



UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO – DOUTORADO
LINHA DE PESQUISA: EDUCAÇÃO E DIVERSIDADE

SIDCLEY DALMO TEIXEIRA CALDAS

**CANÇÕES MATEMÁTICAS: CONTRIBUIÇÕES PARA O PROCESSO DE
REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA DE CONCEITOS MATEMÁTICOS NO ENSINO
FUNDAMENTAL**

SALVADOR

2023

SIDCLEY DALMO TEIXEIRA CALDAS

**CANÇÕES MATEMÁTICAS: CONTRIBUIÇÕES PARA O PROCESSO DE
REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA DE CONCEITOS MATEMÁTICOS NO ENSINO
FUNDAMENTAL**

Tese apresentada à Universidade Federal da Bahia, como requisito parcial para a obtenção do título de Doutor em Educação, pelo Programa de Pós-Graduação em Educação, sob a orientação da Prof^a Dr^a Cristina Maria d'Ávila Teixeira.

SALVADOR

2023

SIBI/UFBA/Faculdade de Educação - Biblioteca Anísio Teixeira

Caldas, Sidcley Dalmo Teixeira.

Canções matemáticas : contribuições para o processo de representação semiótica de conceitos matemáticos no ensino fundamental / Sidcley Dalmo Teixeira Caldas. - 2023.

309 f. : il.

Orientadora: Prof.^a Dr.^a Cristina Maria d'Ávila Teixeira.

Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal da Bahia. Faculdade de Educação, Salvador, 2023.

1. Matemática - Estudo e ensino (Ensino fundamental). 2. Música no ensino de matemática. 3. Didática. 4. Aprendizagem. 5. Conceito matemático - Estudo e ensino (Ensino fundamental). I. Teixeira, Cristina Maria d'Ávila. II. Universidade Federal da Bahia. Faculdade de Educação. III. Título.

CDD 372.7 - 23. ed.



Universidade Federal da Bahia
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO (PGEDU)

ATA Nº 1

Ata da sessão pública do Colegiado do PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO (PGEDU), realizada em 29/03/2023 para procedimento de defesa da Tese de DOUTORADO EM EDUCAÇÃO no. 1, área de concentração Educação, Sociedade e Práxis Pedagógica, do(a) candidato(a) SIDCLEY DALMO TEIXEIRA CALDAS, de matrícula 218121791, intitulada CANÇÕES MATEMÁTICAS: CONTRIBUIÇÕES PARA O PROCESSO DE representação semiótica de conceitos matemáticos no ensino fundamental. Às 14:00 do citado dia, Modalidade Remota, foi aberta a sessão pelo(a) presidente da banca examinadora Prof^ª. Dra. CRISTINA MARIA D AVILA TEIXEIRA que apresentou os outros membros da banca: Prof^ª. Dra. CILENE NASCIMENTO CANDA, Prof. Dr. ADELMO CARVALHO DA SILVA, Prof^ª. Dra. MÁRCIA MINEIRO DE OLIVEIRA e Prof. Dr. WILSON PEREIRA DE JESUS. Em seguida foram esclarecidos os procedimentos pelo(a) presidente que passou a palavra ao(à) examinado(a) para apresentação do trabalho de Doutorado. Ao final da apresentação, passou-se à arguição por parte da banca, a qual, em seguida, reuniu-se para a elaboração do parecer. No seu retorno, foi lido o parecer final a respeito do trabalho apresentado pelo candidato, tendo a banca examinadora aprovado o trabalho apresentado, sendo esta aprovação um requisito parcial para a obtenção do grau de Doutor. Em seguida, nada mais havendo a tratar, foi encerrada a sessão pelo(a) presidente da banca, tendo sido, logo a seguir, lavrada a presente ata, abaixo assinada por todos os membros da banca.

Dr. ADELMO CARVALHO DA SILVA, UFMT

Examinador Externo à Instituição

Dra. MÁRCIA MINEIRO DE OLIVEIRA, UESB

Examinadora Externa à Instituição

Dr. WILSON PEREIRA DE JESUS, UEFS

Examinador Externo à Instituição



Universidade Federal da Bahia

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO (PGEDU)

Dra. CILENE NASCIMENTO CANDA, UFBA

Examinadora Interna

Dra. CRISTINA MARIA D AVILA TEIXEIRA, UFBA

Presidente

SIDCLEY DALMO TEIXEIRA CALDAS

Doutorando(a)

Dedico essa aventura gostosa aos meus filhos, Kauã Kley e Rian Dalmo, a fim de que percebam a vida na sua mais pura exatidão sensível e, assim, aprendam a sorrir, contando ou cantando histórias do viver.

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, aos meus filhos, por servirem de estímulo permanente; À Faculdade de Educação da Bahia, por ser o *lócus* no qual pude tecer a rede de conhecimentos que aqui apresento; Aos diversos professores que me conduziram no caminho das múltiplas descobertas; Aos meus queridos colegas do Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação, Didática e Ludicidade (GEPEL); À minha raciovitalista orientadora, Cristina d'Ávila, que sempre iluminou o meu caminhar investigativo, evitando possíveis e sorrateiros eclipses; aos meus sonhos; às minhas dificuldades; às matemáticas, e às canções, matemáticas ou não.

*O mar é esse plano-fronteira entre o voo e o mergulho.
Entre o revelado e o oculto. Entre a coragem e o medo.
Um plano espetacular!*

Carla Madeira

LISTA DE ABREVIATURAS

AIEC	Associação Internacional de Educação Continuada
ANPED	Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação
APL	Atividade Potencialmente Lúdica
APLP	Atividade Potencialmente Ludo-Pedagógica
BDTD	Biblioteca Digital de Teses e Dissertações
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CD	<i>Compact Disc</i>
CEE	Comitê de Ética da Escola de Enfermagem
CM	Canção Matemática/Canções Matemáticas
D.ºR loc	Destinador locutor
D.ºRIO ouv	Destinatário ouvinte
D10	Dado de dez faces
D100	Dado de cem faces
ECA	Estatuto da Criança e do Adolescente
EAD	Educação a Distância
ENEM	Encontro Nacional de Educação Matemática
EPEN	Encontro de Pesquisa Educacional do Nordeste
FACED	Faculdade de Educação
GDC	Grupo Dialógico-Cancional
GEPEL	Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação, Didática e Ludicidade
GESTEC	Programa Gestão e Tecnologias Aplicadas à Educação
LP	<i>Long Play</i>
MPB	Música Popular Brasileira
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PPGE	Programa de Pós-Graduação em Educação
PPGEduc	Programa de Pós-Graduação em Educação e Contemporaneidade
PS4	<i>Playstation 4</i>
RAP	<i>Rhythm and Poetry</i>
RPG	<i>Role Playing Game</i>

RRS	Registros de Representação Semiótica
SBEM	Sociedade Brasileira de Educação Matemática
SENAC	Serviço Nacional de Aprendizagem Comercial
SENAI	Serviço Nacional de Aprendizagem Industrial
SSC	Sistemas Semióticos Culturais
TCC	Trabalho de Conclusão de Curso
TO	Teoria da Objetivação
TRRS	Teoria dos Registros de Representação Semiótica
UAB	Universidade Aberta do Brasil
UCSAL	Universidade Católica do Salvador
UFBA	Universidade Federal da Bahia
UFMT	Universidade Federal do Mato Grosso
UNEB	Universidade do Estado da Bahia
UNIFACS	Universidade Salvador

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 01	– Onde os trabalhos estão inseridos.....	28
Gráfico 02	– Segmento de ensino dos trabalhos.....	28
Gráfico 03	– Pesquisas sobre a TRRS realizadas de 2002 a 2012.....	36
Gráfico 04	– Pesquisas sobre a TRRS, o ensino e a aprendizagem.....	37
Gráfico 05	– Pesquisas sobre a TRRS e os aspectos discursivos.....	38
Gráfico 06	– Pesquisas sobre a TRRS nas Regiões Brasileiras.....	39
Gráfico 07	– Trabalhos da CAPES que abordam a TRRS.....	40
Gráfico 08	– Termos matemáticos em canções populares.....	154

LISTA DE FIGURAS

Figura 01	– Educação matemática: confluência de múltiplos saberes.....	94
Figura 02	– Os dois mundos.....	106
Figura 03	– A linha dividida.....	107
Figura 04	– Experiência, Aprendizagem e Mudança de Comportamento...	113
Figura 05	– Construção de significados.....	116
Figura 06	– As fronteiras da canção.....	140
Figura 07	– Gêneros de canções próximas às fronteiras.....	141
Figura 08	– Conexões entre as ciências cognitivas.....	147
Figura 09	– Principais centros de computação da música no cérebro.....	149
Figura 10	– Não somos números (Sandy e Júnior)	156
Figura 11	– Matemática (Peninha).....	156
Figura 12	– A canção e a TRRS.....	163
Figura 13	– Dados e Cubo <i>Minecraft</i>	177
Figura 14	– Cubo de <i>Minecraft</i>	178
Figura 15	– Hexágono.....	178
Figura 16	– Cubo de gelo e Cubo Invisível.....	179
Figura 17	– Formas quadrangulares.....	180
Figura 18	– <i>Instagram</i>	181
Figura 19	– Triângulo 1.....	188
Figura 20	– Triângulo 2.....	188
Figura 21	– Presentes.....	194
Figura 22	– Cubo Mágico Tradicional.....	195
Figura 23	– Bola de Futebol Americano.....	198
Figura 24	– Moldura.....	204
Figura 25	– Dado Furado.....	205
Figura 26	– Contorno da Face Convexa.....	207
Figura 27	– Contribuições da CM: parte 1.....	246
Figura 28	– Ambiências ludoestéticas.....	248
Figura 29	– Contribuições da CM: parte 2.....	255
Figura 30	– Momentos/Objetivos da aula com a Canção Matemática.....	262

LISTA DE FOTOGRAFIAS

Foto 01 – Dados e cubos mágicos.....	74
Foto 02 – Objetos percussivos.....	75
Foto 03 – Violão de <i>nylon</i>	75
Foto 04 – Ukelele.....	75
Foto 05 – Bandolim.....	76
Foto 06 – Dados Clássicos.....	182
Foto 07 – Cubos em acrílico.....	182
Foto 08 – Cubos Mágicos.....	183
Foto 09 – Dados de RPG.....	184
Foto 10 – Ângulo.....	192
Foto 11 – Face do Cubo Mágico Tradicional.....	196
Foto 12 – Cubo Grande de Acrílico.....	197
Foto 13 – Dado D100 (RPG).....	197
Foto 14 – Dado Clássico Azul.....	199
Foto 15 – Dado clássico (aresta de 1cm)	199
Foto 16 – Paralelepípedo de Acrílico.....	200
Foto 17 – Cubo Mágico Côncavo.....	201
Foto 18 – Face do Cubo Mágico Côncavo.....	201
Foto 19 – Face do Dado Clássico Azul.....	202
Foto 20 – Face do Cubo Mágico Convexo.....	206
Foto 21 – Dado D10 (RPG).....	237
Foto 22 – Cubo Mágico Convexo.....	239
Foto 23 – Cubo Pequeno de Acrílico.....	240

LISTA DE QUADROS

Quadro 01	– Estudos que trataram de músicas e canções.....	25
Quadro 02	– Estudos que trataram de canções.....	26
Quadro 03	– Os mais recentes trabalhos que trataram de canções	27
Quadro 04	– Formas de busca nos anais dos ENEM.....	27
Quadro 05	– Trabalhos dos ENEM que abordam canções.....	29
Quadro 06	– Trabalhos da UFBA que abordam canções e aprendizagem matemática.....	32
Quadro 07	– Trabalhos da CAPES que abordam canções e aprendizagem matemática.....	33
Quadro 08	– Lista de Trabalhos da CAPES que abordam canções e aprendizagem matemática.....	33
Quadro 09	– Trabalhos da CAPES que abordam a TRRS.....	39
Quadro 10	– Levantamento de Estudos x Pertinência da atual pesquisa...	40
Quadro 11	– Trabalhos da UFBA que abordam a TRRS.....	42
Quadro 12	– Características do paradigma interpretativo.....	53
Quadro 13	– Distribuição de encontros – Data e Duração.....	62
Quadro 14	– Caracterização dos sujeitos.....	63
Quadro 15	– Atividades por cada encontro.....	65
Quadro 16	– Canções apresentadas aos alunos.....	85
Quadro 17	– Modos de concepção do Saber Matemático.....	96
Quadro 18	– Correntes filosóficas e a natureza da Matemática pós-Kant...	98
Quadro 19	– Correntes filosóficas recentes: a Matemática como criação humana.....	99
Quadro 20	– Futuros matemáticos e suas concepções sobre o conhecimento matemático, seu ensino e aprendizagem.....	100
Quadro 21	– Concepção das professoras sobre a Matemática.....	102
Quadro 22	– Concepções de objetos matemáticos.....	129
Quadro 23	– Canções próximas às fronteiras da canção.....	143
Quadro 24	– Canções que “fogem” das fronteiras.....	145
Quadro 25	– Termos matemáticos em canções populares.....	153

Quadro 26	–	Termos matemáticos em canções “para ensinar”	157
Quadro 28	–	Registros Multifuncionais x Registros Discursivos.....	166
Quadro 29	–	Revelações acerca das relações semióticas na presença das CM.....	207
Quadro 30	–	Revelações acerca dos aspectos musicais das CM.....	225
Quadro 31	–	Revelações acerca dos aspectos linguísticos das CM.....	242
Quadro 32	–	Extrato das Revelações: o trânsito entre RRS com a CM.....	265
Quadro 33	–	Extrato das Revelações: os aspectos musicais da CM (A)	266
Quadro 34	–	Extrato das Revelações: os aspectos musicais da CM (B)	268
Quadro 35	–	Extrato das Revelações: os aspectos linguísticos da CM (A).	269
Quadro 36	–	Extrato das Revelações: os aspectos linguísticos da CM (B).	271

CALDAS, Sidcley Dalmo Teixeira. **Canções Matemáticas**: contribuições para o processo de representação semiótica de conceitos matemáticos no Ensino Fundamental. (309 f.). 2023. Tese (doutorado) – Faculdade de Educação. Universidade Federal da Bahia. Salvador, 2023.

RESUMO

Esta investigação teve como objetivo geral compreender como as Canções Matemáticas podem contribuir para a representação semiótica de conceitos matemáticos no Ensino Fundamental. Especificamente, pretendeu-se identificar quais os tipos de canções matemáticas que podem contribuir para a apreensão de objetos matemáticos; analisar como os elementos linguísticos da Canção Matemática podem interferir na apreensão de objetos matemáticos; e analisar como os elementos musicais da Canção Matemática podem interferir na apreensão desses objetos. De abordagem qualitativa, a pesquisa se configura como etnopesquisa-formação, considerando a necessidade dos sujeitos pesquisados e pesquisador, de forma conjunta, buscarem a construção de novos conhecimentos acerca da temática tratada. Nela, foram utilizados a observação e grupos dialógico-cancionais para a colheita de informações. No contexto da investigação, pesquisou-se uma escola particular do município baiano de Feira de Santana, onde estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental integraram os sujeitos da pesquisa. Com um aporte de referenciais teóricos e epistemológicos bastante peculiar e heterogêneo, foi possível construir uma trama cognitiva-emocional com as informações obtidas mediante o contato com os estudantes. Muitas vezes, elas convergiram para o que já estava posto em afirmações teóricas previamente visitadas; mas, por outro lado, exigiram novas buscas, haja vista alguns conflitos entre o discurso teórico e a prática experienciada pelos sujeitos em questão. As descobertas neste processo investigativo convergiram para responder às questões da investigação e revelaram temáticas não previstas demonstrando, assim, a importância de se pesquisar uma possibilidade de atuação didática pouco estudada ainda. Dentre os resultados, a elaboração da definição de Canção Matemática; a constatação da possibilidade de, com ela, ocorrer o trânsito entre ao menos dois tipos de registros de representação semiótica, contribuindo para a apreensão de objetos matemáticos, base da aprendizagem Matemática; além da compreensão de que a presença da Canção Matemática no âmbito do ensino e aprendizagem se constitui como uma atividade potencialmente lúdica, que ajuda na promoção de uma ambiência lúdica, apresentando um caráter lúdico-formativo e ensejando uma didática sensível, o que, em conjunto, propicia ao educando uma conexão mais ativa e viva com os saberes apresentados durante o processo de ensino e aprendizagem de Matemática, gerando um maior potencial para a construção dos conhecimentos.

Palavras-chave: canções matemáticas; didática; aprendizagem; apreensão de objetos matemáticos.

CALDAS, Sidcley Dalmo Teixeira. **Mathematical Songs**: contributions to the process of semiotic representation of mathematical concepts in elementary school. 308 pages. 2023. Thesis (doctorate) – Faculty of Education, Federal University of Bahia, Salvador, 2023.

ABSTRACT

The general objective of this investigation was to understand how Mathematical Songs can contribute to the semiotic representation of mathematical concepts in Elementary School. Specifically, it was intended to identify what kinds of mathematical songs can contribute to the apprehension of mathematical objects; to analyze how the linguistic elements of the song can interfere with the apprehension of mathematical objects; and to analyze how the musical elements of the song can interfere with the apprehension of these objects. With a qualitative approach, the research is configured as an ethno-research-training, considering the need of the researched and the researcher subjects, together, to seek the construction of new knowledge about the theme addressed. In it, were used observation and dialogical-singing groups to collect information. In the context of the investigation, a private school in Feira de Santana, Bahia was researched, where students from the 5th grade of Elementary School were part of the research subjects. With a very peculiar and heterogeneous contribution of theoretical and epistemological references, it was possible to build a cognitive-emotional plot with the information obtained through the contact with the students. Often, they converged to what was already stated in previously visited theoretical statements, but, on the other hand, they demanded new searches, given some conflicts between the theoretical discourse and the practice experienced by the subjects in question. The discoveries in this investigative process, converged to answer the research questions and revealed unforeseen themes, thus demonstrating the importance of researching a possibility of didactic action that has not been studied a lot yet. From the results, the elaboration of the definition of mathematical song; the discovery of the possibility of, with it, the transit between at least two types of semiotic representation registers, contributing to the apprehension of mathematical objects, basis of Mathematical learning; as well as the understanding that the presence of the mathematical song in the scope of teaching and learning constitutes a potentially ludic activity, which helps to promote a ludic ambience, helping the development of a ludic-formative character and giving rise to a sensitive didactics, which, together, propitiates, to the student, a more active and lively connection with the knowledge presented during the process of teaching and learning Mathematics, thus generating greater potential for the construction of knowledge.

Keywords: mathematical songs; didactics; learning; apprehension of mathematical objects.

CALDAS, Sidcley Dalmo Teixeira. **Canciones Matemáticas**: aportes al proceso de representación semiótica de conceptos matemáticos en la escuela primaria. 308 páginas. 2023. Tesis (doctorado) – Facultad de Educación, Universidad Federal de Bahia, Salvador, 2023.

RESUMEN

El objetivo general de esta investigación fue comprender cómo las Canciones Matemáticas pueden contribuir a la representación semiótica de los conceptos matemáticos en la escuela primaria. Específicamente, se pretendió identificar qué tipos de Canciones Matemáticas pueden contribuir a la aprehensión de objetos matemáticos; analizar cómo los elementos lingüísticos de la Canción Matemática pueden interferir en la aprehensión de objetos matemáticos; y analizar cómo los elementos musicales de la Canción Matemática pueden interferir en la aprehensión de estos objetos. Con un enfoque cualitativo, la investigación se configura como etno-investigación-formación, considerando la necesidad de los sujetos investigados y del investigador, en conjunto, de buscar la construcción de nuevos conocimientos sobre el tema abordado. En ella fueron usados la observación y grupos de canto dialógico para recolectar información. En el contexto de la investigación se investigó una escuela privada del municipio del estado de Bahia Feira de Santana, donde estudiantes del 5º año de la Enseñanza Fundamental formaban parte de los sujetos de la investigación. Con un aporte muy peculiar y heterogéneo de referentes teóricos y epistemológicos, fue posible construir una trama cognitivo-emocional con la información obtenida a través del contacto con los estudiantes. Muchas veces, convergieron a lo ya enunciado en enunciados teóricos previamente visitados, pero, por otro lado, exigieron nuevas búsquedas, dados algunos conflictos entre el discurso teórico y la práctica vivida por los sujetos en cuestión. Los hallazgos en este proceso investigativo confluyeron para responder a las preguntas de investigación y revelaron temas no previstos anteriormente, demostrando así la importancia de investigar una posibilidad de acción didáctica que aún no ha sido estudiada. A partir de los resultados, la elaboración de la definición de Canción Matemática. Contactando la posibilidad de, con ello, el tránsito entre al menos dos tipos de registros de representación semiótica, contribuyendo a la aprehensión de los objetos matemáticos, base del aprendizaje matemático; además de este primer resultado, la comprensión de que la presencia de la Canción Matemática en el ámbito de la enseñanza y aprendizaje constituye una actividad potencialmente lúdica, que ayuda a promover un ambiente lúdico, presentando un carácter lúdico-formativo y dando lugar a una didáctica sensible, que, en conjunto, propicia, al estudiante, una conexión más activa y viva con los conocimientos presentados durante el proceso de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas, generando así mayores potencialidades para la construcción del conocimiento.

Palabras clave: canciones matemáticas; didáctica; aprendizaje; aprehensión de objetos matemáticos.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	19
1.1 TRAJETÓRIA E IMPLICAÇÃO: POR ONDE PASSEI, SENTI E PENSEI.....	19
1.2 RELEVÂNCIAS SÓCIO-ACADÊMICAS	24
1.3 CONTEXTOS, PROBLEMÁTICAS E OBJETIVOS	42
1.4 A APRESENTAÇÃO DESTE TRABALHO	45
2 CAMINHOS METODOLÓGICOS	50
2.1 PESQUISANDO A FORMAÇÃO DA PESQUISA.....	50
2.1.1 Por onde caminhar?	51
2.1.2 Acessando o ambiente de pesquisa e caminhando	54
2.2 OS SUJEITOS DA INVESTIGAÇÃO	55
2.2.1 Compromissos éticos	56
2.2.2 Da seleção dos sujeitos	56
2.3 OS DISPOSITIVOS DE COLHEITA DE INFORMAÇÕES.....	56
2.3.1 Coleta documental	57
2.3.2 Observação	57
2.3.3 Dos encontros presenciais: os grupos dialógico-cancionais (GDC)	60
2.3.3.1 Da distribuição dos grupos dialógico-cancionais (GDC).....	61
2.3.3.2 A dinâmica dos encontros presenciais	64
2.4 TRIANGULAÇÃO, ANÁLISE E INTERPRETAÇÃO DAS INFORMAÇÕES	88
3 SOBRE O EDUCAR MATEMÁTICO	92
3.1 EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E DIDÁTICAS (DA MATEMÁTICA OU NÃO)	93
3.2 O CONHECIMENTO MATEMÁTICO E SEUS OBJETOS.....	96
3.2.1 Concepções de professores de Matemática	99
3.2.2 Concepção Platônica: o foco no mundo inteligível	103
3.2.2.1 Os mundos de Platão	105
3.2.2.2 A Matemática platônica	109

3.2.2.3 Contexto histórico do pensamento platônico.....	110
3.3 A APRENDIZAGEM MATEMÁTICA.....	112
3.3.1 A importância do olhar semiótico na Educação Matemática	117
3.3.1.1 A Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS).....	119
3.3.1.2 Os Sistemas Semióticos Culturais (SSC).....	121
3.3.1.3 A teoria da objetivação.....	123
3.3.1.4 Os documentos curriculares no Brasil.....	126
3.4 O OLHAR NO FUTURO	128
4 A CANÇÃO	131
4.1 OS ELEMENTOS LINGUÍSTICOS: A FORÇA DO INTELIGÍVEL?.....	132
4.2 OS ELEMENTOS MUSICAIS: A FORÇA DO SENSÍVEL?	133
4.3 QUEM PODE MAIS?.....	137
4.3.1 O poder linguístico	137
4.3.2 O poder musical	138
4.3.3 O poder da conjunção	139
4.4 AS FRONTEIRAS DA CANÇÃO	140
4.6.1 Exemplo de canções próximas às fronteiras	143
5 A APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA MEDIANTE CANÇÕES	145
5.1. O CÉREBRO MUSICAL.....	146
5.2 AS CANÇÕES MATEMÁTICAS (CM)	150
5.2.1 Canção Matemática: um registro de representação semiótica	162
5.2.1.1 A língua natural: o mais complexo dos RRS?	164
5.2.1.2 A canção x modalidade escrita da língua natural	167
5.2.1.3 Contrastes entre canção e língua.....	173
5.3 CANÇÕES MATEMÁTICAS E OUTROS RRS: UM TRANSITAR MELÓDICO.	176
5.4 OS ELEMENTOS MUSICAIS DA CM: ECOS NO VAZIO?	210
5.5 OS ELEMENTOS LINGUÍSTICOS DA CM: PALAVRAS AO VENTO?	227

6 CONTRIBUIÇÕES DAS CANÇÕES MATEMÁTICAS	244
6.1 CONTRIBUIÇÕES DA CM: SUGESTÕES DIDÁTICAS.....	256
7 CONSIDERAÇÕES FINAIS	264
REFERÊNCIAS	277
APÊNDICES	289
APÊNDICE A – <i>SLIDE</i> COM PARTE DA LETRA DA CANÇÃO “ <i>LA CANCIÓN DE LAS FIGURAS GEOMÉTRICAS</i> ”	290
APÊNDICE B – <i>SLIDE</i> COM PARTE DA LETRA DA CANÇÃO “ <i>AS FORMAS GEOMÉTRICAS</i> ”	291
APÊNDICE C – <i>SLIDE</i> COM PARTE DA LETRA DA CANÇÃO “ <i>CANÇÃO DAS FORMAS</i> ”	292
APÊNDICE D – <i>SLIDE</i> COM PARTE DA LETRA DA CANÇÃO “ <i>CADA COISA TEM SEU FORMATO</i> ”	293
APÊNDICE E – <i>SLIDE</i> COM PARTE DA LETRA DA CANÇÃO “ <i>APRENDENDO O RETÂNGULO</i> ”	294
APÊNDICE F – <i>SLIDE</i> COM PARTE DA LETRA DA CANÇÃO “ <i>RETÂNGULO</i> ”	295
APÊNDICE G – <i>SLIDE</i> COM PARTE DA LETRA DA CANÇÃO “ <i>CUBO</i> ”	296
APÊNDICE H – <i>SLIDES</i> COM IMAGENS DE FORMAS GEOMÉTRICAS	297
ANEXOS	299
ANEXO I – APROVAÇÃO DO PROJETO DE PESQUISA PELO COMITÊ DE ÉTICA DA ESCOLA DE ENFERMAGEM DA UFBA.....	300
ANEXO II – LETRA DA CANÇÃO “ <i>PARABÉNS PRA VOCÊ</i> ”	303
ANEXO III – LETRA DO POEMA “ <i>NO SERMÃO QUE PREGOU NA MADRE DE DEUS D. JOÃO FRANCO DE OLIVEIRA PONDERA O POETA A FRAGILIDADE HUMANA</i> ”.....	304
ANEXO IV – LETRA DO POEMA “ <i>PLANO DE UM SONETO</i> ”.....	305
ANEXO V – LETRA DA CANÇÃO “ <i>GAROTA DE IPANEMA</i> ” EM ALEMÃO	306
ANEXO VI – LETRA DA CANÇÃO “ <i>MARIA FLOR</i> ”	307
ANEXO VII – LETRA DA CANÇÃO “ <i>NOSSA CANÇÃO</i> ”	308

1 INTRODUÇÃO

1.1 TRAJETÓRIA E IMPLICAÇÃO: POR ONDE PASSEI, SENTI E PENSEI

Um possível risco de falar de si mesmo¹ é cair num encantamento narcisístico a ponto de não perceber também o avesso do avesso do próprio avesso. Mas, vamos lá, nesse auto-convite-desafio! Vamos compor essa canção em forma de prosa, como uma canção platônica que apenas espera um ser humano trazê-la do ar e colocá-la num papel, seja ele derivado de um tronco sobrevivente das queimadas na nossa vital Amazônia ou integrado nesse ser-máquina que teima em imitar o pensar humano. Quanto a essa pseudoteoria da canção pré-existente, confesso que me faz franzir a testa. Contudo, esse meu estranhamento será melhor compreendido um pouco mais à frente. Por enquanto, minha parcial história de vida será priorizada em detrimento de certos filósofos.

1.1.1 A história de um eterno aprendiz

Aos cinco anos de idade, ingressei no Colégio São José, no bairro do Bonfim. “Graças a Deus!”, meus pais puderam me bonificar com um estudo de qualidade. Dos meus quatro irmãos, todos passaram por essa instituição, sendo eu o único a chegar até a oitava série² nele. O orçamento familiar colaborou com algumas escolhas, e a minha manutenção foi uma delas. Naquele primeiro ano, três acontecimentos me marcaram: 1- uma colega que pintou um sino com roxo e marrom, sendo reprovada ao final do ano. Até poucos anos atrás, este parecia ter sido o motivo da retenção. Hoje, como educador, percebo que outras razões devem ter contribuído para o fato; 2 - levei uma mão mecânica para brincar, mas ela sumiu. Nos dez anos que prossegui

¹ A partir daqui o leitor pode perceber a adoção de uma escrita em 1ª pessoa do singular, o que se justifica pelo caráter de registro mnemônico do qual o texto parte, o que, logicamente, não desfavorece nem minimiza, de hipótese alguma, seu rigor científico, mas privilegia seu papel de lugar de memória, colocando em linhas o registro de uma vida ainda em curso.

² Atual 9º Ano do Ensino Fundamental.

no colégio, sempre passava pela sala e dava uma espiada, na esperança de rever meu brinquedo. Hoje, voltaram a vender a mãozinha, inclusive cheguei a comprar para os meus filhos quando possuíam menos de dez anos (aproveitando para brincar, novamente); 3 – Brincando de ciranda, na roda com os colegas, passei mal e vomitei. Não foi uma boa sensação naquela idade.

Fui alfabetizado nesse mesmo colégio, via método da “Casinha Feliz”. Durante os quatro primeiros anos do ensino fundamental, fui um aluno “exemplar”, para os conceitos da época: comportado e com as melhores notas. Já da quinta até a antiga oitava série, modifiquei esse modelo. Apesar de continuar com as melhores notas, o comportamento modificou. Passei a desagradar alguns professores, já que nem sempre permanecia quieto. Brincava muito com os colegas, era quase um humorista, o chamado “palhaço” da turma. Tudo isso, é claro, sem faltar com o respeito para com os professores, apesar de conturbar alguns momentos da aula. Hoje, não me arrependo. Gostaria de ter feito mais brincadeiras. Gostaria de ter mais alunos assim: felizes, espontâneos e vivos.

Terminando a oitava série, fui convencido a estudar na Escola Técnica Federal da Bahia. Como possuía a habilidade de desenhar, procurei algo próximo, o curso de Técnico em Edificações. Apesar da necessidade da seleção, não tive dificuldades para ingressar, devido à boa base de ensino formada. Muitas mudanças em minha vida aconteceram a partir daí. Saídas frequentes da sala foram o primeiro impacto. Vindo de um colégio religioso, de muito rigor, isso não era comum. Discussões políticas, grêmio estudantil, greves, teoria marxista, PT, colegas de diferentes classes sociais, consumo de drogas ao redor das escolas. Enfim, muita mudança em minhas percepções.

De mais positivo, as amizades, que perduram até hoje, juntamente com a aprendizagem e o desenvolvimento profissional. Projetos arquitetônicos, elétricos, hidrossanitários, métodos construtivos, tudo isso foi me fascinando. Comecei a participar de palestras, cursos, visitas técnicas, estágios. Agradeço muito por todas as experiências que vivi lá. Algumas decepções, é claro, como algumas disciplinas perdidas, fato que nunca tinha ocorrido no meu histórico estudantil. Mas isso também foi bom: é preciso aprender com as derrotas e decepções.

Com o fim do curso, decidi prosseguir no campo da Engenharia Civil e resolvi prestar vestibular. Devido às greves, minha formação foi no mês de abril, e, em junho,

participei do processo seletivo de meio de ano da Universidade Católica do Salvador (UCSAL). Passei em Engenharia Civil. Festa, alegria, mas... Eu não estava satisfeito. Meu desejo era estudar na Universidade Federal da Bahia (UFBA). Decidi então abandonar a UCSAL, o que causou suspense em várias pessoas. Elas me aconselhavam a não abandonar antes do ingresso na UFBA. Fui convencido, estudei em paralelo com o curso e, mais uma vez agradecido, passei.

Durante o curso, passei a prestar reforço escolar visando um “trocado” para as despesas pessoais. No segundo ano, então, consegui vaga para lecionar numa escola do estado, como estagiário. Esse momento foi um marco na minha vida de aprendiz e de educador. Lecionando Matemática e Física para pessoas com média de idade superior à minha, pude aprender muito, principalmente aprender a ensinar e aprender a aprender. Lições de vida, de superação. Nas histórias dos alunos, características da minha história. Amizades, companheirismo, mas, acima de tudo, compromisso social e profissional.

Dois momentos me marcaram nos três anos em que lecionei nessa escola: um, quando no final do primeiro ano, na formatura das turmas do terceiro ano, fui convidado para Paraninfo. A diretoria argumentou que isso não era o tradicional, um estagiário com este referencial. Conseguiram fazer com que eu fosse o homenageado. Mas eu já tinha sido homenageado, mesmo que não houvesse mais a solenidade. Meus alunos me fizeram compreender isto.

Um segundo fato foi quando tive de viajar para ministrar um curso pelo Serviço Nacional de Aprendizagem Industrial (SENAI). Responsavelmente, organizei e deixei as atividades programadas, avisando ao corpo discente e à diretoria. Ao retornar da viagem, cinco semanas após, minha surpresa: a comunicação de que eu não mais continuaria até o fim do ano letivo. Oito turmas, cerca de 250 (duzentos e cinquenta) alunos fizeram um abaixo-assinado e protestaram junto à direção. Todos entendiam que foi uma decisão particular, principalmente por parte da vice-direção. Até hoje não tenho uma explicação concreta. Conversei com as turmas e comuniquei que seria melhor assim. O ano estava acabando, tínhamos feito o que de melhor podíamos. Estávamos com o trabalho cumprido. A partir dessa experiência, apaixonei-me pela docência. Adorei e adoro ser professor, mais que isso, um educador.

Um ano antes de terminar o curso de Engenharia Civil, vislumbrei a possibilidade de cursar Matemática, na própria UFBA. Pensei: “Posso cursar

Pedagogia, na Universidade do Estado da Bahia (UNEB), e, quando ingressar em Matemática, eliminar mais matérias”. Cursei, então, em paralelo, Engenharia Civil e Pedagogia. Formei e atuei como Engenheiro Civil, de forma autônoma, realizando projetos arquitetônicos, elétricos, hidrossanitários, regularizando obras, fazendo vistorias e emitindo laudos-técnicos.

Durante dois anos, após minha formatura, passei a ministrar aulas de reforço para universitários (Matemática Financeira, Cálculo, Estatística, Matemática Aplicada). Isso já ocorria há cinco anos. Ingressei no curso de Matemática, continuando com Pedagogia. Não mais pensei em largar. A Educação me fisionou. Ministrei aulas em alguns cursinhos e em escolas particulares. Fui convidado a ser monitor de Estatística num curso de Educação a Distância (EAD). As aulas aconteciam na Universidade Salvador (UNIFACS). Era um curso de Administração, realizado pela Associação Internacional de Educação Continuada (AIEC). Dessa experiência, guardo o primeiro contato com a EAD atual, pela qual passei a me interessar. Acompanhei duas turmas, interrompendo a atividade devido à indisponibilidade de horários. Percalços da vida. Nesse contexto, também parei o curso de Matemática.

Tive contato mais uma vez com a EAD, através de cursos corporativos numa instituição bancária, onde atuei durante 04 (quatro) anos. Nesse período, ingressei nos cursos de Especialização em EAD, no Serviço Nacional de Aprendizagem Comercial (SENAC), e Especialização em Educação Matemática, na UCSAL, tendo interrompido o primeiro, visto alteração no vínculo trabalhista, bem como impacto da morte de minha mãe. Contudo, com persistência, reingressei e terminei o curso, tendo apresentado uma proposta de curso *on-line* (Identificação dos conteúdos abordados nas letras de músicas que tratam do ensino-aprendizagem da Matemática) como Trabalho de Conclusão de Curso (TCC).

Prossegui e concluí o curso de Pedagogia na UNEB (Campus I), em 2013, ano em que também realizei uma complementação pedagógica (R2)³ em Matemática, pelo Centro Universitário Clareia-o, quando realizei algumas visitas quinzenais a Feira de Santana, onde eram realizados os encontros presenciais.

Não contente, ingressei no curso de Matemática da UNEB, em 2015, mediante

³ Se constitui em um programa especial destinado a portadores de diploma de nível superior, em cursos relacionados à habilitação pretendida, que ofereçam sólida base de conhecimento na área de estudo a essa habilitação, conforme Resolução CNE/CEB Nº 02/97 do MEC.

a Universidade Aberta do Brasil (UAB), polo Santo Estêvão, concluindo o curso após quatro anos, e obtendo, assim, a segunda licenciatura em Matemática. Mas, antes dessa conclusão, ingressei no Mestrado em Educação (UFBA). Após ter cursado quatro disciplinas como aluno especial, tanto no Programa Gestão e Tecnologias Aplicadas à Educação (GESTEC) quanto no Programa de Pós-Graduação em Educação e Contemporaneidade (PPGEduc), ambos da UNEB, fiquei surpreso, quando vi o resultado. Não tinha aproximação com o Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação, Didática e Ludicidade (GEPEL), grupo da minha futura orientadora. Mas, se retornar à UFBA não era a minha primeira opção, recordo que Caetano diz que “é incrível a força das coisas quando elas precisam acontecer”. Seria destino ou sincronicidade?

O fato é que pude reencontrar o músico, arranjador da minha canção que apresentei em um dos festivais de música da UNEB, em 2003/2004: Luiz Asa Branca como integrante do GEPEL. Em um ano e meio eu defendi minha dissertação (2016), o que ocorreu num auditório da UFBA, durante o IV Colóquio – Educação e Ludicidade. Desafio aceito por gostar “de gente” e de aprender com muitos. Em 2018, obtive aprovação para o ingresso no curso de Doutorado da UFBA, com a mesma orientadora do Mestrado. E, por enquanto, estou aqui. Quase saindo para novos voos. Quero contribuir com modificações, aprender como modificar. Internalizar, compreender, distribuir e socializar. É bom estar atuante. Neste momento percebo essa ação. Estou atuando. Eu aqui, você(s) aí. Eu aí, você(s) aqui. Não importa. A recíproca, neste caso, será sempre verdadeira.

1.1.2 E as canções, quando desejaram ser criadas?

Recordo que, ainda com 11 (onze) anos de idade (1985), criei minha primeira canção durante uma brincadeira com amigos. Bom, não tenho certeza se foi uma canção ou “apenas” o refrão de uma canção. Assim sendo, não tomarei esse momento como o marco inicial do meu processo de criação de canções. Há pouco menos de vinte e cinco anos eu criava, então, a minha primeira canção completa. Influenciado naquele momento por meu irmão – que foi também quem me ensinou os primeiros

solos e acordes no bandolim –, passei a ter contato com um ato criativo e contemplativo que mudaria minha vida.

Um ano depois (1996), iniciei minha caminhada formal, como professor de Matemática. Mas, a união dessas duas áreas, minhas duas fontes de deleite, só aconteceu quinze anos depois, em 2000. Foi quando passei a criar canções cujas letras abordavam ideias e enunciados matemáticos referentes aos conteúdos da Educação Básica.

A partir desse momento, passei a “levar” as canções para o ambiente escolar, buscando sempre auxiliar o processo de ensino e aprendizagem de Matemática. No entanto, diversas dúvidas ainda pairavam no ar, o que me levou a buscar por mais respostas, resultando na pesquisa monográfica de conclusão do curso de Pedagogia e, mais tarde, de forma mais apurada e ampliada, na pesquisa de mestrado, no Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal da Bahia (PPGE-UFBA).

Nessas pesquisas, busquei analisar as compreensões de futuros professores de Matemática dos anos iniciais do ensino fundamental com relação a esse tipo de prática (recurso ou estratégia?) educativa, por considerar de extrema importância as impressões que perpassam a formação docente. Por outro lado, seja em sala de aula como docente ou como formador mediante cursos e oficinas, seja nas discussões feitas no GEPEL, na Faculdade de Educação da UFBA (FACED-UFBA), e até mesmo como influenciador digital (*youtuber*) iniciante, a incerteza quanto à possibilidade e forma de apreensão de objetos matemáticos mediante o contato com esse tipo de canção, assim como a escassez de estudos específicos relacionados a essa temática, levaram-me a desejar um novo mergulho acadêmico, agora em nível de doutorado, a fim de compreender melhor a influência dessa prática no processo de ensino e aprendizagem de Matemática.

Acredito que até aqui eu tenha conseguido equilibrar a emoção com a razão, como defendem alguns teóricos. Mas, advirto que isso não ocorre de forma permanente durante a rotina deste trabalho. De qualquer forma, como já anunciado, o sentido que os meus sentidos tomassem, para mim, sempre faria o melhor sentido possível. Assim, foi dito e feito...e pensado...e sentido.

1.2 RELEVÂNCIAS SÓCIO-ACADÊMICAS

Durante o processo investigativo sobre o quanto e como já se pesquisou a respeito de temáticas similares ou, ao menos, próximas da que apresento neste trabalho, obtive algumas informações que ajudaram a pontuar a relevância desta pesquisa.

Quanto às temáticas envolvendo o termo “canção”, em estudos no campo da Educação Matemática, apresento alguns achados, conforme Quadro 01, a seguir. Dos últimos 05 (cinco) Encontros Nacionais em Educação Matemática (ENEM⁴), menos de 1% dos trabalhos trata de canções.

Quadro 01 – Estudos que trataram de músicas e canções

ANO	EVENTO	Nº de Trabalhos	RELACIONA MÚSICA	RELACIONA CANÇÃO	RELACIONA CANÇÃO (%)
2022	XIV ENEM	820	9	7	-
2019	XIII ENEM	1575	5	4	-
2016	XII ENEM	1434	7	1	-
2013	XI ENEM	1527	6	3	-
2010	X ENEM	1035	9	9	-
TOTAL		6391	36	24	0,38

Fonte: Elaboração própria (2023) a partir dos anais dos ENEM

Um dos principais motivos que contribuíram para a minha decisão de realizar uma pesquisa em nível de doutoramento foi, como já dito, a escassez de estudos acerca da presença de canções no processo de ensino e aprendizagem de Matemática nos principais eventos de Educação Matemática. Já relatado em Caldas (2016) e ampliado nesta tese (Quadro 1), nos últimos Encontros Nacionais em Educação Matemática (ENEM), menos de 1% (um por cento) dos seus trabalhos nos encontros pesquisados contemplaram a temática aqui em discussão, ainda que se referindo à canção como música.

Claro, há de se salientar o crescimento de mais de 100% (cem por cento) de pesquisas que abordaram a presença de canções no processo de ensino e aprendizagem de Matemática nos últimos treze anos, quando, em 2010, eram apenas

⁴ Promovidos pela Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM).

três e, em 2022, chegou a sete (Quadro 02). Contudo, ainda que animador, esse resultado ratifica o descrédito para com esse tipo de prática educativa.

Quadro 02 – Estudos que trataram de canções

ANO	EVENTO	RELACIONA CANÇÃO
2022	XIV ENEM	7
2019	XIII ENEM	4
2016	XII ENEM	1
2013	XI ENEM	3
2010	X ENEM	3



Fonte: Elaboração própria (2023) a partir dos anais dos ENEM.

Já em um recorte que contempla os trabalhos mais recentes, elaborados nos últimos três ENEM (2016 – 2022), observa-se um total de 12 (doze) estudos (Quadro 03).

Quadro 03 – Os mais recentes trabalhos que trataram de canções

ANO	EVENTO	RELACIONA CANÇÃO
2022	XIV ENEM	7
2019	XIII ENEM	4
2016	XII ENEM	1

Fonte: Elaboração própria (2023) a partir dos anais dos ENEM.

Para melhor apresentar as formas em que foram possíveis as buscas nos citados eventos, segue o Quadro 04:

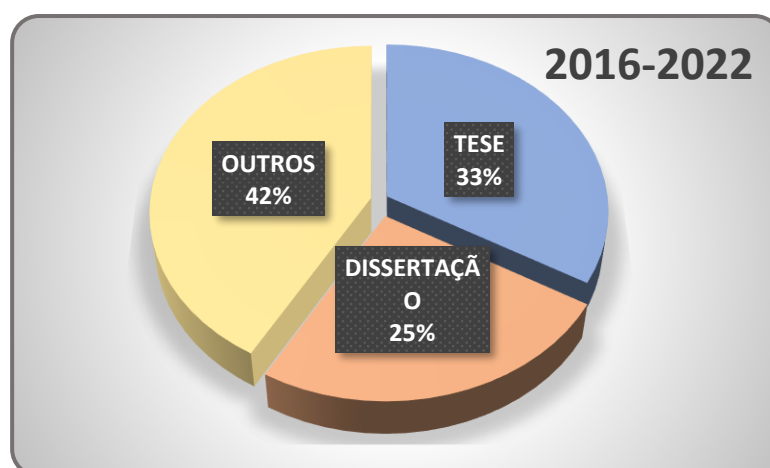
Quadro 04 – Formas de busca nos anais dos ENEM

XIV ENEM – 2022 – Edição Virtual	
Site	https://www.even3.com.br/anais/xivenem2022/
Modo de busca	Utilizando os descritores canção, canções, música e músicas (nessa ordem), localizando os trabalhos (mediante localização de termos em arquivos PDF) e, após a leitura completa, buscando confirmar realmente se o que foi considerado no estudo foi a canção.
XIII ENEM – 2019 – UFMT - Cuiabá/MT	
Site	https://www.sbemmatogrosso.com.br/xiiienem/anais.php
Modo de busca	Utilizando os descritores canção, canções, música e músicas (nessa ordem), localizando os trabalhos (mediante localização de termos em seus títulos) e, após a leitura completa, buscando confirmar realmente se o que foi considerado no estudo foi a canção.
XII ENEM – 2016 – UNICSUL – São Paulo/SP	
Site	http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/relatos-1.html
Modo de busca	Consultando cada tipo de trabalho (Comunicações Científicas, Relatos de Experiência e Minicursos) e, na lista mostrada, buscando os títulos que apresentavam os descritores canção, canções, música e músicas. Após isso, lendo cada trabalho, por completo, a fim de confirmar realmente se o que foi considerado no estudo foi a canção.

Fonte: Elaboração própria (2023) a partir dos anais dos ENEM.

Nesse recorte, destaco que apenas um terço deles eram comunicações acerca de resultados de teses (Gráfico 01), sendo que as Regiões Nordeste e Sudeste contaram com 5 (cinco) trabalhos, cada, enquanto a Norte e a Sul contaram, cada, com apenas 1 (um) trabalho, e a região Centro-Oeste não apareceu como origem de nenhum estudo.

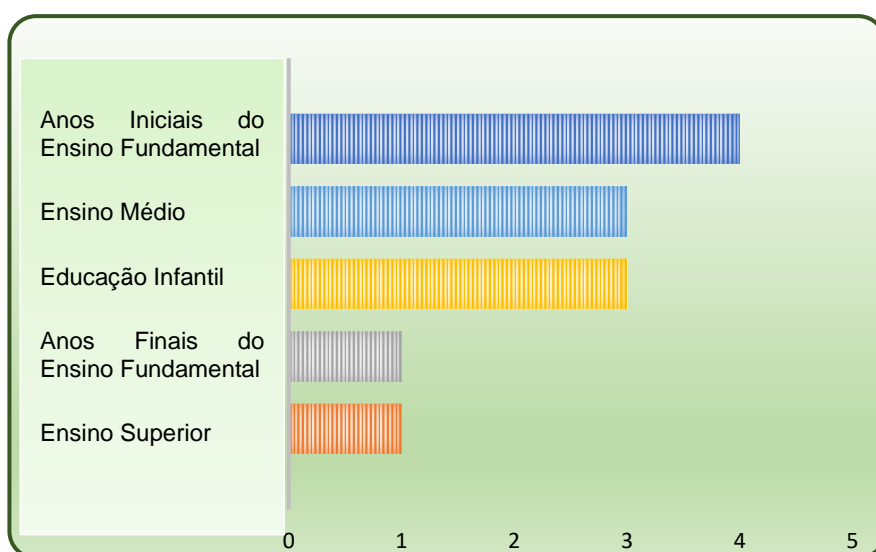
Gráfico 01 – Onde os trabalhos estão inseridos



Fonte: Elaboração própria (2023) a partir dos anais dos ENEM.

Com relação ao segmento de ensino referido nos trabalhos, os Anos Iniciais do Ensino Fundamental foram os mais abordados (Gráfico 02).

Gráfico 02 – Segmento de ensino dos trabalhos



Fonte: Elaboração própria (2023) a partir dos anais dos ENEM.

No meio desse levantamento e de suas análises, observa-se que, além da escassez de estudos, dos 12 (doze) trabalhos, apenas metade (seis) deles foca, especificamente, no processo de ensino e aprendizagem. E desses seis, quatro foram deste pesquisador. Se a existência e constância desse tipo de investigação parece representar um alívio, também demonstra a impossibilidade de contrastes com outras perspectivas teóricas (Quadro 05).

Quadro 05 – Trabalhos dos ENEM que abordam canções

XIV ENEM – 2022 – Edição Virtual	
Trabalho 1	Canções Matemáticas: em busca de uma definição
Autor	Sidcley Dalmo Teixeira Caldas
Trabalho 2	Educação Matemática Inclusiva e Cultura Lúdica: uma simbiose entre corpo e movimento na Educação Infantil.
Autor	Roseli Rosalino Dias da Silva Angelino
Trabalho 3	O uso de Paródias no Processo de Ensino e Aprendizagem de Matemática na Educação Básica
Autores	Djavan Felipe dos Santos; Júnio Moreira de Alencar
Trabalho 4	Práticas emancipatórias de ensino de Matemática em festivais de vídeos digitais: abordagens, contextos e significados
Autores	Alana Ilen Cermak; Júlio César Augusto do Valle
Trabalho 5	Formas de expressão matemática em sessões de <i>webconferência</i>
Autor	Marcelo Batista de Souza
Trabalho 6	Olhar sobre a utilização da música no processo de aprendizagem de alunos público alvo da Educação Especial: uma revisão literária
Autor	Tula Maria Rocha Morais
Trabalho 7	Educação Financeira Criativa: A Experiência do curso online É da \$ua Conta?!
Autor	Adriana Santos Sousa

XIII ENEM – 2019 – UFMT - Cuiabá/MT	
Trabalho 1	A música na formação dos professores de Matemática do programa residência pedagógica
Autores	Valmir Alves de Oliveira; Luciano Roberto Padilha de Andrade; Geneci Alves de Sousa; Kelling Cabral Souto
Trabalho 2	Algumas conexões entre a música e a matemática com crianças de berçário
Autores	Chintia Pacífico Gomçalves; Marta Cezar Pozzobon
Trabalho 3	Eu canto matemática no <i>YouTube</i>
Autor	Sidcley Dalmo Teixeira Caldas
Trabalho 4	Canções que abordam enunciados matemáticos em suas letras: um outro tipo de registro de representação semiótica
Autores	Sidcley Dalmo Teixeira Caldas; Adelmo Carvalho da Silva
XII ENEM – 2016 – UNICSUL – São Paulo/SP	
Trabalho 1	As canções nos diálogos matemáticos: buscando a ludicidade
Autor	Sidcley Dalmo Teixeira Caldas

Fonte: Elaboração própria (2023) a partir dos anais dos ENEM

- Sobre os trabalhos do XII ENEM – 2016: apenas um trabalho foi localizado, sendo de autoria deste pesquisador. Nele, discute-se os elementos constituintes da canção (melodia e letra) e sua relação com o estado lúdico.
- Sobre os trabalhos do XIII ENEM – 2019: no trabalho 1, considera-se o valor lúdico e cultural da presença da música, fala-se em canções populares brasileiras (embora não se utilize o termo canção) e são apresentadas algumas relações com a Matemática, sempre focadas na teoria musical. As letras das canções citadas não abordam conteúdos matemáticos; no trabalho 2, buscou-se observar a expressividade de crianças de até 4 (quatro) anos, a linguagem corporal e linguística mediante o contato delas com canções que não abordam, em suas letras, conteúdos matemáticos; no trabalho 3, um relato de experiência deste pesquisador, é abordado o processo de criação e manutenção de um canal no *YouTube* destinado a apresentar canções que visam contribuir com o

processo de ensino e aprendizagem de Matemática; e no trabalho 4, em que este pesquisador é um dos autores, uma comunicação científica do início desta investigação.

- Sobre os trabalhos do XIV ENEM – 2022: no trabalho 1, de autoria deste pesquisador, comunica-se sobre o andamento desta pesquisa, destacando-se a elaboração do que defini como sendo uma Canção Matemática; no trabalho 2, o objetivo concentra-se na construção do conceito de números de maneira a amparar o público-alvo da Educação Especial, para o qual foram elaboradas atividades multissensoriais que favorecessem vivências lúdicas. Apresenta uma única letra de canção que aborda conteúdos matemáticos, gerando um comentário acerca do caráter mnemônico da atividade; no trabalho 3, um relato de experiência, discute-se sobre as contribuições de paródias para o processo de ensino e aprendizagem de Matemática. Como constatações, a melhoria na fixação e ampliação dos conteúdos presentes nas letras, na motivação dos alunos e na relação aluno-professor; no trabalho 4, trabalha-se com as contribuições que vídeos dão para o processo de ensino e aprendizagem de Matemática. Sobre os vídeos nos quais constam canções (paródias), relata-se, brevemente, sobre a intenção de buscar a memorização dos conteúdos presentes nas letras; no trabalho 5, recorte de uma tese, buscou-se saber como estudantes de Licenciatura em Matemática expressavam conteúdos matemáticos mediante vídeos. Embora as músicas citadas, todas canções populares, tenham sido consideradas pelo autor apenas para justificar a sua implicação na pesquisa, não foi observada a indicação da música, pelos estudantes, como recurso semiótico de expressão matemática em vídeos; no trabalho 6, um recorte de tese, buscou-se uma revisão literária sobre a música como ferramenta mediadora na Educação Especial, cujos resultados se concentraram na musicoterapia, haja vista a escassez de estudos, como relatado; e no trabalho 7, um relato sobre um curso relacionado à educação financeira, no qual a citação da música (uma canção popular) ocorre apenas relacionada à elaboração de um mapa mental, parte da atividade proposta durante o curso.

É de se destacar que, fora os trabalhos em que este pesquisador esteve como

autor, nenhum deles apresentou a temática específica desta pesquisa, bem como não dialogaram com as mesmas referências teóricas.

Em consulta ao Repositório da UFBA⁵, considerando o período de 2018 a 2022, não foram localizados trabalhos, entre teses e dissertações, que tratassem da temática desta pesquisa. Utilizaram-se, na busca, os seguintes descritores: canção, canções, música, músicas, matemática e aprendizagem (na área de matemática). Após as listas dos resultados serem geradas, procurou-se identificar a presença da temática mediante a leitura de cada um dos títulos dos trabalhos. No Quadro 6, o quantitativo de estudos verificados.

Quadro 06 – Trabalhos da UFBA que abordam canções e aprendizagem matemática

Descritor	Teses	Dissertações	Trabalhos localizados
Canção	8	12	0
Canções	12	18	0
Música	94	215	0
Músicas	94	215	0
Matemática	43	43	0
Aprendizagem Matemática	5	6	0

Fonte: Elaboração própria (2023) a partir do repositório da UFBA.

Já na consulta feita no banco de teses e dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), para o mesmo período, foram utilizados os seguintes descritores: canção, aprendizagem matemática, aprendizagem matemática com canções, aprendizagem matemática com música e matemática e música. Somente com este último os resultados mostraram os trabalhos produzidos, um total de seis trabalhos, divididos igualmente entre dissertações de Mestrado Acadêmico e Profissional. Salienta-se a ausência de teses na busca realizada. O Quadro 07 apresenta as informações citadas, por cada ano.

⁵ Mediante o seguinte endereço eletrônico: <https://repositorio.ufba.br/>

Quadro 07 – Trabalhos da CAPES que abordam canções e aprendizagem matemática

Ano	Teses	Dissertações		Trabalhos com canções
		Profissional	Acadêmico	
2022	0	0	0	0
2021	0	1	1	2
2020	0	0	2	2
2019	0	0	0	0
2018	0	2	0	2
TOTAL	0	3	3	6

Fonte: Elaboração própria (2023) a partir do banco da CAPES.

Já no Quadro 08 constam os trabalhos, com seus títulos e autorias.

Quadro 08 – Lista de Trabalhos da CAPES que abordam canções e aprendizagem matemática

2021	
Trabalho 1	Currículo de Matemática com uma perspectiva cultural: integrando Matemática, Física e Música (Dissertação)
Autor	Lucas Teixeira da Silva
Trabalho 2	Conexão entre Matemática e Música no contexto da BNCC à luz do conhecimento especializado do professor de Matemática (Dissertação)
Autor	Josimara Lima Furtado dos Santos
2020	
Trabalho 3	Conexões entre Matemática e Música em produções científicas: uma rede de possibilidades para o Ensino Fundamental e Médio (Dissertação)
Autor	Bianca Alves Pereira
Trabalho 4	Matemática e Música: uma proposta de ensino para os anos iniciais do Ensino Fundamental (Dissertação)
Autor	Fernando Luiz Andretti
2018	
Trabalho 5	Matemática e Música: uma proposta pedagógica (Dissertação)
Autor	Tiago Beserra Maciel

Trabalho 6	Matemática e Música: desvendando essa relação na perspectiva do ensino híbrido (Dissertação)
Autor	Izabel Simone Souza

Fonte: Elaboração própria (2023) a partir dos anais dos ENEM.

- Sobre os trabalhos localizados na CAPES: no trabalho 1, intencionou-se destacar a música como potencial meio de inserção da arte nas salas de aula, assim como evidenciar as distintas culturas. O grupo pesquisado contou com estudantes do Ensino Médio. Como resultado, a melhora significativa na capacidade argumentativa dos alunos e a evidenciação da diversidade cultural brasileira; no trabalho 2, observa-se a constatação da relação intrínseca da Matemática com a Música, a qual pode ser usada como recurso motivador, sendo que, de modo específico, verificou-se a possibilidade de atuar em atividades com o conteúdo de trigonometria, o que ocorre mediante a relação entre a teoria musical e seus elementos matemáticos; no trabalho 3 é feito um levantamento de produções que envolveram a música com a matemática, focando, como no trabalho anterior, no comportamento matemático presente na linguagem musical; no trabalho 4, o grupo de sujeitos foram professores, tendo-se partido de um concurso de paródias que se destinou a possibilitar uma nova maneira de trabalhar os conteúdos matemáticos nos anos iniciais do Ensino Fundamental; no trabalho 5, é observado o caráter lúdico e social da presença da música nos ambientes, embora a relação que se tenha feito entre a Música e a Matemática tenha se situado nos elementos matemáticos da teoria musical, trabalhando os conteúdos logaritmo, fração e sequência; já no trabalho 6, a abordagem não se diferencia tanto do último trabalho comentado, haja vista que o conteúdo valorizado foi a trigonometria, tendo a teoria musical como a base para as investigações da relação entre Música e Matemática.

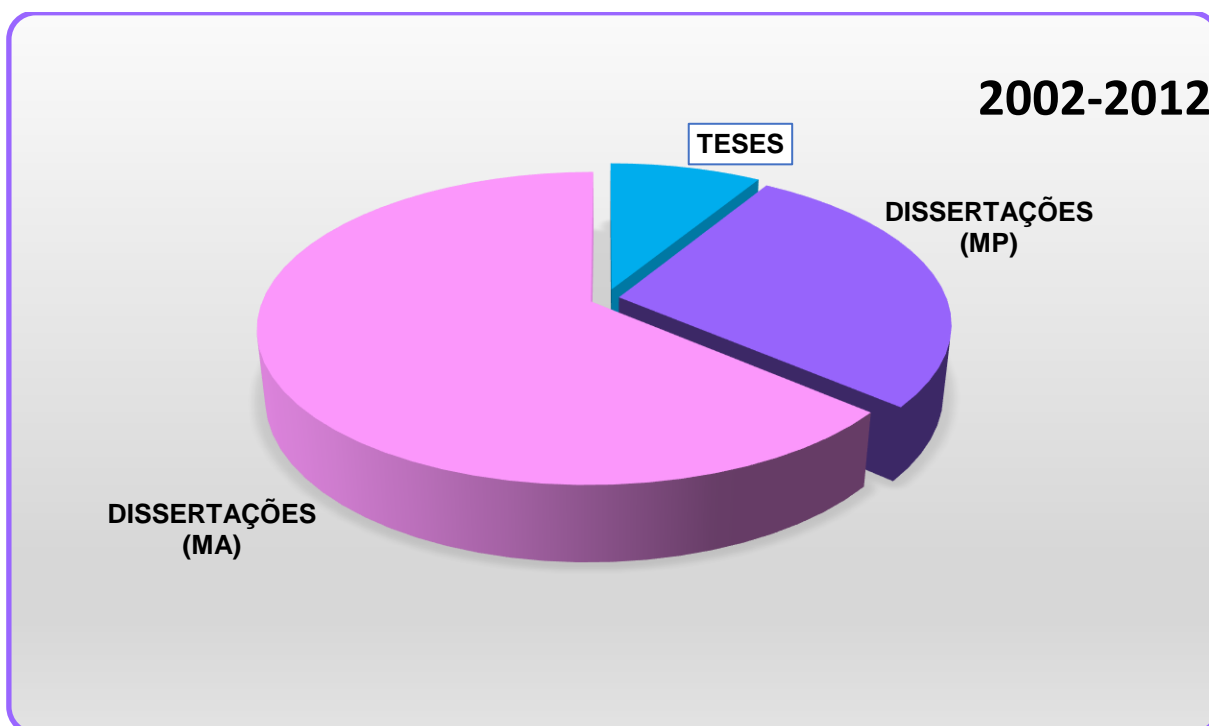
De uma forma geral, como já notado nos diversos trabalhos apresentados nos ENEM, a grande maioria aborda a relação entre a Matemática e a teoria musical, mesmo quando tratam de canções. Nesse caso, os elementos que constituem a canção não são, necessariamente, levados em consideração de uma forma integrada. De qualquer maneira, não é razoável desconsiderar as contribuições dos estudos

localizados, embora não dialoguem estreitamente com a temática específica da presente investigação.

Nesse sentido, a manutenção de uma diminuta quantidade desse tipo de trabalho que investiga as diversas relações e implicações da presença de canções em práticas de ensino e aprendizagem de Matemática deixa mais que cristalina a necessidade de novas produções acadêmicas. E é nesse movimento que se poderá construir, de forma colaborativa, uma trama de conhecimentos que promova uma sustentação teórica, mesmo que temporária, que possibilite contribuir para a melhoria dos processos educativos matemáticos.

Por outro lado, cabe salientar que a aprendizagem em Matemática está ligada à apreensão do significado de um objeto, sendo que, para que isso ocorra, é necessário vê-lo em suas relações com outros objetos (BRASIL, 2017; 1997). Essa compreensão, apreensão, é o que se chama de *noésis*, que só pode acontecer mediante a representação do objeto, a *semiósis* (DUVAL, 2009; 1993). Nesse sentido, chama a atenção o quanto o viés semiótico vem sendo inserido nas pesquisas em Educação Matemática, como apontam Almeida e Silva (2018). Dessa forma, esta pesquisa compartilha do mesmo enfoque e, como forma de subsidiar o seu objeto, tem como alguns dos seus principais suportes teóricos a Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS), de Raymond Duval (2015; 2013a; 2013b; 2012; 2011; 2009; 1993), e os Sistemas Semióticos Culturais (SSC), de Luis Radford (2021; 2004a, 2018; 2015; 2005; 2004b).

Considerando que o exame do processo de aprendizagem de Matemática implica intrinsecamente o exame do processo de apreensão dos objetos matemáticos, a TRRS apresenta contribuição de destaque. Acerca dos trabalhos voltados para essa teoria, uma das tendências em Educação Matemática (Didática Francesa), na qual o seu autor defende a multiplicidade de representações para que ocorra a apreensão do objeto, destaco quatro estudos que foram publicados no Brasil. Contemplando o período de 2002 a 2012, Ferreira, Santos e Curi (2013) realizaram um levantamento que identificou 80 (oitenta) trabalhos na Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), sendo 07 (sete) teses, 22 (vinte e duas) dissertações de Mestrado Profissional e 51 (cinquenta e uma) dissertações de Mestrado Acadêmico (Gráfico 03).

Gráfico 03 – Pesquisas sobre a TRRS realizadas de 2002 A 2012

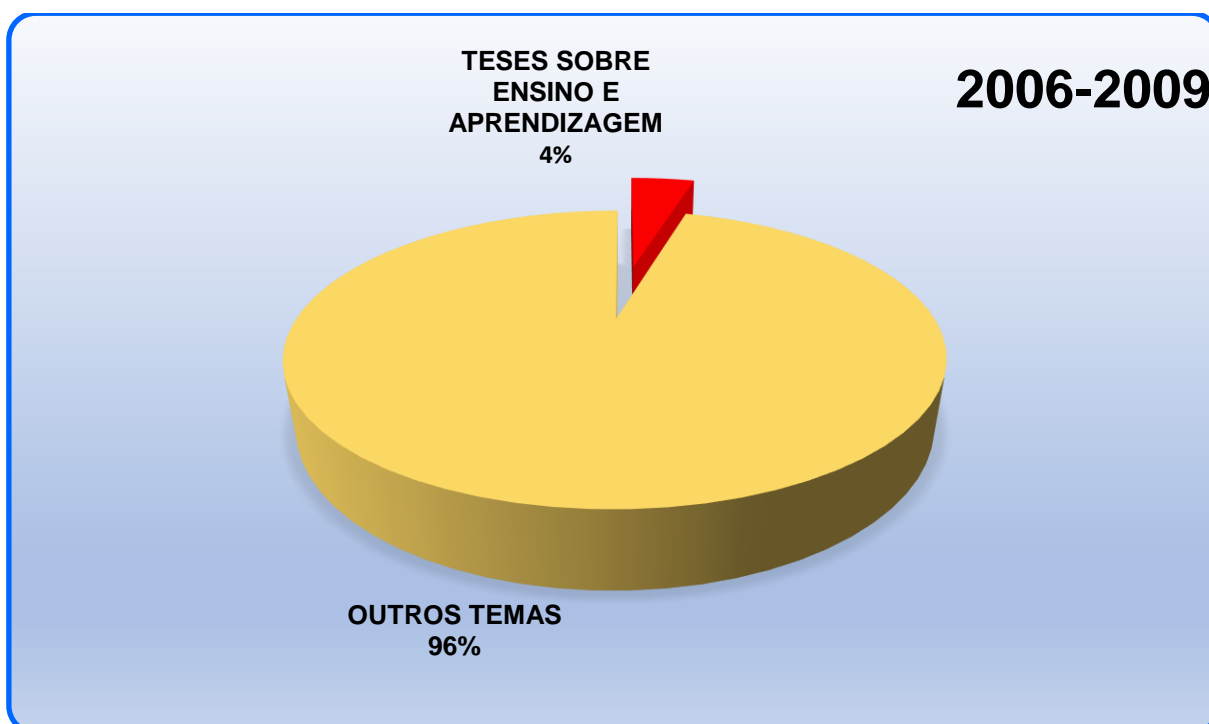
Fonte: Elaboração própria (2023) a partir de Ferreira, Santos e Curi (2013).

Destes, apenas 05 (cinco) eram voltados a estratégias didáticas. Os autores destacam que somente as teses acrescentavam reflexões sobre a teoria em questão e proposições de novas estratégias didáticas. Outro ponto de destaque é que 80% do total das pesquisas foram realizadas nos últimos 05 (cinco) anos do período levantado, o que demonstra um vertiginoso crescimento do interesse pela abordagem de Raymond Duval.

O fato desse crescimento acompanhar o número de pesquisas desenvolvidas em mestrados profissionalizantes foi considerado pelos autores como consequência do surgimento de diversos programas de pós-graduação ofertando essa modalidade de capacitação no período em questão. Por outro lado, há que se levar em conta, no período citado, a escassez de produção bibliográfica do teórico em língua portuguesa, algo que só veio a ocorrer com a publicação do livro intitulado “Semiósis e pensamento humano: registro semiótico e aprendizagens intelectuais”, no ano de 2009, pela Editora Livraria da Física, e de “Ver e ensinar a Matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas”, organizado pela pesquisadora Tânia M. M. Campos, no ano de 2011.

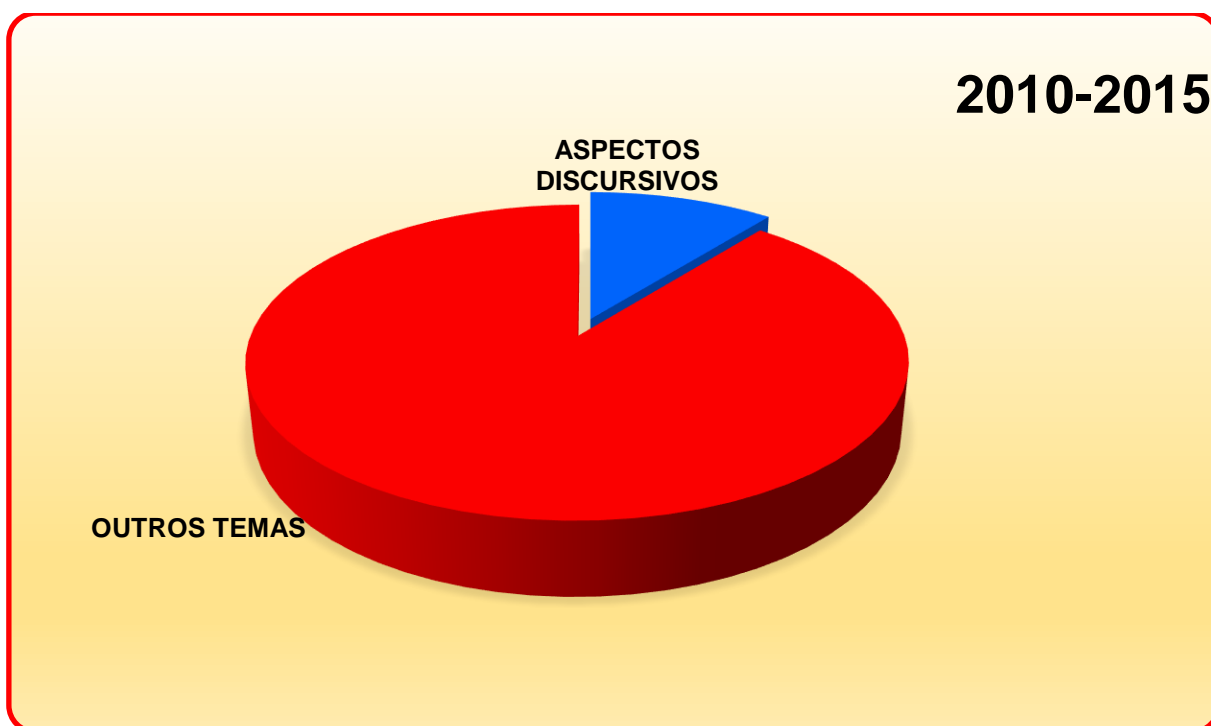
Num outro levantamento, Brandt e Moretti (2014) tomaram um período mais curto, que foi de 2006 a 2009. Foram identificados 56 (cinquenta e seis) trabalhos: 04 (quatro) teses, 25 (vinte e cinco) dissertações, 20 (vinte) comunicações científicas e 07 (sete) artigos. Nesse caso, destacamos a ínfima quantidade de trabalhos em nível de doutorado, cujo objeto de estudo se concentrou no ensino e na aprendizagem (Gráfico 04).

Gráfico 04 – Pesquisas sobre a TRRS e o ensino e a aprendizagem



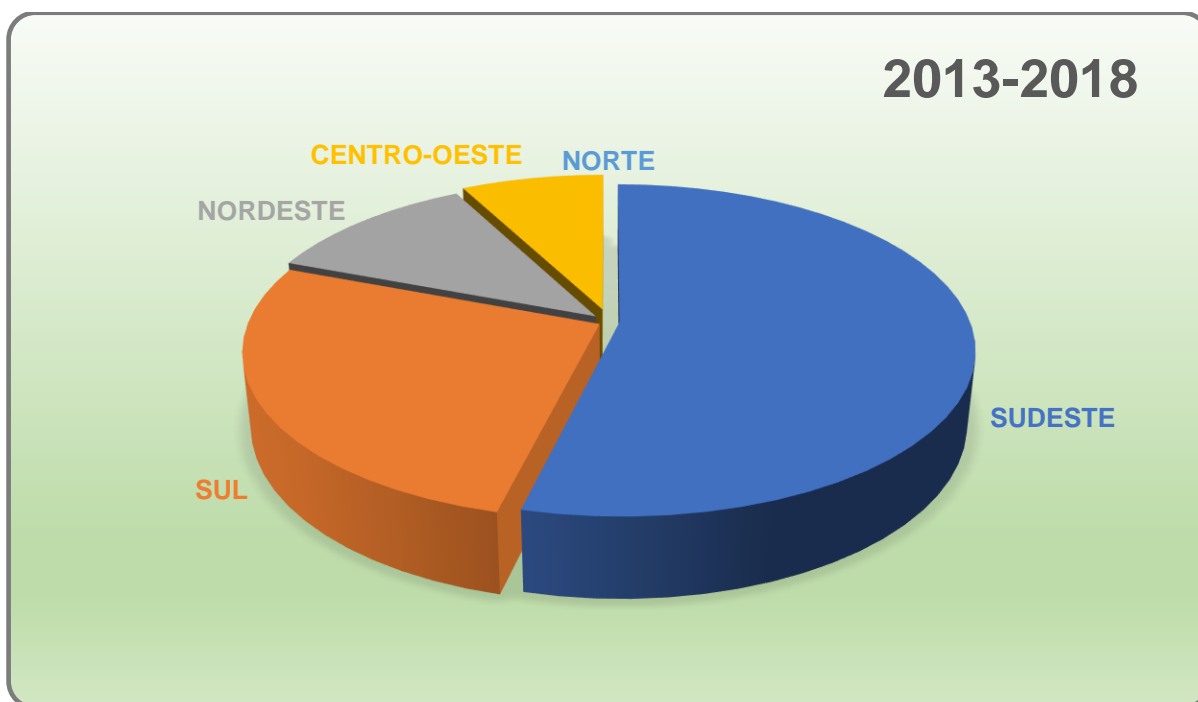
Fonte: Elaboração própria (2023) a partir de Brandt e Moretti (2014).

Já em um outro estudo, Finck, Nunes e Pontes (2017) realizaram o levantamento no período compreendido entre 2010 e 2015. Foram reunidos 65 (sessenta e cinco) trabalhos derivados das bases da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), da Biblioteca Digital e Teses e Dissertações (BDTD), assim como de outras instituições. Chama a atenção que somente 07 (sete) trabalhos tratam da linguagem natural (funções discursivas), registro de representação que mais se aproxima da discussão a ser abordada na pesquisa em questão, haja vista que a TRRS não contempla a canção como sendo um dos tipos de registros. O Gráfico 05, a seguir, representa essa situação.

Gráfico 05 – Pesquisas sobre a TRRS e os aspectos discursivos

Fonte: Elaboração própria (2023) a partir de Finck, Nunes e Pontes (2017).

E no mais atualizado estudo feito, Tiburtino e Santos (2022) fizeram o levantamento compreendendo o período de 2013 a 2018. Nele, 201 (duzentos e um) trabalhos reunidos, sendo 89 (oitenta e nove) dissertações de Mestrado Acadêmico, 86 (oitenta e seis) de Mestrado Profissional e 26 (vinte e seis) teses, todos localizados no banco de teses da CAPES. Chama a atenção o fato de que somente 03 (três) trabalhos derivaram da Região Nordeste, e que apenas 0,5% dos estudos contemplaram sujeitos dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. O Gráfico 06, a seguir, representa essa situação.

Gráfico 06 – Pesquisas sobre a TRRS nas Regiões Brasileiras

Fonte: Elaboração própria (2023) a partir de Tiburtino e Santos (2022).

Visando a ter um levantamento mais atualizado acerca de pesquisas que trataram da TRRS, considerando o período de 2018 a 2022, foi feita uma consulta ao banco de teses e dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES). Como descritores: Raymond Duval e Representações Semióticas. Após as listas dos resultados serem geradas, procurou-se identificar a presença da temática desta investigação mediante a leitura de cada um dos títulos dos trabalhos. No Quadro 09, o quantitativo de estudos verificados, um total de 26 (vinte e seis), sendo que nenhum deles abordou a presença de canções no processo de ensino e aprendizagem de Matemática. Já o Gráfico 07 apresenta a distribuição entre os tipos de estudos.

