, conforme evidenciado no Quadro 9. O grupo que ilustrou os dois itens utilizou o *software* Geogebra em dispositivos móveis, destacando a melhoria na visualização do desenvolvimento pretendido. Um estudante do grupo B afirmou que “[...] ao utilizar o Geogebra a gente visualiza melhor o que pretende desenvolver”. Pesquisas anteriores sobre argumentação e prova destacam que o uso do Geogebra pode confirmar alegações durante o processo de discussões matemáticas (Gulkilik; Kaplan; Emul, 2019). Na área da Matemática, ilustrações podem tornar propriedades mais nítidas, enriquecendo a compreensão e contribuindo para argumentos significativos (Antonini, 2018). Nesse contexto, Gabel e Dreyfus (2016, 2017) sustentam a importância de utilizar recursos retóricos nas aulas de Matemática, pois colaboram com o convencimento da validade de afirmações.

Quanto à resposta em relação aos critérios utilizados para identificação de componentes argumentativos, nenhum grupo fez a escrita dessas respostas. No entanto, ao observar as discussões durante a resolução do questionário, percebemos estudantes citando frases do tipo: “[...] o refutador tá fácil aqui, veja aí esse, porém” (estudante do grupo B), “[...] o “portanto” no segundo argumento também faz a gente acreditar que é conclusão” (estudante do grupo C). Acreditamos que houve uma limitação na elaboração dos argumentos nesta questão, pois não escreveram as asserções com conectivos, bem como não destacaram, na entrega do questionário, que seria importante explicitar por escrito o que os grupos discutem oralmente em relação às perguntas do questionário.

Os resultados encontrados, nessa questão, demonstram a necessidade de utilização do ensino explícito de argumentação e de questões que explorem a estrutura argumentativa, assim como a relação entre suas componentes, no contexto de ensino de Matemática. Compreendemos que o ensino explícito de argumentação, realizado previamente à aplicação do questionário, gerou alguns efeitos para o desenvolvimento da argumentação dos estudantes. Eis alguns exemplos: estudantes discutiram a função de cada elemento no argumento, empregaram o *software* para criar ilustrações que fortalecem os temas abordados, pesquisaram conceitos-chave para embasar as questões e tiveram a oportunidade de discutir resultados matemáticos, compartilhando suas ideias e analisando as contribuições dos demais membros do grupo.

Adicionalmente, há indícios sugerindo que o ensino explícito favoreceu a apropriação de termos e linguagens vinculados às teorias argumentativas utilizadas no contexto do MATP. Essa abordagem não apenas enriqueceu a compreensão conceitual, mas também proporcionou um ambiente propício para a troca de ideias e análise crítica, fomentando, assim, o desenvolvimento mais sólido da argumentação dos estudantes.

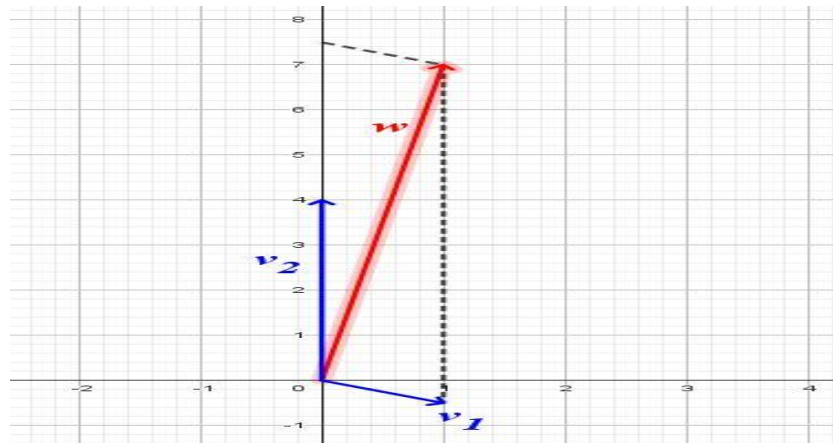
Quadro 11 – Questão 2 do questionário

Sejam $v_1 = (2, -1)$, $v_2 = (0, 4)$ e $w = (1, 7)$. O vetor $w = (1, 7)$ é combinação linear de v_1 e v_2 . Aplique a estrutura do argumento do MATP complementando-a com uma justificativa. Identifica o tipo da técnica utilizada nessa justificativa? Poderia ilustrar essa situação?

Resposta: premissas: Sejam $v_1 = (2, -1)$, $v_2 = (0, 4)$ e $w = (1, 7)$; **conclusão:** O vetor $w = (1, 7)$ é combinação linear de v_1 e v_2 . **Justificativa:** $w = (1, 7) = \frac{1}{2} v_1 + \frac{15}{8} v_2$

Fonte: Elaborado pelos autores.

Figura 25 – Resposta da ilustração da questão 2



Fonte: Elaborado pelos autores.

Quadro 12 – Questão 2: identificação das componentes argumentativas (MATP), natureza das justificativas e ilustração

Grupos	Premissas	Justificativas	Conclusão	Justificativa de acordo a Tipologia de Perelman	Ilustração
A	NÃO	SIM	NÃO	Argumento pela definição	NÃO
B	SIM	NÃO	SIM	----	NÃO
C	SIM	INCOMPLETA	SIM	Argumento pela definição/ argumento de autoridade	NÃO

Fonte: Elaborado pelos autores.

Com base na Quadro 11, constatamos que nenhum grupo identificou corretamente todas as componentes da estrutura argumentativa do MATP que foram requisitadas na questão. Apesar de o grupo A não ter apontado, nas respostas do questionário, os elementos que constituíam premissas e conclusão, seus integrantes buscaram a escrita da combinação linear do vetor w em função de v_1 e v_2 .

Quanto à justificativa, o grupo A escreveu a combinação linear e encontrou corretamente os escalares que tornam a combinação linear possível (Figura 29). O grupo B buscou lembrar da definição de combinação linear, informou que tinha essa definição no livro de Paulo Boulos (argumento de autoridade). Todavia, não desenvolveu os cálculos de maneira a determinar os escalares que permitem concluir a combinação linear. Ademais, esses grupos não fizeram uso de recursos retóricos, como ilustrações ou exemplos. Conforme a perspectiva argumentativa de Perelman (1993), o argumento pelo exemplo serve para construir o significado da regra, a qual emerge do processo por indução, enquanto o argumento de ilustração objetiva torna presente a regra ou conclusão defendida (ver na Figura 28 a resposta).

Assim, entendemos que esses recursos reforçam a regra e apoiam o convencimento do resultado.

Figura 26 – Respostas da questão 2 Grupo A

$$\begin{aligned}
 2: \quad W &= \alpha v_1 + \lambda v_2 \\
 (1, 7) &= \alpha(2, -1) + \lambda(0, 4) \\
 (1, 7) &= (2\alpha, -\alpha) + (0, 4\lambda) \\
 (1, 7) &= (2\alpha, -\alpha + 4\lambda) \\
 \begin{cases} 2\alpha = 1 & \Rightarrow \alpha = 1/2 \\ -\alpha + 4\lambda = 7 \end{cases} \\
 -\frac{1}{2} + 4\lambda = 7 &\Rightarrow \lambda = \frac{7 + \frac{1}{2}}{4} \Rightarrow \lambda = \frac{15}{8}
 \end{aligned}$$

Fonte: Dados da pesquisa dos autores.

Já no grupo C, os estudantes consultaram o material disponível na internet (*sites* especializados/argumento de autoridade), por meio do uso do celular para lembrar a definição de combinação linear. Eles utilizaram o cálculo de maneira correta e encontraram escalares que justificam a conclusão. Porém, na redação da justificativa (argumento de definição), percebemos que não houve uma compreensão conceitual de combinação linear (Figura 30). Também não fizeram ilustração. O acesso à definição contribuiu para o desenvolvimento do cálculo, mas, no ato de escrever a justificativa, os estudantes apresentaram dificuldades para escrever o porquê de acontecer a combinação linear. Também não fizeram ilustração. O acesso à definição contribuiu para o desenvolvimento do cálculo, mas no ato de escrever a justificativa, eles apresentaram dificuldade para escrever o porquê de acontecer a combinação linear.

Figura 27 – Respostas da questão 2 Grupo C

2º) Premissas: Sejam $v_1 = (2, -1)$, $v_2 = (0, 4)$ e $w = (1, 7)$

conclusão: O vetor $w = (1, 7)$ é combinação linear de v_1 e v_2 .

fundamento
justificativa: Sendo $w = (1, 7)$ em \mathbb{R}^2 não é um vetor nulo, portanto w pode ser escrito como combinação linear de outros dois vetores, tal que:

$$w = \alpha v_1 + \beta v_2$$

supondo que existe $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ tal que:

$$w = \alpha v_1 + \beta v_2$$

cálculo

Portanto, w é combinação linear de v_1 e v_2

$$\begin{aligned}
 v_1 &= (2, -1) \quad v_2 = (0, 4) \quad w = (1, 7) \\
 (2, -1)\alpha + (0, 4)\beta &= (1, 7) \\
 \begin{cases} 2\alpha + 0\beta = 1 \\ \alpha + 4\beta = 7 \end{cases} &\Rightarrow \alpha = \frac{1}{2} \\
 -\frac{1}{2} + 4\beta &= 7 \\
 4\beta &= 7 + \frac{1}{2} \Rightarrow 4\beta = \frac{15}{2} \Rightarrow \beta = \frac{15}{8}
 \end{aligned}$$

$$w = \alpha v_1 + \beta v_2$$

Fonte: Dados da pesquisa dos autores.

A dificuldade de alguns estudantes em justificar resultados de Álgebra Linear nessa questão reflete o estudo sobre “o raciocínio sobre soluções da Álgebra Linear” de Wawro (2015). Um estudante reconhece a veracidade, mas não consegue explicar o motivo. Acreditamos que essa lacuna resulta da falta de familiaridade com o conceito de Combinação Linear e de desafios na justificação de afirmações matemáticas. Alguns estudantes expressam suas dificuldades: “não lembro mais de muita coisa que vi na disciplina de Geometria Analítica” (estudante do grupo A), “a gente até sabe fazer o cálculo, o difícil é justificar e piorou quando é para fazer o desenho dos vetores” (estudante do grupo C), “quando temos que justificar com escrita, complica” (estudante do grupo B).

Para Toulmin (2006), a justificativa tem uma função essencial por permitir a conexão entre as evidências e a asserção que o estudante almeja validar. Percebemos que a maioria dos estudantes teve dificuldade de apresentar justificativas consistentes que permitam a conexão entre as premissas e a conclusão. A dificuldade dos estudantes em justificar seus argumentos neste estudo faz ressonância a outros estudos com estudantes no Ensino Superior de Matemática (Uygun-Eryurt, 2020; Vieira; Giusti de Souza; Imfufu, 2020). Além disso, a pesquisa desenvolvida por Nasser e Caldato (2019) evidenciou que estudantes de licenciatura em Matemática concluem o curso com pouca habilidade em argumentação.

Pereira, Nunes e Freitas (2021) afirmam que, em geral, nas pesquisas que analisam os argumentos de licenciandos(as) conforme a tipologia de Perelman e Olbrechts-Tyteca (2005), há uma prevalência de uma ou duas classes de argumentos. De fato, sobre a natureza das justificativas nessa questão, notamos que os estudantes fizeram o uso de duas classes de argumentos, utilizaram as definições e os argumentos de autoridade, que são importantes para desenvolvimento das questões. Contudo, poderiam ainda terem usado os recursos retóricos, a ilustração, de exemplos, ou de outros que pudessem apoiar os resultados. O uso da integração dos tipos de argumentos de acordo com a situação argumentativa pode contribuir para uma melhor compreensão dos resultados matemáticos.

Apesar das dificuldades mencionadas nessa questão e da falta de justificativas mais abrangentes, sobretudo por meio de recursos retóricos, identificamos efeitos do ensino explícito que contribuem para o desenvolvimento da argumentação. Estes incluem a interação entre os estudantes na busca por soluções matemáticas, a assimilação de termos e linguagem específicos do MATP e a reflexão sobre a importância da justificação em discussões matemáticas. Embora reconheçamos que as discussões e exposições das ideias matemáticas contribuem para a construção de argumentos, mesmo que não alcancem estruturas mais complexas, destacamos

que a intervenção didática estimulou a pesquisa para lembrar conceitos prévios de Álgebra Linear.

Diante dos resultados do questionário, reafirmamos a importância do ensino explícito de argumentação no contexto da Matemática no Ensino Superior. Ressaltamos a necessidade de mais atividades com enfoque argumentativo e de um tempo prolongado para o ensino explícito da argumentação. Acreditamos que as dificuldades apresentadas pelos estudantes, em ambas as questões, poderiam ser superadas com uma utilização mais extensa das estruturas argumentativas, aplicadas dentro do contexto da matemática. A familiarização dos estudantes com modelos argumentativos, seja por meio do modelo de Toulmin ou do MATP, poderia aumentar a presença de tais modelos na estrutura cognitiva dos estudantes.

5.4.2 A percepção dos estudantes e do professor sobre a estratégia desenvolvida

Na organização para o processo de análise dessa categoria, os dados foram transcritos e organizados em tabelas (Apêndice G e H). Selecionamos recortes de falas que descrevem percepções sobre a estratégia argumentativa aplicada e que demonstrem como a intervenção didática por meio do MATP pode possibilitar o desenvolvimento da argumentação dos estudantes. Essas percepções foram divididas em duas subcategorias: ensino explícito e estratégia didática pró-argumentativa. Informamos que essas subcategorias são apenas parcialmente disjuntas, entretanto, optamos pela distinção entre elas, já que focaremos em cada uma e no seu objeto de estudo. A seguir, apresentamos os dados e a análise para cada subcategoria.

5.4.2.1 Percepção em relação ao Ensino Explícito

Ao serem questionados sobre o conhecimento de teorias argumentativas e a sua visão sobre o MATP, os participantes responderam que essa experiência foi a primeira deles com o ensino explícito de argumentação. Suas falas convergiram para a identificação de vantagens do MATP em relação ao modelo do silogismo hipotético da lógica formal.

Qe: Não conhecia nenhuma teoria argumentativa. [...] a disciplina que teve um enfoque mais próximo foi a de lógica, no primeiro semestre, mas não é do jeito que a gente viu agora; [...]eu vejo vantagens no MATP porque podemos responder certas coisas, com mais fundamentos, mais explicações por trás do que está respondendo. Achei mais amplo do que o silogismo.

Re: Não conhecia; [...] acredito que a gente tem mais elementos para compor um argumento, mais elementos para dar embasamento na resposta.

Se: Não conhecia. [...] fiz a disciplina lógica no primeiro semestre que tinha um pouco de argumentação; [...] apesar de serem similares, o MATP acho que tem mais elementos.

P: Não. Até porque, em cursos que eu fiz, desde quando me enveredei no mestrado de Matemática, estava mais ligado à Matemática pura. No entanto, tive uma experiência com o estudo da validade de argumentos mediante a lógica formal quando fui professor substituto na instituição que trabalhava; percebo que esse modelo traz uma vantagem, digamos assim, trazer o professor para mais próximo do que pensa o aluno. "O que ele pensou aqui? O que ele quis dizer?". Permite analisar o que está por trás do raciocínio. No silogismo hipotético, tem hipótese, justificativa e tese, no entanto, não abre para mais elementos, nem discrimina as justificativas.

Nenhum dos estudantes nem o professor conhecia alguma teoria argumentativa mais a fundo. Apesar disso, com a oportunidade do ensino explícito e as discussões levantadas durante as atividades da pesquisa, eles apontaram vantagens do MATP em relação ao modelo do silogismo. O modelo argumentativo de Toulmin, o qual utilizamos para compor a estrutura do MATP, permite analisar a composição de argumentos com base em elementos diferentes dos definidos na lógica formal presente nos silogismos. Dentre suas vantagens, está a decomposição de uma das premissas do silogismo clássico em justificativa e fundamento, de acordo com o papel que apresentam em um argumento.

