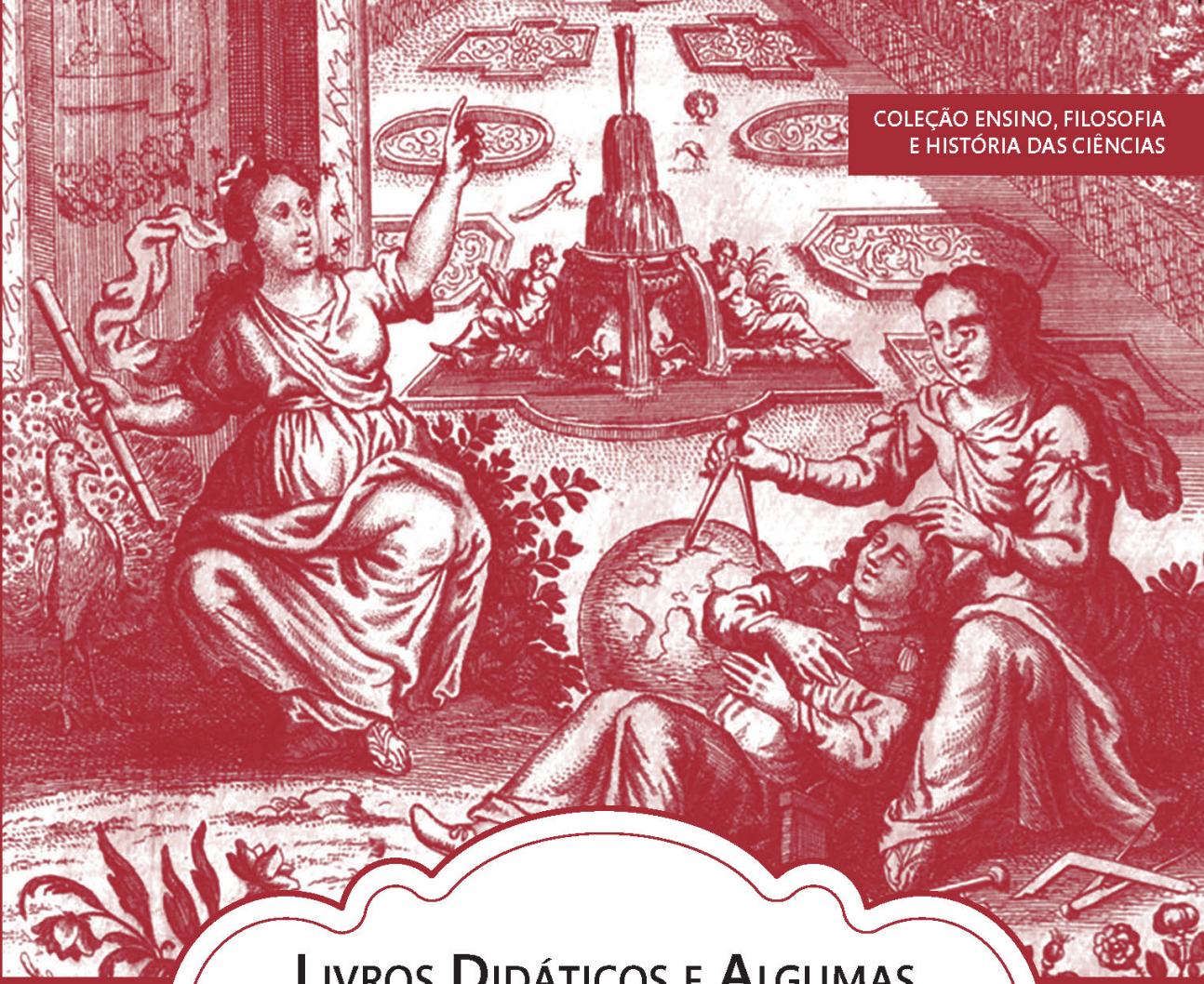


COLEÇÃO ENSINO, FILOSOFIA
E HISTÓRIA DAS CIÊNCIAS

Livros Didáticos e Algumas Histórias: Teorias Modernas da Matemática

Eliene Barbosa Lima, Larissa Pinca Sarro Gomes,
Inês Angélica Andrade Freire, Luiz Márcio Santos Farias
(Organizadores)

EDUFBA

Livros Didáticos e Algumas Histórias: Teorias Modernas da Matemática

UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA
Reitor
João Carlos Salles Pires da Silva
Vice-reitor
Paulo Cesar Miguez de Oliveira
Assessor do Reitor
Paulo Costa Lima

EDUFBA

EDITORA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA
Diretora
Flávia Goulart Mota Garcia Rosa
Conselho Editorial
Alberto Brum Novaes
Angelo Szaniecki Perret Serpa
Caiuby Alves da Costa
Charbel Ninõ El-Hani
Cleise Furtado Mendes
Evelina de Carvalho Sá Hoisel
José Teixeira Cavalcante Filho
Maria do Carmo Soares de Freitas
Maria Vidal de Negreiros Camargo

COLEÇÃO ENSINO, FILOSOFIA E HISTÓRIA DAS CIÊNCIAS

Eliene Barbosa Lima
Larissa Pinca Sarro Gomes
Inês Angélica Andrade Freire
Luiz Marcio Santos Farias
Organizadores

Livros Didáticos e Algumas Histórias: Teorias Modernas da Matemática

Salvador
EDUFBA
2018

2018, Autores.
Direitos para esta edição cedidos à Edufba.
Feito o Depósito Legal.

Grafia atualizada conforme o Acordo Ortográfico da Língua
Portuguesa de 1990, em vigor no Brasil desde 2009.

Capa e Projeto Gráfico
Rodrigo Oyarzábal Schlabitz

Editoração e arte final
Josias Almeida Jr.

Revisão e Normalização
Elber Lima e Daiane Cruz de Azevedo

Imagem da Capa
ESTANCEL, Valentim, S.J. 1621-1705,
Uranophilus Caelestis Peregrinus, Sive Mentis Uranicae Per Mundum Sidereum Peregrinantis Extases / Authore Valentino Estancel, De Castro Julii, Moravo, e Societate Jesu. olim, in Universitate Pragensi, deinde in Regia Olyssiponensi Matheseos Magistro, demum Theologiae moralis in Urbe S. Salvatoris, vulgo Bahya Omnium Sanctorum in Brasilia, Professore. - Gandavi :. - Prostant Antuerpiae : apud Heredes Maximiliani Graet : apud Michaelem Knobbaert, 1685. - [14], 222, [14] p. : il., desdobr.; 4º (23 cm)

Sistema de Bibliotecas – SIBI/UFBA

Livros didáticos e algumas histórias : teorias modernas da matemática / Eliene Barbosa Lima, ...[et al.]. Organizadores. - Salvador: EDUFBA, 2018.
137 p; il. (Coleção Ensino, Filosofia e História das Ciências).

ISBN: 978-85-232-1747-1

1. Matemática - Estudo e ensino - História. 2. Livros didáticos – História. I. Lima, Eliene Barbosa. II. Gomes, Larissa Pinca Sarro. III. Freire, Inês Angélica Andrade. IV. Farias, Luiz Marcio Santos.

CDD: 510.1

Elaborada por Evandro Ramos dos Santos – CRB-5/1205

Editora filiada a

ASOCIACION DE EDITORIALES UNIVERSITARIAS DE AMERICA LATINA Y EL CARIBE

Associação Brasileira das Editoras Universitárias

CBaL Câmara Bahiana do Livro

EDUFBA
Rua Barão de Jeremoabo, s/n, Campus de Ondina,
40170-115, Salvador-BA, Brasil
Tel: +55 (71) 3283-6164
www.edufba.ufba.br | edufba@ufba.br

SUMÁRIO

7 **PREFÁCIO**

11 **APRESENTAÇÃO**

15 **ESTRUTURAS DA MATEMÁTICA: INDÍCIOS DO IDEÁRIO BOUBARKISTA NO LIVRO DIDÁTICO *A MATEMÁTICA: SUAS ORIGENS, SEU OBJETO E SEUS MÉTODOS* DE CARLOMAN CARLOS BORGES**
Wesley Ferreira Nery
Eliene Barbosa Lima
Rosemeire de Fatima Batistela

31 **UM OLHAR SOBRE A OBRA *MATEMÁTICA CRIATIVA: IDENTIFICANDO A PRESENÇA DE TEORIAS MODERNAS***
Marta Mariele Barreto de Almeida Ferreira
Janice Cassia Lando

47 **ENSINO DA MATEMÁTICA: UMA ANÁLISE NO LIVRO DE AUTORIA DE MARTHA DANTAS DESTINADO AOS PROFESSORES**
Larissa Pinca Sarro Gomes

61 **INICIAÇÃO ÀS ESTRUTURAS ALGÉBRICAS: JACY MONTEIRO E AS TEORIAS MODERNAS DA MATEMÁTICA**
Paula Carolyne Bomfim Oliveira
Joubert Lima Ferreira

73 **UMA ANÁLISE DOS NÚMEROS INTEIROS RELATIVOS POR MEIO DO "ENSINO PROGRAMADO"**
Malú Rosa Brito Gomes
Maria Nilsa Silva Braga
Janice Cassia Lando

89 **COLEÇÃO MATEMÁTICA MODERNA: TRAÇOS DAS IDEIAS MODERNAS NAS DEMONSTRAÇÕES NOS LIVROS DIDÁTICOS PUBLICADOS NA BAHIA, NA DÉCADA DE 1960**
José Cassiano Teixeira Santos
Inês Angélica Andrade Freire
Janice Cassia Lando

103 **ANÁLISE INSTITUCIONAL DE MANUAIS ESCOLARES DA DÉCADA DE 1970: UMA COMPREENSÃO DA CONSTRUÇÃO DO SABER MATEMÁTICO À LUZ DA TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO**
João Lucas Santos Silva
Luiz Marcio Santos Farias
Edmo Fernandes Carvalho

119 ANÁLISE INSTITUCIONAL DE LIVROS DIDÁTICOS UTILIZADOS NA BAHIA NA DÉCADA DE 1970: INFLUÊNCIAS DA MODERNIZAÇÃO DA MATEMÁTICA
Luiz Marcio Santos Farias
Philippe Quadros dos Santos
Edmo Fernandes Carvalho

135 SOBRE OS AUTORES

Prefácio

Modernização, Movimento da Matemática Moderna (MMM) e Ensino da Matemática na Bahia cruzam-se como braços de um mesmo rio tortuoso e difícil de ser descrito. É, portanto, um desafio compreender como uma proposta modernizadora e global – o MMM – aconteceu localmente – na Bahia – com seus reflexos nas produções de livros didáticos, principalmente de autores deste entorno.

Basicamente, a proposta do conjunto de autores do presente livro é responder a esta instigante questão, inserida no capítulo intitulado "Coleção Matemática Moderna: traços das ideias modernas nas demonstrações nos livros didáticos publicados na Bahia, na década de 1960" – Como a proposta do Movimento da Matemática Moderna (MMM) refletiu nas produções didáticas voltadas para o ensino secundário da Bahia?

Emergem nos oito capítulos os personagens que serão investigados, principalmente aqueles que contribuíram diretamente para a difusão e ensino do conhecimento matemático. Surgem, então, em primeiro plano, os nomes do sergipano Carloman Carlos Borges (1931-2010) e da baiana Martha Maria de Souza Dantas (1925-2011), ambos fortemente engajados com a educação matemática na Bahia. Seguem-se os demais autores: Antônio Marmo de Oliveira, Eliana Nogueira, Maria Augusta Moreno, Norma Araújo, Eunice Guimarães, Neide de Pinto e Souza, coadjuvantes neste processo, mas não menos importantes. Ao lado destes, os autores com formação acadêmica em São Paulo, cujas produções chegaram a este estado, diretamente como Omar Catunda, ou indiretamente como Luiz Henrique Jacy Monteiro, Astor Guimarães Dias Filho, João Affonso Pascarelli, Farias Brito e Luiz Eduardo Cerqueira Magalhães, por meio de suas obras didáticas adotadas nas escolas do Estado.

As variadas referências ao nome de Martha Dantas me remetem a um passado recente, quando tive o privilégio do convívio com essa adorável educadora. Na entrevista que realizei com ela em 2002, muito viva em minha lembrança, ela relatou, visando ao desenvolvimento de um currículo atualizado para o ensino da matemática, ela e sua equipe: "[...] passamos a nos dedicar à produção de livros-textos caracterizados pelo enxugamento e modernização dos programas, pelo

destaque ao estudo das transformações geométricas e por uma metodologia que despertasse no aluno o prazer pela descoberta". (DANTAS, 2002, p. 7) Essa frase resume exemplarmente as intenções de Martha Dantas com a produção de livros didáticos. Carloman Borges comungava com as ideias de Martha Dantas – ensinar matemática é ensinar a pensar! Encontramos duas citações no presente livro que corroboram essa ideia: "É justamente esta maneira de pensar, no caso, de pensar matematicamente – que desejamos que o aluno obtenha durante este curso: tal é, portanto, o objeto maior deste trabalho" (BORGES, 1983); para Martha Dantas (1987a), "[...] ao ensinar Matemática procuraram, sobretudo, ensinar a pensar" "[...] o processo de ensino ideal é, certamente, o processo da descoberta". (DANTAS, 1987b, p. 13)

Abarcando a análise de livros didáticos publicados no país, no período de 1967 a 1987, entram no cenário as propostas "modernizadoras" do ensino da matemática, tendo à frente a liderança do Grupo Bourbaki. Martha Dantas sumarizou claramente seu entendimento sobre a matemática moderna:

> Aprendi que a linguagem dos conjuntos é a linguagem da Matemática Moderna, o estudo das estruturas de ordem, algébricas e topológicas é o seu objeto e o método axiomático o seu método. Linguagem, objeto e método a diferenciam da Matemática convencional. (DANTAS, 2002, p. 7)

Interessante, no livro organizado por Eliene Barbosa Lima, Inês Angélica Andrade Freire, Larissa Pinca Sarro Gomes e Luiz Marcio Santos Farias, é a diversificada abordagem metodológica dos autores. Não existe uma única metodologia para analisarmos os livros didáticos. Elas dependem de quais referenciais teóricos adotamos.

Em minha opinião, é preciso ver o livro na sua relação sujeito-objeto. Ao considerar o livro um objeto cuja existência depende da ação de um sujeito, que o cria, concebe e o torna disponível. Entender-se-á que há uma relação entre objeto e sujeito e que é nessa relação que se estabelece o conhecimento histórico. Ampliando mais ainda, podemos considerar a relação autor-objeto-leitor. Os livros só ganham sentido e importância histórica pelos leitores – às vezes alunos e professores – que os leram ou partilharam de alguma forma em determinados momentos. Ou quando um leitor o descobre como objeto significativo de interesse.

Identificamos pelo menos três abordagens metodológicas nas pesquisas descritas nos capítulos do presente livro: uma que se apoia na história cultural, com

base em autores como Roger Chartier, Alain Choppin, Andre Chervel, entre outros; uma segunda que usa elementos da hermenêutica das profundidades, com principal referencia em Thompson; e uma terceira, também da corrente francesa, denominada "teoria antropológica do didático", de Yves Chevallard. Essas foram as opções metodológicas dos autores, considerando a liberdade que possuem como pesquisadores de escolher a maneira como desejam "olhar" para o livro didático – este instrumento da cultura escolar, tão debatido, criticado ou supervalorizado.

Pesquisar sobre a cultura escolar da Bahia, especialmente sobre os livros didáticos de matemática produzidos localmente, é adentrar no conhecimento das relações entre o conhecimento global e o local. O conhecimento local é antes de tudo um conceito relacional, ele faz parte do conhecimento globalizado. Quando os autores dos capítulos deste livro estão tentando compreender como a matemática moderna, oriunda de construções de um grupo de matemáticos, a maioria europeus, penetra em solo brasileiro, em especial nos livros didáticos, estão mostrando que os saberes locais não estão dissociados do conhecimento global. Agentes culturais atuaram de forma decisiva para que tais transferências se tornassem possíveis. Foram identificados e mencionados vários desses agentes, tanto estrangeiros como Oscar Zariski, Jean Dieudonné, Zoltan Dienes, Andre Weil, entre outros, bem como os nacionais: Martha Dantas, Luiz Jacy Monteiro, Omar Catunda, Cândido da Silva Dias, Osvaldo Sangiorgi, Carloman Borges, entre outros.

A leitura dos capítulos que compõem o presente livro é um convite para conhecermos um pouco mais sobre a história da educação matemática na Bahia, contada por jovens pesquisadores que procuram valorizar por meio de suas investigações os saberes locais no contexto das produções globais.

Para não estragar o prazer da "descoberta", deixo que os próprios autores contem a você, leitor, como realizaram suas investigações e os resultados que obtiveram.

Circe Mary Silva da Silva (USP/UFPEL)

Referências

BORGES, C. C. *A matemática*: suas origens, seu objeto e seus métodos. Feira de Santana: Universidade Estadual de Feira de Santana, 1983. Paginação irregular.

DANTAS, M. M. de S. [Dedicatória]. In: DANTAS, M. M. de S. *Ensino da matemática*: um processo entre a exposição e a descoberta. Salvador: Centro Editorial e Didático da UFBA, 1987a. Não paginado.

DANTAS, M. M. de S. *Ensino da matemática*: um processo entre a exposição e a descoberta. Salvador: Centro Editorial e Didático da UFBA, 1987b.

DANTAS, M. M. de S. Martha Maria de Souza Dantas: entrevista. Entrevistadora: Circe Mary da Silva. *Educação Matemática em Revista*, Brasília, DF, ano 9, n. 12, p. 4-10, jun. 2002.

Apresentação

Nos últimos anos houve uma crescente produção de pesquisas de cunho histórico, tendo como tema os processos de reformulação do ensino secundário de matemática antes e pós Segunda Guerra Mundial e a institucionalização da matemática moderna nas instituições brasileiras de nível superior, tangenciando, de certa forma, a profissionalização dos professores que ensinaram matemática no contexto brasileiro. Compreender historicamente o processo de formação desse professor e os saberes envolvidos nessa formação é relevante para a elaboração de novas propostas para o ensino de matemática, inserindo, nesse contexto, a análise dos livros didáticos e seu papel importante na produção, apropriação e difusão das teorias modernas da matemática nos espaços educacionais brasileiros, especialmente, em nosso caso, baianos.

Trata-se, portanto, de investigações necessárias para uma compreensão mais aprofundada da identidade cultural, social, política e econômica do ensino de matemática que é institucionalizado hodiernamente no Brasil. De modo específico, essas investigações podem trazer mais elementos para compreender o processo de profissionalização dos professores que ensinaram matemática nos vários contextos baianos, sejam no âmbito do ensino secundário e do superior, ou ainda, bem mais recentemente, no âmbito do ensino primário.

Dessa forma, sob a perspectiva de inserir novas interrogações, "novos capítulos" em uma historiografia da matemática do Brasil, em particular, da educação matemática, foi desenvolvido o projeto "As teorias modernas da matemática nos livros didáticos das instituições educacionais superiores e secundárias brasileiras e baianas", cujo objetivo é investigar anatomicamente, numa perspectiva histórica, as teorias modernas da matemática e as abordagens metodológicas nos livros didáticos, apropriadas, produzidas e difundidas no âmbito do ensino superior e secundário brasileiro, em especial na Universidade de São Paulo e na Bahia, no período que se inicia em 1934, com a criação da USP e de sua Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras, quando então houve a inserção sistematizada das teorias modernas da matemática no ensino superior, até aproximadamente 1976, quando no Brasil se acentuaram as críticas à inserção da matemática moderna no ensino

secundário, com uma significativa retração desta inserção. O termo anatomicamente foi utilizado no sentido de dissecarem as teorias modernas da matemática, contemplando o seu processo de constituição, institucionalização, concepções de matemática e de seu ensino, embates de abordagens (geométricas e algébricas) e as transformações ao longo do desenvolvimento de sua história, com repercussões ainda hoje no ensino de matemática superior e nas escolas brasileiras de educação básica.

Para tanto, esse projeto de apoio à formação e articulação de redes de pesquisa no Estado da Bahia, aprovado pelo Edital 11/2013 da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado da Bahia (Fapesb), foi desenvolvido por pesquisadores da Universidade Estadual de Feira de Santana (UEFS) em parceria com pesquisadores da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB) – *campus* Jequié, da Universidade Federal da Bahia (UFBA) e da Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC). Nele também houve a participação tanto de alunos da graduação como da pós-graduação, na sua grande maioria em formação ou já licenciados em matemática.

Este livro foi escrito considerando como foco central o ensino moderno de matemática, seja em nível escolar, seja no âmbito do nível superior. Em cada capítulo, os autores produzem uma historiografia da matemática e do seu ensino, em que se valoriza o conhecimento e as atividades matemáticas como feitas por pessoas inseridas em um contexto social, com preocupações políticas e econômicas da sua época, submetidas a condicionamentos sociais e culturais de diversas ordens, enfim, colocando a matemática como uma construção cultural, em um movimento inverso de uma historiografia da matemática notadamente internalista, produzida de matemáticos para matemáticos. Para a escrita desta história, os autores consideram o livro didático ora concebido como documento histórico, ora como objeto físico, distanciado de uma posição marginalizada ou de um mero meio de divulgação do conhecimento científico, notadamente, da matemática.

Nesse contexto, fazendo uso de diferentes debates teóricos, metodológicos e epistemológicos do campo da história (história cultural), da didática matemática francesa (teoria da antropologia didática) e das ciências sociais (hermenêutica da profundidade), estabeleceram-se três marcos significativos para o desenvolvimento de nossa pesquisa. No primeiro, refletido em todas as etapas da pesquisa, fez-se um amplo levantamento de livros didáticos contendo teorias modernas da matemática, os quais foram produzidos, apropriados e difundidos no ensino superior e secundário brasileiro, em especial na Bahia, no período demarcado pelo projeto.

A partir desse mapeamento, buscou-se identificar não apenas as repercussões e influências desses livros didáticos no ensino de matemática brasileiro, em particular na Bahia, mas também as referências teóricas e metodológicas dos autores para produzir os livros didáticos, inclusive preocupando-se como tais referências influenciaram para a estruturação e escolha de teorias modernas da matemática presentes em tais livros. O segundo marco constituiu-se por uma análise da apropriação dessas teorias modernas da matemática pelos autores dos livros didáticos e pelos professores que ensinavam matemática nos ensinos secundário e superior, na Bahia, fazendo uso desses livros. Já o terceiro marco, construído por meio de interrogações aos documentos históricos, debruçou-se sobre as concepções de matemática e de seu ensino e das suas abordagens (geométricas e algébricas) presentes nos livros didáticos com teorias modernas da matemática como elementos importantes para a formação da identidade matemática de alguns matemáticos/professores brasileiros de modo geral e da Bahia, em particular.

Essa coletânea é, portanto, um dos produtos do projeto supracitado, construída com um duplo sentido: por um lado, para sistematizar, em um único espaço, os resultados da pesquisa decorrente do desenvolvimento do projeto; por outro, para a divulgação desses resultados não apenas em uma comunidade de pesquisadores da história da matemática, especificamente da educação matemática, mas também para os professores que ensinam matemática, bem como alunos que almejam adentrar e/ou ampliar os seus conhecimentos no universo da pesquisa em história da matemática e do seu ensino.

Eliene Barbosa Lima (UEFS)
Larissa Pinca Sarro Gomes (UESC)
Inês Angélica Andrade Freire (UESB)

Estruturas da matemática: indícios do ideário boubarkista no livro didático *A matemática: suas origens, seu objeto e seus métodos* de Carloman Carlos Borges

Wesley Ferreira Nery
Eliene Barbosa Lima
Rosemeire de Fatima Batistela

Introdução

Neste capítulo investigamos as influências do ideário do Grupo Bourbaki no livro didático denominado *A matemática: suas origens, seu objeto e seus métodos*, do professor Carloman Carlos Borges (1931-2010), utilizado na disciplina Evolução da Matemática do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual de Feira de Santana (UEFS), a partir dos anos de 1980. Tal disciplina, que surgiu no curso de Ciência com habilitação em Matemática e Biologia, teve outras duas nomenclaturas: Tópicos de Matemática e História da Ciência. (FERREIRA, 2015) O livro, fruto das notas de aula do professor Carloman Carlos Borges, constituía-se a referência principal, se não a única, para os alunos acompanharem o curso durante todo o período em que foi ministrado por esse professor, ou seja, até o ano 2000, quando se aposentou compulsoriamente.

Até muito recentemente, conforme, Schubring (2003), Bittencourt (2004), Choppin (2004) e Issitt (2004), o livro didático, na sua grande maioria onipresente no processo de produção e difusão de teorizações científicas, práticas pedagógicas e reformulações do ensino de modo geral e, em particular, da matemática, quando não ocupava uma posição marginalizada, era um mero estereótipo, visto apenas

como um objeto passivo da produção do conhecimento científico. No entanto, o livro didático:

> [...] tem despertado interesse de muitos pesquisadores nas últimas décadas. Depois de ter sido desconsiderado por bibliográfos, educadores e intelectuais de vários setores, entendido como produção menor enquanto produto cultural, o livro didático começou a ser analisado sob várias perspectivas, destacando-se os aspectos educativos e seu papel na configuração da escola contemporânea. (BITTENCOURT, 2004, p. 471)[1]

Portanto, o livro didático, devido às suas várias facetas, que envolvem dimensões mercadológicas, políticas, culturais e ideológicas, "[...] é um objeto cultural contraditório que gera intensas polêmicas e críticas de muitos setores, mas tem sido sempre considerado como um instrumento fundamental no processo de escolarização". (BITTENCOURT, 2004, p. 471)

Dessa forma, neste capítulo, compreendemos que o livro do professor Carloman Carlos Borges, em conformidade com Bittencourt (2004, p. 471), apresentou-se como um "[...] instrumento de comunicação, de produção e transmissão de conhecimento [...]" que deu uma forte base de sustentação às atividades didáticas relacionadas ao processo de ensino e aprendizagem de uma determinada disciplina ou área do conhecimento, em um determinado contexto, em particular, no curso de Licenciatura em Matemática da UEFS.

A relação do professor Carloman Carlos Borges com a Universidade Estadual de Feira de Santana

Em 1968, foi implantada, em Feira de Santana, uma faculdade de educação como parte de uma política de interiorização da formação de professores secundaristas.[2] De fato, na Bahia, a partir da década de 1960, ocorreu mais que uma nova organização e estruturação dos objetivos do seu sistema público de ensino, houve também uma expansão desse sistema, em conformidade com o contexto nacional, tendo como um de seus elementos a preocupação com uma formação especializada do professor secundarista. No contexto instaurado, "[...] iniciou-se as atividades

1 Todas as citações apresentadas neste capítulo apresentam a mesma grafia utilizada pelos autores na época em que produziram os seus respectivos textos.

2 Mais informações, ver Ferreira e Lima (2012).

da Faculdade com o curso de Licenciatura Curta em Letras e, posteriormente, em 1970, criou-se as Licenciaturas curtas em Estudos Sociais e Ciências". (FERREIRA, 2015, p. 6) Em 1970, na gestão do governador do estado da Bahia, Luiz Viana Filho (1908-1990), pela Lei Estadual de nº 2.784, foi criada a Fundação Universidade de Feira de Santana (FUFS), em substituição a Faculdade de Educação. A FUFS foi instalada em 1976 e oferecia os seguintes cursos voltados à formação de professores: Licenciatura Plena em Ciências com habilitação em Matemática, em Biologia e em Ciências de 1º grau; Licenciatura de 1º e 2º graus em Letras, correspondente ao Francês e ao Inglês; Licenciatura Plena em Estudos Sociais com habilitação em Educação Moral e Cívica e em Estudos Sociais de 1º grau. E, em 1980, pelo Decreto nº 11, a FUFS deu lugar a Autarquia Universidade Estadual de Feira de Santana. (FERREIRA; LIMA, 2012)

A relação de Carloman Carlos Borges com o ensino superior na Bahia foi iniciada em 1970, quando, segundo Sá (informação verbal),[3] aceitou o convite de Omar Catunda (1906-1986)[4] para lecionar no Instituto de Matemática da Universidade Federal da Bahia (UFBA), tornando-se seu assistente por sete anos. (FADIGAS, 2004) Nascido em Frei Paulo, uma pequena cidade do sertão sergipano, Carloman Carlos Borges residia em Itajubá, Minas Gerais, localidade onde concluiu o seu curso de Licenciatura Plena em Matemática no ano de 1968 e também, em 1970, a especialização em Equações Diferenciais. Já em solo baiano, em 1974, especializou-se ainda em Conteúdos e Métodos do Ensino Superior pela Universidade Federal da Bahia.