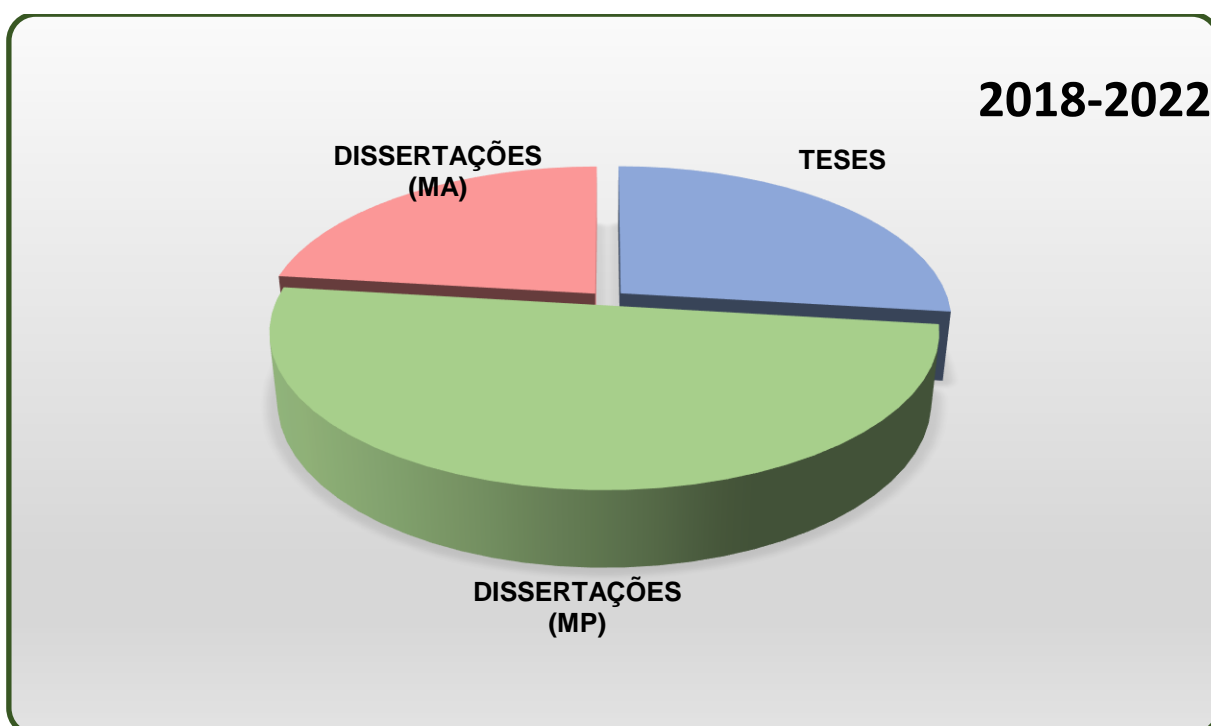
Quadro 09 – Trabalhos da CAPES que abordam a TRRS

Ano	Teses	Dissertações		Trabalhos com canções
		Profissional	Acadêmico	
2022	1	1	2	0
2021	1	4	2	0
2020	0	6	1	0

2019	0	0	0	0
2018	5	2	1	0
TOTAL	7	13	6	0

Fonte: Elaboração própria (2023) a partir do banco da CAPES.

Gráfico 07 – Trabalhos da CAPES que abordam a TRRS



Fonte: Elaboração própria (2023) a partir do banco da CAPES.

No Quadro 10, a seguir, relacionam-se os achados até então com a pertinência da atual pesquisa.

Quadro 10 – Levantamento de Estudos x Pertinência da atual pesquisa

Constatação	Menos de 1% dos trabalhos dos últimos 4 Encontros Nacionais de Educação Matemática – ENEM trata de canções
A atual pesquisa	Trata de canções na relação com o aprendizado de Matemática

Constatação	No período de 2002 a 2012, menos que 10% dos trabalhos relacionados à TRRS, localizados na CAPES, foram teses de Doutorado
A atual pesquisa	É uma tese de Doutorado e aumentará a quantidade de trabalhos dessa natureza acerca da TRRS, cuja especificidade vem propiciando o acréscimo de reflexões sobre a teoria em questão e proposições de novas estratégias didáticas, como sinalizado por Ferreira, Santos e Curi (2013)
Constatação	Crescimento vertiginoso no interesse pela TRRS
A atual pesquisa	Utiliza a TRRS
Constatação	No período de 2006 a 2009, menos de 4% das pesquisas tratavam do ensino e aprendizagem
A atual pesquisa	Trata do ensino e da aprendizagem
Constatação	No período de 2010 a 2015, menos que 10% dos estudos faz referência às funções discursivas
A atual pesquisa	Faz referências às funções discursivas

Fonte: Elaboração própria (2023).

Considerando os pontos destacados no quadro anterior, bem como pelo fato de até a conclusão desta investigação não terem existido pesquisas similares ao presente estudo, segundo consulta feita no banco de teses da CAPES, ressaltamos a relevância deste processo investigativo. Sendo assim, poderá contribuir no âmbito da pesquisa acerca do ensino e aprendizagem de Matemática, originando outros estudos correlacionados com a temática abordada, bem como subsidiando melhorias na prática educativa referente à disciplina em debate.

Em consulta ao Repositório da UFBA⁶, considerando o período de 2018 a 2022, foi localizada apenas uma tese (2019) que abordou a TRRS, embora o objeto de estudo não guardasse semelhança com o desta pesquisa. Utilizou-se, na busca, os

⁶ Mediante o seguinte endereço eletrônico: <https://repositorio.ufba.br/>

seguintes descritores: matemática, Duval e semiótica. Após as listas dos resultados serem geradas, procurou-se identificar a presença da temática mediante a leitura de cada um dos títulos dos trabalhos. No Quadro 11 demonstra-se o quantitativo de estudos verificados, sendo que o trabalho localizado foi o mesmo para cada descritor utilizado.

Quadro 11 – Trabalhos da UFBA que abordam a TRRS

Descritor	Teses	Dissertações	Trabalhos localizados
Matemática	43	43	1
Duval	1	0	1
Semiótica	18	25	1
Trabalho	Uma sequência didática para o desenvolvimento do pensamento algébrico no 6º ano do ensino fundamental		
Autor	Márcia Azevedo Campos		

Fonte: Elaboração própria (2023) a partir do repositório da UFBA.

1.3 CONTEXTOS, PROBLEMÁTICAS E OBJETIVOS

A canção é um dos diversos tipos de manifestação artística. Como tal, possibilita o acesso ao sensível, às sensações do corpo, tão restritas no atual contexto contemporâneo. Quando então ela se faz presente no âmbito escolar como prática educativa, demonstra a possível existência de um esforço pedagógico sensível. Contudo, nem sempre há uma ação docente intencional, consciente e clara que busque aliar aspectos didáticos com os de natureza sensível relacionados a esse tipo de atividade. Quando isso acontece, pode-se dizer que aí está presente uma didática sensível (D'ÁVILA, 2022).

Embora seja vista como muito importante para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática por futuros professores dos anos iniciais do ensino

fundamental (CALDAS, 2019), a presença de canções relacionada à Educação Matemática gera questões diversas, como as relacionadas à efetividade do aprendizado de conteúdos matemáticos, e algumas até com acusações sobre a possível ausência de compromisso por parte dessa prática educativa.

Nos mais diversos eventos acadêmicos dos quais participei, sejam voltados especificamente à área da Educação Matemática, nos encontros regionais e nacionais vinculados à Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), ou ao campo maior da Educação, nos encontros regionais e nacionais vinculados à Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação (ANPED), pude notar certa desconfiança sobre a presença de canções na Educação Matemática. Na maioria das vezes, os argumentos apresentados pareciam se justificar tanto pelo fato de se acreditar que o foco da Educação Matemática deva recair sobre o objeto matemático em situações de ensino e aprendizagem⁷, como pela pouca importância ainda destinada às atividades que remetem ao lúdico, ao estético, ao sensível.

Ainda que a Educação Matemática não se detenha apenas ao objeto matemático, o que causa estranhamento, seja entre profissionais desta área ou não, a busca pela compreensão dos processos de ensino e aprendizagem é recorrente e de importância fundamental. Nesse sentido, é justificável que se deseje descobrir se/como ocorre o aprendizado de conteúdos matemáticos mediante o contato com canções. E como investigar o processo de aprendizagem da Matemática implica investigar o processo de apreensão dos objetos matemáticos, a Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) traz uma significativa contribuição. Segundo Duval (2013a, 2013b), é imperioso que ocorra o trânsito entre ao menos dois tipos de registros de representação para que ocorra a efetiva apreensão do objeto matemático. Seja entre o desenho de um triângulo na lousa e a frase polígono de três lados; seja entre a expressão algébrica $f(x) = x+1$ e sua representação gráfica; seja entre um dado clássico (seis faces), uma construção tridimensional de canudos e a definição do cubo numa canção de forró.

A canção, por se caracterizar pela união da palavra e da melodia (TATIT, 2008), até possui semelhanças com a língua natural; mas, por possuir particularidades específicas, não se confunde com ela. Contudo, a TRRS não contempla discussões acerca da canção ser classificada como um dos tipos de registro de representação

⁷ Garnica (2014) aborda essa discussão no âmbito da educação matemática.

semiótica (língua natural, expressões algébricas, tabelas, gráficos etc.); e, por consequência, não discute a apreensão de objetos matemáticos mediante a presença de canções.

Mesmo possuindo aproximações com a língua natural, a canção parece ter um poder menor em garantir o sentido do seu conteúdo linguístico, da sua letra, principalmente pelo fato de que, às vezes, a sua melodia oculta o que as palavras querem dizer, restando a pura sonoridade em detrimento do significado (SCHAFER, 2011), como se fosse um abandonar do pensar (ROSSI, 2003), um descomprometimento com a razão, um movimento quase puramente emotivo com a supremacia momentânea do sensível em relação ao inteligível. Por outro lado, pode acontecer o inverso, com a canção possuindo um maior valor na força entoativa, na intenção do dizer, minimizando os aspectos musicais (TATIT, 2016).

Claro que, ainda assim, as possíveis conotações não garantem a devida inteligibilidade da ideia a ser passada. Essa variação entre os limites da canção nem sempre são manipuláveis ou passíveis de controle, o que pode representar um obstáculo tanto para quem deseja atuar num extremo ou no outro. O desconhecimento de como isso pode afetar a apreensão dos objetos matemáticos é um complicador para que se possam implementar canções durante o processo de ensino e aprendizagem de Matemática com um mínimo de efetividade.

Considerando o que foi até aqui abordado e visando a preencher as lacunas apontadas, lanço algumas questões que, se aqui não puderam ser respondidas, servirão para futuras reflexões e investigações: todo e qualquer tipo de canção pode contribuir no processo de ensino e aprendizagem de Matemática? Ainda que sua letra contenha alguma referência a conteúdos matemáticos, deve existir uma quantidade mínima de “termos matemáticos”? O mais recomendável seria contar com canções compostas com o objetivo de ensinar matemática? Essas canções “pensadas” para o ensino de Matemática podem, então, ser consideradas “canções didáticas”? Como os elementos linguísticos de canções podem contribuir para a apreensão de objetos matemáticos? Eles devem ter a denotação como guia? Precisam seguir a estrutura de textos didáticos, como nos livros? Podem ter a “liberdade” da língua materna? Sua valorização predominante pode fazer com que a emoção “adormeça”? Como os elementos musicais de canções podem contribuir para a apreensão de objetos matemáticos? As características rítmica, harmônica e melódica de uma canção devem

atender a algum tipo de padrão? Devem se “aproximar” das canções populares locais ou globais? Sua valorização predominante pode fazer com que o pensar “adormeça”?

Desejando ser mais sintético, essas questões reunidas podem ser representadas por apenas uma: **como as Canções Matemáticas podem contribuir para a representação semiótica de conceitos matemáticos no Ensino Fundamental?** Partindo dessa questão, a pesquisa teve como objetivo geral compreender como as Canções Matemáticas podem contribuir para a representação semiótica de conceitos matemáticos no Ensino Fundamental. Para isso, os seguintes objetivos específicos foram traçados: a) identificar quais os tipos de canções matemáticas que podem contribuir para a representação semiótica de conceitos matemáticos no Ensino Fundamental; b) compreender como os elementos linguísticos da Canção Matemática podem interferir na representação semiótica de conceitos matemáticos no Ensino Fundamental; e c) compreender como os elementos musicais da Canção Matemática podem interferir na representação semiótica de conceitos matemáticos no Ensino Fundamental.

A tese que sustentamos nesta pesquisa pode ser assim resumida:

As canções matemáticas, quando presentes no contexto escolar, podem contribuir para a para a representação semiótica de conceitos matemáticos no Ensino Fundamental por se constituírem um tipo de Registro de Representação Semiótica, o que amplia a possibilidade de trânsito entre diferentes registros de um mesmo objeto matemático, propiciando a sua apreensão; e também, contribuem para uma ambiência lúdica, podendo despertar nos educandos inteireza em um fluxo positivo de emoções ao mesmo tempo em que o conteúdo escolar específico é abordado, promovendo assim uma maior junção entre o sentir e o pensar, base de uma didática sensível.

1.4 A APRESENTAÇÃO DESTE TRABALHO

Esta pesquisa se insere no campo da Didática, ainda que alguns diálogos pertençam a um campo mais específico, caso da Didática da Matemática. Escolhi tomar como uma “lupa” de maior amplitude a primeira, também chamada Didática Geral, haja vista que a preocupação central desta investigação recai, antes de tudo,

sobre uma prática de ensino, independente de qual campo ou subcampo educacional ela pertença. De qualquer forma, ambas puderam, conjuntamente, contribuir nas elucidações das questões aqui levantadas e das que surgiram no decorrer do processo investigativo.

A pesquisa, de abordagem qualitativa, teve como grupo pesquisado estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental de uma escola particular de Feira de Santana. O caminho metodológico foi construído, inicialmente, com leituras de textos integrantes da literatura previamente levantada e, paulatinamente, enriquecido com a pesquisa de novas fontes que contribuiriam para o desenvolvimento do trabalho.

O caminhar metodológico contemplou observações e a utilização de grupos dialógico-cancionais (CALDAS, 2016) para a identificação das compreensões e relações elaboradas acerca da temática discutida. Nos grupos, ocorreram discussões sobre o tema em questão, incluindo a exibição de vídeos, áudios e execuções instrumentais de canções que abordam ideias e enunciados relacionados aos conteúdos matemáticos do Ensino Fundamental. Os grupos dialógico-cancionais ocorreram em seis momentos, durante o período de imersão no campo de pesquisa, com duração 1h30min cada, a partir da seleção dos estudantes segundo critérios da escola.

Após a coleta de informações e sua posterior triangulação, reagrubei os enunciados em categorias analíticas (BARDIN, 2016) para, em seguida, iniciar as análises e interpretações finais.

Nos encontros dos grupos dialógico-cancionais, os participantes não apenas dialogaram sobre fatos descritos ou exibidos. Eles também participaram de práticas sobre as quais apresentaram compreensões e suscitaram, assim, outros entendimentos acerca de suas formas de compreender. Seja cantando, dançando, ouvindo canções ou tocando instrumentos musicais, os participantes estiveram envolvidos em práticas que os possibilitaram relacionar esses momentos com outros já experienciados. Ou seja, os diálogos foram expressos além das entoações naturais da fala, complementados e potencializados por ações derivadas do contato com as músicas e as canções.

Buscando realizar uma pesquisa implicada e responsável, esforcei-me para atuar com uma escuta sensível (BARBIER, 2007), a qual reconhece a aceitação incondicional do outro – isso sem julgamentos, sem medidas ou comparações. A

escuta sensível compreende sem, entretanto, aderir às opiniões ou se identificar com o outro, com o que é enunciado ou praticado (MACEDO, 2010).

No que se refere à estrutura capitular deste trabalho, ele está organizado em sete capítulos: o primeiro, a “**Introdução**”, na qual explicito implicações, objetivos, questões e a tese que sustento.

O segundo capítulo, intitulado “**Caminhos metodológicos**”, no qual descrevo o processo de caminhada, as dificuldades e incertezas sobre que direção tomar até visualizar condições de prosseguir com o processo de investigação. Descrevo como ocorreu o acesso ao ambiente, apresento os dispositivos de colheita de informações, caracterizo os participantes da pesquisa e, posteriormente, indico como cheguei às categorias analíticas, as quais permitiram as análises e interpretações das informações. Para isso, reporte-me às colaborações teóricas de Barbier (2007), Bardin (2016), Caldas (2016a), Dionne (2007), Franco (2012), Galeffi (2009), García e Castro (2017), Geertz (1989), Gil (2009), Lapassade (2005), Ludke e André (2014), Macedo (2018; 2010; 2004), Triviños (2008) e Yin (2016; 2010).

O terceiro capítulo, “**Sobre o Educar Matemático**”, consta dos seguintes tópicos: a) Educação matemática e didáticas (da matemática ou não), em que faço uma breve apresentação sobre o campo da Educação Matemática e a relação entre a Didática da Matemática e a Didática Geral; b) O conhecimento matemático e seus objetos, no qual são expostas algumas das concepções mais tradicionalmente discutidas; concepções de professores; e, de forma mais destacada, a concepção platônica; c) A aprendizagem matemática, no qual apresento algumas ideias sobre como ocorre a aprendizagem, destaco a importância do campo semiótico no processo de ensino e aprendizagem de Matemática, apresentando algumas das mais relevantes teorias específicas, e sinalizo sobre a presença dessa temática nos documentos legais que direcionam a Educação no Brasil; e d) Olhar no futuro, quando explicito o meu entendimento acerca de objetos matemáticos, demarcando a minha compreensão sobre o apreender.

Como contribuições teóricas, constam Duval (2013a; 2013b; 2012; 2011; 2009; 1993), Libâneo (1990), Miguel *et al.* (2004), Candau (2010), Fiorentini e Lorenzato (2009), Nunes (2012), Bicudo e Borba (2012), Oliveira e Marim (2014), Gondino e Batanero (2003), Garnica (2014), Bicudo e Meneghetti (2003), Kant (2001), Meneghetti e Trevisani (2013), Fiorentini (1995), Silva (2009), Reis (2007), Neto (2016), Santos (2012), Platão (2001), Haddad (2012), Lima (2007), Anastácio (2009),

Bicudo, I. (1998), Bicudo, M. (2009), d'Amore (2007), Jesus (2005), Barbosa (2009), Lefrançois (2019), d'Amore, Pinilla e Iori (2015), Almeida e Silva (2018), Damm (2013), Geertz (1989), Colombo, Flores e Moretti (2007), Radford (2021; 2018; 2011; 2005; 2004a), Moretti, Panossiani e Moura (2015), Moretti, Panossiani e Radford (2018), Vygotsky (1930; 2001) e Brasil (2017; 1998).

No quarto capítulo, “**A canção**”, encontram-se quatro tópicos: a) Os elementos linguísticos: a força do inteligível? em que se dá atenção ao elemento da canção responsável pela busca da inteligibilidade; b) Os elementos musicais: a força do sensível? que são aqueles que possuem maior potência para acionar o sensível ; c) Quem pode mais?, um diálogo breve acerca do entrelace dos dois principais elementos da canção; e d) As fronteiras da canção, em que discorro sobre as regiões da canção, em que um dos seus elementos pode se sobressair em relação ao outro.

Quanto às contribuições teóricas: Tatit (2019; 2016; 2008; 2004), Saussure (2012), Le Breton (2019; 2016), Rousseau (2021), Med (1996), Moraes (1983), Lacerda (1966), Csikszentmihalyi (2020), Berchmans (2012), Darwin (2009), Ekman (2011), Rosenwein (2011), James (2013), Damásio (2018; 2015; 2012), LeDoux (2011), Wisnik (2004), Levitin (2021; 2019), Bugalho (2001), Rossi (2003), Schafer (2011), Sodré (1998), Santaella (2005), Leal (2007) e Darby (2006).

Já no quinto capítulo, “**A aprendizagem de Matemática mediante canções**”, constam os seguintes tópicos: a) O cérebro musical, em que   feita uma breve exposi o acerca das áreas relacionadas às fun oes musicais; b) Os estudos sobre can es e aprendizagem matemática, no qual apresento um panorama mais atualizado das últimas pesquisas que tratam da temática; c) As can es matemáticas, em que apresento as características de uma can o para que ela possa vir a ser considerada o que denominei de “Can o Matemática”, e apresento os contrastes entre ela e a língua; d) Can es Matemáticas (CM) e outros RRS: um transitar melódico, ponto em que trato e analiso as rela oes semióticas envolvendo a presença da Can o Matemática; e) Os elementos musicais da CM: ecos no vazio?, em que trato e analiso informaçoes sobre os aspectos musicais da Can o Matemática; e f) Os elementos linguísticos da CM: palavras ao vento?, em que trato e analiso informaçoes sobre aspectos linguísticos da Can o Matemática.

Sobre a fundamenta o teórica: Levitin (2021; 2019), Sacks (2007), d' vila (2022; 2013), Libâneo (2011; 2010; 1990), Franco (2008), Rossi (2003), Saviani (2013), Lima Jr. (2005), Zabala (1998), Munakata (1997), Campello e Silva (2018),

Dalcin (2007), Luckesi (2022), Caldas (2022; 2016), Tatit (2019; 2016; 2008), Duval (2013; 2012; 2011; 2009; 1993), Saussure (2012), Machado (2011), Damm (2013), Matos (2010), Caldas e Soares (2022), d'Amore, Pinilla e Iori (2015), Brasil (2017; 1990), Villiers (2010), Lefrançois (2019), d'Amore (2007), Maturana e Verden-Zoller (2004), Subtil (2006), Moreira (2012; 2011), Negreiros (2011), Jourdain (1998), Finnegan (2008), Valverde (2008), Teixeira (2011),

No sexto capítulo, “**Contribuições das canções matemáticas**”, apresento uma conclusão do entrelace de todas as descobertas desse processo investigativo, retomando a tese que sustento neste estudo; e no tópico Contribuições da CM: sugestões didáticas, apresento possibilidades para que o professor examine e possa decidir sobre as condições mais adequadas em que a Canção Matemática pode se fazer presente durante a sua prática de ensino. Do lastro teórico: d'Ávila (2022), d'Amore (2007), Huizinga (2003), Simões (2022), Xavier (2020), Silva (2014), Mineiro (2021), Jesus (2005), d'Ambrósio (1996), Silva (2009), Moraes e Torre (2018), Santaella (2005), Thees (2021), Tatit (2016), Hoffman (2000), Luckesi (2022) e Duval (2013, 2009, 1993).

E, por fim, no sétimo e último capítulo, o das “**Considerações finais**”, retomo todo o processo, pontuando e alinhavando os achados, os desvios e, principalmente, os objetivos atingidos, além, é claro, da dinâmica do processo de pesquisa e de formação.

2 CAMINHOS METODOLÓGICOS

Neste tópico, minha pretensão é descrever e contextualizar todos os eventos ocorridos durante a caminhada metodológica, com a intenção de atender ao objetivo geral desta pesquisa: analisar como as canções podem contribuir para a aprendizagem Matemática. Para isso, dentro do que for possível, e como recomendam Ludke e André (2014), revelo em que medida fui afetado pelo estudo, explicitando as mudanças porventura ocorridas nos meus pressupostos, valores e julgamentos, e que obrigaram mudanças nos percursos investigativos.

Faço uma junção das ideias de Galeffi (2009) – que concebe uma compreensão articuladora polilógica e polifônica, lidando com mais de uma matriz teórica consagrada – com as de Macedo (2018), segundo o qual é impossível acessar a complexidade heurística do pensamento apenas a partir de um único sistema de referência. Por isso, nesta investigação, guio-me também por uma gama teórica bastante heterogênea, mas sempre atento para que essa multiplicidade não provoque um afastamento do foco da pesquisa.

2.1 PESQUISANDO A FORMAÇÃO DA PESQUISA

Durante todo o percurso planejado para esta investigação, muitas coisas se mostraram sem a desejada clareza. E é natural que fosse assim, haja vista que o método se faz no caminhar. Outras, porém, logo se aquietaram quanto aos seus formatos e naturezas, permitindo, assim, passos sucessivos e progressivos em busca do objetivo inicialmente traçado.

Neste sentido, almejo aqui apresentar os porquês de cada escolha, os trajetos seguidos, os obstáculos que me impuseram desvios e as subjetividades (minhas e de outrem) que foram moldando a forma de encontrar as compreensões que se fizeram presentes no âmbito da pesquisa implementada.

2.1.1 Por onde caminhar?

Por ser um momento de descobertas e, ao mesmo tempo, de definições, transitei pela certeza frágil e pela dúvida inegável. Como em Caldas (2016), questionei-me se esta pesquisa se constituiria uma pesquisa-ação. Relembrando Macedo (2004), a pesquisa-ação é, primeiramente, a obra de um *expert*, que vem de fora de uma situação dada e se propõe a torná-la factível a partir de um diagnóstico inicial. Já segundo Dionne (2007), ela é uma prática que une pesquisadores e atores numa mesma estratégia de ação, visando à modificação de uma situação específica. Nesse caso, a implicação do pesquisador representa um dos principais pilares caracterizadores desse tipo de pesquisa. Nesse sentido, Lapassade (2005) diz que são as próprias pessoas que devem fazer a chamada nova pesquisa-ação, esta que, segundo Barbier (2007), constitui-se como sendo libertadora e crítica, haja vista que possibilita a emancipação dos atores durante o processo investigativo.

No entanto, é mediante as análises de Macedo (2004) que, mais uma vez, melhor formulei este caminho metodológico, o da etnopesquisa-formação. Não que tenha sido de forma automática e tranquila. Não. Não foram poucas as vezes em que me questionei se o estudo não estaria caracterizado como um Estudo de Caso, até porque não visualizava o “aceite” dos sujeitos da pesquisa e suas convicções acerca da necessidade de integrar um processo formativo. Sem essa concordância, estaria para mim descartada a possibilidade deste estudo se constituir uma etnopesquisa-formação, já que esse tipo de pesquisa adota o princípio antropológico segundo o qual os integrantes de um grupo social conhecem melhor sua realidade que especialistas que vêm de fora do seu convívio.

Nela, um tipo de pesquisa-ação, está presente a preocupação em possibilitar ao professor pensar e modificar sua prática pela pesquisa. E esse conhecimento dito prático, forjado no seio da comunidade, é aquele a ser valorizado no processo de investigação. Processo esse que deve contar com uma ampla negociação com os sujeitos que integram a pesquisa, seja do acesso ao campo até às análises posteriores. Contudo, os sujeitos eram alunos e não professores. Eles, os alunos, não tinham uma maturidade, um desejo, nem estavam em condições de melhorarem uma prática profissional. E a minha dúvida permanecia. Claro que, com as mudanças que ocorreram, a falta de perspectiva para atuar no ambiente escolar, face ao contexto

pandêmico durante o período da investigação, poderia modificar o contexto e, também, os sujeitos do estudo.

Uma outra possibilidade foi levantada: atuar com os professores, com o uso de recursos digitais. Logo, em sendo assim, e se fosse do interesse deles, a questão estaria resolvida e poderia, assim, seguir considerando que estaria no percurso de uma etnopesquisa-formação. Mas a oportunidade de atuar no ambiente escolar, de forma presencial, surgiu no final do ano de 2021. Assim, como era a intenção primeira, os sujeitos da pesquisa seriam alunos do 5º ano do Ensino Fundamental. Ou seja, a incerteza pairava no ar e a questão ainda permanecia sem resposta.

Por convite da escola onde almejava realizar a colheita de informações, realizei um minicurso durante a semana pedagógica, do qual participaram professores da Educação Infantil e do Ensino Fundamental, sendo que a maioria era constituída por pedagogos, ou seja, de professores dos anos iniciais, os quais também ensinavam Matemática aos alunos que seriam os sujeitos da pesquisa. Ainda que esse minicurso não fizesse parte do presente estudo, ele permitiu observar e constatar algumas dificuldades acerca de conceitos e definições sobre conteúdos básicos de Matemática que também seriam abordados com os alunos. Dessa forma, convenci-me da pertinência do caráter formativo no presente estudo.

Quanto ao desejo e aceitação dos sujeitos, se eles não possuíam ainda essa autonomia e poder de decidir integrar uma formação, a própria instituição, ciente do contexto relatado, apontou a necessidade solicitando que, dentro do possível, fossem abordados, durante a colheita de informações, os conteúdos tratados no referido minicurso com os professores. Estava resolvido o problema da necessária concordância conjunta entre os responsáveis pelo ambiente da pesquisa, o *lócus* das atividades e o seu pesquisador.

Há a intenção, para não dizer necessidade, de realizar uma descrição densa (GEERTZ, 1989), o que nos permite afirmar que este estudo se caracteriza, também, pelo cunho descritivo. No entanto, cabe salientar que a tarefa aparentemente natural de fazer uma descrição torna-se uma questão interpretativa. O processo descritivo não consegue abarcar, em sua plenitude, todos os eventos passíveis de serem observados em um ambiente de estudo – ainda que se busque fazer uma descrição densa, com o intuito de reduzir a seletividade das categorias preconcebidas. As descrições podem ser consideradas interpretações de segunda ou terceira ordem,

pois representam as elaborações que o pesquisador faz das elaborações que os participantes fazem das coisas de que eles e seus pares se ocupam (YIN, 2016).

Dessa forma, a atual pesquisa possui abordagem qualitativa, tendo como fio condutor o paradigma interpretativista (GIL, 2009), cujas características são apresentadas no Quadro 12.

Quadro 12 – Características do paradigma interpretativo

Fundamento	Fenomenologia / Teoria Interpretativa
Natureza da realidade	Dinâmica, múltipla, holística, construída, divergente
Finalidade da investigação	Comprovar e interpretar a realidade, os significados das pessoas, percepções, intenções, ações
Relação sujeito/objeto	Dependência. Afetam-se. Inter-relação.
Valores	Explícitos. Influenciam na investigação.
Teoria/Prática	Relacionadas. Retroalimentação mútua.
Técnicas, Instrumentos, Estratégias	Qualitativos, descritivos. Perspectiva participante.
Análises de dados	Qualitativa: indução analítica, triangulação.

Fonte: Garcia e Castro (2017, adaptado).

Dentre as características apresentadas, tem-se a fenomenologia como fundamento. A fenomenologia é o estudo das essências, como que um ensaio de uma descrição direta de nossa experiência tal como ela é. Mas, diferentemente das ideias platônicas, essas essências são dadas intuitivamente, quando existe realização dos significados da consciência. Dessa forma, a ideia principal e fundante da fenomenologia é a noção de intencionalidade, quando a consciência está dirigida a um objeto, em que se reconhece o princípio de que não existe objeto sem sujeito (TRIVIÑOS, 2008).

O paradigma interpretativo, com base fenomenológica, substitui as noções científicas de explicação, predição e controle pela compreensão do significado e da ação, num contato mais próximo e direto com os sujeitos e de como eles interpretam as situações, como dão significados e quais intenções possuem. Dessa forma, busca-se a objetividade nos significados, evidenciada pelo acordo intersubjetivo do contexto em questão (GARCÍA; CASTRO, 2017).

Acerca do que vem a ser designado de intersubjetividade, Triviños (2008) afirma que representa uma das tentativas de promover uma relação entre os

problemas da extrema subjetividade e da extrema objetividade do conhecimento, em que se transformariam as formulações subjetivas em enunciados verdadeiros para todos os sujeitos.

2.1.2 Acessando o ambiente de pesquisa e caminhando

O momento de acessar o campo de pesquisa implica a fecundidade dos resultados da pesquisa. Claro, isso depende muito do tipo de acesso conquistado, haja vista que é fundamental a disponibilidade dos sujeitos envolvidos para que possam contribuir, informar, deixar-se observar, participar ativamente (MACEDO, 2004) e, também, para construir em conjunto o estudo iniciado por um e que só será concluído com a participação efetiva e construtiva de vários. No meu caso, no ambiente de pesquisa, ou seja, no campo ao qual necessitei ter acesso, eu não posso ser considerado um dos pares, haja vista que não pertencço ao quadro de funcionários, não sou um dos seus estudantes, nem professor. Dessa forma, o desafio da imersão investigativa se tornou maior, embora passível de ser vencido. E foi disso que fui em busca, neste caminhar.

Partindo da questão que direcionava a investigação, que se pauta no processo de aprendizagem de Matemática, mais especificamente na apreensão de objetos matemáticos, o olhar mais apurado seria voltado para alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental, nas relações que fazem entre os diversos objetos com os quais mantêm contato. Nesse sentido, busquei um contexto em que isso pudesse ocorrer: escolas.

Uma das escolas identificadas inicialmente localiza-se no bairro do Bonfim (Salvador/BA), pertencente à rede particular de ensino: foi a escola onde cursei todo o Ensino Fundamental. Posso afirmar que possuo um conhecimento significativo da sua rotina, haja vista que meus dois filhos foram alunos do Ensino Médio, além de possuir colegas que integram tanto o corpo da administração quanto o de professores.

Outra instituição pensada foi uma escola pública localizada no bairro de Águas Claras (Salvador/BA). Nessa, apenas mantinha relação mais próxima com um de seus professores. De qualquer forma, a escola sinalizou sobre a abertura do espaço escolar

para a realização da pesquisa. Contudo, o contexto pandêmico acerca da COVID-19 impossibilitou o prosseguimento do que fora inicialmente planejado.

Nesse sentido, considerando a impossibilidade de atuação na modalidade presencial, mantivemos novos contatos e acordamos com uma escola particular do município de Feira de Santana o desenvolvimento da colheita de informações naquele espaço, naquele momento, no formato *on-line*. Mas, como brevemente já comentado, ocorreu a possibilidade de atuar nessa mesma escola, mas de forma presencial, e assim foi feito, como será melhor relatado.

2.2 OS SUJEITOS DA INVESTIGAÇÃO

O grupo pesquisado foi o dos alunos do 5º ano dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Como verificado em Caldas (2016), futuros professores dos anos iniciais, os pedagogos, acreditam que é importante a presença de canções no processo de ensino e aprendizagem de Matemática, o que reforçou essa tomada de decisão. Mas outros fatores também justificaram a escolha: o fato de os Anos Iniciais constituírem o momento em que são apresentadas as primeiras ideias acerca dos objetos matemáticos, sejam os quatro blocos de conteúdos matemáticos recomendados⁸ (números e operações; espaço e forma; grandezas e medidas; e tratamento da informação) e/ou as unidades temáticas⁹ (números; álgebra; geometria; grandezas e medidas; e probabilidade e estatística); pela facilidade deste pesquisador em acessar ambientes escolares referentes a essa etapa escolar; e pelo fato de, nesse momento, serem utilizadas metodologias e estratégias didáticas que contemplam a arte, a música e as chamadas atividades lúdicas, conforme recomendações de documentos oficiais.

⁸ Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998).

⁹ Segundo a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017)

2.2.1 Compromissos éticos

Esta pesquisa segue as Resoluções nº 466/2012 (BRASIL, 2012) e nº 510/2016 (BRASIL, 2016) do Ministério da Saúde, concernentes a pesquisas com seres humanos, que tratam do sigilo, anonimato, preservação de imagens, previsão de riscos e cuidados com as participantes.

O projeto de pesquisa (CAAE: 63264922.5.0000.5531) foi aprovado pelo Comitê de Ética da Escola de Enfermagem da UFBA (CEE - UFBA), pelo parecer de nº 5.738.649 (ANEXO I), em 04 de novembro de 2022, o que possibilitou dar início às atividades na escola.

2.2.2 Da seleção dos sujeitos

Quanto à seleção dos sujeitos, foi proposto, à escola, um total de alunos entre 5 (cinco) e 15 (quinze). Quanto ao critério, sugeri que fosse por livre escolha, após a explicação de como seriam as atividades, mas que caberia à instituição, ao seu corpo gestor, a decisão que melhor fosse conveniente. Ao final, 12 (doze) alunos foram selecionados.

2.3 OS DISPOSITIVOS DE COLHEITA DE INFORMAÇÕES

Visando a colher as informações necessárias e em seu maior número e qualidade possíveis, utilizei da observação participante e de grupos dialógico-cancionais (CALDAS, 2016). Cabe registrar que a busca por outras referências teóricas aconteceu concomitante ao caminhar metodológico. Como bem salienta Macedo (2010), o trabalho de campo num estudo qualitativo se constitui uma certa

aventura pensada sempre de alguma forma em projeto, e que demanda constantes retomadas.

Faz-se necessário pontuar que, em estudos fenomenológicos, a tendência é usar o mesmo tipo de procedimentos de análise de “dados” que em um estudo não fenomenológico, mesmo considerando a singularidade dos eventos estudados nesse tipo de abordagem (YIN, 2016).

2.3.1 Coleta documental

Como almejado no início da investigação, a intenção era ter acesso a alguns documentos, como Projeto Político Pedagógico, Plano de Ensino, Planos de Aula, Livros didáticos, entre outros. Com eles, seria possível obter informações registradas que guiam a prática escolar, e direcionam como deve ocorrer o processo de ensino e aprendizagem no contexto da pesquisa. No entanto, seja por não acolhimento intencional por parte da escola ou devido à necessidade de resolução de outras demandas escolares, o que pode ter desviado a atenção acerca do pedido deste pesquisador, não foi possível analisar os documentos citados. De qualquer forma, considerando a obrigatoriedade de atendimento às normas legais relativas à Educação Básica, como a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), e do acolhimento ao tipo de pesquisa em questão, não visualizo prejuízo acerca do objetivo geral delineado neste estudo.

2.3.2 Observação

Considerando o contexto da crise sanitária que imperou durante a maior parte do período desta pesquisa, algumas atividades previstas não puderam ocorrer, algo já previsto ainda no ano de 2020.

Por esse método, pode-se obter um contato mais estreito e direto com o fenômeno pesquisado, da perspectiva dos sujeitos. A observação ocupa um lugar privilegiado nas abordagens de pesquisa educacional, pois ela possibilita um contato pessoal e próximo de quem investiga com o fenômeno investigado. Essa experiência direta representa o melhor teste de verificação da ocorrência de determinado fenômeno, mesmo em situações em que possam ocorrer dificuldades para o fornecimento de certos tipos de informações (LUDKE; ANDRÉ, 2014).

No presente estudo, as observações, do tipo espontâneo, sistemática e participante (GIL, 2009) deram conta do ambiente físico da escola, a qual dispõe de dois pavimentos:

- No térreo, encontra-se a área da gestão, da coordenação e da administração escolar; um salão de recreação (mesas de tênis de mesa, totó etc.); campo de grama sintética descoberta; parque infantil; barco de areia; depósitos, dentre outros;
- No pavimento superior estão salas de aula equipadas com *data-show* e ponto para conexão de dispositivos digitais específicos adotados pela escola.
- Lateralmente ao prédio descrito, consta um galpão/ginásio com quadra poliesportiva, onde são realizadas diversas atividades. A escola conta ainda com piscina, sala *maker*¹⁰, sala de música e sala sócio-emocional.

Acerca de parte da rotina da chegada dos alunos à escola, foi possível constatar que são sempre bem recepcionadas pelos funcionários responsáveis pelo acesso, os quais mantêm uma relação amigável e próxima com os familiares desses alunos. No espaço interno, seja antes do início ou após as atividades da pesquisa realizadas, os alunos demonstravam satisfação por estarem naquele ambiente, quase sempre explorando o salão de jogos, e sempre mediante supervisão de algum funcionário.

Considerando que a observação pode recorrer aos conhecimentos e experiências pessoais como uma maneira de auxiliar o processo de compreensão e interpretação do fenômeno estudado (LUDKE; ANDRÉ, 2014), destaco dois eventos

¹⁰ Espaço onde os estudantes podem desenvolver projetos diversos, especificamente os voltados ao uso de tecnologias digitais.

ocorridos, mesmo que não tenham sido parte da pesquisa, haja vista suas singularidades e possibilidades de contribuição para uma melhor olhar acerca do lócus da pesquisa: um, a participação deste pesquisador como ministrante de um minicurso para professores, conforme já mencionado anteriormente, no mesmo espaço educativo; e outro, a participação como convidado em duas aulas de Matemática com alunos do Ensino Médio e dos Anos Finais do Ensino Fundamental.

No minicurso, como já relatado, a maioria dos professores era unidocentes, ou seja, pedagogos, professores que ensinam os conteúdos matemáticos abordados neste estudo. Durante a atividade, utilizei dados, sólidos geométricos e cubos mágicos para discutir acerca das definições de quadrado, retângulo, losango, cubo e paralelepípedo. Nessa prática não foram apresentadas canções, mas, sim, alguns poemas que tratavam desses conteúdos. Os professores pareciam bem integrados e satisfeitos por estarem naquele ambiente. As atividades (discussões acerca dos conceitos de cubo, quadrado e retângulo, mediante a utilização de cubos mágicos e dados com quantidades variadas de faces) foram iniciadas no campo de grama sintética, com todos sentados; e, num segundo momento, dirigimo-nos a uma sala de aula/reunião, a fim de poder dar continuidade aos diálogos já com outro tipo de abordagem, mais sistemática do que exploratória (caso da primeira parte). Os professores, ainda que em um nível de entendimento mais elaborado do que os seus alunos, apresentavam dificuldades em identificar alguns elementos geométricos, o que foi sendo cuidadosamente discutido durante toda a capacitação¹¹. Mesmo que, de uma forma geral, e ao menos naquele momento, muitas dúvidas foram dirimidas, acredito ser necessário que a escola promova mais momentos formativos e de estudos que possam favorecer melhor a construção de novos conhecimentos acerca das temáticas tratadas.

Já como convidado, as duas aulas de Matemática com alunos do Ensino Médio e dos Anos Finais do Ensino Fundamental aconteceram durante o período pandêmico, em que não era possível a presencialidade. Após convite da direção da escola e mediante contato do professor licenciado em Matemática, foi combinado que eu participaria das aulas (remotamente), seja para falar sobre minhas formações acadêmicas (para a turma do 3º ano do Ensino Médio), seja para apresentar algumas

¹¹ Termo utilizado pela escola para atividades formativas.

canções de minha autoria que abordam conteúdos matemáticos (para a turma do 9º ano).

Essa ação pedagógica, a meu ver, demonstra uma busca por atividades diversas que possam contribuir tanto para o processo de ensino e aprendizagem de Matemática como para uma maior integração dos seus alunos. A conduta do professor de Matemática também há que ser considerada, haja vista suas falas em defesa da diversidade de estratégias didáticas que possibilitem promover melhorias no processo educativo, mais especificamente relacionadas a conteúdos matemáticos.

2.3.3 Dos encontros presenciais: os grupos dialógico-cancionais (GDC)

A escolha pelos grupos dialógico-cancionais se deu tanto pela natureza e temática dos fenômenos tratados, como pela experiência frutífera de investigação anterior (CALDAS, 2016). Nos encontros,

os participantes não iriam, apenas, dialogar sobre fatos descritos ou exibidos. Eles iriam, também, participar de práticas sobre as quais apresentariam compreensões e suscitariam, assim, compreensões acerca de suas compreensões. Seja cantando, dançando, ouvindo canções ou tocando instrumentos musicais (...). Ou seja, os diálogos seriam expressos além das entoações naturais da fala. Seriam complementados e/ou, talvez, potencializados por ações derivadas do contato com as músicas e as canções (p. 25).

Como será melhor discutido mais adiante, o fundante deste estudo é o trânsito no qual os alunos se fizeram presentes ao se encontrarem com os objetos matemáticos. Esse transitar pressupõe as diversas formas de criação e representação desses objetos (um desenho de um quadrado na lousa, a forma retangular da mesa do professor, o círculo da estampa de uma mochila, um dado, uma fala, uma canção). Sendo assim, o momento de encontro com esses elementos, mediante canções, precisa acontecer da forma mais integrada possível com esse formato de apresentação. Dessa forma, entendo que a mera audição (prática mais usual em atividades escolares, nas quais as músicas e canções se fazem presentes) não

contempla uma experiência mais integrada acerca do que se pode sentir, perceber e compreender quando em contato com esse tipo de manifestação artística, a canção.

Além disso, mais algumas justificativas para o uso dos grupos dialógico-cancionais nesta pesquisa são: o fortalecimento do debate vivo; as concepções próprias dos sujeitos sobre o ensino e a aprendizagem de Matemática mediante canções, confrontando as experiências que têm e a participação na interação com o grupo; e a oportunidade de conhecimento mútuo entre o grupo e o pesquisador, pelo exercício de convivência das mesmas partes em uma multiplicidade de aspectos.

Já presente em investigação anterior, como fora sinalizado, continuo a perceber essa escolha (os grupos dialógico-cancionais) como um desvio em relação ao que está posto como referência que se coloca, segundo Macedo (2010), como uma certa microtransgressão, uma microtraição criativa.

Como em Caldas (2016), também aqui aponto algumas dificuldades que visualizei no transcorrer dessas atividades investigativas:

- a) Direcionamento da pesquisa determinado inicialmente pelo pesquisador e não pelos sujeitos convidados a integrarem a investigação;
- b) Certas discussões geradas durante os encontros, as quais nem sempre puderam convergir para os objetivos do trabalho, principalmente devido à faixa etária dos sujeitos;
- c) Logística intraescolar para reunir os integrantes dos grupos;
- d) Contexto para a reunião dos grupos;
- e) Influência sobre os sujeitos;
- f) Recusa e/ou dificuldade dos sujeitos de falarem sobre suas dificuldades, quando questionados.

2.3.3.1 Da distribuição dos grupos dialógico-cancionais (GDC)

A distribuição dos encontros ocorreu conforme o Quadro 13, a seguir:

Quadro 13 – Distribuição de encontros – Data e Duração

GDC	DATA	DURAÇÃO
GDC1	07/11	1h30min
GDC2	07/11	1h30min
GDC3	11/11	1h30min
GDC4	11/11	1h30min
GDC5	18/11	1h30min
GDC6	18/11	1h30min
TOTAL	-	9h

Fonte: Elaboração própria (2023).

Ou seja, foram 6 (seis) encontros presenciais durante o ano letivo de 2022, diferente do que havia sido planejado à época da qualificação. A mudança se deu por levar em consideração a grande quantidade de informações que seriam obtidas durante os 12 (doze) encontros que se almejava, que, muito provavelmente, poderiam gerar dificuldades no momento do tratamento e da análise delas. Por outro lado, por já ter atuado com a mesma estratégia de colheita de informações (ainda que os objetivos tenham sido outros) em Caldas (2016), imaginei que a melhor escolha seria, sim, a redução da quantidade dos encontros, sem qualquer tipo de prejuízo para a pesquisa, como constatado.

A escolha da época do ano se deu, primeiro, por dificuldades pessoais em realizar as atividades ainda no primeiro semestre, bem como por necessitar atender ao cronograma apresentado ao Comitê de Ética, cujo prazo para análise foi de quase três meses. Os encontros ocorreram no próprio ambiente escolar dos alunos, no contraturno, com duração de uma hora e meia cada (por escolha e baseado na oferta de dias e horários pela escola), em três dias, sendo dois por dia, com um intervalo de 30 minutos entre eles.

Quanto à seleção dos alunos que integraram grupos investigados, eles integraram uma mesma turma escolar (o que considerei positivo para a pesquisa, pela provável maior naturalidade com que participaram das atividades propostas), num total de 12 componentes escolhidos pela própria escola (por adesão, após informe sobre como seriam as atividades).

Para poder registrar os diálogos e as manifestações diversas nos encontros, utilizei um gravador de áudio digital da marca *Sony*, modelo ICD-PX312 2GB e dois celulares (modelos LG G6 e Galaxy A72). Enquanto um celular permaneceu sobre uma mesa em que foram dispostos dados e outros objetos, o gravador ficou num dos bolsos da calça, e o outro celular no outro bolso. Esse procedimento visava evitar perdas dos registros, haja vista que algum dos dispositivos poderia apresentar algum tipo de problema de funcionamento, seja por descarga de bateria ou alguma outra situação. De qualquer forma, as gravações foram comunicadas de forma antecipada, sendo que ninguém teria sua identidade revelada, como descrito na documentação submetida ao Comitê de Ética.

Conforme apresentado ao Comitê de Ética e comunicado aos alunos, os dados e instrumentos utilizados na pesquisa ficarão arquivados com o pesquisador responsável por um período de 5 (cinco) anos e, após esse tempo, serão destruídos, assim como nenhum dos integrantes dos grupos dialógico-cancionais terá sua identidade revelada. Dessa forma, aqui faço menção a eles pelos seguintes pseudônimos (heróis de histórias em quadrinhos e do cinema): Mulher-Maravilha, Capitã Marvel, Viúva Negra, Wanda, Feiticeira, Hulk, Capitão América, Homem de Ferro, Thor, Homem-Aranha, Demolidor e Batman.

No Quadro 14, a seguir, aparece a caracterização dos sujeitos integrantes dos encontros, de uma forma mais detalhada.

Quadro 14 – Caracterização dos sujeitos

SUJEITOS DOS GRUPOS DIALÓGICO-CANCIONAIS	SEXO	FAIXA ETÁRIA
Mulher-Maravilha	F	10-11
Capitã Marvel	F	10-11
Viúva Negra	F	10-11
Wanda	F	10-11
Feiticeira	F	10-11
Hulk	M	10-11
Capitão América	M	10-11
Homem de Ferro	M	10-11

Thor	M	10-11
Homem-Aranha	M	10-11
Demolidor	M	10-11
Batman	M	10-11

Fonte: Elaboração própria (2023).

2.3.3.2 A dinâmica dos encontros presenciais

Os 6 (seis) encontros tiveram as seguintes atividades realizadas (Quadro 15):

Quadro 15 – Atividades por cada encontro

ENCONTRO	ATIVIDADES	OBJETIVOS	DURAÇÃO
GDC1	Apresentação dos objetivos dos encontros e das atividades a serem desenvolvidas.	Informar e esclarecer aos alunos os motivos das atividades e como ocorrerão.	10 minutos
	<ul style="list-style-type: none"> <li data-bbox="432 611 1171 842">• Apresentação de cada participante, em uma dinâmica na qual cada um falou seu nome e, em seguida, provocou um som corporal (batendo as palmas das mãos, batendo os pés no chão etc.), tendo que repetir os dois sons anteriores feitos por outros colegas (somente o primeiro aluno repetiu apenas uma sonoridade, que foi a minha); <li data-bbox="432 914 1171 1114">• Exercício de percepção musical, reconhecimento de timbres, com instrumentos de percussão. Mostrei alguns tipos, relacionando cada instrumento com um número. Em seguida, toquei alguns deles e os participantes foram desafiados a acertar a sequência correta; <li data-bbox="432 1185 1171 1422">• Elaboração de ritmo, com o auxílio de instrumentos musicais de percussão, e acompanhamento de uma canção executada. Os alunos foram convidados a elaborar um ritmo (samba-reggae) para acompanharem a execução de uma canção, que toquei com um violão. Cada participante teve a liberdade de escolher o instrumento que desejou, 	<p data-bbox="1193 611 1722 707">Incentivar a produção de sons, seja com a utilização de algum tipo de instrumento musical, objeto ou com o próprio corpo;</p> <p data-bbox="1193 842 1722 906">Exercitar as percepções musicais dos alunos;</p> <p data-bbox="1193 1153 1722 1217">Sondar suas preferências e gostos musicais;</p> <p data-bbox="1193 1249 1722 1385">Possibilitar outras formas de contato com a canção, além da audição, como tocar um instrumento musical, dançar ou cantar.</p>	80 minutos

	<p>sendo que também sugeri, para alguns, o uso do próprio corpo para auxiliar no ritmo (batendo os pés no chão ou as palmas das mãos).</p> <ul style="list-style-type: none"> • Apresentação de manifestações sonoras, utilizando um violão e um bandolim, bem como um celular (áudio). Foram 5 manifestações sonoras <p>Durante as atividades, lancei ao grupo questões acerca das sensações e preferências musicais relativas a todas as atividades dos quais participaram até então.</p>		
GDC2	<p>Apresentações de 08 (oito) canções que abordavam conteúdos matemáticos em suas letras. Dentre elas, 6 (seis) sem acesso às letras e 2 (duas) com acesso a parte das letras.</p> <p>Convite aos alunos para acompanharem as canções (cantando, dançando, apenas escutando ou utilizando o corpo de forma percussiva).</p>	<p>Permitir contato com as canções selecionadas.</p> <p>Possibilitar envolvimento maior no contato com canções que abordam conteúdos matemáticos, em suas múltiplas dimensões.</p>	90 minutos

	<p>Questões norteadoras:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Do que vocês gostam na canção apresentada? • Do que vocês não gostam na canção apresentada? • A canção faz lembrar de alguma outra canção, cantor, grupo ou banda? • Dá para dançar, cantar ou tocar com essa canção? • Algum aspecto da canção, em particular, chamou a atenção? Qual? 	<p>Conhecer quais elementos da canção geram interesse ou desinteresse nos alunos.</p>	<p>Todo o período</p>
	<p>Questões norteadoras:</p> <ul style="list-style-type: none"> • O que vocês pensam sobre a utilização de canções para a aprendizagem de conteúdos? • O que vocês podem dizer sobre a canção que acabamos de ouvir/cantar? Que parte dela vocês destacariam? Por quê? • Sobre o conteúdo apresentado, a canção foi suficiente para sua apreensão ou vocês sentem a necessidade de explicações adicionais? • Compare a forma de apresentação do conteúdo em forma de canção de outras formas (explicações do professor, exercícios etc.). • Quais as vantagens e desvantagens do uso de canções? • Das que vocês conhecem, quais as melhores formas para aprender esse conteúdo? 	<p>Compreender como os alunos percebem a canção como uma forma de contribuição na aprendizagem do conteúdo;</p> <p>Examinar como o formato canção contribui no entendimento do conteúdo abordado em sua letra; Identificar/Conhecer outras formas de mostrar o conteúdo, lembradas pelos alunos.</p> <p>Examinar como o formato canção contribui no entendimento do conteúdo abordado em sua letra quando relacionado a outras formas de apresentação lembradas pelos alunos.</p>	<p>Todo o período</p>

GDC3	<p>Apresentações de 05 (cinco) canções que abordavam conteúdos matemáticos em suas letras. Todas as canções tiveram parte ou toda a sua letra acessada pelos alunos.</p> <p>Convite aos alunos para acompanharem as canções (cantando, dançando, apenas escutando ou utilizando o corpo de forma percussiva).</p>	<p>Permitir contato com as canções selecionadas.</p> <p>Possibilitar envolvimento maior no contato com canções que abordam conteúdos matemáticos, em suas múltiplas dimensões.</p>	<p>90 minutos</p>
	<p>Questões norteadoras:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Do que vocês gostam na canção apresentada? • Do que vocês não gostam na canção apresentada? • A canção faz lembrar de alguma outra canção, cantor, grupo ou banda? • Dá para dançar, cantar ou tocar com essa canção? • Algum aspecto da canção, em particular, chamou a atenção? Qual? 	<p>Conhecer quais elementos da canção geram interesse ou desinteresse nos alunos.</p>	<p>Todo o período</p>
	<p>Questões norteadoras:</p> <ul style="list-style-type: none"> • O que vocês pensam sobre a utilização de canções para a aprendizagem de conteúdos? • O que vocês podem dizer sobre a canção que acabamos de ouvir/cantar? Que parte dela vocês destacariam? Por quê? • Sobre o conteúdo apresentado, a canção foi suficiente para sua apreensão ou vocês sentem a necessidade de explicações adicionais? • Compare a forma de apresentação do conteúdo em forma de canção de outras formas (explicações do professor, exercícios etc.) 	<p>Compreender como os alunos percebem a canção como uma forma de contribuição na aprendizagem do conteúdo;</p> <p>Examinar como o formato canção contribui no entendimento do conteúdo abordado em sua letra; Identificar/Conhecer outras formas de mostrar o conteúdo, lembradas pelos alunos.</p>	<p>Todo o período</p>

	<ul style="list-style-type: none"> Quais as vantagens e desvantagens do uso de canções? Das que vocês conhecem, quais as melhores formas para aprender esse conteúdo? 	Examinar como o formato canção contribui no entendimento do conteúdo abordado em sua letra quando relacionado a outras formas de apresentação lembradas pelos alunos.	
GDC4	Apresentação, novamente, de uma das canções do encontro anterior.	Permitir contato com a canção selecionada.	90 minutos
	Convite aos alunos para acompanharem a canção (cantando, dançando ou tocando com algum instrumento musical percussivo disponível ou com o próprio corpo).	Possibilitar envolvimento maior no contato com canções que abordam conteúdos matemáticos, em suas múltiplas dimensões.	
	<p>Questões norteadoras:</p> <ul style="list-style-type: none"> Do que vocês gostam na canção apresentada? Do que vocês não gostam na canção apresentada? A canção faz lembrar de alguma outra canção, cantor, grupo ou banda? Dá para dançar, cantar ou tocar com essa canção? Algum aspecto da canção, em particular, chamou a atenção? Qual? 	Conhecer quais elementos da canção geram interesse ou desinteresse nos alunos.	Todo o período
<p>Questões norteadoras:</p> <ul style="list-style-type: none"> O que vocês pensam sobre a utilização de canções para a aprendizagem de conteúdos? O que vocês podem dizer sobre a canção que acabamos de ouvir/cantar? Que parte dela vocês destacariam? Por quê? Sobre o conteúdo apresentado, a canção foi suficiente para sua apreensão ou vocês sentem a necessidade de explicações adicionais? 	<p>Compreender como os alunos percebem a canção como uma forma de contribuição na aprendizagem do conteúdo;</p> <p>Examinar como o formato canção contribui no entendimento do conteúdo abordado em sua letra;</p>	Todo o período	

	<ul style="list-style-type: none"> • Compare a forma de apresentação do conteúdo em forma de canção de outras formas (explicações do professor, exercícios etc.) • Quais as vantagens e desvantagens do uso de canções? • Das que vocês conhecem, quais as melhores formas para aprender esse conteúdo? 	<p>Identificar/Conhecer outras formas de mostrar o conteúdo, lembradas pelos alunos.</p> <p>Examinar como o formato canção contribui no entendimento do conteúdo abordado em sua letra quando relacionado a outras formas de apresentação lembradas pelos alunos.</p>	
GDC5	<p>Apresentação, novamente, da canção do encontro anterior.</p> <p>Apresentação de uma outra canção, ainda não conhecida pelos alunos, cantada por mim, com um bandolim, sem a disponibilização da letra.</p> <p>Convite aos alunos para acompanharem as canções (cantando, dançando ou tocando com algum instrumento musical percussivo disponível ou com o próprio corpo).</p>	<p>Permitir contato com a canção selecionada.</p> <p>Possibilitar envolvimento maior no contato com canções que abordam conteúdos matemáticos, em suas múltiplas dimensões.</p>	90 minutos
	<p>Questões norteadoras:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Do que vocês gostam na canção apresentada? • Do que vocês não gostam na canção apresentada? • A canção faz lembrar de alguma outra canção, cantor, grupo ou banda? • Dá para dançar, cantar ou tocar com essa canção? • Algum aspecto da canção, em particular, chamou a atenção? Qual? 	<p>Conhecer quais elementos da canção geram interesse ou desinteresse nos alunos.</p>	Todo o período
	<p>Questões norteadoras:</p> <ul style="list-style-type: none"> • O que vocês pensam sobre a utilização de canções para a aprendizagem de conteúdos? 	<p>Compreender como os alunos percebem a canção como uma forma de contribuição na aprendizagem do conteúdo;</p>	Todo o período

	<ul style="list-style-type: none"> • O que vocês podem dizer sobre a canção que acabamos de ouvir/cantar? Que parte dela vocês destacariam? Por quê? • Sobre o conteúdo apresentado, a canção foi suficiente para sua apreensão ou vocês sentem a necessidade de explicações adicionais? • Compare a forma de apresentação do conteúdo em forma de canção de outras formas (explicações do professor, exercícios etc.) • Quais as vantagens e desvantagens do uso de canções? • Das que vocês conhecem, quais as melhores formas para aprender esse conteúdo? 	<p>Examinar como o formato canção contribui no entendimento do conteúdo abordado em sua letra; Identificar/Conhecer outras formas de mostrar o conteúdo, lembradas pelos alunos.</p> <p>Examinar como o formato canção contribui no entendimento do conteúdo abordado em sua letra quando relacionado a outras formas de apresentação lembradas pelos alunos.</p>	
GDC6	<p>Apresentação, novamente, da canção que era desconhecida pelos alunos, executada como no encontro anterior.</p> <p>Convite aos alunos para acompanharem a canção (cantando, dançando ou tocando com algum instrumento musical percussivo disponível ou com o próprio corpo).</p>	<p>Permitir contato com a canção selecionada.</p> <p>Possibilitar envolvimento maior no contato com canções que abordam conteúdos matemáticos, em suas múltiplas dimensões.</p>	70 minutos
	<p>Questões norteadoras:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Do que vocês gostam na canção apresentada? • Do que vocês não gostam na canção apresentada? • A canção faz lembrar de alguma outra canção, cantor, grupo ou banda? • Dá para dançar, cantar ou tocar com essa canção? • Algum aspecto da canção, em particular, chamou a atenção? Qual? 	<p>Conhecer quais elementos da canção geram interesse ou desinteresse nos alunos.</p>	Todo o período

	<p>Questões norteadoras:</p> <ul style="list-style-type: none"> • O que vocês pensam sobre a utilização de canções para a aprendizagem de conteúdos? • O que vocês podem dizer sobre a canção que acabamos de ouvir/cantar? Que parte dela vocês destacariam? Por quê? • Sobre o conteúdo apresentado, a canção foi suficiente para sua apreensão ou vocês sentem a necessidade de explicações adicionais? • Compare a forma de apresentação do conteúdo em forma de canção de outras formas (explicações do professor, exercícios etc.) • Quais as vantagens e desvantagens do uso de canções? • Das que vocês conhecem, quais as melhores formas para aprender esse conteúdo? 	<p>Compreender como os alunos percebem a canção como uma forma de contribuição na aprendizagem do conteúdo;</p> <p>Examinar como o formato canção contribui no entendimento do conteúdo abordado em sua letra; Identificar/Conhecer outras formas de mostrar o conteúdo, lembradas pelos alunos.</p> <p>Examinar como o formato canção contribui no entendimento do conteúdo abordado em sua letra quando relacionado a outras formas de apresentação lembradas pelos alunos.</p>	<p>Todo o período</p>
	<p>Questões norteadoras:</p> <ul style="list-style-type: none"> • O que acharam dos encontros? • O que foi positivo para vocês? • O que foi negativo? • O que poderia ser melhor? 	<p>Avaliar os encontros.</p>	<p>20 minutos</p>

Fonte: Elaboração própria (2023).

Os critérios para a seleção das canções foram:

- Com letras que abordassem os conteúdos quadrado e retângulo (formas geométricas) bem como cubo e paralelepípedo (sólidos geométricos);
- Que estivessem disponíveis no *YouTube*;
- Diversidade de gêneros musicais.

Importante registrar a dificuldade de localização de canções voltadas para o público considerado na pesquisa, o de alunos do 5º ano do Ensino Fundamental: a grande maioria, ainda que tratando dos conteúdos já sinalizados, focava a Educação Infantil. Em Caldas (2016), apontei a existência de um canal no *YouTube* e um *site* chamado “Cantando a Matemática”. No entanto, o *site* não está mais ativo, bem como o canal não tem vídeos que abordem os conteúdos desejados e, também, já não ocorrem novas postagens há dois anos. Essa situação comprova que, além da escassez de estudos acerca da temática desta investigação, também ocorre uma falta de materiais organizados, sejam eles presentes em formatos físicos ou digitais.

De todo modo, por também criar canções desse tipo, assim como ter um canal no *YouTube*, algumas das minhas canções foram selecionadas. Cabe deixar claro que aqui não se objetivou tecer uma análise específica das minhas canções em detrimento das outras.

- **O primeiro encontro – Grupo Dialógico-Cancional 1 (GDC1)**

Visando conhecer e realizar a arrumação da sala de forma antecipada, antes da chegada dos alunos, cheguei à escola às 13h, com uma hora de antecedência do horário agendado com a direção (14h). A sala era localizada no pavimento superior (onde estava distribuída a maioria das salas de aula) e tinha capacidade de comportar, de forma confortável, até 20 (vinte) alunos. Distribuí as carteiras em formato de semicírculo, a fim de que todos pudessem ver os colegas durante todas as atividades. Por ocorrer no período vespertino, contraturno do período das aulas dos alunos, o

movimento na escola era tranquilo e silencioso.

O encontro, agendado para as 14h, teve duração de 1h30min, e os seguintes objetivos:

- Informar e esclarecer aos alunos os motivos das atividades e como ocorrerão;
- Incentivar a produção de sons, seja com a utilização de algum tipo de instrumento musical, objeto ou com o próprio corpo;
- Exercitar as percepções musicais dos alunos;
- Sondar suas preferências e gostos musicais;
- Possibilitar outras formas de contato com a canção, além da audição, como tocar um instrumento musical, dançar ou cantar.

Durante a dinâmica do encontro, não busquei necessariamente seguir todos os objetivos listados de forma sequencial, mas sim permaneci atento, visando sempre que possível poder atingi-los.

Quando os alunos entraram na sala, eu já tinha arrumado uma mesa pequena (centralizada e à frente da mesa de professores) com diversos dados e cubos mágicos (Foto 01). Já no chão, estavam espalhados diversos instrumentos percussivos, bem como um ábaco e uma tábua de 100 (cem) unidades do Material Dourado (Foto 02). Também, apoiados em suportes, no chão, estavam um violão de 6 (seis) cordas de *nylon* (Foto 03), um ukelele (Foto 04) e um bandolim (Foto 05).

Foto 01 – Dados e cubos mágicos



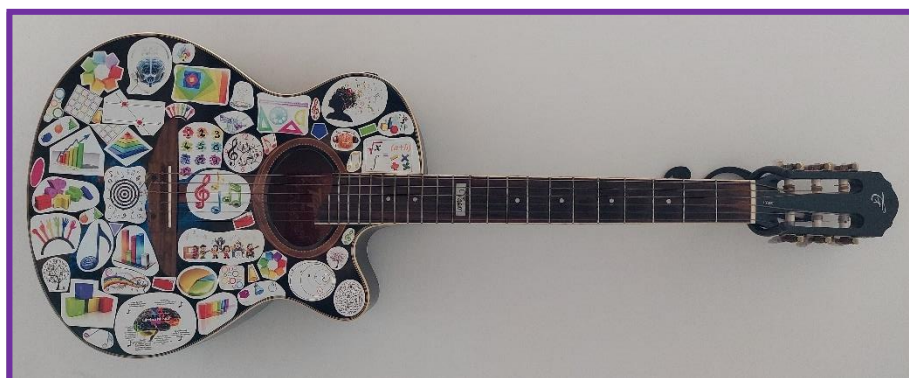
Fonte: Acervo pessoal do autor. Foto tirada em: 14 nov. 2022.

Foto 02 – Objetos percussivos



Fonte: Acervo pessoal do autor. Foto tirada em: 14 nov. 2022.

Foto 03 – Violão de nylon



Fonte: Acervo pessoal do autor. Foto tirada em: 14 nov. 2022.

Foto 04 – Ukelele



Fonte: Acervo pessoal do autor. Foto tirada em: 14 nov. 2022.

Foto 05 – Bandolim



Fonte: Acervo pessoal do autor. Foto tirada em: 14 nov. 2022.

Após explicar o objetivo do nosso encontro, convidei o grupo para participar das atividades, mas sem obrigatoriedade alguma, como já comentado. Elas ocorreram quase sempre intercaladas por questões e discussões que diziam respeito aos temas abordados, seja por iniciativa do pesquisador ou dos próprios alunos. Esse complemento metodológico, a redução na rigidez do processo (embora sempre buscando o rigor) e a busca pela horizontalidade das discussões, justifica a denominação adotada para os encontros. Por outro lado, não há como negar, também, a grande influência das minhas experiências, sejam em estudos anteriores, sejam em outros espaços acadêmicos ou minicursos abertos tanto a estudantes quanto a professores de espaços formais de educação ou não.

Embora já sinalizado em Caldas (2016), reitero meu entendimento de que esse tipo de condução metodológica não deixa de ser um desvio (calculado) em relação ao que estava posto como referência (os grupos dialogais e/ou os grupos focais), colocando-se, como pontua Macedo (2010), como uma certa microtransgressão, uma microtraição criativa.

As atividades realizadas, foram:

- Apresentação de cada participante, em uma dinâmica na qual cada um falou seu nome e, em seguida, provocou um som corporal (batendo as palmas das mãos, batendo os pés no chão etc.), tendo de repetir os dois sons anteriores feitos por outros colegas (somente o primeiro aluno repetiu apenas uma sonoridade, que foi a minha);

- Exercício de percepção musical, reconhecimento de timbres, com instrumentos de percussão. Mostrei alguns tipos, relacionando cada instrumento com um número. Em seguida, toquei alguns deles e os participantes foram desafiados a acertar a sequência correta;
- Elaboração de ritmo, com o auxílio de instrumentos musicais de percussão, e acompanhamento de uma canção executada. Os alunos foram convidados a elaborar um ritmo (samba-reggae) para acompanharem a execução da canção “Protesto Olodum”¹², que toquei com um violão. Cada participante teve a liberdade de escolher o instrumento que desejou, sendo que também sugeri, para alguns, o uso do próprio corpo para auxiliar no ritmo (batendo os pés no chão ou as palmas das mãos);
- Apresentação de manifestações sonoras, utilizando um violão e um bandolim, bem como um celular (áudio). Foram 5 manifestações sonoras (“Marcha turca”¹³, “Se ainda existe amor”¹⁴, “*Afraid of letting g*”¹⁵, “Flor de Lis”¹⁶ e “Faz um milagre em mim”¹⁷, onde se buscou variar os gêneros musicais e as épocas de criação de cada uma delas.

Durante as atividades, lancei ao grupo questões acerca das sensações e preferências musicais relativas a todas as atividades das quais participaram até então.

- **O segundo encontro – Grupo Dialógico-Cancional 2 (GDC2)**

¹² Um samba-reggae composto pelo cantor e compositor Tatau. Disponível em: <https://youtu.be/Kyx8Eg5S1TA>. Acesso em: 10 out. 2022.

¹³ Composição do músico austríaco Wolfgang Amadeus Mozart. Disponível em: <https://youtu.be/TzdCgRfloUI>. Acesso em: 10 out. 2022

¹⁴ Canção interpretada por João Gomes. Disponível em: <https://youtu.be/Z77zbl2qaME>. Acesso em: 10 out. 2022.

¹⁵ Disponível em: <https://youtu.be/RbZUbbTEgnA>. Acesso em: 10 out. 2022.

¹⁶ Canção de Djavan. Disponível em: <https://youtu.be/peR8eOcGA3M>. Acesso em: 10 out. 2022.

¹⁷ Canção interpretada por Régis Danese. Disponível em: <https://youtu.be/7HoryeEy-aA>. Acesso em: 10 out. 2022.

O encontro, agendado para as 16h, teve duração de 1h30min, e os seguintes objetivos:

- Permitir contato com as canções selecionadas;
- Possibilitar envolvimento maior no contato com canções que abordam conteúdos matemáticos, em suas múltiplas dimensões;
- Conhecer quais elementos da canção geram interesse ou desinteresse nos alunos;
- Compreender como os alunos percebem a canção como uma forma de contribuição na aprendizagem do conteúdo;
- Examinar como o formato canção contribui no entendimento do conteúdo abordado em sua letra;
- Identificar/Conhecer outras formas de mostrar o conteúdo, lembradas pelos alunos;
- Examinar como o formato canção contribui no entendimento do conteúdo abordado em sua letra quando relacionado a outras formas de apresentação lembradas pelos alunos.

As atividades realizadas, foram:

- Apresentações de 08 (oito) canções que abordavam conteúdos matemáticos em suas letras. Dentre elas, 6 (seis) sem acesso às letras e 2 (duas) com acesso a parte das letras (Apêndices A e B). As canções apresentadas foram:

01 – Aprender formas¹⁸, do canal do *YouTube*. “Kids Tv em Português - música infantil e educação”;

02 – O quadrado¹⁹, também localizada no *YouTube*;

03 – Aprenda as formas geométricas²⁰, do canal infantil “Os Amiguinhos”, do *YouTube*;

04 – A música das formas geométricas²¹, do canal infantil “Aqui bebês cantam” do *YouTube*;

¹⁸ Disponível em: <https://youtu.be/VT7VWjVOIMM>. Acesso em: 10 out. 2022.

¹⁹ Disponível em: <https://youtu.be/NISIn5p32Pc>. Acesso em: 10 out. 2022.

²⁰ Disponível em: <https://youtu.be/hsV7A6T0PJU>. Acesso em: 10 out. 2022.

²¹ Disponível em: <https://youtu.be/MESwCbdgJZ4>. Acesso em: 10 out. 2022.

05 – A música das formas geométricas²², do canal infantil “Casa TeeHee” do *YouTube*. A canção possui a mesma letra e melodia da anterior, embora com vozes diferentes, agora como se fossem dois adultos conversando, enquanto na anterior eram animações de animais;

06 – Música das formas geométricas²³, do canal infantil “Árvore do Brasil” do *YouTube*;

07 – La canción de las figuras geométricas²⁴, do canal infantil “Lunacreciente” do *YouTube*;

08 – As formas geométricas²⁵, do canal infantil “Gugu DadaTv” do *YouTube*.

Durante todas as apresentações, os alunos foram convidados a acompanharem as canções (cantando, dançando, apenas escutando ou utilizando o corpo de forma percussiva). Ademais, o grupo respondeu diversas perguntas relacionadas às questões norteadoras.

- **O terceiro encontro – Grupo Dialógico-Cancional 3 (GDC3)**

O encontro, agendado para as 14h, teve duração de 1h30min, e os seguintes objetivos:

- Permitir contato com as canções selecionadas;
- Possibilitar envolvimento maior no contato com canções que abordam conteúdos matemáticos, em suas múltiplas dimensões;
- Conhecer quais elementos da canção geram interesse ou desinteresse nos alunos;
- Compreender como os alunos percebem a canção como uma forma de contribuição na aprendizagem do conteúdo;

²² Disponível em: <https://youtu.be/HcPMoOu1tSw>. Acesso em: 10 out. 2022.

²³ Disponível em: <https://youtu.be/r0hy8BzSY04>. Acesso em: 10 out. 2022.

²⁴ Disponível em: <https://youtu.be/65wZuz-8u-k>. Acesso em: 10 out. 2022.

²⁵ Disponível em: <https://youtu.be/0kjyR9Q2rwE>. Acesso em: 10 out. 2022.

- Examinar como o formato canção contribui no entendimento do conteúdo abordado em sua letra;
- Identificar/Conhecer outras formas de mostrar o conteúdo, lembradas pelos alunos;
- Examinar como o formato canção contribui no entendimento do conteúdo abordado em sua letra quando relacionado a outras formas de apresentação lembradas pelos alunos.

As atividades realizadas, foram:

- Apresentações de 05 (cinco) canções que abordavam conteúdos matemáticos em suas letras. Todas as canções tiveram parte ou toda a sua letra acessada pelos alunos (Apêndices C, D, E, F e G). As canções apresentadas foram:

01 – Canção das formas²⁶, do canal infantil “Toobys Portugues” do *YouTube*;

02 – Cada coisa tem seu formato²⁷, do canal infantil “Mundo Bitá” do *YouTube*;

03 – Aprendendo o retângulo²⁸, disponível no *YouTube*;

04 – Retângulo²⁹, do canal “Eu canto Matemática”³⁰, do *YouTube*;

05 – Cubo³¹, também do canal “Eu canto Matemática”, do *YouTube*.

Durante todas as apresentações, os alunos foram convidados a acompanharem as canções (cantando, dançando, apenas escutando ou utilizando o corpo de forma percussiva). Além disso, o grupo respondeu a diversas perguntas relacionadas às questões norteadoras.

²⁶ Disponível em: https://youtu.be/5NjG7glgf_0. Acesso em: 10 out. 2022.

²⁷ Disponível em: <https://youtu.be/qAvTDWtxEgU>. Acesso em: 10 out. 2022.

²⁸ Disponível em: https://youtu.be/c-_axNqBMSY. Acesso em: 10 out. 2022.

²⁹ Disponível em: <https://youtu.be/fTC54m0yWn4>. Acesso em: 10 out. 2022. Canção de minha autoria.

³⁰ Canal criado por mim, em 2016, com o objetivo de divulgar canções criadas por mim, assim como paródias, que abordassem conteúdos Matemáticas.

³¹ Disponível em: <https://youtu.be/2Bqm26IAIho>. Acesso em: 10 out. 2022. De minha autoria.

- **O quarto encontro – Grupo Dialógico-Cancional 4 (GDC4)**

O encontro, agendado para as 16h, teve duração de 1h30min, e os seguintes objetivos:

- Permitir contato com as canções selecionadas;
- Possibilitar envolvimento maior no contato com canções que abordam conteúdos matemáticos, em suas múltiplas dimensões;
- Conhecer quais elementos da canção geram interesse ou desinteresse nos alunos;
- Compreender como os alunos percebem a canção como uma forma de contribuição na aprendizagem do conteúdo;
- Examinar como o formato canção contribui no entendimento do conteúdo abordado em sua letra;
- Identificar/Conhecer outras formas de mostrar o conteúdo, lembradas pelos alunos;
- Examinar como o formato canção contribui no entendimento do conteúdo abordado em sua letra quando relacionado a outras formas de apresentação lembradas pelos alunos.

As atividades realizadas, foram:

- Apresentação, novamente, da canção “Cubo”.

01 – Cubo³², do canal “Eu canto Matemática”, do *YouTube*.

Inicialmente, eu toquei toda a canção com o ukelele, e depois convidei para que eles cantassem juntos, sempre repetindo os versos cantados por mim.

Durante toda a apresentação, os alunos foram convidados a acompanharem a canção (cantando, dançando, apenas escutando ou utilizando o corpo de forma percussiva). A seguir, o grupo respondeu diversas perguntas relacionadas às questões norteadoras.

³² Disponível em: <https://youtu.be/2Bqm26IAIho>. Acesso em: 10 out. 2022. De minha autoria.

- **O quinto encontro – Grupo Dialógico-Cancional 5 (GDC5)**

O encontro, agendado para as 14h, teve duração de 1h30min, e os seguintes objetivos:

- Permitir contato com as canções selecionadas;
- Possibilitar envolvimento maior no contato com canções que abordam conteúdos matemáticos, em suas múltiplas dimensões;
- Conhecer quais elementos da canção geram interesse ou desinteresse nos alunos;
- Compreender como os alunos percebem a canção como uma forma de contribuição na aprendizagem do conteúdo;
- Examinar como o formato canção contribui no entendimento do conteúdo abordado em sua letra;
- Identificar/Conhecer outras formas de mostrar o conteúdo, lembradas pelos alunos;
- Examinar como o formato canção contribui no entendimento do conteúdo abordado em sua letra quando relacionado a outras formas de apresentação lembradas pelos alunos.

As atividades realizadas, foram:

- Apresentação, novamente, da canção “Cubo”;
- Apresentação da canção “Paralelepípedo”, cantada por mim, com um bandolim, sem a disponibilização da letra.