Knniping (2008) descreve que o modelo de Toulmin permite reconstruir estruturas de argumentação em processos de prova e compreender sua lógica e suas restrições. Nessa direção, o estudante Q_e e o professor, respectivamente, identificaram vantagens do MATP em relação ao silogismo. Ainda temos a fala do professor se referindo ao MATP, “[...] discrimina as justificativas”. De fato, esse é um dos pilares do MATP, a possibilidade de analisar a tipologia das justificativas.

Ao serem questionados sobre a possibilidade de ter um ensino explícito de argumentação no Ensino Superior e se o MATP poderia ser proposto em outras disciplinas do curso, entendemos que todos demonstraram interesse pelo ensino de argumentação. Quanto à aplicação do MATP em outras disciplinas da área de Matemática, dois estudantes e o professor concordaram, no entanto, um estudante afirmou não ter certeza, pois ele identifica a argumentação com a lógica formal e não tem afinidade com a essa lógica.

Qe: Seria importante para compreendermos melhor o que estamos provando. Às vezes a gente prova só por provar, sem entender o que está por trás; Acho que seria interessante propor na matemática em geral.

Re: Seria ótimo; Seria interessante [...] só não identifico em que disciplina aplicar.

Se: [...] eu penso que deve ocorrer para as pessoas conhecerem um pouco de lógica. Para pensar melhor sobre as decisões a serem tomadas; Acho que não pois não tenho afinidade em lógica.

P: Eu creio que pode. Assim como coube em Álgebra linear. Poderia ser aplicado em disciplinas que tenham essa natureza de justificar o raciocínio empregado; sim, talvez um minicurso. Seria interessante professores de matemática conhecerem. Assim como chamou minha atenção por estar inserido na pesquisa, pode interessar a outros. Pode levar os professores a realizarem uma autorreflexão. Acredito que é possível adaptar em aulas de Análise, Álgebra Abstrata, Polinômios, Teoria dos Números. Até mesmo nas questões das avaliações. A partir de agora, pretendo empregar nas questões que irei elaborar, desde quando “a natureza” da questão, permita.

Apesar da insegurança do estudante S_e em relação ao MATP e suas dificuldades com a lógica formal, ele reconhece a importância desse conhecimento para o pensamento crítico quando expressa “[...] para pensar melhor sobre as decisões a serem tomadas”. No entanto, sugerimos que a associação do MATP à lógica formal pode indicar uma compreensão limitada do modelo devido ao tempo reduzido de ensino. Por outro lado, as observações do estudante Q_e destacam a importância do entendimento no processo de construção de justificativas, especialmente no desenvolvimento de provas matemáticas, conforme indicado por Uygun-Eryurt (2020).

Cabe ressaltar a visão do professor, alinhada às propostas didáticas argumentativas que favorecem o ensino explícito de argumentação. Essas propostas enfatizam que o uso da argumentação na educação pode promover a produção de justificativas para os raciocínios empregados. É crucial que estudantes do Ensino Superior, sobretudo os de licenciatura, tenham acesso a um ensino explícito sobre argumentação, pois isso os capacita a adquirir elementos essenciais para desenvolver habilidades argumentativas.

No curso de Licenciatura em Matemática, algumas disciplinas proporcionam um ambiente propício para a aplicação do ensino explícito por meio do MATP. Embora reconheçamos a importância da lógica formal e de seus processos dedutivos para o ensino de Matemática, identificamos lacunas na dinâmica da sala de aula no contexto Superior. Essas brechas são relacionadas a aspectos cruciais da construção e validação do conhecimento matemático, sendo as teorias da argumentação vistas como uma abordagem para preenchê-las.

5.4.2.2 Percepção em relação à estratégia didática pró-argumentativa

Ao serem questionados sobre se identificaram situações argumentativas afloradas na sala de aula com a aplicação do MATP, todos estudantes e o professor retornaram as respostas afirmativas, entre as quais há sinalização das perguntas pró-argumentativas como incentivadoras para a produção de argumentos.

Q_e: Achei muito boa por promover a discussão por parte dos alunos, pois muitas das vezes, apenas o professor fala durante as exposições e não temos essa prática de discussão. Além de deixar a gente mais curioso.

R_e: Sim. As perguntas incentivam a justificativa.

S_e: Sim. Achei que as perguntas trabalhadas nas atividades ajudam a estruturar o pensamento quando vamos resolver as questões.

P: Sim. Principalmente por sair daquele modelo pronto que ocorre no ensino tradicional. Achei uma estratégia exploradora e que incentiva a argumentações dos estudantes. Principalmente com algumas perguntas: "O que falta aqui para tornar a proposição verdadeira?" Que hipótese acrescentaria? "Há como refutar isso"? Penso que, "quebra" um modelo pronto, fechado, de V/F e acaba que instiga o estudante a refletir sobre o porquê está errado e quais condições que justificam a verdade. Digamos que, a estratégia é bastante explorada da capacidade cognitiva do aluno e estimula à participação.

De acordo com as falas dos entrevistados, compreendemos que as discussões matemáticas foram motivadas pelas perguntas pró-argumentativas, que instigaram os estudantes a justificarem suas respostas e a concordarem com os outros na busca pelas soluções das questões. As referidas perguntas direcionam os estudantes para a discussão e para a reflexão sobre os argumentos, dando origem à produção de argumentos. Estudos com estratégias didáticas semelhantes à intervenção didática que foi aplicada salientam a importância de os professores conduzirem os estudantes por meio de questões que promovam a argumentação na sala de aula de matemática, destacando efeitos do processo de interação de atividades em grupos com tarefas de viés argumentativo (Can; Isleyen, 2020).

Ao serem questionados se a estratégia didática contribui para a construção de argumentos justificatórios e como ocorreu o processo de discussão de ideias e opiniões nas atividades desenvolvidas no seu grupo, as respostas convergiram para impactos da intervenção sobre o desenvolvimento da argumentação dos estudantes, com destaque para as diversas justificativas que podem ser aplicadas no ensino de Matemática. Eles apoiaram a metodologia praticada nas atividades em grupo e ratificaram a necessidade de mais propostas didáticas que afluam o processo de discussão nas aulas de Matemática.

Q_e: Sim, penso ser importante discutir as justificativas. Os teoremas também são importantes, as ilustrações nos ajudam a compreender melhor, dar uma ideia de tópicos que temos dificuldade de "enxergar". Eu prefiro os slides do professor do que o livro. Os slides estão mais próximos do que estamos discutindo em sala; acho importante discutir com os colegas as várias justificativas. Achei boa a ideia que a senhora trouxe de ensino nessa metodologia. Queria que esse tipo de atividade acontecesse mais vezes porque me ajudou bastante. Sinto falta dessa parte prática mais aprofundada como ocorreu no dia da discussão em grupos.

R_e: Sim. Acredito que permite espaço para elaborar a resposta e emitir opiniões. Além de despertar nos colegas uma reflexão. Quando estamos resolvendo questões sozinhos, às vezes, não sabemos como expor nossas respostas e quando discutimos com os colegas, ajuda; no grupo, nos sentimos mais a confortáveis de debater e até

mesmo de errar. Quando vamos expor sozinho para a sala toda, a gente se retrai, tem medo e vergonha. Essa metodologia permite a gente discutir nossa resposta.

S_e: Sim, quando destaca o papel dos exemplos. Principalmente, na parte abstrata, antes de a gente provar. Ajuda a abstrair. Acho que a ilustração ajuda para imaginar a situação em estudo; achei importante. Penso que não ser interessante o professor ficar expondo o assunto sozinho, fazendo os exercícios no quadro. Bom também o aluno participar das respostas, ser assim meio que “um protagonista” no processo de ensino aprendizagem. Acho que atividades em grupos estimulam o aluno a participar mais da aula.

P: Sim. Acredito que o padrão tradicional de questões que vem sendo aplicados no ensino tradicional não estimula da forma como foi aplicado na pesquisa. Os estudantes têm carência de estratégia que incentivem a justificação. Penso que isso ocorre desde o Ensino Fundamental. Eles já carregam essa dificuldade de justificar e quando chegam à Universidade não estão acostumados com questões que convidem a exibir seu raciocínio por meio de justificativas; sim, houve incentivo a interação dos estudantes e da turma toda. Vale pontuar a atividade realizada em grupos em que os estudantes foram instigados a justificar e interagiram entre si e com o professor, e depois, com a turma toda. A metodologia ajudou, significativamente a eles se sentirem, assim, estimulados à participação. O que promove isso em sala de aula é bem-vindo. Sair do tradicional não apenas por sair, mas sair com objetivo.

Conforme as falas dos entrevistados, destaca-se a concordância sobre a importância de utilizar diversas justificativas na discussão de temas matemáticos, sobretudo em Álgebra Linear. Os estudantes Q_e e S_e descreveram algumas dessas justificativas, incluindo teoremas, exemplos, ilustrações e argumentos de autoridade apresentados pelos professores nos *slides*. Alinhando-se ao estudo de Gabel e Dreyfus (2017) sobre aspectos retóricos no fluxo de prova, os entrevistados enfatizaram que a interpretação geométrica pode aprimorar a apresentação de resultados matemáticos. Bogomolny (2007) e Laamenna *et al.* (2019) corroboram esse entendimento, respectivamente, quando abordam a importância dos exemplos para o desenvolvimento de generalizações matemáticas e o potencial desses exemplos como ferramentas eficazes de aprendizado em Álgebra Linear. Paralelamente, observou-se o reconhecimento da importância das figuras retóricas para a compreensão de temas matemáticos.

Em relação à metodologia utilizada, notamos nas falas dos entrevistados a carência de propostas de ensino que permitam a participação ativa dos estudantes, bem como a necessidade de utilizar questões com enfoque argumentativo. Os estudantes e o professor perceberam que um ensino que adota a abordagem argumentativa oferece espaços para a discussão de ideias e para questionamentos, além de incentivar a pesquisa.

Ao perguntar acerca do interesse em estudar teorias argumentativas e empregar um enfoque argumentativo em suas aulas (no caso dos estudantes, quando estiverem trabalhando), tanto os estudantes quanto o professor demonstraram interesse em aprofundar estudos nas perspectivas argumentativas por meio de um minicurso ou atividade extra. Aqueles estudantes que pensam em atuar na educação, pretendem usar de elementos argumentativos em suas aulas.

Sublinhamos, ainda, o interesse do professor em empregar nas suas aulas a teoria argumentativa aplicada na intervenção.

Q_e: Sinceramente, não para um TCC, mas em um minicurso, sim. Para completar o conhecimento que tivemos durante a pesquisa; não pretendo lecionar.

R_e: [...] sim. Podemos aplicar em outras situações; Sim. [...] penso que pode auxiliar na resolução das questões pois apresenta elementos que dar sentido àquilo que a gente quer demonstrar em matemática.

S_e: Poderia ser. Me ajudou bastante a estruturar o pensamento [...] isso é importante na Universidade; [...] não penso em seguir carreira de professor, mas se chegar a atuar na educação, vou tentar usar essas estratégias, para não ficar apenas passando conteúdo no quadro.

P: Sim, talvez um minicurso. Seria interessante professores de matemática conhecerem. Assim como chamou minha atenção por estar inserido na pesquisa, pode interessar a outros. Pode levar os professores a realizarem uma autorreflexão; acredito que é possível adaptar em aulas de Álgebra Abstrata, Polinômios, Teoria dos Números. Até mesmo nas questões das avaliações. Pretendo empregar nas questões que irei elaborar, desde quando “a natureza” da questão, permita.

Os estudantes demonstram interesse em estudar teorias argumentativas, a fala do estudante S_e, “Me ajudou bastante a estruturar o pensamento”, dá indícios de contribuição da estratégia didática sobre a argumentação desse estudante. Compreendemos que, ao permitir essa reflexão, promovemos efeitos, sobretudo, quando o estudante Q_e alega que “penso que pode auxiliar na resolução das questões pois apresenta elementos que dar sentido àquilo que a gente quer demonstrar em matemática”.

No entanto, a sugestão do estudante Q_e, “Sinceramente, não para um TCC, mas em um minicurso, sim”, nos dá indícios de que, devido à ausência de disciplinas que tenham um foco argumentativo no curso de Licenciatura em Matemática, esse estudante não vislumbra um TCC com enfoque argumentativo, ou seja, um trabalho de final de curso que utilize de lentes teóricas argumentativas, ele exprime interesse em um curso à parte das componentes curriculares. Em consonância com o pensamento desse estudante, o professor sugere um minicurso para que outros professores da área de Matemática tenham acesso ao conhecimento de intervenções didáticas com enfoque argumentativo.

Acerca do interesse dos estudantes em empregar atividades de cunho argumentativo quando estiverem assumindo a função de professor, apenas um estudante almeja ser professor e defende que a estratégia pode auxiliar no processo de ensino da Matemática. Ainda assim, o estudante S_e, que não pretende seguir a carreira de professor, afirma que: “se chegar a atuar na educação, vou tentar usar essas estratégias, para não ficar apenas passando conteúdo no quadro”. Entendemos que o S_e compreendeu que uma proposta de ensino com abordagem argumentativa pode incentivar a interação entre estudantes e professores e a participação ativa

dos estudantes nas aulas. Nos chamou atenção que, entre os três estudantes entrevistados que cursam a licenciatura, apenas um queira atuar na área de Ensino.

À luz das entrevistas realizadas, interpretamos como efeitos da intervenção didática por meio do MATP a compreensão relatada nas falas dos(as) licenciandos(as) sobre um ensino com enfoque argumentativo, a importância do uso de várias justificativas, a distinção de vantagens do MATP em relação ao modelo do silogismo da lógica clássica e a reflexão para a notabilidade da construção de argumentos justificatórios. Além disso, embora tenha sido a primeira vez utilizando o ensino explícito de argumentação com o MATP e com um tempo limitado, notamos uma resposta favorável tanto dos estudantes quanto do professor em relação à estratégia didática empregada.

Destacamos, também, a receptividade do professor, que expressou intenções de incorporar o enfoque do MATP em questões futuras para suas disciplinas. Além disso, ressaltamos a colaboração ativa do professor durante a estratégia didática, envolvendo discussões sobre listas de exercícios e aceitando sugestões para adaptar questões ao viés argumentativo, tanto em exercícios quanto nas avaliações da disciplina (Carneiro; Teixeira; Oliveira³⁶). O professor permitiu à pesquisadora acesso ao *Google Classroom* da disciplina, facilitando a comunicação com os estudantes, o incentivo aos estudos e os agradecimentos aos participantes da pesquisa. Vale notar que, atualmente, o professor faz parte do subgrupo de pesquisa em Argumentação do programa PPGEFHC na (UFBA/UEFS), demonstrando seu engajamento contínuo com a temática.

5.5 CONCLUSÕES E IMPLICAÇÕES

O estudo teve o propósito de investigar como uma estratégia didática por meio do modelo teórico argumentativo Toulminiano e Perelmaniano (MATP) enseja o desenvolvimento da argumentação em estudantes de Licenciatura em Matemática. A análise qualitativa dos dados do questionário, das entrevistas e das observações após a implementação do ensino explícito de argumentação indicou compreensão e aplicação dos elementos argumentativos propostos pelo MATP. Apesar de desafios identificados, a intervenção demonstrou efeitos profícuos, promovendo a interação entre estudantes, a assimilação de terminologia específica e a reflexão sobre a importância da argumentação.

³⁶ Artigo “a” submetido à publicação.

A estratégia didática, utilizando o MATP, resultou em aprimoramentos na argumentação dos estudantes. Observamos interações discursivas, especialmente, corroboradas pelas perguntas pró-argumentativas e pelos usos de figuras retóricas. Identificamos uma valorização do uso dessas figuras para aprofundar a compreensão em Álgebra Linear, indo além das justificativas baseadas em definições, axiomas e teoremas. Esses resultados sugerem uma correlação entre a estratégia didática aplicada e o aprimoramento da argumentação entre estudantes de Licenciatura em Matemática. Ademais, a pesquisa também indicou impactos no professor da disciplina, que expressou interesse em aplicar a estratégia em suas aulas.