No início da década de 1970, tornou-se professor da Faculdade de Educação precursora da UEFS, sendo considerado por Fadigas (2004, p. 31) "o pioneiro na difusão do saber matemático nessa instituição". No fim da mesma década, Carloman Carlos Borges fez a sua pós-graduação *stricto sensu* na França, na Universidade Montpellier II, apresentando, em 1978, a dissertação de mestrado intitulada *Analyse Compartimentale* e, em 1979, sua tese de doutorado intitulada *Sur Certains Modèles Mathématiques dans les Sciences Expérimentales*, ambas sob a orientação do matemático brasileiro, residente na França, Artibano Micali (1931-2011), o qual havia

3 Fernando Sá é formado em Matemática (1969) pela Universidade Federal da Bahia e foi assistente de Omar Catunda na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral para os alunos da graduação durante o ano de 1970. Concedeu entrevista a Eliene Barbosa Lima, em Salvador, em 9 de setembro de 2005.

4 Catedrático da Cadeira de Análise Matemática desde 1944, aposentou-se da Universidade de São Paulo em 1962 e no ano seguinte ele se transferiu para a Universidade Federal da Bahia, permanecendo nesta instituição até a sua aposentadoria definitiva em 1976. Mais informações, veja Lima e Dias. (2010a, 2010b)

sido orientado pelo bourbakista Pierre Samuel (1921-2009) no ramo da álgebra. Nesse período, ainda assistiu a aulas com o bourbakista Alexander Grothendieck (1928-2014). Na nossa ótica, pareceu-nos pouco provável que essa experiência com o ideário bourbakista não tenha sido influenciada por Omar Catunda. Uma vez que, na Universidade de São Paulo, Omar Catunda, além de ter tido um forte convívio com a escola italiana de matemática, por meio de Luigi Fantappiè (1901-1956), também teve um contato direto com alguns integrantes do Grupo Bourbaki, a exemplo de André Weil. (1906-1998)[5]

Trajeto do ideário boubarkista até o Brasil

O Grupo Boubarki, sob o pseudônimo de Nicolas Bourbaki, foi um coletivo formado por matemáticos, majoritariamente franceses. Seus membros fundadores[6] foram os jovens Henri Paul Cartan (1904-2008), Jean Frédéric Auguste Delsarte (1903-1968), Claude Chevalley (1909-1984), André Weil e Jean Dieudonné (1906-1992), que passaram a considerar ultrapassada a obra clássica de análise matemática moderna de Edouard Goursat (1858-1936), muito utilizada pelas instituições francesas de nível superior desde o início do século XX. (HOUZEL, 2004) Isto porque, para os jovens bourbakistas, tal obra já não mais atendia às recentes construções teóricas da matemática que alguns deles tiveram oportunidade de conhecer, a exemplo de André Weil, quando foi para Alemanha no final da década de vinte do século XX e interagiu com Richard Courant (1888-1972) e seu grupo e ainda com Amalie Emmy Noether (1882-1935) e seus discípulos mais destacados, dentre eles Bartel Leendert van der Waerden (1903-1996), com os quais iniciou os seus estudos na recém-nomeada álgebra moderna, principalmente acerca dos ideais em anéis de polinômios. (BELHOSTE, 2002; HOUZEL, 2004; WEIL, 1991) Assim, o Grupo Bourbaki teve como objetivo inicial fazer um novo tratado de análise que, além de contemplar os seus estudos quando estiveram na Alemanha, incluiria "[...]

5 Mais detalhes em Lima (2012).

6 Historiadores da matemática, como Leo Corry e Liliane Beaulieu, apontaram mais outros nomes como membros fundadores do Grupo Bourbaki, os quais também estiveram presentes no primeiro Congresso Bourbaki realizado em 1935. Eles são Lucien Alexandre René de Possel (1905-1974); Szolem Mandelbrojt (1899-1983); Jean Coulomb (1904-1999) substituindo Paul Dubreil (1904-1994), que participou apenas de uma única reunião das realizadas em 1934-1935, Charles Ehresmann (1905-1979) no lugar de Jean Leray (1906-1998), que se fez presente em duas reuniões. Todos franceses e que haviam estudado na École *Normale Supérieure* de Paris, a exceção foi Szolem Mandelbrojt, que era polonês e obteve o grau de doutor na Universidade Parisiense de Sorbonne em 1923. (BEAULIEU, 2003; CORRY, 2004, [200-])

o ponto de vista do pai de um entre eles, Élie Cartan (1869-1951), sobre as formas diferenciais exteriores e estabelecer a fórmula geral de Stokes correspondente". (HOUZEL, 2004, p. 53) Com essas novas inserções, o Grupo Bourbaki pretendia que o seu tratado servisse tanto aos estudantes como também aos matemáticos, físicos e engenheiros.

Sob essa perspectiva, o Grupo Bourbaki começou suas atividades em 1935 e teve maior influência na comunidade matemática nas décadas de 1950 e 1960. Contudo, durante a existência do Grupo Boubarki, os seus objetivos foram se modificando, não se restringindo à ideia inicial de produzir um novo tratado para modernizar o ensino de análise matemática praticado na França, passando a objetivar o estabelecimento de um novo padrão para o fazer dos matemáticos. Baseado no estruturalismo de van der Waerden, estabelecido para a álgebra, e na axiomática de David Hilbert, lançou mão do seu modelo matemático. Neste sentido, estabeleceu a sua epistemologia estruturalista para obter as relações existentes entre as várias teorias da matemática, mais precisamente, o mecanismo capaz de estabelecer de forma rigorosa a unidade da matemática. Para os bourbakistas, a marca dessa unidade seria a axiomática de uma teoria e o objeto da matemática seria as relações estabelecidas entre os elementos de um dado conjunto, o que o Grupo chamou de estrutura. Dessa forma, segundo Schubring (2003, p. 161), "O projeto desenvolveu-se de uma maneira que serviu não apenas para produzir livros didáticos para a França, mas, para modernizar a matemática com uma influência global na pesquisa e mesmo no ensino em todos os seus níveis". Contribuiu fortemente na difusão desse padrão de exercício matemático, a rede de estratégias estabelecidas pelo Grupo Bourbaki, nas quais estavam inclusas publicações, realização de seminários, aulas ministradas e participação em eventos, não só para influenciar, mas também para adquirir novos discípulos à sua axiomática estruturalista. Tais estratégias desencadearam uma apropriação do estilo matemático dos bourbakistas por diversas comunidades científicas de matemáticos. Uma apropriação, refletida por nós, no sentido atribuído por Chartier (1988), isto é, como diferentes maneiras que os objetos (materiais e/ou conceituais) são internalizados, objetivando a "[...] uma história social das interpretações, remetidas para as suas determinações fundamentais – que são sociais, institucionais, culturais – e inscritas nas práticas específicas que as produzem".[7] (CHARTIER, 1988, p. 26)

7 Por meio da relação imbricada das noções de representação, práticas e apropriação, Chartier (1994, p. 8) deu a sua definição de cultura como: "Aquela que designa as obras e os gestos que numa dada sociedade justificam uma apreensão estética e intelectual; e aquela que trata das práticas comuns, 'sem

Neste sentido, além de redigir e editar a sua obra chamada *Éléments de Mathématique* e a organizar os *Séminaire Bourbaki*,[8] que também existe na sua versão publicada,[9] contribuiu ainda o fato de que os integrantes desse Grupo circularam, ministraram aulas e proferiram palestras nos mais diversos contextos, inclusive o brasileiro, o que aumentou consideravelmente o seu raio de influência e a sua capacidade de convencimento para o seu projeto. De fato, a partir de 1945, prolongando-se até o ano de 1958, vários integrantes do Grupo Bourbaki estiveram na Universidade de São Paulo para ministrar aulas, cursos de extensão ou apresentar seminários, a exemplo André Weil e Jean Dieudonné,[10] bem como de Oscar Zariski (1899-1986), que nesse período já compartilhava com as ideias matemáticas desse Grupo. Dessa forma, a comunidade de matemáticos brasileiros da Universidade de São Paulo começou a ser influenciada e a fazer apropriações do ideário do Grupo Bourbaki, entre eles estão Edison Farah (1915-2006), Cândido Lima da Silva Dias (1913-1998), Benedito Castrucci (1909-1995), Luiz Henrique Jacy Monteiro (1918-1975) e também Omar Catunda.

Análise do livro didático

O livro didático *A matemática: suas origens, seu objeto e seus métodos*, do professor Carloman Carlos Borges, primeiro doutor da UEFS, foi produzido nos anos de 1980 a partir dos textos que ele elaborou e utilizava na disciplina Tópicos de Matemática ministrada para alunos do oitavo semestre, ainda, do curso de Ciências com dupla habilitação, que posteriormente deu origem ao curso de Licenciatura Plena em Matemática. A produção do livro didático supracitado tinha o objetivo de levar o aluno a pensar matematicamente, a partir da apresentação de tópicos elementares de matemática, situando-o historicamente e com propósitos didáticos. Nas palavras do professor Carloman Carlos Borges (1983):

---

qualidades', que exprimem a maneira da qual uma comunidade – não importa em que escala – vive e pensa a sua relação com o mundo, com os outros e com ela mesma".

8 Esses seminários ainda hoje são realizados e publicados, assim como a edição da obra Éléments *de Mathématique* pela Association des collaborateurs de Nicolas Bourbaki. Veja Association des collaborateurs de Nicolas Bourbaki (2004).

9 Veja Association des collaborateurs de Nicolas Bourbaki (2004) e Houzel (2004).

10 Estiveram também na USP: Jean Delsarte, Laurent Schwartz, Charles Ehresmann, Jean-Louis Koszul, o polonês Samuel Eilenberg e o alemão Alexander Grothendieck. (ANUÁRIO DA FACULDADE DE FILOSOFIA, CIÊNCIAS E LETRAS, 1952; AZEVEDO, 2008, p. 41; JACKSON, 2004, p. 1044; O'CONNOR; ROBERTSON, 2005)

> Como o leitor poderá mesmo comprovar, cada tópico de Matemática aqui discutido é acompanhado de uma reflexão crítica a qual procura situá-lo historicamente a partir de um ponto de vista denominado por nós de realista. A exposição é propositadamente elementar e com propósitos didáticos. Nossas ideias são colocadas sem qualquer dogmatismo - embora com firmeza - a fim de propiciar ao aluno atitudes mentais próprias e criadoras; temos observado que elas costumam causar-lhe profundas pertubações mentais, no sentido de que ele, o aluno, é colocado perante situações que lhe exigem unicamente uma coisa: pensar, pois, para nós, qualquer ciência é menos acúmulo de conhecimentos e mais uma maneira de pensar. É justamente esta maneira de pensar, no caso, de pensar matematicamente - que desejamos que o aluno obtenha durante este curso: tal é, portanto, o objeto maior deste trabalho.

Na seção "Apresentações", o professor Carloman Carlos Borges explicou como o curso Tópicos de Matemática era desenvolvido. Em suas próprias palavras:

> O curso é desenvolvido através de leituras comentadas, de exposições individuais feitas pelo próprio aluno, nas quais muitas vezes suas experiências pessoais – tanto como aluno como professor-estagiário – são igualmente discutidas; seminários são efetuados com palestras proferidas por outros professores. Estes são os métodos empregados no desenvolvimento dos vários assuntos deste trabalho – sem exclusão, naturalmente, de outros que, por ventura, o aluno traga ao debate. (BORGES, 1983)

Essa obra foi subdividida em cinco capítulos, sendo que os três primeiros capítulos foram denominados: "Origem do conhecimento matemático". No capítulo I, Carloman Carlos Borges abordou as visões das correntes filosóficas Racionalismo, Apriorismo e Logicismo acerca do conhecimento matemático; no segundo, ele expôs as ideias dos realistas sobre a matemática e a construção dos conjuntos numéricos; e, no terceiro capítulo, discorreu sobre a origem da geometria e a invenção da matemática pura. No capítulo IV, intitulado "E a matemática continua progredindo", tem-se uma discussão sobre a lógica, axiomática e definições. Particularmente, neste quarto capítulo, Carloman Carlos Borges apresentou uma propriedade necessária para definir espaço vetorial e define o corpo dos números reais, numa apropriação do ideário bourbakista. No capítulo V, por sua vez, designado de "As demonstrações matemáticas", o autor discorreu sobre a indução completa, a indução matemática, as demonstrações diretas, as demonstrações indiretas e a natureza

do raciocínio matemático. Cada um desses cinco capítulos foi dividido em tópicos e contam, em sua maioria, com uma seção denominada "Exercícios". Assim, tendo em vista o objetivo de nosso capítulo, qual seja, investigar as influências do ideário do Grupo Bourbaki no livro didático denominado *A matemática: suas origens, seu objeto e seus métodos,* focamos nossa atenção prioritariamente no capítulo IV.

O ideário bourbakista teve como essência a ideia de estrutura. Ela foi definida por uma ou por várias relações entre os elementos de um determinado conjunto, munido por uma ou mais operações; sem considerar a natureza dos elementos do conjunto em questão e de forma que as relações estabelecidas fossem independentes. Neste sentido, a estrutura, que tinha como linguagem a teoria dos conjuntos, seria o esqueleto de diversas teorias matemáticas e as relações entre os elementos funcionariam como os axiomas da teoria dada.

A partir da análise empreendida, encontramos no livro do professor Carloman Carlos Borges o seguinte fragmento: "[...] entre os axiomas dos espaços vetoriais, admite-se o seguinte axioma: , qualquer que seja os vetores pertencentes ao espaço vetorial ". (BORGES, 1983, p. 65) Pode-se perceber que o professor Carloman Carlos Borges, assim como o Grupo Bourbaki, denominou a relação entre os elementos de um dado conjunto como axioma.

Em outro trecho de seu livro, na apresentação da axiomática dos números reais, afirmou que: "Esta axiomática estabelece, inicialmente, a idéia de corpo, depois a de corpo ordenado e, por fim, a de corpo ordenado completo" (BORGES, 1983, p. 61, grifo do autor), seguindo, dessa forma, um princípio bourbakista, qual seja, partir da estrutura de corpo – mais geral – para em seguida definir a estrutura de corpo ordenado e, por fim, a estrutura de corpo ordenado completo. Estas duas últimas estruturas, mais particulares que a de corpo. Nesta perspectiva, no livro localizamos o seguinte trecho: "Um corpo ordenado é completo quando e sòmente todo subconjunto de , dif. do conjunto vazio, sendo limitado superiormente, possui supremo". (BORGES, 1983, p. 64, grifo do autor) Tal passagem, na nossa concepção, ratificou a presença do princípio bourbakista mencionado anteriormente, uma vez que, a partir da estrutura de corpo ordenado e com inserção de uma nova propriedade, obtemos uma estrutura mais particular, a saber, corpo ordenado completo.

Ainda encontramos o seguinte fragmento apresentado no livro do professor Carloman Carlos Borges (1983, p. 61-62, grifo do autor):

Um corpo é um conjunto , com duas operações:

$s:K\times K\rightarrow K$
$p:K\times K\rightarrow K$

respectivamente denominada de adição (a qual associa a cada par de elementos x, $y\in K$, sua soma $x+y\in K$) e de multiplicação (a qual associa a cada par de elementos x, $y\in K$, seu produto $x.\ y$ ou simplesmente $x\ y\in K$).

I) Axiomas da adição

A1. Associatividade: quaisquer que sejam pertencentes a , tem-se

$(x+y)+ z=x+(y+z)$

A2. Comutatividade: quaisquer que sejam x, y pertencentes a K, tem-se

$x+y=y+x$

A3. Elemento Neutro: existe 0 pertencente a K tal que $x+0=x$ qualquer que seja x pertencente a K. Ao elemento 0, chama-se zero.

A4. Simétrico: todo elemento x pertencente a K possui um simétrico $-x$ pertencente a K de modo que $x+ (-x) = 0$

II) Axiomas da Multiplicação

M1. Associatividade: dados quaisquer x, y e z pertencentes a K, tem-se

$(xy)\ z = x\ (yz)$

M2. Comutatividade: quaisquer que sejam pertencentes a , tem-se

$xy = yx$

> M3. Elemento neutro: existe pertencente a K tal que dif. de zero e $x \,.\, 1 = x$ qualquer que seja x pertencente a K. Este elemento chama-se 'um'.
>
> M4. Inverso Multiplicativo: para todo x dif. zero, em K, existe um inverso x^{-1}, tal que $x \,.\, x^{-1} = 1$.
>
> Ligando essas duas operações há o importante axioma:
>
> D1. Axioma da distributividade: Dado x, y, z quaisquer, em K, tem-se
>
> $x\,(y+z) = xy + xz$.

Observamos que, para definir as operações denominadas de adição e multiplicação, o autor fez uso da noção de produto cartesiano similarmente ao que fazia o Grupo Bourbaki na construção de uma estrutura, como declarou Krause (1987, p. 86-87) "As estruturas são construídas tendo por base a linguagem da teoria dos conjuntos e fazendo uso das relações e aplicação [...] tais conceitos envolvem produto cartesiano [...]". Notadamente, para definir corpo, Carloman Carlos Borges teve por base a linguagem da teoria dos conjuntos, bem como denominou de axioma a propriedade comutativa de espaço vetorial – conforme o Grupo Bourbaki chamava as relações que compõem uma estrutura –, nomeando as três coleções de propriedades da sua definição de corpo como: axiomas da adição, axiomas da multiplicação e axioma da distributividade.

Seguindo essa perspectiva, pontuamos ainda que outra obra de autoria do professor Carloman Carlos Borges, intitulada *A matemática para todos*, publicada em 2006, também possui uma apropriação do ideário bourbakista. Por exemplo, no primeiro capítulo dessa sua obra, denominado Álgebra, o autor discorreu acerca da noção de estrutura e sobre o próprio Grupo Bourbaki. O que pode ser ratificado no trecho a seguir:

> Na segunda metade do século XIX a álgebra tem por objeto o estudo das *estruturas algébricas* e, por intermédio destas, alguns eminentes matemáticos como N. BOURBAKI (pseudônimo coletivo) busca a unificação dos diversos ramos da Matemática. Com N. BOURBAKI já estamos no século XX (suas primeiras obras foram publicadas na década de 30); as teorias matemáticas são, agora, encaradas de uma maneira

> bastante geral; a idéia de estrutura torna-se central no desenvolvimento da Matemática. (FADIGAS, 2006, p. 3, grifo do autor)

Não obstante, percebemos pontos divergentes entre a concepção de matemática do professor Carloman Carlos Borges e o ideário bourbakista, tal como a forma em que compreendia a relação entre o conhecimento matemático e a realidade. Por exemplo, para Carloman Carlos Borges, a formulação do conceito de número:

> [...] mostra a participação efetiva da experiência e do poder criador da razão humana na elaboração do conhecimento; mostra a inseparabilidade entre aquela e esta; mesmo nas abstrações mais avançadas, a mente humana necessita - embora de forma indireta - de um conteúdo concreto e objetivo. (BORGES, 1983, p. 15)

Percebemos também, no segundo capítulo, uma forma de pensar muito similar a de Bento de Jesus Caraça (1901-1948),[11] que consta como uma das referências utilizadas em seu livro. De fato, o professor Carloman Carlos Borges pareceu desenvolver a construção dos conjuntos numéricos em convergência às ideias defendidas por Bento de Jesus Caraça, presentes em seu livro *Conceitos fundamentais da matemática*. Tal autor advogou que a matemática se desenvolveu por necessidades práticas do homem e por razões de compatibilidade lógica. (CARAÇA, 1951) Comparativamente, Carloman Carlos Borges (1983, p. 12, grifo do autor) escreveu em seu livro:

> [...] é da natureza da Matemática, a generalização de seus conceitos; assim, partindo de um conceito simples proveniente de uma realidade que faz parte de um contôrno bem próprio a nós e apoiado sôbre ele, a Matemática vai ampliando-o, quer por *motivos de compatibilidade lógica*, quer por exigências da atividade prática do homem.

De outra parte, para o Grupo Bourbaki, o conhecimento matemático era totalmente dissociado da realidade. Na síntese desse Grupo:

> Há uma conexão fechada entre o fenômeno experimental e as estruturas da matemática que parece confirmar de forma bastante ines-

11 Era um "Humanista autêntico, com sólida formação marxista, combatia o monopólio cultural das classes dominantes destacando a criatividade e a pujança da cultura popular assim como a importância da democratização dos saberes mais eruditos. Apontava o valor e o papel do indivíduo na sociedade, inserindo as atividades individuais nas realizações coletivas". (MEDEIROS, C.; MEDEIROS, A., 2003, p. 264)

> perada as recentes descobertas de físicos contemporâneos. Todavia, nós não compreendemos suas razões subjacentes para esse fato [...] e talvez nós nunca vamos entender [...].
> [...] a matemática é como uma reserva de formas abstratas – as estruturas da matemática; e acontece – sem qualquer razão aparente – que certos aspectos da realidade empírica moldam-se nessas formas, como se fosse através de um tipo de pré-adaptação. (BOURBAKI, 1950, p. 231, tradução nossa)

Notamos neste trecho que o Grupo Bourbaki tinha uma visão formalista da matemática, contudo, sem nenhuma preocupação filosófica acerca dos seus fundamentos,[12] que faziam parte do universo das discussões de David Hilbert em torno dessa corrente. Por sua vez, o professor Carloman Carlos Borges mostrou, em certos momentos de seu livro, oscilar entre o ideário bourbakista e uma visão platonista[13] do conhecimento matemático, quando expôs nestas palavras:

> O conhecimento [inclusive o conhecimento matemático] é uma tradução conceitual de uma realidade concreta que existe independente de nossas ideias e de nossa vontade; porém, isso não significa que o homem deixa de modificar a realidade que lhe cerca, enriquecendo-a com a aplicação desse mesmo conhecimento. (BORGES, 1983, p. 65)

Assim, interpretamos que Carloman Carlos Borges produziu o seu livro em conformidade com sua forma de pensar e fazer matemática, que envolveu também o seu ensino. Mais detalhadamente, pelas nossas análises, o estilo matemático

---

12 A corrente filosófica do formalismo descendeu de David Hilbert (1862-1943) e defendia a tese de que os matemáticos poderiam sempre estabelecer a verdade ou a falsidade de toda fórmula bem formulada no âmbito de suas teorias, apenas por meio da linguagem formal e de regras mecânicas sem quaisquer preocupações com o significado das formas sintáticas. Em outros termos, estabelecer que as teorias formais da matemática não eram contraditórias. No entanto, em 1931, Kurt Gödel (1906-1978) provou a impossibilidade de se obter a prova da não contradição da aritmética por meio de uma linguagem totalmente formalizada. Este resultado repercutiu em toda teoria matemática que continha os axiomas de Peano em sua axiomática. Uma completa formalização rigorosa das teorias matemáticas, mesmo com os limites lógicos estabelecidos pelo teorema da Incompletude de Gödel, foi mantida em vista pelos bourbakistas, que, conscientes do resultado da incompletude, continuaram fascinados com a possibilidade de uma organização axiomática, de forma que possibilitasse a economia de pensamento na construção de novas teorias rigorosamente provadas. Assim, decidiram que continuariam fazendo matemática nos moldes propostos pelo formalismo. Fizeram isto por meio da defesa de demonstrações de teorias relativamente não contraditórias, ou seja, aquelas que seriam possíveis de ser estabelecidas a partir da suposição da não contradição de outra teoria, a qual foi exemplificada por Bourbaki como podendo ser a teoria dos conjuntos. (BOURBAKI, 1966; COSTA, 1992; LIMA, 2012; MACHADO, 1994)

13 Segundo Machado (1994, p. 19), Platão considerava que as formas ou as ideias correspondiam aos "[...] modelos ideais dos objetos do mundo físico ou das situações ideais as quais o homem deveria se esforçar por atingir"., ou seja, a realidade concreta era vista apenas como um mundo das aparências.

do professor Carloman Carlos Borges envolvia, dentre outras concepções filosóficas e históricas apresentadas em seu livro e que ainda precisam ser mais bem investigadas, uma apropriação do ideário bourbakista, oscilando com uma visão platonista e, ainda, com uma defesa da participação efetiva da experiência e da razão humana no processo de construção desse conhecimento. É dentro dessa lógica que compartilhamos com a ideia de Bruno Belhoste sobre romper com qualquer separação *a priori* da produção matemática das condições de sua reprodução. Na síntese do autor:

> [...] o compartilhamento do conhecimento matemático, isto é, sua socialização no âmbito de comunidades de especialistas e de comunidades de utilizadores, sejam eles pesquisadores ou profissionais, mesmo no conjunto do corpo social, constitui um aspecto essencial da atividade matemática, parte integrante da atividade de invenção. De maneira geral, não existe uma esfera da produção teórica inteiramente autônoma, mas preferencialmente atividades intelectuais engajadas em contextos específicos que determinam suas condições de desenvolvimento. Esta é a razão pela qual me parece que o estudo da circulação dos textos e das práticas no tempo e no espaço social e geográfico está no cerne do trabalho do historiador. Mas, esta abordagem banal em história das ciências hoje em dia, permanece pouco divulgada na história da matemática, onde ainda domina uma concepção idealista e retrospectiva do desenvolvimento da disciplina. (BELHOSTE, 2002, p. 12, tradução nossa)

Gert Schubring, apesar de aderir à proposta de Bruno Belhoste e desejar que seja conhecida e aplicada em numerosos estudos de casos, fez uma ressalva:

> Nós devemos, portanto, definir uma abordagem que evite toda separação entre produção e reprodução, tanto nos seus princípios metodológicos quanto nas suas práticas que dela são originadas. É importante partir de um quadro teórico cujas categorias não se interditem. Ora, alinhando produção com invenção e ensino com socialização ou divulgação ou recepção [...] vamos todos direto ao encontro de uma separação. Tais identificações implicam quase sem dúvida a uma hierarquia entre invenção e transmissão, atribuindo a pesquisa um aspecto primário, originário e ao ensino um papel secundário, derivado. (SCHUBRING, 2002, p. 31, tradução nossa)

Dessa forma, entendemos que o livro do Professor Carloman Carlos Borges teve um papel importante não apenas na divulgação de sua forma de pensar a

matemática, mas também para o exercício da sua docência, ao ser utilizado como o principal instrumento de referência para os alunos acompanharem e se apropriarem de seu estilo matemático.

Considerações finais

Neste capítulo, consideramos que o professor Carloman Carlos Borges, durante a sua formação profissional e ao longo de sua docência como professor de matemática da Universidade Estadual de Feira de Santana, apropriou-se do ideário do Grupo Bourbaki em conformidade as suas concepções teóricas, ideológicas e metodológicas educacionais.

Dessa forma, em analogia às ideias de Chartier (1988), interpretamos que o livro didático do professor Carloman Carlos Borges, mesmo que não tenha produzido nenhuma nova teoria nos moldes de uma historiografia internalista da matemática, pode ser concebido como uma produção original, visto que constituiu representações do conhecimento matemático que não foram, por via de regra, idênticas às teorizações daqueles que as produziram, tal como pudemos observar em relação ao ideário bourbakista.

Referências

ANUÁRIO DA FACULDADE DE FILOSOFIA, CIÊNCIAS E LETRAS [da] Universidade de São Paulo: 1934-1936. São Paulo, 1952.