01 – Cubo³³, do canal “Eu canto Matemática”, do *YouTube*;

02 – Paralelepípedo³⁴, também do canal “Eu canto Matemática”, do *YouTube*;

³³ Disponível em: <https://youtu.be/2Bqm26IAIho>. Acesso em: 10 out. 2022. De minha autoria.

³⁴ Disponível em: https://youtu.be/OW_EaD9g5HI. Acesso em: 10 out. 2022. De minha autoria.

Inicialmente, eu toquei toda a canção “Cubo”, com o ukelele e depois, como no encontro anterior, convidei para que eles cantassem juntos, sempre repetindo os versos cantados por mim.

A canção “Paralelepípedo” foi cantada na segunda parte do encontro, sem que os alunos pudessem acompanhar a letra.

Durante todas as apresentações, os alunos foram convidados a acompanharem as canções (cantando, dançando, apenas escutando ou utilizando o corpo de forma percussiva). Também, o grupo respondeu diversas perguntas relacionadas às questões norteadoras.

- **O sexto encontro – Grupo Dialógico-Cancional 6 (GDC6)**

O encontro, agendado para as 16h, teve duração de 1h30min, e os seguintes objetivos:

- Permitir contato com as canções selecionadas;
- Possibilitar envolvimento maior no contato com canções que abordam conteúdos matemáticos, em suas múltiplas dimensões;
- Conhecer quais elementos da canção geram interesse ou desinteresse nos alunos;
- Compreender como os alunos percebem a canção como uma forma de contribuição na aprendizagem do conteúdo;
- Examinar como o formato canção contribui no entendimento do conteúdo abordado em sua letra;
- Identificar/Conhecer outras formas de mostrar o conteúdo, lembradas pelos alunos;
- Examinar como o formato canção contribui no entendimento do conteúdo abordado em sua letra quando relacionado a outras formas de apresentação lembradas pelos alunos;
- Avaliar os encontros.

As atividades realizadas, foram:

- Apresentação da canção “Paralelepípedo”, cantada por mim, com um bandolim, sem a disponibilização da letra.

01 – Paralelepípedo³⁵, do canal “Eu canto Matemática”, do *YouTube*;

Inicialmente, eu toquei toda a canção “Paralelepípedo” com o bandolim, depois convidei para que eles cantassem juntos, sempre repetindo os versos cantados por mim.

Durante toda a apresentação, os alunos foram convidados para acompanharem a canção (cantando, dançando, apenas escutando ou utilizando o corpo de forma percussiva). A seguir, o grupo respondeu diversas perguntas relacionadas às questões norteadoras, bem como avaliou todos os encontros.

A seguir, o Quadro 16, com as canções apresentadas e algumas de suas características identificadas.

³⁵ Disponível em: https://youtu.be/OW_EaD9g5HI. Acesso em: 10 out. 2022. De minha autoria.

Quadro 16 – Canções apresentadas aos alunos

CANÇÃO	MEIO DE APRESENTAÇÃO	LÍNGUA	VARIAÇÃO MELÓDICA	ANDAMENTO	VOZES	ARRANJO/ INSTRUMENTOS
Aprender formas ³⁶	Áudio de Vídeo (sem disponibilização da letra)	Português (Brasil)	Pouca (com inserções de falas)	Lento	Jovem (feminina)	Percussão eletrônica Marcação (baixo/sopro) Algum acompanha a melodia (Teclado/Piano)
O quadrado ³⁷	Áudio de Vídeo (sem disponibilização da letra)	Português (Portugal)	Pouca (com inserções de falas) Mudança de tom	Moderado	Infantil (masculina e feminina)	Bateria eletrônica Marcação (baixo) Algum acompanha a melodia (Teclado/Piano)
Aprenda as formas geométricas ³⁸	Áudio de Vídeo (sem disponibilização da letra)	Português (Brasil)	Média (muda no refrão e entre estrofes)	Moderado	Jovem (feminina)	Percussão eletrônica Algum acompanha a melodia (Teclado/Piano)
A música das formas geométricas ³⁹	Áudio de Vídeo (sem disponibilização da letra)	Português (Brasil)	Pouca (com inserções de falas)	Lento	Infantil (masculina e feminina)	Percussão eletrônica Algum acompanha a melodia (Teclado/Piano)
A música das formas geométricas ⁴⁰	Áudio de Vídeo (sem disponibilização da letra)	Português (Brasil)	Pouca (com inserções de falas)	Lento	Adulta (masculina e feminina)	Percussão eletrônica Algum acompanha a melodia (Teclado/Piano)

³⁶ Disponível em: <https://youtu.be/VT7VWjVOIMM>. Acesso em: 10 out. 2022.

³⁷ Disponível em: <https://youtu.be/NISIn5p32Pc>. Acesso em: 10 out. 2022.

³⁸ Disponível em: <https://youtu.be/hsV7A6T0PJU>. Acesso em: 10 out. 2022.

³⁹ Disponível em: <https://youtu.be/MESwCbdgJZ4>. Acesso em: 10 out. 2022.

⁴⁰ Disponível em: <https://youtu.be/HcPMoOu1tSw>. Acesso em: 10 out. 2022.

Música das formas geométricas ⁴¹	Áudio de Vídeo (sem disponibilização da letra)	Português (Brasil)	Média (muda no refrão e entre estrofes) Solo entre refrões, com mais de um instrumento.	Lento	Adulta (masculina)	Timbre de dedos correndo pelas cordas de um violão; Percussão (similar a um cajon), bem perceptível. Solo entre refrões, com mais de um instrumento
<i>La canción de las figuras geométricas</i> ⁴²	Áudio de Vídeo (com disponibilização da letra)	Espanhol	Média (muda no refrão)	Moderado	Adulta (masculina)	Bateria eletrônica Flauta Marcação (Baixo)
As formas geométricas ⁴³	Áudio de Vídeo (com disponibilização da letra)	Português (Brasil)	Média (muda no refrão)	Lento	Adulta (masculina)	Timbre de banjo Timbre de Sanfona
Canção das formas ⁴⁴	Áudio de Vídeo (com disponibilização da letra)	Português (Brasil)	Média (muda no refrão) (com inserções de falas)	Lento	Adulta (feminina)	Bateria eletrônica Timbre de violão/banjo Coro.
Cada coisa tem seu formato ⁴⁵	Áudio de Vídeo (com disponibilização da letra)	Português (Brasil)	Alta (com diversas variações, no refrão, nas estrofes, entre estrofes e próximo ao final)	Moderado	Adulta (feminina)	Bateria eletrônica/Efeitos Timbre de guitarra Marcação (Baixo) Piano/Teclado
Aprendendo o retângulo ⁴⁶	Áudio de Vídeo (com disponibilização da	Português (Brasil)	Média (muda no refrão)	Rápido	Jovem (feminina)	Bateria eletrônica Timbre de violão/banjo

⁴¹ Disponível em: <https://youtu.be/r0hy8BzSY04>. Acesso em: 10 out. 2022.

⁴² Disponível em: <https://youtu.be/65wZuz-8u-k>. Acesso em: 10 out. 2022.

⁴³ Disponível em: <https://youtu.be/0kjyR9Q2rwE>. Acesso em: 10 out. 2022.

⁴⁴ Disponível em: https://youtu.be/5NjG7glgf_0. Acesso em: 10 out. 2022.

⁴⁵ Disponível em: <https://youtu.be/qAvTDWtxEgU>. Acesso em: 10 out. 2022.

⁴⁶ Disponível em: https://youtu.be/c-_axNqBMSY. Acesso em: 10 out. 2022.

	letra)					Coro.
Retângulo ⁴⁷	Áudio de Vídeo (com disponibilização da letra). Depois, execução ao vivo	Português (Brasil)	Média (muda no refrão)	Rápido	Adulta e masculina (Vídeo); Adulta masculina; e infantil masculina e feminina (Execução ao vivo)	Violão de <i>nylon</i> (Vídeo) Violão de <i>nylon</i> , com alunos realizando percussão com pés, mãos ou algum material nas carteiras (Execução ao vivo).
Cubo ⁴⁸	Execução ao vivo (com disponibilização da letra).	Português (Brasil)	Alta (com diversas variações, no refrão e nas estrofes)	Variado (mais de uma apresentação com diversos andamentos)	Adulta masculina; e infantil masculina e feminina (Execução ao vivo)	Ukelele, com alunos realizando percussão com pés, mãos ou algum material nas carteiras, bem como instrumentos musicais percussivos (Execução ao vivo).
<u>Paralelepípedo</u> ⁴⁹	Execução ao vivo (sem disponibilização da letra)	Português (Brasil)	Alta (com diversas variações, no refrão e nas estrofes)	Variado (mais de uma apresentação com diversos andamentos)	Adulta masculina; e infantil masculina e feminina (Execução ao vivo)	Bandolim, com alunos realizando percussão com pés, mãos ou algum material nas carteiras, bem como instrumentos musicais percussivos (Execução ao vivo).

Fonte: Elaboração própria (2023)

⁴⁷ Disponível em: <https://youtu.be/fTC54m0yWn4>. Acesso em: 10 out. 2022.

⁴⁸ Disponível em: <https://youtu.be/2Bqm26IAIho>. Acesso em: 10 out. 2022. De minha autoria.

⁴⁹ Disponível em: https://youtu.be/OW_EaD9g5HI. Acesso em: 10 out. 2022. De minha autoria.

2.4 TRIANGULAÇÃO, ANÁLISE E INTERPRETAÇÃO DAS INFORMAÇÕES

É chegada a fase de análise das informações, um momento dos mais desafiadores desta pesquisa, pois foi quando se deu um contato mais amplo, intenso e próximo acerca das informações singulares dos sujeitos integrantes da investigação. Impera a tarefa de compromisso e fidelidade das falas dos sujeitos da pesquisa, mas, ao mesmo tempo, a certeza de que não haverá como fugir do olhar enviesado, próprio e inerente ao pesquisador. Nesse sentido, Yin (2016, p. 11) lembra que:

os pesquisadores não podem na análise final evitar suas próprias lentes de pesquisa ao representarem a realidade. Assim, o objetivo é reconhecer que múltiplas interpretações podem existir e garantir que o máximo possível seja feito para impedir que um pesquisador imponha sua própria interpretação (ética) à interpretação (êmica) de um participante.

Tive, dentro do possível, o compromisso de ir além do que comumente se chama triangulação de fontes e informações, buscando o que Macedo (2018) cunha de triangulação ampliada, que incorpora experiências outras e busca o alargamento das possibilidades heurísticas da pesquisa através de perspectivas contrastivas.

Cabe chamar a atenção para o fato de que a própria discussão coletiva legitimou as informações, haja vista que o aval comunitário vindo dos sujeitos os autoriza, como autenticidade científica, para aquela realidade a ser conhecida e transformada (MACEDO, 2004).

Considerando que as informações são o produto de um encontro multiexperencial, de seus consensos, incompletudes, contradições, ambivalências e todas as tensões daí decorrentes (MACEDO, 2018), chegou o momento de verificar a relevância de cada uma delas (redução), após constatar o momento de sua saturação (MACEDO, 2004). E, logo após essa redução, chegou o momento do reagrupamento das informações, que é mais conhecido como categorização analítica. Mesmo compreendendo as escolhas intencionais de Macedo (2004) ao adotar a expressão “noções subsunçoras”, neste trabalho, eu me refiro às categorias analíticas a fim de complementar essa etapa com os estudos de Bardin (2016).

A análise de conteúdo é um conjunto de técnicas de análise das comunicações (dos mais variados tipos) que usa procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens. Contudo, não é possível garantir a chamada

coisa pronta nesse método, mas apenas algumas regras de base que nem sempre são facilmente transponíveis (BARDIN, 2016).

O destaque da análise de conteúdo é a amplitude do seu domínio, que pode contemplar desde o campo da linguística até o da hermenêutica. E é no centro desse território que se situa o grupo dos métodos lógico-semânticos, os quais contemplam sempre a compreensão de sentidos, seja de palavras, imagens ou símbolos, dentre outros (BARDIN, 2016; FRANCO, 2012).

De acordo com Bardin (2016), a intenção da análise de conteúdo é a inferência de conhecimentos relacionados às condições de produção ou até de recepção. Inferências essas que podem responder a dois tipos específicos de problemas: as causas da mensagem e, por outro lado, as consequências das mensagens. Com os objetivos de superar a incerteza acerca do que se vê na mensagem e de enriquecer a leitura mediante um olhar mais apurado, a autora pontua que suas duas funções são: a heurística, que promove um enriquecimento da tentativa exploratória e a da “administração da prova”, quando estão presentes questões ou afirmações provisórias que servem como diretrizes. Ela afirma, contudo, que essas duas funções podem até coexistir de maneira complementar, sobretudo quando o analista se dedica a um domínio da investigação pouco explorado, o que parece ser o caso em debate.

E um dos passos mais importantes durante a análise de conteúdo é o da categorização, que é um processo de classificação de elementos constitutivos de um conjunto por diferenciação e, posteriormente, por reagrupamento, segundo critérios predefinidos. Nesse sentido, após definir o tema como a unidade de registro a ser trabalhada em conjunto com a unidade de contexto, busquei determinar as categorias analíticas. E, ainda que sob uma certa influência dos objetivos específicos traçados inicialmente, assim como pelas questões e desconfianças que surgiram durante todo o caminhar investigativo, decidi não adotar categorias *a priori*, como que já previamente arrumadas por “caixas”, mas sim, baseadas no que emergiu do conteúdo do discurso, das respostas, dos diálogos, das discussões dos encontros, de todo o acervo da colheita de informações (BARDIN, 2016; FRANCO, 2012).

Mas, como se diz, “nem tudo são flores”. Como pontua Franco (2012, p. 63-4),

Formular categorias, em análise de conteúdo, é, via de regra, um processo longo, difícil e desafiante.

Mesmo quando o problema está claramente definido e as hipóteses (explícitas ou implícitas) satisfatoriamente delineadas, a criação de categorias de análise exige grande dose de esforço por parte do pesquisador. Não existem “fórmulas mágicas” que possam orientá-lo, nem é aconselhável o estabelecimento de passos apressados ou muito rígidos. Em geral, o pesquisador segue seu próprio caminho baseado em seus conhecimentos e guiado por sua competência e intuição.

Nesse sentido, considero relevante apontar a dificuldade do processo de categorização nesta investigação, independente da forma escolhida para as tomadas de decisão, como aqui já abordado, ainda que sempre buscando “fechar” os grupos categóricos mediante o atendimento a certas qualidades consideradas necessárias para que se constituíssem boas categorias, como a exclusão mútua, a homogeneidade, a pertinência, a objetividade e a fidelidade, bem como a produtividade (BARDIN, 2016). Esse processo foi árduo e, muitas vezes, as idas e vindas se constituíram como que “passeios” não tão desejados, mas de muita valia. De qualquer forma, mesmo com todo o desgaste ocorrido, percebo o quanto foi proveitoso para a construção de novos conhecimentos e, como consequência, para o prosseguimento da pesquisa.

Já quanto à generalização do que foi apreendido num tipo de contexto para outros contextos semelhantes, ainda que não seja uma preocupação central desta pesquisa, depende muito do tipo de leitor/usuário do estudo (LUDKE; ANDRÉ, 2014), ainda que com uma casual e possível generalização analítica (YIN, 2010).

Posteriormente, adotando a triangulação, cruzei as informações obtidas durante as observações com as dos encontros, gerando, muitas vezes, certas indecisões e reformulações interpretativas e conceituais. Essas reanálises percebo como sendo parte do processo formativo, considerando que, durante as discussões, o que emergiu não estava necessariamente “dado”, mas foi sendo construído no andamento daquela conjunção de saberes coletivos.

Assim, nesta investigação, cheguei às seguintes categorias analíticas: **relações semióticas com objetos matemáticos; aspectos musicais de canções Matemáticas; aspectos linguísticos de canções Matemáticas.** É claro que a interpretação do conjunto de elementos que integram essas categorias, por mais sistemática e cuidadosa que tenha sido, não deve fazer cessar a necessidade de novas possibilidades investigativas, de novos olhares feitos mediante outras lupas teóricas.

De todo modo, as perspectivas que adotei nesta pesquisa estão respaldadas pelo encontro com os sujeitos que dela participaram, com suas formas de expressão e contextos singulares, e que agregaram valor a todo esse caminhar, haja vista que se constituíram atores muito importantes que, de uma maneira fundamental, contribuíram na construção desse processo investigativo e, concomitantemente, formativo.

3 SOBRE O EDUCAR MATEMÁTICO

Desde o início desta pesquisa, seja como título ou objetivo geral, utilizei a expressão “apreensão de objetos matemáticos”. Ainda que refletisse sobre as categorias nela utilizadas, o olhar onto-epistemológico não se fazia tão atento como neste momento. No sentido de demarcar o caminho a seguir nesta pesquisa, bem como facilitar as compreensões sobre as novas descobertas e decisões, retomo os porquês das minhas antigas escolhas.

Por mais de uma vez fui questionado sobre o motivo de utilizar o termo “apreensão” ao invés de “aprendizagem/aprender”. Como resposta, argumentava que uma das referências principais deste estudo, Duval (2015; 2013a; 2013b; 2012; 2011; 2009; 1993), da Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS), empregava-o constantemente. Quanto aos “objetos matemáticos”, eu os compreendo como sendo algo que “não está aqui” diante dos meus olhos. Tal concepção, fortemente influenciada pela TRRS, coloca como solução para “acessar” o objeto matemático o trânsito entre mais de um registro semiótico, o que para mim comprova essa impossibilidade de “ver” esse tipo de objeto. Outras influências foram derivadas dos estudos primários da semiótica peirceana (SANTAELLA, 2003), da qual eu tomava o signo “visível” como a prova da inacessibilidade daquilo a que ele indicava, o seu “invisível” objeto.

Posto isso, e considerando a necessidade de esclarecer onde me situo quanto às concepções acerca da natureza do conhecimento matemático e de seus objetos, às formas de acessá-lo e às estratégias de lidar com ele no âmbito educativo, apresento brevemente algumas contribuições teóricas a respeito dessa temática.

3.1 EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E DIDÁTICAS (DA MATEMÁTICA OU NÃO)

De antemão, cumpre afirmar que este é, primordialmente, um trabalho investigativo no campo da Pedagogia⁵⁰, mais especificamente, no campo da Didática⁵¹. Aqui não há, necessariamente, uma preocupação em inserir a investigação em um campo dito mais apropriado, como talvez fosse o caso da Didática da Matemática. Não! Ainda que “bebendo” das diversas fontes teóricas e ciente das suas importantes contribuições, prefiro adotar, como campo direcionador deste estudo, a Didática, haja vista que, constituindo-se como teoria do ensino e aprendizagem, abstrai as particularidades de cada disciplina, visando generalizar princípios e diretrizes para qualquer uma delas (LIBÂNEO, 1990).

De todo modo, mesmo que o interesse em estudar elementos relacionados ao ensino e à aprendizagem de Matemática não estivesse posto de forma clara (como cobram alguns teóricos), essa também pode ser considerada uma pesquisa em Educação Matemática, pois, se sou um educador matemático que reflito e pesquiso sobre minha prática, não há como negar a nominação desta pesquisa como anteriormente afirmada. Mas, se ainda restam dúvidas sobre quem são os sujeitos categorizados como sendo educadores matemáticos, Miguel et al. (2004, p. 89) mostram que essa categoria é

eclética e heterogeneamente composta por: professores de Matemática que não pesquisam suas práticas e que não veem com bons olhos os pesquisadores acadêmicos em educação Matemática; pesquisadores acadêmicos em educação Matemática e em educação que participam da formação desses professores, mas que não gostam muito de fazer isso e, se pudessem, não o fariam; de matemáticos que não pesquisam nem Matemática, nem educação, mas que formam, a gosto ou a contragosto, professores de Matemática; pesquisadores matemáticos que gostariam de fazer educação Matemática, mas que se acham impedidos de fazer o que desejariam fazer; pedagogos e psicólogos, por alguns considerados matematicamente incultos, mas que realizam pesquisas em educação Matemática; matemáticos conteudistas de última hora, moralizadores, arrogantes e inflexíveis, que se imaginam salvadores da pátria e legítimos proprietários e defensores do nível e do rigor da educação Matemática da população; mas também por professores de Matemática, pesquisadores em Matemática, pesquisadores

⁵⁰ “Campo do conhecimento que se ocupa do estudo sistemático da educação, isto é, do ato educativo, da prática educativa concreta que se realiza na sociedade como um dos ingredientes básicos da configuração da atividade humana” (LIBÂNEO, 2010, p. 30).

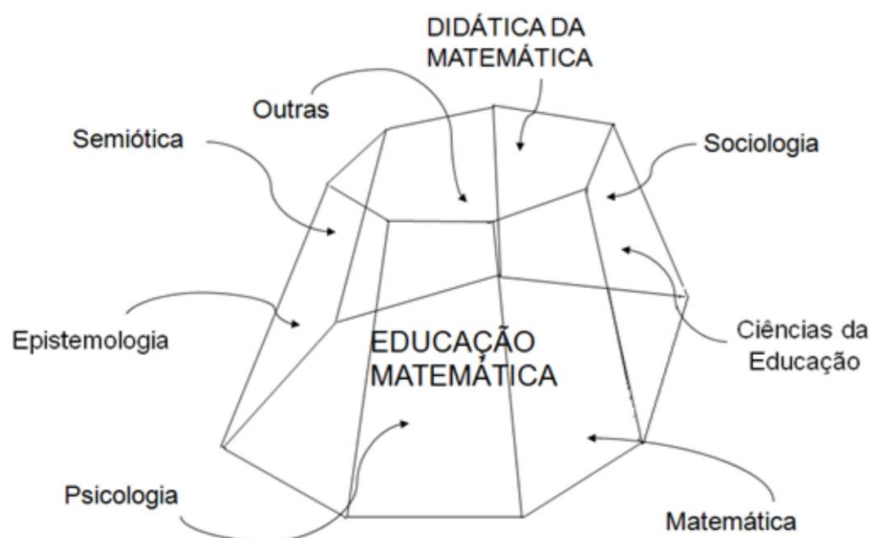
⁵¹ Campo que busca alternativas para os problemas da prática pedagógica e cujo objeto de estudo é o processo de ensino e aprendizagem (CANDAUI, 2010).

em educação Matemática e outros profissionais que fazem e acreditam na educação Matemática e tentam, de fato, levar a sério o que fazem.

Considerando que bebi de múltiplas fontes teóricas relacionadas a um dos subcampos da Educação Matemática, mais especificamente da Didática da Matemática – até porque este estudo tem como foco uma prática educativa voltada para o ensino e aprendizagem –, cabe uma breve apresentação de como ambas são definidas e percebidas pelo corpo teórico dessas áreas.

A Educação Matemática é uma área de conhecimento das ciências sociais ou humanas, relacionada às mais variadas áreas do conhecimento, como a Filosofia, a própria Matemática, a Psicologia, a Sociologia, a Linguística, a Epistemologia, a Semiótica e a Antropologia, entre outras. Caracteriza-se como uma práxis que envolve tanto o domínio do conteúdo específico, os objetos matemáticos, quanto o domínio de ideias e processos pedagógicos relativos ao saber matemático escolar (FIORENTINI; LORENZATO, 2009; NUNES, 2012). Atualmente, contempla diversas tendências, como: Modelagem Matemática, EtnoMatemática, Filosofia da Educação Matemática, Matemática Crítica, Resolução de Problemas, Didática da Matemática, Jogos em Educação Matemática, dentre tantas outras (BICUDO; BORBA, 2012; OLIVEIRA; MARIM, 2014). A Figura 01, a seguir, permite uma melhor visualização sobre o que Godino e Batanero (2003) pensam acerca do que vem a ser esse campo científico.

Figura 01 – Educação Matemática: confluência de Múltiplos Saberes



Fonte: Elaboração própria (2023) com base em Godino e Batanero (2003, p. 79).

Segundo esses autores, Educação Matemática é o sistema social complexo e heterogêneo que inclui teoria, desenvolvimento e prática relativo ao ensino e aprendizagem da Matemática, e inclui a Didática da Matemática como subsistema. Já quanto à Didática da Matemática, afirmam que ela se configura como sendo a disciplina científica e o campo de pesquisa cujo objetivo é o de identificar, caracterizar e compreender os fenômenos e os processos que condicionam o ensino e a aprendizagem da Matemática.

Essas duas definições gozam da simpatia de d'Amore (2007) que, por outro lado, chama a atenção para o fato que considera totalmente improdutivo: o embate entre a Didática (Geral) e a Didática da Matemática. Segundo ele,

Os didatas gerais provêm, normalmente, de estudos de caráter pedagógico. Os didatas da Matemática provêm, normalmente, de estudos de caráter matemático. Os primeiros têm dificuldade para entender a inacreditável articulação da nossa disciplina e, às vezes, confundem, em uma única visão, a Matemática, a Didática da Matemática, a Epistemologia da Matemática e a Epistemologia da Didática da Matemática. Por outro lado, os segundos têm dificuldades para entender o próprio sentido dos estudos dos primeiros, habituados como estão em produzir provas lógicas, demonstrações irrefutáveis, em raciocinar com base em axiomas, regras, deduções. Os primeiros consideram reunidas todas as numerosas e variadas facetas de estudo dos segundos, mas estes não conseguem apreciar o trabalho analítico e sintético dos primeiros, dado que se dirigem a assuntos muito distantes da prática científica dos matemáticos (D'AMORE, 2007, p. 376).

O autor teoriza sobre a necessidade de buscar entender as razões profundas dessa oposição, de modo a oferecer uma superação que possibilite contribuir ao trabalho comum. Argumenta que é conveniente que esses dois campos se aliem, haja vista que a batalha para manter a didática como um dos pilares da cultura está apenas começando, e deve perdurar por muito tempo. Dessa maneira, o objetivo é procurar possíveis vias de entendimento.

Ainda acerca desse debate e com relação à discussão sobre a qualidade da formação de professores de Matemática, d'Amore (2007) diz que as três disciplinas – Matemática, Didática da Matemática e Didática – são necessárias para o preparo de um docente de Matemática; no entanto, nenhuma delas de forma isolada é suficiente. Somente juntas é que concorrem para tal preparo, ainda que a Matemática venha a ter um papel primordial.

Garnica (2014) defende que a análise dos trabalhos em Educação Matemática somente voltada para o objeto matemático em situações de ensino e aprendizagem não faz sentido. Diferentemente, afirma que há que se dialogar com outras áreas do conhecimento, independente de, por algum momento, o objeto matemático venha a parecer diluir-se. No entanto, essa diluição não viria a significar a morte da Matemática nas investigações em Educação Matemática, mas sim um caminho para que seja realizado um efetivo diálogo interáreas, indispensável para a própria caracterização como área, cujo objeto é interdisciplinar. Como comentado em Caldas (2019), muitos especialistas da área ainda estranham essa situação de “ausência” de um objeto matemático em situação de ensino e aprendizagem, e acabam por questionar tais estudos: “onde está a Matemática?”

3.2 O CONHECIMENTO MATEMÁTICO E SEUS OBJETOS

Desde a época de Platão, filósofos e matemáticos nem sempre estiveram de acordo quanto à natureza do saber matemático, o qual era considerado ou como objeto puro da razão ou como objeto exclusivo da experiência ou da intuição. Para os que tomavam a razão como base, prevalecia o aspecto lógico; já para os que se fundamentavam na intuição ou experiência, o que se destacava era o aspecto intuitivo do conhecimento (de apreensão imediata, sem intermediário, podendo ser de origem empírica ou *a priori*), conforme Bicudo e Meneghetti (2003). O Quadro 17, a seguir, apresenta de forma sintética um pouco dessas ideias.

Quadro 17 – Modos de concepção do Saber Matemático

RAZÃO COMO BASE	INTUIÇÃO SENSÍVEL (EXPERIÊNCIA) COMO BASE
Realismo Platônico (427-347 a.C.): o conhecimento permanece unicamente no	<u>Newton (1643-1727)</u> : a Matemática tinha por fim propiciar uma explicação para fenômenos observados e deveria moldar-se em função da experiência. Não concebia a existência de certezas <i>a priori</i> .

<p>mundo inteligível, do intelecto, o mundo das ideias.</p> <p><u>Racionalismo de Leibniz (1646-1716)</u>: aprender Matemática, como no platonismo, consiste em fazer acordar a Matemática que está latente em cada um de nós.</p> <p><u>Idealismo de Descartes (1596-1650)</u>: fundamentado em princípios racionais e lógicos.</p>	<p>A experiência era a única condição inicial e final de todo o conhecimento.</p> <p><u>Locke (1621-1704)</u>: todas nossas ideias são derivadas ou da sensação (experiência exterior) ou da reflexão (experiência interior). O conhecimento não é apoiado nem derivado dos axiomas. O conhecimento demonstrativo é concebido como sendo obscuro, já que não proporciona uma certeza imediata.</p> <p><u>Berkley (1685-1753)</u>: as ideias não existem por si sós. Suas existências consistem em serem percebidas. A Matemática possui existência apenas no espírito e, portanto, os seus objetos devem ser percebidos.</p> <p><u>Hume (1711-1776)</u>: o pensamento é constituído de percepções: as impressões (elementos primitivos da experiência) e as ideias (cópias de nossas impressões).</p>
--	---

Fonte: Elaboração própria (2023) com base em Bicudo e Meneghetti (2003).

Em Kant, não há necessariamente um deslocamento para algum extremo dessas formas de compreender o saber matemático. Enquanto as correntes racionalistas e empiristas centravam sua atenção no objeto, Kant centrava-se no sujeito: para ele, o conhecimento é elaborado pelo sujeito, resultante da conjunção entre intuições (fornecidas pela sensibilidade) – que nos permitem apreender o objeto, representá-lo – e os conceitos (fornecidos pelo entendimento) que nos permitem pensar esse objeto a partir dessa representação (BICUDO; MENEGHETTI, 2003). Na Crítica da Razão Pura, Kant (2001, p. 75-6) explicita seu modo de pensar:

Pelas condições da nossa natureza a intuição nunca pode ser senão sensível, isto é, contém apenas a maneira pela qual somos afetados pelos objetos, ao passo que o entendimento é a capacidade de pensar o objeto da intuição sensível. Nenhuma destas qualidades tem primazia sobre a outra. Sem a sensibilidade, nenhum objeto nos seria dado; sem o entendimento, nenhum seria pensado. Pensamentos sem conteúdo são vazios; intuições sem conceitos são cegas. Pelo que é tão necessário tornar sensíveis os conceitos (isto é, acrescentar-lhes o objeto na intuição) como tornar compreensíveis as intuições (isto é, submetê-las aos conceitos). Estas duas capacidades ou faculdades não podem permutar as suas funções. O entendimento nada pode intuir e os sentidos nada podem pensar. Só pela sua reunião se obtém conhecimento.

Ainda que Kant tenha buscado esse equilíbrio entre os aspectos da intuição sensível e da intuição intelectual, destacando o importante papel da experiência no processo de construção do conhecimento, sua tese não parece ter sido tão considerada e validada naquele momento. Assim, novas correntes filosóficas surgem, então, buscando dar conta da natureza do conhecimento matemático: o logicismo, o formalismo e o intuicionismo (BICUDO; MENEGHETTI, 2003), como mostra o Quadro 18:

Quadro 18 – Correntes filosóficas e a natureza da Matemática pós-Kant

Logicismo	Frege (1848-1925): redução da Aritmética à Lógica: exclui-se o aspecto intuitivo. Russell (1872-1970): redução da Matemática à Lógica: o mundo existe independente de nossa percepção.
Formalismo	Hilbert (1862-1943): defesa do método axiomático para garantir a consistência nas investigações em Matemática: a Matemática é reduzida a uma coleção de fórmulas.
Intuicionismo	A Matemática é considerada puramente intuitiva e independente da Lógica: reduz o conhecimento matemático ao conhecimento subjetivo.

Fonte: Elaboração própria (2023) com base em Bicudo e Meneghetti (2003).

Contudo, o objetivo das citadas correntes de fornecerem à Matemática uma fundamentação sólida não foi atingido, o que permitiu a retomada de questionamentos sobre a natureza do saber matemático. Segundo Bicudo e Meneghetti (2003), esse fracasso se deve à visão dos aspectos intuitivo e lógico sempre como excludentes. Para esses autores, não há que se privilegiar nenhum dos dois aspectos, haja vista que o intuitivo se apoia no lógico e vice-versa, e em níveis cada vez mais elaborados. Dessa forma, situando o conhecimento matemático como um processo dinâmico (dialético) num desenvolvimento em espiral, vai-se ao encontro do atual movimento da Filosofia da Matemática que defende uma aproximação entre a Matemática e as ciências empíricas, e refuta o conhecimento matemático como um conhecimento absoluto.

Fruto desse movimento, algumas correntes filosóficas consideram a Matemática como uma ciência que faz parte da criação humana e, como tal, está sujeita a erros e correções (Quadro 19), diferentemente daquelas segundo as quais a

Matemática possui uma existência própria, como no caso do platonismo e do formalismo (MENEGETTI; TREVISANI, 2013).

Quadro 19 - Correntes filosóficas recentes: a Matemática como criação humana

Hersh (1985)	O conhecimento da Matemática é falível, corrigível, experimental e envolvente, tal como qualquer outro conhecimento humano.
Lakatos (1985)	O seu método adotado, denominado de provas e refutações, trata-se de um método de heurística Matemática, no qual se enfatiza a importância dos fatores históricos para o desenvolvimento da Matemática.
Thom (1985)	O conhecimento matemático não é absoluto; argumenta que não há nenhuma definição precisa de rigor e uma prova seria tida como rigorosa se obtivesse aprovação dos principais especialistas da época; portanto, tratava-se de um rigor local.
Wilder (1985)	Na obra “A Base Cultural da Matemática”, o autor desenvolve a concepção de que a Matemática é, em parte, um produto cultural e, portanto, um assunto em constante mudança.
Bishop (1988)	Enfatiza o aspecto cultural do conhecimento matemático; para ele, as ideias Matemáticas são geradas por diversos grupos culturais, desenvolvidas como resultados de várias atividades.
Restivo (1993)	Os mundos matemáticos são mundos sociais; enfatiza que é preciso recuperar os mundos sociais que temos progressivamente tirado do processo de produzir e apresentar os objetos matemáticos.

Fonte: Elaboração própria (2023) com base em Meneghetti e Trevisani (2013).

3.2.1 Concepções de professores de Matemática

Em 1935, Bernays dizia que não era um exagero dizer que o Platonismo reinava na Matemática. Já em 2004, Patras afirmou que não havia quase nenhum matemático profissional que não reconhecesse a si mesmo como um platonista (RADFORD, 2011). Isso traz uma implicação para o campo educativo, posto que é esta visão que

predomina nos ambientes de formação do matemático, seja como bacharel ou licenciado. Há uma particular concepção de aprendizagem, de ensino, de Matemática e de educação por trás de cada modo de ensinar, o qual é influenciado por valores e finalidades que o professor atribui ao ensino de Matemática da maneira que concebe a relação professor-aluno e, também, da visão que tem de mundo, de sociedade e de homem (FIORENTINI, 1995).

Preocupados com essa transposição da concepção de Matemática para o seu ensino e com o objetivo de compreender as concepções que futuros matemáticos apresentam a respeito de conhecimento, ensino e aprendizagem da Matemática, Meneghetti e Trevisan (2013) realizaram uma pesquisa com alunos do último ano de um curso de bacharelado em Matemática, cujos resultados estão resumidos no Quadro 20, a seguir:

Quadro 20 - Futuros matemáticos e suas concepções sobre o conhecimento matemático, seu ensino e aprendizagem

<p>INFLUÊNCIAS NA CONSTITUIÇÃO DAS CONCEPÇÕES A RESPEITO DO CONHECIMENTO MATEMÁTICO</p>	<p>A maioria deles citou a influência dos professores e dos cursos, em especial no nível superior.</p>
<p>CONHECIMENTO MATEMÁTICO</p>	<p>Houve unanimidade ao considerarem que o conhecimento matemático não é absoluto.</p> <p>A maioria acha que tal conhecimento é uma forma de justificar o que já existe na natureza ou aquilo faz parte da criação humana; o que vai ao encontro das concepções filosóficas da Matemática mais atuais, ou seja, que vieram após a crise fundamentalista. Além disso, boa parte acredita que tal conhecimento é produzido histórico-culturalmente.</p> <p>Os alunos mudaram suas concepções após ingressarem na universidade, influenciados pelo próprio curso e pelos professores do curso. Antes disso, eles acreditavam que a Matemática era inquestionável, fechada, pronta e acabada.</p>

<p>NATUREZA DOS OBJETOS MATEMÁTICOS</p>	<p>Os sujeitos se dividem entre aqueles que acreditam que tais objetos têm existência em si próprios e os que acreditam que esses são derivados da natureza ou criados pelo homem.</p> <p>Parte dos alunos acredita que os objetos matemáticos existem independente dos seres humanos e com uma necessidade própria da Matemática, posição que é semelhante à do formalismo matemático; e outra parte dos alunos apresenta uma posição relacionada a concepções filosóficas da Matemática advindas da pós-crise fundamentalista.</p>
--	--

Fonte: Elaboração própria (2023) com base em Meneghetti e Trevisani (2013).

Os autores se mostraram surpresos com alguns resultados da pesquisa: enquanto esperavam encontrar um número maior de respostas na linha do formalismo ou platonismo, constataram um posicionamento mais flexível no grupo que cursava bacharelado e licenciatura ao mesmo tempo, no que se refere aos aspectos relacionados à natureza do conhecimento matemático e seu ensino. Pelos indícios encontrados, eles creditam essa flexibilidade à convivência entre os dois cursos e, assim, destacam a importância da formação profissional, no caso, da educação, como base para fundamentar as concepções de conhecimento matemático.

Já em um outro estudo, onde se investigou o pensamento reflexivo de professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental sobre a Matemática, seu processo de ensino-aprendizagem e sobre a sua importância na (re)elaboração de suas concepções, obtiveram-se os seguintes resultados (Quadro 21):

Quadro 21 – Concepção das professoras sobre a Matemática

Prof.	Concepção sobre a Matemática	Finalidade no desenvolvimento do aluno
P1	"[...] vejo a Matemática no nosso dia-a-dia [...] visão de que não é aquela coisa pronta e acabada, tem uma linguagem própria o que torna um pouco difícil a sua assimilação pelo aluno [...] ela é uma construção humana." (Entrevista – Fita nº 6)	"Ela ajuda o aluno a resolver problemas do cotidiano. Não só os matemáticos, mas em todas as áreas. Para desenvolver e aprender, é necessário saber Matemática." (Entrevista – Fita nº 6)
P2	"É uma ciência. Mas não é aquela ciência que está nos livros, ela está no cotidiano da gente [...] não é uma ciência exata, é uma construção humana [...]" (Entrevista – Fita nº 8)	"Ajuda a resolver conflitos (...) inicialmente os matemáticos, depois na vida, quando ele se depara com situações-problema [...] no desenvolvimento do pensamento [...]" (Entrevista – Fita nº 8)
P3	"Ciência exata (...) mas que faz parte da vida no cotidiano [...] ela tem isso de ser exata, mas está presente em todos os momentos da vida [...] e não deixa de ter um valor afetivo para os alunos [...]. Acho exata por conta da formação que eu tive ³⁹ [...] a Matemática foi posta para mim como exata." (Entrevista – Fita nº 7)	"[...] amplia as possibilidades para o aluno ver resolver as situações do dia-a-dia, não só na Matemática [...]" (Entrevista – Fita nº 7)
P4	"[...] não é uma ciência exata. [...] deve ser entendida como uma área do conhecimento fundamental para o educando. Eu vejo a Matemática como uma comunicação total, em todos os momentos da vida da gente. [...] é uma disciplina que faz com que você resolva, tenha solução dos problemas diários oriundos do cotidiano." (Entrevista – Fitas nº1 e 2)	"Seu papel é ajudar as pessoas a resolverem problemas do dia-a-dia." (Entrevista – Fitas nº1 e 2)
P5	"[...] a Matemática não é exata, apenas conteúdo [...] é material, algo que existe, é algo que eu vejo, enxergo, está presente na vida de todos nós [...] é uma construção humana [...] sempre estamos fazendo, resolvendo alguma coisa que envolva idéias matemáticas." (Entrevista – Fitas nº3 e 4)	"Serve para resolver os problemas enfrentados por nós no dia-a-dia." (Entrevista – Fitas nº3 e 4)
P6	"[...] a Matemática é uma construção [...] símbolos, linguagem e surgiu da necessidade de desenvolvimento do próprio homem, para a resolução de problemas da vida. Muito complexa [...] faz parte de nossas vidas desde muito cedo. [...] tão importante quanto às outras disciplinas". (Entrevista – Fita nº5).	"Ela é fundamental para entender o mundo, as coisas [...] fundamental na formação cidadã". (Entrevista – Fita nº5).

Fonte: Silva (2009, p. 150)

Ainda que com algumas menções a uma suposta Matemática exata, é possível afirmar, segundo Silva (2009), a anuência de uma concepção de Matemática compreendida como sendo uma construção humana, conectada à vida, à resolução de problemas cotidianos. Também, que as crenças Matemáticas, juntamente com as concepções que as professoras possuem acerca da Matemática, dão forma a um sistema regulador da estrutura do seu conhecimento matemático. Na pesquisa, Silva (2009) afirma que, no processo de aprender e ensinar Matemática, não existe o

predomínio do conhecimento matemático sobre os demais conhecimentos adquiridos no contexto social, pois ambos assumem lugar de extrema importância e complexidade no processo de aprendizagem matemática dos estudantes.

Pode-se concluir, assim, que um professor que compreende a Matemática como uma ciência exata, logicamente organizada e a-histórica terá certamente uma prática pedagógica diferente daquele que a compreende como uma ciência viva, dinâmica e historicamente construída pelos homens, e que busca atender a determinados interesses e necessidades sociais (FIORENTINI, 1995). Baseados nessa forma de pensar, alguns teóricos defendem um abandono do modo platônico de ver a Matemática e descartar os seus ideais, como Kluth (2009), de acordo com o autor citado. Mas, já que esse modo platônico de conceber o conhecimento matemático é ainda tão recorrente nas discussões acerca da Filosofia da Matemática e, também, da Filosofia da Educação Matemática, tratarei a seguir de alguns pressupostos dessa visão tão questionada nas correntes filosóficas mais recentes.

3.2.2 Concepção Platônica: o foco no mundo inteligível

Primeiramente, confesso o desconforto sentido quando, pela primeira vez, escutei que não caberia afirmar sobre a existência de dois mundos platônicos, o sensível e o inteligível. Ao menos dizia-se não ser possível afirmar que o filósofo tenha dito isso em quaisquer dos diálogos presentes em suas obras. É claro que, naquele momento, a minha compreensão sobre o pensamento filosófico platônico era muito incipiente (provavelmente, ainda o seja) e baseado em poucas leituras de obras secundárias. Ainda assim, desconfio que o quantitativo de leituras não deva ter sido a única causa, haja vista que inúmeros autores sustentam uma suposta divisão platônica do mundo, como bem pontua Reis (2007), para quem a filosofia platônica deve ser concebida como sendo, no mínimo, triádica. A autora afirma que essa defesa de uma visão dualista é tradicional e frequente, seja em livros de introdução à Filosofia ou durante aulas, e ganha valor de verdade para quem se inicia nesse tipo de estudo, como parecia ter sido o meu caso. De todo modo, buscando preencher algumas

lacunas existentes até o presente momento, mediante as devidas leituras complementares, é que rumo em busca de uma compreensão mais próxima do que defende o filósofo em debate.

Até poderia sair afirmando que o conhecimento, segundo Platão, refere-se ao ser, ao que existe, que é eterno e imutável, que só é possível a partir das formas ou por meio delas (NETO, 2016). Também, que ele se configura quando é atingido o estado de saber, ao se buscar recordar as formas mediante o exercício da dialética. Que é pela recuperação das formas - o ser - que se constitui o conhecimento – o saber – e que ele é entendido como relação entre um sujeito cognoscente e um objeto conhecido (SANTOS, 2012). Contudo, ainda que estivesse correndo o risco de não ter respondido tão bem à questão colocada inicialmente, não teria deixado claro se essas assertivas foram retiradas das obras de Platão. Logo, é o que busco atender, a seguir.

Em sendo assim, com base nos seus escritos, tem-se que a alma se fixa num objeto iluminado pela verdade e pelo Ser, compreende-o, conhece-o e parece inteligente (PLATÃO, 2001). Aqui, destaco a demarcação do que é conhecimento, além de observar a analogia feita com a visão e, antes de mais nada, cabe destacar o que apresenta Haddad (2012, p. 16, grifo nosso), ainda que não haja a intenção no momento, de um maior aprofundamento na questão:

Cabe assinalar, todavia, que muito falta para uma compreensão completa do que seria a visão para Platão. Isso porque, embora o filósofo explique como a visão se dê, ele se refere à visão das cores, à afecção corporal que é encaminhada à alma. Mas **em momento algum fica claro como a alma opera a reunião das diversas afecções corporais.**

Mesmo com essa assertiva, não vislumbro problema em seguir considerando as relações postas até então. O ver e ser visto têm necessidade de algo, pois, sem ele, nada se pode ver. Esse algo é a luz, representada pelo sol que é, ao mesmo tempo, a causa da vista e objeto da própria vista. Por analogia, o Bem é, na dimensão inteligível, em relação à inteligência e ao inteligível, o mesmo que o sol na dimensão visível, em relação à vista e ao visível (PLATÃO, 2001). Ou seja, uma tríade é composta pelo Sol, pela vista e pelo visível, enquanto a outra é pelo Bem, pela inteligência e pelo inteligível.

Aproveitando o que recorda Reis (2007, p. 387), compete ao racional (tò

logistikón) deliberar e governar a alma como um todo, posto que

quando a alma é mal-educada, a razão encontra-se escravizada pelo *éros* tirânico, o raciocínio encontra-se ofuscado e dominado pela tirania de determinados apetites e afecções, enquanto que, na alma que recebe a reta educação de seus três gêneros internos, o raciocínio é autônomo, a razão é guiada pelo *éros* filosófico.

Dessa forma, com a dita boa educação, a alma resgataria os seres imutáveis, já contemplados no seu estado originário de pureza. Ou seja, em sendo assim, o conhecimento só tem possibilidade de acontecer quando em relação com a dimensão inteligível. E, nesse sentido, relativamente a todas as coisas postuladas como múltiplas (visíveis), corresponde uma ideia (inteligível) que é única, dita a sua essência (PLATÃO, 2001).

Então, de acordo com o reunido até aqui, o conhecimento, para Platão, é como que um resgate feito pela alma (reminiscência), quando em contato com a dimensão inteligível, iluminada pela verdade, guiada pelo Bem, desconsiderando tudo o que é múltiplo e mutável, e se realizando com o que é uno.

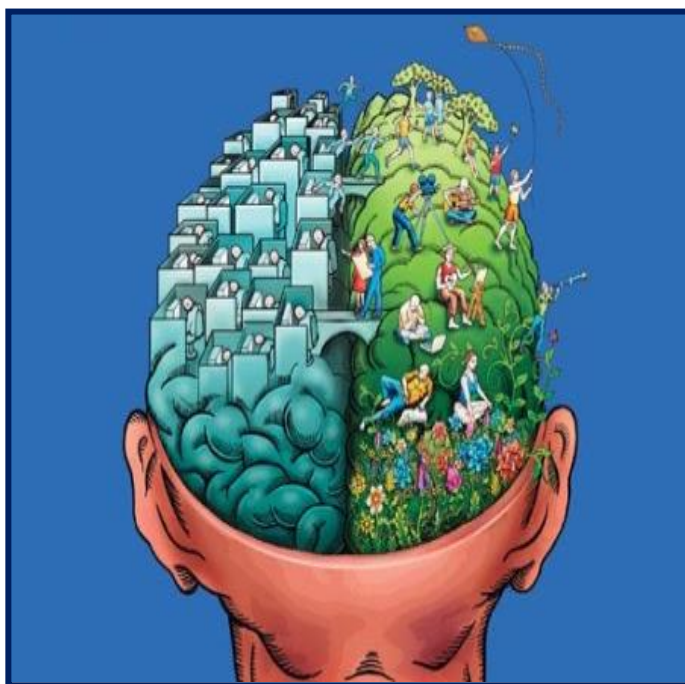
3.2.2.1 Os mundos⁵² de Platão

Para iniciar a apresentação de algumas concepções platônicas, tomarei a Figura 2 como uma referência metafórica aos dois mundos de Platão, a qual passa a ideia de dois ambientes diversos e com características opostas: duas regiões cerebrais que se parecem com dois mundos divergentes. Assim, do lado esquerdo da imagem, verificam-se vários gabinetes com estações de trabalho, estando as pessoas isoladas e detidas nas suas atividades. Basicamente, cada sujeito defronte ao seu computador, entretido na sua função específica. Já do outro lado, o direito, observam-se diversas pessoas em atividades variadas: uma deitada na grama, lendo um livro; outra soltando pipa; uma tocando violão; outra pintando; uma filmando alguma

⁵² Como já comentado, há controvérsias acerca dos chamados mundos platônicos. Além disso, a própria palavra utilizada (mundo) contribui para interpretações enviesadas e, possivelmente, contribuindo para conclusões que se afastam do pensamento do filósofo. De qualquer forma, já tendo alertado para a possibilidade da inexistência dessa dualidade platônica, mas considerando as diversas aparições em obras publicadas, mantereí o uso da expressão citada.

paisagem; outra correndo; uma usando uma luneta; outra olhando um *notebook*, também sentada na grama, entre outros. Para ilustrar e permitir uma ligação, metafórica que seja, com o que Platão definiu como sendo os dois mundos, tomaremos o lado esquerdo aqui descrito como o Mundo Inteligível, enquanto o lado direito será o Mundo Sensível.

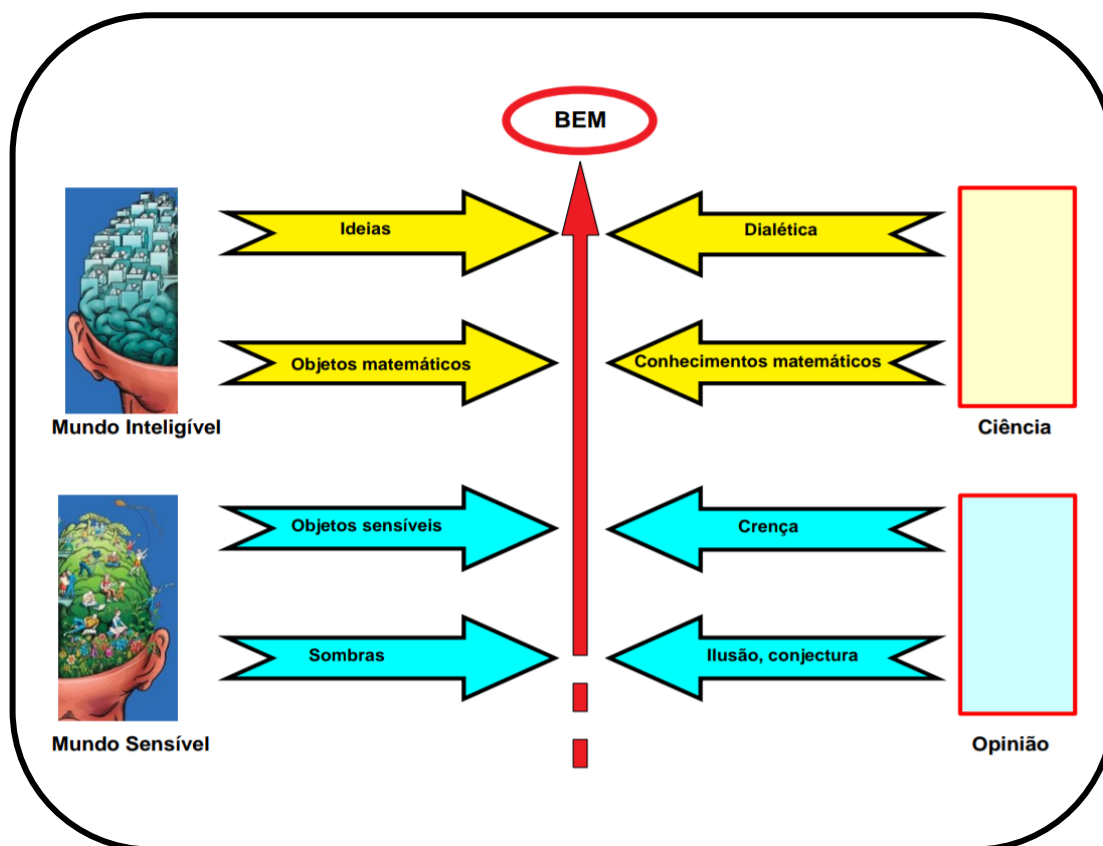
Figura 02 – Dois Mundos



Fonte: <https://br.pinterest.com/pin/503206958357811000/>. Acesso em: 13 jan. 2020.

Cabe salientar que o que chamo de esquerdo e direito não guardam, necessariamente, relação com os lados reais dos hemisférios cerebrais. Na Figura 02, eles importam menos do que as ações e comportamentos representados nela. A partir dela, e com base no que Platão discorre, elaborei a Figura 03.

Figura 03 – A Linha Dividida



Fonte: Elaboração própria (2023).

Não é o objetivo desta breve exposição discutir com maior profundidade sobre a proporcionalidade dos segmentos da chamada “linha dividida”, nem tampouco questionar o seu posicionamento, se “na horizontal” ou “na vertical”. Mas, basicamente apresentá-la, haja vista que representa o núcleo do pensamento platônico (LIMA, 2007), de modo a possibilitar discussões sobre as ideias platônicas mais aceitas entre os estudiosos, o que já basta para uma maior compreensão das questões postas neste estudo.

Na Figura 03, a chamada linha dividida está representada na cor vermelha, “na vertical”. O sentido dela é uma progressão que objetiva atingir um “bem” maior (um mundo divino), que dista do mundo sensível e se localiza na região do mundo inteligível. Somente pela razão é que o homem sensivelmente mundano pode alcançar esse lugar, sendo que, para isso, o meio é a razão.

Na teoria platônica das ideias, o conhecimento sensível não tem o mínimo valor de verdade, e chega a obstaculizar a aquisição do conhecimento autêntico. Estão

incluídas aí as conjecturas e as crenças, traduzidas como opiniões. Para Platão, a experiência sensível (representada pelas setas azuis) tem a função de provocar e despertar na alma a recordação da essência (realidade) das coisas contempladas na eternidade (ANASTÁCIO, 2009).

De acordo com Platão, os objetos físicos (sensíveis) aparecem como cópias imperfeitas dos arquétipos ideais (objetos matemáticos, por exemplo). A formulação da noção de ideia como essência existente em si e, independente das coisas e do intelecto humano, deixa transparecer uma metodologia de pesquisa (ciência) com características do pensamento matemático, no qual se admite um princípio como verdadeiro e tudo o que com ele está em consonância. Assim, para alcançar as ideias, as formas, o movimento dialético é o caminho (ANASTÁCIO, 2009). Na Figura 3, as implicações inteligíveis são representadas pelas setas amarelas.

Para “beber na fonte” de Platão, seguem alguns diálogos da obra “A República”, onde se pode verificar um pouco da concepção platônica comentada até então:

Sócrates — Percebes agora que entendo por segunda divisão do mundo cognoscível aquela que a razão alcança pelo poder da dialética, considerando suas hipóteses não princípios, mas simples hipóteses, isto é, pontos de apoio e trampolins para se elevar até o princípio universal que já não admite hipóteses. Atingido esse princípio, ela se apega a todas as consequências que decorrem dele, até chegar à última conclusão, **sem recorrer a nenhum dado sensível, mas somente às ideias**, pelas quais procede e às quais chega.

Glauco — Compreendo-te em parte, mas não satisfatoriamente, porque trata de um tema muito difícil. Queres estabelecer que o conhecimento do ser e do inteligível, que é adquirido pela ciência da dialética, é mais claro que aquele que é adquirido pela que denominamos ciências, as quais possuem hipóteses como princípios. É certo que aqueles que se consagram às ciências são obrigados a utilizar o raciocínio, e não os sentidos. No entanto, visto que nas suas investigações não apontam para um princípio, mas partem de hipóteses, julgas que eles não têm a inteligência dos objetos estudados, mesmo que a tivessem comum princípio. Parece-me que **denominas conhecimento discursivo, e não inteligência, a geometria e outras ciências do mesmo gênero, considerando esse conhecimento intermediário entre a opinião e a inteligência.**

Sócrates — Compreendeste-me bastante bem. Aplica agora a estas quatro seções estas quatro operações da alma: **a inteligência à seção mais elevada**, o conhecimento discursivo à segunda, a fé à terceira, **a imaginação à última**; e dispõe-nas por ordem de clareza, partindo do princípio de que, quanto mais seus objetos participam da verdade, mais eles são claros (PLATÃO, 2011, p. 294-5, grifo nosso).

Platão considerava, então, que a realidade se constitui de formas perfeitas, e está separada dos dados obtidos pelos sentidos. Para Platão, o mundo das ideias tem

existência real na concretude das ideias, entendidas como formas perfeitas. Por esse motivo, Bicudo (2009) salienta que, apesar das formas perfeitas serem também denominadas de ideias, esse filósofo não deve ser caracterizado como idealista. Na visão da autora, isso é um equívoco.

3.2.2.2 A Matemática platônica

Uma teoria Matemática se constitui de conceitos primitivos (não definidos) e derivados de axiomas (proposições aceitas sem demonstração) e de teoremas (proposições demonstradas). Essa estruturação é, essencialmente, uma herança grega. Ainda que não tenha sido efetivamente um matemático, Platão ofertou contribuições para o desenvolvimento da Matemática grega, especialmente da geometria. Por outro lado, tanto a Matemática egípcia quanto a babilônica tomavam a experiência como critério de verdade (BICUDO, 1998). Contudo, essa não era a visão de Platão: para ele, algo só é se for sem mudança. Assim sendo, os sentidos não podem desempenhar quaisquer papéis epistemológicos (RADFORD, 2011).

Platão apoiava a estruturação dedutiva sistemática da Matemática por considerá-la propedêutica à dialética, cujos fundamentos são, primeiramente, a unidade, a imutabilidade e a necessidade do ser; e secundariamente, a acessibilidade do ser ao pensamento racional e a condenação do mundo sensível e do conhecimento sensível como aparência. Para ele, os únicos objetos possíveis de serem definidos são aqueles que são reais, imutáveis, ou seja, as formas. Desse modo, é a forma, a ideia do triângulo que pode ser conhecida, e não um triângulo real e visível numa lousa ou numa folha de papel. É nessa maneira de conceber o conhecimento que recai a responsabilidade pela alteração da Matemática empírica para a Matemática teórica e pura. Quer dizer, essa mudança possui relação íntima com o caráter idealista anti-empírico da filosofia platônica (BICUDO, 1998; RADFORD, 2011).

Citado por Meneghetti e Trevisan (2013), Ernest (1991) considera que, ainda que o platonismo dê conta da objetividade da Matemática, podem-se verificar duas grandes fraquezas nessa corrente: uma, por não oferecer uma explicação adequada acerca de como os matemáticos acessam o conhecimento matemático do mundo

ideal; e outra, por não explicar de forma adequada a utilidade da Matemática, suas relações com outras ciências, a atividade humana e cultural, e a gênese do conhecimento (MENEGETTI; TREVISANI, 2013).

3.2.2.3 Contexto histórico do pensamento platônico

Pelo que já foi dito até aqui, é notória a influência das visões de Platão na Matemática ocidental. E como destaca Jesus (2005), a busca por eliminar o platonismo da Matemática está fadada ao fracasso. Possivelmente não seja o caso de uma anulação, mas sim de uma reconsideração sobre um *modus operandi* que gerou (e ainda gera) algumas consequências nefastas para o processo educativo matemático.

Nesse sentido, concordo com Radford (2011) quando considera fundamental buscar compreender o porquê de Platão propor a questão do conhecimento da maneira discutida anteriormente. E para isso, assim como esse autor, considero pertinente voltar ao contexto histórico e cultural em que a teoria platônica sobre as formas fora desenvolvida.

Platão nasceu no ano de 428/427 a.C. e era descendente de uma família ateniense de classe alta. Ele viveu num período de transição, no resultado da derrota na guerra do Peloponeso (431-404 a.C.) de uma Atenas próspera, no declínio de uma potência artística e cultural cujo legado se tornaria a base das tradições ocidentais. Antes da guerra, sob o governo de Péricles (460-430 a.C.), Atenas passou por um período de crescentes avanços nos domínios da política e da cultura, bem como experimentou um crescimento da população, a ascensão do comércio e a emergência de novas classes sociais, levando a uma reestruturação social que abalou os antigos valores da elite oligárquica (BARBOSA, 2009; RADFORD, 2011).

Platão cresceu num círculo fechado de parentes membros da oligarquia, líderes do governo antidemocrático que os Espartanos instalaram em Atenas após a derrota na guerra do Peloponeso. E por sua linhagem aristocrática, Platão estava destinado a se tornar um membro da classe dominante de Atenas. Para isso, ele sonhou em fazer a correção da situação política deplorável que se instalou em sua cidade natal, não mais governada segundo as tradições e práticas de gerações passadas. Nesse sentido, sua filosofia se caracterizava como sendo um compromisso à restauração dos antigos valores aristocráticos (RADFORD, 2011).

Mediante esse contexto cultural e político, podem-se entender os ataques de Platão contra os sofistas, que floresceram nos tempos de Péricles e afirmavam os valores do convencionalismo mediante uma epistemologia e ética inspirados por um sentido de relatividade e fluxo temporal (RADFORD, 2011). Cabe atentar para o fato de que os sofistas não se configuravam como sendo meros oportunistas que visavam apenas ao lucro financeiro. Essa certamente é a visão mais precipitada, superficial e equivocada, haja vista ser um fenômeno cuja importância histórica tem valor equiparado ao de Sócrates ou Platão. No entanto, por considerar o conhecimento advindo dos sofistas como sendo parcial e, por isso, não verdadeiro, Platão combateu o seu sistema educacional, atribuindo-lhes o caráter negativo de fundadores do subjetivismo e do relativismo moral, ideia que durante muito tempo teve a concordância de diversos historiadores da filosofia. No entanto, essa posição tem sofrido mudanças e, em grande parte, devidas ao trabalho de Werner Jaeger (1888-1961), filólogo alemão (BARBOSA, 2009).

Assim, a Academia era uma resposta pedagógica estratégica, era o lugar para educar as pessoas de acordo com os valores aristocráticos. Os jovens aristocratas gregos foram instruídos na dialética, a qual buscava, mediante o discurso da razão e isolada de todas as percepções de sentido, encontrar seu caminho à verdadeira essência de cada coisa (RADFORD, 2011), baseada em dois princípios que são aristocráticos no sentido mais profundo e essencial: o princípio da hierarquia (expressa a ideia do governo conduzido por uma ou por bem poucas pessoas instruídas) e o princípio de pertinência (propõe o problema básico de uma visão aristocrática do mundo em termos da confrontação contra a temporalidade e a mudança). Ou seja, a teoria das Formas é arma formidável de Platão nesse conflito e viável a salvar os antigos valores aristocráticos. Foi formulada como uma espécie de racionalidade que se opõe às mudanças. A Matemática Grega estava baseada nessas ideias aristocráticas e oferecia o exemplo paradigmático do imutável, do permanente e do eterno (RADFORD, 2011).

Esse recorte histórico, com o olhar voltado para o pensamento matemático a partir de um ponto de vista antropológico e muito baseado nas contribuições teóricas de Radford (2011), permite perceber as relações imbricadas entre o poder e o conhecimento na cultura. Esse autor lembra que a Matemática Grega deu forma à ideia ocidental de Matemática e das atitudes direcionadas a ela, afirmando que ainda hoje a Matemática continua a ser considerada ao lidar com problemas que vão além de cultura, posição geográfica e tempo. Ela continua a ser concebida como algo universal, cujos objetos estiveram sempre lá, esperando para serem descobertos. E aqui eu retorno a Jesus (2005), que considera essa visão de objetos matemáticos

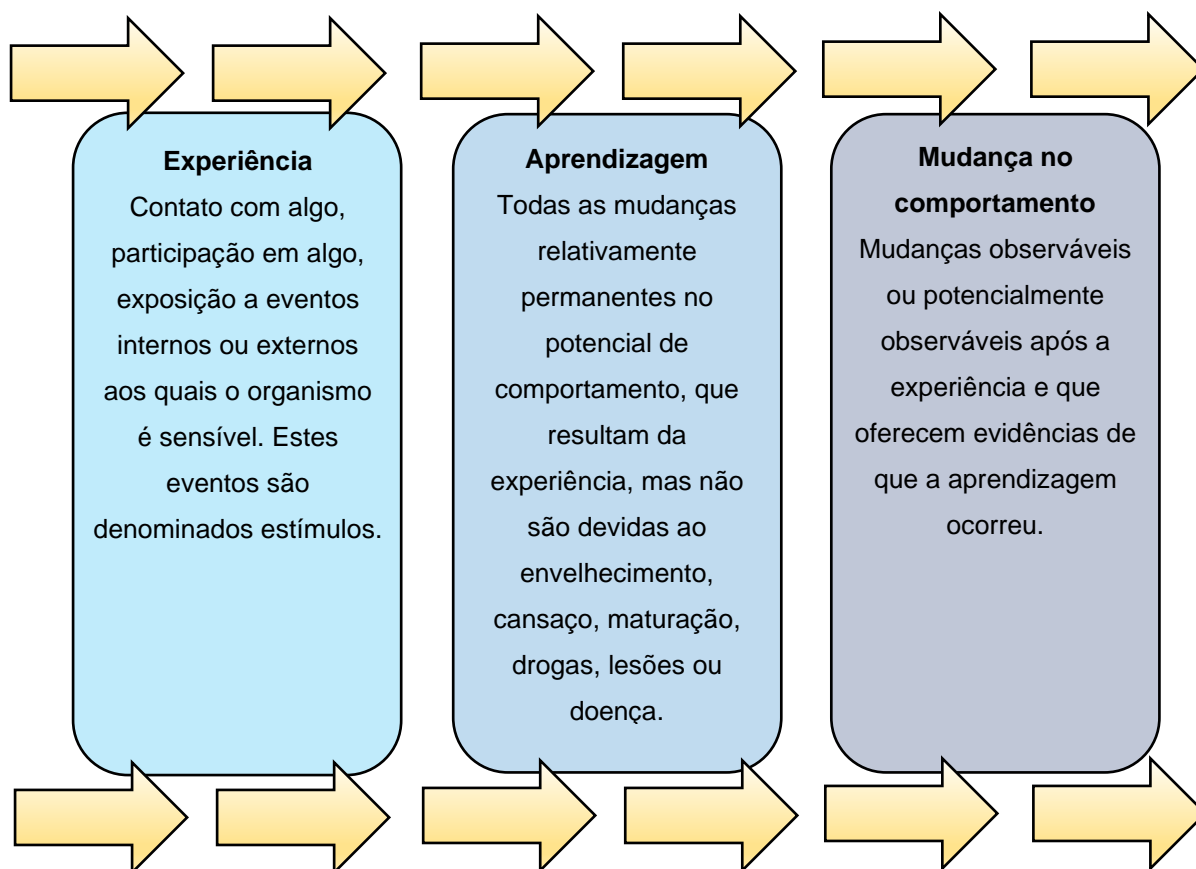
abstratos e preexistentes um obstáculo para que o aluno construa o conhecimento, já que, pelo platonismo, ele se dará pela descoberta permeada pela concepção do mestre e não pela criação. É a esse tipo de reconsideração que me referi no início do texto.

3.3 A APRENDIZAGEM MATEMÁTICA

Na presente pesquisa, a aprendizagem é protagonista. Durante todo o tempo despendido durante a investigação que resultou neste trabalho, ela sempre “deu as cartas”, sempre foi o norte para onde a bússola deste pesquisador jamais deixou de apontar. No entanto, é salutar destacar, se ainda não o fiz ou deixei claro, que nunca almejei comprovar, verificar ou constatar a aprendizagem Matemática mediante canções, ainda que a ocorrência contribua para a elucidação do problema inicialmente posto. Primeiro porque o objetivo geral colocado se situa no campo da possibilidade de que a aprendizagem aconteça e, segundo, pela dificuldade de afirmar que alguém aprendeu algo num contexto e período específico e determinado.

Diferente de ser definida pelas mudanças reais ou potenciais no comportamento, a aprendizagem configura-se como sendo uma mudança permanente no potencial de comportamento e resultante da experiência, cujos efeitos permanentes nem sempre são aparentes. As mudanças observáveis no comportamento são apenas evidências de que a aprendizagem ocorreu, pois ela é um processo neurológico interno e invisível (Figura 04). Essas evidências podem depender de oportunidade para agirem e, por isso, a necessidade de uma definição para a aprendizagem como uma mudança não no comportamento, mas no potencial para comportamento (LEFRANÇOIS, 2019).

Figura 04 – Experiência, Aprendizagem e Mudança de Comportamento



Fonte: Elaboração própria (2023) a partir de Lefrançois (2019).

Também tratando de cognição e com grande destaque no campo da Educação, quando se discute o processo de aprendizagem, o psicólogo bielorrusso Lev Vygotsky apresenta uma teoria de caráter histórico-cultural e que tem como referência inicial a ideia de que os processos mentais superiores, como o pensamento, a memória, o raciocínio, a consciência, dentre outros, dependem dos processos sociais, ou seja, que o desenvolvimento psíquico é regido e influenciado pelo contexto social e cultural no qual vive o indivíduo (D'AMORE; PINILLA; IORI, 2015). De acordo com Vygotski (1930), toda forma superior de comportamento aparece em cena duas vezes durante o desenvolvimento: inicialmente, como forma coletiva do mesmo, interpsicológica, como no caso da linguagem, por exemplo, a qual representa um meio de vínculo entre a criança e os que a rodeiam mas que, no momento em que a criança começa a falar para si, pode se considerar como a transposição da forma coletiva de comportamento (inicial), para a prática do comportamento individual, intrapsicológica. Essa

transformação representa um processo mediante o qual o indivíduo passa a se apropriar das formas culturais de comportamento social, que, assim, passam, definitivamente, a fazer parte do conjunto dos conteúdos psíquicos do indivíduo. Processo esse no qual repousa o que o teórico denominou de processo de interiorização (D'AMORE; PINILLA; IORI, 2015).

A interiorização, segundo Vygotski (1930), se realiza devido às operações externas se integrarem em uma função complexa e em síntese com toda uma série de processos internos. Dessa maneira, o processo não pode mais continuar sendo externo, haja vista que todas as outras funções mudaram, formando, então, um novo sistema, reforçado e transformado em interno. O processo de interiorização requer atividades semióticas, em particular, o uso de sistemas semióticos. Nele, destacam-se, desempenhando um papel de mediação fundamental, os signos (D'AMORE; PINILLA; IORI, 2015). Nesse sentido, Vygotsky (2001) afirma que todas as funções psíquicas superiores possuem como ponto em comum o fato de serem processos mediatos, que incorporam à sua estrutura, como parte central de todo o processo, o emprego de signos como meio fundamental de orientação e domínio nos processos psíquicos.

Acerca do viés semiótico sobre o processo de aprendizagem, o retorno à essa temática, neste trabalho, será preponderante. De todo modo, a fim de tratar das possíveis contribuições que as canções fornecem para que ocorra a aprendizagem, é importante situar qual, então, seria o seu tipo. Toda pesquisa em Didática (de tipo B)⁵³ concentra sua atenção no fenômeno da aprendizagem e não aceita que ela venha a ocorrer segundo um único modelo teórico. No entanto, ainda que compartilhando dessa afirmação, d'Amore (2007) afirma que, nos últimos anos, é a Psicologia Cognitiva a candidata com maiores condições de assumir o papel de organizadora da fundamentação de variadas experiências investigativas.

Por outro lado, mesmo com uma multiplicidade de campos teóricos, a visão que se tem dos processos que respondem pela aprendizagem é genérica e os princípios que propiciam nosso comportamento são relativamente universais. Isso fica mais cristalino quando se observam tentativas de descrição de um certo desempenho

⁵³ d'Amore (2007) apresenta a possibilidade de um duplo modo de ver a Didática da Matemática: um modo A, no qual a atenção situa-se na fase do ensino; e um modo B, cuja atenção ocorre na fase de aprendizagem. Segundo o autor, o especialista no modo A é sensível ao aluno e o coloca no centro de sua atenção. Contudo, a ação didática desse especialista não é sobre o aluno, mas sobre o assunto que está em jogo.

médio, ao invés de um excepcional, como que desconsiderando as diferenças importantes nos estilos de aprendizagem de diferentes pessoas e adotando uma crença num modo comum, normal de pensar e aprender (LEFRANÇOIS, 2019).

Deixando clara a minha desconfiança acerca do modo investigativo da Didática A apresentada por d'Amore (2007), reproduzo parte da fala de Ubiratan d'Ambrósio (2015, p. 24) sobre a importância de um olhar mais abrangente sobre o aluno e, conseqüentemente, que contribui para o processo de aprendizagem:

O trabalho em sala de aula não é resultado apenas de conhecimento da matéria. É também importante conhecer o aluno, saber de suas expectativas e angústias, de seu comportamento fora da escola, do ambiente de sua casa e da comunidade. Isto é, conhecer o contexto social e cultural em que vive o aluno a maior parte de sua vida. Não podemos nos esquecer que o ano tem 8760 horas, das quais o aluno passa em média apenas 1000 na escola, pois a legislação brasileira determina 200 dias letivos, com cerca de 5 horas diárias. Deve-se considerar que aprendizagem se dá a cada instante de vida, e que o aluno está sujeito a todo tipo de experiência fora da escola. Essas considerações são fundamentais para o professor no seu planejamento.

Diferente disso, as teorias que buscam universalizar o processo de aprendizagem e idealizar o aluno, afastando-o das singularidades que o compõem, rejeitando o seu percurso histórico-social, descrevem-no como sendo um indivíduo mítico, prototípico, o aluno médio (FRANÇOIS, 2019), como parece ser a forma de olhar da Didática A (D'AMORE, 2007). Claro, deve-se levar em consideração que essa busca por um olhar uniforme visa facilitar, até certo ponto, as investigações desse processo. No entanto, o que não pode ficar de lado é que, além de cada aluno possuir as suas características, potencialidades e ritmos para aprender, criam, quando em conjunto, possibilidades diversas que a generalização irresponsável não consegue dar conta e, como consequência, contribui para os diversos insucessos educativos.

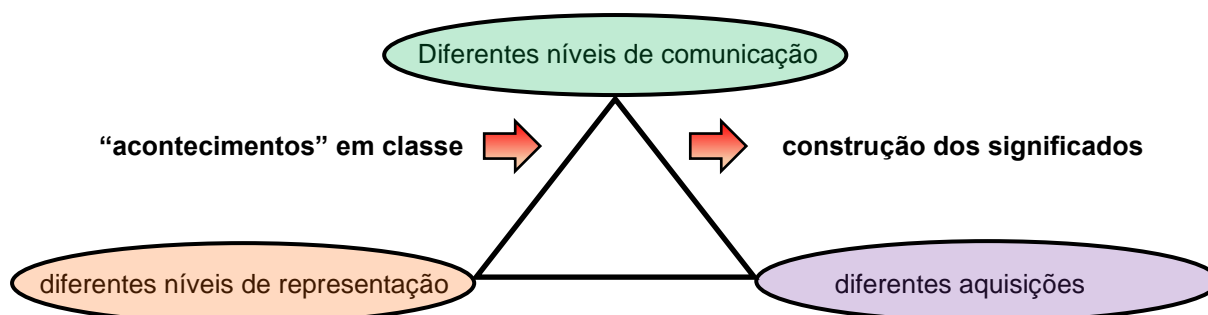
As maneiras de aprender são diversas, pois cada indivíduo é único, carrega qualidades específicas, é movido em diferentes direções e por forças e desejos distintos. Enquanto alguns aprendem melhor no período matutino, outros não abrem mão do período noturno. Se há aqueles que “dependem” da constante intervenção do professor de uma forma mais estruturada, há o grupo mais autônomo e que prefere as abordagens mais individuais; uns são mais auditivos, outros visuais; certos alunos preferem as atividades em grupo, rejeitadas por aqueles que escolhem um contato meio que solitário com os objetos do saber. François (2019) lembra que, acerca dessa gama de possibilidades para a aprendizagem, Sternberg nomeia como sendo os

estilos intelectuais, também chamados estilos de aprendizagem.

Além das diversas formas de aprender e que dependem de cada aluno, não se pode deixar de considerar a influência do contexto em que se dá esse processo. Segundo d'Amore (2007), a aprendizagem nada mais é do que uma contínua reorganização cognitiva, na qual os significados formados são continuamente colocados em discussão, sofrendo alterações constantes no interior do que ele chama de “história da classe”. Nesse movimento, a regularidade não é a regra, podendo ocorrer avanços, retrocessos, rupturas, tentativas diversas, mas nunca acontecendo como uma progressão linear e sim como uma dinâmica apoiada no entrelaçamento de saberes adquiridos e aqueles na iminência de aquisição.

Tudo isso mediante uma sucessão de acontecimentos gerados por diferentes níveis de comunicação, lógicas de representação e de competências que, como processo, também induz a esses níveis de comunicação, às diferentes lógicas e às diferentes aquisições, constituindo, assim, a construção dos significados (Figura 05). Nesse contexto, tanto se pode buscar olhar cada aluno de forma isolada, no interior da história da classe, como também de forma coletiva, tendo cada aluno como participante na construção dessa história.

Figura 05 – Construção de significados



Fonte: Elaboração própria (2023) a partir de d'Amore (2007).

Um dos estudiosos que dialogam com a cognição, Radford (2011) concorda que as diversas teorias de ensino e aprendizagem diferem umas das outras, principalmente acerca de suas concepções sobre o conteúdo a ser aprendido, sobre o sujeito que aprende e sobre como realmente ocorre a aprendizagem. Especificamente com relação ao processo de aquisição da aprendizagem, ele chama a atenção para o fato de que a maioria das teorias contemporâneas tem adotado o

ponto de vista mediante o qual o aluno constrói o próprio conhecimento. Destaca que, embora elas não cheguem a excluir o papel do social, parecem reduzir a dimensão social do conhecimento a um certo ambiente externo, cuja atividade cognitiva do aluno precisa se adaptar.