Acreditamos que esta pesquisa pode contribuir para o campo de pesquisa da Educação Matemática, preenchendo uma lacuna na literatura que apontava para a necessidade de análises fundamentadas por integração de perspectivas argumentativas. Este estudo empírico, associa as perspectivas de Toulmin e Perelman, examinando não apenas a estrutura dos argumentos, mas também as justificativas retóricas. Recomendamos mais pesquisas sobre a aplicação do MATP em diversas disciplinas da Licenciatura em Matemática, buscando uma avaliação mais abrangente de suas possíveis contribuições e inferências para o campo de pesquisa. Ademais, sugerimos propostas didáticas com duração mais extensa e a análise do uso do *software Geogebra* no apoio à construção de justificativas, sobretudo ilustrações.

Limitações foram identificadas devido à novidade da temática e ao tempo limitado, prejudicando a familiarização dos estudantes com a abordagem. Sugerimos aprimorar a elaboração de questões e produção de dados no futuro. Recomendamos a implementação de mais atividades focadas na prática argumentativa, com extensão do tempo dedicado ao ensino explícito dessa habilidade. Enfatizamos a importância do exercício constante da argumentação em aulas de Matemática, preparando os estudantes para atuar na área da Educação. Participantes da pesquisa destacaram a necessidade de propostas de ensino que promovam a participação ativa dos estudantes.

5.6 REFERÊNCIAS

AGUILAR JÚNIOR, Carlos Augusto. Como os professores avaliam as argumentações e provas matemáticas de alunos da escola básica? **Boletim GEPEM**, [s. l.], n. 74, jan./jul. 2019.

ANTON, Howard; RORRES, Cris. **Álgebra Linear com aplicações**. Trad. Clauss IVO Doering. Porto Alegre: Bookman, 2001.

ANTONINI, Samuel. Figural concepts in proving by contradiction. **Quadrante**, v. XXVII, n. 2, 2018.

BOAVIDA, Ana Maria. **A argumentação em matemática**: Investigando o trabalho de duas professoras em contexto de colaboração. 2005. 975 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Ciências, Universidade de Lisboa, Lisboa, 2005.

BOGOMOLNY, Marianna. Raising students' understanding: Linear algebra. *In*: WOO, J. H. *et al.* (ed.). **Proceedings of the 31st conference of the international group for the psychology of mathematics education**. Seoul: PME, 2007. p. 65-72. v. 2.

CAN, Ömer. Sinan; ISLEYEN, Tevfik. The effect of probability instruction through argumentation approach on the achievement of preservice teachers and the permanence of their knowledge. **African Education Research Journal**. [s.l.], v. 8. p. 540- 553. 2020. Disponível em: <https://doi.org/10.30918/AERJ.8S3.20.072>. Acesso em: 15 de Set. 2021.

CARNEIRO, J. S.; TEIXEIRA, E. S.; OLIVEIRA, A. M. P. de. Usos da argumentação na educação matemática: uma revisão sistemática da literatura no Ensino Superior. **Educação Matemática Pesquisa**. [s.l.], v. 25, n.3, p.131-148, 2023.

CARNEIRO, J. S.; TEIXEIRA, E. S.; OLIVEIRA, A. M. P. de. Um modelo teórico baseado na perspectiva de Toulmin e de Perelman para produção e análise da argumentação na Educação Matemática (Artigo “a” submetido à publicação).

CARNEIRO, J. S.; TEIXEIRA, E. S.; OLIVEIRA, A. M. P. de. Qualidade da Argumentação de Estudantes da Licenciatura em Matemática na Disciplina Álgebra Linear (Artigo “b” submetido à publicação).

EEMEREN, Frans V.; GARSSSEN, Bart; MEUFFELS, Bert. Effectiveness through Reasonableness: Preliminary Steps to Pragma-Dialectical Effectiveness Research. **Argumentation**, [s.l.], n. 26, p. 33-53, 2012. DOI: <http://dx.doi.org/10.1007/s10503-011-9234-7>.

FLICK, Uwe. **An introduction to Qualitative Research** .5. ed. London, Sage Publications, 2014.

GABEL, Mika; DREYFUS, Tommy. Affecting the flow a proof by creating presence – a case study in Number Theory. **Educational Studies em Mathematics**. [s.l.], v. 96, n. 2, p. 187-205. 2016.

GABEL, Mika; DREYFUS, Tommy. The flow of a proof: establishing a basis of agreement. *In*: **CERME10**. Dublin, Ireland, v. 1. 2017. p. 155-162.

KAPLAN, Hatice Aydan; GULKILIK, Hilal; EMUL, Nida. Investigating the Relationship between Argumentation and Proof a Representation Perspective. **International Journal for Mathematics Teaching and Learning**, [s.l.], v. 20, n. 2, p. 131-148, 2019.

KNIPPING, Christine. A method for revealing structures of argumentations in classroom proving processes. **ZDM—The International Journal on Mathematics Education**, [s. l.], v. 40, n. 3, p. 427–441, 2008.

LAAMENA, Christina M. *et al.* How do the Undergraduate Students Use an Example in Mathematical Proof Construction: A Study based on Argumentation and Proving Activity.

International Electronic Journal of Mathematics Education, [s. l.], v. 13, n. 3, p. 185-198, jul. 2018.

LICHTMAN, M. **Qualitative Reserch in Education: A User's Guide**. 2. ed. Califórnia: Sage, 2010.

LIN, PI-JEN. O desenvolvimento da Argumentação Matemática por Estudantes de uma Turma do Ensino Fundamental. **Educação & Realidade**, Porto Alegre, v. 43, n. 3, p. 1171-1192, jul./set. 2018.

MARIOTTI, M. A.; PEDEMONTE, B. Intuition and proof in the solution of conjecturing problems. **ZDM**, [s. l.], v. 51, n. 5, p. 759-777, 18 maio 2019. Springer Science and Business Media LLC. DOI: <http://dx.doi.org/10.1007/s11858-019-01059-3>.

METAXAS, N; POTARI, D; ZACHARIADES, T. Analysis of a Teacher's pedagogical arguments using Toulmin's model and argumentation schemes. **Educational Studies In Mathematics**, [s. l.], v. 93, n. 3, p. 383-397. 2016. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/s10649-016-9701-z>. Acesso em: 15 set. 2021.

MORO, G; VISEU, F. A. V.; SIPLE, I. Z. Ensino de álgebra linear: traços de uma pesquisa. In: COLBEDUCA, 2. 2016, Joinville. **Anais [...]**. Joinville SC, setembro de 2016.

PEDEMONTE, B. L'argumentation en mathématiques et sa relation avec la démonstration. **Quadrante**, [s. l.], v. 21, n. 2, p. 5-28. 2012. Disponível em: <https://doi.org/10.48489/quadrante.22882>. Acesso em: 15 set. 2021.

PERELMAN, C; TRINDADE, F.; GRÁCIO, R. A. **O império retórico: retórica e argumentação**. Porto: Edições ASA, 1993.

PERELMAN, C.; OLBRECHTS-TYTECA, L. **Tratado da argumentação: A nova retórica**. São Paulo: Martins Fontes, 2005.

PEREIRA, G. de F. dos S., NUNES, J. M. V.; FREITAS, N. M. da S. Argumentação no Ensino de Ciências: Ponderações Analíticas a Luz da Teoria de Chaïm Perelman e Lucie Olbrechts-Tyteca. **Revista Brasileira De Pesquisa Em Educação Em Ciências**, [s. l.], v. 20(u), p. 653–685, 2020. Disponível em: <https://doi.org/10.28976/1984-2686rbpec2020u653685>. Acesso em: 15 set. 2021

PLANTIN, Christian. **A Argumentação: História, teorias, perspectivas**. Trad. Marcos Marcionilo. São Paulo: Parábola, 2008.

RODRIGUES, F. C; DA SILVA, S. R. V; MONTEIRO, M. A. A. Argumentação no Ensino da Matemática: a produção nacional e a formação do professor que ensina matemática. **Ensino da Matemática em Debate**, [s. l.], v. 8, n 1, p. 203-229, maio 2021.

RUGGIERO, M. A. G.; VITORINO, A. **Álgebra Linear e Aplicações**. Subespaços Vetoriais. 2018. Disponível em: <https://www.ime.unicamp.br/~marcia/AlgebraLinear/subespacos.html>. Acesso em: 4 set. 2022.

SIMPSON, A. The anatomy of a mathematical proof: implications for analyses with Toulmin's scheme. **Educational Studies in Mathematics**, [s. l.], v. 90, n. 1, p. 1-17, 11 jul. 2015. DOI: <http://dx.doi.org/10.1007/s10649-015-9616-0>

STRANG, Gilbert. **Introdução à Álgebra Linear**. Trad. J. R. Souza. 4. Ed. Rio de Janeiro: LTC, 2013.

TOULMIN, S. **Os Usos do Argumento**. Trad. Reinaldo Guarany. São Paulo: Martins Fontes, 2006.

UYGUN-ERYURT, T. Conception and Development of Inductive Reasoning and Mathematical Induction in the Context of Written Argumentations. **Acta Didactica Napocensia**, [s. l.], v. 13, n. 2, p. 65-79, 2020.

VIEIRA, William; SOUZA, Vera Helena Giusti de Souza; IMFUFU, Roberto Seidi. Sobre Justificativas em Questões do Tipo Verdadeiro/ Falso de Estudantes de Licenciatura em Matemática. **Ciência & Educação**, [s. l.], v. 26, e 20010, 2020.

WALTON, D. N. **Lógica Informal**: manual de argumentação crítica. Tradução Ana Lúcia R. Franco e Carlos A. L. Salum. Revisão da Tradução Fernando Santos. São Paulo: Martins Fontes, 2012.

WAWRO, Megan. Reasoning About Solutions in Linear Algebra: the case of abraham and the invertible matrix theorem. **International Journal of Research In Undergraduate Mathematics Education**, [s. l.], v. 1, n. 3, p. 315-338, 30 set. 2015. Springer Science and Business Media LLC. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1007/s40753-015-0017-7>. Acesso em: 15 set. 2022.

CAPÍTULO VI

CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS

A finalidade deste texto é apresentar, de maneira integrada, os objetivos, os pressupostos teóricos e metodológicos, os resultados obtidos, as limitações identificadas e implicações para a pesquisa e para a prática. Esses objetivos convergem em torno de um tema central: o estudo de uma estratégia didática pró-argumentativa desenvolvida para estudantes de Licenciatura em Matemática.

A tese adota o formato *multipaper*, composto por uma série de artigos de pesquisa, com um capítulo introdutório (Capítulo 1) e uma conclusão (Capítulo 6). Este formato apresenta vantagens significativas, pois permite que cada artigo seja submetido a revistas científicas, facilitando a disseminação dos resultados e ampliando o alcance do público. A revisão por pares proporciona *feedback* valioso e oportunidades de melhoria nos métodos, na análise de dados e nas interpretações, além de fomentar a colaboração na área de pesquisa. De acordo com Teixeira (2010), essa abordagem prepara os pesquisadores para a carreira acadêmica, pois a publicação de artigos é uma prática comum na academia. Além disso, o formato *multipaper* facilita a diversificação dos métodos de pesquisa, mantendo a independência de cada artigo dentro do todo, ao mesmo tempo em que promove rigor, incentivando a submissão dos artigos a revistas renomadas na área.

O objetivo geral desta tese foi analisar como uma estratégia didática pró-argumentativa pode contribuir para a qualidade da argumentação de estudantes de Licenciatura em Matemática. Para alcançar esse propósito de forma abrangente, abordamos o tema central da pesquisa por meio de uma estrutura de tese que delineou quatro objetivos específicos, cada um detalhado em capítulos (artigos) independentes. Embora concebidos como metas autônomas, esses objetivos estão inter-relacionados e complementares, formando uma unidade coesa que visa atender ao objetivo geral. Os objetivos estabelecidos foram os seguintes:

1. Analisar a literatura que trata de estudos empíricos sobre os usos da argumentação na Educação Matemática no Ensino Superior por meio de uma revisão sistemática (Artigo 1 – Capítulo II).
2. Construir um modelo teórico argumentativo associando o *layout* de Toulmin à perspectiva teórica de Perelman para ser usado como abordagem de ensino na estratégia didática e como instrumento de análise dos argumentos dos estudantes (Artigo 2 – Capítulo III).

3. Analisar a qualidade dos argumentos construídos pelos estudantes durante a disciplina Álgebra Linear (Artigo 3 – Capítulo IV).
4. Investigar como uma estratégia didática, por meio do Modelo Argumentativo Toulminiano e Perelmaniano (MATP) enseja o desenvolvimento da argumentação em estudantes de Licenciatura em Matemática (Artigo 4 – Capítulo V).

Embora haja interesse crescente na Educação Matemática por pesquisas sobre argumentação em várias modalidades de ensino, especialmente no Ensino Superior, estudos nacionais sobre o tema são relativamente escassos. A necessidade de mais investigações com foco argumentativo, particularmente na formação inicial de professores de Matemática, é destacada, sugerindo a integração de perspectivas argumentativas (Carneiro; Teixeira; Oliveira, 2023; Metaxas; Potari; Zachariades, 2016; Rodrigues; Da Silva; Monteiro, 2021). Nas seções seguintes, serão apresentadas, de forma sistematizada, as discussões e conclusões abordadas ao longo da tese, culminando com implicações para a pesquisa e para a prática na última seção.

6.1 USOS DA ARGUMENTAÇÃO NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NO ENSINO SUPERIOR

No início do processo de construção da tese, foi fundamental compreender o estado do conhecimento nas pesquisas sobre argumentação. Para alcançar esse objetivo, conduzimos uma revisão sistemática sobre a temática, focando, especialmente, na sua aplicação na Educação Matemática no Ensino Superior. O Capítulo II (artigo 1) da tese apresenta uma revisão sistemática da literatura, cujo objetivo foi analisar a literatura referente a estudos empíricos sobre o uso da argumentação na Educação Matemática no Ensino Superior. Esse capítulo examina como a argumentação é empregada nesse contexto e quais resultados têm sido evidenciados nas pesquisas. Para isso, foram utilizados artigos da base de dados *Education Resources Information Center* (ERIC), com foco em periódicos específicos da área de Educação Matemática, no período de 2012 a 2021.

Adotamos métodos sistemáticos e explícitos para identificar, selecionar e avaliar pesquisas pertinentes sobre o tema específico, conforme os critérios estabelecidos para revisão sistemática. Esses parâmetros foram cruciais na produção e análise dos dados do *corpus* da revisão, mostrando-se eficazes para obter uma compreensão do estado atual do conhecimento nessa área de pesquisa. Além disso, essa abordagem permitiu destacar lacunas que podem orientar novas investigações. Uma lacuna é a escassez de pesquisas empíricas sobre

intervenções didáticas com enfoque argumentativo em aulas de matemática no Ensino Superior, especialmente no âmbito nacional, no qual não encontramos nenhum estudo para compor o *corpus*. Contudo, os estudos analisados foram adequados para tratar as questões norteadoras da revisão e desempenharam um papel fundamental no desenvolvimento desta tese. O *corpus* consistiu em 13 (treze) artigos de periódicos internacionais.

No *corpus* analisado, identificamos três categorias que representam as diferentes formas de uso da argumentação no Ensino Superior: a argumentação como instrumento de análise dos argumentos de estudantes; a argumentação como instrumento de análise dos argumentos de professores; e a argumentação como abordagem de ensino. É importante ressaltar que essas categorias são parcialmente distintas, no entanto, optamos por diferenciá-las para concentrarmos nossa análise em cada uma e em seus respectivos objetos de estudo.