ASSOCIATION DES COLLABORATEURS DE NICOLAS BOURBAKI. Paris, 2004. Disponível em: <http://www.bourbaki.ens.fr/>. Acesso em: 4 abr. 2004.

AZEVEDO, A. de. Grothendieck no Brasil. *Matemática Universitária*, Rio de Janeiro, n. 44, p. 39-42, jun. 2008. Disponível em: <http://www.math.jussieu.fr/~leila/grothendieckcircle/azevedo.pdf>. Acesso em: 8 out. 2011.

BEAULIEU, L. Bourbaki à Nancy. *Institut* Élie *Cartan Nancy*, Vandœuvre-lès-Nancy, 2003. Disponível em: <http://www.iecn.u-nancy.fr/~tenenb/PUBLIC/IECN_2003/IECN2003-031-042.pdf>. Acesso em: 5 out. 2011.

BELHOSTE, B. Pour une réévaluation du rôle de l'enseignement dans l'histoire des mathématiques. *Educação Matemática Pesquisa*, São Paulo, v. 4, n. 1, p. 11-27, 2002.

BITTENCOURT, C. M. F. Apresentação. *Educação e Pesquisa*, São Paulo, v. 30, n. 3, p. 471-473, set./dez. 2004. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1517-97022004000300007&lng=pt&nrm=iso>. Acesso em: 15 ago. 2015.

BORGES, C. C. *A matemática*: suas origens, seu objeto e seus métodos. Feira de Santana: Universidade Estadual de Feira de Santana, 1983. Paginação irregular.

BOURBAKI, N. Introduction. In: BOURBAKI, N. Éléments *de mathématique*: théorie des ensembles. 3e éd. Paris: Hermann, 1966. p. 1-9.

BOURBAKI, N. The architecture of mathematics. *The American Mathematical Monthly*, Washington, DC, v. 57, n. 4, p. 221-232, Apr. 1950. Disponível em: <http://links.jstor.org/sici?sici=0002-9890%28195004%2957%3A4%3C221%3ATAOM%3E2.0.CO%3B2-S>. Acesso em: 15 ago. 2015.

CARAÇA, B. de J. *Conceitos fundamentais da matemática*. Lisboa: [s.n.], 1951.

CHARTIER, R. *A história cultural*: entre práticas e representações. Tradução de Maria Manuela Galhardo. Lisboa: Difel, 1988.

CHARTIER, R. *A ordem dos livros*: leitores, autores e bibliotecas na Europa entre os séculos XIV e XVIII. Brasília: Ed. UnB, 1994.

CHOPPIN, A. História dos livros e das edições didáticas: sobre o estado da arte. *Educação e Pesquisa*, São Paulo, v. 30, n. 3, p. 549-566, set./dez. 2004. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/ep/v30n3/a12v30n3.pdf>. Acesso em: 16 fev. 2011.

CORRY, L. *Modern algebra and the rise of mathematical structures*. 2nd ed. Basel: Birkhäuser, 2004.

CORRY, L. Writing the ultimate mathematical textbook: Nicolas Bourbaki's éléments de mathématique. [200-]. p. 1-57. Disponível em: <http://www.tau.ac.il/~corry/publications/articles/pdf/Bourbaki%20-%20OHHM.pdf>. Acesso em: 13 dez. 2010.

COSTA, N. C. A. da. Formalismo. In: COSTA, N. C. A. da. *Introdução aos fundamentos da matemática*. 3. ed. São Paulo: HUCITEC, 1992. p. 49-63.

FADIGAS, I. de S. Entrevista com o professor Dr. Carloman. *Caderno de Física da UEFS*, Feira de Santana, v. 3, n. 1, p. 31-41, 2004.

FADIGAS, I. de S. (Org.). *A matemática para todos*. Feira de Santana: Universidade Estadual de Feira Santana, 2006.

FERREIRA, D. S.; LIMA, E. B. Um ensino de matemática em um contexto de transformação socioeconômica: as atividades docentes de uma professora no Colégio Assis Chateaubriand de Feira de Santana (Bahia, 1970-1980). In: ENCONTRO NACIONAL DE PESQUISA EM HISTÓRIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 1., 2012, Vitória da Conquista. *Anais*... Vitória da Conquista: Universidade do Sudoeste da Bahia, 2012. 1 CD-ROM.

FERREIRA, J. L. Contexto de implantação da disciplina "Evolução da Matemática" no curso de matemática da UEFS (1970 – 1991). In: SEMINÁRIO NACIONAL DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA, 11., 2015, Natal. *Anais*... [S.l.]: Sociedade Brasileira de História da Matemática, 2015. p. 1-13. Disponível em: <http://www.sbhmat.org/wa_files/C29.pdf>. Acesso em: 20 jul. 2015.

HOUZEL, C. Le rôle de Bourbaki dans les mathématiques du vingtième siècle. *SMF*: Gazette, [S.l.], n. 100, p. 52-63, Avril 2004. Disponível em: <http://smf4.emath.fr/

Publications/Gazette/2004/100/smf_gazette_100_52-63.pdf>. Acesso em: 22 dez. 2006.

ISSITT, J. Reflections on the study of textbooks. *History of Education*, Winchester, v. 33, n. 6, p. 683-696, Nov. 2004. Disponível em: <www.ige.unicamp.br/site/aulas/120/Issit.pdf>. Acesso em: 13 abr. 2012.

JACKSON, A. Comme appelé du néant – as if summoned from the void: the life of Alexander Grothendieck (first part). *Notices of the AMS*, Providence, RI, v. 51, n. 4, p. 1038-1056, Oct. 2004. Disponível em: <http://www.ams.org/notices/200409/fea-grothendieck-part1.pdf>. Acesso em: 21 out. 2006.

KRAUSE, D. O conceito bourbakista de estrutura. *Boletim da Sociedade Paranaense de Matemática*, Maringá, v. 8, p. 77-102, 1987.

LIMA, E. B. *Matemática e matemáticos na Universidade de São Paulo*: italianos, brasileiros e bourbakistas (1934-1958). 2012. 260 f. Tese (Doutorado em Ensino, Filosofia e Histórias das Ciências) – Instituto de Física, Universidade Federal da Bahia, Salvador; Universidade Estadual de Feira de Santana, Feira de Santana, 2012.

LIMA, E. B.; DIAS, A. L. M. A análise matemática no ensino universitário brasileiro: a contribuição de Omar Catunda. *Bolema*: Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, SP, v. 23, n. 35B, p. 453-476, abr. 2010a.

LIMA, E. B.; DIAS, A. L. M. O curso de análise matemática de Omar Catunda: uma forma peculiar de apropriação da análise matemática moderna. *Revista Brasileira de História da Ciência*, Rio de Janeiro, v. 3, n. 2, p. 211-230, jul./dez. 2010b.

MACHADO, N. J. *Matemática e realidade*. 3. ed. São Paulo: Cortez, 1994.

MEDEIROS, C. F. de; MEDEIROS, A. O pensamento dialético de Bento de Jesus Caraça e sua concepção da Educação Matemática. *Ciência & Educação*, Bauru, v. 9, n. 2, p. 261-276, 2003. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/ciedu/v9n2/08.pdf>. Acesso em: 11 dez. 2015.

O'CONNOR, J. J.; ROBERTSON, E. F. Jean-Louis Koszul. In: UNIVERSITY OF ST ANDREWS. School of Mathematic and Statistics. *MacTutor history of mathematics archive*. Scotland, 2005. Disponível em: <http://www.gap-system.org/~history/Biographies/Koszul.html>. Acesso em: 9 set. 2011.

SCHUBRING, G. *Análise histórica de livros de matemática*: notas de aula. Tradução de Maria Laura Magalhães Gomes. Campinas: Autores Associados, 2003.

SCHUBRING, G. Production mathématique, enseignement et communication. *Educação Matemática Pesquisa*, São Paulo, v. 4, n. 1, p. 29-39, 2002.

WEIL, A. *Souvenirs d'apprentissage*. Basel: Birkhäuser, 1991.

Um olhar sobre a obra *Matemática criativa*: *identificando a presença de teorias modernas*

Marta Mariele Barreto de Almeida Ferreira
Janice Cassia Lando

Introdução

Este trabalho surgiu de uma pesquisa de mestrado em andamento no Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Formação de Professores da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, *campus* de Jequié, cujo objetivo é analisar historicamente a modernização da matemática escolar no ensino secundário do Colégio Luzia Silva, principalmente, por meio da análise da apropriação dos dois movimentos modernizadores ocorridos no século XX, nas práticas pedagógicas dos professores de matemática no período de 1959 – quando foi inserido na escola o curso ginasial – até 1976, último ano de funcionamento do curso normal no Colégio.

O Colégio Luzia Silva está situado na cidade de Jaguaquara (Bahia) e foi criado em 1950. O fundador do município, o senhor Guilherme Martins do Eirado e Silva, doou a sede da sua fazenda para a implantação do colégio com a condição de que este levasse o nome da sua esposa, e estivesse sempre vinculado a uma ordem religiosa, dando, portanto, um direcionamento católico à instituição. Da Itália vieram seis freiras da Congregação das Religiosas Franciscanas Imaculatinas para coordenar o colégio, que ainda hoje se encontra em funcionamento, tendo vínculo com estado e município, mas, também, com uma ordem religiosa – as Irmãs Ursulinas –, mantendo, portanto, os princípios estabelecidos pelo senhor Guilherme no documento de doação da sede da escola.

No trabalho que discute a cultura escolar como objeto histórico, o autor Dominique Julia (2001) afirma que a cultura escolar pode ser desenvolvida em três eixos: as normas e finalidades que regem a escola, o papel desempenhado pela profissionalização do trabalho do educador e a análise dos conteúdos ensinados e das práticas escolares.

Sobre o estudo das práticas escolares, Razzini (2001, p. 94) afirma que "o livro didático torna-se material de pesquisa privilegiado, quer seja como fonte documental na definição de práticas do passado, quer seja como representação dessas práticas". E, no caso específico da matemática, o livro didático torna-se fundamental para a pesquisa do trajeto histórico desta disciplina, uma vez que "desde os seus primórdios, ficou assim caracterizada, para a matemática escolar, a ligação direta entre compêndios didáticos e desenvolvimento de seu ensino no país". (VALENTE, 2008, p. 141)

O pesquisador Alain Choppin (2004, p. 549) afirma que, apesar de terem sido negligenciadas por muitos anos, as pesquisas a respeito dos livros didáticos sofreram um grande impulso desde os anos 1960, "suscitando um vivo interesse entre os pesquisadores de uns trinta anos para cá", constituindo atualmente "um domínio de pesquisa em pleno desenvolvimento". Para este autor, "é preciso levar em conta a multiplicidade dos agentes envolvidos em cada uma das etapas que marca a vida de um livro escolar, desde sua concepção pelo autor até seu descarte pelo professor e, idealmente, sua conservação para as futuras gerações". (CHOPPIN, 2004, p. 553)

Wagner Valente (2007, p. 12) afirma que os livros didáticos "representam um dos traços que o passado nos deixou", aos quais podemos interrogar a respeito das práticas da educação matemática de outros tempos. Este autor afirma ainda que há uma variedade de materiais que, junto aos livros didáticos, permitem a composição da história da educação matemática.

Para a reconstituição de alguns aspectos das práticas escolares desenvolvidas no Colégio Luzia Silva, utilizamos os livros didáticos presentes na biblioteca da escola, que foram publicados no período estudado na pesquisa, como fonte histórica, livros esses que nos auxiliarão a compreender o desenvolvimento dessas práticas, bem como a apropriação de teorias modernas neste ambiente escolar. Destacamos que o termo "apropriação" ao qual nos referimos está baseado no conceito utilizado por Roger Chartier. Para esse autor, a apropriação "tem por objetivo uma história social das interpretações, remetidas para as suas determinações

fundamentais – que são sociais, institucionais, culturais – e inscritas nas práticas específicas que as produzem". (CHARTIER, 1990, p. 26)

O objetivo deste capítulo é analisar o livro da quinta série do primeiro grau e o manual do professor do livro *Matemática criativa*, referente a esta série, publicados pela editora Abril Cultural, em 1974 e 1975, respectivamente, buscando identificar a presença de teorias modernas. É importante destacar que analisamos somente o livro da quinta série, mas, no acervo da biblioteca do Colégio Luzia Silva, consta a coleção completa.

No estudo que trata da história das disciplinas escolares, André Chervel (1990, p. 200) destaca que "A organização interna das disciplinas é, numa certa medida, produto da história, que procedeu aqui pela adição de camadas sucessivas. Assim, várias dentre elas conhecem, no século XIX, grandes debates sobre 'métodos'". A respeito da matemática escolar, é no século XX que encontramos a presença dos debates e movimentos que orientaram propostas para a formação desta disciplina enquanto componente curricular, bem como as definições do currículo e métodos de ensino, aspectos que até os dias atuais estão presentes.

No que tange às teorias modernas indicadas em nosso objetivo para este capítulo, referimo-nos àquelas que foram recomendadas no decorrer do Movimento da Matemática Moderna (MMM), que surgiu como proposta de modificação e modernização do ensino, tanto no que se refere ao currículo quanto aos métodos de ensino. Entretanto, as mudanças principais seriam realizadas no currículo. Alguns conteúdos seriam acrescentados, como teoria dos conjuntos; o estudo das estruturas fundamentais da matemática – algébricas, topológicas e de ordem; lógica; espaços vetoriais; matrizes; álgebra de Boole; noções de cálculo diferencial e integral; estatística; entre outros. As ideias do MMM estavam baseadas nos trabalhos do grupo Nicholas Bourbaki, pseudônimo utilizado por um grupo de matemáticos franceses. (SOARES, 2001)

> Os adeptos do Movimento da Matemática Moderna encontraram nos trabalhos de Bourbaki um guia para a Matemática e nos trabalhos de psicólogos e educadores como Jean Piaget, C. Gattegno e Z. P. Dienes, grande apoio, além de uma forma de garantir e validar as possíveis mudanças no currículo e na metodologia do ensino de Matemática. Garantia essa para assegurar ainda que a reforma seria levada a cabo respeitando o aluno, considerando suas habilidades naturais e suas possíveis deficiências de aprendizagem. (SOARES, 2001, p. 49)

O MMM ganhou muitos adeptos e também muitos críticos. Porém havia um ponto em comum: a necessidade de rever o ensino de matemática.

As fontes que até este momento analisamos nos levaram a interpretar que as professoras que atuaram no ensino do primeiro grau do Colégio Luzia Silva, neste período, não eram licenciadas em matemática – tinham cursado uma graduação em outra área ou apenas o segundo grau. Esta não é uma realidade somente deste colégio, de acordo com Dias (2011), no Brasil como um todo, e também na Bahia, o aumento quantitativo da oferta de vagas, ocorrido a partir da década de 1950, não foi acompanhado por investimentos suficientes para as novas necessidades impostas pelo aumento da demanda. "Particularmente, o corpo docente, cuja profissionalização não se completou até hoje, teve seu prestígio social, suas condições de trabalho e poder aquisitivo diminuídos paulatinamente, na proporção inversa do aumento do sistema". (DIAS, 2011, p. 4)

Assim, ponderamos que, para essas professoras que ensinavam matemática sem uma formação específica, no interior do estado da Bahia, o livro didático foi peça importante para conhecerem e se apropriarem das mudanças que estavam acontecendo em relação aos conteúdos e métodos da matemática escolar. O uso do livro didático nas aulas de matemática do Colégio Luzia Silva também foi referenciado por ex-alunas que comentaram acerca do uso permanente deste recurso didático.

Os autores e suas referências teórico-metodológicas

Na contracapa do livro *Matemática criativa*, a editora traz a apresentação dos três autores da obra. São eles: Astor Guimarães Dias Filho, licenciado em Matemática e Estatística pela Universidade de São Paulo e professor do Colégio Santa Cruz e do Colégio Equipe; João Affonso Pascarelli, licenciado e pós-graduado em Matemática pela USP, também professor do Colégio Santa Cruz, lecionou, ainda, no Instituto de Matemática e Estatística da USP e na Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras Farias Brito; e Luiz Eduardo Cerqueira Magalhães, licenciado em Física pela Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras da USP, vice diretor do Colégio Santa Cruz, onde também lecionou matemática desde 1969.

É importante ressaltar que os três autores mantinham vínculo com o Colégio Santa Cruz, que foi fundado no ano 1952, na cidade de São Paulo, por padres canadenses da Congregação de Santa Cruz. O Colégio inicialmente teve como sede uma casa emprestada pela Cúria Metropolitana de São Paulo, oferecendo duas

turmas de primeira série ginasial em regime de semi-internato masculino. Apenas em 1957 foi transferido para sua sede em Alto de Pinheiros, onde permanece em funcionamento até os dias atuais. No ano de 1959, ocorre no Colégio Santa Cruz o início do Curso Experimental, sendo que, em 1966, a instituição recebe aprovação como Escola Experimental. Ainda em 1966 finaliza o regime de semi-internato. (COLÉGIO SANTA CRUZ, 2015)

De acordo com Clarice Nunes (2000), a criação das classes experimentais, na gestão de Gildásio Amado na Diretoria do Ensino Secundário, foi um passo inicial na diminuição da rigidez curricular na educação brasileira. Ainda segundo Nunes (2000, p. 52), as classes experimentais brasileiras foram idealizadas no modelo das classes *nouvelles* francesas e tinham como finalidade "[...] o ensaio de novos currículos, métodos e processos de ensino".

De acordo com Mirian Warde e Maria Ribeiro, as medidas legais adotadas no final dos anos 1950, de implantação das classes experimentais, deram origem a inúmeras experiências de inovação educacional. Entretanto, para essas autoras, as experiências inovadoras representaram soluções "[...] tecnicamente mais avançadas, mas socialmente conservadoras".[1] (WARDE; RIBEIRO, 1980, p. 200) Essas autoras justificam essa avaliação comentando que as experiências realizadas, de um modo geral, pretendiam apresentar alternativas pedagógicas para dificuldades surgidas, principalmente pela expansão quantitativa do ensino secundário, ocorrida a partir da década de 1940, que colocara "[...] em risco sua qualidade, que pelos parâmetros dados socialmente não é senão o teor de uma educação que se fez historicamente para uma elite". (WARDE; RIBEIRO, 1980, p. 200)

Contudo, para Warde e Ribeiro (1980, p. 201), não foi assim que interpretaram os educadores que propuseram experiências, uma vez que apresentaram soluções psicopedagógicas para os problemas do ensino secundário, como se "[...] os impasses qualitativos do ramo secundário fossem mazelas estritamente escolares". Elas justificam ainda que "as experiências de renovação se fizeram sobre uma complexificação técnico-pedagógica, possível dado seu caráter de 'excepcionalidade', pelo seu reduzido alcance quantitativo". (WARDE; RIBEIRO, 1980, p. 201) Isso porque, como destacam essas autoras, a legislação que as promoveu ao definir como sendo 30 o número máximo de alunos por turma, bem como determinou que as

1 Para essas autoras, "A atitude conservadora (ingênua) se caracteriza pela crença de que aquilo que é reflexo de algo muito mais profundo e abrangente se explica em si e por si mesmo". (WARDE; RIBEIRO, 1980, p. 203)

experiências somente poderiam ser realizadas em "[...] colégios de idoneidade incontestável e de condições pedagógicas que possibilitem a experiência", (AMADO, 1958, p. 80) impôs um caráter laboratorial às experiências. Quando se pensou em estender para as demais escolas, os órgãos oficiais usaram o argumento da "inviabilidade orçamentária".

Diante disso, Warde e Ribeiro (1980) refletem que essas experiências com propostas inovadoras para o ensino secundário tiveram um caráter conservador, isto é, no geral, preocuparam-se com soluções metodológicas para problemas estruturais do sistema educacional brasileiro. Reforçando este argumento de que as experiências, em geral, detiveram-se em aspectos metodológicos, Nunes (2000, p. 53), citando Klein (1998), destaca que alguns colégios católicos brasileiros, por meio das classes experimentais, "[...] realizaram experiências pedagógicas próximas do escolanovismo, denominadas de educação personalizada, criação de Pierre Faure, que esteve no Brasil diversas vezes entre os anos 50 e 70".

De acordo com Klein (1998), o Colégio Santa Cruz foi um dos colégios em que foram desenvolvidas experiências com a educação personalizada. Neste Colégio, dentre os teóricos que fundamentam a educação personalizada, destacam-se Lubienska e Montessori. No *blog* do Colégio, na rede mundial de computadores, consta "[...] implantação do Curso Experimental segundo a metodologia de Lubienska e Montessori, que dura de 1959 a 1963, completando o ciclo ginasial". (COLÉGIO SANTA CRUZ, 2015) Gulla (2009, p. 96), ao comparar a pedagogia destas duas teóricas, destaca:

> É exatamente na concepção antropológica de homem que encontramos o ponto de destaque de Lubienska em relação à Maria Montessori. Enquanto a primeira parte de razões de ordem filosófica para fundamentar sua pedagogia, cujo objeto é o homem em suas três dimensões: corpo, alma e espírito, a segunda valoriza a ação, o empírico, o fazer tem prioridade em relação ao teórico, volta-se mais para a práxis, o homem é colocado em evidência, em sua dimensão prática em oposição à dimensão teórica, e vê o homem como aquele que se prepara para modificar o mundo.

Gulla (2009, p. 97) destaca que o interesse dos colégios católicos, ao fazerem experiências com a metodologia de Lubienska e Montessori, ocorreu porque desta forma estariam incorporando princípios da escola nova, ao mesmo tempo em que mantinham os princípios religiosos, uma vez que "[...] Lubienska apoiou sua

pedagogia espiritualista, nitidamente católica, no método Montessori, ou seja, o método montessoriano serviu-lhe como instrumento de sua pedagogia".

O livro *Matemática criativa*

Já na sua capa, o livro e o manual do professor trazem uma ilustração dos conjuntos, dando-nos uma ideia preliminar de que esse assunto é abordado no livro. Na página 5 do manual, os autores apresentam inicialmente uma mensagem destinada aos professores na qual informam o objetivo da obra que foi, a partir das suas experiências, "propor a utilização de técnicas que permitam levar o aluno não só aprender Matemática, mas, principalmente, a usar essa aprendizagem como um recurso para o desenvolvimento de sua criatividade". (DIAS FILHO; PASCARELLI; MAGALHÃES, 1975, p. 5) Ao fazerem menção de que a elaboração da coleção foi baseada em suas experiências, levaram-nos a interpretar que essa elaboração pode ter sido influenciada pelas experiências com a educação personalizada, desenvolvidas nas classes experimentais do colégio em que atuavam como professores.

O manual do professor está dividido em três partes: na primeira parte, os autores apresentam o plano geral da coleção; na segunda, abordam o plano da quinta série, versando sobre os temas apresentados; e, na terceira parte, de forma mais detalhada, os autores trazem os objetivos das unidades apresentadas para a quinta série, com objetivos e abordagens especificadas, bem como sugestões de avaliação e algumas atividades.

Na primeira parte, nomeada como "Plano Geral da Coleção", os autores trazem os objetivos gerais dessa coleção. A princípio, indicam qual formação buscavam proporcionar por meio do livro *Matemática criativa*; abordam a necessidade de mudança na escola com vistas à formação de um aluno apto a acompanhar o "novo mundo" que visualizavam naquele momento e que tinha como principal característica profundas mudanças: "O homem de amanhã deve, desde cedo, ser preparado para o convívio com os meios de comunicação de massas e com o computador. Deve, portanto, desenvolver capacidade crítica em relação aos primeiros e habilidade de manipulação em relação ao segundo". (DIAS FILHO; PASCARELLI; MAGALHÃES, 1975, p. 9) Este aspecto citado pelos autores estava condizente com o ideário modernizador que vinha sendo implantado, em parte, nas escolas brasileiras. Esta reforma proposta para o ensino de matemática, que veio a ficar conhecida como MMM, foi justificada da seguinte forma:

> Os seus mentores e promotores presentes em Royaumont justificaram a urgência e a necessidade dessa mudança invocando imperativos de natureza social, razões relacionadas com o desenvolvimento da Matemática e razões relacionadas com o progresso científico e tecnológico. (GUIMARÃES, 2007, p. 11)

Os autores do livro analisado reforçaram que não pretendiam ensinar "crítica à informação, nem programação", mas sim desenvolver requisitos que possibilitem essas aprendizagens. (DIAS FILHO; PASCARELLI; MAGALHÃES, 1975, p. 9)

Este objetivo geral da obra estava em consonância também com os princípios do ensino renovado, implementado nas classes experimentais, que, de acordo com Tamberlini (2005 apud VIEIRA, 2014, p. 3),

> objetivavam formar o educando integralmente, desenvolvendo-lhe aptidões teóricas e práticas para que ele se tornasse capaz de atuar na sociedade. O professor, nesta proposta, figuraria como aquele que deveria orientar o aluno, criando situações educativas que propiciassem o desenvolvimento das potencialidades do mesmo.

Para atingir os objetivos que propuseram, os autores recorreram a uma apresentação gradativa dos conceitos:

> À medida que novos conceitos sejam aprendidos e manipulados, serão considerados pré-requisitos para a aprendizagem de outros. Dessa forma, toda a coleção foi elaborada atendendo à gradatividade de informações necessárias para uma aprendizagem eficiente. (DIAS FILHO; PASCARELLI; MAGALHÃES, 1975, p. 10)

Para estruturar a apresentação gradativa, os conteúdos foram distribuídos em quatro temas: Linguagem Matemática; Campos Numéricos; Estudo de Sentenças Abertas; e Geometria. Cada tema foi subdividido em unidades didáticas. Na sequência, para ilustrar, apresentamos a subdivisão do tema 1 – Linguagem Matemática. O número entre parênteses indica a série em que são abordados pela primeira vez.

Quadro 1 – Unidades didáticas do tema 1 – Linguagem Matemática

TEMA 1 – LINGUAGEM MATEMÁTICA	
CONCEITO PRIMÁRIO	*CONCEITO DERIVADO*
Conjunto, Elemento, Pertinência (5ª)	Representação (5ª) Reunião, intersecção, Diferença (5ª)
Axioma de Escolha (5ª)	

Par Ordenado (5ª)	Produto Cartesiano (5ª)
Igualdade e Inclusão (5ª)	
Relações (6ª)	Relações de Equivalência e de Ordem (6ª)
Aplicações (6ª)	Aplicações Lineares e Quadráticas (8ª)

Fonte: Dias Filho, Pascarelli e Magalhães (1975, p. 10).

Observando o Quadro 1, podemos notar que conceitos relacionados a um mesmo tema são abordados em diferentes séries. O mesmo ocorreu com os demais temas que compõem os livros desta coleção.