No entanto, registra que, por outro lado, pesquisas mais recentes em psicologia e antropologia, por exemplo, apontam a natureza contextual do saber e do ser. Como a contrariar a maneira que se compreende a cognição, Radford (2011) afirma que ela é muito mais complexa do que as epistemologias adaptativas permitem antever, haja vista que os ambientes culturais exercem um papel significativo na nossa forma de vir a conhecer e ser.

Para o estudo do processo de aprendizagem matemática, e ampliando o debate aqui apresentado, Uribe (2015, p. 20) sinaliza que a investigação tem de ser cognitiva e social, individual e coletiva, antropológica e cultural, claro; mas que daqui em diante terá de ser também semiótica. Quanto a isso, apresento alguns debates, sinalizando o quanto esse enfoque tem ganhado importância, tanto entre os estudiosos da área específica, quanto nos mais atuais documentos curriculares oficiais do Brasil.

3.3.1 A importância do olhar semiótico na Educação Matemática

Uma das grandes questões acerca do conhecimento matemático, com consequências para o seu processo de ensino e aprendizagem, é quanto à forma de acessá-lo. Se a análise do conhecimento não deve considerar somente a natureza dos objetos estudados, mas igualmente a forma como os objetos nos são apresentados ou como podemos ter acesso a eles por nós mesmos (DUVAL, 2011), surge um problema epistemológico: como podemos alcançar o conhecimento desses objetos, já que não temos acesso a esses objetos senão mediante as representações que fazemos deles (RADFORD, 2005)?

De maneira diversa do que ocorre nos outros domínios de conhecimento científico, os objetos matemáticos não são acessíveis de forma perceptiva ou instrumental, mas somente por meio dos sistemas semióticos de representação (DUVAL, 2015). Sendo assim, devido aos problemas específicos que o ensino e a aprendizagem da Matemática levantaram e continuam levantando nas escolas do

mundo inteiro, a semiótica começou a fazer parte explicitamente da Didática da Matemática na metade da década de 1990, quando Raymond Duval evidenciou a necessidade de usá-la e as armadilhas que ela coloca para a construção cognitiva dos objetos matemáticos por parte de nossos estudantes. A partir desse momento, tornou-se um dos assuntos mais estudados da Didática da Matemática. Nomes como Raymond Duval, Luis Radford, Bruno d'Amore, e Juan Godino são alguns dentre muitos dos que realizaram investigações específicas e articuladas nesse campo (D'AMORE; PINILLA; IORI, 2015).

E quais seriam os benefícios da inserção de estudos semióticos no olhar sobre o ensino e a aprendizagem de Matemática? Radford (2015, p. 15-6) parece nos dar uma pista:

A semiótica, pensada em seu sentido mais geral, isto é, não tanto como reflexão a respeito do signo, mas como o estudo do significado e da significação, como sugere Umberto Eco (1988), fornece uma brecha inimaginável para procurar compreender as formas de significação da Matemática e suas relações com a cultura. A semiótica permite abordar os processos de significação nos quais se lançam os estudantes quando procuram compreender as formas de raciocínio matemático histórico e culturalmente constituído. A semiótica nos oferece um espaço para compreender que tais processos não são realizados simplesmente por meio do simbolismo matemático. Através da semiótica, podemos apreciar o fato de que nesses processos intervêm outros tipos de signos, como os gestos, as palavras, a entonação, o ritmo e outros signos corporais. Do ponto de vista da semiótica cultural, a Matemática se liberta do silêncio no qual havia sido submersa pelo seu simbolismo tradicional e alcança uma nova dimensão cheia de vida: a Matemática aparece como reflexão e ação específica sobre o mundo, realizada em e através dos signos mundanos, corporais e científicos (gráficos, diagramas, fórmulas etc.), criando assim complexas redes de significados que se renovam no terreno da vida prática e concreta.

Então, percebe-se que não parece haver um caminho de volta para a Didática da Matemática do Século XXI. Aliás, Uribe (2015) sugere que ela está a se dividir em duas partes: uma, a dos que ainda fazem vistas grossas para a importância e contribuição de perspectivas semióticas; e outra, dos que já admitem consciência do quão fértil é esse novo terreno. Recordando a chamada Didática A, a tradicional “arte de ensinar”, a disciplina acadêmica que iniciou a sistematização dos bons conselhos dos bons professores veteranos aos futuros professores de Matemática; e a Didática B, que começa a investigação científica da aprendizagem e do ensino da Matemática com a escola francesa da didática de Guy Brousseau e outros colegas franceses, como Yves Chevallard (vertente mais antropológica-cultural), Gérard Vergnaud e Régine Douady (vertente mais psicológica-cognitiva), Uribe sugere que parte dessa

Didática B, que se distingue pela centralidade da semiótica, poderia ter outra denominação, dentre as quais prefere Didática Σ com sigma inicial de “*semeion*”, o signo, a *semiosis*, a semiologia e a semiótica.

De todo modo, ainda que o olhar seja semiótico, será apenas mais um olhar entre vários. A diversidade dos enfoques semióticos existentes pode gerar algumas dificuldades acerca tanto da pesquisa em Educação Matemática como para estudantes em cursos de formação de professores de Matemática. No entanto, não se deve buscar uma definição que elimine as diferenças, mas aprender a reconhecer a complexidade dos fenômenos e das produções semióticas (DUVAL, 2015).

Nesse sentido, visando dar suporte a esta pesquisa, tomo como bases teóricas as contribuições de Raymond Duval (mais cognitivo e próximo às vertentes piagetianas da didática) e Luis Radford, condecorado em 2011 com a Medalha *Hans Freudenthal* ao programa mais promissor em Didática da Matemática, que ele denomina “a teoria semiótica-cultural da aprendizagem”, o qual, segundo Uribe (2015), é o mais lúcido expoente da vertente vygotskyana.

O principal interesse de Duval está no funcionamento cognitivo do aluno. De acordo com ele, o pensamento se liga às operações semióticas e, assim, não haverá compreensão possível sem o recurso a essas representações. A construção da sua TRRS se daria a partir de um enfoque interpretativo das teorizações de Peirce, de Saussure e de Frege⁵⁴ (ALMEIDA; SILVA, 2018).

Já Radford parte da Lei Genética do Desenvolvimento Cultural de Vygotsky, a qual relaciona a cognição humana com o uso de signos nas atividades e introduz os Sistemas Semióticos Culturais (SSC), nos quais são consideradas as opiniões, as crenças de uma cultura e as modalidades de geração de significados, entre outras questões (D'AMORE; PINILLA; IORI, 2015).

3.3.1.1 A Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS)

A Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS), integrante das concepções teóricas que formam a Didática Francesa, baseia-se na pluralidade de

⁵⁴ O projeto de Peirce foi o de classificar todas as representações, semióticas e não semióticas, relacionando-as ao desenvolvimento de um conhecimento a partir da experiência concreta. Saussure mostrou, mediante o exemplo das línguas naturais, a prioridade da noção de sistema semiótico com relação ao signo. Frege, partindo do exemplo das linguagens simbólicas e formais, explicou como o processo semiótico é produtor de novos conhecimentos em Matemática (DUVAL, 2015).

representação de um mesmo objeto matemático e, principalmente, na articulação desses diferentes registros como condição necessária para a compreensão em Matemática. Para o autor dessa teoria, o grande equívoco teórico-metodológico do ensino de Matemática e da maioria das pesquisas em didática é acreditar que as produções verbais ou escritas dos alunos, que são fenômenos de superfície, refletiriam direta e imediatamente o funcionamento cognitivo multi-registro do pensamento matemático (DUVAL, 2013a; 2013b).

Para Duval (2013a; 2013b), não existe acesso perceptivo, direto ou instrumental aos objetos matemáticos (números, funções etc.). Para acessar esses objetos, do ponto de vista cognitivo, a atividade Matemática deveria ser analisada em termos de transformações das representações semióticas e não de conceitos puramente mentais, e, portanto, assemióticos.

No entanto, o autor lembra que o objeto matemático nunca deve ser confundido com a representação semiótica utilizada para representá-lo. Essa condição gerou o paradoxo cognitivo da Matemática: se não temos acesso ao próprio objeto fora de sua representação, então como não o confundir com ela? Porém, o que permite contornar esse paradoxo é a possibilidade de multi-representação potencial de um mesmo objeto. A única opção para não confundir o conteúdo de uma representação com o objeto representado é dispor de, ao menos, dois registros de representação diferentes.

Dois conceitos são importantes para o entendimento da teoria posta: um é o de tratamento, uma transformação interna a um registro de representação ou a um sistema, como adicionar dois números fracionais ou subtrair dois números decimais; o outro é o de conversão, uma transformação externa ao registro da representação de partida, conservando a totalidade ou apenas uma parte do objeto matemático em questão. Como exemplos, a passagem da escrita algébrica de uma equação a sua representação gráfica e de uma representação linguística para uma representação figural.

No entanto, a conversão se configura como uma das maiores dificuldades dos alunos na compreensão em Matemática, ainda mais quando um dos registros é pluri-funcional, como o da língua natural, a situação se torna ainda mais complexa (DUVAL, 2013b; 2009; 1993). A língua constitui o primeiro registro de representação semiótica para o funcionamento do pensamento, e se destaca por sua maior complexidade e a prioridade genética sobre os outros registros. Além disso, cumpre ao mesmo tempo

funções tanto de comunicação como cognitiva. Quando de comunicação, consideramo-la como código; já quando cognitiva, como registro.

Entretanto, existe uma distância cognitiva considerável entre a língua natural e os outros registros, o que torna difícil a conversão dos enunciados da língua natural para representações em outro registro. Tanto que a origem das dificuldades na resolução dos problemas aditivos, por exemplo, deve ser procurada prioritariamente no nível da compreensão do enunciado, já que as dificuldades não se referem aos aspectos numéricos e pragmáticos, mas na compreensão das relações de ordem temporal indicadas no enunciado e no sentido dos verbos portadores de uma informação numérica, tais como: tem, perde, ganha etc. Desta forma, a fim de evitar esse tipo de obstáculo, deve-se recorrer às representações auxiliares de transição, ao converter o registro da língua num outro tipo de representação (DAMM, 2013; DUVAL, 2011).

3.3.1.2 Os Sistemas Semióticos Culturais (SSC)

Inicialmente, destaco que Geertz (1989) visualiza a cultura como sendo essencialmente semiótica. Para ele, o homem é um animal preso a teias de significados que ele mesmo teceu.

O conjunto de signos constituintes de uma dada cultura pode fornecer explicitações acerca da caracterização de cada momento cultural situado no tempo e no espaço. Ao desenvolver essa noção, Luis Radford relaciona semiótica cultural com cognição mediante o que denominou Sistemas Semióticos Culturais (SSC) (COLOMBO; FLORES; MORETTI, 2007). Os SSC representam a superestrutura simbólica que, juntamente com a dimensão histórico-econômica, dão forma e organizam as atividades dos indivíduos; são sistemas de significação em relação estreita com a ontologia da cultura (RADFORD, 2021; 2004a).

Nessa semiótica cultural, o problema da cognição humana é visto sob o ponto de vista antropológico. Quanto à relação entre cognição e cultura, duas etapas são destaques nessa concepção: uma, acerca da própria natureza da cognição – a semiótica cultural baseia-se num novo reposicionamento do indivíduo, o qual é visto como um indivíduo que vive, pensa e atua dentro da estrutura de sua cultura e na

premissa de que a base da cognição se encontra na práxis social; e outra, na qual a semiótica cultural levanta o problema da cognição como reflexo da prática social. E é aqui que a dimensão semiótica ganha toda a sua importância: signos e artefatos tornam-se válidos como mediadores da atividade e elementos-chave dos processos de reflexão.

Assim, nesse contexto, a atividade cognitiva é considerada uma atividade social, mediada, de interiorização reflexiva das práticas sociais historicamente constituídas, ou seja, o que conhecemos e como o conhecemos é circunscrito por posições ontológicas e processos de produção de significados que moldam um certo tipo de racionalidade e que nos permitem colocar certos problemas. Essa ideia demonstra um isolamento não só do construtivismo como de outras teorias – como a psicologia cognitiva – que veem nos instrumentos auxílios externos que ampliam as possibilidades de nossas estruturas cognitivas sem alterá-las em sua essência (RADFORD, 2021; 2004a).

Na abordagem semiótica cultural, o conhecimento não é considerado como uma descoberta de algo que já estava por aí, anterior a toda atividade semiótica cognitiva (como no platonismo e no realismo). Ele não é algo sobre coisas pré-existentes ou sobre objetos eternos e imutáveis, mas é gerado no curso da atividade humana, e sua forma dependerá da dimensão histórico-econômica e de uma superestrutura simbólica. Nessa abordagem, o que salta aos olhos e a difere das demais é o conceito de pensamento proposto, que ancora precisa e definitivamente o pensamento na cultura (RADFORD, 2021; 2004a).

Do ponto de vista cognitivo, a semiótica tem o papel de objetivar o conhecimento. A ideia de objetivação possui relação íntima tanto com a natureza dos objetos conceituais (ontologia) quanto com a relação epistêmica entre sujeito e objeto. Ela indica um processo que tem como objetivo mostrar alguma coisa a alguém pelos meios semióticos de objetivação (objetos, artefatos, termos linguísticos, de modo geral – signos que são utilizados para tornar visível uma intenção e para levar a termo uma ação). Na perspectiva semiótica cultural descrita até aqui, a atividade humana produz o objeto. O signo e o modo como é usado constituem o objeto conceitual: eles objetivam o objeto (RADFORD, 2021; 2005; 2004a).

3.3.1.3 A teoria da objetivação

A Teoria da Objetivação (TO) de Luis Radford é uma teoria do ensino-aprendizagem inspirada no materialismo dialético e na escola vygotskyana, situada em uma série de esforços feitos por muitos educadores matemáticos a partir do final dos anos 1980, e que busca se afastar das correntes subjetivistas (empiristas, construtivistas etc.) da aprendizagem e das epistemologias tradicionais do sujeito-objeto. Segundo esse teórico, ao afirmar que é o indivíduo que constrói, através da experiência, o próprio conhecimento, o construtivismo equipara ação e conhecimento. Dessa forma, configura-se como uma teoria individualista da aprendizagem, segundo a qual ação individual é igual ao conhecimento, e esse é igual à aprendizagem.

Assim, com o intuito de encontrar outras ideias a fim de se contrapor a essas abordagens descritas, a escola histórico-cultural de Vygotsky foi uma rica e estimulante referência, assim como o programa de etnomatemática liderado por d'Ambrosio, no qual se encontraram ressonâncias muito fortes em relação à concepção situada de conhecimento (RADFORD, 2021; 2018).

Para uma melhor compreensão dessa teoria que tomo como uma das principais direcionadoras dos diálogos deste estudo, faz-se necessário apresentar alguns temas que surgem na sua discussão, tais como: o saber, o conhecimento e a aprendizagem (os três conceitos ontológicos e epistemológicos basilares da teoria), além da objetivação, subjetivação, aluno, professor e Educação Matemática.

O saber é concebido como uma entidade geral que, ontologicamente falando, já está na cultura quando nascemos. Ele é concebido como um conjunto de processos de reflexão e ação cultural historicamente constituídos. O saber não é uma entidade que aparece na interação frente a frente com o outro; ele é algo que sempre tem um antecedente, ou seja, para pensar algo, sempre há uma possibilidade já constituída para pensá-lo. O saber, assim, é uma potencialidade.

Essa concepção difere bastante daquela do construtivismo, no qual a produção do saber ocorre como uma produção privada do sujeito que o produz, pois, se o mesmo é seu criador, é, assim, seu dono. Uma cultura qualquer ofertará outras possibilidades de ação e reflexão aos indivíduos que estão por nascer nela, ou seja, outros saberes. Essas possibilidades são ações-reflexões potenciais – potência no

sentido aristotélico, de capacidade para fazer algo. Por isso, considera o saber uma pura potencialidade.

Por decorrência, o conhecimento se constitui a atualização desse saber, partindo e dependendo da oferta cultural. No entanto, o indivíduo precisará encontrar esses saberes, entrar em contato com eles para, assim, aproveitar os saberes que a sua cultura lhe oferece. É este encontro que se denomina de processo de objetivação, o qual consiste numa transformação, uma conversão do objeto do saber posto em movimento em objeto de consciência (algo tangível) que, assim, poderá ser percebido e sentido pelo indivíduo (MORETTI; PANOSSIANI; MOURA, 2015; MORETTI; PANOSSIANI; RADFORD, 2018; RADFORD, 2021; RADFORD, 2018).

A TO conceitua a aprendizagem em termos de processos que são, ao mesmo tempo, de objetivação e de subjetivação: ela é vista como um encontro, e não como algo de que eu me aproprio e me torno dono, como nas epistemologias individualistas. Nesse sentido, sejam considerados os termos *objekt* e *gegenstand*⁵⁵. *Objekt* refere-se a um objeto geral e independente do indivíduo. Diferentemente, *gegenstand* significa um objeto de consciência, mediado por ela e mudando continuamente em relação a ele. A diferença é, portanto, que *gegenstand* se refere a um objeto intencional, de consciência ou pensamento, e *objekt* se refere ao objeto no seu sentido não subjetivo, mas lógico; um objeto assim, no mundo, concebido independentemente do sujeito específico. Esse encontro entre a consciência do sujeito e a lógica cultural é muito importante, pois é onde e quando ocorre a aprendizagem.

Cabe salientar que, mediante essa abordagem de aprendizagem, o indivíduo concreto está sempre presente. Não é aquele sujeito epistêmico geral, como na epistemologia piagetiana ou na teoria das situações didáticas (um aluno propenso a aprender)⁵⁶. Ao contrário, o indivíduo é parte de uma coletividade, sem, contudo, desvanecer ou desaparecer nela (MORETTI; PANOSSIANI; RADFORD, 2018; RADFORD, 2021; RADFORD, 2018).

Processos de objetivação são processos ativos, corporificados, discursivos, simbólicos e materiais, mediante os quais os alunos se encontram, percebem e se

⁵⁵ Termos em alemão (semelhantes, mas não idênticos) utilizados por Hegel (RADFORD, 2018)

⁵⁶ Ainda que considere as diversas e importantes contribuições da Teoria das Situações Didáticas, concordo quanto a esse aspecto que a TO trata, haja vista que desconsiderar todo o contexto no qual o sujeito está inserido, é teorizar mediante uma situação ideal, com variáveis controladas, algo de tamanha dificuldade, se é que possível.

familiarizam de forma crítica com os sistemas de pensamento, reflexão e ação constituídos histórica e culturalmente. Esses encontros são cheios de emoção e afeto, são transformadores, e neles o aluno encontra algo que não é ele, mas é o outro que, assim, o objetiva.

Nesse sentido, o conceito de objetivação vai em uma direção diferente, tentando se livrar das epistemologias clássicas da relação sujeito-objeto. A ideia, então, é reconhecer esse objeto sem, no entanto, entrar na lógica da posse, do “meu objeto”, mantendo-o em sua pura alteridade, pois, dessa maneira, difere de mim, mas posso encontrá-lo, tornando-me um sujeito. Simultaneamente ao processo de objetificação, existe um outro, de subjetivação, que são os meios pelos quais os alunos encontram outras vozes e perspectivas, o objeto cultural, e se tornam sujeitos culturais históricos únicos, em criação perpétua e incessante do sujeito. A subjetivação é, portanto, o processo histórico de criação do eu (MORETTI; PANOSSIANI; RADFORD, 2018; RADFORD, 2021; RADFORD, 2018).

O que se busca considerar na TO é um sujeito em sua relação com o objeto conceitual, como um sujeito híbrido. Essa ideia é o que capacita um aluno a resolver o mesmo problema em dois ou mais contextos diferentes. Nessa ótica, um bom aluno de Matemática não será somente aquele aluno que se transformou num bom resolvidor de problemas, mas sim em sujeito humano. No entanto, sem uma sensibilidade ao outro, sem uma sensibilidade cultural e política, isso dificilmente poderá acontecer.

Por outro lado, o professor é alguém que está implicadíssimo com o aluno e que sofre ou goza ao seu lado. Considerando que o saber passa de uma situação de pura potencialidade a uma atualização, é dessa que o professor deve participar conjuntamente com o aluno para que certas tomadas de consciência ocorram na sala de aula. É o chamado labor conjunto⁵⁷, uma atividade que inclui fluxo de componentes e materiais emocionais, afetivos, éticos e intelectuais dos quais a Matemática emerge e de onde ocorrem processos de objetivação e subjetivação (MORETTI; PANOSSIANI; MOURA, 2015; RADFORD, 2021; RADFORD, 2018).

Da mesma forma que há objetos concretos no mundo, há formas ideais constituídas em sistemas de pensamento. Assim, da mesma maneira que há carros e

⁵⁷ Se referindo à implicação que tem o professor no processo de aprendizagem, d'Ávila (2013) lembra da importância que as condições psicopedagógicas e didáticas assumem quando nessa relação com o aluno, destacando que é quando a ideia de mediação didática se delineia com maior clareza.

celulares no momento em que chegamos a este mundo, ele também está repleto de sistemas de pensamento (matemático, artístico etc.), de maneiras de ver o mundo. Esses sistemas de pensamento não são platônicos, mas derivados da prática social.

Assim também a forma de conceber a aprendizagem, inclusive a Matemática, com essa progressiva tomada de consciência dessas idealidades, desses sistemas de pensamentos. A Matemática é considerada como sendo simultaneamente ideal e concreta, visual, tátil, auditiva, material, artificial, gestual e cinestésica, sempre produzida em conjunto com professores e alunos.

No entanto, ela se tornou meramente utilitarista, e tudo o que não fosse suscetível de ser traduzido em termos econômicos não era considerado. Uma Matemática que foi desenvolvida durante milênios e tem uma forma muito específica hoje. Nela, caso das sociedades ocidentais contemporâneas, não há espaço para o prazer estético e o crescimento subjetivo. É preciso mudar a ideia de que a Matemática serve apenas para aprender conteúdos conceituais.

A Educação Matemática deve ter um olhar mais detido na formação de novas subjetividades, de novos indivíduos. Ela não deve se centrar somente nos saberes, mas também nos seres. Por outro lado, há, sim, outras estratégias mais poéticas e mais estéticas de pensar o mundo mediante a Matemática. Contudo, há que se ter muita criatividade para encontrá-las (MORETTI, PANOSSIAN, MOURA, 2015; MORETTI, PANOSSIANI, RADFORD, 2018; RADFORD, 2021; RADFORD, 2018).

3.3.1.4 Os documentos curriculares no Brasil

De modo a demonstrar a importância que vem sendo dada à semiótica acerca da aprendizagem Matemática, no contexto dos referencias educacionais oficiais no Brasil, seguem trechos, em destaque, tanto dos PCN (1998) quanto da BNCC (2017).

Segundo os PCN (BRASIL, 1998, p. 19, grifo nosso):

— No ensino da Matemática, destacam-se dois aspectos básicos: um consiste em relacionar observações do mundo real com **representações (esquemas, tabelas, figuras)**; outro **consiste em relacionar essas representações com princípios e conceitos matemáticos**. Nesse processo, a comunicação tem grande importância e deve ser estimulada, levando-se o aluno a “falar” e a “escrever” sobre Matemática, a trabalhar com

representações gráficas, desenhos, construções, a aprender como organizar e tratar dados.

— A aprendizagem em Matemática está ligada à compreensão, isto é, à **apreensão do significado; apreender o significado de um objeto ou acontecimento pressupõe vê-lo em suas relações com outros objetos e acontecimentos.**

Os PCN acrescentam:

Eles também se utilizam de **representações** tanto para interpretar o problema como para comunicar sua estratégia de resolução. Essas **representações** evoluem de formas pictóricas (desenhos com detalhes nem sempre relevantes para a situação) para **representações** simbólicas, aproximando-se cada vez mais das **representações** Matemáticas. Essa evolução depende de um trabalho do professor no sentido de chamar a atenção para as **representações**, mostrar suas diferenças, as vantagens de algumas, etc. (BRASIL, 1998, p. 45, grifo nosso).

Da BNCC (BRASIL, 2017, p. 265-6, grifo nosso), acerca da área de Matemática:

No Ensino Fundamental, essa área, por meio da articulação de seus diversos campos – Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade –, **precisa garantir que os alunos relacionem observações empíricas do mundo real a representações (tabelas, figuras e esquemas) e associem essas representações a uma atividade Matemática (conceitos e propriedades), fazendo induções e conjecturas.** (...) O Ensino Fundamental deve ter compromisso com o desenvolvimento do letramento matemático, definido como as competências e habilidades de raciocinar, **representar**, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas Matemáticas. (...) Os processos matemáticos de resolução de problemas, de investigação, de desenvolvimento de projetos e da modelagem podem ser citados como formas privilegiadas da atividade matemática, motivo pelo qual são, ao mesmo tempo, objeto e estratégia para a **aprendizagem** ao longo de todo o Ensino Fundamental. Esses processos de aprendizagem são potencialmente ricos para o desenvolvimento de **competências fundamentais para o letramento matemático** (raciocínio, **representação**, comunicação e argumentação) e para o desenvolvimento do pensamento computacional.

Ainda da BNCC (BRASIL, 2017, p. 267, grifo nosso), agora com relação às competências específicas de Matemática para o Ensino Fundamental, destaco:

4. Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, **representar** e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.
(...)

6. Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, **utilizando**

diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).

Já aqui, como se percebe a Matemática, de uma forma geral:

4.2.1. Matemática

Com base nos recentes documentos curriculares brasileiros, a BNCC leva em conta que os diferentes campos que compõem a Matemática reúnem um conjunto de **ideias fundamentais** que produzem articulações entre eles: equivalência, ordem, proporcionalidade, interdependência, **representação**, variação e aproximação. Essas ideias fundamentais são importantes para o desenvolvimento do pensamento matemático dos alunos e devem se converter, na escola, em objetos de conhecimento (BRASIL, 2017, p. 268, grifo nosso).

E ainda:

A unidade temática Álgebra, por sua vez, tem como finalidade o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento – pensamento algébrico – que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos. Para esse desenvolvimento, é necessário que os alunos identifiquem regularidades e padrões de sequências numéricas e não numéricas, estabeleçam leis matemáticas que expressem a relação de interdependência entre grandezas em diferentes contextos, bem como criar, interpretar e **transitar entre as diversas representações gráficas e simbólicas**, para resolver problemas por meio de equações e inequações, com compreensão dos procedimentos utilizados (BRASIL, 2017, p. 270, grifo nosso).

E conclui:

Portanto, a BNCC orienta-se pelo pressuposto de que a aprendizagem em Matemática está intrinsecamente relacionada à compreensão, ou seja, à **apreensão de significados dos objetos matemáticos**, sem deixar de lado suas aplicações. Os significados desses objetos resultam das conexões que os alunos estabelecem entre eles e os demais componentes, entre eles e seu cotidiano e entre os diferentes temas matemáticos. (...) Em todas as unidades temáticas, a delimitação dos objetos de conhecimento e das habilidades considera que **as noções matemáticas são retomadas, ampliadas e aprofundadas ano a ano** (BRASIL, 2017, p. 276, grifo nosso).

3.4 O OLHAR NO FUTURO

Como comentado no início, busquei apresentar algumas contribuições teóricas a fim de esclarecer os porquês da minha antiga forma de olhar a expressão que tanto utilizava: apreensão de objetos matemáticos. Considerando tanto as questões ontológicas quanto as epistemológicas acerca do conhecimento matemático e objetos relacionados, apresento agora a nova direção para a qual segue meu olhar.

Sobre “objetos matemáticos”, inicialmente, o Quadro 22, a seguir, serve como referência.

Quadro 22 – Concepções de Objetos Matemáticos

Concepção de Objetos Matemáticos	Corrente//Teoria	Autores	Centralidade
Possuem uma existência real que não dependem do ser humano, uma vez que pertencem ao domínio ideal. Foram, são e serão eternos.	Realismo Platônico	Platão	O objeto
São símbolos de unidades culturais que emergem de um sistema de utilizações que caracterizam as pragmáticas humanas (ou, pelo menos, de grupos homogêneos de indivíduos) e que se modificam continuamente no tempo, inclusive segundo as necessidades. Com efeito, os objetos matemáticos e o significado de tais objetos dependem dos problemas que são enfrentados em Matemática, bem como dos respectivos processos de resolução.	Teorias Pragmáticas	Wittgenstein	Os indivíduos
Um emergente de um sistema de práxis no qual são manipulados objetos materiais que se decompõem em diferentes registros semióticos: registro oral, das palavras ou expressões pronunciadas; registro gestual; domínio das inscrições, ou seja, aquilo que se escreve ou se desenha (gráficos, fórmulas, cálculos etc.) isto é, registro da escrita.	Antropologia cognitiva (Chevallard, 1991)	Chevallard	A pessoa (ou a instituição, como conjunto de pessoas) que se coloca em relação ao objeto e não o objeto em si
Historicamente produzidos no decurso da atividade matemática dos indivíduos. São padrões fixos de atividade humana reflexiva incrustados no mundo sempre em mudança da prática social mediada por artefatos.	Teoria da Objetivação / Semiótica cultural	Radford	A atividade humana

Fonte: Elaboração própria (2023) com base em d'Amore (2005) e Radford (2011).

De antemão, declaro que, das quatro concepções de objetos matemáticos apresentadas no quadro anterior, minha simpatia recai naquelas em que a centralidade da relação sujeito-objeto é o sujeito, o indivíduo, o ser humano. Nesse sentido, busco fugir da antiga crença acerca da existência eterna e pré-existente dos objetos matemáticos, neste caso, representada na concepção realista platônica.

Já quanto ao termo “apreensão”, não mais o utilizo como uma mera replicação teórica, nem com base num pensamento de posse, de prisão, de tomada para si de algo que está lá, pronto, como um objeto à disposição de uma apropriação privada e individualista. Eu me apoio no que Luis Radford chama de encontro, em que a relação sujeito-objeto sai do sentido de querer se tornar dono de algo para uma tomada de consciência pelo sujeito acerca da lógica cultural do seu entorno (MORETTI; PANOSSIANI; RADFORD, 2018; RADFORD, 2021; RADFORD, 2018).

4 A CANÇÃO⁵⁸

Em seu livro, “*El cérebro musical*”, Levitin (2019) afirma que fingir com música é bem mais difícil do que com o uso da língua natural por considerar que a música, por sua natureza, se concentra menos nos fatos do que nos sentimentos, os quais são mais difíceis de simular que aqueles. Aqui, distante de querer levantar a discussão sobre a “sinceridade” da música, importa destacar que o autor não se refere necessariamente à canção, pois utiliza o termo “música”. Mas, por levar em consideração a língua natural, nesse seu comparativo, deixa transparecer que ela e a canção estão distanciadas por um detalhe único, a presença da música. Por outro lado, reciprocamente, existe algo em comum, compartilhado, que as aproxima, mas não as deixa se confundirem jamais.

Nesse início, quis sinalizar acerca do que integra a canção para os elementos possíveis de serem reunidos na sua formação. Se não dando conta de todos (que podem estar presentes ou não), ao menos buscando um possível núcleo constituinte de toda e qualquer canção. Em sendo assim, cabe apontar o que parece ser quase unânime entre os que tratam do estudo da canção, que é a presença de letra e da melodia, ainda que outras companhias possam ser consideradas.

Diversos autores, ao estudarem a canção, levam em conta uma diversidade de elementos que podem estar presentes em uma canção, como o corpo, o arranjo, a instrumentação, a performance (VALVERDE, 2008; TATIT, 2016; FINNEGAN, 2008). Por outro lado, a maioria entende que, na canção, não há como deixar de lado duas de suas companhias mais leais: a letra e a melodia (SCHAFER, 2011; PINKER, 1998); VALVERDE, 2008; FINNEGAN, 2008; MORIN, 2011; WISNIK, 2004; TATIT, 2016; 2008).

E é apoiado nesse dueto cancional que, neste estudo, tomo como referência fundamental as contribuições do semioticista da canção e considerado por muitos o maior estudioso da canção no Brasil, Luiz Tatit. Segundo o autor, a canção conta com uma melodia não prosódica, o que a faz não ser confundida com a fala, e conta também com unidades entoativas que, quando presentes em uma música (sem letra),

⁵⁸ A partir deste ponto, apresento tópicos cujos desenvolvimentos ocorreram após o momento da qualificação.

caracterizam a presença desse modo singular de dizer as coisas. E, dessa forma, o que parece mais importar é menos o que se tem a dizer do que o como isso é dito, embora nunca se possa esquecer de que a canção repousa no entrelace íntimo entre letra e melodia (TATIT, 2019; 2016; 2008; 2004).

4.1 OS ELEMENTOS LINGUÍSTICOS: A FORÇA DO INTELIGÍVEL?

O campo linguístico na canção, a fala⁵⁹ escrita, é onde reside a esperança da permanência do inteligível, da compreensão desejada, do “recado dado”; é o local onde a denotação deveria imperar, como que lançando mão de um significante propício para consequentes e presumíveis significados⁶⁰ e sentidos, sempre de forma objetiva e direta. A letra, os aspectos e recursos linguísticos de uma canção, ainda que não sejam construídas visando a um objetivo específico, sempre “dizem algo” para aqueles que são afetados pela canção. Claro, há que se destacar que essa força está intimamente ligada ao fato do componente linguístico ser um ente familiar, estar repousante no arcabouço da língua materna. Uma canção em língua estrangeira não dominada pelo ouvinte não irá apresentar as características tratadas no momento.

Segundo Tatit (2008), pela canção se diz algo de maneira melódica. Esse algo a que se refere o autor é o “recado” presente na letra. E aqui, ao menos momentaneamente, estou desconsiderando os possíveis dizeres mediante os aspectos musicais da canção. É na letra que se pode tentar prostrar, buscar fazer-se entender, utilizando-se, quando possível, de diversos recursos que a língua⁶¹ oferece. No *rap*, por exemplo, essa busca é incessante e a marca mais característica desse tipo de gênero musical, embora não seja uma exclusividade desse tipo de canção. Não, não. Todas as canções, por possuírem aspectos linguísticos, possuem esse poder latente que, mesmo que *en passant*, prende nossa atenção, aproxima e permite a sensação de um dialogar possível. Mesmo quando o objetivo da letra pareça não

⁵⁹ Por vezes, empregarei o termo “fala”, mas sempre buscando focar na língua, necessária para que a fala seja inteligível (Saussure, 2012).

⁶⁰ Em conjunto com o significante, representam as duas faces do signo linguístico (SAUSSURE, 2012).

⁶¹ Saussure (2012) afirma que a língua é, ao mesmo tempo, um produto social e um conjunto de convenções necessárias, adotada pelo corpo social para que seja possível o exercício dessa faculdade nos indivíduos.

ser um mergulho nas profundezas humanas, como “O pato”, uma canção da Bossa Nova, ainda assim não há como fazer para impedir a formação na mente das pessoas da imagem de um animal de penas, duas patas e bico chato, metido numa roda de samba quase como um dos integrantes do Fundo de Quintal⁶².

Por outro lado, a busca por uma inteligibilidade, a expressão perfeita de um pensamento mediante um corpo linguístico, não é algo que se possa dominar ou garantir. Ainda que a escolha seja por uma forma afastada da conotação, com nenhuma ou diminuta possibilidade para o imaginar livre e multi-referencial, as dificuldades não são eliminadas quando da busca para que apenas o pensar esteja presente. A significação não é algo dado, pronto e de forma definitiva. Como afirma Saussure (2012), a significação depende do valor da palavra cujo conteúdo só é verdadeiramente determinado pelo concurso do que existe fora dela.

Também Le Breton (2016) diz que entre o mundo e a língua se estende uma trama sem costura que leva as pessoas a viverem em um universo sensorial e semiológico diferente, embora não deixem de se comunicar. Por outro lado, ainda que as significações estejam aparentemente postas, os sentidos apresentam-se como água a escorrer entre os dedos. Como salienta Le Breton (2016), as percepções sensoriais são estreitamente vinculadas à língua, embora não lhe sejam completamente subordinadas, mas a superam pela dificuldade de traduzir em palavras um ressentido, como o gosto de um suco, a satisfação de um afago materno e um aroma, que, muitas vezes, exigem o recurso às metáforas, às comparações. Dessa forma, o indivíduo se vê obrigado por elas a um esforço imaginativo, visando entrar criativamente em uma linguagem que sofre para traduzir a fineza do ressentido.

4.2 OS ELEMENTOS MUSICAIS: A FORÇA DO SENSÍVEL?

A canção pode se fazer presente de diversas maneiras. Pode ser mediante o canto de uma pessoa, durante seus afazeres domésticos; durante uma apresentação de um grupo musical; tocada durante o intervalo recreativo em alguma escola; vinda

⁶² Fundo de Quintal é um grupo de samba brasileiro formado no Rio de Janeiro na década de 1970.

do som de um carro parado diante de um semáforo etc. Em todas essas situações, a canção carrega, leva e traz consigo (e correria o risco de não mais existir, se não fosse assim) a melodia⁶³, bem como diversos outros aspectos musicais (harmonia, ritmo, altura, duração, compasso, tonalidade, andamento etc.⁶⁴).

O assobiar de uma canção é nada mais nada menos que o corpo melódico da canção (mas não é a canção⁶⁵, já que não possui letra ou, no caso em questão, ela não está presente). Em uma banda musical, mesmo que possam ter alguns instrumentos “fazendo solo” (seja acompanhando a melodia da canção ou não), é comum que tenham aqueles que irão fazer “a base”, o chamado acompanhamento, a harmonização (violão, guitarra, teclado eletrônico, piano etc.)⁶⁶. Por outro lado, muitas vezes são os instrumentos percussivos que “ditam” o ritmo. Mas, se o ouvinte não possuir aproximação com essa variedade de elementos musicais, se não tocar algum instrumento musical e se não estiver em uma escuta intelectualizada⁶⁷ (MORAES, 1983), ainda assim, ele “sofre” os seus efeitos, gostando ou não da canção.

⁶³ Não me refiro à melodia prosódica (TATIT, 2019), aquela sempre presente durante nossas falas cotidianas, e, neste trabalho, sempre que usar palavra “melodia”, nunca irei me referir. Também cabe destacar que, para Rousseau (2021), a melodia se constitui como uma sucessão de sons, ordenados num determinado ritmo e modulação, que produz uma sensação agradável ao ouvido. Essa suposta propriedade da melodia, ser agradável aos ouvidos, é comumente considerada em diversos contextos, no dia a dia. Como se algo melódico fosse, necessariamente, prazeroso, o que nem sempre o é. Em Mad (1996), a definição de melodia dispensa essa suposta propriedade.

⁶⁴ As quatro propriedades do som musical são: **Duração**, que é o tempo de produção do som, de emissões das vibrações. A alternância de notas de duração diferentes resulta em ritmo; **Intensidade**, que é a propriedade do som ser mais fraco ou mais forte, refere-se à amplitude das vibrações, é o grau de volume sonoro. A alternância de notas de intensidades diferentes gera a dinâmica; **Altura**, que é a propriedade do som ser mais grave ou mais agudo. A alternância de notas de alturas diferentes gera a melodia, enquanto a simultaneidade gera os acordes, a base da harmonia; e **Timbre**, que é a qualidade do som, a “cor” do som, que permite reconhecer a sua origem, seja a voz ou instrumentos. **Compasso** é a divisão da música em pequenas partes de duração igual ou variável. Os tempos são partes do compasso., podendo ser fortes ou fracos a depender da sua acentuação na execução musical. Andamento é a velocidade da música. **Ritmo** é a maneira como se sucedem os valores na música. É a ordem e proporção em que os sons que constituem a melodia e a harmonia estão dispostos. (LACERDA, 1966; MED, 1996).

⁶⁵ Tatit (2016) comenta sobre algumas músicas que, mesmo sem letra, apresenta uma certa predisposição para se tornar canção, apresentam as chamadas unidades entoativas. Segundo o autor, os cancionistas conseguem “sentir” essa presença, na música, mesmo que ela não tenha sido criada para uma canção ou concomitantemente com a letra de uma canção. A canção “Carinhoso”, por exemplo, teve suas unidades entoativas reveladas somente no ano de 1937, quando Braguinha (João de Barro) criou uma letra para sua música, composta por Pixinguinha em 1917. Por outro lado, a música “Acapulco”, de João Gilberto, mesmo apresentando essas unidades, jamais ganhou uma letra

⁶⁶ Muitos desses instrumentos musicais, dentre outros, também podem somente acompanhar a melodia. Muitas vezes ocorrem em momentos intercalados, sendo que mesmo que um deles estejam “solando”, algum outro realizará o acompanhamento harmônico.

⁶⁷ Não está eliminada a possibilidade de ser “tocado” pela música durante uma escuta intelectualizada. Contudo, a menção foi feita considerando que Moraes (1983), ao classificar os modos de ouvir música, opõe essa maneira daquelas onde se ouve com o corpo ou emotivamente. A escuta intelectualizada se aproxima da “escuta analítica” apontada por Csikszentmihalyi (2020), que sinaliza, também, para a “escuta sensória”, onde as pessoas respondem às qualidades do som que induzem reações físicas

O contato com a canção quase sempre evoca estados emotivos diversos, como a alegria e também a tristeza. Contudo, cabe salientar que muitas vezes (em sua maioria) as pessoas falam de emoção de uma forma enviesada e/ou parcial. Quando, costumeiramente, numa cerimônia de casamento ou assistindo a um filme⁶⁸ (quase sempre com a presença de músicas ou canções), as pessoas se dizem emocionadas (muitas vezes acompanhada de olhos marejados), embora nem sempre digam se estavam tristes ou alegres, nesse tipo de situação, aposto que dificilmente a pessoa estaria com nojo ou raiva. Mas, ainda assim, apenas a afirmação de estarem emocionadas não parece deixar claro o tipo de estado em que se encontram, haja vista não existir apenas um tipo de emoção. Sejam relacionadas à concepção universalista⁶⁹, histórica⁷⁰, sócio-antropológica⁷¹ ou relacionadas ao estudo da mente⁷², são diversas as possibilidades emotivas, podendo estarmos felizes, tristes, com raiva, com nojo, surpresos, com medo etc., todas essas formas de estarmos emocionados. De qualquer modo, na presença da canção, mesmo que a sua letra

agradáveis geneticamente programadas em nosso sistema nervoso, e para a “escuta analógica”, na qual as pessoas desenvolvem a habilidade de evocar sentimentos e imagens com base nos padrões sonoros. Nesse sentido, ainda que com algumas peculiaridades, é possível fazer uma aproximação entre esses modos de escutas apontadas pelos dois teóricos: escuta com o corpo e escuta sensória; escuta emotiva e escuta analógica; e escuta intelectualizada e escuta analítica.

⁶⁸ Segundo Berchmans (2012), a música tem a força de “manipular” a resposta emocional do público, durante a exibição de um filme, podendo criar um clima psicológico para determinadas cenas, revelar alguma tensão ainda não explicitada na imagem, antecipar algo que pode reverter a expectativa do expectador e também “enganar” a audiência, ao fazer o público acreditar que irá ocorrer algo que, no fim, não ocorre. Por outro lado, mesmo com essa gama de possibilidades, chama a atenção para o fato de que o autor concentra sua atenção no drama, secundarizando e até anulando outras possibilidades de situações emotivas.

⁶⁹ Nessa concepção, baseada na anatomofisiologia, a defesa é acerca da existência de tipos básicos de emoções que podem ser identificadas em todas as populações humanas e de todos os lugares, como condição inata. Como representantes mais notáveis, Darwin (2009) e Ekman (2011), que identificou as “emoções específicas”, consideradas “emoções básicas”: tristeza, alegria, nojo, surpresa, raiva e medo.

⁷⁰ Rosenwein (2011) refuta a ideia universalista e defende um olhar que considere as mudanças das emoções, passando a estudar as “comunidades emocionais”.

⁷¹ Le Breton (2019) também argumenta sobre a inviabilidade de aceitar a visão universalista e atrelada apenas ao fator biológico humano, apostando que a esfera das emoções decorre da educação. Ele até admite que algumas emoções estudadas por pesquisadores de inspiração naturalista possam, sim, ser consideradas primárias e universais, mas destaca o paradoxo que é a falta de acordo entre os pesquisadores acerca do repertório das emoções, haja vista que, enquanto Ekman enumerou seis delas (cólera, medo, tristeza, alegria, decepção e surpresa), outros apontaram até dezessete tipos.

⁷² Destaco James (1884), que não visualizava a separação entre as reações do corpo e da mente; Damásio (2012), que além de considerar que William James deixou de levar em conta o processo de avaliação mental da situação que provoca a emoção, apontou a existência, também, de emoções secundárias que parecem se situar entre as emoções primárias e os sentimentos; e LeDoux (2011), para quem, no futuro, considerando o nosso processo evolutivo, pode ocorrer uma integração mais harmoniosa entre razão e paixão no cérebro, o que permitirá aos seres humanos conhecerem melhor seus verdadeiros sentimentos e utilizá-los de uma forma mais eficaz no seu cotidiano.

tenha muito de poético, são os elementos musicais que proporcionam os estados emotivos.

São esses elementos, os musicais, que permitem o elo entre o ouvinte e o imaginário, a fantasia, o sensível, o lúdico, o poético e o autotélico. Claro que a letra de uma canção pode estar carregada de metáforas, de frases que suscitam a imaginação e intensamente poéticas. Mas isso não é algo garantido, motivo para situar os aspectos musicais como responsáveis pela “fuga” do pensar. Entretanto, ainda assim, não há como garantir que, em contato com as canções, todas as pessoas reajam do mesmo modo, alcancem estados emotivos e sentimentais⁷³ específicos ou agradáveis, lúdicos ou de *flow*⁷⁴. Não, não há essa certeza⁷⁵. Primeiro pelo fato de os aspectos linguísticos estarem presentes e, segundo, porque os elementos musicais podem favorecer reações, diria, não benéficas às pessoas. Se a canção estiver próxima da fronteira linguística (TATIT, 2016), os aspectos musicais terão um papel secundário, e o inteligível estará “no comando”, já que a letra “roubará” a atenção do ouvinte. O pensar se fará mais presente e as brechas para o imaginário poderão estar quase ou totalmente fechadas. Por outro lado, ainda que as cargas textuais e musicais estejam distribuídas de forma equilibrada na canção, e ainda que ela até esteja próxima da fronteira musical, poderá suscitar sensações não agradáveis nas pessoas, podendo gerar um descontrole da energia psíquica⁷⁶ delas.

⁷³ Para Damásio (2015; 2012), os sentimentos não se confundem com as emoções. Segundo o autor, o impacto humano de todas as causas de emoções depende dos sentimentos engendrados por essas emoções. Considerando a emoção como algo “público”, voltado para fora, e o sentimento como algo “privado”, voltado para dentro, ele afirma que é por intermédio deste que aquelas iniciam seu impacto sobre a mente que, para ser integral, necessita da consciência. Ampliando mais o seu repertório, Damásio (2018) considera a existência de “sentimentos secundários”, gerados a partir de sentimentos primários enriquecidos por uma nova camada de processamento resultante de pensamentos diversos com os quais reagimos a situações básicas.

⁷⁴ Segundo Csikszentmihalyi (2020), conforme ocorre o desenvolvimento das habilidades analíticas de escuta, as possibilidades para a fruição musical, crescem exponencialmente e permitem que se alcance o *flow*. Ele defende que é preciso atenção à música que se escuta. Esse olhar tem por base a necessidade de se organizar a consciência, visando atingir o que o autor chama de experiência ótima, um estado de leveza e harmonioso.

⁷⁵ De acordo com LeDoux (2011), ainda que se busque criar situações propícias para regular as emoções, como ir ao cinema, ao parque e festas, o controle direto sobre as nossas reações emocionais é muito pequeno, haja vista que as conexões dos sistemas emocionais para os cognitivos são mais intensas do que as conexões dos sistemas cognitivos para os emocionais.

⁷⁶ Segundo Csikszentmihalyi (2020), é preciso que haja o controle da energia psíquica, para que seja possível atingir o estado de fluxo (*flow*).

4.3 QUEM PODE MAIS?

Numa canção, antes de explorarem os seus universos particulares, tanto os componentes musicais quanto os linguísticos precisam atender as suas necessidades de integração mútua. Ainda que atuando de maneira conjunta, o esperado é que as duas linguagens preservem seus modos próprios de expressão e, assim, rumem à conquista de triunfos musicais e literários (TATIT, 2016). No entanto, esse convívio nem sempre é harmonioso, melhor dizendo, equilibrado. Não que eles discutam entre si, desentendendo-se por motivos banais e, digamos, infantis. Não, isso, não. Primeiramente, os componentes da canção não parecem possuir qualquer tipo de autonomia. Ainda que, de forma isolada, algum deles já exista antes da criação da canção, não será mais o mesmo após a junção. E, assim, mesmo “que não queira”, terá de “dar o braço a torcer”, “sacrificando-se” em benefício do que posteriormente se transformou, um artefato cancional.

4.3.1 O poder linguístico

Os componentes de uma canção podem, sim, ser escolhidos “a dedo”, visando a um objetivo específico. No caso do *rap*, a escolha quase sempre é pela atenção à letra da canção, ao discurso “pensado” e presente no que é dito. Ora, alguns poderiam até dizer que, se esse é o objetivo, por que então combinar com recursos musicais, ao invés de apenas existir somente como texto linguístico? Como bem aponta Wisnik (2009), se os Racionais MC dissessem aqueles conteúdos apenas falando, discursando, não teriam a força que têm enquanto *rap*. Aquilo fica forte porque é ritmo, o que prova a força da canção. Opinião também compartilhada por Levitin (2019), quando afirma que nossa diminuta capacidade de recordar textos contrasta com nossa grande habilidade para recordar letras de canções. Aliás, o grupo das canções de conhecimento é um bom exemplo da atenção dada ao componente linguístico por buscar, como maior objetivo, a transmissão de informações (LEVITIN, 2019).

Mas há controvérsias acerca do sucesso dessa trajetória escolhida. Insisto em lembrar que o componente linguístico não está sozinho “na onda” cancional. Está, sim, de “braços dados” com o complemento musical. E é aí que “mora o perigo”. Se a palavra representa, em essência, a expressão de um pensamento, de uma ideia, a música (na canção) não atende a esse objetivo. Ela, sim, atua como que um medicamento, cujo efeito é a paralisia ou o abandono da atividade de pensar. Sua atuação cria uma distensão entre o afetar e o pensar.

E se é assim, ocorre como que uma separação entre o intelecto e a afetividade, na qual o sujeito se sente desconectado do que ele sente ser a vida, quando pensa, para, e parando de pensar nela, passa a senti-la (BUGALHO, 2001; ROSSI, 2003). Essa neutralização do poder linguístico, esse adormecer do pensar é salientado, também, por Schafer (2011), ao afirmar que a repetição de uma determinada palavra por diversas vezes faz com que o seu sentido adormeça e só reste o objeto sonoro, independentemente do significado que ele transmita. Uma outra possibilidade desse tipo de ocorrência, de secundarização do componente linguístico, é em canções que “chamam o corpo para a roda”, como o samba, onde a síncopa⁷⁷ exige a sua presença, incitando o ouvinte a preencher o tempo vazio com a marcação corporal, seja com palmas, balanços, marcações com os pés ou dança (SODRÉ, 1998). Nesse caso, como pontua Moraes (1983), está presente um dos modos de ouvir música com o corpo, um sentir em estado bruto onde ocorre a mistura do pulsar do som com as batidas do coração e, como reforça o autor, um estado de quase não pensar, haja vista acontecer como que uma coisa puramente orgânica desprovida do dado da significação.

4.3.2 O poder musical

Os componentes musicais também podem ser selecionados, agregados, buscando um objetivo específico. Se o desejo for dançar, o samba, como citado,

⁷⁷ A síncopa é a ausência no compasso da marcação de um tempo (fraco) que, no entanto, repercute noutro mais forte.

poderá ser uma ótima pedida, como o pagode ou uma canção carnavalesca do Axé *Music*. Se o almejado, por outro lado, são canções de acalanto (LEVITIN, 2019), muito provavelmente não serão escolhidas canções de *Heavy Metal*, nas quais a forte presença da bateria e de solos de guitarra com distorção não parecem atingir o objetivo almejado. Ou seja, o ritmo, os elementos percussivos, o tom musical maior ou menor, a melodia ou a harmonia podem ser visados para uma solução cancional desejada.

Também com relação ao componente musical da canção, nem sempre tudo “corre nos trilhos”. Imaginemos uma festa combinada entre amigos, regada a churrasco e cerveja, como corriqueiro em diversos ambientes populares, cuja animação é feita por um grupo de samba e, durante a apresentação, tocam a canção “Faz um milagre em mim (Como Zaqueu)”. Mesmo que os músicos almejem que os convidados se reúnam para dançar, possivelmente embalados por outras canções já apresentadas, o componente linguístico pode ser um empecilho para que as pessoas se desvinculem da mensagem passada, haja vista ser, além de uma canção bem conhecida, uma composição de cunho religioso. Nesse contexto, pode imperar o ouvir emotivamente (MORAES, 1983), quando a música desperta ou reforça algo já latente em nós mesmos.

4.3.3 O poder da conjunção

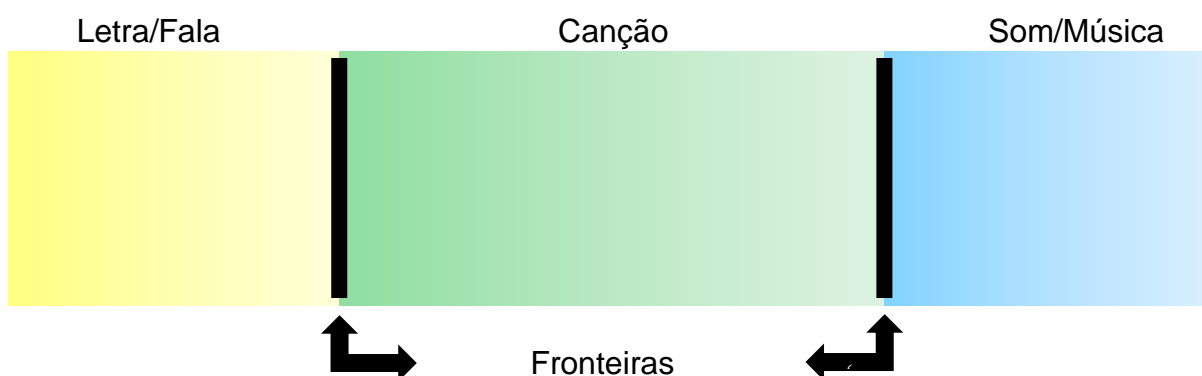
Na disputa pelo poder, os elementos que constituem a canção, especificamente os linguísticos e musicais, parecem possuir os seus momentos de reinado, quando se sobressaem e parecem crer que são suficientes e prescindem de complementos. Mas, basta “cochilar” que seus valores são reduzidos, como que traídos pelo seu par eterno. A canção é filha desse casamento, e, por vezes, pode ocorrer um certo afastamento, um possível desejo de seguir em frente de forma solitária e autônoma. Mas a canção já se apresenta marcada, de forma indelével, carregando toda a potência daqueles que a constituem. Dessa forma, cabe a cada um se doar no seu máximo, pois, somente dessa forma, se fará presente naquilo que gerou, sempre em comunhão,

sempre de forma imbricada com o outro. Assim, quem sabe, em sua maturidade, a canção não possa escolher o poder que lhe convém exercer?

4.4 AS FRONTEIRAS DA CANÇÃO

Chamam a atenção os papéis desempenhados tanto pela letra quanto pelo som (melodia), os quais podem variar enormemente, podendo o som cumprir o papel de mero acompanhante da letra até quando e, por outro lado, a letra não passar de trampolim para a exploração timbrística da voz como instrumento. Pode acontecer desse extremo atingir uma tal radicalidade que, de sonoro-verbal, a linguagem retornar ao seu estatuto sonoro, sem cruzamento com o verbal oral (SANTAELLA, 2005). O educador musical Schafer (2011) verifica uma gradação desta relação com os estágios de gradação do significado ao som, em que, numa extremidade está o máximo significado com o mínimo som (fala articulada) e, na outra, o máximo som com o mínimo significado (sons vocais manipulados eletronicamente). Esses dois extremos podem ser concebidos como fronteiras da canção (Figura 06) ou os limites do cancional.

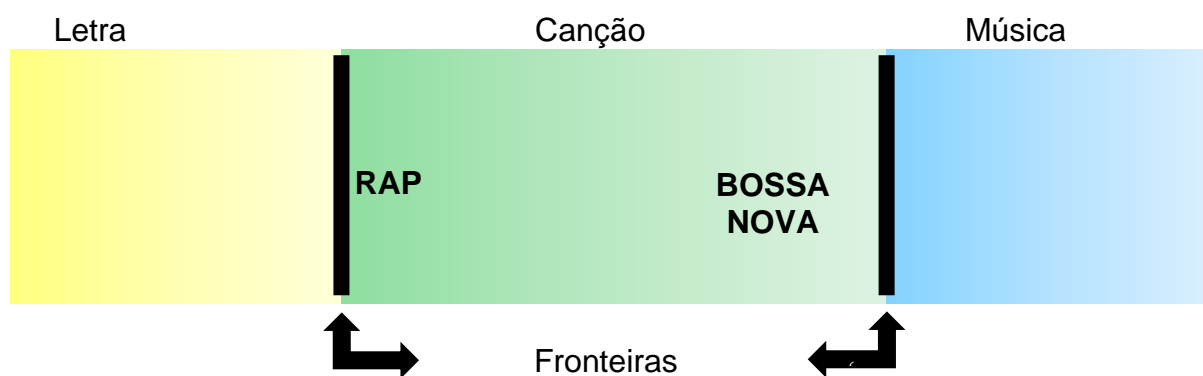
Figura 06 – As fronteiras da canção



Fonte: Elaboração própria (2023).

Um residindo na exacerbação da força entoativa, da intencionalidade do dizer, em detrimento da estruturação musical, levando, em última instância, à palavra falada enquanto tal, sem música. O limite oposto seria aquele em que a forma musical possui um valor exclusivo: a mensagem da letra, desprezada, cederia lugar à livre exploração rítmica harmônica, timbrística etc., numa peça musical e não mais numa canção. Como exemplos de formas cancionais de fronteira que residem próximas a esses limites, Tatit (2016) menciona o *rap* e a bossa nova (Figura 07).

Figura 07 – Gêneros de canções próximas às fronteiras



Fonte: Elaboração própria (2023).

O primeiro desativa diversos parâmetros musicais para melhor se aproximar da linguagem oral, enquanto o gênero brasileiro dilui a densidade conteudista da letra para se aproximar da linguagem musical. Ambos, porém, evitam ultrapassar os limites da linguagem cancional já que, conjuntamente, constituem modos de dizer produzidos pelo encontro entre melodia e letra (TATIT, 2016).

4.5 SOBRE O RAP

Primeiramente, cabe lembrar que o *rap* (*rhythm and poetry* – ritmo e poesia) é um dos quatro elementos que integram o *hip-hop*, além do grafite, do *break* e dos *MC*, manifestação cultural de rua que saiu, nos primórdios dos anos 70, dos guetos nova-

iorquinos para o mundo (LEAL, 2007). Atualmente espalhado por todo o mundo, o *rap* é uma forma da arte na qual se busca expressar insatisfações com os ditos poderes constituídos atuantes em cada um desses países (DARBY, 2006).

Nesse formato, segundo Tatit (2016), observa-se menos música e mais fala, parecendo uma maneira ideal de se fazerem pronunciamentos, manifestações, protestos, revelações ou denúncias, sem que a seara cancional seja abandonada. Ele testa o limite da canção no horizonte da linguagem oral e vai mostrando em que medida é possível investir nos significados linguísticos, mediante uma entoação quase pura, sem a perda dos traços musicais que legitimam seu pertencimento à linguagem da canção. A manutenção desses traços musicais é garantida mediante as aliterações exacerbadas e a hiperdosagem do ritmo percussivo. Esse mínimo percussivo e aliterativo é o seu *quantum* ideal de música.

4.6 SOBRE A BOSSA NOVA

Quanto à bossa nova, Tatit (2016) afirma que, exercitando uma dicção muito peculiar, ela testou o limite da canção no horizonte musical, mostrando até quando é possível dessemantizar uma letra para, assim, valorizar suas propriedades sonoras, sempre em comunhão com a linha melódica e a levada rítmica. De acordo com o autor, as letras, nesse gênero musical, serviam apenas para “dizer” a melodia e não para carregar o ouvinte até as profundezas do conteúdo humano.

Os versos ideais eram aqueles que anunciavam a presença do cantor, recortavam as unidades entoativas, mas não se deixavam levar pelo “peso” do conteúdo. Para tanto, além da adoção do registro quase infantil (*O Barquinho, Trem de Ferro, Presente de Natal, O Pato, Lobo Bobo*) e dos comentários sobre a própria música (*Samba da Minha Terra, Samba de Uma Nota Só, Bim Bom*), os autores recorriam aos temas gerais pouco conflitantes (*Brigas, Nunca Mais*) que, de certo modo, se anulavam como conteúdo, orientando a atenção do ouvinte para o encaixe fonético das palavras na levada do samba. Falavam do amor, da felicidade e da natureza, temática que João Gilberto sintetizou no título do seu segundo LP: *O Amor, o Sorriso e a Flor* (verso da canção *Meditação*, de Tom Jobim e Newton Mendonça) (TATIT, 2016, p. 111-112).

E se o *rap* apresenta um singular *quantum* ideal de música, na Bossa Nova é possível dizer que a letra atua para atenuar a abstração musical, embora sem mergulhar em assuntos do mundo exterior ou do universo emocional. Esse mínimo, segundo Tatit (2016), é o seu *quantum* ideal de fala.

4.6.1 Exemplo de canções próximas às fronteiras

No Quadro 23, a seguir, apresento algumas canções que apresentam características que as aproximam das fronteiras da canção.

Quadro 23 – Canções próximas às fronteiras da canção

Gêneros - Canções	Fronteiras Próximas	
	Letra	Música
<i>RAP</i>	Santo Amaro da Purificação ⁷⁸ (Emicida)	
<i>RAP</i>	Sulicídio ⁷⁹ (Baco Exu do Blues)	
<i>RAP</i>	Diário de um detento ⁸⁰ (Racionais MC's)	
BOSSA NOVA		O pato ⁸¹ (João Gilberto)
BOSSA NOVA		O barquinho ⁸² (Nara Leão)
BOSSA NOVA		Lobo Bobo ⁸³ (Wilson Simonal)

Fonte: Elaboração própria (2023).

⁷⁸ Disponível em: <https://youtu.be/TP4XgrHcrFI>. Acesso em: 10 out. 2022.

⁷⁹ Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=OoWPHgvi16I>. Acesso em: 10 out. 2022. Não é mais possível localizar essa canção no canal de Baco, pois o mesmo apagou o vídeo postado considerando que já não concordava com alguns tipos de expressões utilizadas na letra da canção, como relatado em: <https://youtu.be/AubcgCibxNc>. Acesso em: 10 out. 2022.

⁸⁰ Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=OVK_O9KGnIU. Acesso em: 10 out. 2022.

⁸¹ Disponível em: <https://youtu.be/jq2f0jhFI6c>. Acesso em: 10 out. 2022.

⁸² Disponível em: <https://youtu.be/AlfsCETwGX4>. Acesso em: 10 out. 2022.

⁸³ Disponível em: <https://youtu.be/YIIGFoMAdUQ>. Acesso em: 10 out. 2022.

Se a Bossa Nova já não precisa de qualquer defesa no que se refere a sua importância cultural, com o *rap*, infelizmente, isso ainda não parece ser uma realidade, ainda que os últimos anos tenham sido caridosos em reconhecer o poder e impacto desse gênero musical. Na escolha das canções, para o Quadro 23, a prioridade foi a possibilidade de observação da proximidade com os limites cancionais. De qualquer modo, acho salutar destacar a grande presença dos artistas de *rap* mencionados⁸⁴ no cenário musical brasileiro.

É claro que há controvérsias acerca do “peso” dado ao componente musical, no *RAP*. Como exemplo, a fala do Segundo Deco⁸⁵, que afirma:

Já ouvi gente que faz *rap* hoje em dia dizer que a base não importa! O que importa é o que tá se falando! Eu acho que isso aí deveria ser um pensamento de quem tá escrevendo um livro – que aí não precisa ter base musical, basta o que tá escrito (...). Se você escutar as músicas gringas, existe musicalidade nos *raps*. No nosso, às vezes, falta um pouco disso (LEAL, 2007, p. 232).

Por outro lado, a contribuição do significado da letra sempre será alguma coisa escorregadia, já que um ouvinte pode ouvir a canção em contextos diversos, como em uma discoteca, de um carro esportivo que está passando ou pelo *smartphone*, durante uma corrida ao ar livre. São diversas as variáveis do contexto, e sempre mutáveis (DARBY, 2006).

Sem deixar de concordar com Tatit (2016) quanto aos gêneros indicados estando próximos das fronteiras cancionais e ciente de que a conclusão do teórico se baseou numa ampla gama de exemplos, indico no Quadro 24 algumas canções desses gêneros que parecem fugir à regra insinuada.

⁸⁴ Baco Exu do Blues, *rapper* baiano, venceu, em 2019, o *Gran Prix* do festival *Cannes Lions*, um dos mais importantes do mercado publicitário, com o curta-metragem “*Bluesman*”, do seu disco homônimo. O prêmio veio na categoria *Entertainment for Music* (entretenimento para música), superando a megaprodução “*Apeshit*”, do casal Beyoncé e Jay-Z. Em 2019, Emicida ganhou o Grammy Latino por seu álbum “*AmarElo*”, na categoria “Melhor Álbum de Rock ou Música Alternativa em Língua Portuguesa”. Já em 2021, o *rapper* ganhou o prêmio “Leão de Bronze”, em Cannes, na categoria Mídia – Uso de Plataformas de Áudio, com a campanha “Silêncio”; Os Racionais receberam, em 1998, a premiação da MTV que consagrou o grupo, indicados em quatro categorias e vencedores nas categorias Melhor Vídeo de *Rap* e Clipe do Ano, com a música “Diário de um detento”. Também, no lançamento do seu documentário, no final de 2022, na Netflix, alcançou a primeira posição em audiência, no Brasil.

⁸⁵ DJ Deco.

Quadro 24 – Canções que “fogem” das fronteiras

Gêneros - Canções	Fronteiras Próximas	
	Letra	Música
RAP	Baiana ⁸⁶ (Emicida)	
BOSSA NOVA		Chega de saudade ⁸⁷ (João Gilberto)

Fonte: Elaboração própria (2023).

No caso de “Baiana”, além da marcante harmonia, percebe-se a presença de uma percussão não tão marcante no gênero, caso do samba-reggae. Nessa canção, a base rítmica não é pano de fundo para um discurso “reto”. As falas repousam no desenho melódico presente por toda a canção. Já em “Chega de Saudade”, observa-se que a letra já não pode ser considerada “sem propósito” ou com uma temática ou abordagem infantil, descomprometida no aprofundamento do conteúdo humano. De qualquer modo, todas essas canções apresentam elementos que continuam a situá-las nos referidos gêneros musicais⁸⁸.

5 A APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA MEDIANTE CANÇÕES

E será que se aprende matemática mediante canções? Essa é uma das perguntas mais recorrentes quando comento sobre meu objeto de pesquisa. O engraçado (comento) é que não parece ser tão comum essa desconfiança para com o livro didático, com os desenhos que os professores fazem no quadro branco, com o ábaco, com o material dourado ou com as falas utilizadas pelos docentes em sala de aula. Não estou afirmando que não existam estudos sobre cada um desses elementos, matérias e estratégias, mas sim que não escuto com frequência essas desconfianças

⁸⁶ Disponível em: <https://youtu.be/3QEFDr10XQ>. Acesso em: 10 out. 2022.

⁸⁷ Disponível em: <https://youtu.be/gzxVBXCP1jg>. Acesso em: 10 out. 2022.

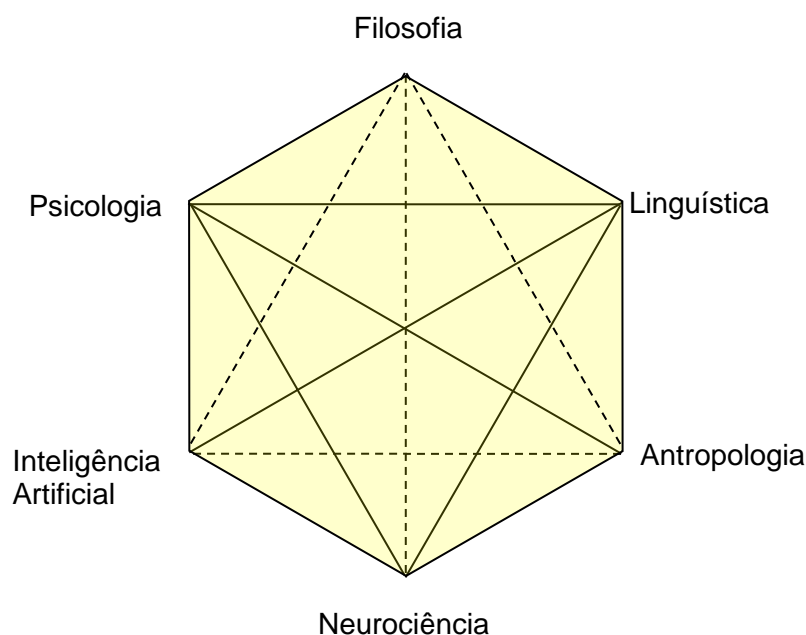
⁸⁸ Segundo Janotti Jr. (2008), os gêneros musicais representam mais um exercício de classificação do que, realmente, uma identidade fechada e imutável, haja vista a constante mutação movida pelo surgimento de novas características.

sobre suas efetividades para o processo de ensino e aprendizagem de Matemática. E isso é algo negativo? Penso que não. Sempre foi justificativa e combustível para o desenvolvimento desta investigação. E, em sendo assim, vamos dialogar um pouquinho mais sobre essa grande interrogação. Por isso, o objetivo desta pesquisa é analisar para compreender como as canções matemáticas podem contribuir para a aprendizagem matemática.

5.1. O CÉREBRO MUSICAL

É notório que a música ganhou, nos últimos anos, um status invejável no que se refere ao poder de potencializar o desenvolvimento de diversas habilidades, não somente em crianças, mas, prioritariamente nelas. Obviamente, isso não ocorreu da noite para o dia e nem sem quaisquer fundamentos. Estudos nas diversas áreas relacionadas à cognição musical foram sendo publicizados, encontrando eco em múltiplos ambientes e despertando a curiosidade de muitas pessoas, especialmente as relacionadas ao contexto escolar, mais intimamente ligadas à educação musical ou não, como professores, coordenadores, pais etc.

Ocorre que uma dessas áreas parece ser a que ainda mais provoca curiosidade em todo o grupo já comentado: a neurociência. Nesse sentido, como em Caldas (2019), cabe recordar que, conforme Ilari (2010), o psicólogo Howard Gardner já relacionava a neurociência às outras áreas das ciências cognitivas (Figura 08), mesmo antes dela passar a ser considerada no âmbito das investigações sobre a música.

Figura 08 - Conexões entre as ciências cognitivas

Linhas cheias – fortes vínculos interdisciplinares
 Linhas tracejadas – fracos vínculos interdisciplinares
Fonte: Ilari (2010, p. 23).

Dentre os diversos questionamentos conhecidos e/ou possíveis está o da possibilidade de que crianças, em uma breve exposição à música clássica, terem estimuladas habilidades matemáticas, verbais e visuoespaciais. Isso ganhou muita força com o conhecido “efeito Mozart”⁸⁹, que parecia indicar uma intensificação temporária no raciocínio espacial abstrato. Contudo, segundo Sacks (2007), apesar das controvérsias acerca desse suposto benefício, não há como negar as notáveis mudanças no hemisfério esquerdo do cérebro da criança com treino musical, quando se examinam as suas potencialidades auditivas.

Durante a exposição regular à música, especificamente a participação ativa em música, ocorre a mobilização de quase todas as regiões do cérebro, de forma conjunta, bem como de quase todos os subsistemas neurais (LEVITIN, 2021; SACKS, 2007). Mas, apesar de o cérebro apresentar uma diferenciação regional de estruturas e de funções, o seu funcionamento é complexo, o que requer cautela nas diversas análises a serem feitas. No caso da música, o cérebro se vale da segregação funcional para a

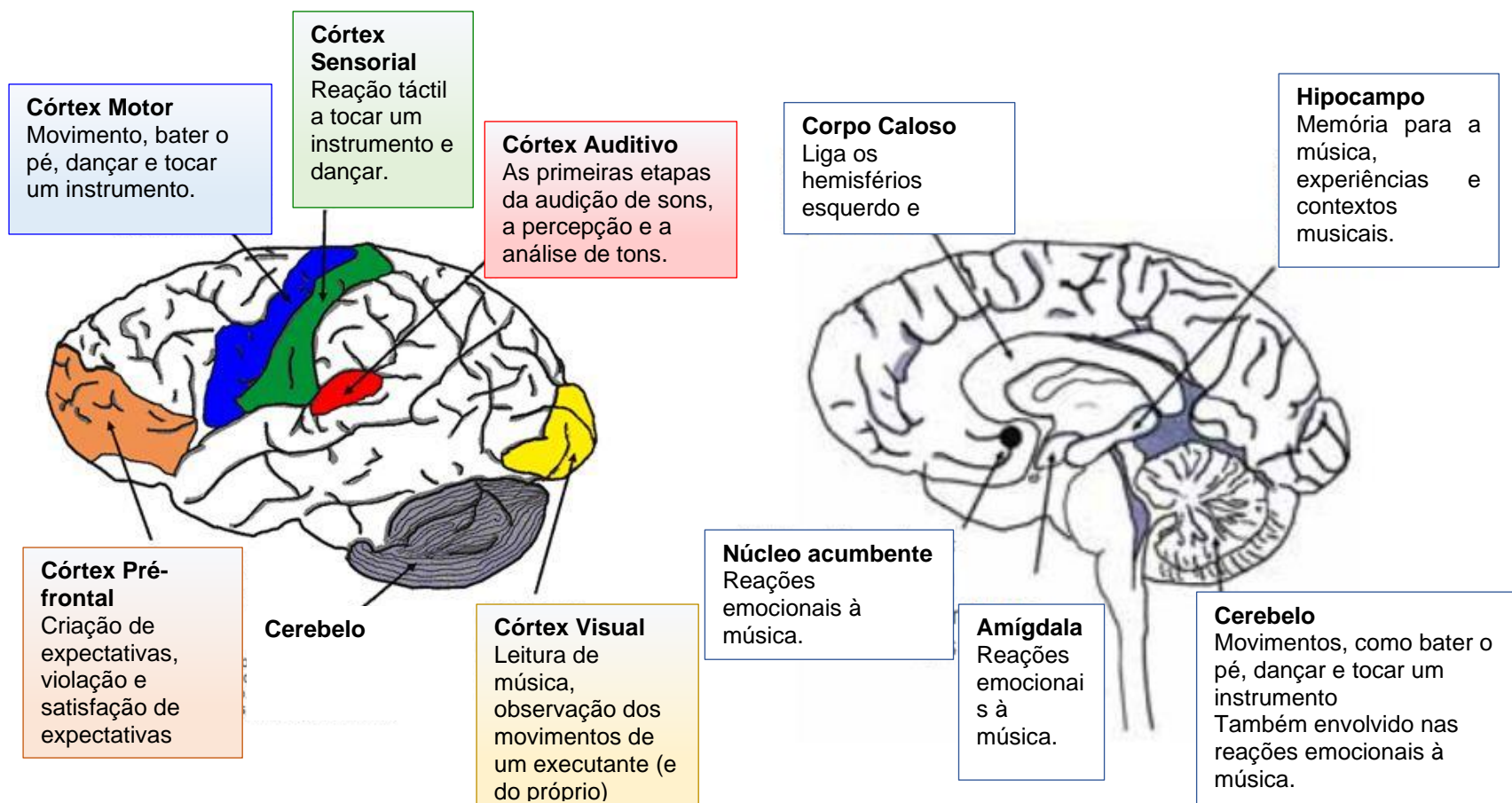
⁸⁹ A suposição era a de que, após escutar músicas de Mozart, a criança passava a ter uma permanente melhoria em suas habilidades de raciocínio.

realização do processamento musical, usando um sistema de detectores que analisam determinados aspectos do sinal musical, tipo altura, andamento, timbre etc. (LEVITIN, 2021).

O ato de ouvir música começa nas estruturas subcorticais (abaixo do córtex) – os núcleos coleares, o tronco cerebral, o cerebelo – e avança para o córtex auditivo de ambos os lados do cérebro. A tentativa de acompanhar uma música que conhecemos – ou pelos menos de um estilo com o qual estamos familiarizados (...) – mobiliza outras regiões do cérebro, entre elas o hipocampo – o centro da memória – e subseções do lobo frontal, especialmente uma região chamada córtex frontal inferior, situada nas partes inferiores do lobo frontal, ou seja, mais próxima do queixo do que do topo da cabeça. Acompanhar o ritmo, seja com os pés ou mentalmente, mobiliza os circuitos de regulação temporal do cerebelo. O ato de fazer música, seja com algum instrumento, cantando ou regendo, mais uma vez mobiliza os lobos frontais no planejamento do comportamento, assim como o córtex motor do lobo frontal, logo abaixo do alto da cabeça, e o córtex sensorial, que nos dá a resposta tátil, indicando que pressionamos a tecla certa do instrumento ou movemos a batuta na direção que pretendíamos. A leitura de uma partitura musical envolve o córtex visual, situado no lobo occipital, na parte posterior da cabeça. Ouvir ou rememorar letras de canções mobiliza centros de linguagens, como os da área de Broca e Wernicke, e outros nos lobos temporal e frontal (LEVITIN, 2021, p. 88).

O funcionamento do cérebro ocorre baseado em um regime de ampla distribuição operacional e funcional, sem que se possa, no caso da música, localizar um centro específico e único para ela (LEVITIN, 2021). De forma a ilustrar um pouco o que até foi apresentado, segue a Figura 09, que mostra os principais centros de computação da música no cérebro. Na esquerda, uma visão lateral, onde a parte frontal está à esquerda; e na direita, o interior do cérebro, do mesmo ponto de vista.