A última categoria identificada na pesquisa consiste em duas subcategorias: argumentação como abordagem de ensino explícito e argumentação como abordagem de ensino implícito. A primeira subcategoria refere-se à argumentação, sendo ensinada explicitamente como parte do processo educacional, enquanto a segunda inclui casos em que a argumentação é incorporada de forma não explícita, mas ainda desempenha um papel significativo no ensino. Essa diferenciação visa enriquecer a análise e oferecer percepções mais específicas sobre a natureza e a aplicação da argumentação no ambiente acadêmico.

Ao analisar esses estudos, identificamos elementos, como os objetivos, os participantes, o uso do referencial argumentativo, os aspectos metodológicos e os principais resultados. Isso nos permitiu compreender como os constructos teóricos argumentativos foram aplicados, fornecendo embasamento para a construção do modelo teórico abordado posteriormente na tese. Além disso, encontramos inspiração para aplicar a abordagem de ensino argumentativa com os(as) licenciandos(as) em Matemática, como detalhado nos capítulos IV e V desta tese.

Os resultados apresentados na revisão destacam os efeitos frutíferos do emprego da abordagem argumentativa em aulas de matemática no Ensino Superior. Isso inclui a promoção de situações que estimulam o debate e a argumentação entre os estudantes, permitindo-lhes justificar suas conclusões de forma mais sólida. Além disso, essa abordagem pode facilitar uma melhor articulação das ideias matemáticas, promovendo uma compreensão mais profunda dos conceitos. Também se observa um aumento na habilidade dos estudantes em construir argumentos tanto na forma escrita quanto oral.

Entretanto, é importante notar a ausência de estudos nacionais sobre esse tema específico, ressaltando a necessidade de realizar mais pesquisas dentro do contexto nacional.

Esta lacuna sugere a importância de se investigar mais profundamente como a abordagem argumentativa é aplicada e percebida em instituições de Ensino Superior do país.

É interessante observar que, nos estudos revisados, há uma predominância do uso do instrumento de análise argumentativo baseado no *layout* de Toulmin. Isso sugere a eficácia desse método para analisar a argumentação matemática e os processos de justificação. Esta preferência pelo modelo de Toulmin indica sua utilidade na compreensão e na avaliação da qualidade dos argumentos matemáticos apresentados em contextos educacionais de Ensino Superior.

Apesar do potencial analítico da perspectiva teórica argumentativa de Perelman, foi notado seu uso limitado nos estudos, possivelmente devido à ênfase nos aspectos retóricos em contextos de ensino. Isso evidencia a carência de pesquisas que adotem essa perspectiva como base teórica. Além disso, a revisão ressaltou a importância de integrar perspectivas argumentativas para proporcionar uma análise mais abrangente e aprofundada da argumentação de estudantes de Matemática. Essa abordagem integrada pode contribuir para uma compreensão mais rica e complexa dos processos argumentativos no contexto acadêmico. Esses resultados serviram como suporte para a construção de um modelo teórico argumentativo fundamentado nas perspectivas de Toulmin e Perelman.

A revisão também evidenciou impactos na habilidade argumentativa dos estudantes, tanto de maneira explícita quanto implícita, nas abordagens de ensino analisadas. Essas estratégias criaram cenários propícios para o desenvolvimento de habilidades argumentativas em aulas de matemática, promovendo justificativas para as conclusões, aprimorando a articulação das ideias matemáticas e fomentando discussões sobre temas específicos. Essas descobertas reforçam a importância da implementação da argumentação no Ensino Superior e ressaltam seu potencial para enriquecer a experiência educacional e fortalecer as habilidades dos estudantes no campo da argumentação matemática.

Para procedermos à investigação (capítulos III, IV e V), utilizamos a lente teórica de Toulmin (2006) e de Perelman e Olbrechts-Tyteca (2005). Atendemos lacunas apontadas em pesquisas que sugeriram a associação desses constructos teóricos em investigações sobre argumentação em contexto do Ensino Superior (Gabel; Dreyfus, 2017). No Capítulo III (artigo 2), voltamo-nos para a construção de um modelo teórico argumentativo, associando às perspectivas de Toulmin e Perelman. Essa etapa visou preencher lacunas identificadas na revisão sistemática, proporcionando uma contribuição original ao campo. Apresentaremos as considerações do artigo teórico na seção a seguir.

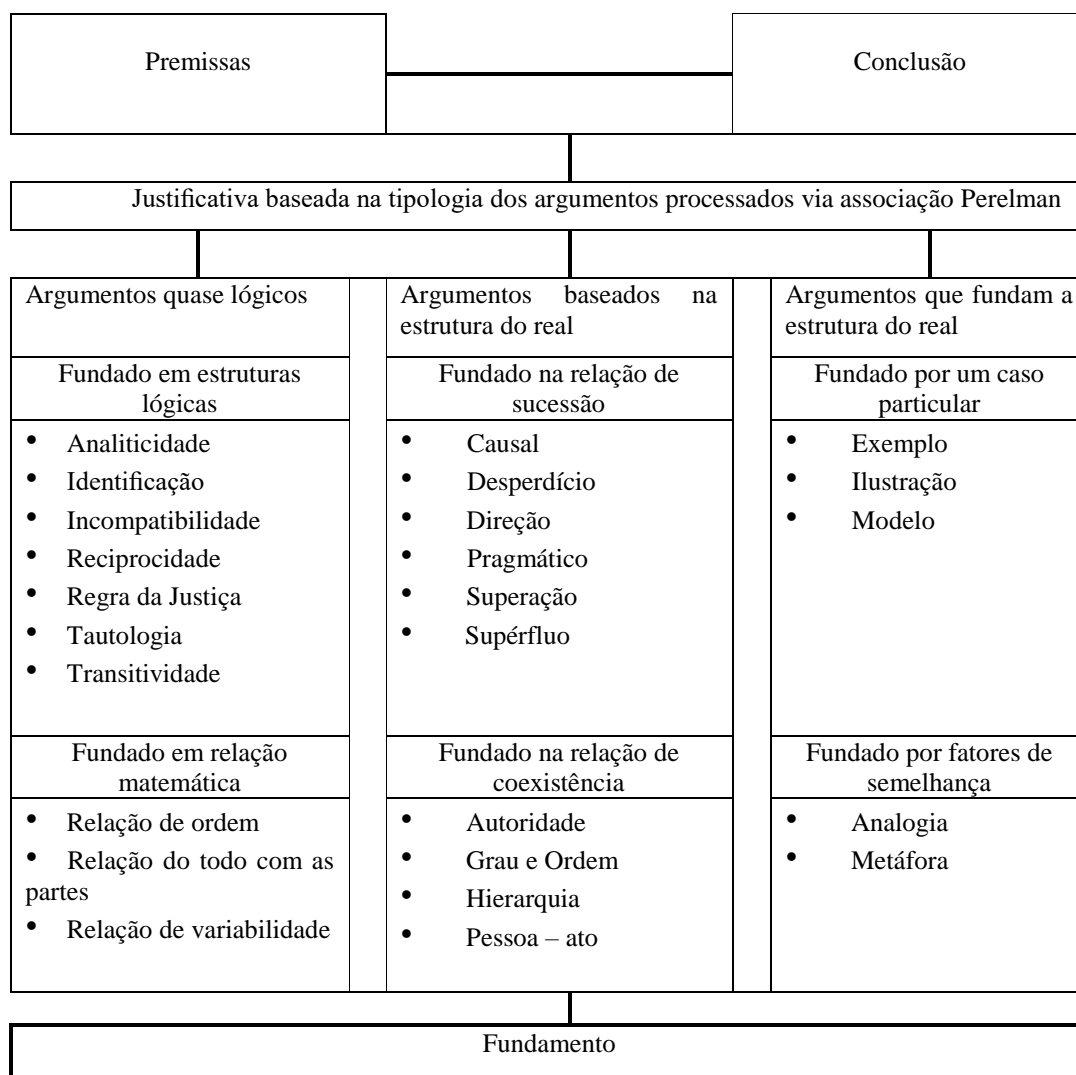
6.2 MODELO ARGUMENTATIVO TOULMINIANO E PERELMANIANO – MATP PARA PRODUÇÃO E ANÁLISE DA ARGUMENTAÇÃO NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

No Capítulo III (artigo 2), a construção do modelo teórico argumentativo foi orientada pela síntese dos constructos teóricos de Toulmin (2006) e Perelman (1993). Ao explorar os pontos convergentes e distintos dessas perspectivas, procuramos desenvolver um arcabouço que não apenas incorporasse as nuances da argumentação, mas também fornecesse uma base sólida para análise e aplicação prática.

Toulmin (2006) propõe uma estrutura formal para argumentos, destacando elementos como dados, justificativas, fundamentos, qualificadores e conclusão. Ele concentra sua atenção na lógica subjacente aos argumentos e em sua estruturação. Ao enfatizar a importância de definir bem os elementos que compõem esse *layout* para comunicar as ideias, Toulmin permite a avaliação dos argumentos justificatórios. Por outro lado, Perelman (1993) destaca a importância dos recursos retóricos na construção de argumentos, valorizando a adaptação do discurso ao auditório. Essa adaptação, compreendida como a participação ativa e o envolvimento dos estudantes, é crucial na Educação Matemática. Além disso, Perelman enfatiza uma tipologia dos argumentos que torna a comunicação das ideias mais clara.

Dessa forma, associamos esses dois constructos teóricos (Figura 31), utilizando a estrutura lógica dos argumentos de Toulmin e, em relação às justificativas, nos valemos da tipologia dos argumentos proposta por Perelman. Isso permitiu a construção de argumentos justificatórios que podem provocar o convencimento de temas matemáticos. Ao associar as perspectivas de Toulmin e Perelman na Educação Matemática no Ensino Superior, podemos desenvolver habilidades sólidas de argumentação nos estudantes, ajudando-os não apenas a compreender a lógica matemática, mas também a comunicar e justificar seus raciocínios de maneira convincente e persuasiva. No esquema do MATP, articulamos elementos do *layout* de Toulmin à tipologia dos argumentos segundo Perelman (Figura 31).

Figura 28 – Esquema do MATP



Fonte: Elaborado pelos autores (2022).

O modelo resultante não se limita a ser apenas uma ferramenta de ensino; ele foi concebido, também, como um instrumento analítico para avaliar os argumentos dos estudantes. Os resultados da pesquisa indicam que o MATP propõe situações argumentativas que, por meio da metodologia adotada no modelo, podem especificar algumas das justificativas, conforme a tipologia de Perelman, aplicáveis em aulas de Matemática no Ensino Superior. O quadro analítico (Quadro 12) delinea o papel de cada componente presente nos diálogos argumentativos, como premissas, justificativas, qualificações, fundamentos, refutações e conclusões. Esse quadro possibilita a avaliação da qualidade da argumentação com base na consistência da justificativa e do fundamento, além de apresentar outros elementos necessários para validar o argumento. É importante ressaltar que a qualidade dos argumentos não implica

na qualidade dos estudantes enquanto pessoas, pois se refere apenas aos resultados de uma tarefa estudantil realizada sob determinadas circunstâncias.

Quadro 13 – Quadro analítico utilizado para avaliar a qualidade da argumentação

Estágio A	Argumentos que atendem ao eixo: premissas-justificativa-conclusão, mas que não apresentam todas as justificativas necessárias para validar a conclusão.
Estágio B	B ₁ : Argumentos que possuem premissas, conclusão e constituem-se de todas as justificativas necessárias para validar a conclusão, mas não apresentam os fundamentos. B ₂ : Argumentos que além dos itens citados no estágio B ₁ , contemplam justificativa(s) complementar(es) para validar a conclusão.
Estágio C	C ₁ : Consiste em argumentos que além dos itens citados no estágio B ₁ ou B ₂ , apresentam fundamentos para justificativas. C ₂ : Argumentos que além dos itens citados no estágio C ₁ , contemplam uma refutação e/ou qualificação, caso a situação argumentativa requirite a presença destas componentes.

Fonte: Elaborado pelos autores (2022).

O MATP foi implementado na disciplina de Álgebra Linear dentro do contexto de um curso de Licenciatura em Matemática. No entanto, ressaltamos a importância de estender sua aplicação para outras disciplinas, tais como a Geometria, o Cálculo e a Análise, adaptando-o conforme o currículo da Licenciatura em Matemática. Essa abordagem visa realizar uma avaliação mais abrangente de seus usos e derivar inferências significativas para o campo da Educação Matemática.

Nos Capítulos IV e V, exploramos a aplicação prática do modelo na disciplina de Álgebra Linear I. Nossa intenção é demonstrar sua eficácia na prática educacional, destacando contribuições tangíveis para o aprimoramento da qualidade argumentativa entre os estudantes. Assim, concentramo-nos em estudos qualitativos, investigando a qualidade da argumentação e os efeitos da estratégia didática sobre a argumentação dos(as) licenciandos(as) em Matemática na disciplina em lente. Utilizamos uma variedade de procedimentos, incluindo observação, questionário, entrevistas semiestruturadas e análise de argumentação por escrito, registrando os dados por meio de anotações, notas reflexivas e gravações de áudio e vídeo.

6.3 QUALIDADE DOS ARGUMENTOS CONSTRUÍDOS POR ESTUDANTES NA DISCIPLINA ÁLGEBRA LINEAR

No Capítulo IV (artigo 3) da pesquisa, conduzimos o primeiro estudo empírico para analisar a qualidade dos argumentos dos estudantes na disciplina de Álgebra Linear. Implementamos uma estratégia de intervenção que ensinava técnicas argumentativas, usando o Modelo Argumentativo Toulminiano e Perelmaniano (MATP). Começamos com o ensino

explícito de argumentação e depois aplicamos o esquema do MATP nos conteúdos de Matrizes, Sistemas de Equações Lineares e Espaços e Subespaços Vetoriais. Para avaliar a qualidade da argumentação dos estudantes, empregamos o quadro analítico proposto pelo MATP (Quadro 1). Consideramos um argumento de melhor qualidade se estivesse bem estruturado, devidamente justificado e validasse a conclusão. Além disso, analisamos a tipologia da justificativa empregada, conforme as perspectivas de Toulmin (2006) e Perelman (1993).

A construção dos dados envolveu a observação, os documentos e a produção de argumentos escritos em duas etapas distintas do curso. Na primeira etapa, aplicamos uma questão com enfoque argumentativo via MATP na avaliação individual da disciplina. Posteriormente, na segunda, promovemos uma atividade com questões de cunho argumentativo aplicadas conforme o MATP em grupo. Nessa atividade, cada grupo discutiu internamente e, em seguida, um representante de cada grupo realizou uma explanação. Destacamos que tanto o professor da disciplina quanto a pesquisadora incentivaram os estudantes por meio de perguntas pró-argumentativas.

Os resultados destacam que a maioria dos estudantes enfrentou dificuldades ao elaborar argumentos consistentes, com justificativas adequadas para conectar as premissas à conclusão. Houve uma utilização limitada do fundamento para sustentar as justificativas, assim como pouco uso de recursos retóricos para persuadir sobre os conteúdos discutidos. Apesar dessas limitações, a intervenção didática mostrou efeitos no desenvolvimento das habilidades dos estudantes. Houve uma melhoria na capacidade de lidar com questões argumentativas, especialmente na classificação de proposições como verdadeiras ou falsas, juntamente com suas justificativas. Os estudantes também refletiram sobre a importância das inferências em uma perspectiva argumentativa e valorizaram exemplos, representações e outros meios explorados pela argumentação, contribuindo para o entendimento dos temas estudados. Esses efeitos foram mais evidentes na segunda etapa.

As intervenções propostas durante a atividade em grupo, tanto pela pesquisadora (como o uso de perguntas pró-argumentativas) quanto pelo professor (ao lembrar conceitos e atividades trabalhadas em aula), contribuíram para a construção das razões que levaram às soluções das questões propostas. Além disso, as discussões entre os grupos proporcionaram uma participação mais ativa dos estudantes e eles tiveram uma maior interação durante as discussões em plenária, com toda a turma e os estudantes, desenvolvendo seus raciocínios na lousa, com a interação da pesquisadora, do professor da disciplina e dos demais estudantes da turma.