Na segunda parte, intitulada "Objetivos e conteúdos" de *Matemática criativa* da quinta série, os autores apresentam os objetivos educacionais que nortearam a elaboração do volume desta série. São eles:

> I – Levar o aluno a: perceber o caráter estritamente denotativo da linguagem matemática; perceber a importância de uma representação adequada; perceber as leis que regem o uso dos conectivos lógicos;
> II – Permitir que o aluno: adquira conceito de estrutura; adquira o conceito de ampliação de campo; adquira o conceito de conjuntos, números, figuras e medidas. (DIAS FILHO; PASCARELLI; MAGALHÃES, 1975, p. 12)

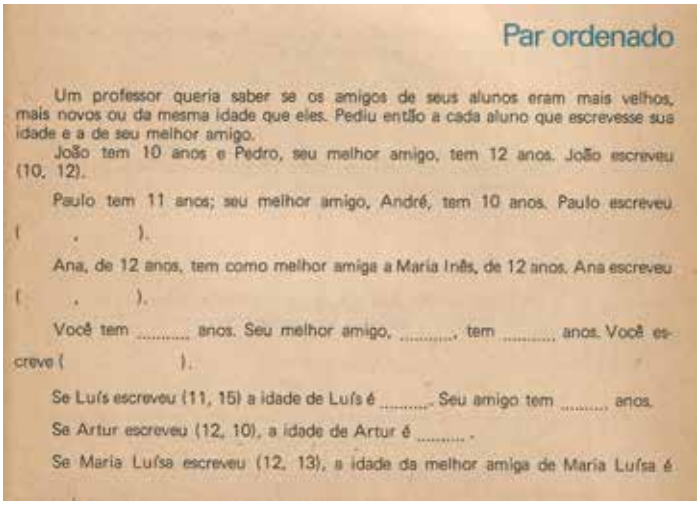
O conceito de estrutura foi discutido como parte fundamental no ideário do MMM, cujas ideias estavam baseadas nos trabalhos do grupo Nicholas Bourbaki, pseudônimo utilizado pelo grupo de matemáticos composto por Dieudonné, Cartan, Chevalley, Weil, entre outros, que, através de livros e artigos, "defendiam uma evolução – e uma revolução – interna na Matemática a partir do desenvolvimento e estudo da noção de *estrutura*". (SOARES, 2001, p. 47, grifo do autor)

> Bourbaki identificou três estruturas fundamentais na Matemática, as quais chamou de *estruturas-mãe*: as estruturas algébricas, as estruturas de ordem e as estruturas topológicas. Estas três estruturas seriam capazes de gerar todas as outras. Para Bourbaki, as estruturas são 'ferramentas' para o matemático e seu estudo proporciona uma 'considerável economia de pensamento'. (SOARES, 2001, p. 47, grifo do autor)

Ainda neste manual do professor, os autores apresentam o livro do aluno, justificando que o livro foi dividido, devido a considerações metodológicas, em "atividades, exercícios, laboratórios e fichas de trabalho". (DIAS FILHO; PASCARELLI; MAGALHÃES, 1975, p. 14)

No que concerne às atividades e exercícios, os autores destacam que por meio delas os alunos têm uma participação ativa no livro, uma vez que se inicia com atividades de preenchimento de lacunas e resolução de problemas, para posterior formalização dos conceitos. Os exercícios somente são aplicados após os conceitos terem sido formalizados.

Figura 1 – Conteúdo: Par ordenado



Par ordenado

Um professor queria saber se os amigos de seus alunos eram mais velhos, mais novos ou da mesma idade que eles. Pediu então a cada aluno que escrevesse sua idade e a de seu melhor amigo.

João tem 10 anos e Pedro, seu melhor amigo, tem 12 anos. João escreveu (10, 12).

Paulo tem 11 anos; seu melhor amigo, André, tem 10 anos. Paulo escreveu (,).

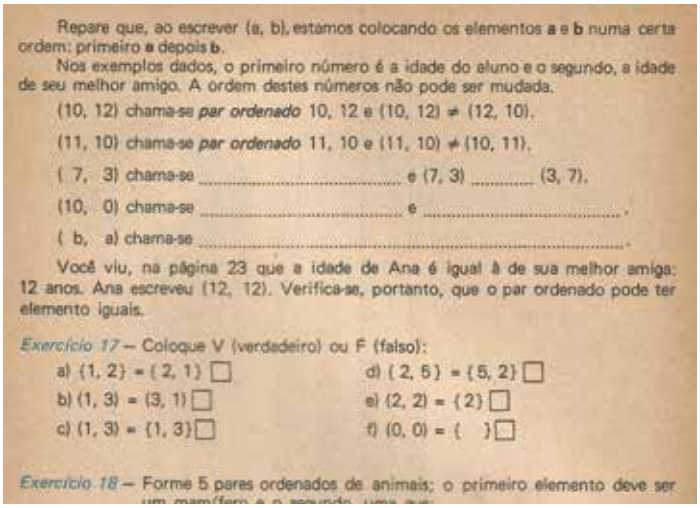
Ana, de 12 anos, tem como melhor amiga a Maria Inês, de 12 anos. Ana escreveu (,).

Você tem ..... anos. Seu melhor amigo, ..., tem ..... anos. Você escreve ( ).

Se Luís escreveu (11, 15) a idade de Luís é ....., Seu amigo tem ..... anos.

Se Artur escreveu (12, 10), a idade de Artur é ..... .

Se Maria Luísa escreveu (12, 13), a idade da melhor amiga de Maria Luísa é



Repare que, ao escrever (a, b), estamos colocando os elementos **a** e **b** numa certa ordem: primeiro **a** depois **b**.

Nos exemplos dados, o primeiro número é a idade do aluno e o segundo, a idade de seu melhor amigo. A ordem destes números não pode ser mudada.

(10, 12) chama-se *par ordenado* 10, 12 e (10, 12) ≠ (12, 10).

(11, 10) chama-se *par ordenado* 11, 10 e (11, 10) ≠ (10, 11).

(7, 3) chama-se ..... e (7, 3) ..... (3, 7).

(10, 0) chama-se ..... e ..... .

(b, a) chama-se ..... .

Você viu, na página 23 que a idade de Ana é igual à de sua melhor amiga: 12 anos. Ana escreveu (12, 12). Verifica-se, portanto, que o par ordenado pode ter elemento iguais.

Exercício 17 – Coloque V (verdadeiro) ou F (falso):

a) {1, 2} = {2, 1} ☐
b) (1, 3) = (3, 1) ☐
c) (1, 3) = {1, 3} ☐
d) {2, 5} = {5, 2} ☐
e) (2, 2) = {2} ☐
f) (0, 0) = { } ☐

Exercício 18 – Forme 5 pares ordenados de animais; o primeiro elemento deve ser

Fonte: Dias Filho, Pascarelli e Magalhães (1975, p. 23-24).

Neste excerto do livro, os autores introduzem o conceito de par ordenado por meio de um problema, para depois apresentar uma sistematização. Na sequência abordam exercícios, um deles para indicar verdadeiro ou falso e outros quatro semelhantes ao exercício 18, em que é solicitado ao aluno que forme pares ordenados mediante critérios indicados. Esta figura, para além de ilustrar a forma como os autores estruturaram as unidades didáticas, possibilita-nos apontar um exemplo da presença da teoria dos conjuntos no livro. A respeito da teoria dos conjuntos no MMM, Flávia Soares (2001) ressalta que o conceito matemático ao qual foi dada a maior ênfase pelos modernistas foi a ideia de conjunto. A teoria de conjuntos deveria ser ensinada do ensino primário ao nível superior. Além de ser um conceito considerado básico da matemática, esta teoria era "uma poderosa ferramenta para a *unificação* da disciplina, que no século XIX era considerada como 'as Matemáticas'". (SOARES, 2001, p. 48, grifo do autor)

As fichas de trabalho compreendem 24 listas de questões acerca das unidades didáticas. De acordo com os autores, o grau de dificuldade das questões que compõem as fichas é relativamente superior ao dos exercícios, "exigindo do aluno não só o domínio de conceitos como também a capacidade de transferência e aplicação dos mesmos". (DIAS FILHO; PASCARELLI; MAGALHÃES, 1975, p. 14) As fichas, segundo os autores, podem ser utilizadas para avaliação da aprendizagem ou como atividade para casa.

Sobre os laboratórios que são propostos no livro do aluno, os autores afirmam que são referentes à Linguagem Matemática e Campos Numéricos. E justificam,

> Os laboratórios não são, obviamente, experiências que visam a demonstrar leis matemáticas: são exercícios de aplicação dos conceitos matemáticos. Ao elaborá-los, pretendemos introduzir, em um livro de matemática, trabalhos em níveis menos abstratos que o usual. (DIAS FILHO; PASCARELLI; MAGALHÃES, 1975, p. 14)

Cada laboratório contém a lista de material utilizado, que, segundo os autores, são objetos fáceis de encontrar, e as finalidades, que "visam ressaltar, para o aluno a importância da definição de objetivos no trabalho científico" (DIAS FILHO; PASCARELLI; MAGALHÃES, 1975, p. 14) os fundamentos teóricos que têm como função a revisão da unidade teórica e a complementação desta unidade, quando necessário; e, por fim, as instruções para execução da parte prática, nas quais os autores orientam o tempo previsto para execução das atividades e a preparação

de um monitor entre os próprios alunos da turma para orientar o trabalho em pequenos grupos.

Na página 15, os autores apresentam os conteúdos que compõem as atividades desenvolvidas em cada laboratório.

Figura 2 – Conteúdo dos laboratórios

LABORATÓRIO	TEMA	ASSUNTO
1	Linguagem Matemática	- Diagrama de Venn - Conectivos Lógicos - Diagrama de Carrol
2	Linguagem Matemática	- Diagrama de Carrol - Aplicação do Diagrama de Carrol como auxiliar do pensamento dedutivo
3	Campos Numéricos	- Conceito de Número Decimal - Sistemas de Numeração - Mudança de base
4	Campos Numéricos	- Algoritmo da Adição e Algoritmo da Subtração - Propriedades das Operações

Fonte: Dias Filho, Pascarelli e Magalhães (1975, p. 15).

A referência aos trabalhos voltados à experimentação como método de ensino aparece de forma consistente na proposta do MMM. A experimentação com os números é sugerida pelos autores em Dubrovnik:

> Um traço dos programas sugeridos, que deve ser encarado como uma inovação, é insistir na utilização de técnicas experimentais no estudo da Aritmética. Esquecemo-nos demasiadas vezes do facto que podemos fazer experiências com números do mesmo modo que as fazemos com as figuras concretas da geometria. (OECE, 1961, apud GUIMARÃES, 2007, p. 26)

Os autores se colocam como "co-participantes do processo educacional nas escolas que adotem nossos [seus] livros" (DIAS FILHO; PASCARELLI; MAGALHÃES, 1975, p. 15), e, por isso, apresentam sugestões, que são propostas em cada unidade didática, para auxiliar o professor na elaboração do seu plano de curso. Para exemplificar, apresentamos uma sugestão relativa ao conjunto dos números inteiros, na qual os autores indicam como atividade de enriquecimento que a história dos inteiros seja apresentada por meio das escalas termométricas, noção dos negativos através de histórias.

Como bibliografia do manual do professor, os autores apresentam o livro *Lógica e jogos lógicos* de Dienes e Golging (1969) e o livro *Elementos da álgebra* de Jacy Monteiro, dentre outros três livros. Destacamos aqui dois desses autores em função do envolvimento de cada um deles com o MMM.

O professor Jacy Monteiro (1921-1975) foi um participante ativo do MMM no Brasil. Ele manteve contato com matemáticos do grupo Bourbaki, como Jean Dieudonné, do qual foi assistente quando este veio ao Brasil, em 1946, ministrar cursos de Álgebra Moderna e Grupos de Galois, e também com André Weil. Além disso, Jacy Monteiro coordenou o 5º Colóquio Brasileiro de Matemática em 1965, realizado na cidade de Poços de Caldas, Minas Gerais e envolveu-se com publicações, organizações de revistas, periódicos, artigos, etc. (DUARTE, 2012)

O professor Zoltan Dienes (1916-2014) foi um dos participantes do Seminário de Royaumont. Baseado nas ideias de Jean Piaget, Dienes (apud ALVES, 2013) defendia que, no ensino de matemática, a ênfase deve estar mais nas estruturas e menos nos conteúdos matemáticos. Dentre outras obras, Dienes publicou vários livros em parceria com Golding.

Algumas considerações

As nossas análises do livro *Matemática criativa* nos permitiram interpretar que a estruturação desta coleção didática foi influenciada pelo trabalho desenvolvido nas classes experimentais do Colégio Santa Cruz, em São Paulo, onde os três autores atuaram como professores de matemática. Foi possível perceber indícios da educação personalizada na organização do livro, ao possibilitar ao aluno um papel mais ativo no processo ensino-aprendizagem, ao estruturar as unidades didáticas sendo iniciadas com atividades para posteriormente ocorrer a formalização, e, também, ao fazer uso das fichas de trabalho e de laboratórios.

No que se refere à presença de teorias modernas na estruturação do livro da quinta série, foi possível identificar a inserção de conceitos como a teoria dos conjuntos e das estruturas matemáticas. O uso dos laboratórios e da experimentação com números presentes no livro também fazia parte do ideário modernizador. E, ainda, a fundamentação da proposta com Zoltan Dienes e Jacy Monteiro, importantes personagens do movimento em âmbito mundial e nacional, respectivamente.

Assim, considerando os depoimentos das ex-alunas do Colégio Luzia Silva no que se refere ao uso permanente do livro didático nas aulas de matemática, podemos conjecturar que os indícios anteriormente apontados em relação à educação

personalizada e às teorias modernas, presentes no livro analisado, influenciaram o ensino e a aprendizagem de matemática nesse Colégio.

Referências

ALVES, A. M. M. *A matemática moderna no ensino primário gaúcho* (1960-1978): uma análise das coleções de livros didáticos Estrada iluminada e Nossa terra nossa gente. 2013. 320 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de Pelotas, Pelotas, 2013.

AMADO, G. Instruções sôbre a natureza e a organização das classes experimentais, da Diretoria do Ensino Secundário: classes experimentais no ensino secundário. *Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos*, [S.l.], v. 29, n. 72, p. 73-83, abr./jun. 1958.

CHARTIER, R. *A história cultural*: entre práticas e representações. Lisboa: Difel, 1990.

CHERVEL, A. História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa. *Teoria & Educação*, Porto Alegre, n. 2, p. 177-229, 1990.

CHOPPIN, A. História dos livros e das edições didáticas: sobre o estado da arte. *Educação e Pesquisa*, São Paulo, v. 30, n. 3, p. 549-566, set./dez. 2004.

COLÉGIO SANTA CRUZ. *Histórico*. São Paulo, 2015. Disponível em: <http://www.santacruz.g12.br/index.php/instituicao/historico>. Acesso em: 23 abr. 2015.

DIAS, A. L. M. Uma história da educação matemática na Bahia. In: SIMPÓSIO NACIONAL DE HISTÓRIA, 26., 2011, São Paulo. *Anais*... São Paulo: ANPUH, 2011. p. 1-21.

DIAS FILHO, A. G.; PASCARELLI, J. A.; MAGALHÃES, L. E. *Matemática criativa*: 5ª série, 1º grau. São Paulo: Abril Cultural, 1974.

DIAS FILHO, A. G.; PASCARELLI, J. A.; MAGALHÃES, L. E. *Matemática criativa*: manual do professor. São Paulo: Abril Cultural, 1975.

DUARTE, A. R. S. Luiz Henrique Jacy Monteiro e o ensino secundário de matemática. *Revista Brasileira de História da Matemática*, Rio Claro, SP, v. 12, n. 24, p. 55-70, abr./ago. 2012.

GUIMARÃES, H. M. Por uma matemática nova nas escolas secundárias – Perspectivas e orientações curriculares da matemática moderna. In: MATOS, J. M.; VALENTE, W. R. (Org.). *A matemática moderna nas escolas do Brasil e de Portugal*: primeiros estudos. São Paulo: Capes, 2007. p. 21-45.

GULLA, M. M. S. *História e memória da fundação do Colégio Santa Cruz de Maringá (1952)*. 2009. 147 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2009.

JULIA, D. A cultura escolar como objeto histórico. *Revista Brasileira de História da Educação*, Campinas, n. 1, p. 9-43, jan./jun. 2001.

KLEIN, L. F. *Educação personalizada*: desafios e perspectivas. São Paulo: Loyola, 1998.

NUNES, C. O "velho" e "bom" ensino secundário: momentos decisivos. *Revista Brasileira de Educação*, Campinas, n. 14, p. 35-60, maio/ago. 2000.

RAZZINI, M. de P. G. O livro didático e a memória das práticas escolares. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE QUALIDADE NA EDUCAÇÃO: FORMAÇÃO DE PROFESSORES, 2002, Brasília, DF. *Simpósio 6*... Brasília, DF: MEC, 2001. v. 1, p. 94-102. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/vol1b.pdf>. Acesso em: 15 set. 2015.

SOARES, F. *Movimento da matemática moderna no Brasil*: avanço ou retrocesso? 2001. 192 f. Dissertação (Mestrado em Matemática Aplicada) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2001.

VALENTE, W. R. História da educação matemática: interrogações metodológicas. *REVEMAT*: Revista Eletrônica de Educação Matemática, Florianópolis, v. 2.2, p. 28-49, 2007.

VALENTE, W. R. Livro didático e educação matemática: uma história inseparável. *Zetetiké*, Campinas, v. 16, n. 30, p. 139-161, jul./dez. 2008.

VIEIRA, L. Apropriações nas classes experimentais secundárias: ecos das matrizes francesas (São Paulo 1955-1964). In: ANPED SUL, 10., 2014, Florianópolis. *Trabalhos completos*... Florianópolis: UDESC, 2014.

WARDE, M. J.; RIBEIRO, M. L. S. O contexto histórico da inovação educacional no Brasil. In: GARCIA, W. E. (Coord.). *Inovação educacional no Brasil*: problemas e perspectivas. São Paulo: Cortez, 1980. p. 195-204.

Ensino da matemática: uma análise no livro de autoria de Martha Dantas destinado aos professores

Larissa Pinca Sarro Gomes

Introdução

Era final da década de 1980 quando a educadora baiana Martha Maria de Souza Dantas publicou um livro de sua autoria destinado aos professores de matemática intitulado *Ensino da matemática: um processo entre a exposição e a descoberta*. A esta época, a autora já havia participado ativamente dos processos de mudanças da matemática escolar, tendo contato frequente com educadores e professores de matemática brasileiros e estrangeiros desde 1952, quando foi convidada para assumir as aulas de Didática Especial da Matemática na Faculdade de Filosofia da então Universidade da Bahia. Também havia coordenado e participado da escrita de várias coleções didáticas com um grupo de professoras da Universidade Federal da Bahia (UFBA) e com o matemático Omar Catunda.

Essa parceria teve início, no final da década de 1960, com a escrita dos primeiros textos didáticos no Centro de Ensino de Ciências da Bahia (Ceciba). Nesses textos, o grupo de professores da área de matemática do Ceciba estava preocupado em apresentar os conteúdos modernos da matemática, trazendo em suas intenções a preocupação de fazer os "ajustes" necessários para que esses conteúdos pudessem ser apresentados aos alunos do curso secundário. (DANTAS, 1971)

Duas décadas após essas primeiras experiências, Martha Dantas defende no livro, apenas de sua autoria, um processo de ensino que procura incentivar a atividade dos alunos utilizando textos elaborados para esta finalidade. (DANTAS, 1987) Além de expressar sua preocupação com uma melhor apresentação dos conteú-

dos matemáticos aos alunos, a autora também apontou para a importância de se conseguir o envolvimento dos alunos nas atividades propostas em sala de aula. Para isto, explicitou aos professores alguns princípios que a levaram, com Eliana Costa Nogueira, Neide Clotilde de Pinho e Souza, Eunice da Conceição Guimarães e Omar Catunda, a escrever uma coleção didática intitulada apenas *Matemática*, organizada em fichas de trabalho, e que se destinava a alunos que estariam cursando a então 5ª, 6ª, 7ª ou 8ª séries do primeiro grau.

Neste artigo, analisamos como Martha Dantas apresentou aos professores algumas fichas de trabalho no livro de sua autoria e como sugeriu aos professores o uso da proposta de ensino que procurava harmonizar a exposição do professor com as descobertas dos alunos. Esta descoberta, sugerida por Martha Dantas, está muito distante de uma verdade pronta e acabada, que apenas alguns poderiam ter acesso a novos conhecimentos. A descoberta, e também o método heurístico, já tinham sido apresentados como elementos importantes no processo de ensino da matemática por essa autora em outras oportunidades.

Para compreender essas e outras questões propostas por Martha Dantas, consideramos o livro de sua autoria como um objeto cultural, uma vez que é sugerido para auxiliar o professor no planejamento e organização de suas atividades em sala de aula, fazendo parte da cultura matemática escolar. Desta forma, compreendemos ser este um manual pedagógico para dar suporte ao professor nas atividades de ensino e aprendizagem de matemática.

A partir deste entendimento, recorremos a autores da História Cultural, como Roger Chartier (1990, p. 26) e seu conceito de apropriação, buscando compreender a maneira como a autora do livro analisado se apropria dos debates para as mudanças da matemática escolar, relacionadas aos conteúdos matemáticos e aos métodos de ensino, avaliando como esses foram ressignificados a partir de suas vivências e experiências inscritas em situações históricas e sociais diferenciadas.

Por este motivo, para a análise que nos propusemos realizar, procuramos dialogar com outras fontes produzidas na época da escrita do livro, como os depoimentos e artigos de autoria de Martha Dantas, buscando compreender um pouco melhor o "ambiente" no qual o livro foi concebido e produzido, conforme ressalta Alain Choppin (2004, p. 554) Esse autor propõe investigar ainda a maneira como o livro é distribuído, utilizado e recebido pelos seus leitores ou, considerando Michel de Certeau (2008), poderíamos destacar a relevância de pesquisas relacionadas às táticas de apropriação, aos usos e consumos que são feitos dos livros didáticos em tempos e espaços escolares distintos.

No entanto, ressaltamos que, para a condução de tais investigações, faz-se necessário investigar primeiramente a maneira como o livro foi concebido e produzido. Com esta intenção, procuramos interpretar as estratégias defendidas por Martha Dantas para a escrita de uma proposta de ensino de matemática.

A exposição: um processo de ensino a ser substituído

O livro de autoria de Martha Dantas, intitulado *Ensino da matemática: um processo entre a exposição e a descoberta*, foi publicado em 1987 pelo Centro Editorial e Didático da Universidade Federal da Bahia.

Várias pessoas foram mencionadas pela autora em sua dedicatória. Omar Catunda é lembrado como aquele com quem aprendeu que "o fenômeno do subdesenvolvimento é, essencialmente, o subdesenvolvimento cultural". As "companheiras de luta" Eliana Costa Nogueira, Neide Clotilde de Pinho e Souza e Eunice da Conceição Guimarães, professoras da UFBA e parceiras na escrita de livros didáticos, desde o final da década de 1960, foram lembradas pela dedicação ao ensino de matemática. Segundo Martha, "ao ensinar matemática procuraram, sobretudo, ensinar a pensar".

O livro também foi dedicado àqueles que se interessavam por um "ensino melhor da matemática" e a Arlete Cerqueira Lima, a quem a autora já havia agradecido por seu apoio em outras oportunidades. Em uma dessas ocasiões, Martha Dantas (1996, p. 69) relembrou que "em momento algum" deixou de contar "com a ajuda de Catunda e o incentivo de Arlete Cerqueira Lima" em suas tentativas de contribuir para a melhoria do ensino de matemática nas escolas e na formação dos futuros professores desta área.

Com exceção de Omar Catunda, que conheceu Martha Dantas durante o primeiro Congresso Nacional de Ensino da Matemática no Curso Secundário,[1] quando ainda era professor da Universidade de São Paulo (USP),[2] as suas companheiras na produção de livros didáticos e Arlete Cerqueira a conheceram quando foram suas alunas na UFBA e cursaram a disciplina Didática Especial da Matemática.

Essa longa dedicação de Martha Dantas ao ensino de Matemática, desde a década de 1950, foi lembrada por Arlete Cerqueira Lima ao escrever o prefácio do

1 Este primeiro congresso foi idealizado e organizado por Martha Dantas em Salvador, Bahia, no período de 4 a 7 de setembro de 1955.

2 O professor Omar Catunda trabalhou no Departamento de Matemática da Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras (FFCL) da Universidade de São Paulo no período de 1934 a 1962.

livro no qual avaliou a obra como sendo "fruto de um trabalho dedicado, idealista e cuidadoso" ao apresentar "uma nova maneira de ensinar Matemática", em que a "exposição e redescoberta se sucedem, não permitindo a passividade a que a simples exposição frequentemente induz". Em sua avaliação, o livro convida o aluno a descobertas de tal modo intuídas que é como se fosse uma "redescoberta". Também ressalta que a proposta explicitada por Martha Dantas está "fundamentada" em sua "larga experiência de 30 anos de magistério e no seu convívio com membros da Comissão Internacional de Educação Matemática". (LIMA, 1987, p. 4)

Como professora de Didática da Matemática, a autora conhecia muito bem os diferentes métodos de ensino e defendeu que o "processo de ensino ideal é, certamente, o processo da descoberta". A exposição, segundo Martha, era um processo de ensino a ser substituído porque desrespeitava o "ritmo" de cada aluno e o professor continuava recitando "receitas para calcular coisas mal definidas", propriedades que deveriam ser "decoradas", e permanecia apresentando "modelos" que deveriam ser utilizados pelos alunos. (DANTAS, 1987, p. 13) Por outro lado, defendeu o processo da descoberta e reconheceu que ele exige mais tempo para a discussão de um mesmo conteúdo, fundamentada nas suas experiências nas escolas.

Na introdução do livro *Ensino da Matemática: um processo entre a exposição e a descoberta*, a professora Martha Dantas explicitou a importância de se estabelecer uma "concepção clara da cultura matemática" que deve ser "formada na escola, independente dos estudos e das profissões futuras dos alunos, e integrada na sua cultura geral". Considerou que a educação matemática deve "visar mais à formação e menos à informação" e precisa atingir "as massas de alunos". Afirma que isto só será possível através da pesquisa que permitirá identificar os "melhores meios de conseguir uma atividade autêntica dos alunos", com a seleção de conteúdos "que proporcionem o desenvolvimento de atividades mentais e a qualificação intelectual do aluno", e, finalmente, com a "melhor apresentação da matéria". (DANTAS, 1987, p. 12)

Como lembrara Arlete Cerqueira Lima, o livro de autoria de Martha Dantas está fundamentado em suas experiências como professora e autora de livros didáticos de matemática, e do contato frequente com educadores matemáticos nos diversos fóruns científicos nacionais e internacionais dos quais participava. Isso fica claro nas referências apresentadas no livro de sua autoria, nas quais citou os últimos Congressos Internacionais de Educação Matemática dos quais participara, que aconteceram em Lyon, 1969, Exeter, 1972 e Karlsruhe, 1976.

Do encontro em Lyon, na França, Martha relembrou a exposição do professor Gauthier,[3] que propunha a utilização de "fichas de trabalho" para o trabalho individual dos alunos. Foi a partir dessa experiência que Martha Dantas afirmou ter se inspirado para a elaboração dos novos textos da coleção didática *Matemática*. No entanto, avaliou que as fichas apresentadas pelo professor durante sua palestra "não eram apropriadas para os nossos alunos por não darem informações suficientes para a redescoberta dos conceitos abordados". Destacou a importância de o aluno descobrir "por esforço próprio" a solução de um problema. (DANTAS, 1996, p. 69) No entanto, advertiu que nem sempre o aluno poderia fazer suas descobertas sem o auxílio do professor e de uma orientação para uma "descoberta dirigida". Para isto, seria necessário o uso de textos que pudessem conduzir os alunos para suas descobertas.

Para a elaboração destes textos, Martha Dantas explicou que ela e os outros autores consideraram alguns princípios. O primeiro deles está relacionado à linguagem que deveria ser, "tanto quanto possível, a linguagem do aluno". Acrescentou a esses princípios que os "fatos concretos" deveriam "preceder as ideias abstratas". Também apontou que essa maneira de ensinar matemática demandaria mais tempo porque a atividade do aluno deveria ser "provocada ao máximo", respeitando, no entanto, o ritmo de cada um neste processo de descobertas. (DANTAS, 1987, p. 16)

Um processo de ensino entre a exposição e a descoberta

A capa do livro de Martha Dantas expressa uma das preocupações mais marcantes em sua trajetória profissional e nas obras didáticas das quais participou da escrita. (Figura 1) O estudo das transformações geométricas foi apontado pela autora, em diversas ocasiões, como sendo uma importante ferramenta para o ensino da geometria.

É por esse motivo que escolhemos apresentar, de maneira mais detalhada, a discussão apresentada por Martha Dantas aos professores a respeito da maneira como a geometria poderia ser apresentada aos alunos utilizando fichas de estudo.

3 R. Gauthier era francês e participou do primeiro Congresso Internacional de Educação Matemática que aconteceu em 1969, em Lyon, França. Nesta oportunidade, o professor de matemática apresentou uma técnica de aprendizagem e relatou a experiência que estava realizando em escolas de Lyon, com a participação de 1200 alunos.