Figura 09 - Principais centros de computação da música no cérebro



Fonte: Elaboração própria (2023) adaptado de Levitin (2021).

Por outro lado, Sacks (2007) faz um alerta ao afirmar que a neurociência da música, em especial, está focada nos mecanismos neurais pelos quais as pessoas percebem a altura, os intervalos tonais, a melodia, o ritmo etc., mas só recentemente é que foi dar atenção aos aspectos afetivos de apreciar música. De acordo com o autor, a música apela para ambas as partes da nossa natureza, a qual, em essência, é emocional e também, na mesma medida, intelectual. Ele afirma que quando nós ouvimos música, quase sempre estamos conscientes de ambas, ou seja, podemos nos comover até a alma e, ao mesmo tempo, apreciarmos a estrutura formal de uma composição.

E, assim como se diz, “fica a dica”, para que, nessa busca por desvendar os segredos do contato com a música, possamos sempre estar atentos para essa junção do sensível com o intelectual, que parece nos mover em todos os âmbitos e aspectos de nossas vidas.

5.2 AS CANÇÕES MATEMÁTICAS (CM)

Como aqui já registrado, a seleção de canções para serem apresentadas durante os grupos dialógico-cancionais (GDC) não foi um processo fácil. Não foram localizados muitos endereços eletrônicos ou materiais organizados que reunissem canções voltadas para o ensino e aprendizagem de Matemática, e que abordassem conteúdos específicos relativos aos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, a dificuldade foi ainda maior. Por isso, a solução mais viável foi uma garimpagem no *YouTube*. Contudo, ainda que essa plataforma seja rica em materiais das mais diversas temáticas, uma busca feita nela é enviesada pela “racionalidade” dos algoritmos que ofertam não necessariamente os melhores conteúdos, mas sim os mais “populares” (THEES, 2021).

Considerando essa escassez e o objetivo específico de identificar os tipos de canções matemáticas que podem contribuir para a apreensão de objetos matemáticos, passei a refletir, ainda antes dos GDC, que deveriam ser canções intencionalmente pensadas para o processo de ensino e aprendizagem de Matemática. Em sendo

assim, passei a elaborar uma definição para o que denominei Canções Matemáticas. Então, o que seriam as “Canções Matemáticas”?

Inicialmente, cabe destacar que todo e qualquer tipo de Canção Matemática é, originariamente (ontologicamente) uma canção. E, como tal, possui todas as suas características e potencialidades como uma manifestação artística. O que chamo de Canção Matemática é um tipo de canção criada com o fim de ensinar conteúdos matemáticos escolares. E, para isso, precisa conter em sua letra ideias e enunciados matemáticos, termos que se relacionem com o conteúdo a ser ensinado. Ela se configura como uma canção de conhecimento (LEVITIN, 2019), uma canção didática e, como consequência, uma canção pedagógica.

A Canção Matemática é uma canção de conhecimento, haja vista que o seu suporte linguístico apresenta ideias e enunciados relativos aos conteúdos matemáticos escolares. Porém, essa presença não é à toa: ela visa a comunicar, transmitir, garantir que certas informações alcancem pessoas em contextos variados. Por outro lado, além da informação, ela é pensada e criada visando ao ensino de algum conteúdo matemático escolar, o que faz dela o que chamo de canção didática. Entretanto, ainda que carregue o termo “didático” em seu nome, uma canção didática possui singularidades que vão de encontro ao tão conhecido livro didático.

Lembro que d’Ávila (2013) questiona se o livro didático pode realmente ser considerado um livro. Apoiada em Lajolo (1996), opta por chamá-lo de manual didático, haja vista que ele, além de parecer não garantir a produção e alteração de significados, também não parece promover um envolvimento afetivo e estético. Nesse sentido, o que chamo de canção didática se afasta notoriamente do manual didático, possuindo potencial tanto para auxiliar o ensino e a aprendizagem, quanto para que se produzam e alterem significados numa ambiência afetiva e estética.

Como consequência, em sendo uma canção didática, configura-se como sendo também uma canção pedagógica, haja vista que integrar o âmbito didático é, obrigatoriamente, integrar o âmbito pedagógico (LIBÂNEO, 2010, 2011; FRANCO, 2008).

Para buscar ser mais claro sobre a definição que aqui elaboro, antecipo algumas questões que poderiam surgir, já buscando respondê-las. São elas:

- Questão 01 – A Canção Matemática precisa necessariamente ser criada com a intenção de ensinar?

Resposta 01 – Sim. Na criação desse tipo de canção, é preciso que se tenha uma intenção voltada para a ação de ensino, uma consciência acerca da possibilidade de contribuição para que ocorra a aprendizagem. E, ainda que nessa intenção possa estar presente uma atenção sobre os aspectos musicais, a maior presença de elementos vinculados aos conteúdos se dará no suporte linguístico, na letra da canção.

- Questão 02 – Uma canção popular⁹⁰ pode vir a se tornar uma Canção Matemática?

Resposta 02 – Não. Se ela não foi concebida visando à ação educativa, ela não se configura como uma Canção Matemática. No entanto, isso não impossibilita que seja tida como um recurso didático e possa contribuir para o processo de ensino e aprendizagem de Matemática. Nesse contexto, cabe registrar a importância do professor quando da seleção desse tipo de canção para ser incluída numa prática educativa.

Uma outra observação a ser feita é a possibilidade de uma canção popular ser, primeiramente, uma Canção Matemática. Ou seja, uma canção criada com a intenção de ensinar se tornar uma canção popular.

- Questão 03 – Quais tipos de ideias e enunciados precisam estar presentes na canção para que ela seja uma Canção Matemática?

Resposta 03 – Se uma canção é criada com o objetivo de ensinar o conteúdo Fração, é bem provável que o termo “fração” apareça em sua letra. Também muito provável é que os termos “numerador” e “denominador” sejam utilizados. No entanto, assim como uma canção de amor pode não mencionar o termo “amor”⁹¹, é possível que uma Canção Matemática não traga uma expressão específica acerca do conteúdo abordado e, ainda assim, ela possa atingir o objetivo educativo almejado. Por exemplo, ao buscar tratar das noções de “Alto” e “Baixo”, a letra de uma canção pode mencionar situações em que uma criança consiga alcançar algum objeto e outras em que isso não ocorra, sem, no entanto, usar os termos “alto” e “baixo”.

⁹⁰ Ainda que essa categoria possa apresentar diversas definições, nesse momento será tida como a classe de canções de fácil circulação nos meios midiáticos e também de fácil acesso ao grande público.

⁹¹ Como exemplo, a canção “Metade”, de Adriana Calcanhotto, como aborda Rossi (2003).

- Questão 04 - A quantidade de termos matemáticos é fator determinante para que uma canção possa ser considerada matemática?

Resposta 04 – Durante as reflexões iniciais acerca da definição do que viria a ser uma Canção Matemática, considerava a possibilidade de adotar um chamado “ponto de corte” quanto à quantidade de termos⁹² (matemáticos) relacionados ao conteúdo presentes na letra da canção. Para uma melhor compreensão acerca do que trato, segue o Quadro 25 com os títulos de algumas canções populares brasileiras⁹³ que abordam, em suas letras (ou títulos), ideias matemáticas. Nele, constam os percentuais de termos matemáticos em cada uma das canções. Destaco que não se levou em consideração a possibilidade dessas canções terem sido criadas com a intenção de ensinar, mas, apenas, o fato de serem canções populares.

Quadro 25 – Termos matemáticos em canções populares

Canção Popular	Nº total de Termos	Termos Matemáticos (%)
Não somos números ⁹⁴ (Sandy e Júnior)	146	51,4
Os números ⁹⁵ (Engenheiros do Hawaii)	107	38,3
Matemática ⁹⁶ (Zeca Baleiro)	29	37,9
Aula de Matemática ⁹⁷ (Tom Jobim)	53	37,7
Os números ⁹⁸ (Raul Seixas)	127	22,8

⁹² Nesse levantamento, considero como termo uma palavra, símbolo ou expressão que possua relação direta com algum conteúdo matemático.

⁹³ Seleccionadas na *internet* mediante sistema de busca, utilizando combinações entre as palavras música, canção e matemática. Ligados aos títulos, estão alguns dos intérpretes dessas canções.

⁹⁴ Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=hw5jK4cdf6k>. Acesso em: 10 out. 2022.

⁹⁵ Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=cv-yULEREAY>. Acesso em: 10 out. 2022.

⁹⁶ Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=45ZddVPxZsw>. Acesso em: 10 out. 2022.

⁹⁷ Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=KLGry7W4AWY&t=33s>. Acesso em: 10 out. 2022.

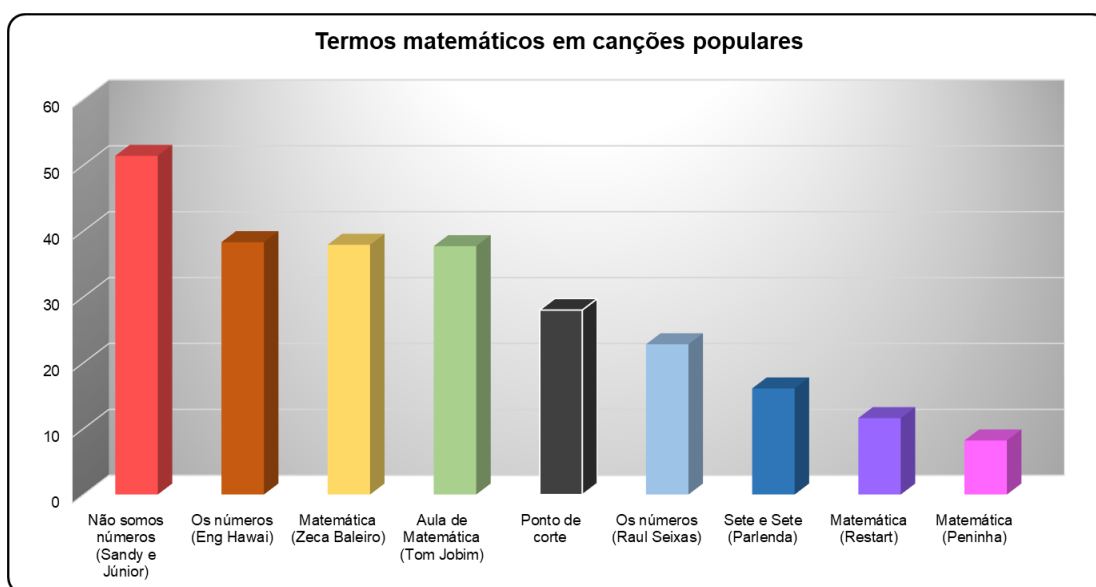
⁹⁸ Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=WPz98A1aVjs>. Acesso em: 10 out. 2022.

Sete e Sete ⁹⁹ (Parlenda)	62	16,1
Matemática ¹⁰⁰ (Restart)	95	11,6
Matemática ¹⁰¹ (Peninha)	61	8,2

Fonte: Elaboração própria (2023).

Complementando, o Gráfico 08 mostra seus extremos em destaque, nos quais se localizam as canções “Não somos números”, interpretada por Sandy e Júnior, e “Matemática”, interpretada por Peninha.

GRÁFICO 08 – Termos matemáticos em canções populares



Fonte: Elaboração própria (2023).

Adotando como “ponto de corte” a média aritmética simples dos percentuais encontrados (coluna preta, no gráfico), observa-se claramente a disparidade entre seus extremos: num deles, a canção “Matemática”, que estaria abaixo do chamado “ponto de corte” devido ao diminuto percentual (8,2) de termos matemáticos presentes em sua letra; em contraposição, a canção “Não somos números” que, além de estar

⁹⁹ Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=A-tMGUtzj8s&t=75s>. Acesso em: 10 out. 2022.

¹⁰⁰ Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=SKi6eiN3qhc>. Acesso em: 10 out. 2022.

¹⁰¹ Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=eeQLElj1MP4>. Acesso em: 10 out. 2022.

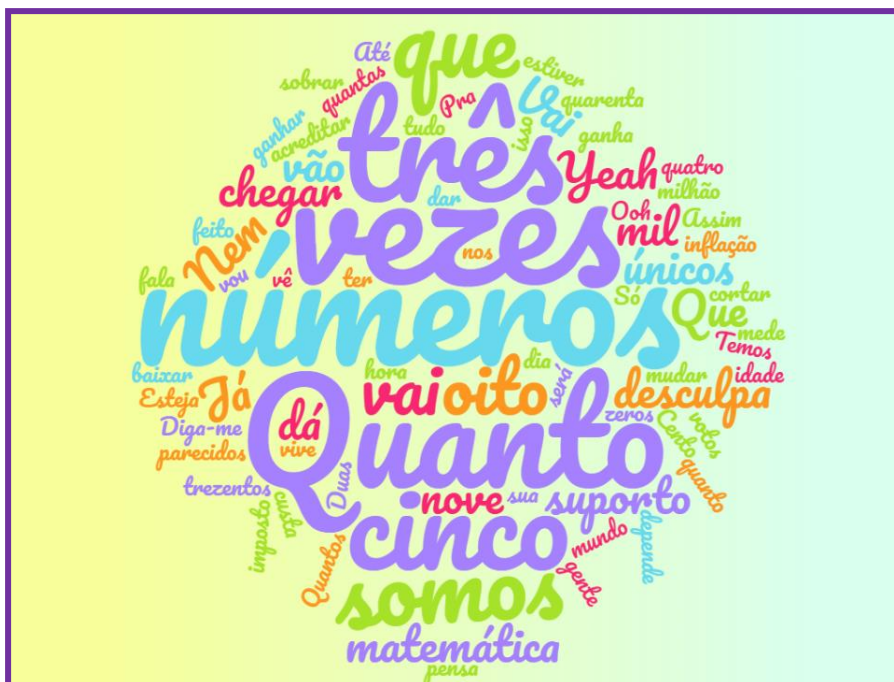
acima do referido “ponto de corte”, apresenta-se numa posição que destoa das demais canções, parecendo inquestionável o fato de poder ser considerada uma Canção Matemática. Todavia, com um olhar mais apurado, verifica-se que a letra dessa candidata a Canção Matemática apresenta expressões que contradizem, no mínimo, uma boa intenção didática: como resultado da multiplicação entre os números 3 e 5 apresenta o valor de 35, quando o correto (matematicamente) seria 15. Da mesma forma, para 3×3 , 33, quando seria 9; para 2×8 , 28, quando seria 16; dentre outros exemplos.

Como contraponto, a canção “Sete e sete”, mesmo abaixo do “ponto de corte”, com uma diminuta quantidade de termos matemáticos (menos de um terço do percentual de “Não somos números”), mostra correção matemática nos cálculos citados, como: “sete e sete são quatorze... com mais sete, vinte e um”. Assim, ainda que a canção “Não somos números” possa ser considerada numa ambiência educativa, até para que se possam questionar os resultados tidos como corretos, ela não parece próxima do tipo de canção voltada para ensinar. Ou seja, ela é um exemplo de canção que, ainda que possua um alto percentual de termos matemáticos em sua letra, pode não ser tão apropriada para o ensino de um determinado conteúdo matemático.

O comparativo dessas informações pode ser visualizado também mediante as figuras (nuvens de palavras¹⁰²) a seguir, e tendem a fazer crer que, realmente, as duas canções citadas são os destaques. Se na Figura 10 (Não somos números) os termos matemáticos (três, vezes, números, cinco) estão em primeiro plano, por serem os mais citados na letra da canção, a Figura 11 (Matemática - Peninha) mostra que essa outra canção pouco se refere ao tema sugerido no seu título.

¹⁰² Geradas pelo aplicativo *Wordcloud*.

Figura 10 – Não somos números (Sandy e Júnior)



Fonte: Elaboração própria (2023).

Figura 11 – Matemática (Peninha)



Fonte: Elaboração própria (2023).

Já o Quadro 26, a seguir, apresenta os percentuais de termos matemáticos de algumas canções feitas “para ensinar”¹⁰³.

Quadro 26 – Termos matemáticos em canções “para ensinar”

Canção “Para ensinar”	Nº de Termos	Termos Matemáticos (%)
O mês ¹⁰⁴ (Sidclely Caldas)	34	50,0
Música dos números ¹⁰⁵ (Aquarela Kids)	66	48,5
Matemagicamente ¹⁰⁶ (Mundo Bitá)	79	32,9
Número primo ¹⁰⁷ (Pofessor Joel)	25	28,0
Paródia de Lepo Lepo ¹⁰⁸ (Matemática Rio)	51	23,5

Fonte: Elaboração própria (2023).

No caso dessa classe de canções, ainda que ocorresse a variação no percentual de termos matemáticos, caso fosse adotado um “ponto de corte”, algumas dessas canções criadas com o objetivo específico de ensinar estariam fora da classe que chamo canções matemáticas. Então, qual seria o efeito desse arranjo? Qual seria o impacto desse limite imposto? Seriam essas canções menos matemáticas que outras?

Comparando com os livros didáticos, soa como se alguns deles fossem reprovados por conterem mais imagens que outros, com o argumento de que, com um tal percentual de imagens, prejudicaria a demonstração de uma quantidade maior de cálculos. Comparando com uma aula, é como se um professor falasse para seus alunos que só poderiam discutir o conteúdo círculo num período com duração entre 10 (dez) e 30 (trinta) minutos, nada menos e nada mais que isso.

¹⁰³ Canções criadas com o objetivo de ensinar algum tipo de conteúdo matemático.

¹⁰⁴ Disponível em: <https://youtu.be/83pkfruhfCc>. Acesso em: 10 out. 2022.

¹⁰⁵ Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=MipLKD8zXL0>. Acesso em: 10 out. 2022.

¹⁰⁶ Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=K9R5OCoclp4>. Acesso em: 10 out. 2022.

¹⁰⁷ Disponível em: https://youtu.be/a6unuVySl_I. Acesso em: 10 out. 2022.

¹⁰⁸ Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=EVFfqFNryOQ>. Acesso em: 10 out. 2022.

Por tudo isso exposto é que logo abandonei essa ideia de definir uma Canção Matemática pela quantidade de termos matemáticos presentes em suas letras.

- Questão 05 – Por que os elementos musicais não são considerados para que se defina uma canção como sendo matemática?

Resposta 05 – Toda canção é formada por elementos musicais que possuem comportamento matemático (duração de notas e de pausas, compasso etc.). Também, toda canção possui elementos linguísticos. No entanto, os elementos linguísticos (a letra da canção) são os mais valorizados na nossa cultura quando se deseja passar algum tipo de mensagem mediante uma canção¹⁰⁹. Ou seja, dos elementos que constituem a canção, a letra é onde se apresenta um certo diferencial entre elas. Assim, qualquer canção poderá ser explorada quanto ao comportamento matemático dos seus elementos musicais. Por outro lado, isso não ocorre quanto aos conteúdos presentes em sua letra. Por isso, para que seja uma Canção Matemática, a canção deve conter ideias e enunciados matemáticos no seu suporte linguístico.

- Questão 06 – E além de canção de conhecimento, uma Canção Matemática não poderia ser uma canção de alegria, amizade ou de conforto, conforme classifica LEVITIN (2019)?

Resposta 06 – O teórico Levitin (2019) buscou agrupar certos tipos de canções de acordo com suas características mais notáveis. No entanto, como a própria obra mostra¹¹⁰, nem sempre existe um limite claro que impossibilite uma canção de ser considerada de conhecimento e, ao mesmo tempo, de alegria. E isso pode ser considerado tanto no que se refere ao conteúdo linguístico quanto ao musical. Assim, uma Canção Matemática pode ter características de uma canção de alegria ou de conforto, mesmo tendo sido classificada prioritariamente como de conhecimento. Inclusive, pode uma mesma Canção Matemática propiciar uma esfera de alegria e conforto conforme o momento, o ambiente, a forma de cantar ou o tipo de instrumentos

¹⁰⁹ Essa afirmação não desconsidera o pensar sobre os elementos musicais durante a criação de uma canção. No entanto, é na letra que permanece a maior parte da atenção dos compositores.

¹¹⁰ O autor, ao tratar da situação de adolescentes que se sentem deslocados nas sociedades que integram, menciona certo tipo de canção que é de amizade e vinculação social, mas, também, de consolo.

envolvidos. Como exemplo, a Canção Matemática “Manhã, tarde, noite”, pode ser sinalizada como sendo uma canção de alegria, quando ela é executada com o auxílio de um bandolim¹¹¹, próximo do que se caracteriza como o gênero samba ou pagode¹¹². Já mediante outra execução, pode ser considerada uma canção de conforto, quando dedilhada ao violão¹¹³, semelhante a uma canção de ninar.

- Questão 07 – Uma Canção Matemática se configura como sendo um material, uma técnica, um método, uma estratégia, um recurso ou um meio? E de que tipo, dentre instrucional, de ensino, curricular e didático?

Resposta 07 – Muitas vezes, o uso desses termos e expressões pode causar confusões acerca dos seus significados, devido ao fato de serem mencionados por uma diversidade de teóricos e em situações e contextos variados. Buscar incluir a Canção Matemática em um desses grupos, em uma dessas categorias não me parece uma exigência, embora seja salutar demarcar alguns limites.

Primeiramente, é importante destacar a dificuldade em apontar a Canção Matemática como sendo algo material. Quando tratou da materialidade da ação pedagógica, Saviani (2013) destacou a demarcação feita por Marx, para quem há duas modalidades de produção não material: uma delas, quando o produto se separa do produtor, como o livro, cujo conteúdo é formado por ideias, teorias, algo imaterial, embora ele se manifeste na materialidade, fisicamente. Nesse sentido, a canção se situa numa condição semelhante, haja vista que poderá ser veiculada mediante um suporte material (LP, CD, *pendrive* etc.). Entretanto, esse “poderá” é que não me parece garantir a canção como sendo uma produção não material do mesmo tipo que o livro.

Esse meu posicionamento repousa no fato de que a canção, como elaboração que contém ideias, possui um resultado simbólico que não precisa estar vinculado a um suporte material, físico. É possível cantar uma canção apenas utilizando o seu poder mnemônico, que permite repeti-la quantas vezes desejar, sem que ela jamais tenha sido registrada em algum tipo de suporte. Nesse sentido, ela parece se

¹¹¹ Disponível em: https://youtu.be/9bTcKK11_tU. Acesso em: 10 out. 2022.

¹¹² Ainda que muitos sambas e pagodes abordem temáticas (linguísticas ou musicais) de lamento, amor e tristeza, ambos são tidos como gêneros musicais que comunicam alegria, face aos contextos em que são executados. Os desfiles carnavalescos das escolas de samba representam exemplos disso.

¹¹³ Disponível em: <https://youtu.be/ldvMeQTVV0Y>. Acesso em: 10 out. 2022.

assemelhar mais com o outro tipo de produção não material, também apontado por Marx, no qual não existe separação entre o produto e o seu produtor, caso do ensino, da educação, embora a ação pedagógica seja realizada num contexto de materialidade (SAVIANI, 2013).

Para Libâneo (1990), a instrução está relacionada tanto ao processo como ao resultado da assimilação de conhecimentos sistematizados e ao desenvolvimento de capacidades cognitivas. Seu núcleo são os conteúdos das matérias. Para o autor, a instrução está contida no ensino e é viabilizada por ele, o qual reúne o planejamento, a organização, a direção e a avaliação da atividade didática. Nesse sentido, o que se caracteriza como instrucional, como consequência, será também de ensino. Ora, se o próprio autor define o ensino como sendo o objeto de estudo da Didática, não visualizo incoerência em afirmar então que se é instrucional é de ensino e, por extensão, didático.

Logo, se a criação de uma Canção Matemática considera conteúdos escolares, ela pode ser considerada como sendo uma canção instrucional; se uma Canção Matemática é pensada para estar inserida no planejamento e na organização das atividades dos alunos, ela pode ser considerada como sendo uma canção de ensino; e se ela é elaborada levando em conta tanto o desenvolvimento cognitivo do aprendente quanto a direção e o contexto das ações educativas, não me parece estranho que seja cunhada também como sendo uma canção didática.

Já as técnicas, os recursos ou os meios de ensino são considerados complementos da metodologia que visam ao enriquecimento do processo de ensino (LIBÂNEO, 1990). O autor define meios de ensino como sendo todos os meios e recursos materiais usados tanto pelo professor quanto pelos alunos com o objetivo de organizar e conduzir metodicamente o processo de ensino e aprendizagem. Assim sendo, uma Canção Matemática pode ser considerada um recurso (não material), um meio de ensino. Levando-se em conta que técnica tem a ver com arte, criação, intervenção humana e com transformação (LIMA JR., 2005), não vejo como negar o caráter técnico de uma Canção Matemática. Por outro lado, o que Libâneo (1990) entende como técnica é a aplicação específica de um método. Definição essa na qual não situo uma Canção Matemática.

Quanto aos materiais curriculares, Zabala (1998) os define como sendo meios que ajudam os professores a responderem os problemas concretos que as diferentes fases dos processos de planejamento, execução e avaliação lhes apresentam.

Observa-se que o autor está se referindo ao processo de ensino, e que sua definição se assemelha ao que Libâneo (1990) chamou de meios de ensino. Também, ao mesmo tempo em que usa a expressão materiais curriculares, refere-se a esses meios como sendo recursos didáticos. Nesse sentido, uma Canção Matemática pode ser considerada um material curricular.

Independente da designação dentre essas expressões e termos discutidos, importa que uma Canção Matemática não deva ser considerada visando a uma função diretiva, mas sim que esteja presente no momento didático adequado em que possa contribuir com o professor no desenvolvimento das atividades durante o processo de ensino e aprendizagem (LIBÂNEO, 1990; ZABALA, 1998).

- Questão 08 – Uma Canção Matemática pode ser considerada um recurso paradidático?

Resposta 08 – Por já ter tratado do termo “recurso”, foco então no que se diz ser “paradidático”. Primeiramente, é bom lembrar que esse termo é uma invenção brasileira, ainda que existam em outros países materiais com características similares, embora sem essa denominação. Inicialmente, o que veio a ser chamado de paradidático era exclusivamente o livro, e seu aparecimento se deu no lançamento da coleção “Para Gostar de Ler”, da Editora Ática, lançada no final da década de 1970 (MUNAKATA, 1997), ainda que, antes disso, já estivessem presentes as obras de Monteiro Lobato, considerado o precursor do gênero paradidático (Literatura Infantil), juntamente com Júlio Cesar de Mello e Souza (Matemática), conhecido como Malba Tahan (CAMPELLO; SILVA, 2018).

Possivelmente, os livros são aqueles que não possuem as mesmas características dos livros didáticos, como conteúdos baseados num currículo e seriação, por exemplo, e que são adotados no âmbito escolar visando a complementar a atuação do professor durante o processo de ensino e aprendizagem (MUNAKATA, 1997).

Especificamente no âmbito da Educação Matemática, Dalcin (2007) afirma que, de uma forma geral, os livros paradidáticos são livros que possuem a intenção de ensinar, mas ensinar de forma lúdica. Nesse sentido, caso fosse a minha intenção buscar espelhar uma Canção Matemática com o que é considerado paradidático, eu iria, inevitavelmente, corroborar do pensamento de que apenas em algumas situações

deve-se ensinar buscando promover o estado lúdico (LUCKESI, 2022), como se fosse possível prescindir de uma didática sensível (D'ÁVILA, 2022). Não é o que penso e, muito menos, o que defendo como uma recomendável condução pedagógica. Por isso, não considero que a Canção Matemática um artefato paradidático.

Tendo definido o que vem a ser uma Canção Matemática, cabe sinalizar que todas as canções selecionadas e apresentadas nos encontros podem ser consideradas como sendo canções matemáticas. Além de todas elas abordarem conteúdos matemáticos escolares, os vídeos que as veiculam apresentam, em sua maioria, uma dinâmica visual que busca facilitar o entendimento das crianças, assim como os canais em que estão hospedadas são voltados para a educação infantil. Por outro lado, o fato dessas canções terem sido elaboradas com a intenção de propiciarem a aprendizagem matemática não significa que não possuam equívocos conceituais e/ou estejam livres de causarem obstáculos cognitivos às crianças, algo que pode ser minimizado pela adequada mediação didática.

5.2.1 Canção Matemática: um registro de representação semiótica

Primeiramente, cabe salientar o desafio que é apostar que a Canção Matemática se constitui um tipo de registro de representação semiótica (RRS), algo desconhecido nas contribuições do maior expoente do tema, o educador matemático Raymond Duval. Já em Caldas (2016), eu sinalizava sobre essa possibilidade, sem ainda ter caracterizado o que seria uma Canção Matemática, mas consciente de que caberia um estudo mais aprofundado e que permitisse, de forma contundente, “bater o martelo”. Assim, sabedor de que esse tipo de processo investigativo pressupõe novas descobertas, permite e exige (poder-dever) elaborações teóricas inéditas e originais, o desafio está aceito.

Já tendo definido o que vem a ser uma Canção Matemática, passo a caracterizá-la segundo o aspecto semio-cognitivo, mais especificamente, como se constituindo um Registro de Representação Semiótica. E, assim sendo, como ela, a Canção Matemática, pode ser relacionada à apreensão de objetos matemáticos, qual seja, a aprendizagem matemática. Para isso, tomo como base os pressupostos da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, elaborada pelo educador matemático Raymond Duval.

Como brevemente comentado anteriormente, a canção resulta do casamento entre a melodia e a letra (TATIT, 2008), sendo que o segundo elemento é o que a faz estar próxima da língua natural, um dos registros listados por Duval (2009; 1993). Contudo, é o primeiro elemento da canção que a faz não ser confundida com a língua. Desse modo, constata-se que ela, a canção, não está no bojo dos registros contemplados na TRRS (língua natural, expressões algébricas, tabelas, gráficos etc.) e, desse modo, não se encontra presente nas discussões acerca da apreensão de objetos matemáticos (Figura 12).

Figura 12 – A canção e a TRRS



Fonte: Elaboração própria (2023).

Assim, para poder situar a Canção Matemática como mais um integrante desse conjunto indicado por Duval (2011; 2009), seguirei os seguintes passos: a) apresentar a língua como um registro de representação semiótica; b) diferenciar canção de língua (modo escrito e falado); e c) apresentar os contrastes existentes entre ambas.

5.3.1.1 A língua natural¹¹⁴: o mais complexo dos RRS?

A espontaneidade discursiva serve de ponto de ancoragem a toda a aprendizagem, e isso independe do respeito a todas as regras de conformidade da língua. A peculiaridade e potência da língua natural reside no fato dela cumprir, ao mesmo tempo, funções de comunicação e funções cognitivas. Caso as funções de comunicação sejam privilegiadas, a língua é considerada como código. Se, ao contrário, for dado privilégio às funções cognitivas, então ela será considerada como registro (Quadro 27). (DUVAL, 1993, 2009, 2011).

Quadro 27 – Comparação entre registros e códigos

		Tipo de Produção Semiótica	Possibilidade de transformação das produções	Mudança de sistema semiótico
SISTEMAS produtores de representações que se referem aos objetos (<i>Continuum</i> do sentido)	REGISTROS Línguas, figuras, gráficos etc.	Um conteúdo articulando várias unidades de sentido conforme dois ou três níveis de organização	Substituição por equivalência referencial; Operações semióticas próprias de cada registro	Conversões por correspondência das unidades de sentido; Não reversibilidade
SISTEMAS transmissores ou conversores do modo físico de transmissão (Discretização da informação)	CÓDIGOS Código binário, alfabetos etc.	Sequência de caracteres. Cada caractere da sequência resulta de uma escolha de codificação dos dados (estados sucessivos, sons...) e não de regra de combinação.	Somente a programação externa de ações sobre as sequências de valores binários (máquina de Turing)	Codificação ↔ Decodificação

Fonte: Elaboração própria (2023) a partir de Duval (2011).

Apesar da língua se constituir o primeiro registro de representação semiótica para o funcionamento do pensamento, no processo de ensino e aprendizagem ela é, de uma forma geral, reduzida à função de comunicação. Essa redução faz com que

¹¹⁴ Essa é a expressão mais utilizada pelo autor da TRRS ao se referir à língua. Aproveito para recuperar Saussure (2012), que define língua como sendo um produto resultante do meio social e, ao mesmo tempo, um combinado de convenções imprescindíveis para que possa ser exercida nos indivíduos. Por outro lado, a expressão “língua materna” pode aparecer no presente trabalho, sem qualquer tipo de prejuízo para as argumentações aqui apresentadas. De qualquer modo, cabe salientar que essa última expressão é bastante utilizada por Machado (2011) e representa a primeira língua aprendida, que, no nosso caso é a portuguesa.

se dê mais atenção às palavras em detrimento das operações discursivas. No entanto, quando nos exprimimos verbalmente, não realizamos simplesmente a codificação de um pensamento já explícito, mas sim o objetivamos, tomamos consciência, e essa expressão abre a via para o pensamento, mesmo quando nos dirigimos a alguém. Por outro lado, a compreensão não decorre da decodificação de uma sequência de palavras ou de frases, mas da discriminação e reformulação das unidades de sentido em diversos níveis de organização dos discursos (DUVAL, 2011; 2009; 1993).

Um registro é um sistema semiótico cognitivamente criador. No caso da língua, esse poder criativo repousa totalmente nas operações discursivas que o cumprimento intencional comanda, tanto na fala quanto na elaboração de textos. Por outro lado, uma questão que merece muita atenção é que a produção oral homogeneiza e oculta as diferenças entre demonstrar, argumentar, explicar. Ao se considerar apenas a produção oral, ignora-se a complexidade das operações de designação de objetos, a qual só é descoberta quando é exigida uma produção escrita. Isso ocorre porque, no modo escrito, as operações de enunciação das frases – as relativas às frases produzidas e as relativas às que virão a ser produzidas – são realizadas de maneira controlada, diferentemente da prática espontânea da fala (DUVAL, 2011).

Durante o processo de ensino e aprendizagem de Matemática, a língua natural é um dos registros mais utilizados, seja quando se formulam definições e teoremas, seja quando se procuram justificar soluções e raciocínios matemáticos ou intervindo em todos os enunciados de problemas fornecidos aos alunos. Por ser utilizado fora da Matemática, caracteriza-se como sendo um registro multifuncional (Quadro 28), cujas transformações de expressões não são algoritmizáveis; discursivo, com a linearidade fundamentada na sucessão, visando à produção, apreensão e organização das expressões; e possui duas modalidades de produção: oral e escrita (DUVAL, 2013; 2011).

Quadro 28 – Registros Multifuncionais x Registros Discursivos

	Registros Discursivos Linearidade fundamentada na sucessão Para a produção, apreensão e organização das expressões	Registros Não Discursivos Apreensão simultânea de uma organização bidimensional
Registros Multifuncionais: os tratamentos não são algoritmizáveis	As línguas: três operações hierarquicamente incluídas (designação de objetos, enunciação e raciocínio) Duas modalidades de produção: oral/escrita	Icônica: produção à mão livre, conservação interna das relações topológicas características das partes do objeto. Configuração Geométrica: três operações independentes (construção instrumental, divisão e reconfiguração morfológicas, desconstrução dimensional das formas)
	Representações Auxiliares Transitórias para as operações livres ou externas	
Registros Monofuncionais: as transformações de expressões são algoritmizáveis	As Escritas Simbólicas para as operações de substituições ilimitadas (sistema de numeração, escrita algébrica, línguas formais) Uma modalidade de produção: escrita	Junção entre pontos ou nós, e orientação marcada por flechas. Gráficos Cartesianos: operação de zoom, interpolação, mudança de eixos Esquemas

Fonte: Elaboração própria a partir de Duval (2011).

Ainda que considerada como sendo um RRS, a língua natural está consideravelmente distante dos outros registros, mesmo os discursivos próprios da matemática. Isso cria dificuldades para que ocorra a conversão de enunciados para um outro tipo de registro, sendo necessário, assim, o uso de representações auxiliares de transição para separar as duas dimensões semânticas, haja vista que a conversão dos enunciados no registro das escritas simbólicas não pode ser direta. É por isso que se torna imperioso reconhecer o papel decisivo do enunciado de um problema matemático (DUVAL, 2011; 2009; 1993).

5.2.1.2 A canção x modalidade escrita da língua natural

Quando a hipótese foi levantada em Caldas (2016), apresentei algumas peculiaridades da canção que a diferenciavam da língua natural, um dos tipos de registros apontados por Duval (2011). Naquele momento, não atentei para o fato de também diferenciar a língua materna falada da escrita, o que pode contribuir para melhorar a compreensão acerca da singularidade da Canção Matemática. Dessa forma, apresento uma ampliação desse contraste iniciado no estudo passado.

A canção, como já comentado e apoiado principalmente em Tatit (2008), é constituída de elementos musicais e elementos linguísticos. Ela contempla, sim, a língua materna, mas, por possuir também aspectos musicais, é de outra natureza. Bastaria, na minha opinião, essas poucas linhas escritas para afirmar, por exclusão, as singularidades entre a língua e a canção. Contudo, o que busco é apresentar de forma mais detalhada as particularidades de cada uma, em contraste, visando a uma compreensão que contribua, mais à frente, para concluir sobre a Canção Matemática como mais um tipo de registro de representação semiótica, suas peculiaridades, limitações e potencialidades, que possam favorecer o processo de ensino e aprendizagem de Matemática.

A fim de sedimentar um pouco mais a questão, apresento cinco textos, a seguir, para os quais caberia o questionamento sobre serem canções. Mais adiante, comento brevemente acerca de cada um dos textos e sobre as possíveis respostas dadas à questão levantada.

TEXTO 01

Parabéns pra você
Nesta data querida
Muitas felicidades
Muitos anos de vida

Que Deus lhe dê
Muita saúde e paz
E os anjos digam amém

Parabéns pra você

Parabéns pra você
Pelo seu aniversário

Chegou a hora de apagar a velinha
Vamos catar aquela musiquinha

Parabéns pra você
Parabéns pra você
Pelo seu aniversário

TEXTO 02

Na oração, que desaterra a terra,
 Quer Deus que a quem está o cuidado ... dado,
 Pregue que a vida é emprestado estado,
 Mistérios mil que desenterra enterra.

Quem não cuida de si, que é terra, erra,
 Que o alto Rei, por afamado amado,
 É quem lhe assiste ao desvelado lado,
 Da morte ao ar não desaferra, aferra.

Quem do mundo a mortal loucura cura,
 A vontade de Deus sagrada agrada
 Firmar-lhe a vida em atadura dura.

Ó voz zelosa, que dobrada brada,
 Já sei que a flor da formosura, usura,
 Será no fim dessa jornada nada.

TEXTO 03

Geometria nunca foi bicho-papão,
 Mede a terra e também a lua inteira;
 É papo reto, coisa fina de primeira,
 Conhecimento que te faz um sabichão.

E sei que, às vezes, pode até te confundir:
 É ponto e reta, plano, face e aresta.
 São elementos que, unidos, fazem festa,
 Comemorando, vendo a solução surgir.

Eu tenho fé, eu sigo reto e faço plano.
 Lá no meu círculo, inscrevo quem é do bem.
 O mundo gira, mas eu nunca me engano.

Se eu tenho dado com faces número 100,
 Eu tenho sorte, nas curvas de qualquer ano,
 Pego a tangente, e não vou secar ninguém.

TEXTO 04¹¹⁵

Täglich träumt am weißen Strande Der Boy von Ipanema im Sande, Und wenn er lächelt, Sagt jedes Mädchen nur „aah!“ Heute im Vorergehen, da glaubte ich, mein Herz bleibt stehen, Als er ganz flüchtig nur in die Augen mir sah. Oh, meine Träume und Fragen, Die kann ich niemals ihm sagen! Wie soll ich das nur ertragen, Dass mein Herz sich vor Sehnsucht verzehrt, Weil er eine andere begehrt? Täglich träumt am weißen Strande Der Boy von Ipanema im Sande, Doch ich, ich weiß genau: Er träumt nicht von mir

TEXTO 05

Foi numa noite, tao de repente, tomou minha mente... o meu inconsciente me sinalizou. Era um jardim de belas flores, tao especiais, todas desiguais... e voce brotou. O teu perfume  uma prova de renovação. Pura sensação no meu coração. Foi tão bonito que, de aflito, ele se acalmou... e do mais puro amor se transbordou. E, no caminho, passarinhos... todos a cantar... aromas no ar. Vem nos alegrar! Que sua vida seja leve, hoje ou qualquer dia. Singular magia... Venha nos brindar! E que o anjo que te guarda possa iluminar o seu caminhar, proteger você. Minha pequena, entre em cena,  sua missão. Nessa dimensão, venha florescer. Maria flor, Maria flor... Maria amor, Maria amor... Você chegou, desabrochou, me transformou.

TEXTO 06

PARA APRENDER PARA ENSINAR
PARA TUDO AGORA TEM QUE RESPIRAR

PARA LE (15X) PÍPEDO PARALELEPÍPEDO

CAIXA DE SAPATO, DA TV
DO PS4, DA FRALDA DO BB

CAIXA DE CHOCOLATE, O COLCHÃO DE SUA CAMA
CAIXOTE DE TOMATE, UM LIVRO BEM BACANA

¹¹⁵ Tradução obtida em Rocha (2013).

TEXTO 07

CÍRCULO, QUADRADO, RETÂNGULO, CÍRCULO, QUADRADO, RETÂNGULO, CÍRCULO, QUADRADO, RETÂNGULO, CÍRCULO, QUADRADO, RETÂNGULO, LOSANGO, OVAL, TRIÂNGULO, LOSANGO, OVAL, TRIÂNGULO, LOSANGO, OVAL, TRIÂNGULO, LOSANGO, OVAL, TRIÂNGULO.

E, agora, como anunciado, seguem meus comentários acerca dos textos apresentados.

- Sobre o Texto 01:

Ora, muito provavelmente todos dirão que isso é uma canção e não qualquer canção. Quem já não a cantou? Quem nunca festejou uma das datas mais marcantes, o dia do aniversário? A canção “Parabéns pra você” é de domínio público¹¹⁶, nos seus mais variados sentidos. Mas, ainda que você tenha cantarolado a melodia, mesmo que na mente, isso não significa que o Texto 01 seja uma canção. Não, ele não é.

- Sobre o Texto 02:

Aqui, aposto que não houve dificuldade em reconhecer, ao menos, o formato do texto. Sim, é um poema. Mais especificamente, um soneto¹¹⁷ (do tipo italiano, o mais usado). Mas, também aqui, ainda que não se tenha identificado a sua autoria¹¹⁸, pode ser que alguém tenha recordado uma certa melodia, haja vista que uma das maiores intérpretes do Brasil, Maria Betânia, gravou a canção¹¹⁹ que tem como letra esse poema. Por outro lado, podem argumentar que, além de soneto significar

¹¹⁶ São aquelas canções que estão livres de direitos de autor, podendo ser reproduzidas, copiadas e consultadas livremente pela população. No Brasil, de acordo com a Lei 9.610/98 – uma obra musical entra em domínio público 70 anos após a morte de seu autor (ou do último autor, em caso de parcerias).

¹¹⁷ Soneto é um formato de poema que conta com 14 versos, quatro estrofes distribuídas em dois quartetos e dois tercetos, o que se chama modelo italiano, o mais comum.

¹¹⁸ Esse é o soneto “No sermão que pregou na Madre de Deus d. João Franco de Oliveira pondera o poeta a fragilidade humana”, de Gregório de Matos (MATOS, 2010, p. 327).

¹¹⁹ A melodia foi criada por José Miguel Wisnik, que deu o título de “Mortal Loucura” à canção. A composição foi visando integrar a trilha sonora de *Onçotô* (2005), balé do Grupo Corpo, e teve, na sua gravação, a participação de Caetano Veloso. Somente posteriormente é que Betânia a regravou, versão que virou tema na novela “Velho Chico” (2016), da Globo.

“pequena canção” ou “pequeno som”, o poeta nunca chegou a escrever nada, pois, simplesmente, cantava os seus poemas. Todavia, ainda assim, como dito no comentário do texto anterior, isso não significa que o Texto 02 seja uma canção. Além de um poema, é a letra de uma canção, parte de uma determinada canção, mas não uma canção.

- Sobre o Texto 03:

Como no Texto 02, a tendência é que tenha sido identificado o formato do texto, também um soneto. No entanto, considerando que apresenta termos relacionados a conteúdos matemáticos, pode ser que alguém tenha apostado que fosse um Canção Matemática. Ainda que fosse a letra de uma Canção Matemática, isso não significaria que o Texto 03 seja uma canção. Mas não é uma letra de canção, matemática ou não. É o que sua forma informa: um soneto. Claro, é possível identificá-lo melhor: é um Soneto Matemático¹²⁰. E assim afirmo, mais uma vez, que o texto em questão não é uma canção.

- Sobre o Texto 04:

Aqui, a não ser que algum leitor possua o domínio do idioma alemão, sequer irá saber do que trata o texto. A forma não sugere que seja um poema, como nos outros casos. Por outro lado, não é provável, também, que se possa indicar se constitui uma poesia ou uma prosa. No presente exemplo, as combinações das letras, a arrumação das palavras e o arranjo convencionado não possibilitam que um indivíduo, falante em um só idioma diferente do alemão, compreenda as mensagens presentes nele (SAUSSURE, 2012). O texto apresentado está, digamos, “desarrumado”, propositalmente, a fim de “confundir” o leitor. Ele nada mais é que a letra da canção brasileira mais regravada no mundo: “Garota de Ipanema”¹²¹. No entanto, mesmo que estivesse no formato mais tradicional das letras de canções e

¹²⁰ Plano de um soneto (CALDAS, 2022, p. 130).

¹²¹ Composição de Tom Jobim e Vinícius de Moraes.

mesmo que estivesse em português, seria somente a letra de uma canção.

- Sobre o Texto 05:

Seu formato parece não ser de um poema, ao menos de um soneto, como em alguns casos anteriores. Mas, por estar em língua portuguesa, é possível perceber que há algo (ou em sua totalidade) de poético. Alguém até poderá apostar que se constitui uma declaração de amor. Sim, pode ser que sim. Na verdade, afirmo que sim, é uma declaração de amor. O texto, na verdade, é a letra da canção criada por mim, inspirada em uma cartinha que a mãe do meu filho fez para a nossa netinha, Maria Flor¹²² (que já deve ter chegado ao mundo, já que esta escrita ocorre em 04/01/2023). Assim, como já dito em comentários anteriores, esse texto não representa uma canção. Ele está desprovido da companhia imprescindível da melodia. Por outro lado, a não disponibilização dessa canção mediante algum tipo de registro não permite considerar a veracidade da minha afirmação, pois, onde se encontra a melodia dessa canção?

- Sobre o Texto 06:

Seu formato sugere ser uma letra de canção, e destinada ao ensino de Matemática. Isso é verdade, pois se trata da letra da canção “Paralelepípedo”¹²³, do canal “Eu canto matemática”, do *YouTube*. Contudo, friso, mais uma vez, esse texto não é a canção.

- Sobre o Texto 07:

Apesar dos termos se referirem a formas geométricas, o seu formato não parece sugerir ou, ao menos, dar a certeza de que representa a letra de uma canção. Mas, sim, ele é a letra da canção “Música das formas geométricas”¹²⁴, do canal infantil “Árvore do Brasil” do *YouTube*. Todavia, como já dito, ela não é “a” canção.

¹²² Maria Flor (CALDAS; SOARES, 2022).

¹²³ Disponível em: https://youtu.be/OW_EaD9g5HI. Acesso em: 10 out. 2022. De minha autoria.

¹²⁴ Disponível em: <https://youtu.be/r0hy8BzSY04>. Acesso em: 10 out. 2022.

Nunca é demais lembrar que, aqui, nesse suporte, seja ele em papel impresso ou digital, não é possível ter contato com a canção. Claro, é possível “acessar” diversas canções, quando da leitura deste trabalho, mas é preciso estar atento para o fato de que nesta modalidade de comunicação, utilizando a língua e as possibilidades de seu registro, não é possível contar com a presença da canção. Mesmo que aprovada a minha tese, depositada no repositório da UFBA, e com seu acesso facilitado para quem desejar garimpar pela *internet*, ainda assim a canção não se fará presente. Como bem canta Tatit (2015)¹²⁵, “fica faltando a melodia”.

5.2.1.3 Contrastes entre canção e língua

Já tendo comentado sobre características tanto da língua quanto da canção, julgo importante apresentar em quais delas ocorre a aproximação e também o distanciamento entre esses dois sistemas semióticos, visando, assim, a confirmar suas singularidades.

A espontaneidade discursiva serve de ponto de ancoragem a toda a aprendizagem, e isso independe do respeito a todas as regras de conformidade da língua. A peculiaridade e potência da língua natural reside no fato dela cumprir, ao mesmo tempo, funções de comunicação e funções cognitivas. Caso as funções de comunicação sejam privilegiadas, a língua é considerada como código. Se, ao contrário, for dado privilégio às funções cognitivas, então ela será considerada como registro.

Apresento agora algumas aproximações entre a Canção Matemática e a língua natural, considerando as discussões teóricas acerca dos registros de representações semióticas, baseadas nas concepções de Raymond Duval:

- Cada frase não se reduz às palavras que ela combina;
- Como sistema semiótico, não é um código, haja vista não ocorrer a reversibilidade (codificação-decodificação-codificação);

¹²⁵ Canção intitulada “Canção bonita”, cujo diálogo apresentado tem relação com a impossibilidade de envio de uma canção por carta. Disponível em: <https://youtu.be/jajlJWWKTf8>. Acesso em: 10 out. 2022.

- Constitui um registro;
- É um registro multifuncional;
- É um registro discursivo;
- Pode apresentar associações verbais, conceitos, argumentações a partir de observações, deduções a partir de teoremas ou definição;
- Possui três tipos de operações discursivas (cognitivas): a enunciação, a designação e a expansão discursiva do conteúdo proposicional de uma frase;
- Nas operações discursivas, o sujeito tem consciência para poder cumprilas intencional e espontaneamente, realizando assim a produção, a objetivação e a transformação de representações (o pensar);
- Possui distância significativa para os outros tipos de registros;
- Apresenta maior dificuldade para o trânsito entre ele e os outros registros;
- Apresenta dificuldades para os problemas matemáticos aditivos e equacionáveis;
- A compreensão de suas ideias é facilitada com o auxílio de alguma representação auxiliar.

Por outro lado, algumas características demarcam a distância existente entre a canção e a língua natural:

- Na canção, o locutor da mensagem nem sempre é o mesmo que emite as frases. Na verdade, o ouvinte passa a crer, visualiza, imagina um personagem representado pelo locutor. Como apresenta Tatit (1986), o destinador locutor (D.^oR loc), alguém que canta, dá voz para um personagem, que é quem dialoga com o destinatário ouvinte (D.^aRIO ouv). Diferentemente da língua natural, quando o próprio locutor é o emite da mensagem;
- Apenas a letra de uma canção, escrita, pode não permitir a transmissão de todas as mensagens que, cantada, ela conseguiria;
- A modalidade escrita de uma canção, mesmo acerca dos aspectos musicais, como melodia, harmonia etc., não apresenta condições para a manutenção da fidelidade de suas mensagens;

- A modalidade escrita de uma canção requer mais do que o nível de alfabetização do leitor, haja vista a não naturalidade (ao menos no Brasil) na compreensão de registros musicais (melodia, harmonia, ritmo etc.);
- A modalidade escrita de uma canção, mesmo para um leitor especializado nos registros musicais, não apresenta condições para a manutenção da fidelidade de suas mensagens, isso mesmo mediante a execução da sua música, com auxílio de um instrumento musical (o que já seria uma quase reversão da sua atual modalidade);
- Nas suas operações discursivas, apesar de existir a possibilidade do sujeito ter consciência para poder cumpri-las intencional e espontaneamente, realizando assim a produção, a objetivação e a transformação de representações (o pensar), isso pode não ocorrer, haja vista a “interferência” dos aspectos musicais que podem fazer com o que o pensar fique “adormecido”;
- O seu uso não é necessário para a aprendizagem matemática, enquanto no caso da língua natural não há como dissociar a sua presença do processo educativo;
- Pela liberdade poética na elaboração de uma canção, sua letra, mesmo quando cantada, nem sempre apresenta sucessão de ideias de forma linear;
- Enquanto a entoação da língua falada não permite uma duração do que foi dito, a canção possui o potencial (mnemônico) de manutenção da lembrança das frases, dos conceitos e/ou definições.

5.3 CANÇÕES MATEMÁTICAS E OUTROS RRS: UM TRANSITAR MELÓDICO

No processo de colheitas de informações, durante todos os encontros realizados com os alunos, por vezes antes, mas também durante e após a exibição das Canções Matemáticas, pude constatar a riqueza e diversidade das relações semióticas produzidas sempre que, na ambiência dialógica-cancional, tratamos de objetos matemáticos. A seguir, alguns extratos da densa rede de significados e significantes tecida em conjunto com os alunos.

- Com o ukelele, toquei e cantei a canção “Cubo”¹²⁶. Enquanto cantava, alguns alunos batucaram nas carteiras. Perguntei: vocês acham que essa canção é suficiente para aprender sobre cubo? Hulk respondeu: “*Não sei.*” Questionei: Ou precisa de informações adicionais? Mulher-Maravilha confirmou: “*É, precisa, sim.*”

Não fica claro, pelo diálogo, quais seriam as informações adicionais necessárias para o aprendizado, como apontado por Mulher-Maravilha. Como a pergunta fez referência à canção apresentada, as informações complementares poderiam estar presentes até em uma outra canção. Se fosse esse o caso, ocorreria uma busca pela apreensão dos objetos matemáticos em um mesmo registro de representação semiótica (a canção), um trânsito intra-registro. Contudo, em sendo assim, essa apreensão não aconteceria com sucesso, segundo defende Duval (2011; 2009; 1993), para o qual deve ocorrer o trânsito entre pelo menos dois tipos de registros.

Por outro lado, se a complementação necessária para aprender fosse o uso de outras formas de apresentação dos conteúdos tratados, como um desenho no quadro, uma imagem projetada, a fala de um professor ou um texto explicativo de um livro didático, estaríamos falando da necessidade de uma multiplicidade de registros de representação semiótica (RRS) e, conseqüentemente, da possibilidade de passagens de um para o outro. Então, dessa forma, a exigência defendida por Duval (2011; 2009;

¹²⁶ De minha autoria. Disponível em: <https://youtu.be/2Bqm26lAlho>. Acesso em: 10 out. 2022.

1993) estaria sendo atendida.

- Na sequência dos diálogos anteriores, apresentei algumas imagens (*slides*), com formas geométricas diversas. Perguntei: Aqui, temos cubo? (Figura 13). Vários responderam: “*Tem.*” Então, continuei: Todos são cubos? E novamente vários alunos responderam que sim. Entretanto, Mulher-Maravilha destacou: “*Mas são dados, alguns.*”

Figura 13 – Dados e Cubo Minecraft



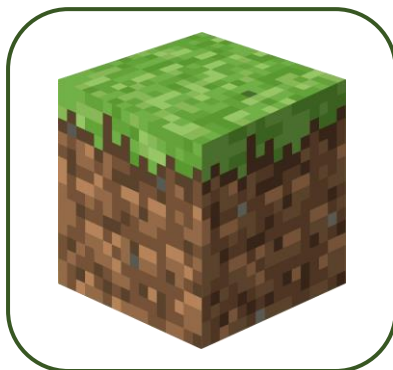
Fonte: Elaboração própria (2023) a partir de <https://pixabay.com/pt/>. Acesso em: 13 dez. 2022.

A projeção dos *slides* foi feita em uma tela de projeção. As telas de projeção, independente do material que as constitui, possuem três dimensões, mais conhecidas por comprimento, largura e espessura (sendo a última a de menor dimensão). Ou seja, a tela de projeção é um objeto tridimensional, ocupando lugar no espaço. Já existem tecnologias que permitem uma projeção tridimensional (hologramas tão encantadores como os das cenas do empresário Tony Stark, no filme “Homem-de Ferro”). Este não é o caso da realidade aumentada, que apenas insere elementos virtuais na nossa realidade, a exemplo do game *Pokémon Go*. Na tela do celular, o que se vê está sempre na condição bidimensional. A tela de um *smartphone*, como a tela de projeção dos *slides*, é tridimensional. Contudo, a projeção das imagens é bidimensional.

Feita a observação acima, a tendência seria considerar a resposta da maioria da turma como equivocada, pois afirmou que na projeção do *slide* apareciam cubos. Ora, o cubo é um objeto matemático espacial, possuindo dessa forma três dimensões (todas com as mesmas medidas). Se tomarmos a Figura 14, o que temos na projeção é uma figura geométrica plana de seis lados (um hexágono não regular), melhor

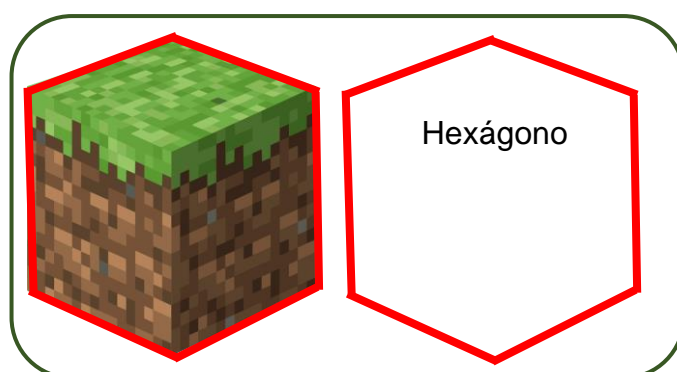
visualizado na Figura 15.

Figura 14 – Cubo de *Minecraft*



Fonte: Elaboração própria (2023) a partir de <https://pixabay.com/pt/>. Acesso em: 13 dez. 2022.

Figura 15 – Hexágono



Fonte: Elaboração própria (2023) a partir de <https://pixabay.com/pt/>. Acesso em: 13 dez. 2022.

Da mesma forma, o que Mulher-Maravilha chamou de dados, e que a maioria dos alunos confirmou serem cubos, é apenas uma figura bidimensional (como no caso do cubo de *Minecraft*¹²⁷). Essa situação comprova os diversos obstáculos cognitivos na busca pela apreensão de objetos matemáticos quando relacionados às representações semióticas. E pelo que defende Duval (2009; 2013), isso não poderia ser diferente, haja vista a necessidade da multiplicidade de registros que representam esses objetos. Por outro lado, não devemos desconsiderar o uso de imagens bidimensionais para representar um objeto espacial, pois é justamente essa possibilidade de múltiplas perspectivas do objeto matemático que irá favorecer a sua

¹²⁷ Jogo eletrônico que consiste na construção de coisas com blocos.

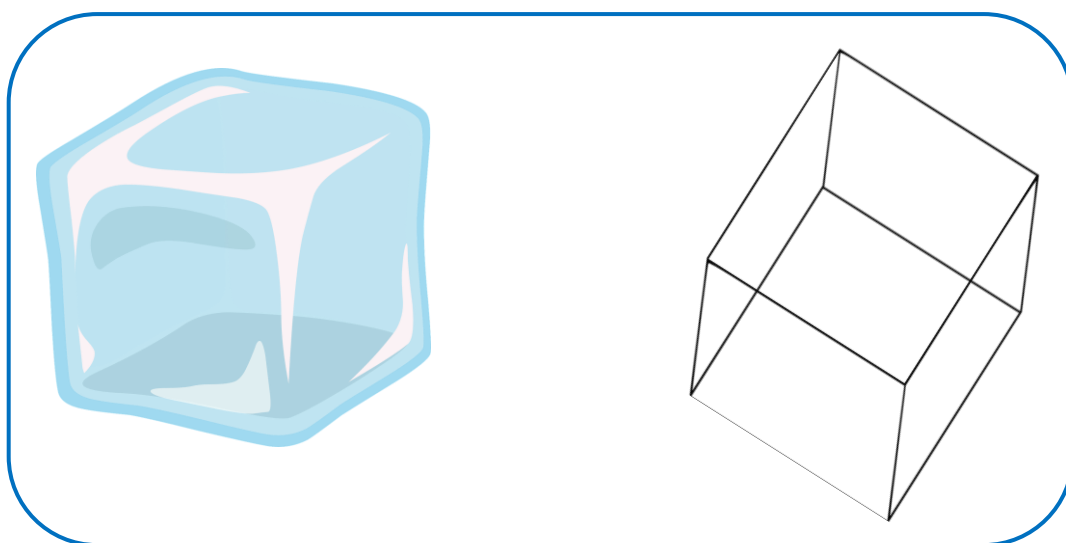
apreensão. É o que defende d'Amore, Pinilla e Iori (2015, p. 112): “sabe-se hoje, que cada representação semiótica veicula somente alguns dos aspectos conceituais que são componentes do objeto considerado, no sentido de que um objeto matemático possui várias componentes conceituais ligadas, mescladas, umas com as outras”.

O viés semiótico no estudo da aprendizagem matemática, como já pontuado, tem crescido cada vez mais nos estudos e pesquisas em todo o mundo. Por outro lado, não há como deixar de registrar que alguns fatores semióticos tornam impossível a construção cognitiva de objetos matemáticos, como apontam d'Amore, Pinilla e Iori (2015). Esses autores insistem em lembrar que:

Não existe “a” representação semiótica perfeita de um objeto matemático; cada uma delas coloca em evidência determinados aspectos do objeto; é a multiplicidade (não exagerada) de representações semióticas que, lentamente, possibilita a construção cognitiva do objeto em sua complexidade, em sua integridade. Entretanto, devemos todos ser tão críticos e corretos para mostrar mais de uma representação semiótica e, para cada uma delas, mostrar qualidades e defeitos. A univocidade é certamente deletéria, um verdadeiro tropeço didático (D'AMORE; PINILLA; IORI, 2015, p. 129).

- Na sequência dos diálogos anteriores, apresentei a Figura 16 e perguntei: e aqui, temos cubo? Vários responderam que sim. Hulk, entretanto, chamou a atenção dizendo: “*Só que o cubo de gelo não está certo.*” Então, eu voltei a perguntar: mas a forma está próxima do cubo? Ao que eles confirmaram.

Figura 16 – Cubo de gelo e Cubo Invisível

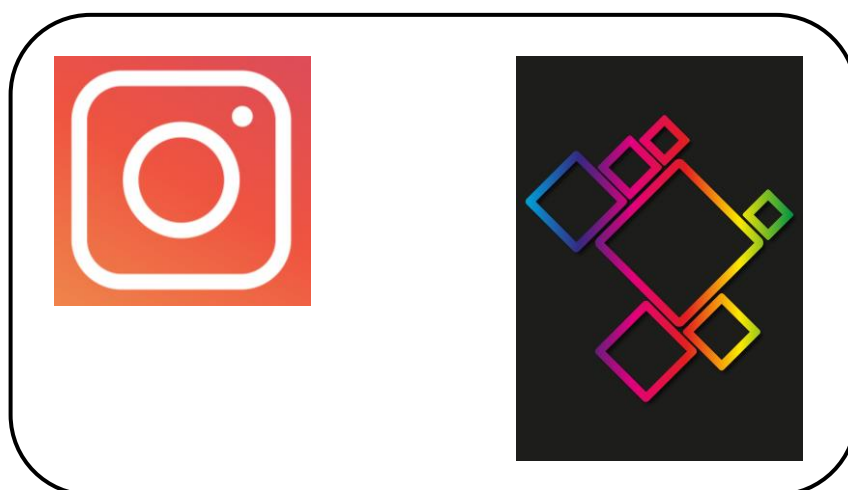


Superada a questão de que os alunos apontam para uma projeção bidimensional reconhecendo um objeto espacial, temos a observação feita por Hulk, de que o cubo de gelo não está certo. O aluno se utiliza da sua fala, da língua natural (DUVAL, 2013; 2009; 1993), um dos RRS para sinalizar o mesmo objeto matemático (cubo) em um outro RRS (a imagem projetada). É interessante observar que Hulk, ao afirmar que a forma não está correta, ainda usa a palavra cubo. Ora, se não está correta, não se constitui um cubo. Por outro lado, a expressão “cubo de gelo”, corriqueiramente utilizada no nosso meio social (mesmo quando as pedras de gelo possuem outros formatos), pode ter sido utilizada sem dar a esse elemento (o gelo) a condição de estar no formato cúbico, matematicamente falando.

Importa registrar também que, ainda assim, os alunos atendem ao que se esperava na conclusão do 2º ano, que era reconhecer, nomear e comparar figuras geométricas espaciais, como o cubo – habilidade de código EF02MA14 da BNCC (BRASIL, 2017).

- Na sequência dos diálogos anteriores, perguntei: aqui, tem quadrado? (Figura 17). E vários responderam que sim.

Figura 17 – Formas quadrangulares

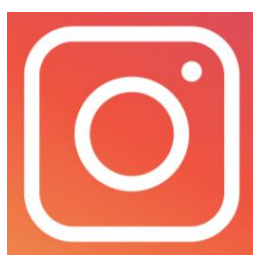


Fonte: Elaboração própria (2023) a partir de <https://pixabay.com/pt/>. Acesso em: 13 dez. 2022.

Como no primeiro questionamento sobre a existência de cubos no *slide* anteriormente comentado, os alunos transitaram entre dois tipos de RRS (a língua, utilizada por mim, e a imagem projetada), ainda que sem pontuar as características e propriedades do objeto matemático. Pela resposta do grupo não é possível saber o porquê de considerarem a existência de quadrado. Na verdade, a pergunta não ajudou tanto, pois o mais indicado seria o uso da expressão “formas quadrangulares”. Ocorre que pareceram reconhecer, identificar o quadrado, uma figura geométrica de quatro lados iguais e ângulos internos de noventa graus (retos). Nesse sentido, demonstraram as habilidades de códigos EF01MA14, EF02MA15 e EF03MA15 da BNCC (BRASIL, 2017), bem como o alcance dos níveis 1 e 2, de Van Hiele, reconhecimento e análise, respectivamente (VILLIERS, 2010).

- Na sequência dos diálogos anteriores, perguntei apontando para a Figura 18, logotipo do *Instagram*: aqui, o quadrado é a parte externa vermelha ou o branco? Hulk respondeu: “*Vermelha.*” Mulher-Maravilha confirmou e completou: “*É. É que o branco é arredondado, as pontas. O quadrado tem que ter vértices.*” E Capitão América afirmou: “*Professor, o cubo é reto.*”

Figura 18 – Instagram



Fonte: <https://pixabay.com/pt/>. Acesso em: 13 dez. 2022.

Mulher-Maravilha justifica a sua resposta pelo fato dos cantos estarem arredondados (a parte branca mais externa); e, usando a língua natural, fala de um dos elementos do quadrado (os vértices), considerando não os identificar na imagem, o que demonstra o trânsito ocorrido entre dois tipos de RRS, como recomenda Duval (2013; 2009; 1993).

Já Capitão América comenta sobre o fato de o cubo ser reto. Apesar de o tema ser quadrado, é possível que ele tenha feito a relação de que, se o quadrado não pode

ter os cantos arredondados, o cubo também não pode ter. Claro, haja vista as faces dos cubos (as seis) serem quadrangulares.

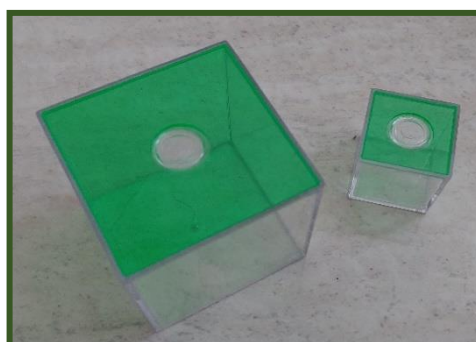
- Na sequência dos diálogos anteriores, peguei alguns dados clássicos¹²⁸ (Foto 6), alguns sólidos geométricos cúbicos em acrílico (Foto 7) e alguns cubos mágicos (Foto 8), e perguntei se eram cubos. Eles responderam afirmativamente. Então, fiz nova pergunta: e são dados? Responderam em grupo: “Alguns”. Aproveitei e questionei: “Temos quadrados aqui? E a maioria deles respondeu que sim.

Foto 6 – Dados clássicos



Fonte: Acervo pessoal do autor. Foto tirada em: 14 nov. 2022.

Foto 7 – Cubos em acrílico



Fonte: Acervo pessoal do autor. Foto tirada em: 14 nov. 2022.

¹²⁸ São os dados com seis faces, em formato de cubo.

Foto 8 – Cubos Mágicos



Fonte: Acervo pessoal do autor. Foto tirada em: 14 nov. 2022.

Como a maioria dos alunos afirmou que sim, é provável que tenham considerado a expressão “cubo mágico” para o colocar no mesmo grupo dos cubos, considerando a presença do termo “cubo”. Entretanto, ocorre que, dentre esses cubos mágicos (Foto 8), tinha um objeto em forma de pirâmide. Mas uma hipótese é que por apresentar características similares às dos outros cubos mágicos (partes móveis giratórias e coloridas), incluíram-no no grupo maior.

Os alunos reconheceram que alguns dos objetos eram dados e os incluíram na classe dos cubos. Também, mesmo discutindo sobre objetos tridimensionais, os alunos identificaram a presença de quadrados, que, no caso dos cubos, são as formas das suas faces.

- Na sequência dos diálogos anteriores, peguei alguns dados de RPG¹²⁹ (Foto 9), junto com os que já estavam reunidos (em formato de cubo), e perguntei se eram dados.

¹²⁹ A sigla RPG significa “*Role Playing Game*”. O RPG é um jogo em que as pessoas interpretam seus personagens e criam narrativas que giram em torno de um enredo. No caso de um RPG de mesa, são usados diversos dados que se diferenciam entre si pela quantidade de faces. Os que possuem 10 faces são indicados por D10, os de 12 faces por D12, dentre outros.

Foto 9 – Dados de RPG

Fonte: Acervo pessoal do autor. Foto tirada em: 14 nov. 2022.

Vários alunos afirmam que os objetos são dados, ainda que alguns fossem pouco usuais no nosso cotidiano. De todo modo, um dos alunos identificou haver mais lados em alguns dados, ao que comentei serem, na verdade, nomeados por faces. Então, questionei: e aí, são todos cubos? E eles responderam que não, provavelmente reconhecendo que alguns dos dados eram do tipo clássico (não que tivesse utilizado essa nomenclatura), o mais usual nas atividades e jogos.

Continuando, perguntei: e nesse dado (azul, de acrílico), temos lados, faces? Vários disseram que sim, menos Mulher-Maravilha, que explicou: *“Não, porque não tem vértices. São arredondadas, as pontas.”* Então ponderei: é tipo o *Instagram*, cujas pontas, que deveriam ser vértices, são arredondadas. Então, para ser cubo, precisa ter as seis faces quadradas, que devem ter seus lados retos.

Pode parecer que os alunos não desenvolveram algumas habilidades esperadas (BRASIL, 2017) em anos anteriores, como já comentado aqui. Por outro lado, durante os processos avaliativos anteriores, pode ser que a constatação tenha sido a de que eles atenderam ao que se esperava naqueles anos. A diversidade de representações e os modos de acesso a elas podem revelar que certas aprendizagens ainda não foram totalmente concluídas. Como também já comentado, as evidências da aprendizagem podem depender da oportunidade para atuarem (LEFRANÇOIS, 2019), o que não significa que os antigos professores tenham falhado nas suas ações didáticas. É também considerando esse tipo de situação que Duval (2013; 2009) defende uma permanente busca pelo transitar entre RRS.

- Apresentei a canção “Aprender formas”¹³⁰, do canal do *YouTube* “Kids Tv em Português - música infantil e educação”. A letra destacada a seguir não foi disponibilizada ao grupo.

SOU UM QUADRADO
 SOU UM QUADRADO
 EU ESTOU POR TODO LADO
 EU TENHO 4 LADOS
 SOU UM QUADRADO
 SOU UM QUADRADO

SOU RETÂNGULO
 RETÂNGULO
 E CRESCI MAIS DE UM LADO
 EU TENHO 4 LADOS
 SOU RETÂNGULO
 RETÂNGULO

Surgiram, após a apresentação, os seguintes diálogos:

- *Fala que o quadrado tem 4 lados (WANDA).*
- *E fala que o retângulo tem um lado que cresceu mais de um lado, como se todos fossem assim... Mas não é (MULHER-MARAVILHA).*
- *Mulher-Maravilha está dizendo que, na canção, fala que o retângulo cresce de um lado, mas que o importante é que ele tenha quatro lados (EU).*
- *Nem todos têm o lado maior (MULHER-MARAVILHA).*

Pela fala de Mulher-Maravilha, observa-se que a canção, mesmo com o seu modo de dizer melódico (TATIT, 2008), veicula um dizer: o de que o quadrado tem quatro lados. Isso pode ser verificado quando a aluna se utiliza da língua natural (DUVAL, 2009; 1993) para caracterizar o objeto matemático. Nesse sentido, fica constatada a utilização de mais de um RRS. Isso também pode ser verificado quando ela se referiu ao crescimento dos lados, indicado na canção.

Na observação feita acerca dos lados “crescidos” de um retângulo, Mulher-Maravilha discorda de que sempre será assim. Essa posição parece fazer concluir que a aluna compreende que, mesmo com todos os quatro lados iguais, ainda assim poderá ser chamado de retângulo. Seria o retângulo em seu caso particular quando, ao mesmo tempo, é um quadrado. Esse é um obstáculo cognitivo muito recorrente, haja vista a constante presença de imagens retangulares com pares de lados

¹³⁰ Disponível em: <https://youtu.be/VT7VWjVOIMM>. Acesso em: 10 out. 2022.

desiguais, seja em livros didáticos, desenhados nos quadros ou presentes em vídeos que se propõem a ensinar (caso de vários dos aqui selecionados). Nesse sentido, Duval (2012, p. 120-1) destaca que

Não importa qual figura desenhada no contexto de uma atividade Matemática, ela é objeto de duas atitudes geralmente contrárias: uma imediata e automática, a apreensão perceptiva de formas; e outra controlada, que torna possível a aprendizagem, a interpretação discursiva dos elementos figurais. Estas duas atitudes encontram-se, geralmente, em conflito, porque a figura mostra objetos que se destacam independentemente do enunciado, assim como os objetos nomeados no enunciado das hipóteses não são necessariamente aqueles que aparecem espontaneamente. O problema das figuras geométricas está inteiramente ligado à diferença entre a apreensão perceptiva e uma interpretação necessariamente comandada pelas hipóteses.

Como destacado por d'Amore (2007), o conceito figural precisa estar relacionado com outros conceitos figurais, pois, no caso em debate, a imagem de um retângulo com lados desiguais compartilha apenas parcialmente as propriedades que caracterizam o conceito de retângulo.

- Apresentei a canção “Aprenda as formas geométricas”¹³¹, do canal infantil “Os Amiguinhos”, do *YouTube*. A letra destacada a seguir não foi disponibilizada ao grupo.

MEU NOME É QUADRADO
ESTOU EM TODO LUGAR
EU POSSUO 4 LADOS
1, 2, 3, 4

EU SOU O RETÂNGULO
ESTOU SEMPRE POR AÍ
TENHO 4 LADOS, SIM
DOIS PEQUENOS
DOIS GRANDÕES

Surgiu após a apresentação um diálogo. Perguntei: alguma informação sobre o quadrado? Capitão América respondeu: “*Que possui quatro lados.*” Também aqui, a fala de Capitão América comprova o transitar entre dois RRS, quando identifica na canção o que ele traduz mediante a sua língua materna (MACHADO, 2011).

¹³¹ Disponível em: <https://youtu.be/hsV7A6T0PJU>. Acesso em: 10 out. 2022.

- Apresentei a canção “A música das formas geométricas”¹³², do canal infantil “Casa TeeHee”, do *YouTube*. A letra destacada a seguir não foi disponibilizada ao grupo.

PEGUE TRÊS LADOS IGUAIS
O QUE ELES FORMAM?
TRIÂNGULO TEM TRÊS LADOS
COMO A FATIA DESSE BOLO

- *Triângulo tem que ter três lados iguais?* (HULK)
- *Na canção disse para pegar três lados igual e pergunta o que eles formam* (EU) .
- *Triângulo não tem três lados iguais* (HULK).
- *Depende* (MULHER-MARAVILHA).
- *Aqui [fez um desenho, no ar, com o dedo] a base é menor. São diferentes* (CAPITÃO AMÉRICA).
- *Depende* (Mulher-Maravilha).
- *É, depende, depende* (HULK).

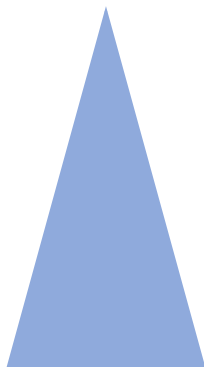
Primeiramente, mais uma vez observa-se a utilização de dois RRS (a canção e a língua) para tratar de um objeto matemático. Isso fica caracterizado quando Hulk questiona a suposta afirmação, na canção, de que o triângulo possui três lados iguais. Também ocorre quando Capitão América recorre ao “desenho” para comprovar, na visão dele, que o dito na canção não está correto.

Como nos comentários anteriores, pode-se observar uma das consequências da ausência de uma multiplicidade de conceitos figurais. No seu “desenho”, Capitão América demonstrou que a posição do triângulo “deve” ser com um dos lados “na horizontal”, o que é comumente chamado de base. Isso acontece muito quando pedimos para que alguém desenhe no ar, com os dedos, um triângulo:

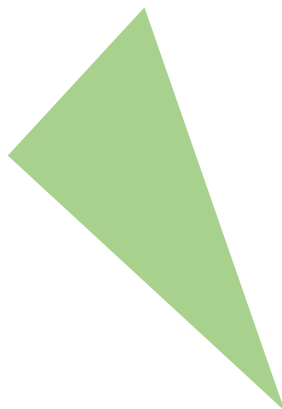
-> Primeiro: há que se ter cuidado ao se referir a lado “na horizontal”, posto que, como lembram os últimos autores citados, “horizontal” não é um termo absoluto; é, sempre, um termo relativo.

-> Segundo: como dito no caso do retângulo, é comum que apareça nos livros didáticos ou quando desenhado no quadro o triângulo com um dos lados na chamada horizontal (Figura 19). Como aparece na Figura 20, já não é tão corriqueiro.

¹³² Disponível em: <https://youtu.be/HcPMoOu1tSw>. Acesso em: 10 out. 2022.

Figura 19 – Triângulo 1

Fonte: Elaboração própria (2023).