Ademais, à luz dos resultados encontrados tanto na revisão sistemática (Capítulo II) quanto na pesquisa de campo (Capítulos IV e V), observamos a escassez de questões propostas com foco argumentativo nas aulas de Matemática no Ensino Superior. Sustentamos que é fundamental promover atividades argumentativas para que os estudantes realizem inferências, incentivados pelo processo argumentativo, e possam apresentar suas ideias com justificativas formais, além de se apoiarem em justificativas não formais, como exemplos e representações geométricas, desde que contribuam para o processo de entendimento dos conteúdos em discussão.

Identificamos algumas limitações no desenvolvimento da intervenção didática, na qual avaliamos a qualidade da argumentação, especialmente, devido à restrição de tempo da intervenção. A falta de familiaridade dos estudantes com intervenções didáticas focadas em argumentação também contribuiu para uma menor participação e alguns resultados que não demonstraram estágios mais elevados em relação à qualidade da argumentação. Portanto, recomendamos pesquisas adicionais que explorem abordagens pró-argumentativas com estudantes de Licenciatura em Matemática para avaliar como essas abordagens contribuem para o desenvolvimento das habilidades de argumentação, especialmente, sob a perspectiva teórica de Toulmin associada à de Perelman.

6.4 UMA ESTRATÉGIA DIDÁTICA PRÓ-ARGUMENTATIVA PARA ESTUDANTES DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

No Capítulo V, apresentamos o segundo estudo empírico da pesquisa, que investigou como uma estratégia didática, por meio do Modelo Argumentativo Toulminiano e Perelmaniano (MATP), enseja o desenvolvimento da argumentação em estudantes de Licenciatura em Matemática. Utilizamos a observação, o questionário e a entrevista semiestruturada para construir os dados, registrando-os por meio de apontamentos, notas reflexivas e gravações em áudio. No estudo, avaliamos a estratégia didática com os(as) licenciandos(as) e o professor responsável pela disciplina de Álgebra Linear, identificando duas categorias de análise: os efeitos do ensino explícito de argumentação por meio de questionários e observações com os estudantes e a percepção tanto dos estudantes quanto do professor em relação à estratégia argumentativa desenvolvida, utilizando entrevistas para construção de dados.

A primeira categoria de análise forneceu alguns dos principais resultados. Os estudantes enfrentaram algumas dificuldades tanto na compreensão da estrutura argumentativa de Toulmin

quanto na do MATP. Identificamos limitações no uso dos recursos retóricos para sustentar os resultados. No entanto, notamos indícios de que o ensino explícito de argumentação, conduzido antes da aplicação do questionário, teve alguns efeitos profícuos no desenvolvimento das habilidades argumentativas dos estudantes.

Durante a atividade de pesquisa, os estudantes responderam ao questionário em grupo e participaram de diversas atividades que contribuíram para o desenvolvimento da argumentação. Discutiram a função de cada elemento no argumento, utilizaram *softwares* para criar ilustrações que facilitaram a compreensão dos conceitos e realizaram pesquisas sobre conceitos-chave para fundamentar as questões propostas. Além disso, tiveram a oportunidade de se familiarizar com os termos e a linguagem específicos do MATP. Também discutiram os resultados matemáticos, compartilharam ideias e analisaram as contribuições dos membros do grupo. Essas atividades não apenas contribuíram para o desenvolvimento da argumentação, mas também promoveram uma interação significativa entre estudantes.

Esses resultados destacam a importância do ensino explícito de argumentação e da inclusão de questões que exploram a estrutura argumentativa, bem como a relação entre suas componentes no contexto do ensino de Matemática. Acreditamos que muitas das dificuldades enfrentadas pelos estudantes podem ser superadas com uma utilização mais ampla das estruturas argumentativas.

Os resultados que descrevem as percepções dos estudantes e do professor sobre a estratégia argumentativa aplicada são encorajadores, pois mostram como a intervenção didática por meio do MATP pode possibilitar o desenvolvimento da argumentação dos estudantes. Eles indicam que as discussões matemáticas foram motivadas pelas ações argumentativas, incentivando os estudantes a justificarem suas respostas e colaborarem com os outros na busca por soluções para as questões. A estratégia didática foi vista como contribuinte para a construção de argumentos justificativos sobre os conteúdos discutidos durante a intervenção. Os participantes apoiaram a metodologia utilizada em atividades em grupo e destacaram a necessidade de mais propostas didáticas que promovam o processo de discussão nas aulas de Matemática. Eles concordaram sobre a importância de utilizar diversas justificativas na discussão de temas matemáticos e valorizaram os usos de figuras retóricas para aprofundar a compreensão em Álgebra Linear, indo além das justificativas baseadas em definições, axiomas e teoremas.

Essas percepções ressaltam a eficácia da abordagem argumentativa implementada e indicam caminhos promissores para o aprimoramento do ensino de Matemática por meio do desenvolvimento da habilidade argumentativa dos estudantes. No entanto, apesar dos avanços

observados, identificamos algumas limitações na aplicação da intervenção didática, decorrentes da novidade da temática e do tempo limitado disponível. Sugerimos, portanto, a implementação de mais atividades focadas na prática argumentativa, com uma extensão do tempo dedicado ao ensino explícito dessa habilidade.

6.5 IMPLICAÇÕES PARA A PESQUISA E PARA A PRÁTICA

O objetivo principal desta tese foi analisar como a estratégia didática pró-argumentativa pode contribuir para a qualidade da argumentação de estudantes de Licenciatura em Matemática. Concluímos que a aplicação foi eficaz ao promover o ensino explícito de argumentação por meio do MATP e aplicá-lo em uma disciplina de Álgebra Linear. A compreensão dos elementos argumentativos e o emprego de recursos retóricos no campo das justificativas foram essenciais para fortalecer a qualidade dos argumentos produzidos pelos estudantes. Ademais, a prática deliberada da argumentação, aliada à análise reflexiva das estratégias empregadas, contribuiu para o aprimoramento das habilidades argumentativas dos participantes.

É relevante destacar os méritos desta tese ao alcançar seus objetivos específicos estabelecidos, apesar das limitações encontradas durante a pesquisa. A revisão sistemática da literatura, conduzida como foi, demonstrou ser efetiva ao fornecer uma compreensão do estado atual do conhecimento nessa área de pesquisa, cumprindo, assim, o primeiro dos objetivos específicos da tese. O modelo teórico argumentativo, tanto como instrumento de ensino quanto como ferramenta de análise da argumentação dos estudantes, apresentou resultados satisfatórios dentro de suas funções, alcançando, assim, o segundo objetivo específico. Da mesma forma, a análise da intervenção didática, apesar de suas limitações em ambos os estudos empíricos, foi bem-sucedida ao realizar o terceiro objetivo, permitindo a produção e análise da qualidade da argumentação dos(as) licenciandos(as) em Matemática no curso de Álgebra Linear. Além disso, investigamos suas contribuições para a argumentação desses estudantes, alcançando, desse modo, o quarto objetivo.

Ao longo desta tese, tanto nos estudos teóricos quanto nos empíricos, foram observadas implicações para a pesquisa e para a prática. A revisão sistemática realizada sobre os usos da argumentação identificou tendências, lacunas e resultados relevantes na literatura. Uma sugestão para pesquisas futuras seria conduzir uma revisão de literatura que incluísse artigos com intervenções didáticas direcionadas a *softwares* e estudos que exploram o ensino de

Matemática com o auxílio de tecnologias, visando contribuir para a construção da argumentação e da prova matemática (Kaplan; Gulkilik; Emul, 2019)

A intervenção didática proposta envolveu o ensino de elementos essenciais da lente argumentativa teórica do MATP. Procuramos formar futuros professores de Matemática por meio de atividades argumentativas e discussões, aplicando o modelo com conteúdos de Álgebra Linear. A prática de questões com abordagem argumentativa, nas aulas do Ensino Superior de Matemática, se mostrou necessária. Assim, consideramos importante integrar os usos deste modelo em programas de formação para professores de Matemática, possibilitando que esses profissionais possam oferecer aos estudantes atividades que enfatizem a habilidade argumentativa, fomentando, assim, a aprendizagem por meio de discussões.

Outra área importante a ser considerada seria a análise do impacto do aprofundamento em lógica e técnicas de demonstração no aprimoramento do desempenho do MATP. Investigar como o aprendizado desses aspectos pode influenciar a qualidade da argumentação dos estudantes em disciplinas da Licenciatura em Matemática é crucial. Sustentamos que, ao compreender como os teoremas são provados e como os argumentos são estruturados, os estudantes podem internalizar melhor os conceitos matemáticos e aplicá-los de forma mais eficaz em diferentes contextos.

Além de sua aplicação na Educação Matemática, o MATP oferece flexibilidade para ser utilizado também no Ensino de Ciências, sugerindo um campo promissor para investigações futuras. Destacamos, portanto, a importância de pesquisas voltadas para a formação de professores, especialmente nas áreas de Ciências e Educação Matemática, com o intuito de aprimorar a habilidade argumentativa. Ao formar os professores com técnicas argumentativas, eles poderão incentivar os estudantes a justificarem seus raciocínios e fundamentarem suas ideias, fomentando discussões em sala de aula. Além disso, embora inicialmente aplicado na disciplina de Álgebra Linear no Ensino Superior de Matemática, há potencial para estender os usos do MATP para outras disciplinas, adaptando-o conforme o currículo da Licenciatura em Matemática ou de outros cursos de Ciências.

Devido às limitações percebidas nos estudos empíricos causadas pelo tempo limitado para a aplicação do MATP, sugerimos o desenvolvimento de propostas didáticas com duração mais extensa. Seria relevante incluir, também, nas análises da argumentação, os usos do *software* Geogebra para apoiar a construção de justificativas, principalmente em ilustrações. Embora não tenha sido objeto de investigação nesta pesquisa, observamos, ao longo da tese, que os usos desse *software* podem ser relevantes para enriquecer a investigação da argumentação.

Por fim, esta pesquisa contribuiu para a compreensão do papel da argumentação na Educação Matemática, especialmente em relação à Álgebra Linear, e destacou a importância de promover habilidades argumentativas entre os(as) licenciandos(as) que fizeram parte da investigação. Esperamos que os resultados e as reflexões apresentadas possam inspirar pesquisas futuras e informar práticas pedagógicas que contribuam para o aprimoramento da formação de professores de Matemática.

6.6 REFERÊNCIAS

CARNEIRO, J. S.; TEIXEIRA, E. S.; OLIVEIRA, A. M. P. de. Usos da argumentação na educação matemática: uma revisão sistemática da literatura no Ensino Superior. **Educação Matemática Pesquisa**. [s. l.], v. 25, n.3, p.131-148, 2023.

GABEL, M.; DREYFUS, T. Affecting the flow a proof by creating presence – a case study in Number Theory. **Educational Studies em Mathematics**, [s. l.], v. 96, n. 2, p. 187-205, 2017. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/s10649-016-9746-z>. Acesso em: 15 set. 2021.

KAPLAN, A. H; GULKILIK, H; EMUL, N; Investigating The Relationship between Argumentation and Proof a Representation Perspective. **International Journal for Mathematics Teaching and Learning**, [s. l.], v. 20, n. 2, p. 131-148, 2019.

METAXAS, N; POTARI, D; ZACHARIADES, T. Analysis of a Teacher's pedagogical arguments using Toulmin's model and argumentation schemes. **Educational Studies In Mathematics**, [s. l.], v. 93, n. 3, p. 383-397.

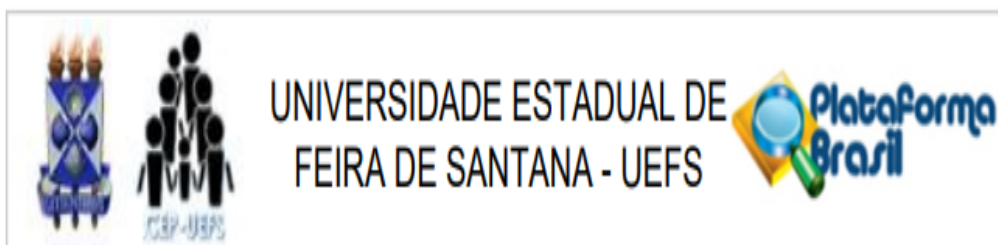
PERELMAN, C. **O império retórico: retórica e argumentação**. Porto: Edições ASA, 1993.

PERELMAN, C.; OLBRECHTS-TYTECA, L. **Tratado da argumentação: a nova retórica**. São Paulo: Martins Fontes, 2005.

RODRIGUES, F. C; DA SILVA, S. R.V; MONTEIRO, M. A. A Argumentação no Ensino da Matemática: a produção nacional e a formação do professor que ensina matemática. **Ensino da Matemática em Debate**, [s. l.], v. 8, n 1, p. 203-229, maio 2021.

TEIXEIRA, E. S. **Argumentação e Abordagem Contextual no Ensino de Física**. 2010. 148 f. Tese (Doutorado em Ensino, Filosofia e História das Ciências) – Universidade Federal da Bahia - Universidade Estadual de Feira de Santana, Salvador, 2010.

TOULMIN, S. E. **Os Usos do Argumento**. Tradução Reinaldo Guarany. São Paulo: Martins Fontes, 2006.

ANEXO A – Registro no Comitê de Ética**PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP****DADOS DA EMENDA**

Título da Pesquisa: ESTUDO DE UMA ESTRATÉGIA DIDÁTICA PRÓ-ARGUMENTATIVA DESENVOLVIDA PARA ESTUDANTES DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA.

Pesquisador: JOILMA SILVA CARNEIRO

Área Temática:

Versão: 5

CAAE: 57438622.3.0000.0053

Instituição Proponente: Universidade Estadual de Feira de Santana

Patrocinador Principal: Financiamento Próprio

DADOS DO PARECER

Número do Parecer: 5.747.503

Apresentação do Projeto:

O protocolo de pesquisa foi aprovado após atendimento às pendências pelo CEP/UEFS através do parecer nº5.539.224.

APÊNDICE A – TCLE-Estudante

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Estudo de uma Estratégia Didática pró-argumentativa desenvolvida para estudantes de Licenciatura em Matemática.

Convidamos o (a) Sr.(a) _____ para ser participante de pesquisa, intitulada “Estudo de uma Estratégia Didática pró-argumentativa desenvolvida para estudantes de Licenciatura em Matemática”, que está sob a responsabilidade da pesquisadora **Joilma Silva Carneiro**, discente do doutorado do Programa de Pós-graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências -UFBA/UEFS- Faculdade de Educação, Av. Reitor Miguel Calmon, s/n, Campus Canela, Salvador - BA, 40110-100, Secretaria: (71)3283-7264/7262, E-mail:ppgefhc@ufba.br, <https://ppgefhc.ufba.br/> e está sob a orientação de: **Elder Sales Teixeira** e coorientação de: **Andreia Maria Pereira de Oliveira**.

INFORMAÇÕES SOBRE A PESQUISA:

A pesquisa “**Estudo de uma Estratégia Didática pró-argumentativa desenvolvida para estudantes de Licenciatura em Matemática**”, que visa a desenvolver, aplicar e avaliar uma Estratégia Didática, no âmbito do Ensino Superior, objetiva investigar como uma estratégia didática pró-argumentativa pode contribuir para qualidade da argumentação de estudantes da Licenciatura em Matemática. A fim de apoiar o planejamento e desenvolvimento dessa estratégia didática, foi realizada uma revisão sistemática da literatura e, em seguida, a construção de um modelo teórico argumentativo para ser usado como abordagem de ensino na estratégia didática, bem como instrumento de análise dos argumentos dos estudantes da turma que será aplicada esse estudo. Para produção dos dados deste estudo, será utilizada a observação, a entrevista semiestruturada e os documentos escritos, enquanto será feito o uso de apontamentos, de notas reflexivas, da gravação em áudio e da gravação em vídeo. Envolverá a gravação em vídeo de atividades realizadas em grupos, bem como a gravação em áudio das entrevistas. Algumas “falas” gravadas serão transcritas para análise dos dados.