Tomando como referência o trabalho com transformações geométricas do educador português Sebastião e Silva, publicado em formato de livro em 1950, a autora também relembrou os "numerosos apelos", desde 1969, realizados nos fóruns científicos internacionais dos quais havia participado, para que a abordagem de geometria nas escolas utilizasse "transformações e vetores" e cita matemáticos que apoiavam essa proposta como Bruce Meserve,[4] Paul Rosenbloom,[5] Hans Freudenthal,[6] dentre outros.

Figura 1 – Capa do livro

Fonte: Dantas (1987).

A referência a vários autores que sugeriam tal abordagem para o ensino de Geometria era frequente quando Martha Dantas discutia essas questões com ma-

4 Bruce Elwyn Meserve foi um matemático americano que tem várias publicações discutindo conceitos fundamentais de álgebra e geometria.

5 Paul Charles Rosenbloom foi um matemático americano que pesquisou nas áreas de análise, equações diferenciais e discutiu propostas para um currículo moderno de matemática em uma conferência da qual participou em 1964.

6 Hans Freudenthal foi um matemático de origem holandesa que contribuiu com pesquisas no campo da topologia algébrica. Também se preocupou com questões voltadas à educação matemática, história e filosofia.

temáticos e professores de matemática, porque muitos desses apresentavam críticas a esta maneira de proceder.

Em um artigo publicado por Martha, em 1995, intitulado *Pesquisa no ensino de matemática: as transformações geométricas e o ensino da geometria na 7ª. e 8ª. séries*, ela relembrou que a geometria "quase desapareceu dos programas" e apontou, como principal causa, a "apresentação milenar, excessivamente formal, e no seu aspecto exclusivamente de medida". (DANTAS, 1995, p. 260) Martha já havia declarado que:

> A Geometria de Euclides foi desenvolvida por ele e por seus continuadores de uma maneira estática. Isto quer dizer que as figuras são apresentadas e descritas como resultados de observação. Só depois é que se consideram as transformações dessas figuras. Se o ensino da Geometria começa a partir das transformações (o que já poderá ser feito na escola primária, através de jogos), a Geometria adquirirá um aspecto dinâmico porque as figuras passarão a ser construídas por meio do uso dessas transformações. (DANTAS, 1987, p. 60)

Por esse motivo, defendeu a abordagem escolhida pelo grupo de professoras com as quais pesquisava, juntamente a Catunda, o idealizador, segundo a própria autora, da apresentação da Geometria que aparece nas fichas destinadas para o trabalho com alunos da 7ª. e 8ª. séries. Também argumentou que essa abordagem tornava o ensino "mais motivante e mais criador" e que poderiam ser apresentadas aos alunos de "modo intuitivo utilizando-se papel quadriculado", proposta que podemos verificar na ficha ilustrada na capa do livro. (DANTAS, 1987, p. 61-63)

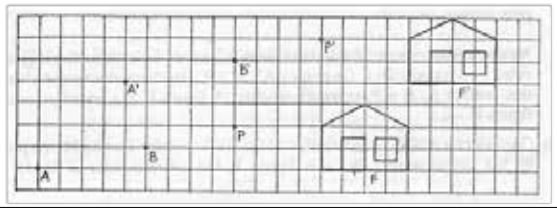
A primeira ficha que Martha Dantas apresenta aos professores com conteúdos de geometria é intitulada *Translação: operações com pontos e vetores*. Primeiramente é discutida a noção de vetores e a translação de figuras, que foram consideradas como conjuntos de pontos. Algumas questões são apresentadas para motivar a atividade dos alunos. (Figura 2)

Figura 2 – Operação com pontos

1. Considere, na figura a seguir, a relação que ao ponto A faz corresponder o ponto A´, ao ponto B faz corresponder o ponto B´ e ao ponto P faz corresponder o ponto P´ e a figura F a figura F´.

Ligue, por meio de uma régua, cada ponto ao seu correspondente.

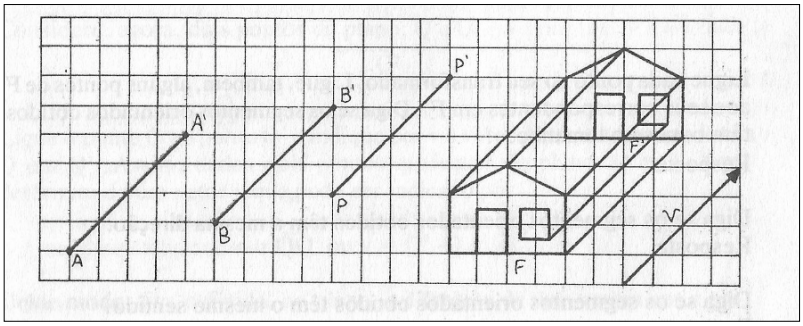
Ligue, também, alguns pontos de F aos seus correspondentes.



Fonte: Dantas (1987).

Na sequência, as respostas das interrogações são exibidas logo abaixo do texto "Você deve ter obtido segmentos orientados [...]". (Figura 3)

Figura 3 – Operação com segmentos orientados



Fonte: Dantas (1987).

Para a definição do ente geométrico *vetor*, as seguintes questões foram formuladas para os alunos:

Quadro 1 – Segmentos orientados

Diga se os segmentos orientados obtidos têm o mesmo tamanho. Resposta Diga se os segmentos orientados obtidos têm a mesma direção. Resposta Diga se os segmentos orientados obtidos têm o mesmo sentido. Resposta

Fonte: Dantas (1987).

Quadro 2 – Transformada de uma figura

Os segmentos orientados obtidos, que têm a mesma direção, o mesmo sentido e o mesmo tamanho, definem um ente geométrico chamado **vetor**. Este vetor é representado por uma seta e está indicado, na figura acima, pela letra v. Nestas condições, a relação considerada acima é chamada **translação de vetor v** ou **translação v**. Os pontos A´, B´ e P´ são chamados **transformados** dos pontos A, B e P, respectivamente. A figura F´ é a **transformada** da figura F.

Fonte: Dantas (1987).

Essa forma de apresentação de um novo conceito (Quadro 2), chamando a atenção dos alunos para observarem os segmentos orientados antes de apresentar a definição de *vetor*, pareceu-nos ser um dos exemplos que nos permite ilustrar a proposta do ensino de matemática de *conduzir o aluno para a descoberta*. No entanto, como a resposta é fornecida pelos autores na sequência, procedimento também observado em muitas outras fichas, fica aqui uma interrogação: será que os alunos não procurarão pelas respostas dos autores antes de realizarem suas próprias investigações?

Com relação ao conteúdo matemático trabalhado nas fichas – a translação –, Martha Dantas (1987, p. 46) argumentou que este conceito "em geral" não era apresentado nesta etapa de escolarização, mas que era justificado pela importância da "introdução das transformações geométricas para o estudo da geometria". A translação também foi explorada nas coleções publicadas anteriormente por esses mesmos autores, assim como o conceito de vetores. Essa permanência na abordagem do ensino da geometria já havia sido apontada nos trabalhos de Inês Freire (2009) e Kátia Camargo (2009).

No entanto, essa orientação já havia sido criticada por professores e autores de livros didáticos voltados para o ensino de matemática. Uma dessas críticas foi apresentada pelo professor Scipione de Pierro Neto e reiterada recentemente por ele ao participar de uma mesa-redonda que aconteceu em Rio Claro, em 2003.

Essa mesa-redonda contou ainda com a participação de Martha Dantas, Rui Madsen Barbosa, Lourdes de La Rosa Onuchic e Lafayette de Moraes, professores e educadores matemáticos que atuaram ativamente no Movimento da Matemática Moderna. O encontro foi resgatado por Vicente Garnica, que registrou a avaliação de Scipione às coleções escritas na década de 1970, coordenadas por Martha Dantas e Omar Catunda. Para Scipione, o grupo da Bahia havia escrito um "livro bom e sério", mas ele o avaliava como "difícil" porque "exigia um conceito que os alunos fossem capazes de entender – o conceito de vetor". (GARNICA, 2008, p. 201)

Mas mesmo com todas as ressalvas que se fizeram à introdução do conceito de vetores nas coleções anteriores, a estratégia da equipe liderada por Martha Dantas e Catunda foi manter a introdução aos vetores no ensino da geometria e, também, a proposta de ensinar a geometria por meio das transformações geométricas. Esta discussão é realizada por Martha Dantas aos professores, explicando que nas primeiras coleções a abordagem da geometria foi considerada abstrata, mas, após revisões, foi possível alcançar "a abordagem intuitiva que as fichas apresentam". (DANTAS, 1987, p. 63)

Uma diferença importante de se destacar é que, na Coleção Ensino Atualizado da Matemática, de 1971, a noção de vetor era apresentada no primeiro volume da coleção para o estudo do conjunto dos inteiros relativos, em que foi definida "uma aplicação chamada translação de vetor a". Já na Coleção Matemática, escrita posteriormente, o conceito de vetores é introduzido no terceiro volume, voltado para o ensino da geometria, e a estrutura de espaço vetorial não é mais apresentada explicitamente.

Entretanto, nas atividades e exercícios envolvendo operações com pontos e vetores, são evidenciadas algumas das propriedades de um conjunto V, de vetores, que deveriam ser verificadas para que esse conjunto fosse reconhecido como um "espaço vetorial". Dentre essas, destacamos as propriedades comutativa, distributiva, existência de elemento neutro, existência de oposto e produto de um vetor por um número real.

Além das fichas que apresentamos com a introdução ao conceito de translação, muitas outras fichas exploraram este conteúdo geométrico. Um destaque foi dado para a "relação" considerada para associar os pontos M e N aos pontos M´ e

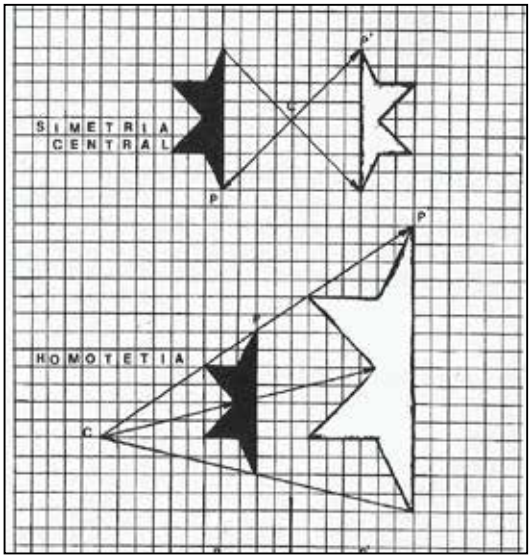
N´, e para associar uma figura F a F´. A relação foi chamada de "translação de vetor u" ou "translação u". Foi também definida a soma de um ponto P com um vetor v, cujo resultado foi representado pelo ponto P´ onde P´= P + v; a diferença entre dois pontos, que é um vetor e foi indicado por *v*=*Q´- Q* ou *v*=; e foi apresentada a ideia de plano, dada intuitivamente ao considerar a folha de papel, a superfície da mesa ou do quadro negro, supondo-se que os mesmos podem ser prolongados indefinidamente em todas as direções.

Além do conceito de translação, as outras transformações no plano discutidas pela autora estão representadas no Quadro 2. As simetrias central e axial também são utilizadas para a definição de congruência entre duas figuras. Assim, se uma figura pode ser obtida de outra por uma simetria central, de centro em um ponto C, então estas figuras são congruentes. Da mesma forma é definido para a simetria axial que também proporciona definir a perpendicularidade, a medida de ângulos, a noção de distância e o transporte de figuras utilizando o compasso e a medida de ângulos.

É importante ressaltar que o conceito de ângulo já havia sido apresentado aos alunos em fichas anteriores, bem como uma discussão a respeito de ângulos adjacentes, consecutivos, opostos pelo vértice, correspondentes, alternos internos e externos. No entanto, como as fichas abordavam apenas as noções afins, o conceito de medida dos ângulos não havia ainda sido abordado, o que é feito a partir da introdução das noções métricas, com a apresentação da simetria axial. Para o estudo da homotetia, a autora argumentou que este conceito deveria ser baseado na noção de multiplicação escalar.

Para explicar ao professor como utilizar translações, simetrias, homotetias e rotações para mostrar propriedades da Geometria Euclidiana, Martha Dantas defendeu que os alunos não sentiam dificuldades em mostrar que ângulos alternos internos são congruentes porque um pode ser obtido do outro por simetria central, e, ainda, que ângulos correspondentes são congruentes porque um pode ser obtido do outro por translação. (DANTAS, 1987, p. 56)

Figura 4 – Transformações no plano



Fonte: Dantas (1995, p. 271).

Algumas considerações finais

Além das fichas que discutem a apresentação de conteúdos geométricos, algumas das quais discutimos neste artigo, Martha Dantas ainda apresenta aos professores orientações para o trabalho em sala de aula de conceitos como aplicação, operações com números inteiros, grandezas diretamente proporcionais, números inteiros relativos e equação do 1° grau com uma incógnita.

Em todas as fichas, após enunciar sua proposta, discute com os professores a forma de apresentar aos alunos os novos conteúdos, sugere novas abordagens e faz críticas à maneira como o mesmo conteúdo é abordado em alguns livros didáticos utilizados nas escolas.

Com relação à parte de conteúdos geométricos, aos quais trazemos com mais detalhes neste artigo, Martha Dantas explicou aos professores que a translação de figuras é a primeira transformação a ser abordada porque é explorada a ideia de que uma figura é formada por um conjunto de pontos. Assim, da mesma forma que um ponto P´ pode ser obtido de um ponto P pela translação de vetor v, uma figura F´ pode ser obtida de uma figura F pela mesma translação de vetor v. Também

observou que toda figura F é congruente a si mesma considerando uma "translação de vetor nulo ou identidade".

Também comentou que o "conceito de congruência por translação, introduzido de modo bastante intuitivo", deveria ser utilizado "posteriormente para mostrar a validade de muitas propriedades das figuras geométricas". (DANTAS, 1987, p. 49) Essa seria, ainda segundo Dantas (1987, p. 49), uma apresentação diferente daquelas que se encontravam "nos livros de matemática da 7ª. série" na qual a congruência era, "geralmente, considerada quando se estudam os triângulos". "São definidos casos de congruência de triângulos sem ter sido definida a congruência de figuras. O aluno fica sem saber, realmente, o que são figuras congruentes". (DANTAS, 1987, p. 49)

A sua proposta era a de definir a congruência utilizando as transformações de translação e simetria central e a "Geometria Euclidiana plana poderia ser introduzida a partir das noções de simetria axial e da rotação". (DANTAS, 1987, p. 63) Uma proposta que era, e ainda permanece, muito diferente das abordagens que encontramos nos livros didáticos.

Referências

CAMARGO, K. C. *O ensino da geometria nas coleções didáticas em tempos do movimento da matemática moderna na capital da Bahia*. 2009. 168 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Bandeirantes de São Paulo, São Paulo, 2009.

CERTEAU, M. de. *A invenção do cotidiano*: 1: artes de fazer. Tradução de Ephraim Ferreira Alves. 15. ed. Petrópolis: Vozes, 2008.

CHARTIER, R. Por uma sociologia histórica das práticas culturais. In: CHARTIER, R. *A história cultural entre práticas e representações*. Tradução de Maria Manuela Galhardo. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, 1990. p. 13-28.

CHOPPIN, A. História dos livros e das edições didáticas: sobre o estado da arte. *Educação e Pesquisa*, São Paulo, v. 30, n. 3, p. 549-566, set./dez. 2004.

DANTAS, M. M. de S. Depoimento. *Cadernos do IFUFBA*, Salvador, ano 11, v. 8, n. 1/2, p. 63-84, jul. 1996.

DANTAS, M. M. de S. *Ensino da matemática*: um processo entre a exposição e a descoberta. Salvador: Centro Editorial e Didático da UFBA, 1987.

DANTAS, M. M. de S. Pesquisa no ensino de matemática: as transformações geométricas e o ensino da geometria na 7ª. e 8ª. séries. *Cadernos do IFUFBA*, Salvador, ano 10, v. 7, n. 1/2, p. 260-287, mar. 1995.

DANTAS, M. M. de S. *Sobre a metodologia da matemática*. 1971. 38 f. Tese apresentada em concurso para professor titular da UFBA, Faculdade de Educação, Universidade Federal da Bahia, Salvador, 1971.

DANTAS, M. M. de S. et al. *Matemática*. Salvador: Contraste, [1990].

FREIRE, I. A. *Ensino de matemática*: iniciativas inovadoras no Centro de Ensino de Ciências da Bahia (1965-1969). 2009. 102 f. Dissertação (Mestrado em História das Ciências), – Universidade Federal da Bahia, Salvador; Universidade Estadual de Feira de Santana, Feira de Santana, 2009.

GARNICA, A. V. M. Resgatando oralidades para a história da matemática e da educação matemática brasileiras: o Movimento da Matemática Moderna. *Zetetiké*, Campinas, v. 16, n. 30, jul./dez. 2008.

LIMA, A. C. Prefácio. In: DANTAS, M. M. de S. *Ensino da matemática*: um processo entre a exposição e a descoberta. Salvador: Centro Editorial e Didático da UFBA, 1987. p. 4.

Iniciação às estruturas algébricas: Jacy Monteiro e as teorias modernas da matemática

Paula Carolyne Bomfim Oliveira
Joubert Lima Ferreira

Introdução

Luiz Henrique Jacy Monteiro (1921-1975) – ou Jacy Monteiro, como preferia ser chamado –, um matemático que se apropriou de métodos e conteúdos adotados pelo grupo Bourbaki, publicou livros didáticos para o ensino secundário e superior, dentre eles o livro *Iniciação* às estruturas algébricas lançado em 1968 pelo Grupo de Estudos e Ensino de Matemática (GEEM). Além disso, foi considerado um dos percursores do Movimento da Matemática Moderna no Brasil, voltando-se para a pesquisa do ensino de Álgebra Moderna e Álgebra Linear, desenvolvendo as temáticas em cursos de graduação, pós-graduação e formação de professores. (DUARTE, 2005, 2007, 2012)

Deste modo, buscamos identificar e analisar numa perspectiva histórica as concepções e abordagens algébricas da Teoria dos Anéis no livro didático em questão, bem como o contexto histórico em que foi inserido, as relações entre o autor da obra e autores da época que influenciaram nas escritas do livro, os grupos que contribuíram e as mudanças sofridas ao longo do período. Destacamos que o livro didático é considerado como "um instrumento impresso, intencionalmente estruturado para se inscrever num processo de aprendizagem, com o fim de lhe melhorar a eficácia". (GERARD; ROEGIERS, 1998, p. 19 apud CHOPPIN, 2004) Porém, assume diferentes utilidades, dependendo do ambiente de aprendizagem em que for inserido.

Consideramos que o livro didático surgiu paralelamente ao desenvolvimento da escolarização. Com isso, tendo em vista transformações no âmbito escolar, em termos de ensino da matemática e currículo, surgiu o Movimento da Matemática Moderna (MMM) (1950-1980), um movimento que buscava mudanças nas práticas escolares, revolucionando o ensino da matemática com a implementação da Teoria dos Conjuntos, Lógica Matemática, Álgebra Moderna e dos Espaços Vetoriais no currículo e tinha como princípios norteadores, numa perspectiva bourbakista da matemática: a unidade da matemática, o método axiomático e o conceito de estrutura matemática. (GUIMARÃES, 2007) Ainda segundo Guimarães (2007), as estruturas são consideradas os únicos "objetos da matemática".

Algumas pesquisas[1] apontam que, no início do movimento no Brasil, ocorreu a criação do grupo GEEM em 1961, criado por Osvaldo Sangiorgi. Era constituído por professores da Faculdade de Filosofia da Universidade de São Paulo (FFCLUSP), Universidade do Mackenzie e Faculdade de Filosofia da Universidade Católica de Santos e professores da rede pública de ensino, cujo objetivo era o incentivo e divulgação da matemática moderna, através da formação de professores para o ensino primário e secundário, visando a sua implementação nos cursos primário, secundário e normal nas diversas instituições, principalmente do estado de São Paulo. A partir deste momento, o GEEM lança vários livros, inclusive o volume *Iniciação às estruturas algébricas*, objetivando o aperfeiçoamento dos professores que lecionavam no ensino secundário.

Para a escrita deste capítulo, como poderá ser observado nas seções seguintes, fizemos usos de elementos da Hermenêutica das Profundidades (HP), enquanto estrutura textual e análise, sem torna-la a única ótica para ver, ouvir e sentir o livro em questão. A HP foi um tipo de metodologia proposta na década de 1990 pelo sociólogo John Brookshire Thompson, de origem britânica, afim de estudar sobre as formas simbólicas, que são fenômenos sociais contextualizados, e construções simbólicas que são produzidas, circuladas e recebidas dentro de certo meio socio-histórico específico, tendo como característica a representação ou significação de algo, ou seja, sustentam ou estabelecem relações de poder. (THOMPSON, 2011) Assim, contempla-se três parâmetros: socio-histórico, formal e interpretação/reinterpretação. Dessa forma, utilizamos os parâmetros mencionados para analisar o documento histórico, o livro didático *Iniciação às estruturas algébricas*, num âmbito

1 Cf. DUARTE, 2005, 2007 e MIORIM, 2005.

socio-histórico e formal, sem a preocupação de oferecer uma análise hermenêutica como a proposta na HP.

O autor e contexto de produção do livro

Considerando o livro didático em estudo como uma forma simbólica, entendemos que ele está inserido em um determinado contexto social que influenciou diretamente na sua produção e vendagem, além de ser produzido com um determinado propósito para uma sociedade específica e por uma instituição da época que tinha necessidade de lançá-lo. Nesse sentido, fizemos uma interpretação socio-histórica, caracterizando o tempo em que foi inserido, o contexto social, as relações entre pessoas, as instituições sociais que influenciaram e sua estrutura interna.

O livro *Iniciação às estruturas algébricas* foi publicado em 1968 em São Paulo, em meio a um cenário de reformulações do ensino de matemática nas escolas brasileiras, onde matemáticos buscavam aperfeiçoar os professores frente aos novos conteúdos inseridos no currículo de matemática durante o Movimento da Matemática Moderna, período esse de grande preocupação com o ensino da matemática. Segundo Pinto e Ferreira (2006, p. 113) foi

> um movimento internacional de reformulação do ensino de Matemática, conhecido como Movimento da Matemática Moderna, uma tentativa que nos anos 60 e 70 procurava superar o ensino tradicional que até a década de 50 privilegiava a Matemática clássica, o modelo euclidiano, a visão platônica.

O autor Jacy Monteiro, diante dessa questão e juntamente ao grupo GEEM do qual era membro, ministrava cursos de férias para professores secundários sobre a nova reorganização dos conteúdos da matemática, além das novas metodologias e técnicas de ensino. Em abril de 1968, quando Jacy Monteiro foi reeleito Diretor de publicações do GEEM, o grupo lança a primeira edição do livro *Iniciação às estruturas algébricas*, seguindo o mesmo pensamento de aperfeiçoar os professores do ensino secundário brasileiro em contraste com o aspecto da matemática da época. (DUARTE, 2007)

O GEEM, quando foi criado em 1961, sob a presidência do matemático Osvaldo Sangiorgi, objetivou o incentivo, divulgação e atualização da matemática e do ensino de matemática dos estabelecimentos escolares do estado de São

Paulo, com o apoio da Secretaria dos Negócios da Educação de São Paulo. A atualização pretendida para os professores de matemática eram as novas tendências sobre a matemática e o seu ensino, que estavam em efervescência em outros países, como Estados Unidos, França e Bélgica. (DUARTE, 2007) Dessa forma, nos meses de janeiro, fevereiro e julho, o GEEM oferecia cursos aos professores do ensino secundário, na Universidade Mackenzie, inclusive cursos de formação para certificação da Campanha de Aperfeiçoamento e Desenvolvimento do Ensino Secundário (CADES) de professores do curso ginasial. Assim, esses cursos ocorriam em três etapas: na primeira, o público era professores que estavam iniciando nas novas técnicas de ensino; na segunda, professores, como Sangiorgi, Jacy Monteiro e outros, exerciam o papel de formadores dando direcionamento àqueles que buscavam se aperfeiçoar; já a terceira tinha como base as palestras, relatos de experiências, e debates tanto de professores quanto de alunos.

Jacy Monteiro, entre funções assumidas na sua vida profissional, atuou também como Diretor de Publicações, participou diretamente do GEEM, contribuindo a partir do grupo para o ensino e divulgação da matemática, como mencionado acima, e ainda organizou eventos e publicou livros na área de Álgebra Moderna. As publicações de Jacy Monteiro têm influências diretas da sua formação intelectual, enquanto aluno e professor, a partir de relações estabelecidas com matemáticos com quem esteve em contato, seja no Brasil ou fora dele. Ingressou na USP para fazer engenharia, mas as habilidades observadas pelo professor Cândido Lima da Silva Dias levaram-no para a matemática, formando-se bacharel na Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras (FFCL-USP) em 1943. Já em 1951, obteve grau de doutor em Ciências (matemática) pela mesma instituição com a tese intitulada *As potências simbólicas de um ideal primo de um anel de polinômios*.

Antes disso, logo após se formar, tornou-se professor assistente na USP; com a vinda dos matemáticos estrangeiros – Oscar Zariski, André Weil e Jean Delsart – durante a segunda grande guerra, passou a conhecer mais profundamente a álgebra, dedicando-se às estruturas algébricas, considerada pelo grupo bourbaki como "estruturas-mãe". Ao se apropriar do rigor matemático do grupo Bourbaki e da nova matemática que estava em desenvolvimento por esses novos professores, tornou-se no Brasil seu principal difusor. A proximidade de Jacy Monteiro e Oscar Zariski, no único ano (1945) em que este esteve no Brasil, possibilitou que ele conseguisse uma bolsa de estudos para a Universidade de Harvard nos Estados Unidos, cuja finalidade era complementar seus estudos sob a orientação do Zariski. Entretanto a tese foi defendida na USP, sob orientação de Cândido Lima. (SILVA, 2007)

Jacy Monteiro, durante sua vida profissional, realizou várias atividades que contribuíram para o desenvolvimento do ensino e da aprendizagem da matemática, pensando na formação daqueles que iriam ensinar matemática; assim, colaborou com a organização de revistas, coordenação de eventos como, por exemplo, o 5º e 6º Colóquios Brasileiro de Matemática, elaboração de materiais gráficos, correspondências com universidades, elaboração e supervisão de livros didáticos para o ensino secundário e superior, e ainda a atuação como professor em cursos de nível superior, aperfeiçoamento e formação de professores na área de Álgebra. (DUARTE, 2012)

Na Sociedade Matemática de São Paulo, foi secretário geral, diretor de publicações no período de 1953 a 1968 e sócio fundador, já na SBM, ocupou o cargo de editor do boletim. Além disso, é considerado como um dos principais representantes para aqueles que pesquisavam a Álgebra Moderna, visto que era a área de sua especialidade. Dessa forma, durante o período do MMM, trabalhou no desenvolvimento e divulgação desse campo matemático.

O humor e as relações cordiais faziam de Jacy Monteiro um ser humano brilhante, envolvia-se com os alunos nas atividades do grêmio estudantil na Faculdade de Filosofia, Letras e Ciências Humanas da Universidade de São Paulo (FFLHC-USP), seja para cooperar ajudando na resolução de problemas, quanto para jogar xadrez, um dos seus principais passatempos. O seu jeito de ser lhe rendeu o convite para ser o paraninfo da turma de 1959 da Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras da Mackenzie. Em seu discurso, referiu-se aos formandos como colegas, ressaltou a importância das faculdades na formação de professores, defendeu uma formação plena e criativa, na qual os professores não se tornassem meros repetidores, mas fossem em busca de novos conhecimentos, que pudessem mudar a realidade do ensino da matemática. Também mencionou a importância de buscar outras formações, já que a sociedade brasileira ainda era incipiente no que se referia ao desenvolvimento das ciências; e que ser professor era uma responsabilidade tamanha. (DUARTE, 2007)

Esse discurso mostra a preocupação que Jacy Monteiro tinha com o desenvolvimento da matemática nas escolas brasileiras, até porque ele havia sido um aluno que, em função das mudanças constantes de seus pais, não pôde cursar um ensino regular, realizando exames de madureza para a obtenção da certificação correta; isso lhe garantiu a entrada na Escola Politécnica da USP. Nesse sentido, buscou superar tal realidade com o estudo de temas da álgebra escrevendo livros para professores em serviços, para a formação de professores nas faculdades e para o

segundo ciclo do curso secundário. Desenvolveu pesquisas na perspectiva da álgebra superior, como também orientou alunos de doutorado.