Figura 20 – Triângulo 2

Fonte: Elaboração própria (2023).

-> Terceiro: a utilização da nomenclatura “base” pode confundir a compreensão do aluno acerca dos elementos e propriedades do triângulo. Quando se fala base, o natural é relacionar com algo que está na parte de baixo, que sustenta algo. Não que não possa ser usada. Ela é e inclusive está presente quando se precisa calcular a sua área (um dos métodos). A questão é fazer com que o aluno perceba que todos os lados podem ser chamados de base, ainda que visualize o triângulo (e essas bases) em diferentes posições. Não propiciar essa variação de formas de contato com as representações dos objetos matemáticos pode gerar prejuízos insanáveis, como alertam d’Amore, Pinilla e Iori (2015).

- A oitava canção foi “As formas geométricas”¹³³, do canal infantil “Gugu DadaTv” do *YouTube*. Parte da letra está destacada a seguir:

EU SOU UM QUADRADO
TENHO 4 LADOS
OS LADOS SÃO TODOS IGUAIS
CONTE COMIGO SE FOR CAPAZ

EU SOU UM RETÂNGULO
TAMBÉM TENHO 4 LADOS
PORÉM SOU DIFERENTE
CONTE COMIGO SE FOR INTELIGENTE

Logo que iniciou a canção, a maioria dos alunos acompanhou cantando, aproveitaram parte da letra que tratava de quadrado e retângulo, destacada no *slide*. Wanda, então, fez o seguinte comentário: “*Não fala quantos vértices tem.*” Outra vez se observa a utilização de dois RRS (a canção e a língua). Wanda usa a língua natural (DUVAL, 2009; 1993) para apontar uma possível lacuna na canção quanto à caracterização do quadrado (ou do retângulo).

- Apresentei a canção “Aprendendo o retângulo”¹³⁴, disponível no *YouTube*. Parte da letra disponibilizada ao grupo está destacada a seguir:

QUEM QUISE ME CONHECER
OLHE PARA O SEU COLCHÃO
VOCÊ TAMBÉM PODE ME VER
NA CARROCERIA DO CAMINHÃO
SOU O RETÂNGULO
RETÂNGULO EU SOU

- *Como saber o que é um retângulo, pelo que diz a canção?* (EU).
- *O colchão não é retângulo. Ele tem mais lados* (MULHER-MARAVILHA).
- *A parte que nós deitamos, olhando só a parte que deitamos, parece um retângulo?* (EU).
- *Aí, sim* (MULHER-MARAVILHA).
- *É* (HULK).
- *Mas o colchão, ele todo, não é um retângulo?* (EU).
- *Não* (VÁRIOS).
- *Mas pode ser um quadrado, também. Nem todo colchão é como um retângulo. Mas, dos lados do colchão, sempre será retângulo (...). Já no caminhão, o lado dele pode ser um retângulo, sim* (MULHER-MARAVILHA).
- *E o fundo? Acho que não é* (HULK).
- *Pode ser um quadrado, também. A música não fala que pode. E, também,*

¹³³ Disponível em: <https://youtu.be/0kjr9Q2rwE>. Acesso em: 10 out. 2022.

¹³⁴ Disponível em: https://youtu.be/c-_axNqBMSY. Acesso em: 10 out. 2022.

nem diz que tem quatro lados (MULHER-MARAVILHA).

Mulher-Maravilha usa a língua para contrapor a ideia, segundo ela, presente na canção, a de que um colchão é um retângulo. Nesse transitar entre dois RRS, a aluna parece querer diferenciar a figura geométrica plana, o retângulo, do sólido geométrico (tridimensional) paralelepípedo. Essa conclusão se respalda pelo fato de Mulher-Maravilha ter afirmado que o colchão possui mais lados, como querendo se referir às faces (claro, imaginado ela que o colchão possui o formato mais tradicional, o prismático) e por afirmar que os seus lados (faces), sim, parecem retângulos. Na verdade, mais adiante, ela afirma que, seja em forma de retângulo ou quadrado, todo colchão possuirá seus lados (faces) retangulares. Com o avançar do diálogo, vários alunos concordaram que o colchão em si não é um retângulo (não o representa).

- Apresentei a canção “Retângulo”¹³⁵, do canal “Eu canto Matemática”, do *YouTube*. Parte da letra disponibilizada ao grupo está destacada a seguir:

O QUE ELE É, MAS O QUE ELE É? O QUE SERÁ QUE ELE É?
TÁ LÁ NA PORTA DA SALA
TAMBÉM TÁ LÁ NA PORTA DO BUZU
ELE TÁ NA TELA DA SUA TV
SE LIGUE, ABRA O OLHO QUE VOCÊ VAI VER

ELE PARECE UM QUADRADO
MAS SÓ QUE ESTICADO
TEM 4 ÂNGULOS RETOS E TAMBÉM 4 LADOS
É QUADRILÁTERO, É
ELE É UM PARALELOGRAMO
POR ISSO TE CHAMO
DEITADO OU EM PÉ
O QUE É, O QUE ELE É?

Surgiu após a apresentação o seguinte diálogo:

- *Ele parece um quadrado* [lendo a letra, sem cantar] (DEMOLIDOR).
- *Tá na tela da sua TV?* (EU).
- *É* (VÁRIOS).
- *Pode ser quadrada. Tem uma TV na casa de minha avó, ela não usa mais... que o fundo é grande... ela é quadrada* (CAPITÃO AMÉRICA).

¹³⁵ Disponível em: <https://youtu.be/ftC54m0yWn4>. Acesso em: 10 out. 2022. Canção de minha autoria.

Demolidor e Capitão América se utilizam da língua para comentarem as mensagens das canções. Enquanto Demolidor reproduz parte da letra da canção, Capitão América complementa dizendo que a TV pode sim ter um formato de quadrado, diferente do que aponta a canção.

- *Ele parece um quadrado, mas só que esticado?* (EU).
- *Sim* (VÁRIOS).
- *Se botar dois quadrados vira um retângulo* (CAPITÃO AMÉRICA).
- *Vai ser um quadrado duas vezes* [fazendo um desenho no ar com as mãos] (HULK).
- *Se eu cortar aqui no meio, viram retângulos, é isso?* [Referindo-me a uma peça cerâmica quadrada do piso] (EU).
- *Sim* (VÁRIOS).
- *Se esticar aqui, vira um retângulo* [fazendo um movimento como que puxando um lado do quadrado pelas duas pontas, pelos dois vértices] (CAPITÃO AMÉRICA).
- *Sem esticar, não é um retângulo?* (EU).
- *Não* (CAPITÃO AMÉRICA).

É de se alertar o fato de que, ainda que estejam transitando por mais de um tipo de RRS, não é pouco o esforço cognitivo que os alunos fazem para dar conta de tratar dos objetos matemáticos em discussão. Principalmente pelo fato de que, em geometria, um dos registros de representação semiótica mais utilizados são as figuras. A fala de Capitão América, concluindo que a junção de dois quadrados forma um retângulo, é uma prova desse trabalho mental hercúleo. Por outro lado, ele recorre ao desenho (ainda que de forma simulada) para “traduzir” a sua fala acerca de se “esticar o quadrado”, como é sugerido pela canção.

Volto então a cantar a parte da letra que diz “tem 4 ângulos retos e, também, quatro lados”.

- *Então, sempre que tiver 4 ângulos retos será um retângulo* (EU) .
- *O quadro é um quadrado* (CAPITÃ MARVEL).
- *Mais ou menos* (MULHER-MARAVILHA).
- *Vou ver* [dirigindo-se ao quadro branco e medindo com palmos]. Não é. É quase, mas faltou um palmo na parte de baixo (HULK) .
- *Todos os lados precisam ter o mesmo tamanho* (MULHER-MARAVILHA).

Aqui, os três alunos contaram com dois RRS para dar conta do objeto matemático em discussão (a imagem do quadro e a língua). E relacionando o que dizia a canção, a fala de Capitã Marvel e a fala de Hulk após fazer a medição dos lados do quadro, Mulher-Maravilha conclui sobre o equívoco de Capitã Marvel,

recordando uma das propriedades para que se tenha um quadrado.

- *Mas, se fosse um quadrado, também teria 4 ângulos retos e 4 lados. Não seria também um quadrado?* (EU).
- *Meu Deus! Vai atrapalhar tudo [dando risada]. É verdade, é verdade. Então o quadrado sempre será um retângulo* (MULHER-MARAVILHA).
- *Mas tem retângulo que não é quadrado, porque os lados são esticados* (HULK).
- *É* (MULHER-MARAVILHA).

Observa-se aqui que, a partir da canção, utilizando a língua materna e a imagem do quadro (três RRS), os alunos puderam concluir que todo quadrado é um retângulo. Eu quis que os alunos me mostrassem um ângulo que não fosse de noventa graus. Hulk, então, fez um ângulo com as mãos (Foto 10).

Foto 10 – Ângulo



Fonte: <https://pixabay.com/pt/>. Acesso em: 13 dez. 2022.

- *É um jacaré* (CAPITÃO AMÉRICA).
(Risos)
- *E assim?* [Faço, com o indicador e o polegar uma abertura grande] (Eu).
- *É um ângulo obtuso* (HULK).
- *Isso. Ângulo obtuso é maior que noventa graus. E o ângulo chamado agudo?* (EU).
- *Menor* (VÁRIOS).
- *Exatamente* (EU).

É importante destacar que, entre os matemáticos, a maneira de conceber o ângulo não é única, e que, historicamente, muitas definições foram se sucedendo. No cotidiano escolar e no contexto dos livros didáticos, isso também não é algo estranho: uns destacam “os lados” do ângulo; outros, a abertura; e mais alguns, a região interna, cuja extensão é infinita (D’AMORE, 2007).

De todo modo, Hulk buscou representar sem o uso da língua natural (DUVAL, 2009) um ângulo não reto, sendo que após a minha representação já a utilizou para

classificar o tipo de ângulo, numa comprovação, mais uma vez, do transitar em mais de um tipo de RRS.

Cabe atentar, contudo, que um dos obstáculos de algumas representações é que elas podem suscitar outras compreensões não desejadas, como foi o caso do jacaré, pontuado por Capitão América.

- Cantei com o bandolim a canção “Paralelepípedo”¹³⁶, do canal “Eu canto Matemática”, do *YouTube*, cuja letra não foi disponibilizada para eles. Segue a letra da canção:

PARA APRENDER PARA ENSINAR
PARA TUDO AGORA TEM QUE RESPIRAR

PARA LE (15) PÍPEDO PARALELEPÍPEDO

CAIXA DE SAPATO, DA TV
DO PS4, DA FRALDA DO BÊBÊ

CAIXA DE CHOCOLATE, O COLCHÃO DE SUA CAMA
CAIXOTE DE TOMATE, UM LIVRO BEM BACANA

Surgiram, então, os seguintes diálogos:

- *Se esticarmos um cubo, ele fica parecido com o paralelepípedo, como esses exemplos da canção que cantamos, a caixa da TV, a do PS4...?* (EU).
- *Sim* (VÁRIOS).
- *Que nem fez com o quadrado, para virar um retângulo* (MULHER-MARAVILHA).
- *Isso. É parecido. Mas lembram que todo quadrado é também um retângulo?* (EU).
- *Sim* (VÁRIOS).
- *E lembram o porquê?* (EU).
- *Porque tem ângulos retos* (MULHER-MARAVILHA).
- *É* (VÁRIOS).

Baseado no que diz a canção, perguntei sobre a possibilidade de transformar um cubo em um paralelepípedo e vários concordaram que sim. Mulher-Maravilha, inclusive, lembrou a discussão sobre “esticar” o quadrado. Mesmo sem qualquer figura ou objeto, a aluna pareceu compreender o que foi sugerido. Mostrei, em seguida, a Figura 21 e perguntei: essa caixa embalada para presente, a maior, é como se fosse a caixa menor esticada? Vários responderam afirmativamente. E Mulher-Maravilha,

¹³⁶ Disponível em: https://youtu.be/OW_EaD9g5HI. Acesso em: 10 out. 2022. De minha autoria.

cantarolando, concluiu: “*Caixa de sapato.*”

Figura 21 – Presentes



Fonte: Elaboração própria (2023) a partir de <https://pixabay.com/pt/>. Acesso em: 13 dez. 2022.

Agora, já com o apoio das ilustrações, os alunos confirmaram que a caixa maior parece a menor (azul) esticada. Mulher-Maravilha utilizou a canção para afirmar a sua concordância. De toda maneira, assim como relembrei aos alunos que todo quadrado é um retângulo, pontuei que todo cubo é um paralelepípedo (reto).

- Apresentei a canção “Cubo”¹³⁷, do canal “Eu canto Matemática”, do *YouTube*, com disponibilização da letra. A seguir, perguntei: tem algum quadrado, aqui, que possa ver? Dê um exemplo de um quadrado, por aqui, para eu ver. Imediatamente, Thor replicou: “*Quadrado é uma forma geométrica plana*”.

Apesar de eu ter solicitado que indicassem algo em forma de quadrado na sala, seja objeto ou imagem, Thor aproveitou para usar a língua e comunicar uma das características de um quadrado. Aproveitei e questionei o que era algo plano. Os diálogos que surgiram foram:

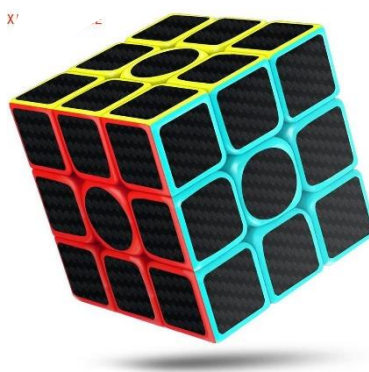
- *Algo que não tem regularidade* (THOR).
- *Algo que não tem profundidade* (MULHER-MARAVILHA).
- *Uma coisinha achatada, não é?* (EU).
- *É* (VÁRIOS).
- *Se a gente pegar uma massa de modelar com a mão, a gente faz uma bolinha, não faz?* (EU).
- *Sim* (THOR).
- *Se pisar, assim, ela fica toda achatadinha, fica plana, não é?* (EU).

¹³⁷ Disponível em: <https://youtu.be/2Bqm26IAIho>. Acesso em: 10 out. 2022. De minha autoria.

- *Sim... Nem tanto* (THOR).
- *É, nem tanto* (EU).
- *Porque ela fica fininha, mas...* (THOR).

Na tentativa de fazer com que visualizassem (mentalmente) uma massa de modelar achatada, de modo a representar algo plano, Thor pontuou que não seria tão plana assim. Ao dizer que ela ficaria fininha, complementou com a conjunção adversativa “mas”, como a contradizer que seria plana, que não teria profundidade, como falado por Mulher-Maravilha. Isso mostra, mais uma vez, a limitação de se acessar um objeto matemático por somente um tipo de registro de representação semiótica, como defende Duval (2013; 2009; 1993).

Figura 22 – Cubo Mágico Tradicional



Fonte: <https://pt.aliexpress.com/item/4000822687811.html>. Acesso em: 13 dez. 2022.

Apontei para o cubo mágico tradicional (Figura 22) e comentei: e aí, teve gente que disse que isso aqui era um cubo. Demolidor prontamente atestou: “*É cubo.*” Então, enquanto estava indicando uma das faces do cubo mágico (Foto 11), questionei: olhando aqui, só isso aqui, é um quadrado?

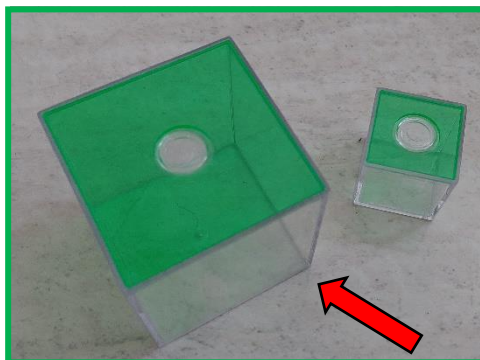
Foto 11 – Face do Cubo Mágico Tradicional



Fonte: Acervo pessoal do autor. Foto tirada em: 14 nov. 2022.

- *Sim* (THOR).
- *Tá virado* (MULHER-MARAVILHA).
- *É reto* (WANDA).
- *Passa o dedinho aqui... E aí? É liso?* (EU).
- *Não, porque ele é fundo* (THOR).
- *Tem umas profundidades* (MULHER-MARAVILHA).
- *Tem umas profundidades, não é?* [Passando o cubo mágico de mão em mão]. *Reparem que não é liso. Se não é liso, eu posso dizer que é um quadrado?* (EU).
- *Não... Pode, pode! Por causa do formato* (THOR).
- *É por causa do formato ou porque é achatado?* (EU).
- *Aí me pegou* (THOR).

Importante recordar que todos os diálogos tiveram como ponto de partida a canção apresentada. Ao serem questionados, então, sobre o fato de terem dito que o cubo mágico era um cubo, os alunos passaram a rever a afirmação baseados na condição das faces serem quadradas. Primeiro, Thor e Mulher-Maravilha reconheceram que a face não era lisa, pois possuía profundidades. Mas, ainda assim, Thor apostou que era sim um quadrado, por causa do formato (referindo-se ao contorno da face, os lados do quadrado). Então, mostrei o cubo grande de acrílico (Foto 12).

Foto 12 – Cubo Grande de Acrílico

Fonte: Acervo pessoal do autor. Foto tirada em: 14 nov. 2022.

- *Quadrado* (DEMOLIDOR).
- *É um cubo* (VÁRIOS).
- *Cubo. É um cubo* (DEMOLIDOR).
- *Alguém acha que não é cubo, gente?* (EU).
- *É um cubo* (VÁRIOS).

Já com o cubo em acrílico, os alunos não pareceram ter dúvidas de que seria um cubo, face às discussões anteriores. Isso, mais uma vez, deixa clara a dificuldade que é o processo de apreensão de objetos matemáticos, o cuidado que se deve ter na escolha e uso de representações semióticas.

Já em um outro momento, após um dos alunos voltar a relacionar os cubos com os dados, questionei se o dado que eu estava na mão era uma esfera ou uma bola (Foto 13).

Foto 13 – Dado D100 (RPG)

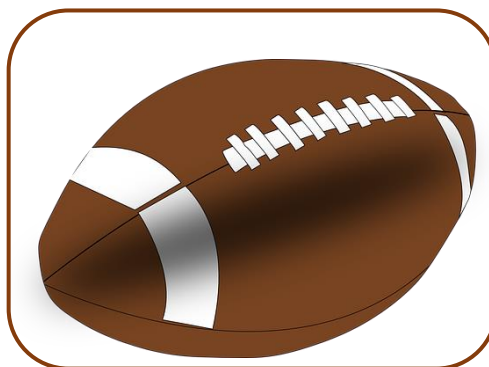
Fonte: [https://lista.mercadolivre.com.br/dado-100-faces#D\[A:dado%20100%20faces\]](https://lista.mercadolivre.com.br/dado-100-faces#D[A:dado%20100%20faces]). Acesso em: 13 dez. 2022

- Esfera (ALGUNS).
- Bola (OUTROS).
- É a mesma coisa (THOR).
- Uma bola e uma esfera são a mesma coisa? (EU).
- Não (VÁRIOS).
- É (THOR).
- Quem conhece futebol americano? (EU).
- Eu! (VÁRIOS).
- A bola do futebol americano parece com isso [D100]? (EU)
- Não (VÁRIOS).
- Ela é pontuda (THOR).
- E isso tem forma de dado [D100]? (EU).
- Não (VÁRIOS).
- Muitas pessoas foram acostumadas com um só tipo de dado, como esse azul. Mas existem outros, como os utilizados no RPG de mesa, um tipo de jogo. Este [D10] e este [D100] são dados também. Eles possuem maior quantidade de faces do que o azul, que é chamado de dado clássico. Então, para quem não reparou, aqui [D100] nós não temos uma esfera perfeita, pois, se passarmos o dedinho, nós perceberemos os lados; na verdade, são faces (EU).

Os alunos tiveram posições antagônicas face as duas possibilidades que apresentei, embora Thor tenha dito que era tudo a mesma coisa. Somente ao comentar sobre a bola de futebol americano (Figura 23), é que passaram a excluir o termo bola para nomear o objeto discutido. Muito provavelmente, o fato de a maioria das bolas presentes na nossa sociedade ser do tipo esférica tenha levado a essa conclusão automática de que esfera e bola significam a mesma coisa.

Por outro lado, os alunos não reconheceram aquele objeto com um dado. Assim, expliquei que aquilo era sim um dado, e que não possuía formato esférico, haja vista possuir faces (posteriormente eles foram passando o dado de mão em mão).

Figura 23 – Bola de Futebol Americano



Uma aluna, Feiticeira, talvez aproveitando o fato de Thor ter dito que a bola da imagem anterior era pontuda, pegou o dado grande (Foto 14) e observou: “O dado não tem ponta!”

Foto 14 – Dado Clássico Azul



Fonte: [https://lista.mercadolivre.com.br/dado-4%2C5-translucido#D\[A:dado%204,5%20translucido\]](https://lista.mercadolivre.com.br/dado-4%2C5-translucido#D[A:dado%204,5%20translucido]).

Acesso em: 13 dez. 2022.

Peguei, então, um dado menor que o azul, com 1cm de aresta (Foto 15), e começamos outro diálogo:

Foto 15 – Dado clássico (aresta de 1cm)



Fonte: Acervo pessoal do autor. Foto tirada em: 14 nov. 2022.

- *Será que todo dado não tem ponta? E esse, tem ponta?* (EU).
- *Não* (VÁRIOS).
- *Sim* (MULHER-MARAVILHA).
- *Sim* (WANDA).
- *Qual parece mais arredondado, o grande (azul) ou o pequeno?* (EU).
- *O grande* (VÁRIOS).

Diferente de quando se discutiu acerca do formato das imagens projetadas, buscando saber se eram cubos ou não, agora a discussão tem como base objetos tridimensionais, os quais podem ser manipulados pelos alunos. Apesar de nos primeiros encontros os alunos creditarem aos dados clássicos a forma cúbica, passaram a desconfiar de que suas faces sejam quadradas, haja vista não possuírem pontas, como já tinham visto na discussão sobre o formato do logotipo do *Instagram*.

Peguei um paralelepípedo de acrílico, com arestas medindo 2cm e 4cm (Foto 16), e perguntei se era um cubo. Imediatamente, vários negaram. Mulher-Maravilha ponderou: “*Tem retângulo*”, e Thor confirmou: “*É retangular.*”

Foto 16 – Paralelepípedo de Acrílico



Fonte: Acervo pessoal do autor. Foto tirada em: 14 nov. 2022.

Ainda que não tenham argumentado de forma a diferenciar o cubo do paralelepípedo, os alunos reconheceram que não se tratava de um cubo. Mulher-Maravilha chegou a pontuar que nele tinha retângulo. No entanto, não pontuou que nele também tinha quadrado. De qualquer forma, para os alunos, a existência de faces retangulares já excluiu a possibilidade de o objeto ser um cubo. Peguei, a seguir, um outro cubo mágico (Foto 17), e perguntei se era um cubo.

Foto 17 – Cubo Mágico Côncavo



Fonte: https://produto.mercadolivre.com.br/MLB-1173529512-cubo-magico-3x3x3-yj-cncavo-curvado-colorido-rubik-_JM. Acesso em: 13 dez. 2022.

- É (VÁRIOS).
- *Tem ponta (DEMOLIDOR).*
- *Demolidor disse que tem ponta e que, por isso, é um cubo. Teve gente que disse que tendo ponta é um quadrado, na face, e que, assim, será um cubo. Aqui tem ponta? Tem. Se apertar com força, na pele, até machuca, mas se olhar por cima dele ou pela frente, também não vemos um quadrado (EU).*

A perspectiva apontada foi como mostra a Foto 18. Por isso, Demolidor afirmou: “*Não é plano.*” Thor acrescentou: “*Tem uma curvinha.*” E Homem-Aranha confirmou: “*É tipo uma curva.*”

Foto 18 – Face do Cubo mágico côncavo



Fonte: Acervo pessoal do autor. Foto tirada em: 14 nov. 2022.

Fazendo referência à canção “Cubo”, continuei:

- *E poderia botar o dado azul para se virar?* (EU).
- *Sim, porque ele é um cubo também* (BATMAN).
- *E como sabemos que ele é um cubo?* (EU).
- *Porque todo lado tem quadrado*¹³⁸ (BATMAN).
- *Mas as pontas não são pontudas* (MULHER-MARAVILHA).
- *É, não dói* (HOMEM DE FERRO).
- *Se tirar uma foto do lado do dado, que se chama face, veremos um quadrado?* (EU).
- *Não, porque a ponta vai tá redonda* (THOR).
- *Os vértices?* (EU).
- *É* (THOR).

Durante minhas falas, fiquei mostrando uma das faces do dado azul (Foto 19):

Foto 19 – Face do Dado Clássico Azul



Fonte: Acervo pessoal do autor. Foto tirada em: 14 nov. 2022.

Após as discussões, ocorreu a constatação de que os contornos das faces eram curvos, o que não poderia torná-los quadrados. Consequentemente, os alunos concluíram que, portanto, esse cubo mágico não representa um cubo.

Uma outra conclusão foi a de que nem sempre o fato de uma forma próxima do quadrado ou do cubo ter ponta irá definir que é realmente um quadrado ou um cubo.

- *Vimos várias coisas, aqui, como quadrado, cubo mágico, o que é um cubo, pirâmide... Então, o que é que vocês acham da possibilidade de aprender Matemática também com canções, com músicas?* (EU).
- *Interessante* (MULHER-MARAVILHA).
- *Interessante* (WANDA).

¹³⁸ Aqui Batman elabora uma frase que está presente na letra da canção. Por ele não ter cantado, não é possível confirmar se sofreu influência da canção.

- *Legal* (THOR).
- *É interessante, mas meio estranho* (WANDA).
- *Será que aprende Matemática?* (EU).
- Sim (VÁRIOS).
- *E vocês, Viúva Negra e Feiticeira?* (EU).
- *Mais ou menos* (Viúva Negra).
- *É, mais ou menos* (FEITICEIRA).
- *É melhor do que a aula normal* (HOMEM DE FERRO).
- *E vocês já aprenderam com canções?* (EU).
- Não (VÁRIOS).
- *Mas é melhor* (MULHER-MARAVILHA).

As conclusões dos alunos sobre a validade de se aprender Matemática com canções tomam por base, além das apresentações, todo o conjunto de objetos presentes durante os encontros. Isso não pode ser desconsiderado numa análise mais séria. Claro que, em momentos anteriores, eles até já tinham opinado a favor, em sua maioria, antes mesmo de terem contato com esse tipo de canções.

Cabe registrar que as alunas Viúva-Negra e Feiticeira não participavam muito das atividades e diálogos. Sentavam-se juntas, e pareciam distantes do restante da turma. De qualquer forma, isso não invalida as opiniões delas acerca da canção no aprendizado de Matemática.

- Continuo cantando trecho da canção “Cubo”: bote o cubo para se virar. Wanda logo perguntou: “Posso ir?”, ao que prontamente confirmei. Então, Wanda pegou o cubo de acrílico grande e o virou, colocando-o sobre uma outra face. O diálogo recomeçou:

- *E isso é cubo, mesmo?* (EU).
- *Sim, porque tem ponta* (WANDA).
- *Tem quadrados nos lados* (THOR).
- *Mas tem um quadrado furado. Pode?* (HOMEM DE FERRO).
- *O que vocês acham?* (EU).
- *É quadrado mesmo assim* (MULHER-MARAVILHA).
- *Sim. Tem quatro lados* (WANDA).
- *Mas, se não for quadrado, já que é furado, então não será cubo?* (EU).
- *Todo lado, todo lado, todo lado tem quadrado* (HOMEM DE FERRO).

Cantarolando, Homem de Ferro responde a minha pergunta. Ou seja, apesar dos diálogos tomarem forma quase que totalmente mediante o uso da língua materna (MACHADO, 2011), ele se utilizou da linguagem cancional.

- *Não é não. Furado...* (HOMEM DE FERRO).
- *O quadrado é toda a tampa ou só o contorno?* (EU).

- O contorno (WANDA).
- É tudo (MULHER-MARAVILHA).
- Então, esse lado, essa face, mesmo com furo, é quadrado? (EU).
- É, sim (MULHER-MARAVILHA).

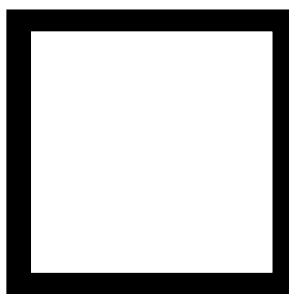
Com o questionamento, os alunos se mostraram confusos ou, ao menos, com opiniões discordantes, variando em defender a tese de que toda a tampa era um quadrado e a de que apenas o contorno seria. Buscando uma estratégia para que pudessem eliminar algumas dúvidas, questionei:

- Vocês sabem calcular a área de um quadrado? (EU).
 - Sim (VÁRIOS).
 - Multiplica (MULHER-MARAVILHA).
- [Eu aponte para uma peça cerâmica do piso.]
- Aqui é um quadrado? (EU).
 - Sim (VÁRIOS).
 - Então, como calculo a área dele? (EU).
 - Mede um lado e mede o outro (THOR).
 - E multiplica (MULHER-MARAVILHA).
 - Tem que medir todos os lados? (EU).
 - Tem (THOR).
 - É (MULHER-MARAVILHA).
 - E os lados possuem tamanhos diferentes? (EU).
 - Não. São iguais (HOMEM DE FERRO).
 - Verdade (MULHER-MARAVILHA).
 - E aí, precisa mesmo medir todos os lados? (EU).
 - Só se for para tirar dúvida. Mas, se souber que é um quadrado, só mede um lado (THOR).

Os alunos mostraram domínio de como chegar ao valor da área de um quadrado, embora não estivesse tão claro que bastariam tomar a medida de um dos lados. Thor inicia argumentando que teria de medir todos os lados, mas, logo depois, muda de opinião.

Eu fui ao quadro branco, fiz um desenho (Figura 24), e em seguida questiono:

Figura 24 – Moldura

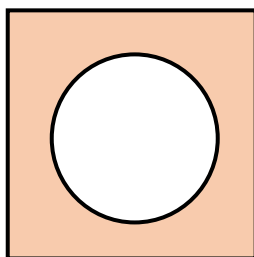


Fonte: Elaboração própria (2023).

- *Aqui, esse desenho, é um quadrado?* (EU).
- *Sim* (VÁRIOS).
- *Vocês estão falando de tudo, da parte branca ou somente da parte em preto?* (EU).
- *Todo é um quadrado e o branco também* (THOR).
- *A parte preta é um quadrado* (MULHER-MARAVILHA).
- *Sem a parte branca de dentro?* (EU).
- *Sim* (MULHER-MARAVILHA).

Os alunos mostraram entendimentos diferentes acerca da região que pode ser considerada um quadrado. Então, retornei ao quadro branco, fiz novo desenho (Figura 25) e perguntei:

Figura 25 – Dado Furado



Fonte: Elaboração própria (2023).

- *Aqui é um quadrado?* (EU).
- *Sim* (MULHER-MARAVILHA).
- *Sem a parte branca de dentro, o círculo?* (EU).
- *Sim* (MULHER-MARAVILHA).
- *Se um pintor precisar pintar essa cerâmica do chão, ele precisa saber a área em que vai passar tinta. Vocês disseram que, para calcular, basta multiplicar dois lados entre si. E nesse caso, como calcula a área?* (EU).
- *Multiplica* (MULHER-MARAVILHA).
- *Vai sobrar tinta* (THOR).
- *Se esse círculo for um furo, vai precisar de mais ou menos tinta?* (EU).
- *Menos* (VÁRIOS).
- *Então, não pode calcular a área da pintura como se fosse um quadrado, é isso?* (EU).
- *É, não pode* (MULHER-MARAVILHA).

Thor chama logo a atenção para o fato de que, se for usar a fórmula do quadrado para saber o quanto de tinta vai gastar, irá sobrar. Talvez, influenciados pela intervenção de Thor, vários alunos concordaram que teria de comprar menos tinta do que se fosse pintar toda a cerâmica (no chão da sala, a cerâmica tinha formato quadrangular). Mulher-Maravilha conclui, desta vez, mudando de opinião sobre o que seria o quadrado.

Não se pode afirmar que todas as dúvidas tenham sido tiradas. As representações semióticas, como já dito, possuem vantagens e desvantagens para que se apreenda determinado objeto matemático. Por isso, nunca é demais lembrar, apoiado nas contribuições de d'Amore, Pinilla e Iori (2015), d'Amore (2007) e Duval (2013; 2009; 1993), da necessidade de se ofertar uma variedade de representações em diversos tipos de registros a fim de que, assim, o aluno possa ter contato com as múltiplas perspectivas do objeto matemático e não o confunda com algumas das suas possíveis formas de representação.

Retornei a cantar: pegue o dado, vamos lá jogar. Thor pegou o D100 e saiu andando confirmando, agora, não confundir o dado com uma esfera e agindo baseado na canção. Mulher-Maravilha interrompeu: *“Vamos lá jogar, de novo.”* Após Mulher-Maravilha “mandar” Thor jogar o dado, cantando, retornei a cantar: bote o cubo para se virar. Então, Homem-Aranha pegou o cubo de acrílico pequeno e o girou na palma da mão. Perguntei por que ele não pegou o cubo mágico, referindo-me ao cubo da Foto 20.

Foto 20 – Face do Cubo Mágico Convexo



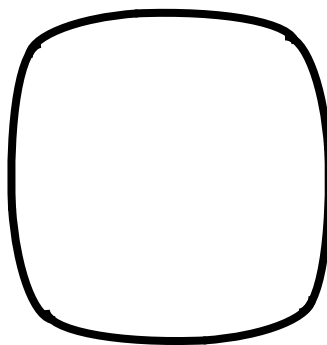
Fonte: Acervo pessoal do autor. Foto tirada em: 14 nov. 2022.

- *Eu acho que não é cubo como o outro (HOMEM-ARANHA).*
- *O outro cubo mágico? (EU).*
- *É (HOMEM-ARANHA).*
- *O cubo mágico que Demolidor pegou tem os lados, as faces, em forma de quadrado? (EU).*
- *Não (VÁRIOS).*
- *Por que não? (EU).*
- *Os lados são curvas (MULHER-MARAVILHA).*
- *Ah, então se olhar de frente para uma face dele eu não vejo um quadrado com seus lados retos? (EU).*
- *É (MULHER-MARAVILHA).*
- *Você pode desenhar no quadro? (EU).*

Mulher-Maravilha foi ao quadro e fez um desenho similar ao da Figura 26, de

modo a representar a vista de uma das faces do cubo mágico que Demolidor tinha escolhido anteriormente.

Figura 26 – Contorno da Face Convexa



Fonte: Elaboração própria (2023).

Mesmo antes de Mulher-Maravilha fazer o desenho, a maioria dos alunos tinha concordado que as faces não possuíam formato quadrangular. Importa também registrar que os alunos tiveram a oportunidade de manipular os diversos cubos mágicos, o que contribuiu para que observassem tanto a concavidade de um quanto o abaulamento do outro.

Nesse exemplo, observa-se que Mulher-Maravilha partiu do registro da língua natural (DUVAL, 2009; 1993) para o figural, quando realizou o seu desenho, e ainda tomou por base uma outra representação, a tridimensional (que se comprovou não obedecer aos condicionantes para que fosse considerada cúbica).

Após todos os diálogos, comportamentos e observações presentes nos GDC e aqui comentados, segue um apanhado mais sintético das revelações que ocorreram acerca das relações semióticas surgidas durante as apresentações (Quadro 29).

Quadro 29 – Revelações acerca das relações semióticas na presença das CM

1	Os alunos identificaram as representações bidimensionais como sendo o próprio objeto matemático.
2	Os alunos identificaram formas bidimensionais aproximadas do que era reconhecido como perfeito como sendo o próprio objeto matemático.
3	Inicialmente, os alunos levaram em conta o nome do objeto representado como a prova de ele era o objeto matemático, ainda que com suas dimensões diferentes.
4	Os alunos relacionaram as representações tridimensionais (objetos sólidos) com as representações bidimensionais.

5	Os alunos demonstraram possuir as habilidades de reconhecer, nomear e comparar figuras geométricas espaciais, relativas ao 2º ano do Ensino Fundamental (EF02MA14 da BNCC).
6	Os alunos demonstraram possuir as habilidades relativas ao 1º, 2º e 3º anos do Ensino Fundamental (EF01MA14, EF02MA15 e EF03MA15, da BNCC).
7	Os alunos demonstraram ter alcançado os níveis 1 e 2 de Van Hiele, acerca do conhecimento geométrico.
8	O registro que os alunos mais utilizaram para representar objetos matemáticos foi a língua natural.
9	Inicialmente, os alunos reconheceram todos os cubos mágicos como sendo cubos, independente de atentarem para os seus formatos quando exibidos.
10	De uma forma geral, os alunos reconheceram que os dados que representavam o cubo eram do tipo clássico, que possui seis faces quadrangulares.
11	Os alunos usaram a língua natural para apontar tanto a ausência quanto a presença de elementos e propriedades em objetos matemáticos representados bidimensionalmente.
12	Os alunos usaram a língua natural para apontar tanto a ausência quanto a presença de elementos e propriedades em objetos matemáticos representados tridimensionalmente.
13	A multiplicidade de representações apresentadas possibilitou comprovar que algumas habilidades esperadas para o estágio em que se encontravam os alunos não foram identificadas.
14	A multiplicidade de representações apresentadas indicou que certas aprendizagens ainda não foram totalmente concluídas.
15	Os alunos identificaram nas canções elementos e propriedades de objetos matemáticos, o que foi comprovado quando utilizaram a língua natural para a indicação.
16	Os alunos identificaram nas canções ausência de elementos e propriedades de objetos matemáticos, o que foi comprovado quando utilizaram a língua natural para a indicação.
17	Os alunos identificaram nas canções elementos e propriedades de objetos matemáticos, o que foi comprovado quando utilizaram desenhos para a indicação.
18	Os alunos identificaram nas canções ausência de elementos e propriedades de objetos matemáticos, o que foi comprovado quando utilizaram desenhos para a indicação.
19	Em algumas situações, os alunos relacionaram, conjuntamente, representações bidimensionais, tridimensionais (objetos sólidos), a língua natural e a canção acerca de um mesmo objeto matemático.
20	Com relação a algumas informações presentes nas canções, houve a necessidade de utilização de intervenções e outros tipos de registros para um melhor entendimento.
21	Os conceitos figurais, presentes em algumas representações bidimensionais e nos desenhos feitos pelos alunos, dificultaram o reconhecimento e o processo de apreensão de alguns objetos matemáticos.
22	Quando a canção foi repetida por mais de uma vez, ocorreu uma maior discussão e apropriação, pelos alunos, dos conteúdos abordados, favorecendo o trânsito entre a canção, a língua natural e outros registros, como as figuras e desenhos.
23	Algumas letras apresentadas indicavam outros tipos de representação que não

	atendiam às propriedades do objeto matemático abordado, criando obstáculos cognitivos para o processo de apreensão de objetos matemáticos.
24	Algumas formas de representar um objeto matemático levaram alguns alunos a darem um outro significado, visualizando outros elementos, não necessariamente matemáticos.
25	Os alunos demonstraram facilidade em acompanhar representações (bidimensionais e tridimensionais) indicadas apenas pela língua natural, embora fazendo relação com sugeridas imagens mentais.
26	Ao longo dos encontros, os alunos passaram a reconhecer que nem todos os cubos mágicos representavam o objeto matemático cubo, após diversos diálogos e auxílio de várias formas de representação.
27	A disponibilização de objetos tridimensionais (sólidos geométricos) contribuiu para que os alunos visualizassem novas perspectivas dos objetos matemáticos, conjuntamente com outros tipos de representação.
28	Algumas canções apresentadas não despertaram o interesse dos alunos em comentar sobre os conteúdos abordados nelas.
29	A variedade de representações em um mesmo tipo de registro (desenho, por exemplo) auxiliou no entendimento dos alunos acerca do objeto matemático representado.

Fonte: Elaboração própria (2023).

5.4 OS ELEMENTOS MUSICAIS DA CM: ECOS NO VAZIO?

Em paralelo (e também transversalmente) com o transitar pelos fios da rede semiótica criada, fomos sendo levados pelo embalo melódico, rítmico e harmônico das Canções Matemáticas. Orquestrados pela apreensão primeira do mundo, a emotiva (MATURANA; VERDEN-ZOLLER, 2004), colocamos “para fora” parte do todo afetivo gerado no contato com essas canções.

- Questionei ao grupo o que achavam de canções para o ensino de Matemática: vários deles disseram que seria legal, Demolidor respondeu que seria “*super da hora!*”, e Mulher-Maravilha também se manifestou dizendo que acharia “*maneiro*”. Então, perguntei se eles conheciam alguma, ao que vários negaram. Apenas Mulher-Maravilha relatou: “*Já ouvi uma vez, um professor cantando, mas não me lembro.*”

As primeiras respostas dos alunos não deixaram claros os motivos para que a maioria deles simpatizasse com a presença de canções no ensino de Matemática. Também não ficou claro (inclusive na pergunta feita) se seriam canções cujas letras abordassem conteúdos matemáticos. De todo modo, por ser canção, o modo melódico parece ser o atrativo para essa possibilidade levantada. De todo modo, cabe registrar que isso não significa que é a escola o local preferido dos alunos para esse contato. Segundo Subtil (2006), há uma tendência, entre as crianças, em desconsiderar a escola como um lugar preferencial para a prática musical.

É possível observar que a simpatia comentada não se baseia em experiências dos próprios alunos (ao menos com canções para o ensino de Matemática, como a pergunta pareceu indicar). É como se fosse uma aposta deles face ao caráter atrativo das canções. Então, continuei dialogando:

- *Por que acham legal, se a maioria nunca ouviu?* (EU).
- *Porque se for uma música que a gente gosta e puder explicar Matemática, claro que vai ser legal* (DEMOLIDOR).
- *É* (VÁRIOS).

A maioria dos alunos concordou com a fala de Demolidor, que destacou uma condição para que seja legal aprender Matemática com canções: ser uma música de

que eles gostem. Ao falar isso, considerando que o objetivo é a aprendizagem Matemática, é possível concluir que os aspectos musicais das canções é que serão priorizados para definir se elas são boas ou não.

- *Vocês acham que apresenta alguma vantagem?* (EU).
- *Sim* (VÁRIOS).
- *Ajuda a gravar* (HULK).

Hulk destacou o caráter mnemônico das canções, quando apontou a possibilidade de memorizar as informações como algo vantajoso no processo de aprendizagem. Segundo Levitin (2019), a presença de canções foi algo fundamental no processo evolutivo da humanidade, haja vista a importância das canções de conhecimento. Muitos dos humanos que conseguiram viver mais estavam, quase sempre, apoiados nesse “poder” das canções.

Ainda parece existir uma resistência em ambientes escolares a quase tudo que esteja voltado para a memorização. Quase sempre, os discursos carregam o argumento da necessidade da famosa “aprendizagem significativa” (MOREIRA, 2012; 2011). É claro que aqui não há o objetivo de desconsiderar a importância, a pertinência e a contribuição dessa teoria para a promoção da aprendizagem. Mas, considero como sendo também de extrema importância situar o caráter valioso da memorização.

A idade de uma pessoa, a altura do monte Everest, o nome da capital de Roraima, o número da linha de ônibus que me leva de casa até à faculdade, os códigos, os axiomas, ainda que possam ser descobertos por diversos meios (principalmente mediante a *internet*), para que possam ser utilizadas em momentos futuros, eles precisam ser memorizados. Esses exemplos, dados, fatos e situações formam o grupo dos conteúdos factuais. Sua apreensão ocorre mediante estratégias de aprendizagem que utilizam a memorização. É claro que é necessário garantir que esses fatos sejam relacionados com outros, evitando assim uma aprendizagem mecanizada (ZABALA, 1998).

Na verdade, um dos principais objetivos da educação é a memorização duradoura¹³⁹. Para isso, é necessário que sejam promovidas estratégias para que ocorra um deslocamento do material da memória curta para a memória de longo prazo. E dentre as mais importantes dessas estratégias estão: a recapitulação (mais eficaz

¹³⁹ Cabe destacar que a importância da busca pela memória duradoura é porque ela subsidia a aprendizagem, objetivo maior da prática de ensino.

para garantir a memória de curto prazo); a elaboração (busca-se relacionar um material novo com o que já foi aprendido); e a organização, que tem a ver com categorizações (LEFRANÇOIS, 2019).

Com relação às memórias de curto e longo prazo, Jourdain (1998, p. 216-7) comenta:

grande parte de nossa vida mental consiste em lembranças de curto prazo, da experiência recente, lembranças com as quais fazemos malabarismos na consciência, durante alguns segundos, antes que elas (habitualmente) escapem para sempre. Ao contrário, as memórias de longo prazo são recuperáveis horas ou anos depois. Pode-se cantarolar uma melodia pouco depois de ouvi-la pela primeira vez, graças à memória de curto prazo; mas só é possível saber essa melodia após uma semana se ela for passada para a memória de longo prazo. A memória de curto prazo é concebida, algumas vezes, como “memória em ação”. É com a memória de curto prazo que os compositores experimentam, no ouvido da mente, variações num determinado trecho. É com a memória de longo prazo que alguns podem criar composições completas em suas cabeças, antes de escrevê-las.

É possível notar o entrelaçamento das três primeiras contribuições teóricas, sendo que ao menos duas delas consideram a participação da memorização no processo de aprendizagem. Na aprendizagem significativa, a busca é justamente por um processo que faça sentido a quem aprende, como concorda Zabala (1998) ao refutar um modo de aprendizagem mecânica. Por outro lado, uma das características principais da teoria da aprendizagem significativa é a valorização de conhecimentos prévios e, por isso, a necessidade de uma interação entre eles e os que estarão em construção (ancoragem), o que se assemelha à estratégia de elaboração apontada por Lefrançois (2019).

Assim, cabe, a meu ver, evitar uma condenação prévia das estratégias que visam à memorização. Elas não são necessariamente um problema. Talvez o sejam aqueles que as mal utilizam. E, a esse respeito, Sacks (2007, p. 250) pontua que “Toda cultura possui canções e rimas para ajudar as crianças a aprender o alfabeto, os números e outras listas. Mesmo quando adultos, somos limitados em nossa capacidade para memorizar séries ou retê-las na mente se não usarmos recursos ou padrões mnemônicos”.

Tendo feito essa reflexão, retomo a narrativa dos diálogos que se sucederam. Perguntei, ainda sobre o uso de canções para a aprendizagem da Matemática, se poderia ter alguma desvantagem. Mulher-Maravilha respondeu: “*Sim. Se a música for chata, então não vai ajudar.*”

Assim como Demolidor, que citou a necessidade de ter uma música de que os alunos gostem, Mulher-Maravilha concorda, embora destaque como desvantagem o fato da música não ser boa, ainda que não tenha detalhado o que seria uma música chata. Cumpre destacar que, nos diálogos, quase sempre os alunos usavam a palavra “música” de uma forma ampla, o que inclui a canção.

- *Mas pode fazer paródias¹⁴⁰ com as músicas que os alunos gostam (CAPITÃ MARVEL).*
- *Então, é melhor que seja sempre paródia? (EU).*
- *Não. Outras músicas podem servir de inspiração (MULHER-MARAVILHA).*

Pela fala de Capitã Marvel, parece claro que os aspectos mais valorizados na canção são os aspectos musicais, considerando que, de uma forma geral, a paródia refere-se a uma criação musical cuja letra original foi alterada. Ou seja, uma boa estratégia, na opinião de Capitã Marvel, é aproveitar as canções de que eles gostam e criar uma letra nova, o que, conforme Negreiros (2011), resultaria em uma nova canção. Concordando com a autora, denominaria a paródia como sendo uma “canção tatuada”¹⁴¹.

O que não parece ser algo fácil de desvendar é como determinar as músicas que agradam os alunos. Conforme Levitin (2021), é na adolescência que as músicas são assimiladas com uma forte carga emocional, provocando a atuação conjunta da amígdala e dos neurotransmissores para marcar essas lembranças como algo importante. No entanto, esse grupo, ao menos, ainda não se encontra no período da adolescência¹⁴². O autor também afirma que o provável momento em que finda a condição para se adquirir novos gostos musicais se dá entre os 18 (dezoito) e os 20 (vinte) anos – informação que parece pouco ajudar na resolução da questão em discussão. Talvez, uma maneira mais eficaz seja estar inserido no meio social dessas crianças. A escola é um dos locais mais propícios para essa empreitada. Contudo, como já citado, as crianças parecem afastar a possibilidade do ambiente escolar ser o local preferido para a prática musical (SUBTIL, 2006).

¹⁴⁰ Uma contribuição acadêmica acerca da temática com relação à aprendizagem Matemática é o estudo de Cavalcanti (2011).

¹⁴¹ Haja vista carregar marcas de uma outra canção.

¹⁴² De acordo com o Estatuto da Criança e do Adolescente (ECA), a fase da adolescência compreende a faixa etária dos 12 (doze) aos 18 (dezoito) anos (BRASIL, 1990).

- Com o ukelele, toquei e cantei a canção “Cubo”¹⁴³.

Enquanto cantava, alguns alunos batucavam nas carteiras. Cabe destacar que esse foi um comportamento corriqueiro por parte de vários alunos. Durante quase todas as canções apresentadas, eles acompanharam como percussionistas, seja utilizando do próprio corpo (pés e mãos), seja com algum objeto (capa de celular, caneta etc.). Possivelmente, essa forma de agir se deve ao fato de terem participado da atividade do primeiro encontro, no qual puderam escolher e tocar um instrumento percussivo, cada um deles, e também por isso não ser uma prática comum em salas de aula. Nesse caso, a letra da canção parecia ser algo secundário para os alunos, pelo menos para os batucadores: os atrativos eram os elementos musicais da canção.

Após a apresentação da canção, cuja letra foi disponibilizada ao grupo, surgiram os seguintes diálogos:

- *Nessa canção, tem alguma coisa de que vocês gostaram?* (EU).
- *Tudo* (HULK).
- *É, tudo* (MULHER-MARAVILHA).
- *Essa canção lembra alguma outra canção?* (EU).
- *Algumas* (VÁRIOS).

O fato de os alunos relacionarem a canção apresentada com outras (mesmo com a letra tratando de conteúdos matemáticos), não garante que foi pela lembrança que ocorreu a atração pela canção “Cubo”. Mas é possível, haja vista que nosso cérebro busca reconhecer certos parâmetros/elementos musicais específicos, o que faz com que determinada canção desperte a atenção e atração por ela – é a “preferência cognitiva”, tratada por Jourdain (1998). Segundo o autor,

Considerando a infinidade de módulos individuais que compõem o córtex auditivo, cada um deles voltado para um tipo particular de relação sônica, e cada qual com uma capacidade que varia de pessoa para pessoa, é razoável acreditar que um indivíduo possa ter uma predileção biológica por aspectos particulares da música (JOURDAIN, 1998, p. 330).

Eu, prosseguindo, perguntei se com essa canção dava para dançar. Hulk respondeu afirmativamente. A letra da canção não apresenta comando para que o ouvinte dance. Ainda assim, Hulk afirma que é possível dançar com essa canção. Num esforço cognitivo, pode-se até apostar que o trecho “Joga, joga, joga...” lembrou

¹⁴³ De minha autoria. Disponível em: <https://youtu.be/2Bqm26lAlho>. Acesso em: 10 out. 2022.

alguma canção que fosse “mais dançante”, como “Quebradeira”¹⁴⁴, do “É o Tchan!”, cuja letra possui o seguinte trecho:

LEVANTE A CABEÇA, NÃO ESMOREÇA
PORQUE A ONDA AGORA É PARA JOGAR
JOGO, NUM JOGO, NUM JOGO, JOGO...

Pela idade dos alunos e pela época em que a canção citada estava mais presente nas rádios e nos diversos ambientes festivos, é improvável que essa tenha sido a canção lembrada por eles. De qualquer forma, não é incomum o contato com canções (pagodes e sambas) que tragam, em suas letras, frases similares (ao menos na Bahia, nas regiões mais próximas ao Recôncavo Baiano e Salvador). Em sendo assim, o mais provável é que os aspectos musicais (ritmo, melodia etc.) tenham induzido Hulk a concluir dessa maneira.

Toquei outra vez, para que pudessem dedicar mais atenção. Enquanto isso, vários cantaram juntos, e alguns batucavam nas carteiras. Como já comentado, esse foi um comportamento corriqueiro por parte de vários alunos.

- Em um outro encontro, surgiram os seguintes diálogos:
 - *A gente vai poder tocar o violão, hoje?* (HULK).
 - *Você sabe tocar alguma canção, no violão?* (EU).
 - *Sei algumas notas* (HULK).
 - *Então, se você souber as notas [acordes] de alguma canção apresentada, você pode tocar* (EU).
 - *Tá certo* (HULK).
 - *E eu posso tocar esse, o bandolim?* (DEMOLIDOR)
 - *Como eu falei pra ele... Se você souber as notas [acordes] de alguma canção apresentada, você pode tocar* (EU).
 - *Eu posso tentar, mas não sei, ainda* (DEMOLIDOR).
 - [...]
 - *Esses três, aqui, são instrumentos de corda* (EU).
 - *Esse dói o dedo, se não tocar com a palheta [referindo-se ao bandolim]. Mas o da mão esquerda também dói* (DEMOLIDOR).
 - *É porque essas cordas são de aço, diferente das do violão e do ukelele. Mas, com o tempo, a gente se acostuma* (EU).
 - [...]
 - *Eu toco um pouquinho de piano* (DEMOLIDOR).
 - [...]
 - *O ukelele é um dos instrumentos de cordas com maior facilidade para se aprender a tocar. Ele tem quatro tamanhos. Cada um tem um nome. Esse aqui é o menor* (EU).
 - *Esse é bom para apoiar, porque é pequenininho* (MULHER-MARAVILHA).
 - *Parece cavaquinho* (DEMOLIDOR).

¹⁴⁴ Disponível em: <https://youtu.be/Q2R49eG-Ex4>. Acesso em: 10 out. 2022.

– *O formato parece, sim. O cavaquinho possui cordas de aço, como o bandolim, e a afinação das cordas é diferente* (EU).

Não há condições para se afirmar que, a partir desses diálogos, os alunos tenham dado preferência aos aspectos musicais das canções. Na verdade, esses questionamentos surgiram antes mesmo de novas apresentações. Mas, o interesse em poder tocar algum instrumento (e aqui eles demonstraram grande interesse nos de corda) parece indicar uma predileção pelo que se liga à música.

- Após a apresentação da canção “Aprender formas”¹⁴⁵, do canal do *YouTube*. “Kids Tv em Português - música infantil e educação”, cuja letra não foi disponibilizada ao grupo, surgiram os seguintes diálogos:

– *Querem comentar alguma coisa?* (EU).
 – *Não* (VÁRIOS).
 – *A música é muito ruim* (MULHER-MARAVILHA).
 – *É ruim* (CAPITÃ MARVEL).
 – *É mais ou menos* (HULK).

Aqui, mais uma vez, aparece a questão da agradabilidade musical. Enquanto duas alunas (Mulher-Maravilha e Capitã Marvel) acharam a canção ruim, Hulk achou que nem tanto. Mesmo considerando as singularidades que formam o gosto musical, é notória a dificuldade em demarcar o que faz uma canção ser boa (os critérios são múltiplos). Levitin (2019) afirma que “*ninguna canción gusta a todo el mundo, y complacer los gustos de todos puede ser um desafio*”. Posto isso, cabe pontuar que a canção sinalizada pelos alunos possui pouca variação melódica, o que pode ter sido um dos motivos para a sua não atratividade.

- Após a apresentação da canção “O quadrado”¹⁴⁶, cuja letra não foi disponibilizada ao grupo, perguntei o que acharam. Mulher-Maravilha falou logo: “*Música para dormir*”.

Segundo Tatit (2004), enquanto as mães tiverem de ninar os seus filhos, a

¹⁴⁵ Disponível em: <https://youtu.be/VT7VWjVOIMM>. Acesso em: 10 out. 2022.

¹⁴⁶ Disponível em: <https://youtu.be/NISIn5p32Pc>. Acesso em: 10 out. 2022.

canção não morrerá. Então, mesmo que a canção apresentada seja “para dormir”, como sugeriu Mulher-Maravilha, isso não tira o seu valor social e afetivo. A canção de ninar serve para acalmar o bebê (a canção de ninar também tranquiliza a mãe: a respiração rítmica e regular que exige serve como uma espécie de meditação para ela). É uma canção de bem-estar e que possui um padrão previsível (LEVITIN, 2019).

Não ficou claro, ao menos explícito, que o fato de Mulher-Maravilha qualificar a canção como sendo para dormir seria um ponto negativo. De todo modo, a canção apresenta sim um padrão previsível, embora com a presença marcante (e incomum para o tipo de canção) de uma bateria eletrônica. Parte da melodia é apresentada como que sendo gerada por uma flauta (talvez um dos timbres de um teclado eletrônico) e as vozes são infantis. É provável que o conjunto desses elementos tenha contribuído para a conclusão de Mulher-Maravilha.

- Após a apresentação da canção “A música das formas geométricas”¹⁴⁷, do canal infantil “Aqui bebês cantam” do *YouTube*, cuja letra não foi disponibilizada ao grupo, fiz o seguinte questionamento: dá pra pular tipo carnaval? Ao que responderam enfática e coletivamente não, aos risos.

A maioria dos alunos descartou a possibilidade de dançar como se estivessem no carnaval. Existe a possibilidade de isso ser justificado pelo fato da canção, a sua letra, abordar conteúdos matemáticos, algo não observado nas canções carnavalescas. Por outro lado, como em outras apresentações diversos alunos dançaram sem qualquer tipo de restrição, é mais provável que tenham chegado a essa conclusão devido às características da canção, a qual, como algumas das anteriores, possui pouca variação melódica (previsível) e vozes infantis.

- Após a apresentação da canção “A música das formas geométricas”¹⁴⁸, do canal infantil “Casa TeeHee” do *YouTube*, cuja letra não foi disponibilizada ao grupo, surgiram os seguintes diálogos:

- *Vocês gostam dessa canção?* (EU).
- *Sim* (VÁRIOS).
- *É meio bobinha, infantil* (MULHER-MARAVILHA).
- *É* (VÁRIOS).

¹⁴⁷ Disponível em: <https://youtu.be/MESwCbdgJZ4>. Acesso em: 10 out. 2022.

¹⁴⁸ Disponível em: <https://youtu.be/HcPMoOu1tSw>. Acesso em: 10 out. 2022.

A canção possui a mesma letra e melodia que a anterior, sendo que as vozes são adultas. Apesar da maioria ter gostado da canção (e na anterior isso não foi comentado pelos alunos), eles concordaram com Mulher-Maravilha, quando ela apontou que a canção seria infantil (dessa vez, ela não sugeriu que servisse para dormir). Ora, se era infantil, não parecia adequada para a faixa etária deles, concluiu-se. O porquê dessa conclusão deles pode estar relacionado também à pouca variação melódica. Coloquei, novamente, a parte da canção sobre triângulos.

- *A gente já escutou essa, hoje mesmo* (DEMOLIDOR).
- *São canções que falam a mesma coisa* (EU).
- *Essa é melhor que a outra* (MULHER-MARAVILHA).
- *São iguais* (DEMOLIDOR).
- *A outra é mais bobinha. E não teve o homem cantando* (MULHER-MARAVILHA).
- *Tem uma mulher cantando também* (HULK).
- *Na minha opinião, tinha um homem e uma mulher* (WANDA).

Apesar de Mulher-Maravilha dizer que a outra era mais “bobinha”, provavelmente pelo fato dessa ter vozes adultas, ela não descartou a “infantilidade” da canção. É interessante pontuar que alguns teóricos da canção destacam outros elementos que a constituem, como é o caso da voz de quem canta. Para Finnegan (2008), deve-se considerar uma atitude performatizada, encenada pela voz (texto, música e performance). Já segundo Valverde (2008, p 272-273), “enquanto forma musical e formato midiático, a canção não se reduz ao feliz casamento entre palavra e música: a voz, pela singularidade de seu timbre, torna-se presente **o corpo** e o desempenho de alguém real”.

- Após a apresentação da canção “Música das formas geométricas”¹⁴⁹, do canal infantil “Árvore do Brasil” do *YouTube*, cuja letra não foi disponibilizada ao grupo, surgiram os seguintes diálogos:

- *Gostaram dessa?* (EU).
- *Sim* (VÁRIOS).
- *É boa?* (EU).
- *Normal* [movimentando a mão como se fosse mais ou menos] (MULHER-MARAVILHA).

¹⁴⁹ Disponível em: <https://youtu.be/r0hy8BzSY04>. Acesso em: 10 out. 2022.

A maioria gostou da canção, embora não tenham dito o porquê. Após instigados a dizerem se a canção era “boa”, Mulher-Maravilha respondeu como se não fosse assim tão atrativa (ao menos para ela). A canção, apesar de apresentar uma melodia com pouca variação, deixa notar instrumentos percussivos, a sonoridade de dedos correndo pelas cordas de um violão e um solo nos intervalos da voz.

Enquanto a canção era tocada, Demolidor permaneceu dançando e ficou como a dublar, no refrão. Talvez, pelo menos para Demolidor, a canção agradava pelo fato de “permitir”, de induzir à dança.

Alguns alunos continuaram a cantar, mesmo após o término da escuta, provavelmente pela circularidade da melodia e repetição da segunda e última estrofe (trinta e quatro segundos de duração).

Comentei: pode até não saber o que é círculo, o que é oval, mas serve para gravar, não é? Vários concordaram. Ou seja, questionados, muitos alunos concordaram que a canção serviria para a memorização.

Muitos sorriram porque Hulk estava cantando e dançando, também. Mas, diferente de Demolidor, a amplitude de seus movimentos era maior, bem como utilizava grande parte da área da sala para a sua dança.

Capitão América se recordou de uma canção que ele aprendeu no curso de inglês e que lembrava até aquele dia. Ou seja, mais uma observação acerca do poder mnemônico da canção. Enquanto eu explicava e preparava para passar outros *slides*, Hulk continuou a cantar parte do refrão “losango, oval...” Ainda a esse respeito, Sacks (2007, p. 53) afirma que

Essa repetição interminável e o fato de que a música em questão pode ser banal ou sem graça, não nos agrada ou até mesmo ser abominável, indica um processo coercitivo: a música entrou e subverteu uma parte do cérebro, forçando-o a disparar de maneira repetitiva e autônoma (como pode ocorrer com um tique ou uma convulsão).

- Após a apresentação da canção “*La canción de las figuras geométricas*”¹⁵⁰, do canal infantil “*Lunacreciente*” do *YouTube*, cuja letra foi disponibilizada ao grupo (Apêndice A), surgiram os seguintes diálogos:

– O que vocês acharam dessa canção? (EU).

¹⁵⁰ Disponível em: <https://youtu.be/65wZuz-8u-k>. Acesso em: 10 out. 2022.

- *Horrível* (CAPITÃ MARVEL).
- *Boa, legal* (VÁRIOS).
- *E sobre o ritmo, a melodia...?* (EU).
- *Legal!* (VÁRIOS).
- *Da hora!* (HULK).

A canção estava em espanhol. Ainda assim, a maioria gostou, o que parece sugerir que tem menos a ver com a letra do que com seus aspectos musicais. Por outro lado, os alunos não especificaram quais deles eram mais atrativos. A canção apresenta uma variação melódica maior que as anteriores, consideradas infantis (a melodia do refrão é diferente da melodia das estrofes). Também tem a presença destacada de uma bateria eletrônica e uma alternância de timbres das vozes (bastante enfáticas).

- Após a apresentação da canção “As formas geométricas”¹⁵¹, do canal infantil “Gugu DadaTv” do *YouTube*, cuja letra foi disponibilizada ao grupo (Apêndice B), surgiram os seguintes diálogos:

- *E nessa canção, o que acharam do ritmo, da melodia...?* (EU).
- *Ruim... Muito lento* (HULK).
- *Parece que tá cantando dormindo* (WANDA).
- *É* (VÁRIOS).
- *Aí as pessoas não vão prestar atenção, vão dormir também* (WANDA).
- [Risos].
- *É muito lenta* (MULHER-MARAVILHA).

Mais uma vez os alunos sinalizaram o fato de uma canção parecer uma canção de ninar, apesar de a canção até possuir variação melódica (a melodia do refrão é diferente da melodia das estrofes), e ser possível notar uma diversidade de timbres, o que indica uma variedade de instrumentos musicais utilizados.

Enquanto Hulk e Mulher-Maravilha destacam a lentidão da canção (andamento), Wanda sugere que com esse tipo de canção não há como as pessoas estarem atentas. Embora ela não indique o que ficaria sem a atenção, é provável que esteja se referindo à letra da canção. Essa possibilidade parece ser justificada com base no que aqui já foi comentado acerca da canção de ninar segundo Levitin (2019).

Com relação a essa possível lentidão que causou desinteresse de alguns alunos, Jourdain (1998, p. 393) diz que

¹⁵¹ Disponível em: <https://youtu.be/0kkyR9Q2rwE>. Acesso em: 10 out. 2022.

não existe o que se poderia chamar de emoção neutra. Todas as emoções são negativas ou positivas. Emoções negativas surgem quando a experiência não corresponde à previsão. (...) Mas experimentamos uma sensação de bem-estar quando pequenos acontecimentos emocionais positivos ocorrem continuamente, e ficamos deprimidos ou irritados quando sobrevém uma cadeia de pequenos acontecimentos negativos. A partir desses princípios, é fácil ver como a música gera emoção. A música cria previsões depois as satisfaz. Ela pode reter suas resoluções, assim aumentando as previsões e, depois, satisfazer as previsões com um grande jorro de resoluções.

Já especificamente à melodia, Levitin (2021, p. 117) comenta:

a melodia é uma das principais maneiras de controlar nossas expectativas. Os teóricos da música identificaram um princípio chamado de preenchimento de lacuna; numa sequência de sons, quando a melodia dá um grande salto, seja pra cima ou para baixo, a nota seguinte deve mudar de direção. [...] o cérebro espera que o salto tenha sido apenas temporário, e que as notas que se seguem necessitem nos trazer para cada vez mais perto.

Logo que iniciou a canção, a maioria dos alunos acompanhou cantando, aproveitando parte da letra que tratava de quadrado e retângulo, destacada no *slide*. Ou seja, mesmo considerando a canção lenta e para dormir, os alunos se mostraram atraídos. Possivelmente, aproveitaram a disponibilização da letra da canção. Nesse sentido, considerando o que argumentou Wanda, a ausência da letra (na sua forma escrita) pode ser um fator desmotivador para que os alunos estejam atentos ao que diz a canção.

- Após a apresentação da canção “Canção das formas”¹⁵², do canal infantil “Toobys Portugues” do *YouTube*, cuja letra foi disponibilizada ao grupo (Apêndice C), surgiram os seguintes diálogos:

– *Horrível* (DEMOLIDOR).
 – *Serve para aprender, sim, mas... Não é muito legal, é bem infantil. Comparada com a anterior, é melhor, mais animada* (MULHER-MARAVILHA).

Ainda que Mulher-Maravilha considere que é possível aprender com a canção apresentada, indicando que a considera mais animada que a anterior, aponta mais uma vez o caráter infantil que, na visão dela, não parece ser algo atrativo, como pode ser observado na fala de Demolidor.

¹⁵² Disponível em: https://youtu.be/5NjG7glgf_0. Acesso em: 10 out. 2022.

- Durante a apresentação da canção “Cada coisa tem seu formato”¹⁵³, do canal infantil “Mundo Bitá” do *YouTube*, cuja letra foi disponibilizada ao grupo (Apêndice D), surgiram os seguintes diálogos:

– *Professor, só por ser Mundo Bitá, eu já gostei* (MULHER-MARAVILHA).
 – *Nem começou, ainda!* (DEMOLIDOR).
 – *É mesmo* (HULK).
 – *Vixe! Eu não gosto* (WANDA).
 – *Por quê?* (EU).
 – *Meu irmão fica vendo. Eu já tô enjoada* (WANDA).

O canal infantil “Mundo Bitá” é bastante conhecido por quem atua com crianças (mais especificamente, educadores infantis). O canal do *YouTube* possui mais de 11 (onze) milhões de inscritos. Apesar das reações de Mulher-Maravilha, quase sempre reprovando as canções de perfil mais infantil, desta vez, mesmo sem escutar toda a canção, afirmou ter gostado. No caso dessa canção, ela possui variações melódicas e andamento moderado, se comparado com as anteriores, uma variação de timbres relativos a instrumentos musicais. Mas, diferente de Mulher-Maravilha, Wanda não gostou da canção.

- Durante a apresentação da canção “Aprendendo o retângulo”¹⁵⁴, disponível no *YouTube*, cuja letra foi disponibilizada ao grupo (Apêndice E), nenhum aluno acompanhou cantando, diferentemente das anteriores.

Os alunos não se pronunciaram sobre essa canção, apontando se gostaram ou se tinha algum aspecto que merecesse ser destacado. Apesar de estarem cientes de que poderiam falar a qualquer momento, embora sem a obrigação de falar, dessa vez imperou o silêncio, inclusive no cantar. A canção possui variação melódica e o andamento não é lento.

- Durante a apresentação da canção “Retângulo”¹⁵⁵, do canal “Eu canto Matemática”, do *YouTube*, cuja letra foi disponibilizada ao grupo (Apêndice F), Mulher-Maravilha e Hulk relataram não estarem conseguindo escutar nada.

¹⁵³ Disponível em: <https://youtu.be/qAvTDWtxEgU>. Acesso em: 10 out. 2022.

¹⁵⁴ Disponível em: https://youtu.be/c-_axNqBMSY. Acesso em: 10 out. 2022.

¹⁵⁵ Disponível em: <https://youtu.be/ftC54m0yWn4>. Acesso em: 10 out. 2022. Canção de minha autoria.

Somente um aluno estava cantando, acompanhando a canção; os demais reclamaram que não conseguiam ouvir, mesmo no volume máximo. Isso pode ter a ver com uma comparação com os áudios das canções anteriores e sugere um cuidado com as questões de gravações e formas de apresentação das canções, de modo a todos poderem ter um melhor contato com a canção, nesse caso mediante a audição.

Durante outras apresentações, vários alunos passaram a batucar nas suas carteiras. Dessa vez, no entanto, após eu pegar o violão e cantar a canção, os alunos que batucavam deram mais ênfase às suas batidas. Possivelmente, recordaram o primeiro encontro, quando eles tocaram instrumentos percussivos e me acompanharam enquanto eu tocava o violão e cantava. Eles pareceram estar mais envolvidos pelo fato de estarem atuando de uma forma mais criadora, como que se sentindo fazendo parte do processo de uma forma mais ativa.

- Executei, com o bandolim, a canção “Paralelepípedo”¹⁵⁶, do canal “Eu canto Matemática”, do *YouTube*. A letra, que não foi disponibilizada para o grupo, é:

PARA APRENDER PARA ENSINAR
PARA TUDO AGORA TEM QUE RESPIRAR

PARA LE (15) PÍPEDO PARALELEPÍPEDO

CAIXA DE SAPATO, DA TV
DO PS4, DA FRALDA DO BÊBÊ

CAIXA DE CHOCOLATE, O COLCHÃO DE SUA CAMA
CAIXOTE DE TOMATE, UM LIVRO BEM BACANA

Após cantar, surgiram os seguintes diálogos:

- *Gostaram dessa canção?* (EU).
- *Sim* (VÁRIOS).
- *Mas essa não tinha a letra para vocês acompanharem* (EU).
- *Mas é engraçada* (MULHER-MARAVILHA).
- *E o senhor cantando dá para entender* (WANDA).

Os alunos afirmaram ter gostado da canção. Quando questionados pela ausência da letra (não mostrada no *slide*), Wanda disse que dá para entender, mesmo assim. Já Mulher-Maravilha fala como se não importasse a letra, já que a canção, para

¹⁵⁶ Disponível em: https://youtu.be/OW_EaD9g5HI. Acesso em: 10 out. 2022. De minha autoria.

ela, é engraçada. Isso se deve ao fato de que, na parte que cantei a sílaba “le” por 15 (quinze) vezes, os alunos riram e, alguns tentavam imitar, fazendo com que os colegas dessem mais risadas. Aproveitei e sugeri que cantassem junto comigo, mas em velocidades diferentes: iniciei mais vagorosamente e fui acelerando. Eles, rindo, também foram acompanhando até “embolar a língua”.

Conforme Schafer (2011), essa repetição contínua elimina o significado da palavra, deixando somente a sonoridade. Em sendo assim, os alunos, nessa parte da canção, não pareceram dar importância à letra. Foi o aspecto musical que os envolveu.

- Acerca da apresentação da canção “Cubo”¹⁵⁷, do canal “Eu canto Matemática”, do *YouTube*, cuja letra foi disponibilizada ao grupo (Apêndice G):

O grupo foi convidado a acompanhar a canção, enquanto eu cantei tocando um violão de cordas de *nylon*. Após cantar uma primeira vez toda a canção, sugeri que uma parte (metade) do grupo cantasse a segunda estrofe (após o refrão) e, posteriormente, a outra parte também cantasse. Em seguida, eu cantei a terceira estrofe e a primeira metade do grupo cantou a quarta estrofe. Repeti a terceira estrofe para que a outra metade cantasse também a última estrofe.

De uma forma geral, todos participaram, formando um coro praticamente uníssono, ainda que as singularidades dos cantos individuais pudessem ser percebidas. Mesmo que não tenha sido sugerido por mim, alguns dos alunos aproveitaram para bater os pés como fazendo uma “marcação do ritmo”, enquanto outros batiam com as mãos nas suas carteiras escolares, performando “percussivamente” durante todo o canto. Também eram perceptíveis alguns movimentos corporais em insinuação de dança, embora todos permanecessem sentados. Com relação a esse quase dançar, Jourdain (1998, p. 409) afirma:

Parece que usamos nossas musculaturas para representar a música através de movimentos físicos, grandes e pequenos. Num extremo, pulamos para cima e para baixo, com uma batida pulsante. Em outro, ficamos imóveis, mas somos torturados por antecipações de movimentos, experimentando um ímpeto em direção a atos que, na verdade, não iniciamos.

Já Sacks (2007, p. 253) diz que “ouvir música ou imaginá-la, mesmo sem

¹⁵⁷ Disponível em: <https://youtu.be/2Bqm26IAIho>. Acesso em: 10 out. 2022. De minha autoria.

nenhum movimento flagrante ou sem acompanhar o ritmo, também ativa o córtex motor e sistemas motores subcorticais. Portanto, imaginar música ou ritmo pode ser neuralmente tão potente quanto ouvi-los de verdade”.

Como ocorreu na canção “Retângulo”, enquanto eu tocava e cantava, vários alunos passaram a batucar nas suas carteiras com a mesma ênfase e animação. Além de já terem atuado dessa forma, e possivelmente se sentindo autorizados para novas repetições, o fato de já terem um maior domínio da canção (apresentada várias vezes) pode ter contribuído para se sentirem mais à vontade e integrados.

Após todos os diálogos, comportamentos e observações presentes nos GDC e aqui comentados, segue um apanhado mais sintético das revelações que ocorreram acerca dos aspectos musicais das canções apresentadas (Quadro 30).

Quadro 30 – Revelações acerca dos aspectos musicais das CM

1	Os aspectos musicais conferem à canção um poder atrativo que, às vezes, dispensam a mensagem da letra.
2	A presença de instrumentos musicais durante a apresentação de canções despertou previamente o interesse dos alunos pela atividade.
3	A presença de instrumentos musicais durante a apresentação de canções despertou o interesse dos alunos em tocá-los, mesmo sem saberem.
4	A presença de instrumentos musicais durante a apresentação de canções despertou o interesse dos alunos em saberem seus nomes e usos.
5	Segundo os alunos, se a música agrada a eles, poderão aprender com a canção.
6	Os alunos afirmaram que a canção ajuda a gravar, considerando isso uma vantagem de aprender com o seu auxílio.
7	Os alunos consideraram que se a música não agrada, ela não ajudará na aprendizagem.
8	Os alunos apontaram a presença de paródias como uma possibilidade para uma boa aprendizagem.
9	Os alunos não restringiram a presença de paródias como único tipo de canção com possibilidade de propiciar uma boa aprendizagem.
10	Frequentemente, os alunos acompanharam as apresentações das canções batucando em suas carteiras e/ou utilizando o próprio corpo (mãos, pés etc.).
11	Frequentemente, os alunos acompanharam as apresentações das canções realizando movimentos que insinuavam danças, mesmo estando sentados em suas carteiras.
12	Frequentemente, alguns alunos acompanharam as apresentações das canções dançando pela sala.
13	Frequentemente, alguns alunos acompanharam as apresentações das canções cantando (seja com acesso à letra ou não).
14	Quando os alunos puderam acompanhar as canções tocando instrumentos musicais, demonstraram mais animação do que sem tocá-los.
15	Quando os alunos puderam acompanhar as canções tocando instrumentos

	musicais, pareceram não atentar tanto ao que diziam as letras.
16	Quando as apresentações foram ao vivo, os alunos pareceram mais envolvidos, atraídos, mais ativamente musicais.
17	Segundo os alunos, algumas das canções apresentadas ao vivo pareceram lembrar outras do conhecimento deles.
18	A canções cujas melodias apresentaram pouca ou nenhuma variação não despertaram interesse nos alunos.
19	A canções cujas melodias apresentaram pouca ou nenhuma variação foram consideradas infantis, chatas ou “para dormir”.
20	A canções cujos andamentos eram do tipo lento foram consideradas infantis, chatas ou “para dormir”.
21	A canções cujas vozes que cantavam eram infantilizadas não causaram atração nos alunos.
22	Após a apresentação de algumas canções, alguns alunos permaneceram repetindo trechos da canção, sem necessariamente se preocuparem com o que era dito.
23	Os aspectos musicais de algumas canções pareceram atrair os alunos, ainda que o idioma não tenha sido o português usado no Brasil.
24	O fato de o aluno reconhecer a origem da canção não pareceu definir a sua atração por ela.
25	As canções apresentadas com defeitos em sua gravação ou em volume inaudível não atraíram os alunos (mesmo com acesso às letras).
26	A possibilidade de usarem instrumentos percussivos que já tinham sido tocados por eles em encontros anteriores pareceu despertar maior interesse para participarem das atividades.
27	Os alunos indicaram que as apresentações ao vivo propiciaram melhores condições de entendimento das letras das canções.
28	A repetição de uma mesma canção nas apresentações ao vivo permitiu um maior envolvimento dos alunos.
29	A repetição de uma mesma canção nas apresentações ao vivo permitiu uma maior aproximação com os conteúdos nela abordados.