Destaco que, apenas a pesquisadora responsável e os pesquisadores colaboradores terão acesso aos dados coletados. Esses dados ficarão armazenados em pasta de arquivo em computador e pasta de drive pessoal, por um período de 5 anos e serão utilizados apenas para fins da pesquisa. Passado este período, esses dados serão suprimidos. Os resultados da pesquisa serão publicados em encontros científicos e/ou revistas especializadas. No entanto, será mantido o anonimato dos dados e será assegurada a confidencialidade dos mesmos. Assim, caso ocorram citações, será empregado pseudônimos para os nomes dos estudantes participantes da pesquisa. Além disso, o senhor (a) não assumirá despesa alguma na pesquisa, e sua participação não será remunerada. Se houver necessidade, as despesas para a sua participação serão assumidas pela pesquisadora. A sua participação na pesquisa é de caráter livre. Portanto, o senhor (a) tem a liberdade para desistir em qualquer momento durante a pesquisa, sem penalidades, bem como da liberdade de recusa na participação. Sua recusa não trará prejuízo algum em sua relação com a pesquisadora ou com a instituição. As intervenções que serão aplicadas neste estudo, não terão caráter invasivo, bem como não colocarão em risco a intimidade e privacidade dos estudantes participantes nas etapas da pesquisa. Ademais, a pesquisadora responsável estará disposta a cumprir com os protocolos adotados pela instituição de ensino em decorrência da pandemia da COVID-19.

Com relação aos riscos da pesquisa, alertamos que o senhor (a) poderá se sentir incomodado (a) e constrangido (a) ao saber que poderão expor suas respostas ao grupo de toda a sala. Poderá

ainda sentir incômodo ou constrangimento ao ser exposto a gravações de áudio e vídeo. Para minimizar possíveis desconfortos e constrangimentos em relação a gravação de áudio e vídeo, nos comprometemos a ficar vigilante a sinais verbais e não verbais, buscando proporcionar um ambiente propício à interação, com respeito à liberdade de expressão dos participantes durante todo o processo. Ademais, manteremos o acolhimento do erro como parte do aprendizado. Assim, ficará explícito que mesmo na busca de respostas corretas, os erros acontecem. Já para minimizar o desconforto no ato das entrevistas, elas serão realizadas em um local reservado. O senhor (a) poderá responder somente as questões que estiver se sentindo à vontade e tem liberdade para não responder as questões que considere constrangedoras. Além de ser permitido escutar e modificar/ excluir trechos ou a entrevista completa.

Entre os benefícios desta pesquisa, destacamos que por meio da estratégia proposta, podemos estimular um processo de discussão e interação dos estudantes que pode contribuir para o avanço da habilidade argumentativa. Além do mais, os estudantes de licenciatura em Matemática podem apropriar-se de teorias argumentativas e, caso venham a ser profissionais de Educação, poderão proporcionar aos estudantes atividades com enfoque argumentativo e promover a aprendizagem por meio de discussões.

Após ser esclarecido (a) sobre as informações desta pesquisa, caso aceite em fazer parte do estudo, rubrique as folhas e assine ao final deste documento, que está em duas vias. Uma delas é sua e a outra é do pesquisador responsável. Esclareço, ainda, que, de acordo com as leis brasileiras, o senhor (a) tem direito a indenização caso seja prejudicado por esta pesquisa. Agradeço a atenção e estou à disposição para maiores esclarecimentos que julgue necessário sobre o procedimento metodológico que será aplicado nesta pesquisa. O senhor (a) poderá entrar em contato também com o Comitê de Ética em Pesquisa Envolvendo Seres Humanos da UEFS, no endereço Av. Universitária, s/n - Campus Universitário, Módulo 1- MA 17, bairro do Novo Horizonte, Feira de Santana- BA, contato telefônico (075) 3162-8124 e de e-mail do CEP (cep@uefs.br) durante o horário de atendimento (das 13h30 às 17h30), ou poderá consultar a Comissão Nacional de Ética em Pesquisa, Telefone (61)3315-5878, conep.cep@saude.gov.br.

Atenciosamente, **Joilma Silva Carneiro**.

(Assinatura da pesquisadora responsável)

(Assinatura do(a) participante de pesquisa)

Telefone da pesquisadora: (75) 31618086; e-mail: jscarneiro@uefs.br

Endereço profissional da pesquisadora: Departamento de Exatas–UEFS. Av. Universitária s/n - Campus Universitário, Módulo 5 - Feira de Santana - Ba. CEP: 44.031-460.

APÊNDICE B – TCLE-Professor

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Estudo de uma Estratégia Didática pró-argumentativa desenvolvida para estudantes de Licenciatura em Matemática.

Convidamos o (a) Sr.(a) _____ para ser participante de pesquisa, intitulada “Estudo de uma Estratégia Didática pró-argumentativa desenvolvida para estudantes de Licenciatura em Matemática”, que está sob a responsabilidade da pesquisadora **Joilma Silva Carneiro**, discente do doutorado do Programa de Pós-graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências -UFBA/UEFS- Faculdade de Educação, Av. Reitor Miguel Calmon, s/n, Campus Canela, Salvador - BA, 40110-100, Secretaria: (71)3283-7264/7262, E-mail:ppgefhc@ufba.br, <https://ppgefhc.ufba.br/> e está sob a orientação de: **Elder Sales Teixeira** e coorientação de: **Andreia Maria Pereira de Oliveira**.

INFORMAÇÕES SOBRE A PESQUISA:

A pesquisa “**Estudo de uma Estratégia Didática pró-argumentativa desenvolvida para estudantes de Licenciatura em Matemática**”, que visa a desenvolver, aplicar e avaliar uma Estratégia Didática, no âmbito do Ensino Superior, objetiva investigar como uma estratégia didática pró-argumentativa pode contribuir para qualidade da argumentação de estudantes da Licenciatura em Matemática. A fim de apoiar o planejamento e desenvolvimento dessa estratégia didática, foi realizada uma revisão sistemática da literatura e, em seguida, a construção de um modelo teórico argumentativo para ser usado como abordagem de ensino na estratégia didática, bem como instrumento de análise dos argumentos dos estudantes da turma que será aplicada esse estudo. Caso aceite participar da pesquisa, o (a) senhor (a) que é o (a) docente da turma pesquisada permitirá que a pesquisadora Joilma Silva Carneiro possa participar de algumas aulas da turma a fim de desenvolver as atividades práticas da pesquisa. Salientamos que os estudantes participantes do estudo serão informados da pesquisa e só participarão após o registro no TCLE direcionado para eles. Para produção dos dados deste estudo, além da observação, será utilizada a entrevista semiestruturada e os documentos escritos, enquanto será feito o uso de apontamentos, de notas reflexivas, da gravação em áudio e da gravação em vídeo dos estudantes. Envolverá a gravação em vídeo de atividades realizadas em grupos, bem como a gravação em áudio das entrevistas dos estudantes. Algumas “falas” gravadas dos estudantes serão transcritas para análise dos dados.

Destaco que, apenas a pesquisadora responsável e os pesquisadores colaboradores terão acesso aos dados coletados. Esses dados ficarão armazenados em pasta de arquivo em computador e pasta de drive pessoal, por um período de 5 anos e serão utilizados apenas para fins da pesquisa. Passado este período, esses dados serão suprimidos. Os resultados da pesquisa serão publicados em encontros científicos e/ou revistas especializadas. No entanto, será mantido o anonimato dos dados e será assegurada a confidencialidade dos mesmos. Assim, caso ocorram citações, será empregado pseudônimos para os nomes dos estudantes participantes da pesquisa e caso seja necessário citar o nome docente, usaremos de forma análoga, o emprego de pseudônimo. Além disso, o senhor (a) não assumirá despesa alguma na pesquisa, e sua participação não será remunerada. Se houver necessidade, as despesas para a sua participação serão assumidas pela pesquisadora. A sua participação na pesquisa é de caráter livre. Portanto, o (a) senhor (a) tem a liberdade para desistir em qualquer momento durante a pesquisa, sem penalidades, bem como da liberdade de recusa na participação. Sua recusa não trará prejuízo algum em sua relação com a pesquisadora ou com a instituição. As intervenções que serão aplicadas neste estudo, não terão

caráter invasivo, bem como não colocarão em risco a intimidade e privacidade do docente participante, bem como dos estudantes participantes. Ademais, a pesquisadora responsável estará disposta a cumprir com os protocolos adotados pela instituição de ensino em decorrência da pandemia da COVID-19.

Com relação aos riscos da pesquisa, alertamos que o senhor (a) poderá ter preocupação ao disponibilizar horários das aulas para as atividades práticas da pesquisa em função do cumprimento da ementa da disciplina. Para minimizar esse risco, informamos que utilizaremos de algumas horas para as atividades práticas para a pesquisa, de maneira que não apresente prejuízos ao cumprimento da ementa e conseqüentemente ao conteúdo programático. Assim, algumas atividades serão trabalhadas com conteúdos da disciplina e aquelas como o ensino explícito de argumentação e a atividade prática da entrevista, não serão contabilizadas na carga horária da disciplina. O senhor (a) poderá ainda se incomodar com a presença da pesquisadora em seu ambiente de sala de aula, bem como constrangimento ao estar presente em alguns dos momentos em que ocorrerá a gravação de áudio e vídeo dos estudantes. A fim de minimizar esse risco, nos comprometemos a ficar vigilantes a sinais verbais e não verbais, buscando proporcionar um ambiente propício à interação, com respeito à liberdade de expressão dos participantes durante todo o processo.

Entre os benefícios desta pesquisa, destacamos que por meio da estratégia proposta, podemos estimular um processo de discussão e interação dos estudantes que pode contribuir para o avanço da habilidade argumentativa. Além do mais, tanto os estudantes de licenciatura em Matemática, quanto o (a) docente da turma pesquisada podem apropriar-se de teorias argumentativas e aplicá-las em atividades com enfoque argumentativo.

Após ser esclarecido (a) sobre as informações desta pesquisa, caso aceite em fazer parte do estudo, rubrique as folhas e assine ao final deste documento, que está em duas vias. Uma delas é sua e a outra é da pesquisadora responsável. Esclareço, ainda, que, de acordo com as leis brasileiras, o senhor (a) tem direito a indenização caso seja prejudicado por esta pesquisa. Agradeço a atenção e estou à disposição para maiores esclarecimentos que julgue necessário sobre o procedimento metodológico que será aplicado nesta pesquisa. O senhor (a) poderá entrar em contato também com o Comitê de Ética em Pesquisa Envolvendo Seres Humanos da UEFS, no endereço Av. Universitária, s/n - Campus Universitário, Módulo 1- MA 17, bairro do Novo Horizonte, Feira de Santana- BA, contato telefônico (075) 3162-8124 e de e-mail do CEP (cep@uefs.br) durante o horário de atendimento (das 13h30 às 17h30), ou poderá consultar a Comissão Nacional de Ética em Pesquisa, Telefone (61)3315-5878, conep.cep@saude.gov.br.

Atenciosamente, **Joilma Silva Carneiro**.

(Assinatura da pesquisadora responsável)

(Assinatura do (a) participante de pesquisa)

Telefone da pesquisadora: (75) 31618086; e-mail: jscarneiro@uefs.br
Endereço profissional da pesquisadora: Departamento de Exatas-UEFS. Av. Universitária s/n -
Campus Universitário, Módulo 5 - Feira de Santana - Ba. CEP: 44.031-460.

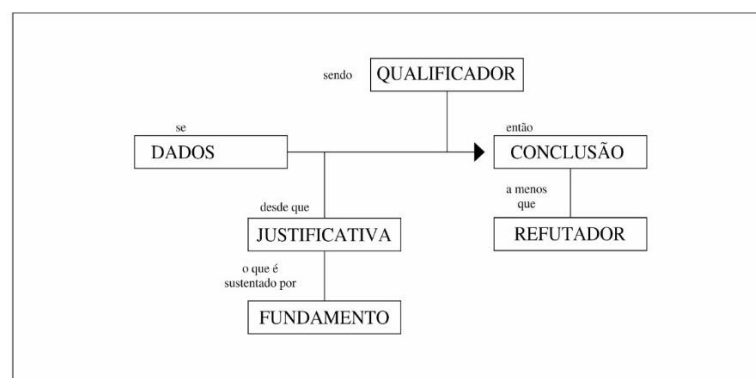
APÊNDICE C – Texto informativo sobre argumentação com exemplos do modelo

O estudo contemporâneo da argumentação teve impulso, devido à publicação, em 1958, de duas obras, ambas escritas por filósofos, que hoje são consideradas como clássicos da área: “Tratado da Argumentação”, de Chaim Perelman e Lucie Oldbretchs-Tyteca, e “Os usos do Argumento”, de Stephen Toulmin. Em função da importância dos citados filósofos para os estudos sobre a presença da argumentação na Educação Matemática, sobretudo para o modelo argumentativo desenvolvido para esta pesquisa, nesse texto nos debruçaremos sobre algumas noções dessas teorias. Em seguida, apresentaremos elementos do modelo que aplicaremos na estratégia didática desta pesquisa.

Os filósofos Perelman e Toulmin buscavam uma valorização da lógica informal, pois para eles o uso racional não é apenas o cálculo. Em 1958, Perelman buscou completar a teoria da demonstração desenvolvida pela lógica formal. Na sua perspectiva, a argumentação é um processo persuasivo e centra-se na noção de auditório. Assim, o processo argumentativo traz uma interação dos argumentos, visando a um acordo. O propósito dessa teoria argumentativa é estudar as técnicas discursivas, por meio das quais o orador deve adaptar-se ao seu auditório para persuadi-lo a aderir à sua conclusão. Paralelamente, Toulmin apresentou um modelo argumentativo que propõe como os enunciados são dispostos entre eles no *layout*, visando a formar uma célula argumentativa coerente. Por meio de seu *layout*, ele elaborou um instrumento de análise muito empregado para investigar a argumentação. Tal ferramenta permite analisar a estrutura de argumentos que é baseada em termos distintos da lógica formal.

O *layout* de um argumento completo desenvolvido por Toulmin (2006) é apresentado na Figura 01:

Figura 01 - *Layout* de Toulmin para a argumentação



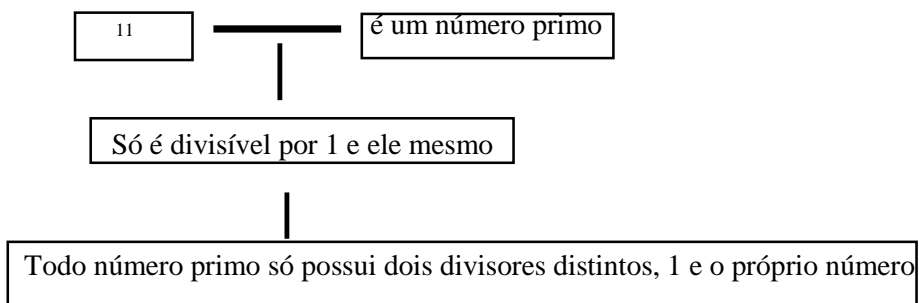
Fonte: Adaptado de Toulmin (2006)

As componentes principais são identificadas como: os dados (as evidências que suportam uma afirmativa), a conclusão (a declaração feita com base nos dados; aquela proposição que defende, sustenta, afirma, nega ou pede algo) e a justificativa (afirmativa que autoriza as conexões entre dados e conclusão).