O livro e a sua estrutura

A perspectiva formal apresenta-se de forma objetiva, ou seja, é o momento de uma análise intrínseca detalhando a forma simbólica e seus aspectos internos que contemplam quatro vertentes: análise semiótica, sintática, narrativa e argumentativa. De modo geral, apontaremos as características estruturais internas, ou seja, definições e exemplos, a forma como os conteúdos são apresentados, a harmonia da literatura, sequência de conteúdos, sua estrutura de apresentação, bem como uma coerência interna. Assim, neste momento, podem ocorrer inter-relações entre a análise socio-histórica e formal.

Destacamos nesse primeiro momento a estrutura interna do livro, bem como a apresentação de algumas definições e exemplos de como era apresentada a Teoria dos Anéis no período do Movimento da Matemática Moderna. Com respeito à estrutura, o volume publicado pelo GEEM se organiza em 347 páginas, divididas em quatro capítulos. O primeiro capítulo trata das relações – binárias, recíprocas, reflexivas, simétricas, transitivas, de equivalência, etc. –, já no segundo, é feito o estudo geral das aplicações – sobrejetoras, injetoras e bijetoras – e o terceiro é destinado às operações com seus respectivos axiomas estruturais. Por fim, no último capítulo, são estudados os grupos, anéis, corpos e suas aplicações, subdividido em duas partes: a primeira aborda os grupos, já a segunda trata dos anéis e corpos. O autor do volume deixa claro que o mesmo é um suporte a todo professor secundário interessado no aspecto matemático daquele período, abrangendo as áreas que pertenciam ao primeiro e segundo ciclos da escola média, enfocando que o objetivo principal era o aprimoramento do professorado secundário brasileiro.

A segunda parte do capítulo IV aborda a Teoria dos Anéis e Corpos. Jacy Monteiro trata primeiramente dos anéis em tópicos assim distribuídos: definição de anel, exemplos; propriedades elementares de um anel; divisores do zero; elementos regulares; anéis de integridade; corpos comutativos; subanéis e subcorpos; ideais e anéis quocientes, homomorfismos; características de um anel; resumo. Focaremos na Teoria dos Anéis fazendo relações com Corpos quando for necessário.

Jacy Monteiro faz uso de uma linguagem matemática coesa, a qual apresenta os conteúdos em uma cronologia diferente dos livros didáticos que circulam atual-

mente e que tratam das estruturas-mãe; assim, ele trabalhou a teoria dos grupos, discutindo suas propriedades elementares, isomorfismos, subgrupos, grupos cíclicos, Teorema de Lagrange, relações de equivalência associadas a um subgrupo, subgrupos normais e grupos quocientes e homomorfismos, para uma posterior análise da Teoria de Anéis e Corpos.

Ao apresentar a Teoria dos Anéis no capítulo intitulado "Anéis e corpos", Monteiro (1968, p. 269) traz a definição de anel em que diz:

> Seja A um conjunto munido de duas operações + (adição) e • (multiplicação). Diz-se que estas operações definem uma estrutura de anel sobre o conjunto A ou que o conjunto A é um anel em relação às operações + e • se, e somente se, são válidos os seguintes axiomas A): (A,+) é um grupo comutativo; M1): (A, •) é um semigrupo; D): a multiplicação é distributiva à direita e à esquerda em relação à adição.

Além disso, traz a notação (A,+, •) para indicar um anel e que satisfaz as propriedades A), M1) e D), salientando que A* indica o conjunto dos elementos não nulos de A. Dessa forma, apresenta as propriedades elementares de um anel, ou seja, valem todas as propriedades elementares relativas à adição, regra dos sinais, leis distributivas da multiplicação em relação à subtração, a unicidade do elemento unitário, potência, elementos inversíveis, etc. Em sequência, trata dos exemplos regulares de divisores de zero, abordando definições e suas propriedades elementares, são elas:

Seja A um dado anel comutativo, vamos considerar:

1. Lei restrita do cancelamento da multiplicação.
2. O conjunto R(A) é fechado em relação à multiplicação.
3. Se A é unitário, então todo elemento inversível é regular, isto é U (A) $\subset$ R (A).
4. Se A é unitário e se R (A) é finito, então U (A) = R(A).
5. Elementos Regulares do anel Fm.
6. Um elemento a de Fm é regular se, e somente se, mdc (a,m)=1

Em continuidade, o autor aborda os anéis integridade, apresentando sua definição, características e axiomas. Ao tratar de subanéis, o autor trabalha com a definição de subcorpos, expondo que:

> Seja (A, +, •) um anel e seja B uma parte do conjunto A. Diz-se que B é um sub-anel A se, e somente se, estão verificadas as seguintes condições: a) B é fechada em relação às operações + e • ; b) as restrições das

> operações + e • (ainda indicadas por + e •) à parte B satisfazem os axiomas A), M1) e D), isto é, (B, +, •) é um anel. (MONTEIRO, 1968, p. 299)

Ou seja, pegando um elemento B do conjunto A, este será subanel de A se for fechado para soma e multiplicação, além disso devem satisfazer os axiomas: A), M1) e D). Já em respeito aos ideais e anéis quocientes, são apresentadas primeiramente as relações de equivalência num anel:

> Seja (A, +, •) um anel e seja R uma relação de equivalência sobre o conjunto A. Diz-se que R é compatível com a estrutura de anel definida em A se, e somente se, R é compatível com as operações + e •, isto é, se, e somente se, são válidas as condições abaixo; EA: $x \equiv y$ (mod. R) e z A $\rightarrow x + z$ (mod. R.); EM: $x \equiv y$ (mod. R) e z A $\rightarrow zy$ (mod. R.) e $xz \equiv yz$ (mod. R.). (MONTEIRO, 1968, p. 305)

Na relação de equivalência acima, vale salientar que a expressão utilizada no período "é compatível com a estrutura de anel definida em A" entrou em desuso ao longo do tempo, sendo atualmente expressa como "é congruente a A". Em seguida o autor expõe ideais e anéis quocientes, definindo um "ideal bilateral" utilizado nas relações de equivalência dos Anéis quocientes, seguido assim de axiomas, exemplos, propriedades elementares e exercícios.

Nos últimos subtópicos do capítulo, Jacy Monteiro aborda homomorfismos de anéis:

> Sejam (A, +, •) e (A′, +, •) dois anéis e seja f uma aplicação do conjunto A no conjunto A′. Diz-se que f é um homomorfismo do anel A no anel A′ se, e somente se, são válidas as seguintes condições: A) $f(x + y) = f(x) + f(y)$; b) $f(xy) = f(x) f(y)$. (MONTEIRO, 1968, p. 320)

Apresentando a ideia de "epimorfismo", ou seja, se f é um homomorfismo de A em A′, e se f for sobrejetora será um "epimorfismo", conseguinte trata do "monomorfismo", quando f é injetora, e o conhecido isomorfismo de anéis, quando f for homomorfismo de A em A′ e f for bijetora (A). O autor também faz uso de um termo, que atualmente se encontra em desuso, denominado "endomorfismo do anel A" que pode ser sobrejetor, injetor ou bijetor, dependendo se f for sobrejetora, injetora ou bijetora, respectivamente, concluindo assim que todo endomorfismo bijetor é chamado automorfismo.

Jacy Monteiro, ao tratar das características de um anel, expõe sua definição, considerando um anel comutativo com elemento unidade, e apresenta proprie-

dades elementares e exercícios. Em síntese, o autor apresenta a estrutura dos conteúdos da seguinte forma: definições, teoremas, demonstrações, exemplos e exercícios. E, em seu aspecto geral, primeiramente dá ênfase à estrutura de grupos para um posterior estudo da Teoria dos Anéis, pois define essa última estrutura algébrica com base na Teoria de Grupos.

Para a produção deste livro, Jacy Monteiro tomou como referência as obras de Beaumont e Pierce (1963),[2] Calame (1965, 1966),[3] Castrucci (1967),[4] Dean (1966),[5] Jacy Monteiro (1969),[6] Patterson e Rutherford (1965),[7] Whitesitt (1964)[8] e o documento *Um programa moderno de matemática para o ensino secundário*,[9] publicação do GEEM, sendo esta a número dois da Série Professor. Esse livro foi uma tradução do próprio Jacy Monteiro sobre o programa publicado pela Organização Europeia para a Cooperação Econômica (OECE). O livro em análise traz referências atuais, mesma década, sendo a de Castrucci a publicação número três da Série Professor. Entretanto, essas são apenas as referências que estão explícitas no livro, mas podemos supor que o gosto por escrever e vulgarizar o conhecimento matemático surgiu quando ainda estudava na USP, via relações estabelecidas com muitos matemáticos e com colegas.

Com o propósito de modernizar a ciência brasileira, na década de 1940, a USP empenha-se na investida por profissionais competentes. Assim, chegam os matemáticos Oscar Zariski, André Weil, Jean Dieudonné, Jean Delsarte e Alexandre Grothendick, entre outros. As relações estabelecidas entre Zariski e Weil foram importantíssimas para que ambos pudessem ampliar seus conhecimentos e desenvolver suas pesquisas. Essa relação foi importante para Jacy Monteiro, pois a ele coube assistir ao professor Zariski, realizando as anotações das aulas de geometria algébricas que eram ministradas em italiano. Após as anotações, as mesmas eram

---

2 BEAUMONT, R.; PIERCE, R. S. *The algebraic foundations of mathematics*. London: Addison-Wesley, 1963.

3 CALAME, A. *Mathématiques moderns... 1*. Paris: Dunod, 1965.
CALAME, A. *Mathématiques moderns... 2*. Paris: Dunod, 1966.

4 CASTRUCCI, B. *Elementos de teoria dos conjuntos*. 3. ed. rev. São Paulo: G.E.E.M., 1967.

5 DEAN, R. A. *Elements of abstract algebra*. New York: Wiley, 1966.

6 MONTEIRO, L. H. J. *Elementos de álgebra*. Rio de Janeiro: LTC, 1969.

7 PATTERSON, E. M.; RUTHERFORD, D. E. *Elementary Abstract Algebra*. Edinburgh: Oliver & Boyd, 1965.

8 WHITESITT, J. E. *Principles of modern algebra*. Reading, Mass.: Addison-Wesley, 1964.

9 ORGANIZAÇÃO EUROPEIA DE COOPERAÇÃO ECONÔMICA – OECE. *Um programa moderno de matemática para o ensino secundário*. Tradução de Luiz Henrique Jacy Monteiro. São Paulo: G.E.E.M., 1965.

traduzidas e publicadas, o que ajudava muito aos colegas que tinham dificuldades. (SILVA, 2007)

O curso ministrado em 1945 por Zariski, intitulado *Introdução à teoria dos ideais*, trazia uma discussão inicial sobre os aspectos do desenvolvimento da geometria algébrica, porém o foco eram as teorias: anéis e dos corpos; dos ideais; dos valores. Nas aulas, para introduzir o conceito de ideal, Zariski não utiliza o caminho histórico, partia do conceito de homomorfismo entre dois anéis, definindo núcleo de homomorfismo, para em seguida mostrar que o núcleo de um homomorfismo de R é sempre um ideal. (SILVA, 2007) Na proposta de Jacy Monteiro sobre ideais, diante do que concebia como ensino da matemática para professores do curso ginasial, fazia-se necessário o uso das estruturas para definir ideal, conforme apresentado anteriormente na definição de ideal. Isso nos remete ao processo de apropriação dos bourbakistas e no curso ministrado por Zariski.

Segundo Silva (2007), as notas de aula estão organizadas na sequência tradicional, aquela em que se apresentam os enunciados de definições, exemplos, teoremas e demonstrações, seguidas de exercícios. Nesse sentido, parece que Jacy Monteiro se apropriou da sequência do curso de Zariski, assim como da escola bourbakista e dos modos de ensinar e escrever matemática, imprimindo um jeito Jacy Monteiro. Ainda sobre as influências de Zariski, o livro *Elementos de Álgebra*, constante da bibliografia deste e que aparece com a expressão *prelo*, foi publicado no ano de 1969 e tinha como objetivo uniformizar o ensino da álgebra moderna nas faculdades de filosofia.

Algumas considerações...

A partir do entendimento das influências históricas e de uma análise intrínseca do volume estudado, pudemos entender como as estruturas algébricas, através do autor Jacy Monteiro, considerado um dos grandes difusores da álgebra moderna no período, foram apresentadas no livro *Iniciação às estruturas algébricas*.

Deste modo, em relação a uma abordagem histórica que circunscreve o livro, pudemos perceber em sua obra muitos aspectos interligados às influências diretas dos professores estrangeiros (Zariski e os bourbakistas) que estiveram na FFCL-USP, onde obteve o título de bacharel em Matemática. E, além disso, vale ressaltar a grande contribuição de Monteiro na organização, divulgação e desenvolvimento do GEEM, no qual realizou grandes atividades e ministrou os cursos de aperfeiçoa-

mento, dando contribuições significativas para a matemática em meio às mudanças que ocorriam no período.

Portanto, Jacy Monteiro, em sua obra discutida neste texto, trabalha a Teoria de Grupo e a Teoria de Anéis e Corpos, exemplificando essa nova teoria moderna através de definições, teoremas e propriedades. Faz ainda uso das notas de aula dos cursos que ministrava no GEEM, sendo necessário ao professor secundário que lecionava no período, pois lhe servia de suporte. Dessa forma, o livro foi destinado para todos os professores secundários do período para que se aperfeiçoassem em relação às novas teorias da matemática que seriam inseridas no currículo.

Referências

CHOPPIN, A. História dos livros e das edições didáticas: sobre o estado da arte. *Educação e pesquisa*, São Paulo, v. 30, n. 3, p. 549-566, set./dez. 2004.

DUARTE, A. R. S. Luiz Henrique Jacy Monteiro e o ensino secundário de matemática. *Revista Brasileira de História da Matemática*, Rio Claro, SP, v. 12, n. 24, p. 55-70, abr./ago. 2012.

DUARTE, A. R. S. *Matemática e educação matemática*: a dinâmica de suas relações ao tempo do movimento da matemática moderna no Brasil. 2007. 438 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

DUARTE, A. R. S. Notas de matemática e física: um elo entre pesquisa e ensino. *Revista Diálogo Educacional*, Curitiba, v. 5, n. 16, p. 39-54, set./dez. 2005.

GÉRARD, F. M.; ROEGIERS, X. *Conceber e avaliar manuais escolares.* Porto: Porto Editora, 1993.

GUIMARÃES, H. M. Por uma matemática nova nas escolas secundárias: perspectivas e orientações curriculares da matemática moderna. In: MATOS, J. M.; VALENTE, W. R. (Org.). *A matemática moderna nas escolas do Brasil e de Portugal*: primeiros estudos. São Paulo: GHEMAT, 2007. p. 21-45.

MIORIM, M. A. Livros didáticos de matemática do período de implantação do movimento da matemática moderna no Brasil. In: CONGRESSO IBERO-AMERICANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 5., 2005. *Anais...* Porto: Faculdade de Ciências da Universidade do Porto, 2005. v. 1, p. 1-20.

MONTEIRO, L. H. J. *Iniciação às estruturas algébricas*. São Paulo: Nobel, 1968.

PINTO, N. B.; FERREIRA, A. C. da C. O movimento paranaense de matemática moderna: o papel do NEDEM. *Revista Diálogo Educacional*, Curitiba, v. 6, n. 18, p. 113-122, maio/ago. 2006.

SILVA, C. M. S. da. Oscar Zariski e os primórdios da álgebra no Brasil. *Revista Brasileira de História da Matemática*, Rio Claro, especial n. 1, p. 381-391, dez. 2007.

THOMPSON, J. B. *Ideologia e cultura moderna*: teoria social crítica na era dos meios de comunicação de massa. 9. ed. Petrópolis: Vozes, 2011.

Uma análise dos números inteiros relativos por meio do "Ensino Programado"

Malú Rosa Brito Gomes
Maria Nilsa Silva Braga
Janice Cassia Lando

Introdução

Este capítulo tem por objetivo apresentar uma análise da técnica de ensino denominada *Ensino programado*, por meio do conteúdo conjuntos dos números inteiros relativos, no livro didático intitulado *Matemática moderna - ensino programado – 2º volume ginasial*, publicado no ano de 1969 pela editora Didática Irradiante, sob autoria de Antônio Marmo de Oliveira.

A instrução programada surgiu nos Estados Unidos, na década de 1930, com os estudos de Skinner – professor da Universidade de Harvard – cujo objetivo era "[...] conseguir a autoaprendizagem por meio de máquinas ou textos programados [...]". (CARVALHO, 1972, p. 185) O ensino programado nos moldes propostos por Skinner possui as seguintes características:

> a) o aluno deve construir a própria resposta, e não apenas selecionar a resposta adequada, entre quatro ou cinco soluções [...]; b) o programa compõe-se de uma sequência de pequenas questões, sendo que a resposta de um item depende da que foi dada ao item anterior (daí ser denominado de programação linear, pois se processa em uma única direção); c) trata-se de verdadeiro ensino, e não de simples verificação da aprendizagem, [...]. (CARVALHO, 1972, p. 185)

Nessa proposta de Skinner, os conteúdos a serem aprendidos são apresentados em "[...] pequenas frações, e o aluno vai respondendo e aprendendo segundo seu

próprio ritmo e sua própria capacidade". (CARVALHO, 1972, p. 185) De acordo com Lima (1970, p. 250), os princípios deste método didático estavam baseados na "teoria do reforço", que é a essência do processo de condicionamento, isto é, "O comportamento só é aprendido quando emitido e reforçado", sendo que "Acertar é um reforçador para os sêres humanos".

Contexto sócio-histórico

O livro didático *Matemática moderna - ensino programado – 2º volume ginasial*, contendo 234 páginas, do autor Antônio Marmo de Oliveira, foi encontrado em uma escola pública de Itaquara, município do interior do estado da Bahia, distante cerca de 360 km da capital. Ao que tudo indica, neste município, os livros didáticos de matemática foram recursos de fundamental importância para que professores de matemática, nas décadas de 1960 e 1970, tivessem contato com a modernização do ensino da matemática. Neste período, um número significativo dos professores que atuavam no ensino ginasial[1] não possuía formação em nível superior; em muitos casos, em especial se tratando do interior do estado da Bahia, eram ex-alunos que assumiam as aulas de matemática devido suas experiências positivas enquanto alunos dessa disciplina. (SANTANA, 2011) Assim, em geral, obtinham conhecimento das mudanças que vinham ocorrendo no ensino da matemática por meio dos livros didáticos. Esse quadro de professores leigos assumindo as aulas do ensino ginasial e colegial era constado desde a década de 1950, quando houve um aumento na demanda de educação por parte da sociedade brasileira, atendida, parcialmente, por um aumento no sistema educacional que não foi contemplado com recursos – materiais e humanos – em quantidade suficiente para atendê-lo.

> [...] mais ou menos a partir da década de 1950, quando este sistema começou a ser aumentado para permitir, do ponto de vista quantitativo, a inclusão das grandes massas estudantis que batiam às portas das escolas, não houve investimentos compatíveis nos diversos âmbitos do sistema para garantir apropriadamente as novas demandas. Particularmente, o corpo docente, cuja profissionalização não se completou até hoje, teve seu prestígio social, suas condições de trabalho e poder aquisitivo diminuídos paulatinamente, na proporção inversa do aumento do sistema. (DIAS, 2011, p. 4)

1 Neste período, de acordo com a Lei nº 4.024 de 20 de dezembro de 1961, o ensino estava estruturado em ensino primário (4 anos) e ensino secundário, subdividido em dois ciclos: o ginasial (4 anos) e o colegial (3 anos).

É importante ressaltar que, no final da década de 1960 e início da década de 1970, ocorreram mudanças políticas e econômicas no Brasil que refletiram impactos em outros âmbitos, sobretudo no educacional. Com o golpe de 1964,[2] instituiu-se um processo de restruturação do ensino brasileiro, em todos os seus níveis. Neste período, iniciou-se

> a repressão, privatização do ensino, exclusão de boa parcela das classes populares do ensino de boa qualidade, institucionalização do ensino profissionalizante, tecnicismo pedagógico e desmobilização do magistério através de abundante e confusa legislação educacional. (GHIRALDELLI JR, 1990 apud SOARES, 2001, p. 20)

Este processo sócio-político-econômico, no qual o Brasil estava imerso, não somente oportunizou o ingresso de professores não habilitados no ensino secundário, como também possibilitou a inserção de técnicas de ensino para atender ao aumento da demanda educacional, tais como a instrução programada.

Para Otaíza Oliveira Romanelli (2013), se o significado da educação como fator de desenvolvimento não foi percebido desde a implantação do novo regime, isso foi demonstrado, em sua plenitude, a partir de 1968. O sistema educacional foi marcado por dois momentos definidos em sua evolução, a partir de 1964: o primeiro corresponde ao período de implantação da ditadura militar em que, ao lado da contenção e da repressão, constatou-se um crescimento da demanda social da educação, consequentemente, um agravamento da crise do sistema educacional.

Vale lembrar que, em meio a tal crise, o Ministério da Educação e Cultura (MEC) assina uma série de convênios com a United States Agency for International Development (USAID), objetivando "assistência técnica e financeira para a organização do Sistema Educacional Brasileiro". (ROMANELLI, 2013, p. 202) Ressaltamos, ainda segundo esta autora, que a USAID atuava no Brasil antes do golpe de 1964, mas, durante a ditadura, é que se fortaleceram os convênios e foram assinados vários acordos entre o período de 1964 a 1968.

O segundo momento citado por Romanelli foram as medidas práticas, em curto prazo, tomadas pelo Governo para enfrentar a crise no sistema educacional brasileiro, pois o regime percebeu a necessidade de se adotarem, em definitivo, as medidas para adequar o sistema educacional ao modelo do desenvolvimento econômico que então se intensificava no Brasil.

---

2 Golpe articulado pelas forças armadas em 31 de março de 1964 contra o governo do Presidente João Goulart (Jango).

Estas ideias desenvolvimentistas vinculadas à educação, assim como o envolvimento com a USAID, tiveram influência na defesa da instrução programada no Brasil. Eustáquio José de Souza Júnior (2015), em sua pesquisa acerca da circulação da Instrução Programada no Brasil, nas décadas de 1960 a 1980, menciona que os defensores dessa técnica de ensino indicavam para a:

> necessidade de modernização das práticas educacionais recorrendo a tecnologias que pudessem ser profícuas na promoção da autonomização e do aumento da efetividade do ensino como solução parcial de problemas não circunscritos às pedagogias vigentes, mas também, como um possível redutor da desigualdade de acesso à educação formal, ante o contingente populacional, então distante dos assentos escolares. As questões tomadas como prementes e mais frequentemente mencionadas nas fontes responsabilizavam a conjugação do reduzido número de profissionais com a suposta má qualidade da formação do professorado brasileiro. (SOUZA JÚNIOR, 2015, p. 151)

Além destas questões relacionadas à situação educacional na qual se encontrava o país, os acordos com a USAID também tiveram influência na defesa da utilização desta técnica de ensino. Segundo Souza Júnior (2015, p. 151-152),

> A comunidade organizada em torno das tecnologias educacionais se posicionava na esteira das proposições de órgãos internacionais como a ONU, promovendo na América Latina o recurso ao planejamento pautado pela técnica, visando a consolidação do modelo de desenvolvimento econômico preconizado pelas agências internacionais e as nações consideradas 'desenvolvidas'. A trajetória indicada para essa promoção se construiria a partir do movimento da tecnologia educacional em curso nos EUA, país no qual se propunham e se experimentavam práticas educativas com recursos audiovisuais desde a década de 1940 e com programação de ensino desde a década de 1950.

Diante da importância que foi depositada na instrução programada, é que nos interessamos em analisar como um autor se apropriou dessas ideias ao estruturar sua coleção de livros didáticos, em cujo título estava explícito o vínculo com esta técnica. Optamos por utilizar o livro didático como fonte histórica pela sua relevância no trabalho pedagógico do professor. Segundo Alain Choppin (2004, p. 549), os livros didáticos vêm despertando a atenção entre os pesquisadores, e "desde então, a história dos livros e das edições didáticas passou a constituir um domínio de pesquisa em pleno desenvolvimento, em um número cada vez maior

de países [...]". Para esse autor, o livro didático tem desempenhado um importante papel no espaço escolar sendo "suporte privilegiado dos conteúdos educativos, o depositário dos conhecimentos, técnicas ou habilidades que um grupo social acredita que seja necessário transmitir às novas gerações". (CHOPPIN, 2004, p. 553)

O autor e o Movimento da Matemática Moderna (MMM)

Antonio Marmo de Oliveira foi engenheiro civil e professor de álgebra moderna na Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Taubaté e de Matemática no Instituto de Educação Monteiro Lobato, em Taubaté.

Este autor, em 2012, referindo-se ao seu primeiro ano de trabalho desenvolvido na Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Taubaté, em 1968, indicou que ministrou aulas das disciplinas Álgebra Linear, Geometria Diferencial, Análise Matemática e Topologia. Comentou, também, acerca de sua formação e atuação no Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA), afirmando que o reitor o "convidou para lecionar no ITA também, onde depois fiz o Mestrado e o Doutorado". (MARTINS-SALANDIM, 2012, p. 188)

Ele mencionou ainda que elaborou, em 1968, outra coleção[3] de livros contendo cinco volumes, resultando das suas ideias de ensinar a matemática por meio da história da matemática, contemplando conteúdos do ensino colegial ao superior. Estas ideias se originaram de cursos que ministrou para professores. (MARTINS-SALANDIM, 2012)

No que tange ao MMM, Oliveira comentou acerca de sua participação no Grupo de Estudo de Ensino de Matemática (GEEM):

> Participei também do começo do GEEM, que originou o Movimento da Matemática Moderna, as reuniões ocorriam em São Paulo, no Mackenzie. O GEEM era composto por vários professores do Ensino Secundário, geralmente autores de livros, tais como Osvaldo

3 "OLIVEIRA, Antonio Marmo de; SILVA, Agostinho. *Lisa - Biblioteca da Matemática Moderna*. São Paulo: Editora Lisa - Livros Irradiantes, 1968. (*Vol. 1* - Ciências Matemática: Aritmética, Teoria dos Conjuntos, Geometria Plana. *Vol. 2* - Ciências Matemática: Geometria analítica, Função, Álgebra, Polinômios, Equações e inequações, Grupos, Geometria das transformações, Homotetias, Similitudes. *Vol. 3* – Matemática: Trigonometria, Cálculo vetorial, Triângulos, Determinantes, Sistemas lineares, Matrizes, Análise combinatória, Fórmulas, Biblioteca da Matemática Moderna. *Vol. 4* - Ciências: Matemática: Binômio de Newton. Polinômios. Derivadas. Progressões. Limites. Cálculo Integral. *Vol. 5* - Ciências: Matemática: Função de diversas variáveis. Derivação. Operadores Diferenciais. Integrais. Transformada de Laplace. Exercícios)". (MARTINS-SALANDIM, 2012, p. 188, grifo do autor)

> Sangiorgi, o Scipione,[4] o Lacaz,[5] do ITA, um pessoal de Araraquara, Ruy Madsen Barbosa, o Spada,[6] Luiz Bacon - que foi para a Cultura. Tinha também um professor da Universidade de Brasília... (MARTINS-SALANDIM, 2012, p. 195)

Ressaltamos que o livro analisado nesta pesquisa é um dos livros que abordavam a Matemática Moderna segundo o que foi relatado por Oliveira na sua fala anteriormente citada.