Fonte: Elaboração própria (2023).

5.5 OS ELEMENTOS LINGUÍSTICOS DA CM: PALAVRAS AO VENTO?

Nos entrecruzamentos de registros semióticos diversos, guiados pela neófito Canção Matemática, a língua não cessava de se apresentar e, às vezes, quase de forma insurgente contra o veludo musical que permanentemente a circundava. Por não calar, ela nos chamou a atenção e ganhou espaço na busca por descobrir que ganha esse “jogo”.

- Parte da letra da canção “O quadrado”¹⁵⁸ está reproduzida a seguir:

EU SOU O QUADRADO
BONITO DEMAIS
TENHO 4 LADOS
SÃO TODOS IGUAIS

EU SOU O RETÂNGULO
CRESCI MAIS DE UM LADO
PARA VER SE GANHO
PONTOS AO QUADRADO

EU CÁ SOU O CÍRCULO
SOU IGUAL À LUA
SOU O MAIS BONITO
CÁ DA MINHA RUA

Após a apresentação da canção, cuja letra não foi disponibilizada ao grupo, surgiram os seguintes diálogos:

- *É de Portugal* (HULK)
 - *Percebeu, foi?* (EU).
 - *É diferente da gente, mesmo sendo português* (HULK).
- [Alguns alunos continuaram a cantar, mesmo após o término da escuta].
- *E como você percebeu a diferença, Hulk?* (WANDA).

Primeiramente, é relevante destacar que Hulk conseguiu identificar uma outra língua presente na canção, que não a sua língua materna (MACHADO, 2011). No entanto, ao tentar reproduzir a canção, em resposta a Wanda, Hulk passou a cantar

¹⁵⁸ Disponível em: <https://youtu.be/NISIn5p32Pc>. Acesso em: 10 out. 2022.

com um sotaque próximo ao que escutou, demonstrando que não possuía o domínio da oralidade daquela língua. Ora, se os aspectos linguísticos apresentados por Hulk (oralmente) não condiziam com os que estavam originalmente presentes na canção apresentada, temos então uma outra canção, ainda que ambas conduzidas por uma mesma melodia. Se a partir de uma canção ocorre a substituição da sua letra ou da sua melodia, o que surgirá será uma outra canção (NEGREIROS, 2011).

No trecho “bonito demais”, a sonoridade de “demais” é “dimais”. Já em outro trecho, a frase “eu cá sou o círculo” está num formato que não é usual no Brasil, seja na escrita ou na fala. Apesar de Hulk não ter especificado em qual momento ele percebeu a diferença, é provável que esses dois momentos sejam marcantes para a sua constatação. Também, um possível contato anterior com a forma de falar e/ou cantar em Portugal pode ter contribuído para a conclusão de Hulk.

Seja pela descoberta de Hulk como também pela pergunta de Wanda, a presença de características linguísticas do português falado em Portugal na canção não pareceu representar dificuldade de compreensão do que estava sendo cantado.

- Parte da letra da canção “Aprenda as formas geométricas”¹⁵⁹, do canal infantil “Os Amiguinhos”, do *YouTube*, está reproduzida a seguir:

MEU NOME É QUADRADO
ESTOU EM TODO LUGAR
EU POSSUO 4 LADOS
1, 2, 3, 4

EU SOU O RETÂNGULO
ESTOU SEMPRE POR AÍ
TENHO 4 LADOS, SIM
DOIS PEQUENOS
DOIS GRANDÕES

Após a apresentação da canção, cuja letra não foi disponibilizada ao grupo, perguntei se tinha alguma informação sobre o quadrado. Capitão América adiantou-se: “*Que possui quatro lados.*” Na sua resposta, chama a atenção o fato dele priorizar uma das propriedades do quadrado, que é a de possuir quatro lados, ao invés de comentar sobre a suposta presença dele, o quadrado, em todo lugar. É possível que

¹⁵⁹ Disponível em: <https://youtu.be/hsV7A6T0PJU>. Acesso em: 10 out. 2022.

isso de deva ao fato de o aluno acreditar que o “mais importante” não seja a relação dessa forma geométrica com a nossa realidade, mas sim a de dizer o que é aquilo.

As informações obtidas não deixam claro o porquê da escolha de Capitão América. Claro que ele pode apenas ter dito o que lhe chegou à mente, de forma mais imediata. De qualquer modo, há que se ter atenção, nas práticas educativas, para que não sejam priorizados os conteúdos factuais e conceituais (ZABALA, 1998), os quais são sim muito importantes, mas não de forma isolada dos outros tipos. No caso em questão, é óbvia a importância de o aluno saber que um quadrado possui quatro lados, mas não somente.

A letra dessa canção, ainda que de forma breve, faz alusão tanto às propriedades do quadrado quanto ao fato dessa forma geométrica estar presente no nosso cotidiano. E, assim, o fato de o aluno responder baseado no que pode ouvir demonstra a importância da letra em uma canção voltada para o ensino e a aprendizagem de Matemática.

- Parte da letra da canção “A música das formas geométricas”¹⁶⁰, do canal infantil “Casa TeeHee” do *YouTube*, está reproduzida a seguir:

PEGUE TRÊS LADOS IGUAIS
O QUE ELES FORMAM?
TRIÂNGULO TEM TRÊS LADOS
COMO A FATIA DESSE BOLO

Após a apresentação da canção, cuja letra não foi disponibilizada ao grupo, surgiram os seguintes diálogos:

- *Triângulo tem que ter três lados iguais?* (HULK).
- *Na canção disse para pegar três lados iguais e pergunta o que eles formam* (EU).
- *Triângulo não tem três lados iguais* (HULK).
- *Depende* (MULHER-MARAVILHA).
- *Aqui, a base é menor* [Fazendo um desenho no ar com o dedo]. *São diferentes* (CAPITÃO AMÉRICA).

Parte da letra da canção chamou a atenção de Hulk. Ele questionou a necessidade de se terem três lados iguais para formar um triângulo e, depois, afirmou que triângulo não tem três lados iguais. No entanto, a letra da canção não apresenta

¹⁶⁰ Disponível em: <https://youtu.be/HcPMoOu1tSw>. Acesso em: 10 out. 2022.

essa condição de existência para um triângulo. Nela há um comando para que se peguem três lados iguais e, então, questiona o que eles formam, concluindo pelo triângulo. É Hulk quem deduz, interpreta que, a partir do que escutou, estaria se impondo a condição do triângulo “ter que ter” três lados iguais.

É notório que, nessa situação, a letra da canção foi importante para o diálogo ocorrido. Ela, a letra, não passou despercebida, nem pareceu “neutralizada” pela melodia da canção (ROSSI, 2003). Por outro lado, ainda que a letra da canção não tenha afirmado que todos os triângulos devem possuir seus três lados iguais, o fato de só ter apresentado uma das possibilidades de construção dessa figura geométrica contribuiu para o estranhamento do aluno. Isso sugere um cuidado maior na elaboração do texto de uma Canção Matemática que, por nem sempre “dar conta” de todo um conteúdo, necessita de um responsável acompanhamento pelo professor quando da sua utilização.

- Parte da letra da canção “Música das formas geométricas”¹⁶¹, do canal infantil “Árvore do Brasil” do *YouTube*, está reproduzida a seguir:

CÍRCULO, QUADRADO
RETÂNGULO
CÍRCULO, QUADRADO
RETÂNGULO
CÍRCULO, QUADRADO
RETÂNGULO
CÍRCULO, QUADRADO
RETÂNGULO

LOSANGO, OVAL
TRIÂNGULO
LOSANGO, OVAL
TRIÂNGULO
LOSANGO, OVAL
TRIÂNGULO
LOSANGO, OVAL
TRIÂNGULO

Enquanto a canção era tocada, Demolidor permaneceu dançando e ficou como a dublar, no refrão. O fato de não ter acesso à letra da canção e de estar dançando desde o início da sua execução demonstra que Demolidor não pareceu se importar tanto pelo que seria dito, haja vista que a canção tem um momento introdutório apenas

¹⁶¹ Disponível em: <https://youtu.be/r0hy8BzSY04>. Acesso em: 10 out. 2022.

musical. A letra já estava em segundo plano. Por outro lado, Demolidor passou a dublar logo após escutar os primeiros versos, ou seja, a letra passou a importar. Ela passou a ser elemento essencial para a performance do aluno. Possivelmente, por possuir versos curtos e repetidos, a letra da canção favoreceu esse acompanhamento, ainda que não relacionado aos conteúdos matemáticos presentes nela.

Após a apresentação da canção, cuja letra não foi disponibilizada ao grupo, surgiram os seguintes diálogos:

- O que é “tângulo”? (BATMAN).
- [Risos].
- Fala retângulo. Talvez você não esteja escutando o início da palavra e esteja entendendo “é tângulo” (EU).
- Ah, é (BATMAN).
- Mas dá pra entender (MULHER-MARAVILHA).

A pergunta de Batman não se relaciona com a letra da canção no formato escrito, mas durante a escuta. Possivelmente pela forma cantada, na qual se dá uma pausa entre as partes da palavra “retângulo”. A sílaba “re” é prolongada até a chegada de um canto mais enfático em “tângulo”. O fato de não ter acesso à letra da canção parece ter contribuído para essa dúvida de Batman. Ou seja, a letra foi considerada durante a execução da canção. Sua presença no formato escrito poderia dirimir a dúvida do aluno, e revela o cuidado a se ter durante o cantar de uma Canção Matemática face as possibilidades de obstáculos gerados, como no caso aqui relatado.

- Parte da letra da canção “*La canción de las figuras geométricas*”¹⁶², do canal infantil “*Lunacreciente*” do *YouTube*, está reproduzida a seguir:

SOY EL CUADRADO
TENGO 4 LADOS
UNO, DOS, TRES, CUATRO
TODOS IGUALES
HAY MUCHAS COSAS
QUE TIENE EN UN CUADRADO
MIRA AL REDEDOR
Y JÁ VERAS

SOY EL RECTÁNGULO
TENGO 4 LADOS
DOS SON MUY GRANDES
DOS SON PEQUEÑOS

¹⁶² Disponível em: <https://youtu.be/65wZuz-8u-k>. Acesso em: 10 out. 2022.

HAY MUCHAS COSAS
QUE TIENE EN UN RECTÁNGULO
MIRA AL REDEDOR
Y JÁ VERAS

Após a apresentação da canção, ainda sem o grupo ter acesso à letra, surgiram os seguintes diálogos:

- Tá em espanhol (HULK).
- Exato. Estão sabendo muito... Identificando o português de Portugal, o espanhol... (EU).
- Dá pra entender tudo (MULHER-MARAVILHA).

Hulk mais uma vez conseguiu identificar o idioma presente na canção. Não era a sua língua materna (MACHADO, 2011). E, inclusive, isso não pareceu ser um dificultador para o entendimento de alguns alunos, como foi o caso de Mulher-Maravilha. É bem verdade que o espanhol está relativamente presente em nossa cultura, haja vista o predomínio existente no continente sul-americano. E por apresentar palavras que mesmo faladas, cantadas parecem similar às da nossa língua, desperta o interesse de quem dele se aproxima, ainda que isso não garanta um total domínio das mensagens veiculadas. Por outro lado, em outros idiomas, as compreensões podem restar prejudicadas. Ao menos aqueles em que não há o domínio por partes dos alunos que entrarão em contato com a canção.

A letra, mais uma vez, importou. Foi considerada durante a apresentação da canção. Quando chegou na parte da letra que tratava de quadrado e retângulo, destacada no *slide*, vários alunos passaram a cantar.

- Com a letra dá para entender e aprender melhor? (EU).
- Sim. (VÁRIOS).
- Sem a letra complica mais porque é em espanhol (HULK).
- Se for uma criança de seis anos, ela não vai entender quase nada. Mas, de qualquer forma, com a letra é melhor (MULHER-MARAVILHA).
- É isso que eu iria falar. Imagine uma criança de seis anos... não entende direito o português, imagine o espanhol... (CAPITÁ MARVEL).
- Vocês estão achando que para ensinar crianças que falam o português, essa não seria interessante... É isso? (EU).
- É muito mais difícil para ela aprender (MULHER-MARAVILHA).
- Então, em outra língua dificulta, não é? (EU).
- Sim (VÁRIOS).

Hulk, ainda que tenha identificado que a canção “estava em espanhol”, declarou que sem a posse da letra da canção a compreensão do que é dito fica prejudicada, pelo fato de não estar na língua materna (MACHADO, 2011). Por outro

lado, Mulher-Maravilha acredita que, apesar dela e dos colegas terem condições de compreender o que é dito, sem estarem de posse da letra, e ainda que esteja em espanhol, uma criança mais nova já não conseguiria tão bem. Nesse caso, seria importante a presença, o acesso à letra da canção – entendimento similar ao de Capitã Marvel.

Os alunos dão importância para o acesso à letra de uma canção, quando há nela a condição de facilitar o aprendizado, ainda que o mais indicado seja uma letra que esteja, no nosso caso, em português.

- Parte da letra da canção “As formas geométricas”¹⁶³, do canal infantil “Gugu DadaTv” do *YouTube*, está reproduzida a seguir:

EU SOU UM QUADRADO
TENHO 4 LADOS
OS LADOS SÃO TODOS IGUAIS
CONTE COMIGO SE FOR CAPAZ

EU SOU UM RETÂNGULO
TAMBÉM TENHO 4 LADOS
PORÉM SOU DIFERENTE
CONTE COMIGO SE FOR INTELIGENTE

Logo que iniciou a canção, a maioria dos alunos acompanhou cantando, aproveitando parte da letra que tratava de quadrado e retângulo e que destacada no *slide*. A letra da canção, mais uma vez, foi considerada durante a execução da canção. No caso em debate, o acesso a ela parece ter contribuído para um acompanhamento mais integrado por parte dos alunos. Após a apresentação da canção, Wanda comentou: “*Não fala quantos vértices tem.*” Mais uma vez, fica comprovada a atenção voltada à letra de uma canção. Wanda identificou a ausência da quantidade de um dos elementos presentes no quadrado, que é o vértice, como se assim não fosse possível, com essa canção, dizer tudo que é necessário para definir o vem a ser o quadrado.

Outra vez cabe destacar a limitação da letra de uma canção, no sentido de contemplar todos os aspectos de determinado conteúdo, e, por isso, o cuidado tanto na elaboração do texto de uma Canção Matemática quanto na condução da prática de ensino e aprendizagem com a presença desse tipo de canção.

¹⁶³ Disponível em: <https://youtu.be/0kkyR9Q2rwE>. Acesso em: 10 out. 2022.

- Parte da letra da canção “Cada coisa tem seu formato”¹⁶⁴, do canal infantil “Mundo Bitá” do *YouTube*, está reproduzida a seguir:

ME RESPONDA QUAL É O DESENHO DA JANELA DO SOBRADO
REFLETINDO BEM
ME FAZ PENSAR EM UMA DAS FACES DO DADO
4 LADOS IGUAZINHOS
PRESTE ATENÇÃO FIQUE ANTENADO
MAS É CLARO QUE ESSA FIGURA
SÓ PODE SER UM QUADRADO

Logo no início da canção, Mulher-Maravilha comentou: “*Professor, só por ser Mundo Bitá, eu já gostei.*” Ao que Demolidor replicou: “*Nem começou, ainda*”. Para Mulher-Maravilha, pareceu pouco importar o que continha a letra da canção. Isso, não necessariamente acerca das questões musicais, mas pelo que foi dito, pela familiaridade com o canal do *YouTube* de onde a canção foi selecionada.

- Parte da letra da canção “Aprendendo o retângulo”¹⁶⁵, disponível no *YouTube*, está reproduzida a seguir:

QUEM QUISER ME CONHECER
OLHE PARA O SEU COLCHÃO
VOCÊ TAMBÉM PODE ME VER
NA CARROCERIA DO CAMINHÃO

SOU O RETÂNGULO
RETÂNGULO EU SOU

Após a apresentação da canção, cuja letra foi disponibilizada ao grupo, como aqui transcrita, surgiram os seguintes diálogos:

- *Como saber o que é um retângulo, pelo que diz a canção?* (EU).
- *O colchão não é retângulo. Ele tem mais lados. Já no caminhão, o lado dele pode ser um retângulo, sim* (MULHER-MARAVILHA).
- *E o fundo? Acho que não é* (HULK).
- *Pode ser um quadrado também. A música não fala que pode. E também nem diz que tem quatro lados* (MULHER-MARAVILHA).

¹⁶⁴ Disponível em: <https://youtu.be/qAvTDWtxEgU>. Acesso em: 10 out. 2022.

¹⁶⁵ Disponível em: https://youtu.be/c-_axNqBMSY. Acesso em: 10 out. 2022.

Discorrendo sobre o que tinha na letra da canção, Mulher-Maravilha relacionou o retângulo como sendo o colchão, como se na canção isso tivesse sido afirmado. Não, a letra não diz isso. Na letra consta, como sugestão, “olhar para o seu colchão” a fim de ver o retângulo, mas não necessariamente afirmando que o colchão é um retângulo. É claro que a conclusão de Mulher-Maravilha não chega a ser estranha, haja vista que a letra induz o reconhecimento do retângulo, por semelhança de formas, no colchão.

Numa outra observação, apesar da letra da canção não apresentar a quantidade de lados de um retângulo, Mulher-Maravilha afirmou que ele possui quatro lados. Como no caso anterior, quando uma aluna destacou que a canção não dizia a quantidade de vértices de um quadrado (que são quatro), nesse exemplo em discussão a aluna, Mulher-Maravilha, pontuou que a letra da canção não diz se o retângulo possui quatro lados, o que seria, inclusive, um ponto dificultador para entender que no fundo do caminhão tem, realmente, um retângulo. Aliás, a aluna também destacou que na letra da canção não tem a informação de que o fundo de um caminhão teria um quadrado, possibilidade levantada por ela.

Essas falas indicam, como em outros exemplos, a importância da letra de uma Canção Matemática, a sua limitação, o cuidado que se deve ter quando da criação de uma dessas canções e, também, do professor, durante a sua atuação didática.

- Parte da letra da canção “Retângulo”¹⁶⁶, do canal “Eu canto Matemática”, do *YouTube*, está reproduzida a seguir:

O QUE ELE É, MAS O QUE ELE É? O QUE SERÁ QUE ELE É?
 TÁ LÁ NA PORTA DA SALA
 TAMBÉM TÁ LÁ NA PORTA DO BUZU
 ELE TÁ NA TELA DA SUA TV
 SE LIGUE, ABRA O OLHO QUE VOCÊ VAI VER

ELE PARECE UM QUADRADO
 MAS SÓ QUE ESTICADO
 TEM 4 ÂNGULOS RETOS E TAMBÉM 4 LADOS
 É QUADRILÁTERO, É
 ELE É UM PARALELOGRAMO
 POR ISSO TE CHAMO
 DEITADO OU EM PÉ
 O QUE É, O QUE ELE É?

¹⁶⁶ Disponível em: <https://youtu.be/ftC54m0yWn4>. Acesso em: 10 out. 2022. Canção de minha autoria.

Os alunos reclamaram que não conseguiam ouvir. Mesmo no volume máximo. Isso pode ter a ver com a comparação com os áudios das canções anteriores. Somente um aluno estava cantando, acompanhando a canção. Esse fato parece demonstrar que, ainda que se tenha a posse da letra de uma canção, ela pouco vai importar caso esteja desconectada com os aspectos musicais dessa mesma canção.

Após a apresentação da canção, cuja letra foi disponibilizada ao grupo, como aqui transcrita, surgiram os seguintes diálogos:

- Como a letra tá disponível, com um pouco de esforço até dá para acompanhar. Mas, sem a letra, parece que fica bem difícil (EU).
- É (VÁRIOS).
- Ele parece um quadrado [lendo, sem cantar] (DEMOLIDOR).

Como comentado anteriormente, a letra estava desconectada dos aspectos musicais da canção, o que levou Demolidor a apresentar a entoação da fala (TATIT, 2016) sem a presença da melodia não prosódica (TATIT, 2019). De qualquer maneira, há que se destacar que, ainda assim, alguma informação foi colhida pelo aluno, haja vista ter falado parte da letra, após ter tido acesso a ela, o que poderia não ter ocorrido se estivesse apenas dependente da qualidade sonora da execução.

- Toda a letra da canção “Cubo”¹⁶⁷, do canal “Eu canto Matemática”, do *YouTube*, está reproduzida a seguir:

TUDO LADO, TUDO LADO
TUDO LADO TEM QUADRADO
TUDO LADO, TUDO LADO TEM QUADRADO
TUDO LADO, TUDO LADO TEM QUADRADO

PEGUE O DADO, VAMOS LÁ JOGAR
BOTE O CUBO PARA SE VIRAR
TUDO LADO TEM QUADRADO
NÃO IMPORTA O QUE VAI DAR

JOGA, JOGA, JOGA
JOGA, JOGA, JOGA
JOGA, JOGO O DADO
QUERO VER O LADO
O LADO QUE VAI DAR

JOGA, JOGA, JOGA

¹⁶⁷ Disponível em: <https://youtu.be/2Bqm26IAIho>. Acesso em: 10 out. 2022. De minha autoria.

JOGA, JOGA, JOGA
 JOGA, JOGA O CUBO
 QUERO VER É TUDO
 O QUE PODE DAR

Após cantarmos juntos a canção, coloquei no chão da sala (no centro, estando os estudantes em disposição semicircular): um dado clássico translúcido, em acrílico, de arestas que medem 4,5cm; um cubo mágico; e um dado translúcido¹⁶⁸ de 10 faces, tipo RPG (Foto 21).

Foto 21 – Dado D10 (RPG)



Fonte: https://produto.mercadolivre.com.br/MLB-1743153755-dado-d10-rpg-2-_JM#position=5&search_layout=grid&type=item&tracking_id=1753ebac-7977-4445-8440-1602db71562d. Acesso em: 13 dez. 2022.

Em seguida, convidei os estudantes para realizarem algumas ações presentes na letra da canção. Inicialmente, cantei “pegue o dado, vamos lá jogar”, dando uma pausa. Então, em seguida, o aluno Batman perguntou:

- *Posso ir?* (BATMAN).
- *Sim* (EU).
- [Batman foi e pegou o dado clássico].
- *É para jogar* (WANDA).
- *Tem que jogar?* (BATMAN).
- *Você que decide* (EU).
- *A música fala pra jogar* (MULHER-MARAVILHA).
- [Batman, então, joga o dado próximo ao chão].
- *Posso ir, agora?* (WANDA).
- *Sim* (EU).

Nesse caso, ainda que induzidos a realizarem algumas ações presentes na canção, Batman não ficou tão certo de qual ação se tratava. Já Wanda concluiu que era para jogar o dado, enquanto Mulher-Maravilha deixou claro que sua conclusão se baseava na letra da canção.

¹⁶⁸ Figura 22 e Foto 19, respectivamente, apresentadas anteriormente neste trabalho.

Cantei “bote o cubo para se virar”. Batman foi e pegou o cubo mágico, permanecendo na mão, sem manipulá-lo. Mais uma vez, ele não ficou tão certo de qual ação se tratava. Cantei “pegue o dado, vamos lá jogar”. Demolidor pegou o dado clássico e lançou um pouco mais distante que Batman. A letra da canção “apenas” diz que é para pegar o dado e jogar, sem fazer referência à intensidade de lançamento ou sua distância. Nesse sentido, pela ausência de informação, cada aluno tomou a própria decisão.

Cantei, outra vez, “pegue o dado, vamos lá jogar”. Wanda pegou o dado clássico, segurou-o na mão, retornou para a carteira escolar e se justificou:

- *Vamos lá. Não é para jogar aqui* (WANDA).
- *E o local onde você está é lá?* (EU).
- *Eu tô indo lá. Tava indo* (WANDA).
- *Lá é longe. Aí onde está é perto* (MULHER-MARAVILHA).

Também apoiada no que estava na letra da canção, Wanda concluiu que não deveria jogar o dado no ponto em que o pegou, fazendo referência ao advérbio de lugar “lá”. Assim, deveria jogar o dado em um local mais distante. Apesar disso, Mulher-Maravilha entendeu que, mesmo assim, ele não estaria tão distante.

Cabe aqui chamar a atenção para o fato de que é comum utilizarmos a expressão “Vamos lá” de uma forma metaforizada, na qual ocorre uma alteração dos seus elementos. Originalmente, o advérbio “lá” faz referência a lugar. No entanto, como utilizado na canção, de autoria deste pesquisador, há um deslocamento na expressividade e na intenção, o que gera o fortalecimento de um novo sentido em detrimento dos anteriores. Mas aqui importa frisar que esse não foi o entendimento dos alunos. Em sendo assim, passei a considerar o sentido dado pelos alunos, num movimento de intersubjetificação (TEIXEIRA, 2011).

Após Wanda recolocar o dado no chão, cantei “bote o cubo para se virar”. Demolidor pegou o cubo mágico e o girou, por inteiro (sem modificar o arranjo inicial). Após Demolidor recolocar o cubo no chão, cantei outra vez “bote o cubo para se virar”. Mulher-Maravilha pegou o cubo mágico, colocou sobre a caixa amplificadora que estava na sala e deu uma volta, girando o corpo no próprio eixo. Os colegas riram, mas pareceram compreender a relação com a letra da canção, haja vista que Mulher-Maravilha logo complementou dizendo: “Bote o cubo... Eu botei, para poder me virar”.

Nesse momento, Homem-Aranha solicitou: *“Eu também quero ir nessa parte.”* Então, autorizei, cantando: bote o cubo para se virar. Homem-Aranha pegou o cubo mágico e ficou rotacionando os seus “andares”, modificando o arranjo inicial.

- *E isso é girar o cubo ou os cubos?* (EU).
 - *O cubo* (HOMEM-ARANHA).
 - *Cante a outra parte, de novo* (HOMEM DE FERRO).
 - *Pegue o dado, vamos lá jogar* (EU).
- [Homem de Ferro pegou o D10 e jogou pelo chão].

Esses três comportamentos relacionados a como virar o cubo (girar o cubo mágico por inteiro; botar o cubo sobre a caixa amplificadora e dar um giro em torno do eixo do próprio corpo; e girar um dos andares do cubo mágico), baseado no trecho da canção “bote o cubo para se virar”, comprova, mais uma vez, como a nossa língua materna é dinâmica e polissêmica, criando, muitas vezes, dificuldades para a elaboração de um texto denotativo e com importantes implicações.

Mais uma vez ocorrem as constatações de que o aspecto linguístico da canção foi considerado; das dificuldades existentes para que uma determinada mensagem atinja a todos; do cuidado na criação desse tipo de canção; e da atenção necessária durante a condução didática.

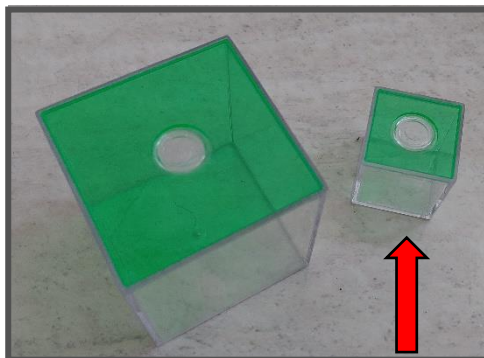
- Posteriormente aos diálogos anteriores, acrescentei um outro cubo mágico (Foto 22), diferente do primeiro, e um cubo (pequeno) de acrílico de 2cm de arestas (Foto 23).

Foto 22 – Cubo Mágico Convexo



Fonte: https://produto.mercadolivre.com.br/MLB-3081413294-cubo-magico-3x3x3-qj-pillow-arredondado-_JM#position=24&search_layout=stack&type=item&tracking_id=457016fd-f34e-4f33-8583-a7561f308ec5. Acesso em: 13 dez. 2022.

Foto 23 – Cubo Pequeno de Acrílico



Fonte: Acervo pessoal do autor. Foto tirada em: 14 nov. 2022.

Em seguida, cantei “bote o cubo para se virar”. Demolidor pegou o novo cubo mágico e girou na mão. Mais uma vez, baseado na pluralidade possível de interpretação da letra da canção (e, possivelmente, por influência da atuação de outros colegas, anteriormente), o aluno escolheu como “botar para girar”.

Perguntei: botou o cubo para se virar? Ao que Demolidor pegou o novo cubo mágico e girou os “andares”, mudando a configuração inicial, como a mostrar que botou sim o cubo para se virar. Provocado, o aluno atuou dando uma outra interpretação para “se virar”, agora diferente da sua primeira participação. Então, questionei: e é um cubo? Mulher-Maravilha imediatamente respondeu: “*É um cubo mágico.*” Ela respondeu como se não fosse o correto a fazer, possivelmente pelo fato de a letra da canção não apresentar o termo “cubo mágico”.

Homem-Aranha solicitou: “*Deixa eu ir.*” Respondi: bote o cubo para se virar. Homem-Aranha pegou o cubo pequeno de acrílico e o girou na palma da mão, como que atento à observação feita por Mulher-Maravilha.

- *Por que você não pegou o cubo mágico?* (EU).
- *Eu acho que não é cubo como o outro* (HOMEM-ARANHA).
- *O outro cubo mágico?* (EU).
- *É*¹⁶⁹ (HOMEM-ARANHA).

Dessa vez, apesar de escolher o cubo em acrílico, Homem-Aranha não descartou considerar o outro cubo mágico, ao contrário da afirmação anterior de Mulher-Maravilha. O fato de a letra da canção ter a palavra “cubo” parece legitimar a ação do aluno.

¹⁶⁹ O outro cubo sinalizado por Homem-Aranha é o da Figura 22.

- A seguir, eu executei com o bandolim a canção “Paralelepípedo”¹⁷⁰, do canal “Eu canto Matemática”, do *Youtube*, e cuja letra a seguir não foi disponibilizada para eles:

PARA APRENDER PARA ENSINAR
PARA TUDO AGORA TEM QUE RESPIRAR

PARA LE (15) PÍPEDO PARALELEPÍPEDO

CAIXA DE SAPATO, DA TV
DO PS4, DA FRALDA DO BÊBÊ

CAIXA DE CHOCOLATE, O COLCHÃO DE SUA CAMA
CAIXOTE DE TOMATE, UM LIVRO BEM BACANA

Na parte que cantei “le” por 15 (quinze) vezes, os alunos sorriram e alguns tentavam imitar, fazendo com que os colegas dessem mais risadas. Aproveitei e sugeri que cantassem junto comigo, mas em velocidades diferentes. Iniciei mais vagorosamente e fui acelerando. Eles, sorrindo, também foram acompanhando até “embolar a língua”. Nesse momento de repetição contínua, parecia que os alunos pouco se importavam com o significado da palavra cantada. E, ainda que se importassem, muito provavelmente ele estaria “perdido”, já que, nessa repetição o que permaneceu foi a pura sonoridade (SCHAFER, 2011).

Depois, sugeri que completassem os versos das próximas estrofes, após eu cantar. Surgiram, então, os seguintes diálogos:

- *A caixa do PS4 é um cubo?* (EU).
- *Não* (VÁRIOS).
- *Vocês responderam isso por causa da canção?* (EU).
- *Não. Ela parece um colchão que a gente dorme, como na outra música, também. Não é como o dado que a gente mais conhece, como aquele azul [o dado clássico de acrílico]* (MULHER-MARAVILHA).

Aqui, Mulher-Maravilha relacionou a letra dessa canção com a letra de “Aprendendo o retângulo”, comprovando a importância da letra nesse tipo de canção.

Após todos os diálogos, comportamentos e observações presentes nos GDC e aqui comentados, segue um apanhado mais sintético das revelações que ocorreram acerca dos aspectos linguísticos das canções apresentadas (Quadro 31).

¹⁷⁰ Disponível em: https://youtu.be/OW_EaD9g5HI. Acesso em: 10 out. 2022. De minha autoria.

Quadro 31 – Revelações acerca dos aspectos linguísticos das CM

1	Mesmo sem que os alunos tivessem acesso à letra da canção, eles não tiveram dificuldades para entender o que se dizia quando o português utilizado foi o falado em Portugal.
2	Alguns alunos identificaram facilmente os idiomas em que as canções eram cantadas, quando eles eram o espanhol, o português falado no Brasil e o falado em Portugal.
3	Os alunos conseguiram identificar nas canções, mesmo sem acesso às letras, informações acerca de conteúdos matemáticos.
4	Ao buscar identificar as informações acerca de conteúdos matemáticos, os alunos priorizaram aquelas que parecem já ser do seu conhecimento, especificamente as relacionadas às propriedades.
5	Os alunos conseguiram questionar algumas informações constantes nas letras (mesmo só pela audição) quando elas não apresentaram exemplos claros dos objetos matemáticos abordados.
6	Nem sempre as letras das canções conseguiram tratar todo o conteúdo abordado, sejam definições, propriedades etc.
7	Na maioria das vezes, as informações das letras das canções não foram desconsideradas pelos alunos (mesmo só pela audição).
8	Quando os versos eram curtos e repetitivos, as letras eram mais facilmente decoradas pelos alunos.
9	Em algumas canções, o entendimento das letras foi prejudicado pela qualidade de gravação ou de reprodução.
10	Os alunos consideraram que ter acesso à letra da canção pode facilitar o entendimento do que é dito.
11	O acesso à letra impulsionou os alunos a acompanharem a canção cantando.
12	A falta de acesso à letra da canção não interferiu nas performances percussivas dos alunos.
13	Os alunos não recomendaram canções em espanhol para crianças (idades em torno de seis anos) pois trariam dificuldades para o aprendizado.
14	Os alunos consideraram que ter acesso à letra da canção pode facilitar a aprendizagem do conteúdo tratado na canção.
15	Com o acesso à letra da canção, os alunos identificaram lacunas nas informações sobre conteúdos matemáticos.
16	Os alunos realizaram deduções acerca do que continha a letra da canção, sendo que, às vezes, pareceram acreditar em afirmações que não estavam presentes.
17	Ter acesso à letra da canção pareceu não ter muita importância para os alunos, quando a sua audição esteve prejudicada.
18	Ter acesso à letra da canção, mesmo com a sua audição prejudicada, possibilitou a identificação de informações acerca dos conteúdos matemáticos abordados.
19	O acesso à letra da canção não pareceu ser importante quando a apresentação foi ao vivo.
20	Algumas palavras ou expressões das letras foram interpretadas mediante diversos significados, não necessariamente intencionados por quem criou as canções.
21	A diversidade de significados de palavras ou expressões das letras dada pelos

	alunos os levou a terem dúvidas sobre o que realmente a canção queria dizer.
22	Aproveitando a diversidade possível de significados de palavras e expressões das letras, alguns alunos, indicando a ação sugerida pela canção, performaram com leve toque cômico.
23	A polissemia de palavras ou expressões das letras pode dificultar o entendimento do que é dito na canção.
24	O sentido denotativo da mensagem presente na letra de uma canção nem sempre é possível de ser alcançado.
25	Palavras da letra de uma canção que se repetem com frequência e em sequência tendem a perder o seu significado, quando cantadas.

Fonte: Elaboração própria (2023).

6 CONTRIBUIÇÕES DAS CANÇÕES MATEMÁTICAS

A presença da canção parece atender fielmente à possibilidade do sentipensar (MORAES; TORRE, 2018), pois reúne tanto elementos que buscam ativar o modo pensamento (os elementos linguísticos), quanto aqueles que abrem as comportas do sentir (os elementos musicais). Sua aparente autossuficiência parece lumiar todo e qualquer horizonte. Então, se for tomada como um imprescindível farol na condução de uma prática educativa, é possível presumir que a Canção Matemática pode tudo. Mas, será mesmo? Diz-se que tudo tem limite.

Com o intuito de melhor esclarecer o porquê das possíveis contribuições da Canção Matemática para o processo de aprendizagem de Matemática, seguem os seguintes argumentos:

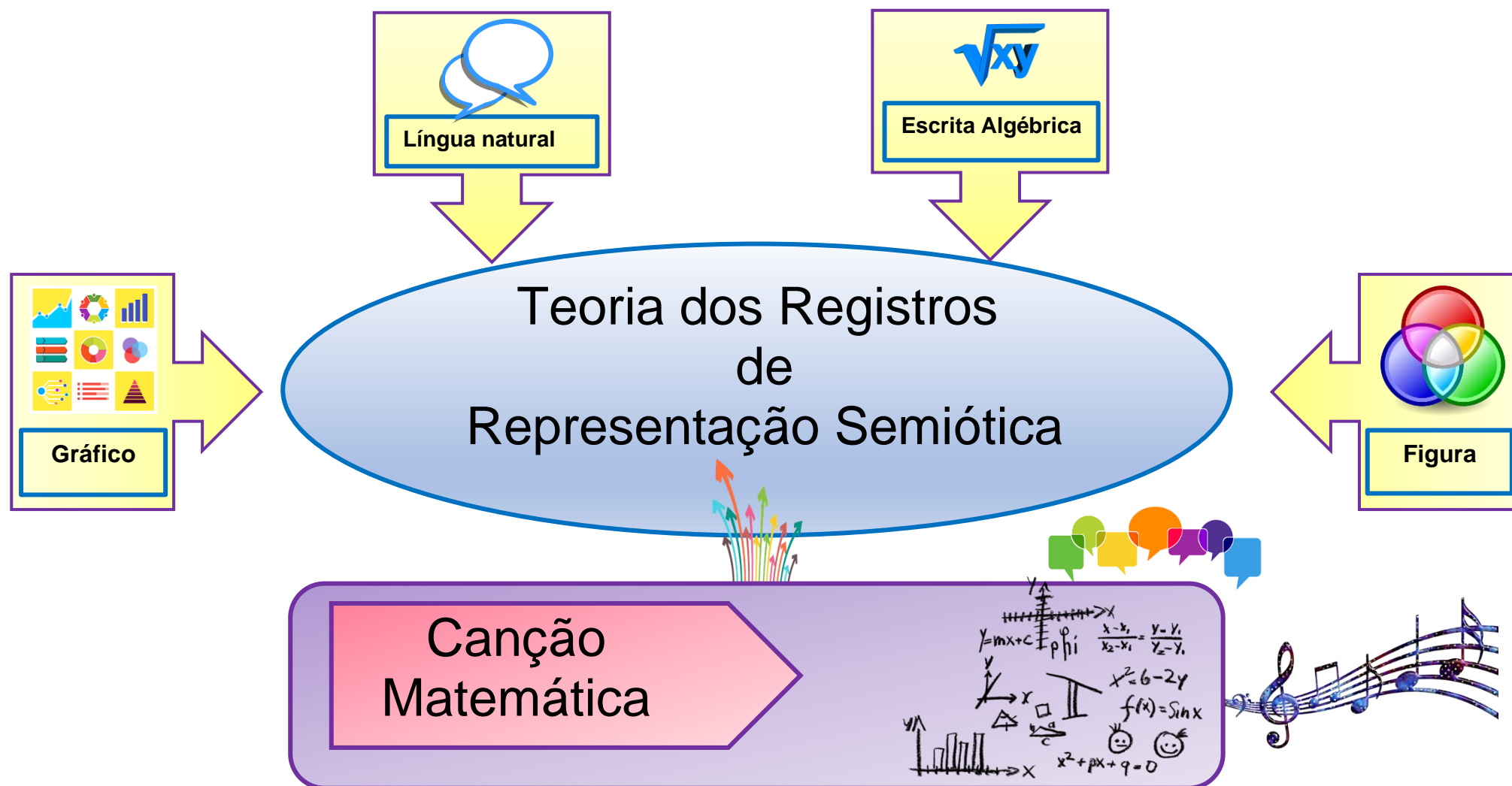
- Segundo Raymond Duval, criador da Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS), a apreensão de objetos matemáticos se dá mediante o trânsito entre ao menos dois tipos de registros, dentre a expressão algébrica, a língua natural, as figuras e os gráficos (DUVAL, 2011; 2009; 1993);
- A Canção Matemática representa o entrelace íntimo entre a letra e a melodia; entre aspectos linguísticos e musicais (TATIT, 2008);
- A Canção Matemática é uma linguagem sonoro-verbal (SANTAELLA, 2005);
- A língua natural é um conjunto de convenções necessárias, adotado pelo corpo social, para que seja possível o exercício dessa faculdade nos indivíduos (SAUSSURE, 2012);
- A Canção Matemática possui melodia não prosódica, diferente da língua natural (TATIT, 2019);
- A Canção Matemática não se confunde, assim, com a língua natural;
- A Canção Matemática não pertencia a esse seletivo grupo de Registros de Representação Semiótica (RRS);
- Os alunos, durante os encontros, utilizaram a língua natural, desenhos e figuras para representar o que estava sendo dito nas canções acerca dos objetos matemáticos. Por outro lado, também cantaram quando desejavam representar

algum objeto matemático presente na fala de alguém ou em algum outro tipo de registro;

- O movimento anteriormente relatado, tomando a Canção Matemática ora como ponto de partida, ora como estação de parada temporária e ora como destino final, representa o transitar defendido por Duval (2011; 2009; 1993) e contribui para a apreensão de objetos matemáticos;
- Conclui-se, dessa forma, que a Canção Matemática se constitui um tipo de RRS. Em sendo assim, juntando-se ao conjunto dos registros listados pelo teórico Raymond Duval, amplia a possibilidade de trânsito entre diferentes registros, favorecendo a apreensão de objetos matemáticos.

Na Figura 27, apresento um esquema que visa a possibilitar uma outra perspectiva acerca de tudo que acabei de argumentar, embora represente, em essência, o mesmo conteúdo tratado.

Figura 27 – Contribuições da CM: parte 1

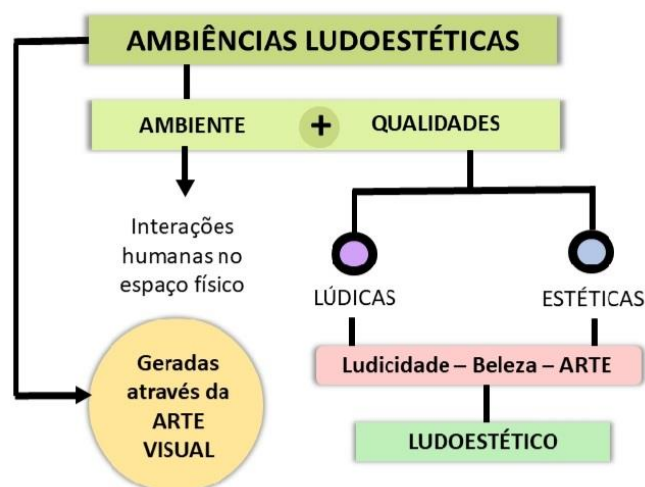


Fonte: Elaboração própria (2023).

Seguem, agora, novas argumentações que buscam, além do viés semiótico, abordado anteriormente, apresentar novas perspectivas em que a Canção Matemática pode favorecer o processo de aprendizagem de Matemática:

- Atividades que contemplem a Canção Matemática são consideradas atividades potencialmente lúdicas por Silva (2014), cuja análise se deu especificamente na educação matemática;
- De uma forma mais geral, Mineiro e d'Ávila (2020) afirmam que Atividades Potencialmente Lúdicas (APL) são aquelas manifestações de ludicidade que podem despertar inteireza em um fluxo positivo de emoções, seja qual for o contexto;
- Ora, Huizinga (2003) já tinha afirmado que tudo que se relaciona com a música se localiza na esfera lúdica;
- Mineiro (2021) e Mineiro e d'Ávila (2020), com a lupa voltada para as questões educativas, defendem que as APL, quando voltadas para algum estágio de aprendizagem, acoplam-se perfeitamente à mediação didática, haja vista englobar o conteúdo e manifestações da ludicidade (de caráter sensível) ao mesmo tempo. Dessa forma, são denominadas Atividades Potencialmente Lúdico-Pedagógicas (APLP);
- Ainda que Luckesi (2022) alerte para o fato de que o estado lúdico é algo interno do sujeito, podendo as atividades serem lúdicas ou não, as diversas afirmações anteriores levam em conta que esse bem-estar, essa inteireza possível estará sempre no âmbito do sujeito, e, por isso, o caráter de possibilidade, de potencialidade;
- Como constatado pelas observações de grande parte do espaço escolar, foi possível perceber uma ambiência ludoestética (SIMÕES, 2022), considerando murais, colagens, decoração e a disposição de objetos coloridos em diversos locais. Apesar de não ser possível afirmar a participação dos alunos nessa formatação do ambiente, não foi difícil constatar que pareciam desfrutar daquele ambiente com muito prazer e satisfação. A Figura 28, elaborada pela referida autora, apresenta uma esquematização da sua definição.

Figura 28 – Ambiências ludoestéticas



Fonte: Simões (2021, p. 95).

- A observação anterior pode ser espelhada também para o interior da sala, embora a manifestação artística presente não tenha sido apenas a visual, mas, frequentemente, a cancional.
- Para que não sejam apontadas quaisquer lacunas, mesmo tendo apresentado o entendimento de Simões (2021) que amplia/particulariza o que se denomina de Ambiência Lúdica, cumpre apresentá-la, mesmo que brevemente. Para a própria autora, a ambiência lúdica foi resumida como sendo um ambiente qualificado, permeado por particularidades e significância para as pessoas que o frequentem e dele desfrutem. Já Xavier (2020) afirma que representa um conjunto de elementos e artefatos que estimulam as interações lúdicas e o livre brincar, gerando, no âmbito escolar, uma sensação de pertencimento e identificação de desejo de estar na escola;
- Como já apontado por Caldas (2016), a canção tem o poder de atração, considerando que o cérebro parece estar formatado para valorizar certos elementos que integram a música, como o ritmo, a melodia ou a harmonia (JOURDAIN, 1998; LEVITIN, 2021); conforme Gardner (1995), pode sensibilizar o acesso à inteligência lógico-matemática mediante a ativação da inteligência musical; propicia que os alunos possam experimentar instrumentos musicais, cantar, dançar e criar paródias e/ou novas canções,

favorecendo o diálogo com o artístico e o sensível (PERISSÉ, 2014); reforça a possibilidade de se tratar conteúdos diversos mediante a linguagem artística, sensível, contribuindo para a redução da dualidade razão/emoção (D'ÁVILA, 2012; DUARTE JR., 2012; PERISSÉ, 2014);

- A presença de Canções Matemáticas durante o processo de ensino e aprendizagem configura-se como um dos possíveis elementos estruturantes e organizadores prévios (não somente), cujas características possibilitam instar os alunos a mobilizarem suas capacidades de pensar, agir e sentir, evitando assim que a dimensão sensível seja relegada a segundo plano e, concomitantemente, criando dificuldades para que a dimensão intelectual seja hipertrofiada, o que caracteriza uma formação lúdica (D'ÁVILA, 2022);
- Considerando, então, o lúdico como princípio formativo, a Canção Matemática encontra-se inserida no que d'Ávila (2022) define como Didática Sensível;
- A Canção Matemática possibilita o **sentir** (e não há quem negue, fora, resta óbvio, quem possua a amusia¹⁷¹ ou algum tipo de disfunção cerebral, como no núcleo acumbente ou na amígdala); também, o **intuir**, haja vista as diversas possibilidades de contato e conexão com ela; propicia o **imaginar**, seja mediante suas mensagens linguísticas, que quase nunca possuem apenas o sentido denotativo, seja pelas lembranças acionadas pela música que a integra; como afirma Wisnik (2015), “nossa canção guardam canções diversas”, o que permite que a CM seja **ressignificada** e, durante esse processo, abrindo portas para o experivivenciar; ao terem contato com a CM, o alunos poderão, a partir dela, **criar**, renovar suas compreensões e reconstruir conhecimentos. Nesse sentido, e mesmo sem seguir o sentido apresentado, a Canção Matemática convida todos os alunos, professores, pais e demais interessados na melhoria do ensino e aprendizagem da Matemática, a defenderem a sua liberdade, para que assim, didaticamente sensível, possam seguir na tarefa de jamais permitir a separação entre o que se cogita e o que se sente.

¹⁷¹ Incapacidade relativa ou absoluta de perceber música.

Nos encontros, por diversas vezes, foi possível constatar, nas atividades desenvolvidas, manifestações de ludicidade, de caráter sensível, que pareceram despertar inteireza (LUCKESI, 2022) por parte dos estudantes que delas participaram e isso, inclusive, de forma concomitante à abordagem de conteúdo específico de Matemática, o que permite caracterizá-las, segundo Mineiro (2021) e Mineiro e d'Ávila (2020), como sendo Atividades Potencialmente Lúdico-Pedagógicas (APLP). Seguem alguns exemplos dessa ocorrência:

- Enquanto eu tocava e cantava a canção “Cubo”, vários alunos também cantavam juntos e batucavam nas carteiras, seja utilizando o próprio corpo (pés e mãos) ou algum objeto (capa de celular, caneta etc.). Como isso ocorreu na primeira vez em que a canção foi apresentada, pode-se notar que sua presença funciona como que um organizador prévio para a sequência da atividade que estará por vir. Em um outro momento, mas ainda com a mesma canção, após cantar uma primeira vez toda a canção, sugeri que uma parte (metade) do grupo cantasse as estrofes em ordem invertida. De uma forma geral, todos participaram, formando um coro praticamente uníssono e, mesmo durante o canto, alguns dos alunos aproveitaram para bater os pés como fazendo uma “marcação do ritmo”, enquanto outros batiam com as mãos nas suas carteiras escolares, performando “percussivamente” durante todo o canto. Também eram perceptíveis alguns movimentos corporais em insinuação de dança, embora todos permanecessem sentados.
- Já após executar, com o bandolim, a canção “Paralelepípedo”, surgiram os seguintes diálogos:
 - *Gostaram dessa canção?* (EU).
 - *Sim* (VÁRIOS).
 - *Mas essa não tinha a letra para vocês acompanharem* (EU).
 - *Mas é engraçada* (MULHER-MARAVILHA).
 - *E o senhor cantando dá para entender* (WANDA).

Os alunos afirmaram ter gostado da canção e demonstraram se divertirem, principalmente quando cantei um trecho da letra da canção, “le”, por 15 (quinze) vezes, ao que eles sorriram e alguns tentavam me

imitar, fazendo com que os colegas dessem ainda mais risadas. Aproveitei e sugeri que cantassem junto comigo, mas em velocidades diferentes. Iniciei mais vagorosamente e fui acelerando; ao mesmo tempo, eles tentavam acompanhar, sem deixar de sorrir, embora demonstrassem certa dificuldade em não “embolar” a língua”.

Além de ter observado uma ambiência lúdica do espaço escolar, de uma forma geral, foi possível perceber também uma ambiência lúdica criada no espaço interno da sala de aula onde os encontros ocorreram. Dos diversos momentos, destaco algumas passagens.

- Antes mesmo de apresentar uma das canções, surgiram as seguintes questões:
 - *A gente vai poder tocar o violão, hoje?* (HULK).
(...)
 - *Sei algumas notas* (HULK).
(...)
 - *E eu posso tocar esse, o bandolim?* (DEMOLIDOR).
(...)
 - *Eu posso tentar, mas não sei, ainda* (DEMOLIDOR).
(...)
 - *Esse dói o dedo, se não tocar com a palheta (se referindo ao bandolim). Mas o da mão esquerda também dói* (DEMOLIDOR).
(...)
 - *Eu toco um pouquinho de piano* (DEMOLIDOR).
(...)
 - *Esse é bom para apoiar, porque é pequenininho* (MULHER-MARAVILHA).
 - *Parece cavaquinho* (DEMOLIDOR).

Essas falas, por surgirem antes mesmo de qualquer canção ser apresentada, sugerem que a “simples” disposição de diversos instrumentos musicais no espaço da sala despertou o interesse dos alunos para as atividades cancionais das quais iriam participar. Nesse caso, a ambiência criada despertou nos estudantes a possibilidade do desfrute daquele espaço face as suas particularidades (SIMÕES, 2021).

- Já em momento posterior, a ambiência lúdica pode ser notada durante a apresentação de uma canção. Após convidar os alunos para realizarem algumas ações presentes na letra da canção “Cubo”, cantei “pegue o dado, vamos lá jogar”, dando uma pausa.

- *Posso ir?* (BATMAN).
- (...)
- *Posso ir, agora?* (WANDA).

Cantei, outra vez, “bote o cubo para se virar”.

- *Eu também quero ir nessa parte* (HOMEM-ARANHA).
- (...)
- *Cante a outra parte, de novo* (HOMEM DE FERRO).

Não somente mediante essas falas aqui destacadas, mas considerando o interesse e a diversão na participação de diversos alunos na atividade, foi possível concluir sobre a ambiência lúdica criada a partir da presença da canção, a qual favoreceu o estímulo para as interações lúdicas, gerando a sensação de pertencimento e o desejo de estar naquele espaço (XAVIER, 2020).

Nos exemplos selecionados anteriormente, é notória a presença do primeiro princípio da didática sensível que é o sentir, voltado ao desejo de saber (D'ÁVILA, 2022). Embora essa constatação possa já insinuar uma ação voltada a essa concepção teórica, outros elementos percebidos durante as atividades parecem, se não ratificar, sugerir o seu *modus operandi*¹⁷², ainda que sem uma intenção prévia de fazê-los presentes.

Quanto ao **imaginar**, apesar da presença da canção por si só já confirmar essa etapa, destaco uma passagem dos encontros em que isso ficou em destaque. Enquanto eu tocava e cantava a canção “Cubo”, fui convidando os estudantes para realizarem algumas ações sugeridas na letra da canção. Quando cantei o trecho “pegue o dado, vamos lá jogar”, os estudantes passavam a atuar de forma diferente do colega anterior. Enquanto um lançou o dado próximo de onde estava, outro já jogou um pouco mais distante, sendo que um terceiro chegou a se distanciar de onde pegou o dado, argumentando que não poderia jogar ali, mas sim lá.

Já ao cantar o trecho “bote o cubo para se virar”, os estudantes usaram das mais variadas maneiras de atuar. Enquanto um girou o cubo na palma da mão, outro apenas girou um dos “andares” do cubo mágico” e teve até aluno que “botou” o cubo sobre uma caixa amplificadora dando um giro em torno do eixo do próprio corpo.

¹⁷² Ao sinalizar acerca do *modus operandi* da didática sensível, d'Ávila (2022) aponta os seguintes passos: sentir, intuir, metaforizar/imaginar, experivenciar, ressignificar e criar.

Nesse exemplo dado, além da abertura dos alunos em participarem, eles demonstraram uma propensão ao estado imaginativo, **intuitivo** e **criativo**, sempre aliando o estado brincante com o conteúdo abordado, partindo de situações observadas e recriando outras formas de expressão.

Com relação ao **ressignificar**, um outro momento da atividade relatada aponta para esse movimento, em que o estudante apresenta nova compreensão, ao que se pode afirmar sobre a ocorrência da transformação do conhecimento. Após eu cantar o trecho “bote o cubo para se virar”, seguiu-se o seguinte diálogo:

- *E é um cubo?* (EU).
- *É um cubo mágico* (MULHER-MARAVILHA).

Mulher-Maravilha respondeu como se não fosse o correto a fazer, possivelmente pelo fato de a letra da canção não apresentar o termo “cubo mágico”.

- Homem-Aranha – Deixa eu ir.
- Eu – bote o cubo para se virar.

Homem-Aranha pega o cubo pequeno de acrílico e o gira na palma da mão, como que atento à observação feita por Mulher-Maravilha.

- *Por que você não pegou o cubo mágico?* (EU).
- *Eu acho que não é cubo como o outro* (HOMEM-ARANHA).
- *O outro cubo mágico?* (EU).
- *É* (HOMEM-ARANHA).

Ou seja, Homem-Aranha modificou a sua forma de identificar o que seria um cubo a partir, principalmente, da observação da colega Mulher-Maravilha, face à letra da canção que não apresentava a expressão “cubo mágico”.

Ainda com relação aos passos sugeridos para uma didática sensível, pode-se verificar que a presença de canções provoca situações diversas em que os estudantes apresentam conhecimentos prévios, relatando **experiências** pregressas, possibilitando que o professor atue no sentido de problematizar esses conteúdos emergentes, sempre visando à construção de novos conhecimentos. No momento em que cantei a canção “Aprendendo o retângulo”¹⁷³, surgiram os seguintes diálogos:

- *Como saber o que é um retângulo, pelo que diz a canção?* (EU).
- *O colchão não é retângulo. Ele tem mais lados* (MULHER-MARAVILHA).

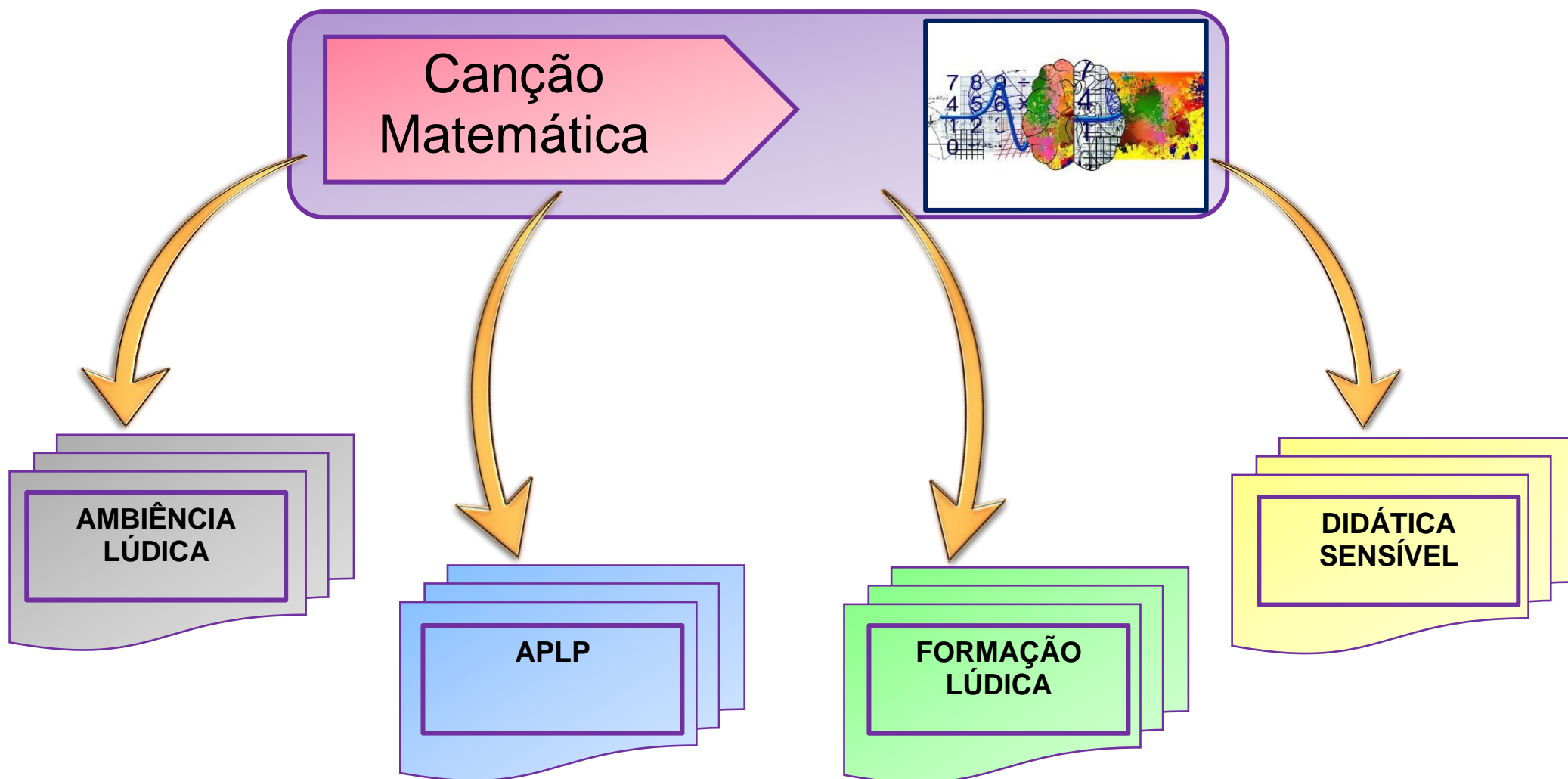
¹⁷³ Disponível em: https://youtu.be/c-_axNqBMSY. Acesso em: 10 out. 2022.

- *A parte que nos deitamos, olhando só a parte que deitamos, parece um retângulo?* (EU).
- *Aí, sim* (MULHER-MARAVILHA).
- *É* (HULK).
- *Mas o colchão, ele todo, não é um retângulo?* (EU).
- *Não* (VÁRIOS).
- *Mas pode ser um quadrado, também. Nem todo colchão é como um retângulo. Mas dos lados do colchão, sempre será retângulo* (MULHER-MARAVILHA).

Nesse sentido, pelo que foi até aqui apresentado, considerando que a presença de canções destinadas ao ensino e à aprendizagem de Matemática possibilita uma formação lúdica, pode-se concluir que essa prática se insere no que preceitua a didática sensível (D'ÁVILA, 2022).

A seguir, na Figura 29, apresento um esquema que busca sintetizar essa outra parte argumentativa que acabei de apresentar.

Figura 29 – Contribuições da CM: parte 2



Fonte: Elaboração própria (2023).

6.1 CONTRIBUIÇÕES DA CM: SUGESTÕES DIDÁTICAS

Sugerir um tipo de ação didática, um caminho, uma direção para que a aprendizagem ocorra não se configura uma tarefa fácil e jamais deve ser vista como “um tiro no escuro”. Por isso que, influenciado pelo conhecimento empírico construído até o momento, mas fundamentalmente baseado nas constatações do presente estudo, tenho o maior cuidado em indicar possibilidades para que o professor contemple Canções Matemáticas em sua prática.

É preciso, antes de tudo, que não seja algo imperativo, que não tenha como espelho uma pedagogia diretiva. Nesse sentido, inspiro-me no que d’Ávila (2022) nomeia como “coreografia didática”, na qual os passos indicados não seguem, necessariamente, uma lógica linear, podendo estar entremeados em ordens diversas.

Assim, passo a comentar sobre as formas de apresentar uma CM (o como) e em quais momentos do processo de ensino essa apresentação pode ocorrer (o quando). Por outro lado, antes da exposição prometida, há que se considerar alguns elementos que circundam uma prática educativa, dentre os quais destaco: **o ambiente**, onde a ação ocorrerá, e **o professor**. Quanto ao sujeito aprendente, o aluno, ele não foi citado porque, diferentemente do que preceitua a Didática A (D’AMORE, 2007), estará sempre a balizar toda a dinâmica do processo de ensino e aprendizagem de Matemática, nunca podendo ser desconsiderado.

- **O ambiente** – uma CM, antes de ser “Matemática”, é uma canção. Em sendo assim, está situada no interior da esfera lúdica (HUIZINGA, 2003); e, como defende Pinker (1998), estimula de uma só vez toda uma massa de circuitos de prazer, suscitando, com a sua presença, uma ambiência lúdica (SIMÕES, 2022; XAVIER, 2020). Contudo, com toda essa potencialidade lúdica (SILVA, 2014), uma Canção Matemática não pode tudo. É preciso que sua apresentação se constitua uma atividade potencialmente lúdico-pedagógica (MINEIRO, 2021), já que o objetivo é promover a aprendizagem. Desejando mais, melhor seria se ela fosse como que uma convidada a visitar um ambiente com qualidades ludoestéticas (SIMÕES, 2022), que é percebido, sentido e auto-suficiente em proporcionar sentimentos de prazer;

- **O professor** – de papel fundamental e de extrema relevância, entendo ser necessário que: caso ele não consiga “se livrar” das concepções platônicas que dificultam a construção do conhecimento matemático pelo aluno (JESUS, 2005), ao menos esteja em constante reflexão acerca de sua prática, lembrando sempre que o seu processo formativo nunca cessa (D’AMBRÓSIO, 1996), e tendo consciência de que nesse tipo de processo de ensino e aprendizagem os conhecimentos matemáticos não devem se sobrepor aos demais, haja vista que todos eles são igualmente importantes (SILVA, 2009); que ele tome a ludicidade como um princípio formativo (D’ÁVILA, 2022), atitude essa que não esteja presente apenas no contexto da apresentação de Canções Matemáticas, mas de forma contínua e permanente; que busque reunir aspectos do sensível, transformando a sua ação pedagógica em uma didática sensível (D’ÁVILA, 2022); e, que, sem nunca cessar, busque educar para o sentipensar, promovendo o abraço frutífero entre o pensamento e a emoção (MORAES; TORRE, 2018);

E como anunciado, passo a discorrer sobre como e quando as Canções Matemáticas podem ser apresentadas durante o processo de ensino e aprendizagem:

➤ **Como** o professor pode apresentar uma CM?

Para a reprodução de uma CM, o professor pode se utilizar de diversos recursos, podendo ser: caixa amplificadora (portátil ou não); *smartphone* (com a CM em arquivo ou reproduzida com o auxílio da *internet*); computador (com a CM em arquivo ou reproduzida com o auxílio da *internet*); e instrumentos musicais (podendo ser amplificados ou não). Sejam quais forem os recursos utilizados, eles podem estar dispostos segundo diferentes configurações para que a CM seja reproduzida, das quais destaco três modos:

- **Apenas o áudio da CM:**

Nesse caso, o aluno terá contato com a CM apenas mediante a audição, podendo, durante a escuta, produzir imagens mentais acerca dos conteúdos tratados na letra (quando esta for fornecida, sugiro cuidar para que isso não ocorra antes do início da canção, pelo menos durante a primeira reprodução);

- **A CM presente em um vídeo:**

Nesse caso, a canção não está como no modo anterior, quando as possíveis imagens eram as produzidas pelo imaginário dos alunos. Agora, está presente a linguagem verbo-visual-sonora (SANTAELLA, 2005), em que as imagens surgem com a função ilustrativa, ainda que alargando o campo denotativo das letras da CM. Mesmo não tendo sido o foco deste estudo, mas considerando que diversas canções selecionadas estão disponíveis em vídeos do *YouTube*, importa salientar que, inicialmente, essa é uma poderosa e eficiente opção, mas com uma desvantagem que cabe destacar: os critérios de difusão (algoritmos) não se baseiam na qualidade do vídeo educativo, mas na sua popularidade (THEES, 2021).

Aproveito então para exemplificar com dois vídeos listados neste trabalho: o vídeo “As formas geométricas”¹⁷⁴, do canal infantil “Gugu DadaTv”, no qual todos os triângulos mostrados estão com um dos seus lados “na horizontal” (mesmo o que surge realizando uma rotação), o que parece não considerar as questões relacionadas aos conceitos figurais (D’AMORE, 2007); o outro vídeo é “Cada coisa tem seu formato”¹⁷⁵, do canal infantil “Mundo Bitá”. Nele são apresentadas imagens que sugerem uma igualdade de formas (casquinha do sorvete e fatia de pizza), sendo que uma se aproxima do formato cônico (casquinha do sorvete), um sólido geométrico, e a outra (fatia de pizza) nem sequer possui todos os lados retos, o que pode gerar diversos obstáculos cognitivos no processo de apreensão desses objetos matemáticos.

¹⁷⁴ Disponível em: <https://youtu.be/0kjr9Q2rwE>. Acesso em: 10 out. 2022.

¹⁷⁵ Disponível em: <https://youtu.be/qAvTDWtxEgU>. Acesso em: 10 out. 2022.

- **A CM executada “ao vivo”:**

Nesse caso, seja apenas utilizando a voz, cantando, seja utilizando algum instrumento instrumental ou contando com a participação dos alunos durante a apresentação, a CM estará se fazendo presente numa condição em que os alunos terão maiores possibilidades de se integrarem com ela, sentindo-se parte dela, e ampliando, a meu ver, seu repertório de canais auxiliares na apreensão dos objetos matemáticos considerados. Todavia, é certo que a maioria dos professores não domina a execução de algum tipo de instrumento musical (e nunca é tarde para aprender). Por outro lado, se todos entoam, então todos são capazes de cantar (TATIT, 2016).

- Em quais momentos o professor pode apresentar uma CM?

Entendo que, durante o processo de ensino, as Canções Matemáticas podem estar relacionadas com os conteúdos em três momentos (Figura 30):

1. **Antes**¹⁷⁶: o professor inicia com a apresentação da CM, podendo ter os seguintes objetivos:

- Realizar avaliação diagnóstica¹⁷⁷: buscam-se reunir elementos a partir de diálogos gerados durante e após a apresentação da CM, os quais podem ser tanto espontâneos, por parte dos alunos, como provocados pelo professor mediante questionamentos. Esses elementos, essas informações podem ser do tipo pontual, quando os alunos apenas indicam já terem ouvido falar sobre algo que a CM aponta, sem, no entanto, discorrer sobre; e do tipo relacional, situação em que o aluno, ao explicar seu conhecimento de algo da CM, apresenta diversos outros elementos (conteúdos matemáticos ou não) que se

¹⁷⁶ É preciso que o professor tenha a consciência de que, ao apresentar uma Canção Matemática, o conteúdo a ser ensinado já estará, inevitavelmente, circulando no ambiente. Nesse sentido, faço referência à etapa mais sistematizada e tradicional do ensino do conteúdo.

¹⁷⁷ Constitui-se uma ação investigativa, o ponto de partida no acompanhamento do processo de construção do conhecimento do aluno (HOFFMANN, 2000).

interligam a ele. Em ambas as situações, o professor pode (talvez até deva) expandir esse momento exploratório, no sentido de ampliar e diversificar as formas de colheita de informações (utilizando, para isso, outras técnicas/estratégias didáticas). De qualquer modo, mesmo que não seja a intenção do professor, mediante os diálogos, poderá ocorrer o trânsito entre a CM e outros tipos de RRS (língua natural, figuras, gráficos etc.);

- Promover uma ambiência lúdica: além de significar espaço, um ambiente lúdico tem a ver com a disponibilização de tempo para interações entre os alunos de modo a proporcionar um clima lúdico criado e estabelecido por todos (XAVIER, 2020). Nesse sentido, a apresentação de uma CM busca promover em cada um dos participantes da atividade o estado lúdico (LUCKESI, 2022). Esse objetivo sempre estará atrelado aos demais, ainda que o professor não o priorize;
- Iniciar o transitar entre RRS: similar à dinâmica do primeiro objetivo, mas agora com a intenção de promover o trânsito entre mais de um RRS, o professor pode aproveitar a CM como sendo a primeira representação do objeto matemático a ser apreendido pelos alunos.

2. **Durante:** o professor apresenta a CM já tendo abordado parte do conteúdo, podendo ter os seguintes objetivos:

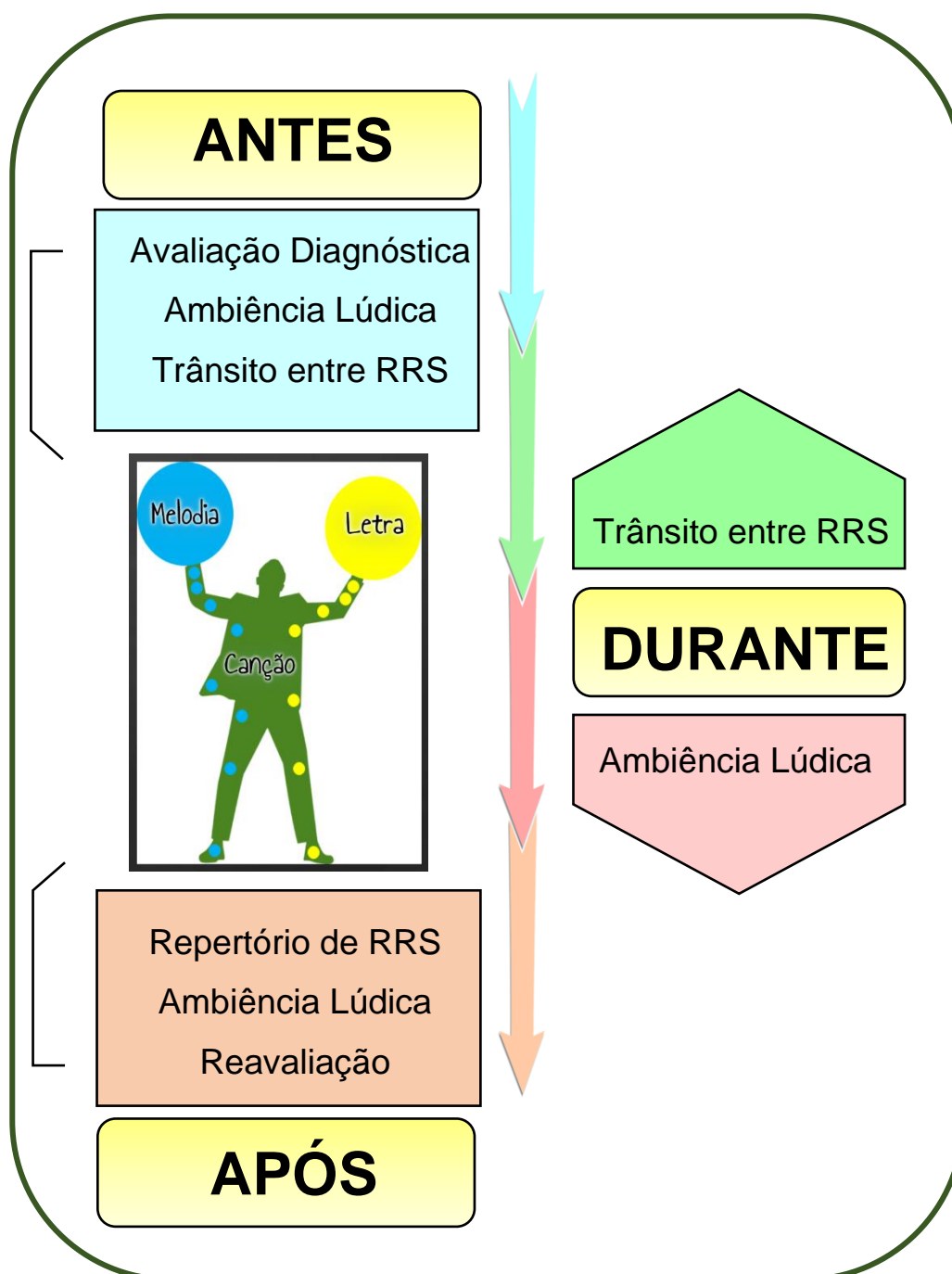
- Promover o trânsito entre Registros de Representação Semiótica (RRS): dessa forma, em conjunto com outros RRS (língua natural, figuras, gráficos etc.), a CM potencializa o transitar entre registros, promovendo, assim, a apreensão dos objetos matemáticos, como defende Duval (2013; 2009; 1993);
- Promover uma ambiência lúdica: a qualquer momento, durante o período de uma aula, a apresentação de uma CM terá potencial para a promoção de um ambiente lúdico. E isso é provável de ocorrer ainda que o professor não tenha essa intenção. Ou seja, esse objetivo sempre estará atrelado aos demais. Por

outro lado, mesmo que o professor priorize esse objetivo, a oferta de mais um tipo de RRS poderá facilitar a apreensão dos objetos matemáticos ensinados;

3. **Após:** o professor apresenta a CM já tendo abordado parte do conteúdo, podendo ter os seguintes objetivos:

- Aumentar o repertório de Registros de Representação Semiótica (RRS): dessa forma, adicionada a outros RRS utilizados anteriormente (língua natural, figuras, gráficos etc.), a CM potencializa o transitar entre registros, promovendo, assim, a apreensão dos objetos matemáticos (DUVAL, 2013; 2009; 1993), caso somente um outro registro tenha sido contemplado; já no caso de mais de um registro terem sido trabalhados, amplia o olhar para aqueles objetos;
- Promover uma ambiência lúdica: como já salientado, a qualquer momento, durante o período de uma aula, a apresentação de uma CM terá potencial para a promoção de um ambiente lúdico. E isso mesmo que o professor não tenha essa intenção. Ratificando: esse objetivo sempre estará atrelado aos demais. Por outro lado, mesmo que o professor priorize esse objetivo, a oferta de mais um tipo de RRS poderá facilitar a apreensão dos objetos matemáticos ensinados;
- Reavaliar o processo de aprendizagem: nesse movimento, ao mesmo tempo que o professor propicia uma sedimentação dos conteúdos ensinados, poderá identificar possíveis lacunas no processo de aprendizagem.

Figura 30 – Momentos/Objetivos da aula com a Canção Matemática



Fonte: Elaboração própria (2023)

Nesse sentido, é que defendo a tese de que a presença de Canções Matemáticas no contexto escolar pode contribuir para a representação semiótica de conceitos matemáticos no Ensino Fundamental pelo fato de se configurar como um tipo de Registro de Representação Semiótica (RRS), ampliando o conjunto listado

pelo teórico Duval (2011; 2009) e, conseqüentemente, a possibilidade de trânsito entre diferentes registros de um mesmo objeto matemático, propiciando a sua apreensão.

Por outro lado, as Canções Matemáticas se constituem um importante dispositivo de ensino e aprendizagem por: a) contribuírem na formação de uma ambiência lúdica (SIMÕES, 2021; XAVIER, 2020); b) organizarem previamente o conteúdo a ser deslindado pelo professor, em situação didática sensível, cujo primeiro princípio é despertar o sentir, o desejo de saber (D'ÁVILA, 2022); c) favorecerem o despertar nos educandos de um estado de inteireza mediante um fluxo positivo de emoções ao mesmo tempo em que o conteúdo matemático escolar é abordado (MINEIRO; D'ÁVILA, 2020); e, assim, d) promoverem uma maior junção entre o sentir e o pensar, base de uma didática sensível (D'ÁVILA, 2022).