As outras componentes complementares são: o fundamento (o conhecimento partilhado, pelo campo, que credencia a justificativa; são afirmações categóricas), o qualificador modal (indica

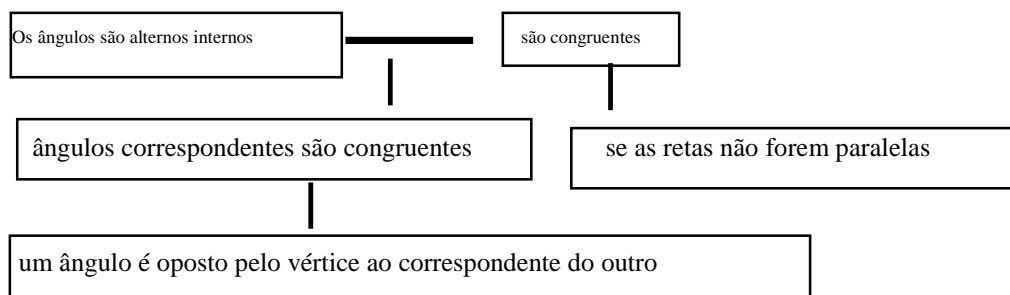
o grau de confiança em uma conclusão; representa a verbalização da força do argumento) e a refutação (a afirmação que refuta a justificativa e assim invalida a conclusão).

Exemplo1: Argumento escrito no *layout* de Toulmin



Fonte: Elaborado pelos autores

Exemplo2: Argumento escrito no *layout* de Toulmin



Fonte: Sales (2010)

Quanto à perspectiva de Perelman (1993), interessa-nos as técnicas argumentativas e os tipos de argumentos. Para ele, os argumentos estão processados via ligação ou por dissociação. Nesse texto, nossa atenção centra-se nos de ligação, classificados por Perelman, tais como argumentos quase lógicos, argumentos baseados na estrutura do real e argumentos que fundamentam a estrutura do real. Os argumentos quase lógicos se aproximam das estruturas ou relações da lógica formal, mas diferem por não possuírem o mesmo rigor dessa lógica, e assim, não terem valor conclusivo (Perelman; Olbrechts-Tyteca, 2005).

São argumentos quase-lógicos: contradição e incompatibilidade; identidade e definição; reciprocidade; transitividade; relação do todo com as partes; relação de ordem; relação de variabilidade.

Os argumentos baseados na estrutura do real surgem a partir de ligações que existem entre elementos do real. A argumentação se desenvolve a partir do acordo quanto a essas ligações (Perelman, 1993). Exemplos desses argumentos são, entre outros, o argumento pragmático, o

argumento de autoridade e os argumentos a fortiori. Dentre os argumentos que fundamentam a estrutura do real, temos o exemplo, a ilustração e analogia. Segundo Oliveira (2016), esses argumentos estabelecem conexões entre um algo que se conhece e a realidade que se almeja conhecer.

No modelo argumentativo que desenvolvemos para esta pesquisa, utilizamos os dois vieses argumentativos, e denominamos de MATP (Modelo Argumentativo Toulminiano e Perelmaniano). Utilizaremos da perspectiva de Perelman (1993) associada à estrutura da argumentação de Toulmin (2006). Estamos interessados, para além da construção de argumentos por meio do *layout* de Toulmin, em aspectos da argumentação que proporcionem uma melhor adaptação ao auditório e o convencimento dos resultados matemáticos.

Condições de existência para argumentação

De início, é preciso haver, minimamente, uma linguagem comum (verbal e não verbal). Em seguida, deva existir uma certa consideração pela adesão do interlocutor. Finalmente, o bom relacionamento entre os envolvidos na argumentação, destacando a importância do diálogo (PERELMAN; OLBRECHTS-TYTECA, 2005).

Definição de argumentação:

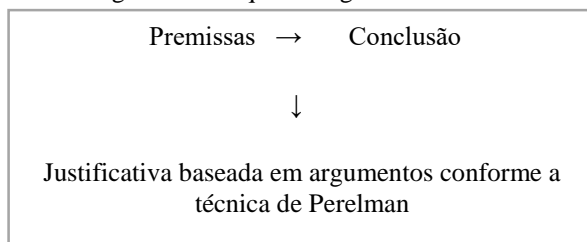
Compreendemos argumentação como um processo comunicativo, em que se apresenta uma conclusão com base em premissa(s) e que se busca justificativas para validar essa conclusão dentro de um contexto em uso. O processo visa à adesão tanto no aspecto intelectual, quanto no emocional de um auditório (TOULMIN, 2006; PERELMAN, 1993).

Definição de argumento:

Uma sequência de encadeamento lógico, em que se apresenta uma conclusão com base em premissa(s) e que busca justificativas para conseguir o acordo, fundamentando-as por meio de uma determinada técnica.

Quanto mais justificativas, maior a adesão e o convencimento da ideia ou posição apresentada. A conclusão pode ser refutada, desde que se apresente exceções ou condições especiais nas quais a justificativa não autorize a passagem da(s) premissa(s) à conclusão. Existem ainda argumentos que permitem o elemento que representa a verbalização da força do argumento.

Figura 02 - Esquema argumentativo do MATP



Fonte: Elaborado pelos autores (2022)

No esquema da Figuras 02 integramos elementos do *layout* de Toulmin (**T**, Figura 01) à tipologia dos argumentos, bem como às técnicas argumentativas segundo Perelman (**P**). Assim, o que é a premissa inicial, que são as informações que promovem o acordo em (**P**), correspondem aos dados na perspectiva de (**T**). A tese principal em (**P**), corresponde a conclusão (**T**). Quanto à justificativa (**J**), é fundamentada conforme a técnica utilizada. Exemplo dessas técnicas são, entre outras: a justificativa é fundamentada por argumentos que se aproximam de estruturas lógicas ou de relações matemáticas; a justificativa é baseada na credibilidade de uma pessoa ou grupo; a justificativa é fundada pelo exemplo, ilustração ou analogia.

Há situações argumentativas em que se pode utilizar esse modelo para especificar a estrutura de argumentos em contextos de ensino da matemática no âmbito superior. Entre essas, destacamos as seguintes:

- (i) professores e estudantes justificam suas ideias por meio de relações conceituais do campo de estudo da disciplina (argumento de definição), ou empregam a relação de reciprocidade, bem como outros argumentos quase-lógicos;
- (ii) estudante corrige a ideia de outro estudante fundamentando a correção com apoio no estatuto da palavra de um monitor que é considerado um estudante aplicado e conhecedor do conteúdo (argumento de autoridade), ou ainda busca fundar seu raciocínio por meio leis matemáticas já demonstradas em livros ou mesmo em construções realizadas por um certo professor.
- (iii) Estudantes e professores justificam suas ideias por meio de exemplos ou contra exemplos.
- (iv) Estudantes e professores usam ilustrações via diagramas ou gráficos para ampliar a adesão de uma regra conhecida e admitida.

Este texto poderá ser utilizado como apoio na dinâmica da sala de aula durante às discussões dos temas matemáticos, no processo de construção das justificativas, na construção de raciocínios plausíveis, bem como na construção de argumentos. Além disso, o estudante pode consultar os livros citados nas referências para completar seus estudos argumentativos. Consideramos relevante o processo de justificativas das conclusões assim como a avaliação do conhecimento no ensino de Matemática. Assim, inspirados em estudos na linha de pesquisa sobre uso da argumentação no Ensino, acreditamos que esta intervenção didática com foco argumentativo, sobretudo ao propor um ensino explícito de argumentação, pode contribuir para o desenvolvimento da habilidade argumentativa de estudantes no âmbito do Ensino Superior de Matemática, em particular, para licenciandos de Matemática que poderão atuar na área de Educação.

Referências

OLIVEIRA, J. R. de. **Argumentação e Educação: as contribuições de Chaïm Perelman**. Editora CRV, Curitiba, 2016.

PERELMAN, C; TRINDADE, F.; GRÁCIO, R. A. **O império retórico: Retórica e argumentação**. Porto: Edições ASA, 1993.

PERELMAN, C.; olbrechts-Tyteca, L. **Tratado da argumentação**: A nova retórica. São Paulo: Martins Fontes, 2005.

SALES, A. **Práticas argumentativas no estudo da geometria por acadêmicos de licenciatura em matemática**. 243 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Centro de Ciências Humanas e Sociais - Universidade Federal do Mato Grosso do Sul, 2010.

TOULMIN, S. **Os Usos do Argumento**. Trad. Reinaldo Guarany. São Paulo: Martins Fontes, 2006.

APÊNDICE D – SLIDES DE APRESENTAÇÃO SOBRE ARGUMENTAÇÃO COM EXEMPLOS DO MODELO

Slide 01

TEXTO INFORMATIVO SOBRE ARGUMENTAÇÃO COM EXEMPLOS DO MODELO

1 2 3

UFBA
LEIS

JOILMA SILVA CARNEIRO
06/09/2022

Slide 02


Perspectivas teóricas

O estudo contemporâneo da argumentação teve impulso, devido à publicação, em 1958, de duas obras, ambas escritas por filósofos, que hoje são consideradas como clássicos da área: "Tratado da Argumentação", de Chaim Perelman e Lucie Oldbretchs-Tyteca, e "Os usos do Argumento", de Stephen Toulmin.

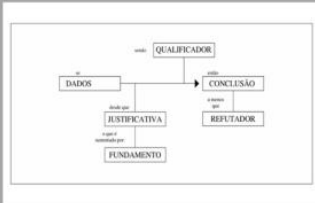
Toulmin

Perelman

Slide 03




Toulmin apresentou um modelo argumentativo que propõe como os enunciados são dispostos entre eles no layout, visando a formar uma célula argumentativa coerente



Fonte: Adaptado de Toulmin (2006)

Slide 4



O propósito da teoria argumentativa de Perelman é estudar as técnicas discursivas, por meio das quais o orador deve adaptar-se ao seu auditório para persuadi-lo a aderir à sua conclusão.

Figura 2 – Tipologia dos argumentos: processamento argumentativo via ligação

Argumentos que exigem incorporabilidade	Identificação; reciprocidade; transatividade; tautologia; regra da justiça; reação do todo com as partes; instigação de ordem e reação de variação.
Argumentos baseados na estrutura do real	Sucessão; argumento pragmático; finalidade; coerência intrínseca; presença; autoridade; dados narrativos e argumentativos (Toulmin)
Argumentos que tendem a estrutura do real	Exemplo; analogia; metáfora; comparação; analogia; metáfora.

Slide 5

**MATP- modelo argumentativo
Touminiano e Perelmaniano**

Compreendemos argumentação como um processo comunicativo, em que se apresenta uma conclusão com base em premissa(s) e que se busca justificativas para validar essa conclusão dentro de um contexto em uso. O processo visa à adesão tanto no aspecto intelectual, quanto no emocional de um auditório

Estrutura

Slide 6

Argumento: Uma sequência de encadeamento lógico, em que se apresenta uma conclusão com base em premissa(s) e que busca justificativas para conseguir o acordo, fundamentando-as por meio de uma determinada técnica.

Situações argumentativas


Figura 04 – Esquema do MATP

```

graph TD
    A[Premissas] --> B[Conclusão]
    C[Justificativa baseada na tipologia dos argumentos de Perelman] --> D[Fundamento]
  
```

Fonte: Elaborado pelos autores

Slide 7




(i) professores e estudantes justificam suas ideias por meio de relações conceituais do campo de estudo da disciplina (argumento de definição), ou empregam a relação de reciprocidade, bem como outros argumentos quase lógicos;

(ii) estudante corrige a ideia de outro estudante fundamentando a correção com apoio no estatuto da palavra de um monitor que é considerado um estudante aplicado e conhecedor do conteúdo (argumento de autoridade), ou ainda busca fundar seu raciocínio por meio leis matemáticas já demonstradas em livros ou mesmo em construções realizadas por um certo professor.

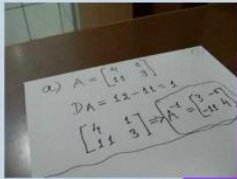
(iii) Estudantes e professores justificam suas ideias por meio de exemplos ou contra exemplos.

(iv) Estudantes e professores usam ilustrações via diagramas ou gráficos para ampliar a adesão de uma regra conhecida e admitida.

Álgebra Linear



Slide 8

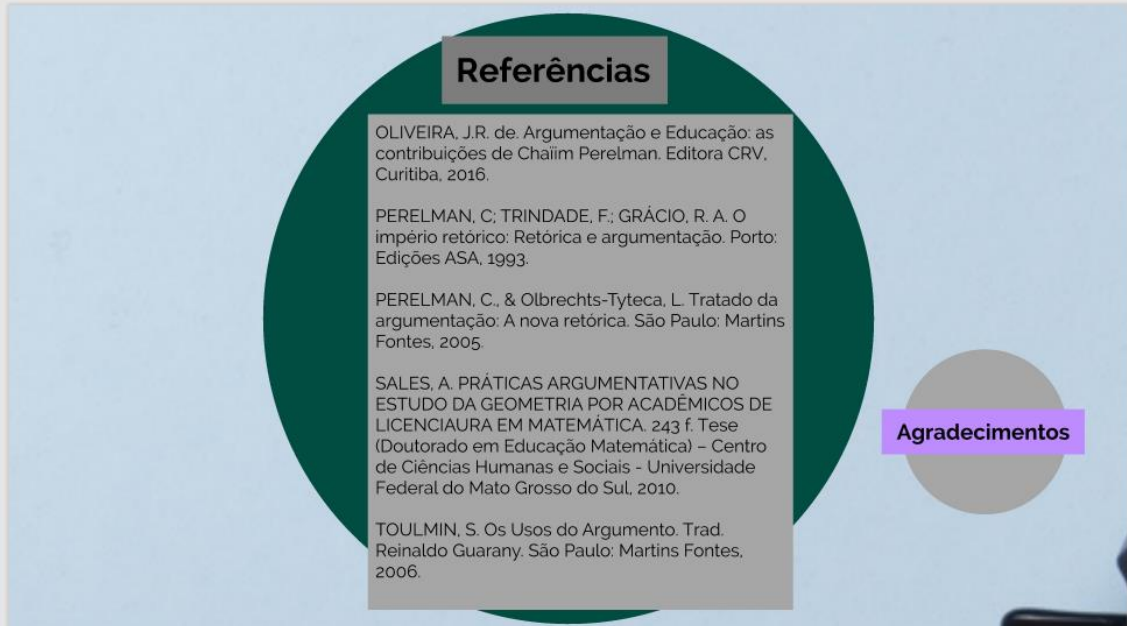


Aplicação do esquema:

Em uma aula de Álgebra Linear, o professor apresenta uma matriz A , e em seguida pede que determinem a sua inversa. Após um processo de discussão, a turma conjectura sobre o resultado da inversa de matriz quadrada de ordem 2 em função dos elementos da matriz A e de seu determinante. Em seguida, estudantes utilizam-se de exemplos de matrizes quadradas de ordem 2, calcula-se a inversa e verificam que atende a conjectura.

Assim, os casos particulares justificam a conclusão do resultado. Eles servem para convencer sobre o resultado. Além disso, estudantes poderiam buscar por contra exemplos para testar a validade da conjectura.

Slide 9



The slide features a light blue background with a large dark green circle on the left and a smaller grey circle on the right. A white rectangular box is centered over the green circle, containing a list of references. A purple rectangular box is positioned to the right of the grey circle, containing the word 'Agradecimentos'.

Referências

OLIVEIRA, J.R. de. *Argumentação e Educação: as contribuições de Chaim Perelman*. Editora CRV, Curitiba, 2016.

PERELMAN, C; TRINDADE, F.; GRÁCIO, R. A. *O império retórico: Retórica e argumentação*. Porto: Edições ASA, 1993.

PERELMAN, C., & Olbrechts-Tyteca, L. *Tratado da argumentação: A nova retórica*. São Paulo: Martins Fontes, 2005.

SALES, A. *PRÁTICAS ARGUMENTATIVAS NO ESTUDO DA GEOMETRIA POR ACADÊMICOS DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA*. 243 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Centro de Ciências Humanas e Sociais - Universidade Federal do Mato Grosso do Sul, 2010.

TOULMIN, S. *Os Usos do Argumento*. Trad. Reinaldo Guarany. São Paulo: Martins Fontes, 2006.