Em meados da década de 1960, mediante a proposta de novos conteúdos e novas orientações metodológicas para a matemática escolar secundária, emergiu a segunda[7] reforma de modernização da matemática denominada *Movimento da Matemática Moderna* que tinha como principal objetivo "pôr em dia e corrigir o ensino tradicional das escolas, e acrescentar aos programas temas da denominada Matemática Moderna". (FEHR, 1971, p. 26 apud SOARES, 2001, p. 46)

A busca pela melhoria do ensino da matemática tinha como uma de suas metas a preocupação de que os professores do ensino secundário conhecessem e se apropriassem das novas orientações curriculares e metodológicas da matemática escolar. Os livros didáticos produzidos na época eram uma das alternativas que possibilitava esse contato com os novos conteúdos inseridos no currículo, entre eles, a teoria dos conjuntos, as estruturas algébricas, a lógica, a topologia e as transformações geométricas.

Para difusão do ideário modernizador, foram produzidos materiais didáticos para atualizar os professores aos novos conteúdos e métodos, entre eles, os livros didáticos tiveram grande importância, pois "alcançavam os municípios mais afastados dos grandes centros, onde os professores não tinham outras oportunidades de acesso às informações sobre o movimento e tinham um impacto quase que direto e imediato sobre a sala de aula". (RIOS et al., 2011, p. 33)

---

4 Scipione Di Pierro Netto.

5 Francisco Antonio Lacaz Netto.

6 Antonio Spada Filho.

7 Durante o Quarto Congresso Internacional de Matemática, realizado em Roma no ano de 1908, constituiu-se a *Commission Internationale de L'Enseignement Mathématique* (CIEM), também denominada *Internationalen Mathematische Unterrichts Kommission* (IMUK), da qual Felix Klein foi nomeado presidente. A tarefa atribuída a este comitê era de "preparar relatórios a respeito do estado da instrução matemática nas escolas secundárias dos países mais desenvolvidos". (SCHUBRING, 1999, p. 19) No entanto, o comitê evoluiu para se tornar um agente de mudanças que resultou na primeira proposta de um movimento internacional de reformas no ensino da matemática.

O livro

Em relação ao livro analisado, na página introdutória 1,[8] consta o título *Ensino programado*, no qual informa que o livro usa o referido método e procura explicitar o que significa cada um dos princípios desse método: aprendizagem das pequenas doses, resposta ativa, avaliação imediata, velocidade própria e verificação da aprendizagem. Sobre estes princípios, Oliveira (1969, v. 2, p. 5) apresenta argumentos para justificá-los. Afirma que o princípio da aprendizagem das pequenas doses "é mais eficiente quando o aluno estuda em *pequenas doses*". No princípio da resposta ativa, "o aluno aprende melhor se aplica imediatamente o que aprendeu". Um aluno que "avalia imediatamente os resultados de sua aprendizagem, provavelmente, aprenderá muito mais depressa do que aquele que espera um longo tempo", esta é a característica do princípio da avaliação imediata. Sobre o princípio da velocidade própria, Oliveira (1969, v. 2, p. 5) menciona que "cada aluno poderá aprender de acordo com a velocidade que lhe convier". E, por fim, segundo o autor, o princípio da verificação da aprendizagem permite a revisão e aperfeiçoamento do programa.

A escolha do ensino programado como técnica de ensino para a estruturação do seu livro estava condizente com a sua participação no GEEM, no qual parte dos integrantes defendia a instrução programada enquanto proposta metodológica. Entretanto, no GEEM não havia um consenso em torno das propostas metodológicas, tendo em vista que outros integrantes defendiam a proposta pedagógica de Dienes. A respeito dos que optavam pela instrução programada, Burigo (1989, p. 208, grifo nosso) apresenta o relato de uma integrante do GEEM, Dione de Carvalho:

> O outro pessoal não tinha nenhuma proposta metodológica. O que se tinha de propostas metodológicas eram umas coisas assimiladas dos americanos que não funcionavam, *instrução programada*, essas coisas que se sabia que com matemática não funcionava [...]. Você encaminha o cara por um caminho [...] ele não resolve os problemas que não estão dentro do *esquema da instrução programada*. [...] Essa discussão pairava, que a instrução programada era um tipo de treino e o grande questionamento era que matemática não é um problema de treino.

8 As páginas introdutórias do livro (quatro folhas) não foram enumeradas, foi necessário para identificação destas páginas neste capítulo denominá-las como: página introdutória 1 e, assim, sucessivamente.

Em seguida, na página introdutória 2, são feitas recomendações de como usar o livro. Nesse tópico, o autor procura explicar que um programa é apresentado por uma série de pequenas doses, denominadas de "estágios". Para estudar sobre os estágios, Antônio Marmo de Oliveira (1969, v. 2, p. 6) recomenda cinco instruções:

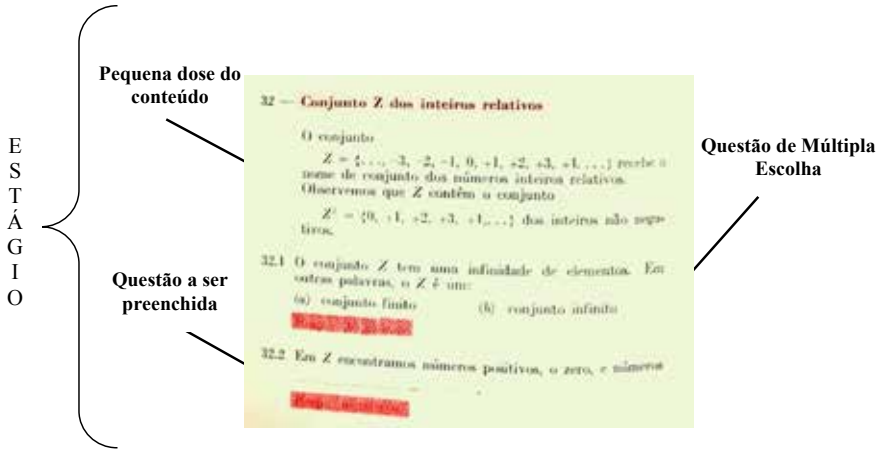
1. – Leia cuidadosamente cada estágio. Não escreva sua resposta sem antes ter lido completamente o mesmo;
2. – Em seguida escreva (ou assinale a resposta) nos intervalos reservados para isso;
3. – Agora deslize o visor especial, de modo que a resposta se torne visível;
4. – Verifique a sua resposta. Se você respondeu corretamente, passe para o próximo estágio e repita as instruções anteriores;
5. – Se a sua resposta não foi correta, tente descobrir por que. Só depois de ter descoberto a causa é que você deve passar à frente.

Nas páginas introdutórias 3 e 4, destinadas ao tópico "Como é feito um programa", o autor informa que um programa é composto por vários estágios, que por sua vez são constituídos de uma ou mais questões. Dessas questões, algumas podem ser introdutórias, outras que fixam determinados conceitos, e também aquelas que preparam o aluno para o próximo estágio. As questões do estágio são de dois tipos: questões a serem preenchidas – respondida quando o aluno escreve a sua resposta no espaço reservado para isso – e questões de múltiplas escolhas – é respondida quando o aluno assinala a sua escolha. Ao final de cada programa, o aluno encontrará um estágio terminal[9] e, no final de cada capítulo, o estudante encontrará um sumário do conteúdo apresentado. Sendo assim, sumários e estágios terminais são utilizados como revisão e fixação do material programado. A seguir apresentamos um trecho do livro para ilustrar um estágio:[10]

9 Segundo o autor, o estágio terminal tem a finalidade de testar o conhecimento adquirido em cada um dos programas.

10 Salientamos que, no livro utilizado para análise nesse capítulo, as respostas estão encobertas, pois se trata do livro do professor. Logo, não obtivemos um exemplar do aluno para verificar como as respostas eram apresentadas.

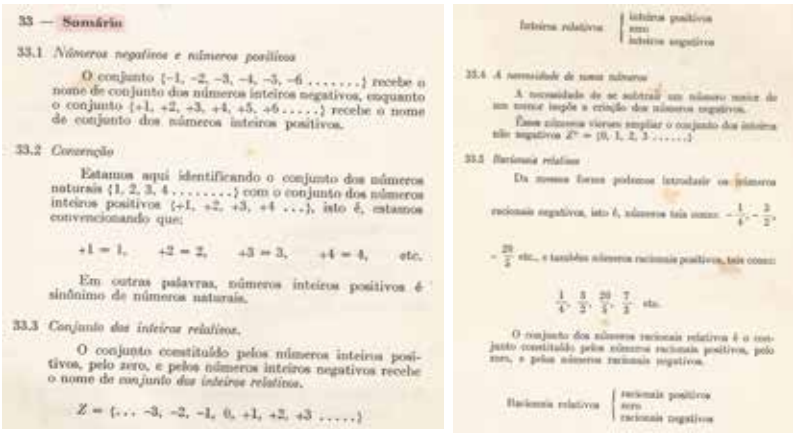
Figura 1 – Introdução do Conjunto Z



Fonte: Oliveira (1969, v. 2, p. 106).

Após estas duas questões, seguem-se outras sete questões semelhantes a estas apresentadas, sendo que, a partir da quinta, envolvem-se também números racionais, trazendo entre elas o seguinte enunciado: "Os números positivos, nulos e negativos pertencem a um conjunto mais amplo que Z, que é o conjunto Q dos números racionais". (OLIVEIRA, 1969, v. 2, p. 107) Na sequência é apresentado o sumário:

Figura 2 – Sumário da introdução do Conjunto Z



Fonte: Oliveira (1969, v. 2, p. 108-109).

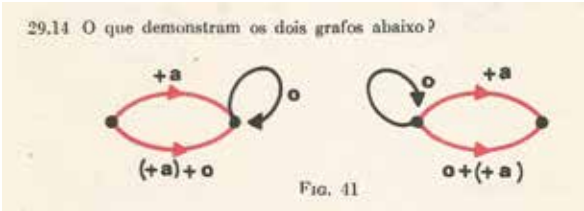
Dentro dessa abordagem, o autor explora o conteúdo por meio de pequenas doses do assunto e, ao mesmo tempo em que utiliza as questões para introduzir e fixar um determinado conceito, interliga-o a novos conceitos com os quais é possível manter um vínculo, ou seja, como exposto na Figura 2, ao tratar dos números inteiros relativos, introduz a ideia dos racionais relativos.

Por fim, o livro está estruturado em três unidades: unidade I – Sentenças e equações; unidade II – Números relativos; unidade III – Grandezas proporcionais. O assunto conjuntos dos números inteiros relativos, conteúdo que foi foco em nossa análise, encontra-se na unidade II.

Mediante a técnica do "Ensino programado", o conteúdo números inteiros relativos foi trabalhado inicialmente utilizando transformações, partindo da noção de relação que foi abordada também no primeiro volume da coleção e, em seguida, apresenta a definição de produto cartesiano.

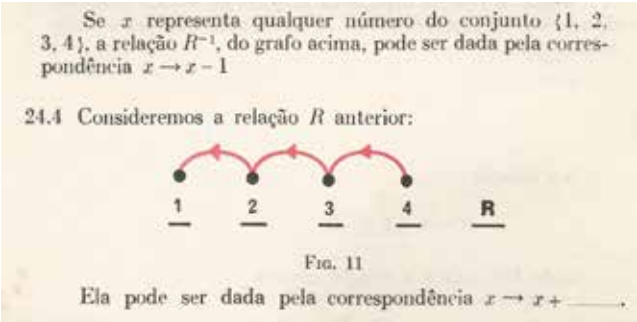
Inicia com o conteúdo de relação e relação inversa fazendo uso de grafos como podemos observar nas figuras:

Figura 3 - Questão com grafo



Fonte: Oliveira (1969, v. 2, p. 98).

Figura 4- Questão com grafo

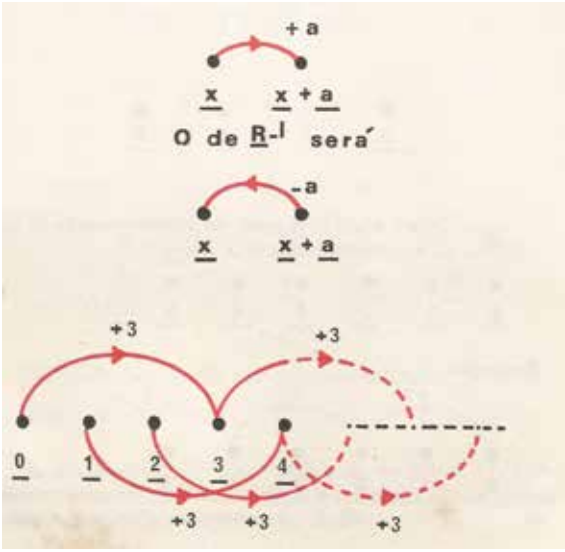


Fonte: Oliveira (1969, v. 2, p. 82).

O uso da teoria das relações e respectivos grafos foi uma das ideias modernizadoras do MMM. Segundo Sebastião e Silva,[11] estes, entre outros, eram conceitos que deveriam ser inclusos no ensino secundário, uma vez que, para ele, "[...] o ensino de Matemática deveria reflectir não só a evolução da própria Matemática como também as necessidades sociais e econômicas" (SILVA, 1968 apud GONÇALVES, 2007, p. 125) Também George Papy[12] fez uso dos grafos ao estruturar a "linguagem das flechas", que tinha por objetivo apoiar o aspecto relacional da matemática. Usava cores diferentes para expressar as diferentes relações de uma determinada situação. Esses grafos eram chamados de papygramas. (COSTA, 2014)

Na sequência do livro em análise, após o conteúdo de relações, define transformação: "Tanto R como R^{-1} são relações do conjunto {1, 2, 3, 4} em si mesmo. Uma relação de um conjunto A em si mesmo recebe o nome de transformação de A". (OLIVEIRA, 1969, v. 2, p. 82) A seguir apresentamos grafos de uma transformação R, definida por $x \rightarrow x + a$:

Figura 5 – Grafo de uma transformação R



Fonte: Oliveira (1969, v. 2, p. 84).

11 José Sebastião e Silva (1914–1972), matemático português, desempenhou um importante papel na divulgação do MMM em Portugal.

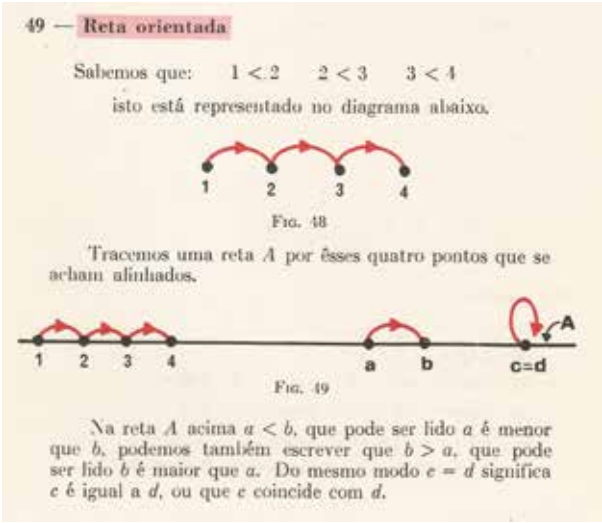
12 George Papy (1920-2011), matemático belga. Desde 1961, dirigiu o Centro Belga de Pedagogia da Matemática, onde realizou importantes pesquisas acerca da matemática moderna no ensino secundário.

Após abordar a composição de transformações, inicia o conteúdo dos números inteiros apresentando uma noção de números inteiros positivos e negativos mediante o uso de transformações. "O estudo de transformações dos tipos $x \rightarrow x + a$ e $x \rightarrow x - a$ levou-nos a introduzir os símbolos +a e -a, que chamaremos número positivo e número negativo, respectivamente". (OLIVEIRA, 1969, v. 2, p. 103)

Dando continuidade, o autor trabalha as operações adição e multiplicação, abordando as suas propriedades e, somente após a realização de uma grande quantidade de questões envolvendo essas operações, que são apresentadas as operações inversas – subtração e divisão – nas quais o autor, na definição, enfatiza que são operações inversas da adição e multiplicação, respectivamente. Para ilustrar, trazemos a definição de divisão: "A *divisão* é a operação inversa da *multiplicação*. Dividir um número *a* por um número *b* ($b \neq 0$) é procurar um número *c* que, multiplicado por *b*, reproduz *a*, isto é, "$a \div b = c \leftrightarrow a = b \,.\, c$". (OLIVEIRA, 1969, v. 2, p. 140)

Na sequência, para introduzir o conteúdo "relação de ordem em Z", o autor expõe o conceito de reta orientada utilizando grafos:

Figura 6 – Conceito de reta orientada


49 — **Reta orientada**

Sabemos que: $1 < 2$ $2 < 3$ $3 < 4$

isto está representado no diagrama abaixo.

FIG. 48

Tracemos uma reta *A* por êsses quatro pontos que se acham alinhados.

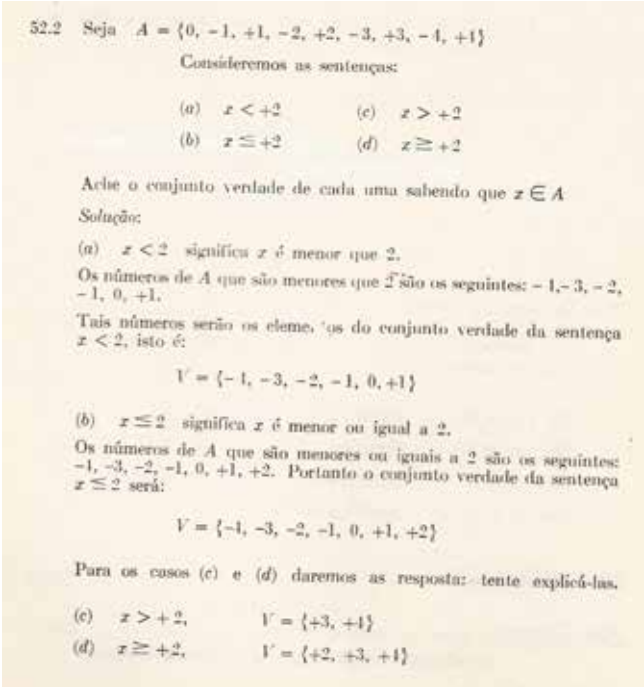
FIG. 49

Na reta *A* acima $a < b$, que pode ser lido *a* é menor que *b*, podemos também escrever que $b > a$, que pode ser lido *b* é maior que *a*. Do mesmo modo $c = d$ significa *c* é igual a *d*, ou que *c* coincide com *d*.

Fonte: Oliveira (1969, v. 2, p. 148).

Após definir relações de ordem em Z, todas as questões propostas trazem uma linguagem da teoria dos conjuntos.

Figura 7 – Exercício sobre relação de ordem em Z



52.2 Seja $A = \{0, -1, +1, -2, +2, -3, +3, -4, +4\}$

Consideremos as sentenças:

(a) $x < +2$ (c) $x > +2$

(b) $x \leq +2$ (d) $x \geq +2$

Ache o conjunto verdade de cada uma sabendo que $x \in A$

Solução:

(a) $x < 2$ significa x é menor que 2.

Os números de A que são menores que 2 são os seguintes: $-4, -3, -2, -1, 0, +1$.

Tais números serão os elementos do conjunto verdade da sentença $x < 2$, isto é:

$$V = \{-4, -3, -2, -1, 0, +1\}$$

(b) $x \leq 2$ significa x é menor ou igual a 2.

Os números de A que são menores ou iguais a 2 são os seguintes: $-4, -3, -2, -1, 0, +1, +2$. Portanto o conjunto verdade da sentença $x \leq 2$ será:

$$V = \{-4, -3, -2, -1, 0, +1, +2\}$$

Para os casos (c) e (d) daremos as respostas: tente explicá-las.

(c) $x > +2$, $V = \{+3, +4\}$

(d) $x \geq +2$, $V = \{+2, +3, +4\}$

Fonte: Oliveira (1969, v. 2, p. 154).

Ao que tudo indica, a escolha da utilização de grafos e de transformações para abordar o ensino dos números inteiros relativos era uma característica presente também em livros de outros autores daquele período. Duarte (2007, p. 301), ao comparar a obra de Sangiorgi (1965) com a de Castrucci e Bóscolo (1967), comenta que:

> Outra semelhança observada nas duas obras refere-se ao espaço reservado às Transformações Lineares. As duas obras trazem esse estudo em apêndice do volume 3, enquanto que a Teoria dos Conjuntos e Relações foram incluídas ao longo dos capítulos, não apenas no terceiro volume como em toda coleção. [...] Diferença marcante, porém, aparece no assunto destinado ao apêndice do segundo e quarto volume. Para a segunda série, [...] Sangiorgi fez uma exposição sobre os sistemas matemáticos, iniciando pelo estudo das relações binárias, fazendo uso de grafos para representá-las, e, em seguida, discorrer sobre as estruturas algébricas (semigrupo, monóide e grupo).

De maneira análoga às obras referidas, identificamos que Oliveira apresenta a Teoria dos Conjuntos e Relações no decorrer dos conteúdos. Enquanto que, em relação às transformações e grafos, diferentemente de Sangiorgi que apresenta esses conceitos em apêndice, Oliveira traz ao longo do desenvolvimento de outros conteúdos. Outra diferença que podemos destacar, refere-se às estruturas algébricas que não foram abordadas por Oliveira no que tange ao conjunto dos números inteiros relativos.

Considerações finais

Enfim, por meio da análise do livro didático *Matemática moderna - ensino programado – 2º volume ginasial*, especificamente no conteúdo conjunto dos números inteiros relativos, podemos inferir a contribuição desse livro para divulgação e ampliação do ideário modernizador, pois, mediante a técnica do "ensino programado", o conteúdo números inteiros relativos foi trabalhado com enfoque na teoria de conjuntos utilizando transformações partindo da noção de relação que foi abordada também no primeiro volume da coleção e, em seguida, apresenta a definição de produto cartesiano. Tudo isso para introduzir os números inteiros, uma vez que a definição deste conceito é feita por meio do uso de transformações. Dentro dessa abordagem, o autor explora o conteúdo por meio de pequenas doses do assunto e, logo depois, insere questões do tipo a serem preenchidas e de múltiplas escolhas, objetivando estimular respostas ativas e verificação da aprendizagem.

Podemos perceber, no livro de Oliveira, um elemento que reforça a tese de que houve várias formas de apropriações do ideário reformulador do ensino secundário da matemática. Isto pode ser observado nas publicações de mesma localidade (São Paulo), como foi discutido neste texto.

Referências

BRASIL. Lei nº 4.024, de 20 de dezembro de 1961. Fixa as diretrizes e bases da educação nacional. *Diário Oficial [da] República Federativa do Brasil*, Poder Legislativo, Brasília, DF, 27 dez. 1961. Disponível em: <http://www2.camara.leg.br/legin/fed/lei/1960-1969/lei-4024-20-dezembro-1961-353722-normaatualizada-pl.pdf>. Acesso em: 9 dez. 2015.

BURIGO, E. Z. *Movimento da matemática moderna no Brasil*: estudo da ação e do pensamento de educadores matemáticos nos anos 60. 1989. 286 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 1989.

CARVALHO, I. M. *O processo didático*. Rio de Janeiro: Fundação Getúlio Vargas, 1972.

CHOPPIN, A. História dos livros e das edições didáticas: sobre o estado da arte. *Educação e Pesquisa*, São Paulo, v. 30, n. 3, p. 549-566, set./dez. 2004.

COSTA, L. M. F. da. *O movimento da matemática moderna no Brasil*: o caso do Colégio de São Bento do Rio de Janeiro. 2014. 166 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2014.

DIAS, A. L. M. Uma história da educação matemática na Bahia. In: SIMPÓSIO NACIONAL DE HISTÓRIA, 26., 2011, São Paulo. *Anais*... São Paulo: ANPUH, 2011. p. 1-21.

DUARTE, A. R. S. *Matemática e educação matemática*: a dinâmica das suas relações ao tempo do movimento da matemática moderna no Brasil. 2007. 438 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

GONÇALVES, F. M. B. *O movimento da matemática moderna*: concepções, dinâmicas e repercussões. 2007. 241 f. Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática) – Faculdade de Ciências, Universidade do Porto, Porto, 2007.

LIMA, L. O. *A escola secundária moderna*: organização, métodos e processos. 8. ed. atual. Petrópolis: Vozes, 1970.

MARTINS-SALANDIM, M. E. *A interiorização dos cursos de matemática no estado de São Paulo*: um exame da década de 1960. 2012. 379 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2012.

MOREIRA, M. A. *Teorias de aprendizagem*. 2. ed. ampl. São Paulo: EPU, 2011.

OLIVEIRA. A. M. de. *Matemática moderna*: ensino programado. São Paulo: Didática Irradiante, 1969. v. 2.

ROMANELLI, O. de O. *História da educação no Brasil*: 1930/1973. 39. ed. Petrópolis: Vozes, 2013.

SANTANA, I. P. *A trajetória e a contribuição dos professores de matemática para a modernização da matemática nas escolas de Vitória da Conquista e Tanquinho (1960-1970)*. 2011. 115 f. Dissertação (Mestrado em Ensino, Filosofia e História das Ciências) – Instituto de Física, Universidade Federal da Bahia, Salvador; Universidade Estadual de Feira de Santana, Feira de Santana, 2011.

SCHUBRING, G. O primeiro movimento internacional de reforma curricular em matemática e o papel da Alemanha: um estudo de caso na transmissão de conceitos. *Zetetiké*, Campinas, v. 7, n. 11, p. 29-50, jan./jun. 1999.

SILVA. T. T. P; GARNICA, A. V. M. A coleção matemática – curso ginasial: uma análise. In: GARNICA, A. V. M.; SALANDIM, M. E. M. (Org.). *Livros, leis, leituras e leitores*:

exercícios de interpretação para a história da educação matemática. Curitiba: Appris, 2014. p. 97-120.

SOARES, F. *Movimento da matemática moderna no Brasil*: avanço ou retrocesso? 2001. 192 f. Dissertação (Mestrado em Matemática Aplicada) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2001.

SOUZA JÚNIOR, E. J. de. *Circulação da instrução programada no Brasil (1960-1980)*. 2015. 331 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2015.

RIOS, D. F. et al. O movimento da matemática moderna: sua difusão e institucionalização. In: OLIVEIRA, M. C. A. de; SILVA, M. C. L. da; VALENTE, W. R. (Org.). *O movimento da matemática moderna*: história de uma revolução curricular. Juiz de Fora: Ed. UFJF, 2011. p. 21-63.

Coleção Matemática Moderna: traços das ideias modernas nas demonstrações nos livros didáticos publicados na Bahia, na década de 1960

José Cassiano Teixeira Santos
Inês Angélica Andrade Freire
Janice Cassia Lando

Introdução

A coleção de livros didáticos Matemática Moderna[1] é a principal fonte documental desta pesquisa que visa analisar historicamente como eram abordadas as demonstrações matemáticas na mesma, isto é, de que forma o rigor e a linguagem matemática eram apresentados pelos autores na coleção. Nesse processo, surgiram algumas indagações: qual grupo foi formado, na Bahia, a fim de pesquisar e experimentar a nova matemática no ensino secundário? Como a proposta do Movimento da Matemática Moderna (MMM) refletiu nas produções didáticas voltadas para o ensino secundário da Bahia? Como eram abordadas as demonstrações matemáticas na coleção de livros didáticos Matemática Moderna?