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Por fim, mas longe de poder (e querer) eliminar futuras considerações, apresento um olhar geral acerca dos diversos resultados gerados durante toda a itinerância investigativa e condizente com os objetivos inicialmente traçados. Isso, porém, não cessa a possibilidade de novas caminhadas que busquem explorar as lacunas que teimam em permanecer, ainda que de naturezas diversas. São elas que representam o combustível para a construção incessante de novos conhecimentos. É sobre isso que fala Macedo (2004), referindo-se à etnopesquisa, na qual a análise possui um permanente movimento, do início ao fim, e que, em momentos específicos, se adensa e dá origem a um conjunto de relativa estabilidade de conhecimentos. Dessa forma, o que se tem é um produto não conclusivo, de final aberto, o que representa a sua característica mais marcante.

No caso específico desta pesquisa, as discussões ocorreram sempre visando responder à seguinte questão: como as Canções Matemáticas podem contribuir para a representação semiótica de conceitos matemáticos no Ensino Fundamental?

Desejoso de obter respostas que dirimissem a dúvida apresentada acima, tracei alguns objetivos específicos:

- a) identificar quais os tipos de canções matemáticas que podem contribuir para a representação semiótica de conceitos matemáticos no Ensino Fundamental;
- b) compreender como os elementos linguísticos da Canção Matemática podem interferir na representação semiótica de conceitos matemáticos no Ensino Fundamental;
- c) analisar como os elementos musicais da Canção Matemática podem interferir na representação semiótica de conceitos matemáticos no Ensino Fundamental.

E, após todo o percurso investigativo, contando tanto com elaborações teóricas que não se basearam necessariamente nos GDC, quanto nos conjuntos de revelações apresentadas durante as análises das categorias, chega o momento de realizar um apanhado geral de forma a interligar o antes (projetado, delineado, almejado) com o depois (as revelações e construções teóricas germinadas na caminhada investigativa).

Aproveitando as revelações apresentadas ao final da análise da categoria **relações semióticas com objetos matemáticos**, segue o Quadro 32¹⁷⁸ com um extrato dessas revelações que se configura suficiente para comprovar que o objetivo foi atingido.

Quadro 32 – Extrato das Revelações: o trânsito entre RRS com a CM

Objetivo (Geral)	Questão de pesquisa	Revelações
Compreender como as Canções Matemáticas podem contribuir para a representação semiótica de conceitos matemáticos no Ensino Fundamental	Como as canções matemáticas podem contribuir para a representação semiótica de conceitos matemáticos no Ensino Fundamental?	
		<p>Inicialmente, os alunos reconheceram todos os cubos mágicos como sendo cubos, independente de atentarem para os seus formatos quando exibidos.</p> <p>Ao longo dos encontros, os alunos passaram a reconhecer que nem todos os cubos mágicos representavam o objeto matemático cubo, após diversos diálogos e auxílio de várias formas de representação.</p> <p>Os alunos identificaram nas canções elementos e propriedades de objetos matemáticos, o que foi comprovado quando utilizaram a língua natural para a indicação.</p> <p>Os alunos identificaram nas canções ausência de elementos e propriedades de objetos matemáticos, o que foi comprovado quando utilizaram a língua natural para a indicação.</p> <p>Os alunos identificaram nas canções elementos e propriedades de objetos matemáticos, o que foi comprovado quando utilizaram desenhos para a indicação.</p> <p>Os alunos identificaram nas canções ausência de elementos e propriedades de objetos matemáticos, o que foi comprovado quando utilizaram desenhos para a indicação.</p> <p>Em algumas situações, os alunos relacionaram, conjuntamente, representações bidimensionais, tridimensionais (objetos sólidos), a língua natural e a canção, acerca de um mesmo objeto matemático.</p> <p>Com relação a algumas informações presentes nas canções, houve a necessidade de utilização de intervenções e outros tipos de registros para um melhor entendimento.</p> <p>Quando a canção foi repetida por mais de uma vez, ocorreu uma maior discussão e apropriação, pelos alunos, dos conteúdos abordados, favorecendo o trânsito entre a canção, a língua natural e outros registros, como as figuras e desenhos.</p>

¹⁷⁸ Inspirado no Balancete Investigativo (MINEIRO, 2021).

	Algumas letras indicavam outros tipos de representação que não atendiam às propriedades do objeto matemático abordado, criando obstáculos cognitivos para o processo de apreensão de objetos matemáticos.
--	---

Fonte: Elaboração própria (2023).

A partir do que pode ser constatado, foi possível confirmar que a Canção Matemática se constitui como um Registro de Representação Semiótica (RRS) que contribui para a apreensão de objetos matemáticos, haja vista que, com ela e mais um outro tipo de RRS, os alunos puderam transitar entre eles e, não confundindo o objeto com esses registros, estiveram em condições propícias para uma efetiva aprendizagem matemática. Assim, mediante as revelações obtidas segundo o viés semiótico, o objetivo geral poderia ser considerado atingido, ainda que outras análises tenham servido para ampliar o olhar acerca das contribuições da Canção Matemática para a representação semiótica de conceitos matemáticos no Ensino Fundamental.

Já considerando as revelações apresentadas ao final da análise da categoria **aspectos musicais de canções matemáticas**, seguem os Quadros 33 e 34 com extratos dessas revelações que se configuram suficientes para comprovar que os objetivos foram atingidos.

Quadro 33 – Extrato das Revelações: os aspectos musicais da CM (A)

Objetivo (Específico)	Questão de pesquisa	Revelações
Compreender como os elementos musicais da Canção Matemática podem interferir na representação semiótica de conceitos matemáticos no Ensino Fundamental	Como os elementos musicais da Canção Matemática podem interferir na representação semiótica de conceitos matemáticos no Ensino Fundamental?	
		Os aspectos musicais conferem à canção um poder atrativo que, às vezes, dispensam a mensagem da letra.
		Segundo os alunos, se a música agrada a eles, poderão aprender com a canção.
		Os alunos afirmaram que a canção ajuda a gravar, considerado isso uma vantagem de aprender com o seu auxílio.
		Os alunos consideraram que se a música não agrada, então ela não ajudará na aprendizagem.

	Os alunos apontaram a presença de paródias como uma possibilidade para uma boa aprendizagem.
	Os alunos não restringiram a presença de paródias como único tipo de canção com possibilidade de propiciar uma boa aprendizagem.
	Frequentemente, os alunos acompanharam as apresentações das canções batucando em suas carteiras e/ou utilizando o próprio corpo (mãos, pés etc.).
	Frequentemente, os alunos acompanharam as apresentações das canções realizando movimentos que insinuavam danças, mesmo estando sentados em suas carteiras.
	Frequentemente, alguns alunos acompanharam as apresentações das canções dançando pela sala.
	Frequentemente, alguns alunos acompanharam as apresentações das canções cantando (seja com o acesso à letra ou não).
	Quando os alunos puderam acompanhar as canções tocando instrumentos musicais, demonstraram mais animação do que sem tocá-los.
	Quando os alunos puderam acompanhar as canções tocando instrumentos musicais, pareceram não atentar tanto ao que diziam as letras.
	Quando as apresentações foram ao vivo, os alunos pareceram mais envolvidos, atraídos, mais ativamente musicais.
	As canções cujas melodias apresentaram pouca ou nenhuma variação não despertaram interesse dos alunos.
	As canções cujas melodias apresentaram pouca ou nenhuma variação foram consideradas infantis, chatas ou “para dormir”.
	As canções cujos andamentos eram do tipo lento foram consideradas infantis, chatas ou “para dormir”.
	As canções cujas vozes que cantavam eram infantilizadas não causaram atração nos alunos.
	Após a apresentação de algumas canções, alguns alunos permaneceram repetindo trechos da canção, sem necessariamente se preocuparem com o que era dito.
	Os aspectos musicais de algumas canções pareceram atrair os alunos, ainda que o idioma não tenha sido o português falado no Brasil.
	As canções apresentadas com defeitos em sua gravação ou em volume inaudível não atraíram os alunos (mesmo com acesso às letras).
	A possibilidade de usar instrumentos percussivos que já tinham sido tocados por eles em encontros anteriores pareceu despertar maior interesse em participar das atividades.
	Os alunos indicaram que as apresentações ao vivo propiciaram melhores condições de entendimento das letras das canções.
	A repetição de uma mesma canção nas apresentações ao vivo permitiu um maior envolvimento dos alunos.
	A repetição de uma mesma canção nas apresentações ao vivo permitiu uma maior aproximação com os conteúdos nela abordados.

Fonte: Elaboração própria (2023).

A partir do que pode ser constatado no Quadro 33 apresentado, foi possível confirmar, de uma forma geral, que os aspectos musicais interferiram com relação à atratividade da canção (se os alunos gostaram ou não); com a atenção dispensada pelo aluno a ela; e por fazer a letra se situar em segundo plano. Esse conjunto,

primeiramente, tem o poder de fazer com que ocorra ou não a aproximação do aluno com a canção. Caso isso ocorra, pelos diversos motivos já apresentados durante o trabalho, a conexão do aluno com o processo de aprendizagem será mais intensa, podendo repercutir na apreensão de objetos matemáticos quando a canção estiver sendo relacionada com outros RRS.

Porém, quando a aproximação não acontecer, todos os tipos de ganhos possíveis estarão comprometidos. Aqui, cabe registrar que, apesar da subdivisão em mais de um Quadro, para a mesma análise feita, isso não excluiu, como um todo, a conexão dessas revelações com mais de um dos objetivos específicos.

Quadro 34 – Extrato das Revelações: os aspectos musicais da CM (B)

Objetivo (Específico)	Questão de pesquisa	Revelações
Identificar quais os tipos de canções matemáticas que podem contribuir para a representação semiótica de conceitos matemáticos no Ensino Fundamental	Quais os tipos de canções matemáticas que podem contribuir para a representação semiótica de conceitos matemáticos no Ensino Fundamental?	<p>Segundo os alunos, se a música agrada a eles, poderão aprender com a canção.</p> <p>Os alunos consideraram que se a música não agrada, então ela não ajudará na aprendizagem.</p> <p>Os alunos apontaram a presença de paródias como uma possibilidade para uma boa aprendizagem.</p> <p>Os alunos não restringiram a presença de paródias como único tipo de canção com possibilidade de propiciar uma boa aprendizagem.</p> <p>A canções cujas melodias apresentaram pouca ou nenhuma variação não despertou interesse dos alunos.</p> <p>As canções cujas melodias apresentaram pouca ou nenhuma variação foram consideradas infantis, chatas ou “para dormir”.</p> <p>As canções cujos andamentos eram do tipo lento, foram consideradas infantis, chatas ou “para dormir”.</p> <p>As canções cujas vozes que cantavam eram infantilizadas não causaram atração nos alunos.</p> <p>As canções apresentadas com defeitos em sua gravação ou em volume inaudível não atraíram os alunos (mesmo com acesso às letras).</p>

Fonte: Elaboração própria (2023).

A partir do que pode ser constatado no Quadro 34, é possível concluir que os tipos de canções que podem contribuir para a representação semiótica de conceitos matemáticos no Ensino Fundamental são canções que não sejam infantilizadas, seja com vozes de crianças cantando, seja pelo andamento lento ou pela pouca variação melódica. Isso tudo reunido contribui para o não envolvimento dos alunos com atividades em que elas estejam presentes. Por outro lado, obedecendo aos critérios listados pelos alunos, as canções mantiveram a atenção deles, o que sugere maiores possibilidades de tratamento dos conteúdos nelas presentes. Aqui, cabe registrar que o objetivo foi atingido tanto pelas revelações aqui apresentadas como pela elaboração da definição de Canção Matemática.

Já considerando as revelações apresentadas ao final da análise da categoria **aspectos linguísticos de canções matemáticas**, segue o Quadro 35 com um extrato dessas revelações que se configuram suficientes para comprovar que o objetivo foi atingido.

Quadro 35 – Extrato das Revelações: os aspectos linguísticos da CM (A)

Objetivo (Específico)	Questão de pesquisa	Revelações
Compreender como os elementos linguísticos da Canção Matemática podem interferir na representação semiótica de conceitos matemáticos no Ensino Fundamental	Como os elementos linguísticos da Canção Matemática podem interferir na representação semiótica de conceitos matemáticos no Ensino Fundamental?	
		<p>Mesmo sem que os alunos tivessem acesso à letra da canção, eles não tiveram dificuldades para entender o que se dizia quando o português utilizado foi o falado em Portugal.</p> <p>Alguns alunos identificaram facilmente os idiomas em que as canções eram cantadas, quando eles eram o espanhol, o português falado no Brasil e o falado em Portugal.</p> <p>Os alunos conseguem identificar nas canções, mesmo sem acesso às letras, informações acerca de conteúdos matemáticos.</p> <p>Ao buscar identificar as informações acerca de conteúdos matemáticos, os alunos priorizaram aquelas que parecem já ser do seu conhecimento, especificamente os relacionados às propriedades.</p> <p>Os alunos conseguem questionar algumas informações constantes nas letras (mesmo só pela audição) quando elas não</p>

	apresentam exemplos claros dos objetos matemáticos abordados.
	Nem sempre as letras das canções conseguem abordar todo o conteúdo abordado, sejam definições, propriedades etc.
	Na maioria das vezes, as informações das letras das canções não foram desconsideradas pelos alunos (mesmo só pela audição).
	Quando os versos eram curtos e repetitivos, as letras eram mais facilmente decoradas pelos alunos.
	Em algumas canções, o entendimento das letras foi prejudicado pela qualidade de gravação ou de reprodução.
	Os alunos consideraram que ter acesso à letra da canção pode facilitar o entendimento do que é dito.
	O acesso à letra impulsionou os alunos a acompanharem a canção cantando.
	A falta de acesso à letra da canção não interferiu nas performances percussivas dos alunos.
	Os alunos não recomendaram canções em espanhol para crianças (idades em torno de seis anos), pois trariam dificuldades para o aprendizado.
	Os alunos consideraram que ter acesso à letra da canção pode facilitar a aprendizagem do conteúdo tratado na canção.
	Com o acesso à letra da canção, os alunos identificaram lacunas nas informações sobre conteúdos matemáticos.
	Os alunos realizaram deduções acerca do que continha a letra da canção, sendo que, às vezes, pareceram acreditar em afirmações que não estavam presentes.
	Ter acesso à letra da canção pareceu não ter muita importância, para os alunos, quando a sua audição esteve prejudicada.
	Ter acesso à letra da canção, mesmo com a sua audição prejudicada, possibilitou a identificação de informações acerca dos conteúdos matemáticos abordados.
	O acesso à letra da canção não pareceu ser importante quando a apresentação foi ao vivo.
	Algumas palavras ou expressões das letras foram interpretadas mediante diversos significados não necessariamente intencionados por quem criou as canções.
	A diversidade de significados de palavras ou expressões das letras dados pelos alunos levou-os a dúvidas sobre o que realmente a canção queria dizer.
	Aproveitando a diversidade possível de significados de palavras e expressões das letras, alguns alunos, indicando a ação sugerida pela canção, performaram com leve toque cômico.
	A polissemia de palavras ou expressões das letras pode dificultar o entendimento do que é dito na canção.
	O sentido denotativo da mensagem presente na letra de uma canção nem sempre é possível de ser alcançado.
	Palavras da letra de uma canção que se repetem com frequência e em sequência tendem a perder o seu significado quando cantadas.

Fonte: Elaboração própria (2023).

A partir do que pode ser constatado no Quadro, foi possível confirmar, de uma forma geral, que: a letra pode não atender ao que se almeja, caso haja a presença de palavras polissêmicas; ter acesso à letra facilita o acompanhamento do que diz a canção; as canções no idioma materno facilitam o entendimento; o acesso à letra

possibilita que o aluno identifique lacunas no que diz a canção; a letra da canção é valorizada pelos alunos, o que possibilita que eles entendam como os objetos matemáticos estão representados e, quando a CM for combinada com um outro RRS, poderá proporcionar o transitar inter-registro que possibilita que ocorra a apreensão de objetos matemáticos. Destaco aqui que, apesar da subdivisão em mais de um Quadro para a mesma análise feita, isso não exclui, como um todo, a conexão dessas revelações com mais de um dos objetivos específicos.

Quadro 36 – Extrato das Revelações: os aspectos linguísticos da CM (B)

Objetivo (Específico)	Questão de pesquisa	Revelações
Identificar quais os tipos de canções matemáticas que podem contribuir para a representação semiótica de conceitos matemáticos no Ensino Fundamental	Quais os tipos de canções matemáticas que podem contribuir para a representação semiótica de conceitos matemáticos no Ensino Fundamental?	
		<p>Mesmo sem que os alunos tivessem acesso à letra da canção, eles não tiveram dificuldades para entender o que se dizia quando o português utilizado foi o falado em Portugal.</p> <p>Alguns alunos identificaram facilmente os idiomas em que as canções eram cantadas, quando eles eram o espanhol, o português falado no Brasil e o falado em Portugal.</p> <p>Nem sempre as letras das canções conseguem contemplar todo o conteúdo abordado, sejam definições, propriedades etc.</p> <p>Quando os versos eram curtos e repetitivos, as letras eram mais facilmente decoradas pelos alunos.</p> <p>Os alunos não recomendaram canções em espanhol para crianças (idades em torno de seis anos) pois trariam dificuldades para o aprendizado.</p> <p>Algumas palavras ou expressões das letras foram interpretadas mediante diversos significados não necessariamente intencionados por quem criou as canções.</p> <p>A diversidade de significados de palavras ou expressões das letras dada pelos alunos levou-os a dúvidas sobre o que realmente a canção queria dizer.</p> <p>A polissemia de palavras ou expressões das letras pode dificultar o entendimento do que é dito na canção.</p> <p>Palavras da letra de uma canção que se repetem com frequência e em sequência tendem a perder o seu significado, quando cantadas.</p>

Fonte: Elaboração própria (2023).

A partir do que pode ser constatado no Quadro 36, é possível concluir que os tipos de canções matemáticas que podem contribuir para a representação semiótica de conceitos matemáticos no Ensino Fundamental são canções que possuem idiomas não tão distantes do português brasileiro, que as palavras não possuam um grande teor polissêmico, e que os versos sejam curtos, mas nem sempre muito repetitivos. Isso tudo reunido pode possibilitar um melhor tratamento dos conteúdos presentes nas canções. Já aqui o objetivo foi atingido pelas revelações apresentadas dos aspectos musicais e, também, pela elaboração da definição de Canção Matemática.

Tangenciando todas as revelações listadas, a compreensão de que essa tal Canção Matemática contribui para a ativação cerebral capaz de produzir mudanças durante e após o seu contato. Muitas dessas mudanças parecem potencializar diversas regiões responsáveis por outras formas de construção do conhecimento. Também ela, a CM, contribui tanto para a memória de curto prazo quanto para a de longo prazo, o que propicia ancoragens responsáveis por aprendizagens significativas e pelo estabelecimento do potencial de mudança de comportamento.

Imersa na esfera lúdica, a CM configura-se como elemento propício para um coletivo de ambiência lúdica, pode estar presente como elemento de formação lúdica e, conseqüentemente, integrar uma Didática Sensível.

Dessa forma, por tudo que foi apresentado acerca das discussões e das análises das categorias analíticas, acredito que a pesquisa deu conta de identificar quais os tipos de canções matemáticas que podem contribuir para a representação semiótica de conceitos matemáticos no Ensino Fundamental; de compreender como os elementos linguísticos da Canção Matemática podem interferir na representação semiótica de conceitos matemáticos no Ensino Fundamental; e de compreender como os elementos musicais da Canção Matemática podem interferir na representação semiótica desses conceitos, o que propiciou responder como as canções matemáticas podem contribuir para a representação semiótica de conceitos matemáticos no Ensino Fundamental.

Por outro lado, mesmo que os objetivos desta pesquisa tenham sido atingidos, é salutar comentar acerca dos limites e dificuldades presentes durante o transcorrer da investigação, assim como apontar possibilidades de avanços complementares em estudos posteriores.

- Quanto às referências teóricas específicas da temática investigada: mesmo que a natureza de uma pesquisa em nível de doutorado preze pela originalidade do seu objeto, é de se destacar a escassez de referências teóricas específicas acerca do objeto tratado que possibilitassem o enriquecimento das análises aqui feitas, sejam por comparações ou por contrastes.
- Quanto ao acesso a documentos internos da escola: visando a obter informações que direcionassem a prática escolar, especificamente o processo de ensino e aprendizagem, buscou-se acesso a documentos como o Projeto Político Pedagógico, Plano de Ensino, Planos de Aula, Livros didáticos, dentre outros. Porém, seja por não acolhimento intencional, por parte da escola, ou devido a outras demandas escolares, não foi possível analisar os documentos citados. Diferente disso, poder-se-ia ter um olhar mais ampliado acerca das intenções pedagógicas da instituição e contrastar com as informações desveladas durante a investigação.
- Quanto ao momento de acesso à escola: a escolha do período de acesso à escola ocorreu, primeiramente, levando-se em conta o período pandêmico, cujas limitações impostas acabaram por adiá-la consideravelmente, tendo sido impraticável até meados do segundo semestre do ano de 2021; também, algumas dificuldades pessoais para a realização das atividades ainda no início do ano de 2022 contribuíram para que só fossem colocadas em prática no segundo semestre do ano de 2022; e, além aos fatores já comentados, o período transcorrido desde o cadastro na Plataforma Brasil até à aprovação final no Comitê de Ética da Escola de Enfermagem da UFBA (em torno de três meses), foi o motivo do acesso acontecer somente no mês de novembro.
- Quanto à seleção das canções: como já pontuado, houve dificuldade em localizar fontes que reunissem canções voltadas para o processo de ensino e aprendizagem de Matemática relativo ao 5º ano do Ensino Fundamental. A grande maioria, mesmo que tratando dos conteúdos escolhidos, focava a Educação Infantil. Ainda assim, a busca foi viesada pelas relações algorítmicas que não garantem que os vídeos do *YouTube* sejam selecionados pela qualidade do conteúdo, mas por critérios de validação específicos da plataforma. Essa situação comprova que, além da escassez de estudos acerca

da temática desta investigação, também ocorre uma falta de materiais organizados, sejam eles presentes em formatos físicos ou digitais.

- Quanto aos grupos dialógico-cancionais: ainda que o presente estudo se constitua uma etnopesquisa-formação, mesmo que a instituição tenha validado a necessidade da investigação formativa, e mesmo com a adesão voluntária dos estudantes, não há como desconsiderar um certo direcionamento da pesquisa determinado, inicialmente, pelo pesquisador e não pelos sujeitos. Por outro lado, considerando os ritos acadêmicos e a natureza do trabalho, não parece ser fácil visualizar um acordo menos hierarquizado no qual todos os atores possuem os mesmos poderes e oportunidades de decisão.

Ainda que possuindo um planejamento, uma programação específica para a realização das atividades, e levando em conta o contexto e os participantes da pesquisa, foi preciso, permanentemente, uma atenção para a necessidade de adaptações durante a sua execução, seja pela faixa-etária dos estudantes, os quais não possuíam maturidade para avaliar a importância da formação, seja pelo simples fato de se constituírem sujeitos singulares para os quais não é possível determinar todos os tipos de comportamentos, reações e compreensões. Essa impossibilidade, no entanto, não causou prejuízos ao andamento da investigação, embora seja pertinente apontar a situação.

Se, por um lado, a prévia informação que os estudantes tiveram sobre este pesquisador por parte da direção escolar propiciou uma aproximação com eles, pode também ter favorecido uma certa preferência pelas canções de minha autoria, ainda que o quantitativo de canções apresentado não tenha sido grande quando comparado ao total das canções exibidas.

A participação tímida de alguns estudantes, seja por receio ou constrangimento, ainda que passível de observação e análise, deixou de favorecer uma análise mais ampla e detalhada acerca de alguns aspectos investigados.

- Quanto às fronteiras da canção: na seleção realizada, não foi possível identificar canções matemáticas que se localizassem na fronteira linguística ou na fronteira musical. Dessa maneira, a atual pesquisa não possibilitou indicar

as possíveis vantagens ou desvantagens desse tipo de ocorrência, se uma canção próxima do limite linguístico possui um maior poder denotativo, o que hipoteticamente possibilitaria uma maior atenção do estudante ao conteúdo abordado, ou se no limite musical poderia ser mais favorecido pela esfera lúdica produzida em detrimento do objeto matemático tratado na letra da canção. Esse quadro de possibilidades sugere a necessidade de novas investigações que busquem explorar as lacunas aqui apontadas e que poderão clarificar mais como a presença de canções matemáticas podem contribuir para a representação semiótica de conceitos matemáticos no Ensino Fundamental.

- Quanto às possibilidades de o professor trabalhar com canções matemáticas: algumas sugestões de como o professor pode trabalhar com as canções matemáticas em sua prática de ensino foram apresentadas. Contudo, o presente estudo não teve como objetivo averiguar quais delas podem ser consideradas mais propícias em favorecer o processo de aprendizagem de Matemática. Nesse sentido, novas pesquisas poderão se concentrar nessa questão, apresentando novas descobertas e suscitando modificações e/ou complementações do que até aqui foi indicado.

A caminhada, com seus percalços, com pedrinhas, mas também pedregulhos no caminho, não foi tão fácil, porém, jamais desmotivadora. Em compensação, a gratidão por tantos conhecimentos construídos até aqui. Pude perceber o quanto ficou de aprendizado. A etnopesquisa-formação foi um guia em que procurei atender suas sugestões investigativas, embora nem sempre com total domínio, mas sempre sincero e disposto a construir novos conhecimentos. Escavei terrenos firmes e duros, nem sempre encontrando o que queria. Contudo, de posse das sinalizações dos integrantes da banca examinadora deste estudo, bem como das itinerâncias formativas junto ao GEPEL sob a coordenação sensível de minha orientadora, pude descobrir terrenos outros, desconhecidos, mas desafiadores, fascinantes e extremamente frutíferos e enriquecedores.

Quanto aos alunos (que crianças parecem negar que são), os participantes da investigação, percebi que aprenderam, formaram opinião, desconstruíram e reconstruíram saberes. Retomo o que nos afirma Macedo (2004, p. 265),

A etnopesquisa-formação adota o princípio antropológico segundo o qual os membros de um grupo social conhecem melhor sua realidade que especialistas que vêm de fora da convivibilidade grupal da comunidade ou da instituição, o que não significa fechamento num abismo ingênuo e equivocado, mas na abertura a uma dialogicidade interessada visando uma compreensão e intervenção majorantes.

E, assim, de forma conjunta e colaborativa, chega-se à culminância dessa aventura pensada e, olhando para o lado, já percebo aproximar-se o momento de novas aventuras investigativas e formadoras. Claro, sempre conectadas a tudo o que foi construído aqui e com todos os “eus” que fizeram o meu.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; SILVA, Karina Alessandra Pessoa da. **Abordagens Semióticas em Educação Matemática**. *Bolema*, Rio Claro (SP), v. 32, n. 61, p. 696-726, ago. 2018. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/bolema/v32n61/0103-636X-bolema-32-61-0696.pdf>. Acesso em: 10 jan. 2020.
- ANASTÁCIO, Maria Queiroga Amoroso. Números e sua origem: uma abordagem fenomenológica. In: ANASTÁCIO, Maria Queiroga Amoroso; KLUTH, Verilda Speridião. **Filosofia da educação Matemática: debates e confluências**. São Paulo: Centauro, 2009.
- BARBIER, René. **A pesquisa-ação**. Brasília: Liber Livro Editora, 2007.
- BARBOSA, Gustavo. **Platão e Aristóteles na Filosofia da Matemática**. (f. 134). 2009. Dissertação de Mestrado. Universidade Estadual Paulista. Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática – Área de Concentração em Ensino e Aprendizagem da Matemática e seus Fundamentos Filosófico-Científicos. Rio Claro, 2009.
- BARDIN, Laurence. **Análise de conteúdo**. São Paulo: Edições 70, 2016.
- BERCHMANS, Tony. **A música do filme: tudo o que você gostaria de saber sobre a música de cinema**. São Paulo: Escrituras Editora, 2012.
- BICUDO, Irineu. Platão e a Matemática. **Letras Clássicas**, n. 2, p. 301-315, 1998.
- BICUDO, Irineu; MENEGHETTI, Renata C. Geromel. Uma discussão sobre a Constituição do Saber Matemático e seus reflexos na Educação Matemática. **Bolema**, Rio Claro – SP, v. 16, n. 19, maio 2003.
- BICUDO, Maria Aparecida Viggiani; BORBA, Marcelo de Carvalho (Org.). **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, 2012.
- BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. Debatendo “um estudo introdutório sobre a abstração como idealização”. In: ANASTÁCIO, Maria Queiroga Amoroso; KLUTH, Verilda Speridião. **Filosofia da educação Matemática: debates e confluências**. São Paulo: Centauro, 2009.
- BRANDT, Celia Finck; MORETTI, Mércles Thadeu. O cenário da pesquisa no campo da Educação Matemática à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica. **Perspectiva da Educação Matemática**. Campo Grande, v. 7, n. 13, p. 22-37. 2014.
- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2017. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase/#fundamental/a-area-de-matematica>. Acesso em: 17 ago. 2022.

BRASIL. Conselho Nacional de Saúde. **Resolução n. 466, de 12 de dezembro de 2012.** Aprova diretrizes e normas de pesquisas envolvendo seres humanos. Disponível em: <<http://conselho.saude.gov.br/resolucoes/2012/reso466.pdf>>. Acesso em: 20 jun. 2022.

BRASIL. Conselho Nacional de Saúde. **Resolução n. 510, de 7 de abril de 2016.** Dispõe sobre as normas aplicáveis a pesquisas em Ciências Humanas e Sociais. Disponível em: <<http://conselho.saude.gov.br/resolucoes/2016/reso510.pdf>>. Acesso em: 20 jun. 2022.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática/Secretaria de Educação Fundamental.** Brasília: MEC/SEF, 1998. (Terceiro e quarto ciclos).

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática/Secretaria de Educação Fundamental.** Brasília: MEC/SEF, 1997. (1ª à 4ª série).

BRASIL. Ministério da Mulher, da Família e dos Direitos Humanos. **Lei nº 8.069, 13 de julho de 1990.** Dispõe sobre o Estatuto da Criança e do Adolescente e dá outras providências. Diário Oficial da União. Ano 1990, Disponível em: https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/l8069.htm. Acesso em: 18 dez. 2022.

BUGALHO, Sérgio. O poema como letra de canção. In: MATOS, Cláudia Neiva de; TRAVASSOS, Elizabeth; MEDEIROS, Fernanda Teixeira de (Org.). **Ao encontro da palavra cantada: poesia, música e voz.** Rio de Janeiro: 7Letras, 2001. p. 299-308. CALDAS, Sidcley Dalmo Teixeira. **Poemas matemáticos: do ponto ao 3d.** Vol. 2. São Paulo: Livraria da Física, 2022.

CALDAS, Sidcley Dalmo Teixeira Caldas; SOARES, Ana Paula Nascimento. **Maria Flor.** Canção (no prelo), 2022.

CALDAS, Sidcley Dalmo Teixeira. **Canções mais Educação Matemática: o que os futuros professores pensam disso?** Curitiba: CRV, 2019.

CALDAS, Sidcley Dalmo Teixeira. **A presença de canções na Educação Matemática: compreensões de futuros professores dos anos iniciais do ensino fundamental.** 2016. (140 f.). Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Educação. Faculdade de Educação. Universidade Federal da Bahia. Salvador, 2016.

CAMPELLO, Bernadete Santos; SILVA, Eduardo Valadares da. Subsídios para esclarecimento do conceito de livro paradidático. **Bibl. Esc. em R.**, Ribeirão Preto, v. 6, n. 1, p. 64-80, 2018. Disponível em: <https://www.revistas.usp.br/berev/article/view/143430/147738>. Acesso em: 27 nov. 2022.

CANDAU, Vera Maria (Org.). **A didática em questão.** Petrópolis: Vozes, 2010.

COLOMBO, Janecler Aparecida Amorin; FLORES, Cláudia Regina; MORETTI, Méricles Thadeu. Reflexões em torno da representação semiótica na produção do conhecimento: compreendendo o papel da referência na aprendizagem da Matemática. **Educação Matemática e Pesquisa**. São Paulo, v. 9, n. 2, pp. 181-203, 2007.

CSIKSZENTMIHALYI, Mihaly. **Flow**: a psicologia do alto desempenho e da felicidade. Rio de Janeiro: Objetiva, 2020.

DALCIN, Andreia. Um olhar sobre o paradidático de Matemática. **Zetetiké – Cempem – FE – Unicamp – v. 15, n. 27 – jan./jun. – 2007.**

DAMÁSIO, António. **A estranha ordem das coisas**: as origens biológicas dos sentimentos e da cultura. São Paulo: Companhia das Letras, 2018.

DAMÁSIO, António. **O mistério da consciência**: do corpo e das emoções ao conhecimento de si. São Paulo: Companhia das Letras, 2015.

DAMÁSIO, António. **O erro de Descartes**: emoção, razão e o cérebro humano. São Paulo: Companhia das Letras, 2012.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. Prefácio. In: D'AMORE, Bruno; PINILLA, Martha Isabel Fandiño; IORI, Maura. **Primeiros elementos de semiótica**: sua presença e sua importância no processo de ensino-aprendizagem da Matemática. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015.

DAMM, Regina Flemming. Representação, compreensão e resolução de problemas aditivos. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (Org.). **Aprendizagem em Matemática**: registros de representação semiótica. Campinas: Papirus, 2013.

D'AMORE, Bruno; PINILLA, Martha Isabel Fandiño; IORI, Maura. **Primeiros elementos de semiótica**: sua presença e sua importância no processo de ensino-aprendizagem da Matemática. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015.

D'AMORE, Bruno. **Elementos de didática da Matemática**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2007.

D'AMORE, Bruno. **Epistemologia e didática da Matemática**. São Paulo: Escrituras Editora, 2005.

DARBY, Derrick; SHELBY, Tommie. **Hip hop e a filosofia**. Tradução Martha Malvezzi Leal. São Paulo: Madras, 2006.

DARWIN, Charles. **A expressão das emoções no homem e nos animais**. São Paulo: Companhia das Letras, 2009.

D'ÁVILA, Cristina. **Didática sensível**: contribuição para a didática na educação superior. São Paulo: Cortez, 2022.

D'ÁVILA, Cristina Maria. **Decifra-me ou te devorarei**: o que pode o professor frente ao livro didático? Salvador: EDUNEB; EDUFBA, 2013.

D'ÁVILA, Cristina Maria. Didática: a arte de formar professores no contexto universitário. In: D'ÁVILA, Cristina Maria; VEIGA, Ilma Passos Alencastro (Orgs.). **Didática e docência na educação superior**: implicações para a formação de professores. Campinas, SP: Papirus, 2012.

DIONNE, Hugues. **A pesquisa-ação para o desenvolvimento local**. Brasília: Liber Livro Editora, 2007.

DUARTE JR., João-Francisco. **Por que arte-educação?**. Campinas, SP: Papirus, 2012.

DUVAL, Raymond. Prefácio. In: D'AMORE, Bruno.; PINILLA, Martha Isabel Fandiño; IORI, Maura. **Primeiros elementos de semiótica**: sua presença e sua importância no processo de ensino-aprendizagem da Matemática. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015.

DUVAL, Raymond. Raymond Duval e a teoria dos registros de representação semiótica. Entrevista concedida a José Luiz Magalhães de Freitas. **Revista paranaense de educação Matemática - RPEM**. Campo Mourão: Universidade Estadual do Paraná, v. 2, n. 3 (jul. /dez.2013), 2013a.

DUVAL, Raymond. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo da compreensão em Matemática. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (Org.). **Aprendizagem em Matemática**: registros de representação semiótica. Campinas: Papirus, 2013b.

DUVAL, Raymond. Abordagem cognitiva de problemas de geometria em termos de congruência. (Tradução: Méricles Thadeu Moretti). **Revemat**. Florianópolis, v. 07, n. 1, p.118-138, 2012.

DUVAL, Raymond. **Ver e ensinar a Matemática de outra forma**: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas. Organização Tânia M. M. Campos. São Paulo: PROEM, 2011.

DUVAL, Raymond. **Semiósis e pensamento humano**: registro semiótico e aprendizagens intelectuais. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

DUVAL, Raymond. *Registres de representation sémiotique e fonctionnement cognitif de la pensée*. **Annales de Didactique et de Sciences Cognitives**. Strasbourg, IREMULP, França, v. 5, 1993, p. 37-64.

EKMAN, Paul. **A linguagem das emoções**: revolucione sua comunicação e seus relacionamentos reconhecendo todas as expressões das pessoas ao redor. São Paulo: Lua de papel, 2011.

FERREIRA, Fernanda Aparecida; SANTOS, Cintia Aparecida Bento dos; CURTI, Edda. Um cenário sobre pesquisas brasileiras que apresentam como abordagem

teórica os registros de representação semiótica. **Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**. Recife, v. 4, n. 2, p. 1-14. 2013.

FINNEGAN, Ruth. O que vem primeiro: o texto, a música ou a performance? In: MATOS, Cláudia Neiva (Org.). **Palavra cantada**: ensaios sobre poesia, música e voz. Rio de Janeiro: 7Letras, 2008. p. 15-43.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sergio (Orgs.). **Investigação em Educação Matemática**: percursos teóricos e metodológicos. Campinas, SP: Autores Associados, 2009. (Coleção Formação de Professores)

FIORENTINI, Dario. Alguns modos de ver e conceber o ensino da Matemática no Brasil. **Revista Zetetiké**, ano 3, n.4, p.1-37. 1995.

FINCK, Celia Brandt; NUNES, Ana Luiza Ruschel; PONTES, Helaine Maria de Souza. O estado da arte da teoria dos registros de representação semiótica na Educação Matemática. **Educação Matemática Pesquisa** (impresso). São Paulo, v. 19, n. 1, p. 297-325. 2017

FRANCO, Maria Amélia Santoro. **Pedagogia como ciência da educação**. São Paulo: Cortez, 2008.

FRANCO, Maria Laura P.B. **Análise de conteúdo**. Brasília: Liber Livro, 2012.

GALEFFI, Dante. O rigor nas pesquisas qualitativas: uma abordagem fenomenológica em chave transdisciplinar. In: MACEDO, Roberto Sidnei; GALEFFI, Dante; PIMENTEL, Álamo. **Um rigor outro**: sobre a questão da qualidade na pesquisa qualitativa. Salvador: EDUFBA, 2009.

GARCÍA, Maria Josefa Mosteiro; CASTRO, Ana Maria Porto. *La investigación em educación*. In: MORORÓ, L. P.; COUTO, M. E. S.; ASSIS, R. A. M. (Orgs.). **Notas teórico-metodológicas de pesquisas em educação**: concepções e trajetórias. Ilhéus, BA: EDITUS, 2017, p. 13-40.

GARDNER, H. **Inteligências múltiplas**: a teoria na prática. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.

GARNICA, Antonio Vicente Marafioti. Matemática, Educação Matemática, cidades e casacos vermelhos: um prefácio. In: OLIVEIRA, Cristiane Coppe de; MARIM, Vlademir. **Educação Matemática**: contextos e práticas docentes. Campinas, SP: Editora Alínea, 2014.

GEERTZ, Clifford. **A interpretação das culturas**. Rio de Janeiro: LTC, 1989.

GIL, Antonio Carlos. **Estudo de caso**. São Paulo: Atlas, 2009.

GODINO, Juan D; BATANERO, Carmen. **Relaciones dialécticas entre teoría, desarrollo y práctica en educación Matemática**: un meta-análisis de tres investigaciones. In: *Investigaciones sobre Fundamentos Teóricos y Metodológicos de la Educación Matemática*. Granada: Universidad de Granada, 2003.

HADDAD, Alice Bitencourt. A visão sensível como imagem da visão dos inteligíveis. **Revista Formação**, Marília, v.35, n. 3, p. 3-20, jul./set., 2012. Disponível em: <https://revistas.marilia.unesp.br/index.php/transformacao/article/view/2616/2049> Acesso em: 09 dez. 2022.

HOFFMANN, Jussara. **Avaliação Mito e Desafio: uma perspectiva construtivista**. Porto Alegre, 2000.

HUIZINGA, Johan. **Homo ludens: o jogo como elemento da cultura**. São Paulo: Perspectiva, 2003.

ILARI, Beatriz. Cognição musical: origens, abordagens tradicionais, direções futuras. In: ILARI, Beatriz. ARAÚJO, Rosane Cardoso de (Org.). **Mentes em música**. Paraná: UFPR, 2010.

JAMES, William. **O que é uma emoção?** Traduzido por Raphael Silva Nascimento, 2013.

JANOTTI JR., Jeder Silveira. **Autenticidade e gêneros musicais: valor e distinção como formas de compreensão das culturas auditivas dos universos juvenis**. Disponível em: <http://revistas.pucsp.br/index.php/pontoevirgula/issue/view/966/showToc>. Acesso em: 15 out. 2022.

JESUS, Wilson Pereira de. Teoria do Conhecimento e Educação Matemática: reflexões. **Caderno de Física da UEFS**, 03 (02): 61-80, 2005. Disponível em <http://dfisweb.uefs.br/caderno/vol3n2/WJesus.pdf>. Acesso em: 16 abr. 2022.

JOURDAIN, Robert. **Música, cérebro e êxtase: como a música captura nossa imaginação**. Rio de Janeiro: Objetiva, 1998.

KANT, Immanuel. **Crítica da razão pura**. Tradução de Manuela Pinto Dos Santos e Alexandre Fradique Morujão. Introdução e notas de Alexandre Fradique Morujão. 5 ed. Coimbra: Fundação Calouste, 2001. Disponível em: <https://joaocamillopenna.files.wordpress.com/2013/09/kant-critica-da-razao-pura.pdf>. Acesso em: 13 jun. 2021.

LAJOLO, M. Livro didático: um (quase) manual de usuário. **Revista Em Aberto**, Brasília, n. 69, p. 3-9, jan./mar, 1996. Livro didático e qualidade do ensino. Edição revisada em 1998. Disponível em: <http://www.emaberto.inep.gov.br/ojs3/index.php/emaberto/article/view/2368>. Acesso em: 16 abr. 2021.

LAPASSADE, Georges. **As microssociologias**. Brasília: Liber Livro Editora, 2005.

LACERDA, Osvaldo. **Compêndio de teoria elementar da música**. 15 ed. São Paulo: Ricordi, 1966.

LE BRETON, David. **Antropologia das emoções**. Petrópolis: Vozes, 2019.

LE BRETON, David. **Antropologia dos sentidos**. Pertrópolis, RJ: Vozes, 2016.

LEAL, Sérgio José de Machado. **Acorda hip-hop!**: despertando um movimento em transformação. Rio de Janeiro: Aeroplano, 2007.

LEDOUX, Joseph. **O cérebro emocional**: os misteriosos alicerces da vida emocional. Rio de Janeiro: Objetiva, 2011.

LEFRANÇOIS, Guy R. **Teorias da aprendizagem**. São Paulo: Cengage Learning, 2019.

LEVITIN, Daniel. **A música no seu cérebro**: a ciência de uma obsessão humana. Rio de Janeiro: Objetiva, 2021.

LEVITIN, Daniel, J. **El cérebro musical: seis canciones que explican la evolución humana**. Barcelona: RBA Bolsillo, 2019.

LIBÂNEO, José Carlos. Que destino os educadores darão à pedagogia? In: PIMENTA, Selma Garrido (Org.). **Pedagogia, ciência da educação?** São Paulo: Cortez, 2011.

LIBÂNEO, José Carlos. **Pedagogia e pedagogos, para quê?** São Paulo: Cortez, 2010.

LIBÂNEO, José Carlos. **Didática**. São Paulo: Cortez, 1990.

LIMA, Jorge dos Santos. Resenha de Erickson, Glenn W.; e Fossa, John A. A linha dividida: uma abordagem matemática à filosofia platônica. Rio de Janeiro: Relume Dumará, 2006. 186 páginas. [Coleção Metafísica, n. 4]. **Princípios**, Natal, v. 14, n. 21, jan./jun. 2007, p. 307-312.

LIMA JR., Arnaud S. de. **Tecnologias inteligentes e educação**: currículo hipertextual. Rio de Janeiro: Quartet, 2005.

LUCKESI, Cipriano Carlos. **Ludicidade e atividades lúdicas na prática educativa**. São Paulo: Cortez, 2022.

LUDKE, Menga; ANDRÉ, Marli E. D. A. **Pesquisa em educação**: abordagens qualitativas. Rio de Janeiro: E.P.U., 2014.

KLUTH, Verilda Speridião. A abstração como idealização: um prelúdio em filosofia da educação Matemática. In: ANASTÁCIO, Maria Queiroga Amoroso; KLUTH, Verilda Speridião. **Filosofia da educação Matemática**: debates e confluências. São Paulo: Centauro, 2009.

MACEDO, Roberto Sidnei. **Pesquisa Contrastiva e estudos multicaseos**: da crítica à razão comparativa ao método contrastivo em ciências sociais e educação. Salvador: EDUFBA, 2018.

MACEDO, Roberto Sidnei. **Compreender / mediar a formação**: o fundante da educação. Brasília: Liber Livro Editora, 2010.

MACEDO, Roberto Sidnei. **A etnopesquisa crítica e multirreferencial nas ciências humanas e na educação**. Salvador: EDUFBA, 2004.

MACHADO, Nilson José. **Matemática e língua materna**. São Paulo: Cortez, 2011.

MATOS, Gregório de. **Poemas escolhidos de Gregório de Matos**; seleção e organização José Miguel Wisnik. São Paulo: Companhia das Letras, 2010.

MATURANA, Humberto R.; VERDEN-ZOLLER, Gerda. **Amar e brincar**: fundamentos esquecidos do humano. São Paulo: Palas Athena, 2004.

MED, Bohumil. **Teoria da música**. Brasília: Musimed, 1996.

MENEGHETTI, Renata Cristina Geromel; TREVISANI, Fernando de Mello. Futuros matemáticos e suas concepções sobre o conhecimento matemático e seu ensino e aprendizagem. **Educ. Matem. Pesq.**, São Paulo, v.15, n.1, pp.147-178, 2013.

MIGUEL, Antonio; GARNICA, Antonio Vicente Marafioti; IGLIORI, Sonia Barbosa Camargo.; D'AMBRÓSIO, Ubiratan. GIANCATERINO, Roberto. A educação Matemática: breve histórico, ações implementadas e questões sobre sua disciplinarização. **Revista Brasileira de Educação**. ANPED. N. 27, Campinas, Autores Associados, pp. 71-93, set./dez. 2004.

MINEIRO, Márcia. **O essencial é invisível aos olhos**: a concepção dos estudantes sobre a mediação didática lúdica na educação superior. 2021. (445 f.). Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Educação. Faculdade de Educação. Universidade Federal da Bahia. Salvador, 2021.

MINEIRO, M.; D'ÁVILA, C. Construindo pontes: a mediação didática lúdica no ensino superior. **Práxis Educacional**, Vitória da Conquista, v. 16, n. 37, p. 146-172, jan. 2020. ISSN 2178-2679. Disponível em: <https://periodicos2.uesb.br/index.php/praxis/article/view/6026/4517>. Acesso em: 05 jan. 2023.

MORAES, J. Jota. **O que é música**. São Paulo: Editora Brasiliense, 1983.

MORAES, Maria Cândida; TORRE, Saturnino de la. **Sentipensar**: fundamentos e estratégias para reencantar a educação. Rio de Janeiro: Wak Editora, 2018.

MOREIRA, Antônio Marco. **O que é afinal aprendizagem significativa?** *Curriculum, La Laguna*, Espanha, 2012. Disponível em: <http://moreira.if.ufrgs.br/oqueefinal.pdf>. Acesso em: 03 dez. 2022.

MOREIRA, Antônio Marco. **Aprendizagem significativa**: a teoria e textos complementares. São Paulo: Livraria da Física, 2011.

MORETTI, Vanessa Dias; PANOSSIANI, Maria Lúcia; RADFORD, Luis. Luis Radford - Questões em torno da Teoria da Objetivação. **Revista Obutchénie**, 1(4), 251-272, 2018.

MORETTI, Vanessa Dias; PANOSSIANI, Maria Lúcia; MOURA, Manoel Oriosvaldo de. Educação, Educação Matemática e teoria cultural da objetivação: uma conversa com Luis Radford. **Educação e Pesquisa**. São Paulo, v. 41, n. 1, p. 243-260, jan./mar., 2015.

MORIN, Edgar. **Cultura de massas no século XX**: espírito do tempo 1: neurose. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 2011.

MUNAKATA, K. **Produzindo livros didáticos e paradidáticos**. 1997. Tese (Doutorado) - História e Filosofia da Educação. São Paulo: PUC, 1997.

NEGREIROS, Eliete Eça. **Ensaio a canção**: Paulinho da Viola e outros. Cotia: Ateliê Editorial, 2011.

NETO, Otavino Candido de Paula. A teoria do conhecimento de Platão em república V. **Revista Kinesis**, São Paulo, v.8, n. 6, p. 184-195, jul., 2016. Disponível em: <https://revistas.marilia.unesp.br/index.php/kinesis/article/view/6424>. Acesso em: 09 dez. 2022.

NUNES, Célia Barros. A Educação Matemática na UNEB/Campus X. In: NUNES, Célia Barros; SANT'ANA, Claudinei Camargo; SANTANA, Erivalda Ribeiro dos Santos. **Educação Matemática na Bahia**: panorama atual e perspectivas. Vitória da Conquista: Edições UESB; Itabuna: Via Litterarum Editora, 2012.

OLIVEIRA, Cristiane Coppe de; MARIM, Vlademir. **Educação Matemática**: contextos e práticas docentes. Campinas, SP: Editora Alínea, 2014.

PERISSÉ, Gabriel. **Estética e Educação**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2014. (Coleção Temas & Educação)

PINKER, Steven. **Como a mente funciona**. São Paulo: Companhia das Letras, 1998.

PLATÃO. **A república**. Trad. Maria Helena da Rocha Pereira. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 2001.

RADFORD, Luis. **Teoria da Objetivação**: uma perspectiva Vygotskiana sobre conhecer e vir a ser no ensino e aprendizagem da Matemática. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2021.

RADFORD, Luis. *Algunos desafíos encontrados en la elaboración de la teoría de la objetivación*. **PNA**, 12(2), 61-80, 2018.

RADFORD, Luis. Prefácio. In: D'AMORE, Bruno; PINILLA, Martha Isabel Fandiño; IORI, Maura. **Primeiros elementos de semiótica**: sua presença e sua importância

no processo de ensino-aprendizagem da Matemática. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015.

RADFORD, Luis. **Cognição Matemática**: história, antropologia e epistemologia. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2011.

RADFORD, Luis. **La generalizzazione matematica come processo semiótico**. *La matematica e la sua didattica*, 2005. Disponível em: [http://luisradford.ca/pub/Radford%20L.%20\(2005\)%20%20La%20generalizzazione%20matematica%20come%20processo%20semiótico.pdf](http://luisradford.ca/pub/Radford%20L.%20(2005)%20%20La%20generalizzazione%20matematica%20come%20processo%20semiótico.pdf). Acesso em: 04 jan. 2020.

RADFORD, Luis. **Semiótica cultural y cognición**. *Revista Obutchénie*. Disponível em: http://www.luisradford.ca/pub/53_Tuxtla3.pdf. Acesso em: 05 jan. 2020.

RADFORD, Luis. *Sensible things, essences, mathematical objects, and other ambiguities*. **La Matematica e la sua didattica**, no. 1, 4-23, 2004b.

REIS, Maria Dulce. Por uma nova interpretação das doutrinas escritas: a filosofia de Platão é triádica. **Revista Kriterion**, Belo Horizonte, n. 116, p. 379-398, dez., 2007. Disponível em: <https://www.anpof.org.br/periodicos/kriterion-revista-de-filosofia/leitura/602/23784>. Acesso em: 09 dez. 2022.

ROCHA, Natanael Ferreira França. **Olha que coisa mais linda**: as traduções da canção garota de Ipanema em inglês, alemão, francês e italiano sob a ótica do sistema de transitividade. Florianópolis: UFSC, 2013. (153 p.). Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Estudos da Tradução. Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 2013.

ROSENWEIN, Barbara H. **História das emoções**: problemas e métodos. São Paulo: Letra e Voz, 2011.

ROSSI, Deise Mirian. **O amor na canção**: uma leitura semiótico-psicanalítica. São Paulo: EDUC; Casa do Psicólogo; FAPESP, 2003.

ROUSSEAU, Jean-Jacques. **Dicionário de música**. São Paulo: Editora Unesp, 2021.

SACKS, Oliver. **Alucinações musicais**. São Paulo: Companhia das Letras, 2007.

SANTAELLA, Lucia. **Matrizes da linguagem e pensamento**: sonora, visual, verbal. São Paulo: Iluminuras: FAPESP, 2005.

SANTAELLA, Lúcia. **O que é semiótica**. São Paulo: Editora Brasiliense, 2003.

SANTOS, José Gabriel Trindade. **Platão**: a construção do conhecimento. São Paulo: Paulus, 2012.

SAUSSURE, Ferdinand de. **Curso de linguística geral**. São Paulo: Cultrix, 2012.

SAVIANI, Dermeval. **Pedagogia histórico-crítica**: primeiras aproximações. 11. ed. rev. Campinas, SP: Autores Associados, 2013.

SCHAFER, R. Murray. **O ouvido pensante**. São Paulo: UNESP, 2011.

SILVA, Adelmo Carvalho da. **Reflexão sobre a Matemática e seu processo de ensino-aprendizagem**: implicações na (re)elaborações de concepções e práticas de professores. 2009. (246 f.). Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Educação. Centro de Educação. Universidade Federal da Paraíba. Salvador, 2009.

SILVA, A. J. N. S. **A ludicidade no laboratório**: considerações sobre a formação do futuro professor de Matemática. Curitiba: Editora CRV, 2014.

SIMÕES, Iaçanã Costa. **Ambiências ludoestéticas**: a arte visual na transformação do espaço escolar. 2022. (193 f.). Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Educação. Faculdade de Educação. Universidade Federal da Bahia. Salvador, 2022.

SODRÉ, Muniz. **Samba, o dono do corpo**. Rio de Janeiro: Mauad, 1998.

SUBTIL, Maria José Dozza. **Música midiática e gosto musical das crianças**. Ponta Grossa: Editora UEPG, 2006.

TATIT, Luiz. **Passos da semiótica tensiva**. Cotia, SP: Ateliê Editorial, 2019.

TATIT, Luiz. **Estimar canções**: estimativas íntimas na formação do sentido. Cotia, SP: Ateliê Editorial, 2016.

TATIT, Luiz. **Canção bonita**. YouTube, 2015. Disponível em: <https://youtu.be/jajlJWWKTf8>. Acesso em: 22 jun. 2022.

TATIT, Luiz. **Elos de melodia e letra**: análise semiótica de seis canções. Cotia, SP: Ateliê Editorial, 2008.

TATIT, Luiz. **O século da canção**. Cotia: Ateliê Editorial, 2004.

TATIT, Luiz. **A canção**: eficácia e encanto. São Paulo: Atual, 1986.

TEIXEIRA, Ana Cláudia Machado. “Vamos lá” e “vá lá”: uma análise sob a perspectiva da gramaticalização de construções. **Estudos linguísticos**, São Paulo, 40 (1): p. 47-59, jan-abr 2011. Disponível em: <file:///C:/Users/Usuario/Downloads/1375-Texto%20do%20Artigo-3614-3651-10-20160402.pdf>. Acesso em: 23 dez. 2022.

THEES, Andréa. **“Aprendi no YouTube!”**: um estudo sobre vídeos e videoaulas de Matemática. Curitiba: Appris, 2021.

TIBURTINO, Adriana Ferreira; SANTOS, Cintia Aparecida Bento dos. Teoria dos registros de representação semiótica: um olhar sobre as produções acadêmicas brasileiras. **Educação 5.0** - Vol. 01, 2022.

TRIVIÑOS, Augusto N. S. **Introdução à pesquisa em ciências sociais: a pesquisa qualitativa em educação**. São Paulo: Atlas, 2008.

URIBE, Carlos Eduardo Vasco. Prefácio. In: D'AMORE, Bruno; PINILLA, Martha Isabel Fandiño; IORI, Maura. **Primeiros elementos de semiótica: sua presença e sua importância no processo de ensino-aprendizagem da Matemática**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015.

VALVERDE, Monclar. Mistérios e encantos da canção. In: MATOS, Cláudia Neiva (Org.). **Palavra cantada: ensaios sobre poesia, música e voz**. Rio de Janeiro: 7Letras, 2008. p. 268-77.

VIGOTSKI, L. S. Sobre os sistemas psicológicos. In: VIGOTSKI, L. S. **Teoria e Método em Psicologia**. Tradução de Claudia Berliner. São Paulo: Martins Fontes, 1999. p. 103-136.

VYGOTSKY, L. S. **A construção do pensamento e da linguagem**. Tradução. Paulo Bezerra. São Paulo: Martins Fontes, 2001.

VILLIERS, Michael de. Algumas reflexões sobre a Teoria de Van Hiele. Tradução de Celina A. A. P. Abar **Educ. Matem. Pesq.**, São Paulo, v.12, n.3, pp. 400-431, 2010.

WISNIK, José Miguel. **Nossa canção**. YouTube, 2015. Disponível em: <https://youtu.be/9-OILGY3kpM>. Acesso em: 19 dez. 2022.

WISNIK, José Miguel. **Sem receita: ensaios e canções**. São Paulo: Publifolha, 2004.

XAVIER, Antonete Araújo Silva. **Ciberateliê brinc@nte: ambiências lúdicas e formação na cibercultura**. 2020. (251 f.). Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Educação. Faculdade de Educação. Universidade Federal da Bahia. Salvador, 2020.

YIN, Robert. K. **Estudo de caso: planejamento e métodos**. 4 ed. Porto Alegre: Bookman, 2010.

YIN, Robert. K. **Pesquisa qualitativa do início ao fim**. Porto Alegre: Penso, 2016.

ZABALA, Antoni. **A prática educativa: como ensinar**. Porto Alegre: ArtMed, 1998.

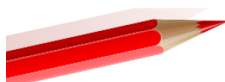
APÊNDICES

APÊNDICE A – SLIDE COM PARTE DA LETRA DA CANÇÃO “LA CANCIÓN DE LAS FIGURAS GEOMÉTRICAS”

07

SOY EL CUADRADO
TENGO 4 LADOS
UNO, DOS, TRES, CUATRO
TODOS IGUALES

HAY MUCHAS COSAS
QUE TIENE EN UN CUADRADO
MIRA AL REDEDOR
Y JÁ VERAS



QUADRADO E RETÂNGULO

SOY EL RECTÁNGULO
TENGO 4 LADOS
DOS SON MUY GRANDES
DOS SON PEQUEÑOS

HAY MUCHAS COSAS
QUE TIENE EN UN RECTÂNGULO
MIRA AL REDEDOR
Y JÁ VERAS

14

APÊNDICE B – SLIDE COM PARTE DA LETRA DA CANÇÃO “AS FORMAS GEOMÉTRICAS”

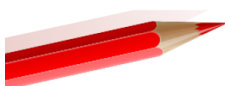
08



QUADRADO E RETÂNGULO

**EU SOU UM QUADRADO
TENHO 4 LADOS
OS LADOS SÃO TODOS IGUAIS
CONTE COMIGO SE FOR CAPAZ**

**EU SOU UM RETÂNGULO
TAMBÉM TENHO 4 LADOS
PORÉM SOU DIFERENTE
CONTE COMIGO SE FOR INTELIGENTE**



16



APÊNDICE C – SLIDE COM PARTE DA LETRA DA CANÇÃO “CANÇÃO DAS FORMAS”

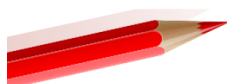
09



QUADRADO E RETÂNGULO

O QUADRADO
É SEMPRE SIMPLES
SEUS 4 LADOS SÃO IGUAIS
EM MUITAS COISAS
PODE APARECER
NOS DADOS OS PODEMOS VER

LONGO, MAGRO
LARGO PODE SER
CURTO, ALTO
BAIXO OU AO REVÉS
MUDA DEPENDENDO DE COMO VOCÊ VÊ
DO RETÂNGULO FALAMOS DESTA VEZ



18



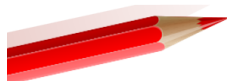
APÊNDICE D – SLIDE COM PARTE DA LETRA DA CANÇÃO “CADA COISA TEM SEU FORMATO”

10



QUADRADO

ME RESPONDA QUAL É O DESENHO DA
JANELA DO SOBRADO
REFLETINDO BEM
ME FAZ PENSAR EM UMA DAS FACES
DO DADO
4 LADOS IGUAZINHOS
PRESTE ATENÇÃO FIQUE ANTENADO
MAS É CLARO QUE ESSA FIGURA
SÓ PODE SER UM QUADRADO



20



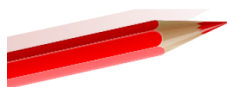
APÊNDICE E – SLIDE COM PARTE DA LETRA DA CANÇÃO “APRENDENDO O RETÂNGULO”

11



RETÂNGULO

QUEM QUISER ME CONHECER
OLHE PARA O SEU COLCHÃO
VOCÊ TAMBÉM PODE ME VER
NA CARROCERIA DO CAMINHÃO
SOU O RETÂNGULO
RETÂNGULO EU SOU



22

APÊNDICE F – SLIDE COM PARTE DA LETRA DA CANÇÃO “RETÂNGULO”

12



RETÂNGULO

O QUE ELE É, MAS O QUE ELE É? O QUE SERÁ
QUE ELE É?

TÁ LÁ NA PORTA DA SALA

TAMBÉM TÁ LÁ NA PORTA DO BUZU

ELE TÁ NA TELA DA SUA TV

SE LIGUE, ABRA O OLHO QUE VOCÊ VAI VER

ELE PARECE UM QUADRADO

MAS SÓ QUE ESTICADO

TEM 4 ÂNGULOS RETOS E TAMBÉM 4 LADOS

É QUADRILÁTERO, É

ELE É UM PARALELOGRAMO

POR ISSO TE CHAMO

DEITADO OU EM PÉ

O QUE É, O QUE ELE É?



24



APÊNDICE G – SLIDE COM PARTE DA LETRA DA CANÇÃO “CUBO”

13

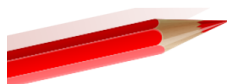


CUBO

TODO LADO, TODO LADO
 TODO LADO TEM QUADRADO
 TODO LADO
 TODO LADO TEM QUADRADO
 TODO LADO
 TODO LADO TEM QUADRADO

TODO LADO, TODO LADO
 TODO LADO TEM QUADRADO

 JOGA, JOGA, JOGA, JOGA, JOGA, JOGA
 JOGA, JOGO O DADO
 QUERO VER O LADO, O LADO QUE VAI DAR



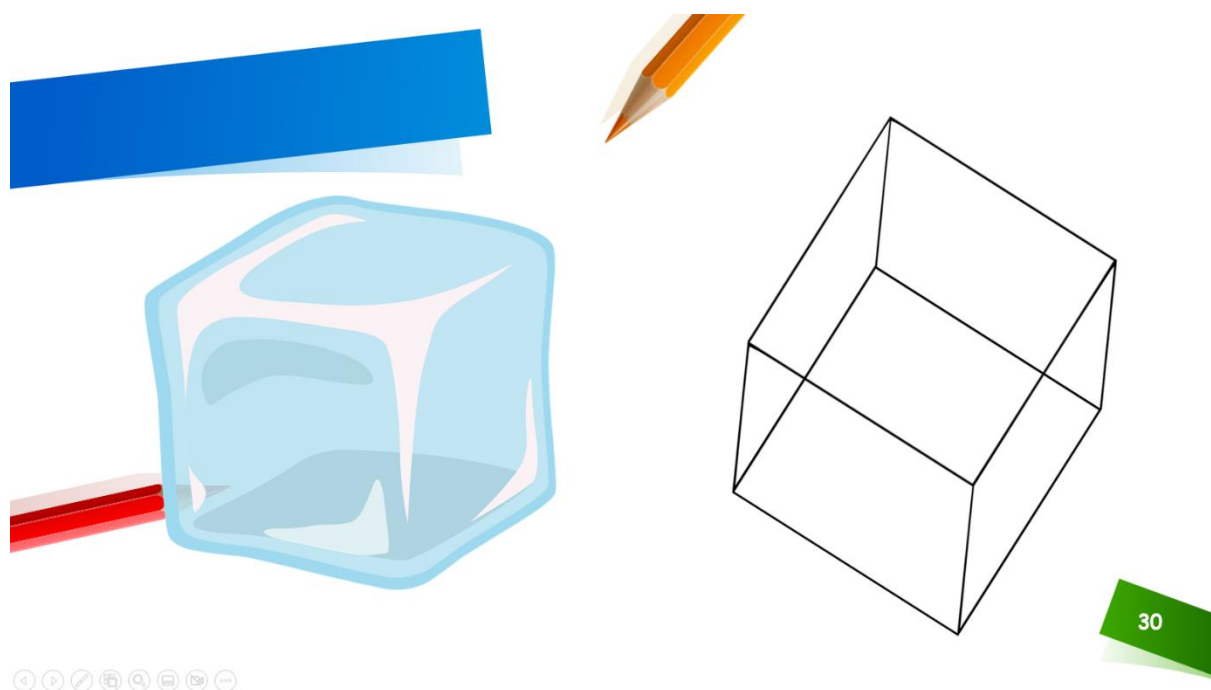
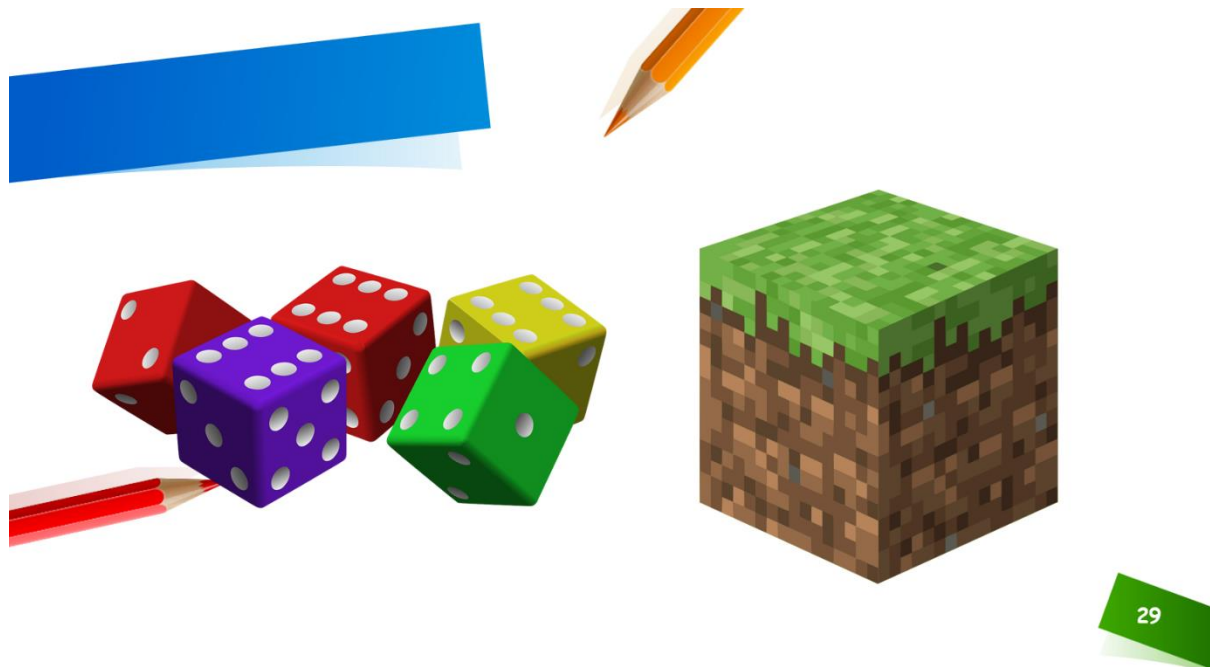
PEGUE O DADO, VAMOS LÁ JOGAR
 BOTE O CUBO PARA SE VIRAR
 TODO LADO TEM QUADRADO
 NÃO IMPORTA O QUE VAI DAR

JOGA, JOGA, JOGA, JOGA, JOGA, JOGA
 JOGA, JOGA O CUBO
 QUERO VER É TUDO O QUE PODE DAR

26



APÊNDICE H – SLIDES COM IMAGENS DE FORMAS GEOMÉTRICAS





ANEXOS

ANEXO I – APROVAÇÃO DO PROJETO DE PESQUISA PELO COMITÊ DE ÉTICA
DA ESCOLA DE ENFERMAGEM DA UFBA

ESCOLA DE ENFERMAGEM DA
UNIVERSIDADE FEDERAL DA
BAHIA - UFBA



PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP

DADOS DO PROJETO DE PESQUISA

Título da Pesquisa: Canções Matemáticas: contribuições para o processo de aprendizagem

Pesquisador: SIDCLEY DALMO TEIXEIRA CALDAS

Área Temática:

Versão: 2

CAAE: 63264922.5.0000.5531

Instituição Proponente: Faculdade de Educação

Patrocinador Principal: Financiamento Próprio

DADOS DO PARECER

Número do Parecer: 5.738.649

ESCOLA DE ENFERMAGEM DA
UNIVERSIDADE FEDERAL DA
BAHIA - UFBA



Continuação do Parecer: 5.738.640

Este parecer foi elaborado baseado nos documentos abaixo relacionados:

Tipo Documento	Arquivo	Postagem	Autor	Situação
Informações Básicas do Projeto	PB_INFORMAÇÕES_BÁSICAS_DO_P ROJETO_1986238.pdf	24/10/2022 21:21:29		Aceito
Projeto Detalhado / Brochura Investigador	projeto_brochura.pdf	24/10/2022 21:20:59	SIDCLEY DALMO TEIXEIRA CALDAS	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	termo_de_assentimento.pdf	24/10/2022 21:20:36	SIDCLEY DALMO TEIXEIRA CALDAS	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	tcle_menor.pdf	24/10/2022 21:20:19	SIDCLEY DALMO TEIXEIRA CALDAS	Aceito
Cronograma	cronograma.pdf	24/10/2022 21:19:56	SIDCLEY DALMO TEIXEIRA CALDAS	Aceito
Orçamento	orcamento_.pdf	24/10/2022 21:19:42	SIDCLEY DALMO TEIXEIRA CALDAS	Aceito
Outros	declaracao_que_nao_iniciara_a_coleta_ata_a_aprovacao_pelo_comite.pdf	13/09/2022 21:44:58	SIDCLEY DALMO TEIXEIRA CALDAS	Aceito
Outros	termo_de_autorizacao_da_instituicao_pr oponente.pdf	13/09/2022 21:43:36	SIDCLEY DALMO TEIXEIRA CALDAS	Aceito
Outros	termo_de_compromisso_do_pesquisado r_responsavel2.pdf	13/09/2022 21:40:25	SIDCLEY DALMO TEIXEIRA CALDAS	Aceito
Outros	termo_de_compromisso_do_pesquisado r_responsavel1.pdf	13/09/2022 21:40:00	SIDCLEY DALMO TEIXEIRA CALDAS	Aceito
Outros	declaracao_de_confidencialidade.pdf	13/09/2022 21:39:09	SIDCLEY DALMO TEIXEIRA CALDAS	Aceito
Outros	declaracao_de_concordancia.pdf	13/09/2022 21:38:47	SIDCLEY DALMO TEIXEIRA CALDAS	Aceito
Outros	equipe_detalhada.pdf	13/09/2022 21:25:26	SIDCLEY DALMO TEIXEIRA CALDAS	Aceito
Outros	carta_de_anuencia.pdf	13/09/2022 21:19:59	SIDCLEY DALMO TEIXEIRA CALDAS	Aceito
Solicitação Assinada pelo Pesquisador Responsável	Carta_de_encaminhamento.pdf	13/09/2022 21:12:30	SIDCLEY DALMO TEIXEIRA CALDAS	Aceito
Folha de Rosto	folha_de_rosto.pdf	13/09/2022 20:54:12	SIDCLEY DALMO TEIXEIRA CALDAS	Aceito

Situação do Parecer:

Aprovado

Endereço: Rua Augusto Viana S/N 3º Andar
Bairro: Canela CEP: 41.110-060
UF: BA Município: SALVADOR
Telefone: (71)3283-7615 Fax: (71)3283-7615 E-mail: cepee.ufba@ufba.br

ESCOLA DE ENFERMAGEM DA
UNIVERSIDADE FEDERAL DA
BAHIA - UFBA



Continuação do Parecer: 5.738.649

Necessita Apreciação da CONEP:

Não

SALVADOR, 04 de Novembro de 2022

Assinado por:
Anderson Reis de Sousa
(Coordenador(a))

Endereço: Rua Augusto Viana S/N 3º Andar
Bairro: Canela **CEP:** 41.110-060
UF: BA **Município:** SALVADOR
Telefone: (71)3283-7615 **Fax:** (71)3283-7615 **E-mail:** cepee.ufba@ufba.br

ANEXO II – LETRA DA CANÇÃO “PARABÉNS PRA VOCÊ”

PARABÉNS PRA VOCÊ

(Domínio público)

Parabéns pra você
Nesta data querida
Muitas felicidades
Muitos anos de vida

Que Deus lhe dê
Muita saúde e paz
E os anjos digam amém

Parabéns pra você
Parabéns pra você
Pelo seu aniversário

Chegou a hora de apagar a velinha
Vamos catar aquela musiquinha

Parabéns pra você
Parabéns pra você
Pelo seu aniversário

ANEXO III – LETRA DO POEMA “NO SERMÃO QUE PREGOU NA MADRE DE DEUS
D. JOÃO FRANCO DE OLIVEIRA PONDERA O POETA A FRAGILIDADE HUMANA”

NO SERMÃO QUE PREGOU NA MADRE DE DEUS D. JOÃO FRANCO DE
OLIVEIRA PONDERA O POETA A FRAGILIDADE HUMANA

(Gregório de Matos)

Na oração, que desaterra a terra,
Quer Deus que a quem está o cuidado ... dado,
Pregue que a vida é emprestado estado,
Mistérios mil que desenterra enterra.

Quem não cuida de si, que é terra, erra,
Que o alto Rei, por afamado amado,
É quem lhe assiste ao desvelado lado,
Da morte ao ar não desaferra, aferra.

Quem do mundo a mortal loucura cura,
A vontade de Deus sagrada agrada
Firmar-lhe a vida em atadura dura.

Ó voz zelosa, que dobrada brada,
Já sei que a flor da formosura, usura,
Será no fim dessa jornada nada.

ANEXO IV – LETRA DO POEMA “PLANO DE UM SONETO”

PLANO DE UM SONETO

(Sidcley Caldas)

Geometria nunca foi bicho-papão,
Mede a terra e também a lua inteira;
É papo reto, coisa fina de primeira,
Conhecimento que te faz um sabichão.

E sei que, às vezes, pode até te confundir:
É ponto e reta, plano, face e aresta.
São elementos que, unidos, fazem festa,
Comemorando, vendo a solução surgir.

Eu tenho fé, eu sigo reto e faço plano.
Lá no meu círculo, inscrevo quem é do bem.
O mundo gira, mas eu nunca me engano.

Se eu tenho dado com faces número 100,
Eu tenho sorte, nas curvas de qualquer ano,
Pego a tangente, e não vou secar ninguém.

ANEXO V – LETRA DA CANÇÃO “GAROTA DE IPANEMA” EM ALEMÃO

DER BOY VON IPANEMA
(Tom Jobim e Vinícius de Moraes)

*Täglich träumt am weißen Strande
Der Boy von Ipanema im Sande,
Und wenn er lächelt,
Sagt jedes Mädchen nur „aah!“*

*Heute im Vorübergehen,
da glaubte ich, mein Herz bleibt stehen,
Als er ganz flüchtig
nur in die Augen mir sah.*

*Oh, meine Träume und Fragen,
Die kann ich niemals ihm sagen!
Wie soll ich das nur ertragen,
Dass mein Herz sich vor Sehnsucht verzehrt,
Weil er eine andere begehrt?*

*Täglich träumt am weißen Strande
Der Boy von Ipanema im Sande,
Doch ich, ich weiß genau:
Er träumt nicht von mir*

ANEXO VI – LETRA DA CANÇÃO “MARIA FLOR”

MARIA FLOR

(Ana Paula N. Soares e Sidcley Caldas)

FOI NUMA NOITE, TÃO DE REPENTE
TOMOU MINHA MENTE
O MEU INCONSCIENTE
ME SINALIZOU

ERA UM JARDIM DE BELAS FLORES
TÃO ESPECIAIS
TODAS DESIGUAIS
E VOCÊ BROTOU

O TEU PERFUME É UMA PROVA
DE RENOVAÇÃO
PURA SENSÇÃO
NO MEU CORAÇÃO

FOI TÃO BONITO
QUE DE AFLITO ELE SE ACALMOU
E DO MAIS PURO AMOR
SE TRANSBORDOU

E NO CAMINHO
PASSARINHOS TODOS A CANTAR
AROMAS NO AR
VEM NOS ALEGRAR

QUE SUA VIDA SEJA LEVE
HOJE OU QUALQUER DIA
SINGULAR MAGIA
VENHA NOS BRINDAR

E QUE O ANJO QUE TE GUARDA
POSSA ILUMINAR
O SEU CAMINHAR
PROTEGER VOCÊ

MINHA PEQUENA, ENTRE EM CENA
É SUA MISSÃO
NESSA DIMENSÃO
VENHA FLORESCER

ANEXO VII – LETRA DA CANÇÃO “NOSSA CANÇÃO”

NOSSA CANÇÃO

(Zé Miguel Wisnik)

NOSSA CANÇÃO GUARDA CANÇÕES DIVERSAS
MINHA ILUSÃO, TUA EMOÇÃO, MIL DIMENSÕES IMERSAS

OUTRAS VIRÃO BUSCANDO A LUZ
DE CAIS EM CAIS, NAUS SOBRE NAUS
ESPESSAS
POIS AS CANÇÕES SÓ SÃO CANÇÕES
QUANDO NÃO SÃO PROMESSAS

NESSA CANÇÃO CABEM CANÇÕES DISPERSAS
MINHA RAZÃO, TEU CORAÇÃO, MIL SENSACIONES AVESSAS

OUTRAS VIRÃO DE ENCONTRO A NÓS
DE VOZ EM VOZ, DE PAR EM PAR
ESPARSAS
POIS AS CANÇÕES SÓ SÃO CANÇÕES
QUANDO NÃO SÃO MAIS NOSSAS