Agradecimentos

Disponível em: <https://prezi.com/view/1Eb3XgrYXamcKrWlpyb4/>

APÊNDICE E – Roteiro entrevista semiestruturada- estudante

Nome do Participante: (estudante)	
E- mail:	
Telefone:	
Semestre:	
Nome da pesquisadora:	
Data da entrevista: _____ Local: _____	
<p>Considerações iniciais:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Agradeceremos pela disponibilidade em receber a pesquisadora. • Informaremos que essa pesquisa permite encontrar causas de problemas relacionadas ao âmbito do Ensino Superior de Matemática e iremos procurar elucidá-las, bem como apresentar possíveis soluções. Salientaremos que a participação de estudantes, sobretudo, de licenciatura, é grande valia em todo processo da pesquisa. <p>Procedimentos iniciais:</p> <p>Preparar o gravador. Iniciar a gravação.</p>	
QUESTÕES:	
1- Conhecia alguma teoria argumentativa?	Sim Não
2- Já cursou alguma disciplina com enfoque argumentativo?	Sim Não
3- Qual sua visão sobre modelo argumentativo- MATP em relação ao modelo do silogismo da lógica formal?	
4- Me conte aí se gostaria de estudar outras disciplinas da área de matemática com enfoque argumentativo. Para você, o MATP pode ser proposto em outras disciplinas? Identifica alguma?	
5- Qual sua visão quanto ao uso do ensino explícito de argumentação no âmbito do curso superior?	
6- Você percebeu situações argumentativas afloradas na sala de aula com a aplicação do modelo? Se sim, quais?	Sim Não
7- Qual critério você utiliza para construir um argumento válido?	
8- Dado um argumento, como você identifica as componentes?	
9- A estratégia didática contribui para a construção de argumentos justificatórios?	
10- Me conte um pouco sobre o processo de discussão de ideias e opiniões nas atividades desenvolvidas no seu grupo. Você utilizou estratégias argumentativas para convencer seus colegas e/ou professor?	
11- Fale sobre a metodologia nas atividades práticas da pesquisa. Percebeu incentivo ao processo de discussão dos temas matemáticos? Na sua opinião, houve incentivo à interação entre os estudantes e dos estudantes com o professor?	
12- Você gostaria de estudar teorias argumentativas? Por quê?	Sim Não

13- Gostaria de empregar um enfoque argumentativo em suas aulas quando estiver trabalhando? Se sim, gostaria de adaptar e empregar o MATP?	
<p>Considerações finais:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Gostaria de acrescentar alguma informação em relação aos assuntos abordados durante a entrevista? Alguma observação sobre a estratégia aplicada? • Você tem alguma dúvida? 	
<p>Finalização e agradecimento:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Agradecer a disponibilidade do entrevistado(a) em fornecer as informações. • Informar que os resultados da pesquisa estarão à disposição dele(a) e, se tiver interesse, deverá entrar em contato com a pesquisadora. 	

APÊNDICE F – Roteiro entrevista semiestruturada com professor

Nome do Participante: (professor)	
E- mail:	
Telefone:	
Semestre:	
Nome da pesquisadora:	
Data da entrevista:	Local:
<p>Considerações iniciais:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Agradeceremos pela disponibilidade em receber a pesquisadora. • Informaremos que essa pesquisa permite encontrar causas de problemas relacionadas ao âmbito do Ensino Superior de Matemática e iremos procurar elucidá-las, bem como apresentar possíveis soluções. Salientaremos que a participação do professor, sobretudo, de licenciatura, é grande valia em todo processo da pesquisa. <p>Procedimentos iniciais:</p> <p>Preparar o gravador. Iniciar a gravação.</p>	
QUESTÕES:	
14- Conhecia alguma teoria argumentativa?	Sim Não
15- Já participou de algum curso com enfoque argumentativo?	
16- Qual sua visão sobre modelo argumentativo- MATP em relação ao modelo do silogismo da lógica formal?	
17- Qual sua visão quanto ao uso do ensino explícito de argumentação no âmbito do curso superior?	
18- Para você, o MATP pode ser proposto em outras disciplinas? Identifica alguma?	
19- Qual sua opinião sobre o modelo aplicado nas questões de V ou F no tocante a maneira da solicitação das justificativas?	
20- Você percebeu situações argumentativas afloradas na sala de aula com a aplicação do modelo? Se sim, quais?	Sim Não
21- Você percebeu dificuldades na aplicação do modelo por parte dos estudantes? Se sim, poderia elencar algumas?	Sim Não
22- Acredita que o tempo proposto foi suficiente para as atividades práticas da pesquisa? Se não, poderia sublinhar situações que percebeu insuficiência do tempo?	Sim Não
23- Acredita que a estratégia didática contribui para a construção de argumentos justificatórios?	

24- Fale sobre a metodologia nas atividades práticas da pesquisa. Percebeu incentivo ao processo de discussão dos temas matemáticos? Na sua opinião, houve incentivo à interação entre os estudantes e dos estudantes com o professor?	
25- Você gostaria de estudar teorias argumentativas? Por quê?	
13- Gostaria de empregar um enfoque argumentativo em suas aulas?	Sim Não
<p>Considerações finais:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Gostaria de acrescentar alguma informação em relação aos assuntos abordados durante a entrevista? Alguma observação sobre a estratégia aplicada? Sugestões e/ou críticas. <hr/> <p>Finalização e agradecimento:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Agradecer a disponibilidade do entrevistado(a) em fornecer as informações. • Informar que os resultados da pesquisa estarão à disposição dele(a) e, se tiver interesse, deverá entrar em contato com a pesquisadora. 	

APÊNDICE G – Respostas das Entrevistas com os estudantes

Perguntas	Q1- L	R1-T	S1- M
1-Conhecia alguma teoria argumentativa?	Não	Não	Não
2-Já cursou alguma disciplina com enfoque argumentativo?	A disciplina que teve um enfoque mais próximo foi a de lógica , no primeiro semestre, mas não é do jeito que a gente viu agora.	Não	Fiz lógica no primeiro semestre
3-Qual sua visão sobre modelo argumentativo-MATP em relação ao modelo do silogismo da lógica formal?	Eu vejo vantagens porque prepara mais, podemos responder certas coisas, com mais fundamentos, mais explicações por trás do que estou respondendo. Achei mais amplo .	Acredito que a gente tem mais elementos para compor um argumento, mais elementos para dar embasamento na resposta	Apesar de ser similares, o MATP acho que tem mais elementos
4-Me conte aí se gostaria de estudar outras disciplinas da área de matemática com enfoque argumentativo. Para você, o MATP pode ser proposto em outras disciplinas? Identifica alguma?	Acho que seria interessante . Na matemática em geral.	Seria interessante . Não identifico.	Acho que não pois não tenho afinidade em lógica
5-Qual sua visão quanto ao uso do ensino explícito de argumentação no âmbito do curso superior?	Seria importante para compreendermos melhor o que estamos provando. As vezes a gente prova só por provar, sem entender o que está por trás.	Seria ótimo .	Deve ocorrer para as pessoas conhecerem um pouco de lógica. Para pensar melhor sobre as decisões a serem tomadas.
6-Você percebeu situações argumentativas afloradas na sala de aula com a aplicação do modelo? Se sim, quais?	Achei muito boa por promover a discussão por parte dos alunos, pois muitas das vezes, apenas o professor fala durante as exposições e não temos essa prática de discussão. Além de deixar a gente mais curioso sobre os tópicos do assunto.	Sim. As perguntas incentivam a justificativa.	Sim. Achei que as perguntas trabalhadas nas atividades ajudam a estruturar o pensamento quando vamos resolver as questões.
7-Qual critério você utiliza para construir um argumento válido?	Procuo pelos elementos no argumento a fim de justificar melhor .	Teve dificuldade de responder essa pergunta. Pediu que a pesquisadora listasse os critérios.	O que melhor estrutura . Usar as propriedades para validar.
8-Dado um argumento, como você identifica as componentes?	Geralmente, eu acho o que vem primeiro, as premissas , as hipóteses. Depois, a conclusão como se fosse a tese. Essa tese nem sempre quer dizer que é verdadeira. Depois, as justificativas	Não consigo lembrar .	Eu foco nos tipos de conectivos para procurar os elementos.
9-A estratégia didática contribui para a construção de	Sim , penso ser importante discutir as justificativas . Os teoremas também são importantes, as ilustrações nos	Sim . Acredito que permite espaço para elaborar a resposta e	Sim , quando destaca o papel dos exemplos . Principalmente, na

<p>argumentos justificatórios?</p> <p>10-Me conte um pouco sobre o processo de discussão de ideias e opiniões nas atividades desenvolvidas no seu grupo.</p> <p>11-Fale sobre a metodologia nas atividades práticas da pesquisa.</p>	<p>ajudam a compreender melhor, dar uma ideia de tópicos que temos dificuldade de “enxergar”. Usar os slides do professor também ajuda. Eu prefiro os slides do professor do que as vezes, o livro. Os slides estão mais próximos do que estamos discutindo em sala.</p> <p>Acho importante discutir com os colegas as várias justificativas. Achei a parte das ilustrações muito boa.</p> <p>Achei boa a ideia que a senhora trouxe de ensino nessa metodologia. Queria que esse tipo de atividade acontecesse mais vezes porque me ajudou bastante. Sinto falta dessa parte prática mais aprofundada como ocorreu no dia da discussão em grupos. Devido a correria do professor para cumprir a ementa, não temos momentos assim.</p>	<p>emitir opiniões. Além de despertar nos colegas uma reflexão. Quando estamos resolvendo questões sozinhos, as vezes, não sabemos como expor nossas respostas e quando discutimos com os colegas, ajuda.</p> <p>No grupo, nos sentimos mais a confortável de debater e até mesmo de errar. Quando vamos expor sozinho para a sala toda, a gente se retrai, tem medo e vergonha.</p> <p>Essa metodologia permite a gente discutir nossa resposta.</p>	<p>parte abstrata, antes de a gente provar. Ajuda a abstrair. Também acho que a ilustração ajuda para imaginar a situação em estudo.</p> <p>Achei importante. Penso que não ser interessante o professor ficar expondo o assunto sozinho, fazendo os exercícios no quadro. Bom também o aluno participar das respostas, ser assim meio que “um protagonista” no processo de ensino aprendizagem.</p> <p>Acho que atividades em grupos estimulam o aluno a participar mais da aula.</p>
<p>12-Você gostaria de estudar teorias argumentativas? Por quê?</p>	<p>Sinceramente, não para um TCC, mas em um minicurso, sim. Para completar o conhecimento.</p>	<p>Sim. Podemos aplicar em outras situações</p>	<p>Poderia ser. Me ajudou bastante a estruturar o pensamento. Isso é importante na Universidade.</p>
<p>13-Gostaria de empregar um enfoque argumentativo em suas aulas quando estiver trabalhando? Se sim, gostaria de adaptar e empregar o MATP?</p>	<p>Não pretendo lecionar.</p>	<p>Sim. Penso que pode auxiliar na resolução das questões pois apresenta elementos que dar sentido àquilo que a gente quer demonstrar em matemática.</p>	<p>Não penso em seguir carreira de professor, mas se chegar a atuar na educação, vou tentar usar essas estratégias, para não ficar apenas passando conteúdo no quadro.</p>

APÊNDICE H – Respostas das Entrevistas com o professor

Perguntas	P
1-Conhecia alguma teoria argumentativa?	Não
2-Já participou de algum curso com enfoque argumentativo?	Não. Até porque, em cursos que eu fiz, desde quando me enveredei no mestrado de Matemática, eu estou mais ligado à Matemática pura.
3-Qual sua visão sobre modelo argumentativo- MATP em relação ao modelo do silogismo da lógica formal?	Percebo que esse modelo traz uma vantagem , digamos assim, trazer o professor para mais próximo do que pensa o aluno. Penso que, numa correção de uma avaliação ou mesmo em uma aula, você vê algumas respostas de acordo o modelo, e fica reflexivo, lê e às vezes se pergunta: "O que ele pensou aqui? O que ele quis dizer?". Permite analisar o que está por trás do raciocínio. No silogismo hipotético, tem hipótese, justificativa e tese. Não abre para mais elementos , nem discrimina as justificativas.
4- Para você, o MATP pode ser proposto em outras disciplinas? Identifica alguma?	Eu creio que pode . Assim como coube em Álgebra linear. Poderia ser aplicado em disciplinas que usa demonstrações. A exemplo da Análise. Em disciplinas que tenham essa natureza de justificar o raciocínio empregado.
5-Qual sua opinião sobre o modelo aplicado nas questões de V ou F no tocante a maneira da solicitação da justificativa?	Apesar de gerar mais trabalho para o professor corrigir, o modelo apresenta vantagem por não ficar "preso" a um único padrão de questões. Além de permitir aos estudantes, apresentar várias justificativas. Eu tive alunos que justificaram com a propriedades, que usaram contra exemplo. Em várias respostas, até, refletir: "Olha como ele fez! "Não havia pensado desta maneira". Digamos que esse tipo de questão abre mais o "leque" de justificar. Inclusive, gostei muito. Pretendo introduzir nas minhas provas a partir de agora.
6-Você percebeu situações argumentativas afloradas na sala de aula com a aplicação do modelo?	Sim. Principalmente por sair daquele modelo pronto que ocorre no ensino tradicional . Achei uma estratégia exploradora e que incentiva a argumentações dos estudantes. Principalmente com algumas perguntas? "O que falta aqui para tornar a proposição verdadeira?" Que hipótese acrescentaria? "Há como refutar isso"? Penso que "quebra" um modelo pronto, fechado, de V/F e acaba que instiga o estudante a refletir sobre o porquê está errado e quais condições que justificam a verdade. Digamos que, a estratégia é bastante explorada da capacidade cognitiva do aluno e estimula à participação.
7- Acredita que o tempo proposto foi suficiente para as atividades práticas da pesquisa?	Apesar de ter ocorrido produção, digamos, um enriquecimento, no tempo que foi aplicada a pesquisa, acredito que se tivesse um tempinho a mais, poderia dar uma pequena ampliada .
8- Acredita que a estratégia didática contribui para a construção de argumentos justificatórios?	Sim. Acredito que o padrão tradicional de questões que vem sendo aplicados no ensino tradicional não estimula da forma como foi aplicado na pesquisa. Os estudantes têm carência de estratégia que incentivem a justificação. Penso que isso ocorre desde o Ensino Fundamental. Muitos estudantes vêm de propostas de ensino estritamente tradicional. Eles já carregam essa dificuldade de justificar e quando chegam à Universidade não estão acostumados com questões que convidem à exhibir seu raciocínio por meio de justificativas.
9- Fale sobre a metodologia aplicada nas atividades prática da pesquisa. Percebeu incentivo ao processo de discussão dos	Sim, houve incentivo a interação dos estudantes e da turma toda. Vale pontuar a atividade realizada em grupos em que os estudantes foram instigados a justificar e interagiram entre si e com o professor, e depois, com

temas matemáticos? Houve incentivo à interação entre os estudantes e dos estudantes com o professor?	a turma toda. A metodologia ajudou, significativamente a eles se sentirem, assim, estimulados à participação. Digamos, estimulados a se colocar. Interessante notar, que houve uma produção, percebi um comportamento diferenciado dos estudantes. O que promove isso em sala de aula é bem-vindo. Sair do tradicional não apenas por sair, mas sair com objetivo.
10- Você gostaria de estudar teorias argumentativas? Por quê?	Sim, talvez um minicurso . Seria interessante professores de matemática conhecerem. Assim como chamou minha atenção por estar inserido na pesquisa, pode interessar a outros. Pode levar os professores a realizarem uma autorreflexão.
11-Gostaria de empregar um enfoque argumentativo em suas aulas?	Acredito que é possível adaptar em aulas de Álgebra Abstrata, Polinômios, Teoria dos Números. Até mesmo nas questões das avaliações. A partir de agora, pretendo empregar nas questões que irei elaborar.