Com grandes contribuições de Martha Maria de Souza Dantas, a Bahia teve um papel importante para o MMM no Brasil. Devido às suas experiências na educação baiana, das viagens realizadas ao exterior com a intenção de buscar melhorias para o ensino da matemática na Bahia e do esforço conjunto com um grupo de professoras de matemática, sob a orientação do professor Omar Catunda, Martha

1 A Coleção *Matemática Moderna* foi publicada pelo Centro de Ensino de Ciências da Bahia (Ceciba) nos anos de 1967 (volume I), 1968 (volume II) e 1969 (volume III), na cidade de Salvador, Bahia.

Dantas realizou estudos, pesquisas, produções e experimentações no âmbito do ensino da matemática. (FREIRE, 2009; LANDO, 2012) Esse grupo de professores, do qual Martha Dantas e Omar Catunda faziam parte, consolidou-se na década de 1960, inicialmente nos espaços da Faculdade de Filosofia da Universidade da Bahia (FFUBA) (LANDO, 2012) e do Instituto de Matemática e Física (IMF) (DIAS, 2008) e, posteriormente, no Centro de Ensino de Ciências da Bahia (Ceciba). (FREIRE, 2009)

No entanto, antes de abordarmos as ações desenvolvidas no Ceciba, local onde foram editados os livros da coleção, buscaremos entender como ocorreu o MMM. A década de 1950 é geralmente considerada pelos pesquisadores, em especial da história da educação matemática, um período que pode ajudar a compreender alguns aspectos modernizadores do ensino da matemática. Na época houve o fortalecimento do que hoje denominamos MMM com o intuito de reformar o ensino da matemática em amplitude mundial. Entre outros, os motivos que levaram ao fortalecimento desse movimento foram a necessidade de avanços tecnológicos, interesses econômicos e questões relacionadas ao distanciamento entre as estruturas curriculares das universidades e do ensino secundário. (GUIMARÃES, 2007)

Para discutir e estruturar propostas curriculares para um novo ensino da matemática, foram realizados encontros internacionais, dentre os mais citados temos o de Royaumont (França) em 1959 e o de Dubrovnik (Iugoslávia) em 1960. Nas discussões realizadas nesses encontros, foram delineados os novos conteúdos e métodos para o desenvolvimento de um novo currículo para o ensino da matemática e, dentre as propostas, a que obteve maior destaque foi a do matemático francês Jean Dieudonné, membro do grupo Bourbaki. O grupo Bourbaki foi fundado em 1935 por alguns jovens franceses, ex-alunos da Escola Normal Superior de Paris, que tinha como preocupação recomeçar as atividades matemáticas que existiam na França naquele período e que foram dilaceradas durante a I Guerra Mundial. (1914-1918)[2]

A proposta defendida por Dieudonné era a da concepção bourbakista, a qual estava embasada em três ideias chaves: "a unidade da matemática, o método axiomático e o conceito de estrutura matemática". (BOURBAKI, 1971 apud GUIMARÃES, 2007, p. 23) No Brasil, as primeiras discussões acerca do MMM começaram a se delinear no II Congresso Nacional de Ensino de Matemática, realizado em 1957 em Porto Alegre. Na ocasião, "O tema Matemática Moderna foi abordado, ainda que discretamente, nas teses de Ubiratan D'Ambrósio e Osvaldo Sangiorgi, de São

2 Maiores detalhes, veja Lima (2012).

Paulo; de Jorge Emmanuel Ferreira, representante do Colégio Militar do Rio de Janeiro e de Martha Maria de Sousa Dantas, da Bahia". (SOARES, 2001 apud SILVA, 2006, p. 53) Esse foi o ponto de partida para que diferentes grupos[3] fossem criados no Brasil com a finalidade de estudar as ideias defendidas pelo MMM e buscar maneiras de introduzir esses ideais no ensino secundário. Dentre esses grupos, destacamos o Ceciba, na Bahia.

A criação do Ceciba ocorreu devido à percepção, pelo Ministério da Educação e Cultura (MEC), da necessidade de realizar mudanças no sistema educacional do Brasil para que o sistema de ensino se adequasse às propostas de ensino de ciências e matemática que estavam sendo difundidas por organismos internacionais nesse período. Sendo assim, entre 1964 e 1965, segundo Freire (2009), "[...] o MEC criou seis centros de ensino de ciências em diferentes estados do Brasil (Rio Grande do Sul, São Paulo, Minas Gerais, Rio de Janeiro, Bahia e Pernambuco) [...]", com o propósito de mudar a realidade da educação brasileira.

Sob a coordenação de Martha Dantas, um grupo de professoras[4] desenvolveu suas atividades na Seção Científica de Matemática (SCM) do Ceciba. Dentre as metas firmadas para a implantação do centro, havia a indicação para editar livros didáticos e periódicos. Assim, projetos especiais foram desenvolvidos pela SCM do Ceciba, um deles foi intitulado *PM 01*. "Desenvolvimento de um currículo de Matemática Moderna para o curso ginasial" que tinha como objetivo a produção e experimentação de uma proposta curricular para o curso ginasial que deu origem à edição da coleção Matemática Moderna. (FREIRE, 2009)

A primeira ação desse projeto foi a elaboração de apostilas, que, após experimentação, avaliação e modificação, o grupo da SCM do Ceciba elaborou e publicou os livros didáticos *Matemática moderna I* em 1967, *Matemática moderna II* em 1968 e *Matemática moderna III* em 1969, que traziam os ideais do MMM em seu contexto, como veremos na análise. O livro didático é compreendido como fonte documental porque, querendo entender "[...] as finalidades do ensino, sobre seus conteúdos e métodos e, entre outras coisas, a colocarem aos antigos manuais escolares questões de natureza epistemológica e didática [...]", a partir dos anos 1970,

3 O Centro de Ensino e Ciências da Bahia (Ceciba), na Bahia; o Grupo de Estudos sobre o Ensino da Matemática (Geempa), no Rio Grande do Sul; o Núcleo de Estudos e Difusão do Ensino da Matemática (Nedem), no Paraná; o Grupo de Estudo e Pesquisa em Educação Matemática (Gepem), no Rio de Janeiro; O Centro de Ensino de Ciências do Nordeste (Cecine), em Pernambuco; e o Grupo de Estudos do Ensino da Matemática (Geem), em São Paulo. (FREIRE, 2009)

4 Martha Dantas, Eliana Nogueira, Maria Augusta Moreno, Norma Araújo, Eunice Guimarães e Neide de Pinto e Souza.

os pesquisadores da história começaram a apresentar questões relacionadas aos livros didáticos. (CHOPPIN, 2004, p. 558)

Dentre os questionamentos, tem-se a busca pelo papel que o livro atribui à disciplina, quais métodos de aprendizagem apresentam, quais conhecimentos são fundamentais e como são organizados. Os livros didáticos passaram a ganhar destaques nas pesquisas históricas quando deixaram de ser percebidos como meros manuais escolares e passaram a ser identificados como fontes de possíveis contribuições para a escrita da história.

> [...] o livro didático não é mais entendido como um simples manual escolar, ao contrário, as pesquisas desenvolvidas nos últimos anos tentam demonstrar que tais livros sofrem, como nenhum outro, as influências das políticas educacionais da época de sua produção. [...]. Além disso, não podemos também nos esquecer do próprio repertório teórico do autor e de suas vinculações metodológicas, o famoso lugar-social de onde *fala* o escritor [...]. (SALLES, 2011, p. 9, grifo do autor)

Assim, como os autores da coleção Matemática Moderna indicavam na introdução dos livros que abordaram algumas ideias propostas pelo MMM para o ensino da matemática no ciclo ginasial, consideramos pertinente utilizar os livros didáticos como fonte para investigar as características do MMM presentes nessa coleção. Embasados pelas ideias do movimento – a unidade da matemática, o método axiomático e o conceito de estrutura matemática – analisamos, principalmente, a abordagem das demonstrações apresentadas pelos autores da citada coleção no que concerne aos conceitos de divisibilidade, de função e de área da circunferência.

Para entender o significado de demonstração matemática, Pietropaolo (2005) escreve que alguns pesquisadores encontraram, em vários contextos, fragmentos do significado de demonstração matemática que, por sua vez, mesmo estando em realidades diferentes, possuíam a finalidade de validar alguma afirmação proposta.

> Prova [...] Um procedimento próprio para estabelecer um saber, isto é um conhecimento válido. Constitui P. todo procedimento desse gênero, qualquer que seja sua natureza: o mostrar ad oculos uma coisa ou um fato, o exibir de um documento, o trazer um testemunho, o efetuar uma indução são P. como são P. as demonstrações da matemática e da lógica. O termo é, portanto, mais extenso do que demonstração

> (v): as demonstrações são provas, mas nem todas as provas são demonstrações. (ABBAGGNANO, 1982 apud PIETROPAOLO, 2005, p. 49)

O termo prova é colocado como algo mais extenso que demonstração, mas, baseado em Pietropaolo (2005), para este estudo entendemos os dois termos como sendo sinônimos, pois na matemática os significados de prova e demonstração não se diferenciam. A prova é um fator diferencial para a matemática; o matemático precisa do parecer de seus pares para que a prova feita tenha veracidade frente aos mesmos, por melhor que seja a sua visão da demonstração realizada.

A coleção didática Matemática Moderna

O livro *Matemática moderna I* foi organizado em sete capítulos e com autoria de Martha Dantas, Eliana Nogueira, Maria Augusta Moreno, sob a orientação de Omar Catunda e com a colaboração de Norma Araújo, Eunice Guimarães e Neide de Pinto e Souza. Na introdução do livro, que era destinado aos alunos da primeira série ginasial, os autores relataram sobre o surgimento de novas teorias matemáticas no século XX e da rapidez que conteúdos da matemática, como probabilidade e estatística, estavam sendo desenvolvidos.

O livro *Matemática moderna II* também foi organizado em sete capítulos e foi escrito pelo mesmo grupo de professoras supracitadas, com exceção de Maria Augusta Moreno, sendo que neste volume as colaboradoras passaram a ser referenciadas como autoras. Catunda orientou na escrita de todos os livros da coleção *Matemática moderna*. O livro *Matemática moderna III* foi organizado com uma pequena introdução à lógica e mais quatro capítulos. Neste volume a autoria é a mesma do volume II.

Apenas os três primeiros livros didáticos destinados às três primeiras séries do ensino ginasial foram publicados na primeira edição, apesar de a coleção Matemática Moderna ser composta por quatro livros didáticos. O quarto livro não foi publicado no contexto desta coleção, uma vez que, posterior às modificações oriundas da sua experimentação, o grupo lançou uma nova edição publicada pela editora Edart. (FREIRE, 2009) Antes de o primeiro livro intitulado *Matemática moderna I* ser publicado em 1967 e experimentado no Colégio de Aplicação da Faculdade de Filosofia da Universidade da Bahia (FFUBA) neste ano, existem indícios de que já em 1965 havia sido iniciada uma experiência com o conteúdo desse livro, ainda na forma de apostila, trazendo vestígios da matemática moderna.

> Esta suposição acerca do início da experimentação da apostila no ano de 1965 se fortalece ao considerarmos o que as autoras escreveram na introdução do livro Matemática Moderna I: 'Êste livro já foi experimentado dois anos e os resultados que apresentamos, em breve, aos professôres, são bastante animadores'. (LANDO, 2012, p. 219)

Os autores ressaltam que foi preciso promover modificações na linguagem vulgar e na linguagem simbólica para que a nova matemática estivesse presente no livro, assim como foi necessário acrescentar novos termos e novos símbolos. (DANTAS; NOGUEIRA; MORENO, 1967) Os autores indicaram que "alguns capítulos podem parecer um pouco sobrecarregados porque, a nossa preocupação foi, também, algumas vêzes, de sistematizar melhor a matéria; fica, portanto, a cargo do professor, selecionar o que êle pode exigir dos seus alunos". (DANTAS; NOGUEIRA; MORENO, 1967, p. IV) Contudo, os professores destacaram que "[...] êsse trabalho que ora apresentamos é uma tentativa para mudar: é um livro experimental com qualidades e defeitos, certamente, mas a sua experimentação e as revisões hão de melhorá-lo por certo". (DANTAS; NOGUEIRA; MORENO, 1967, p. III-IV) A respeito da estrutura que foi estabelecida no livro I, os autores concluíram que:

> No primeiro [livro], intitulado Matemática Moderna I, estudou-se o conjunto dos naturais, as operações nêle definidas e suas propriedades estruturais. Continuando a seguir o processo histórico, na ampliação dos conjuntos de números, estudou-se, também, o conjunto dos racionais absolutos, operações nêle definidas e as propriedades estruturais relativas a estas operações. Dêste modo, duas estruturas foram ressaltadas: *monóide* e *grupo*. (DANTAS et al.,1968. p. III, grifo do autor)

Na introdução do volume II, os autores descreveram que as estruturas algébricas anel, anel comutativo e corpo seriam ressaltadas. Também, neste livro, seria introduzido o conceito de números racionais relativos, bem como, segundo os autores, os conceitos de equação do 1° grau com uma incógnita e desigualdade seriam retomados, já que eram conhecidos pelos alunos desde o primeiro volume da coleção. No livro *Matemática moderna III*, os autores escreveram que "[...] só depois de explorada a parte puramente linear, espaços vetorial e afim de duas dimensões – é iniciada a parte métrica da Geometria Elementar". (DANTAS et al., 1969, p. IV) Para que isso aconteça, os autores indicaram:

> Para isto, é introduzida uma das configurações comuns da natureza [...] a simetria axial. Esta simetria, introduzida por postulados deduzidos da observação, entre os quais se inclui a existência da bissetriz de qualquer ângulo, permite definir a ortogonalidade, a medida de ângulos, a rotação e, portanto, tôdas as transformações isométricas do plano. Como a homotetia já foi dada na Geometria Afim, torna-se fácil estudar a semelhança de figuras. (DANTAS et al., 1969, p. IV)

Anteriormente indicamos que o MMM defendia o rigor das demonstrações. Nesse aspecto, importa refletir sobre o que seria uma demonstração rigorosa para os bourbakistas. Em toda a história houve matemáticos que criticavam as demonstrações dos seus predecessores e, também, de seus contemporâneos, pois os mesmos achavam que as provas feitas pelos seus pares não eram rigorosas. (DIEUDONNÉ, 1990, p. 246) Assim, perguntamos: o que vem a ser o rigor de uma demonstração? O próprio Dieudonné (1990, p. 248-249) responde na seguinte passagem:

> É fácil de concluir. Só pode haver demonstração 'rigorosa' dentro de uma teoria axiomática, onde objetos e relações 'primitivas' foram especificados, e os axiomas que os ligam enumerados de modo exaustivo; e se não se tiverem em conta as inadvertências ou negligências mencionadas em I) e II), esta condição necessária é também suficiente; 'falta de rigor' significa exactamente 'falta de precisão'.

Na citação acima, Dieudonné menciona duas inadvertências ou negligências, I[5] e II.[6] Ele escreve isso quando exemplifica, com a demonstração "<<P implica Q>>", o que se deve examinar para analisar o que torna uma inferência[7] incorreta.

---

5 "**I)** Deixando de lado o 'erro de cálculo' banal, o matemático, por inadvertência, pode confundir P (resp. Q), com uma proposição análoga P´ (resp. Q´) para a qual P´e <<P´ implica Q´>> (resp. P e << P implica Q´>>)., foram demonstrados. E muitas vezes o que se passa quando o enunciado de P é longo e complicado, ou quando o enunciado de Q comporta um grande número de casos a examinar separadamente. São por vezes necessárias dezenas de anos antes que o erro tenha sido recenseado". (DIEUDONNÉ, 1990, p. 247, grifo do autor)

6 "**II)** Uma das proposições P, << P implica Q>> não é um axioma e não foi demonstrada, mas parece muito plausível. É o gênero de insuficiências das quais referimos exemplos em Euclides [...]. Exemplos análogos são as fontes de erros de analistas do início do século XIX, como Cauchy, Abel e mesmo Dirichlet e Riemann, nas questões de continuidade e de convergências; os objectos que eles estudam são definidos correctamente, mas eles negligenciam o facto de terem de verificar passo a passo que nada aplicam de diferente destas definições. Casos semelhantes foram frequentes em teoria das superfícies algébricas até cerca de 1940, em que os 'casos singulares' escapavam aos raciocínios 'genéricos' e eram sistematicamente negligenciados". (DIEUDONNÉ, 1990, p. 247, grifo do autor)

7 Inferência ou dedução lógica são os axiomas ou postulados utilizados nas demonstrações matemáticas. Para maiores informações, ler o capítulo III de Dieudonné (1990).

Assim, na introdução à lógica do terceiro volume da coleção Matemática moderna, os autores trouxeram a seguinte afirmação:

Figura 1 – Conceito de conjunto e de relação como axiomas

3º) proposições deduzidas a partir de axiomas ou postulados chamadas teoremas .

O conjunto de conceitos primitivos e postulados constitui o que se chama axiomática da teoria .

Assim, por exemplo, uma axiomática da teoria dos conjuntos admite como conceitos primitivos o conceito de conjunto e o de relação de pertinência de um elemento a um conjunto, isto é, a relação $x \in A$, onde A é um conjunto, e como proposições primitivas as seguintes :

1. Axioma de unicidade

$$A = B \Longleftrightarrow A \subset B \quad e \quad B \subset A .$$

2. Axioma da união

Dados dois conjuntos quaisquer, A e B, existe um conjunto $A \cup B$, chamado conjunto união, cujos elementos são todos os elementos de A e todos os elementos de B, e sòmente êsses .

3. Axioma da diferença

Dados dois conjuntos quaisquer, A e B, existe um conjunto $A \setminus B$, cujos elementos são os que pertencem a A e não pertencem a B, e sòmente êsses .

4. Axioma de existência

Existe , pelo menos, um conjunto .

Fonte: Dantas e colaboradores (1969, p. 10).

É possível observar que os autores levaram em consideração as características da proposta do MMM e por isso incluíram, no texto, axiomas que lhes permitiriam deduzir e provar proposições que foram tratadas ao longo dos capítulos dos livros. Vejamos abaixo a demonstração do lema acerca da divisibilidade.

Figura 2 – Demonstração do lema acerca da divisibilidade

Lema: dados os números naturais a, m e d, tais que, d divide m, o resto da divisão de a por m é r e, o resto da divisão de r por d é R, então, o resto da divisão de a por d é R:

Em símbolos,

se $d \mid m$

$a = mq + r$

e

$r = dQ + R,$

então,

$a = dQ' + R$, com $R < d$.

Com efeito,

de $a = mq + r$

$m = dq'$

e

$r = dQ + R$, com $R < d$,

resulta

$a = dq' \cdot q + dQ + R$,

$a = d\,(q' \cdot q + Q) + R$;

pondo

$q'q + Q = Q'$

tem-se, finalmente,

$$a = dQ' + R, \quad \text{com } R < d.$$

Consequência:

Se os restos das divisões de a e a', por m, são iguais e se d divide m, então, os restos das divisões de a e a', por d, são iguais.

Em símbolos,

se $a = mq + r$,

$a' = mQ + r$

e

$d \mid m$,

então,

$a = dq' + R$

e

$a' = dQ' + R.$

Com efeito, tais restos coincidem com o resto da divisão de r por d.

Exemplos:

1) Dados $a = 23$, $m = 4$ e $d = 2$,

de

$2 \mid 4$,

$23 = 4 \cdot 5 + 3$

e

$3 = 2 \cdot 1 + 1$,

resulta

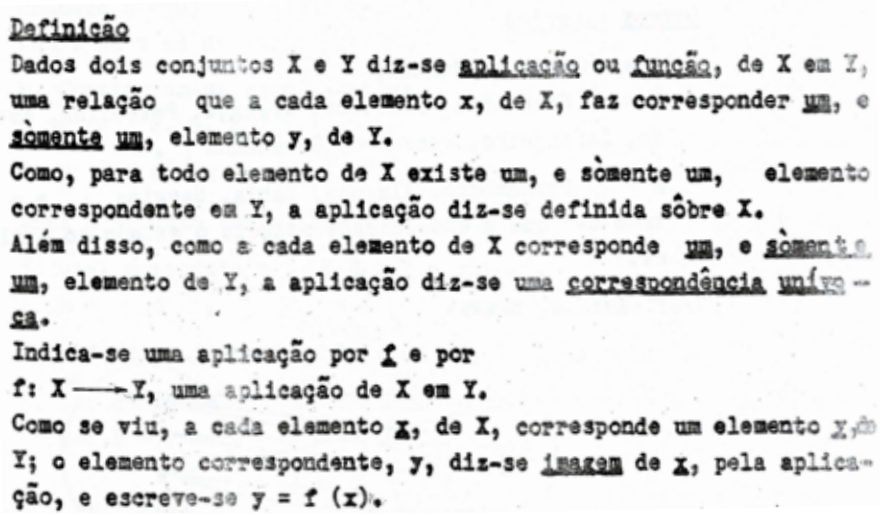
$23 = 2 \cdot 11 + 1$.

Fonte: Dantas, Nogueira e Moreno (1967, p. 93-94).

A maneira como os dados da prova são conectados apontam que a demonstração foi feita de forma rigorosa, de acordo com o que discutimos acerca disso anteriormente. Também avaliamos a especificidade como a simbologia matemática dessa demonstração é abordada, a lógica desenvolvida, a forma como a divisão de *m* por *d* é apresentada, os passos da demonstração, a ligação entre cada termo apresentado, numa linguagem próxima da abordada no ensino superior. O que nos faz considerar que o grupo baiano se apropriou dessa proposta do MMM para a elaboração dos livros didáticos.

Outro aspecto interessante identificado no primeiro capítulo do livro *Matemática moderna I* é a definição de função que já é mostrada aos estudantes no início do primeiro ano do ensino ginasial, mesmo não sendo abordada posteriormente de forma específica:

Figura 3 – Definição de função



Definição

Dados dois conjuntos X e Y diz-se aplicação ou função, de X em Y, uma relação que a cada elemento x, de X, faz corresponder um, e sòmente um, elemento y, de Y.

Como, para todo elemento de X existe um, e sòmente um, elemento correspondente em Y, a aplicação diz-se definida sôbre X.

Além disso, como a cada elemento de X corresponde um, e sòmente um, elemento de Y, a aplicação diz-se uma correspondência unívoca.

Indica-se uma aplicação por f e por

f: X ⟶ Y, uma aplicação de X em Y.

Como se viu, a cada elemento x, de X, corresponde um elemento y, de Y; o elemento correspondente, y, diz-se imagem de x, pela aplicação, e escreve-se y = f (x).

Fonte: Dantas, Nogueira e Moreno (1967, p. 23).

Vista a importância desse conceito, verificamos, baseados na tese de Janice Lando, que as professoras baianas e Omar Catunda abordaram parcialmente o conceito de função na coleção de livros didáticos Matemática moderna:

> Na proposta das autoras da coleção, cuja experiência foi desenvolvida no Colégio de Aplicação, não foi destinado um item específico para o

> estudo deste conceito [o de função] em nenhum dos quatro volumes da Coleção Matemática Moderna. Há somente uma noção intuitiva a partir do conceito de aplicação no capítulo I – conjunto e relações – da primeira série ginasial. (LANDO, 2012, p. 225)

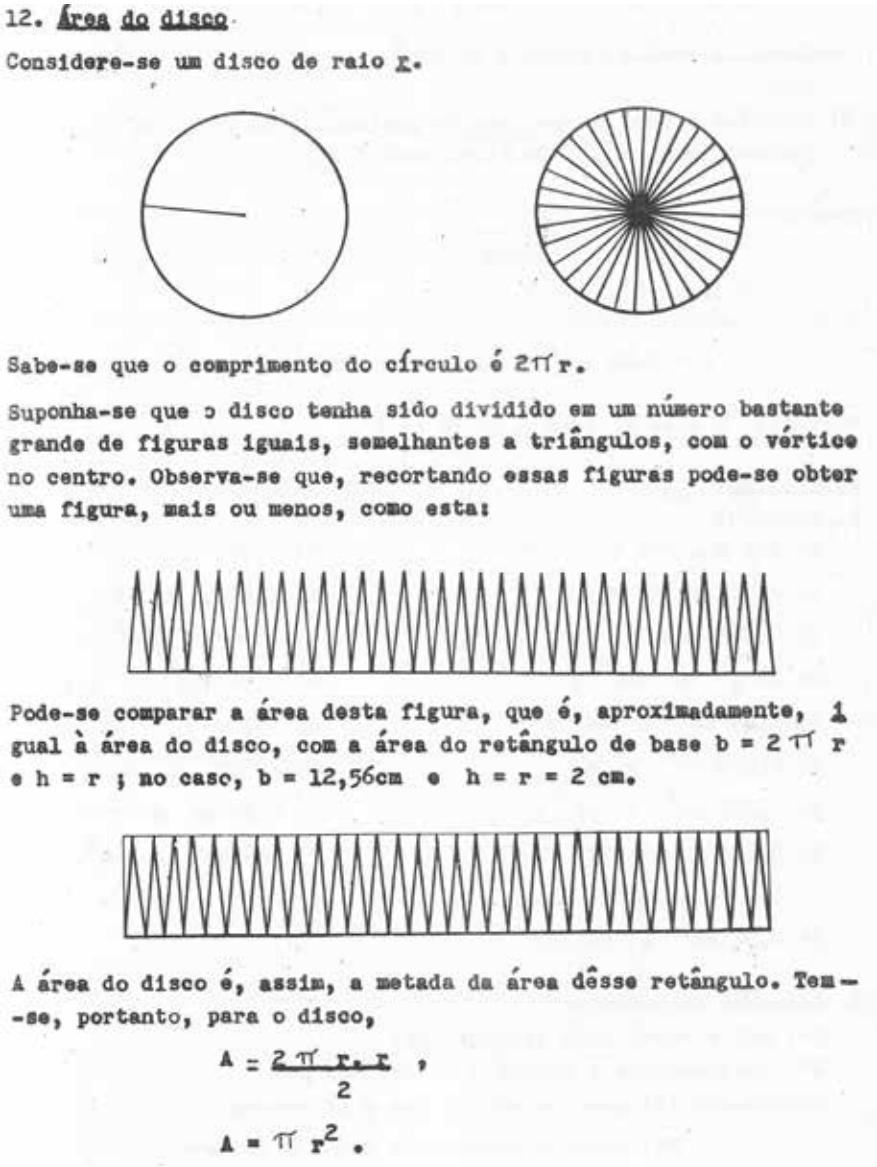
Lando (2012) ressalva que o conceito de funções circulares está presente no quarto volume da coleção. Porém, como já foi mencionado, esse volume não foi publicado na edição aqui analisada. Lando ainda compartilha acerca da importância do conceito de função para a Matemática Moderna:

> A respeito da importância do conceito de função para a Matemática Moderna, George Papy, no V Congresso Brasileiro de Ensino da Matemática, afirmou que "Matemática Moderna se apresenta sob um aspecto explìcitamente e conscientemente relacional". Ele prossegue falando que no passado se conseguiu desenvolver matemática sem o uso constante da noção de relação [...]. Ele indica, contudo, que isso não poderia mais ser feito, pois uma '[...] visão moderna das geometrias, por outro lado, sistemàticamente usa transformações que são funções. Todos reconhecem a importância das funções, mesmo na matemática aplicada de análise, que consiste essencialmente no estudo de certas classes de funções'. (LANDO, 2012, p. 226-227)

Apesar da importância do conceito de função para a matemática, Lando (2012) ressalta que não encontrou resposta para a falta de um tópico específico para esse conceito nos livros didáticos da coleção Matemática moderna, o que nos leva a avaliar que, por mais identificação que os autores tinham com o ideário do movimento, eles se valeram de suas próprias ideias ao estruturarem a coleção aqui analisada.

Consideramos que a coleção de livros didáticos Matemática moderna, resultado de estudos, pesquisas e experimentações produzidos na Bahia, por Martha Dantas e as demais professoras baianas, sob orientação do professor Omar Catunda, apresenta, na sua composição, vestígios das características estruturalistas da matemática moderna: o rigor matemático nas demonstrações; a forma como os passos são enumerados cuidadosamente; a linguagem. No entanto, acreditamos que os autores também levaram em consideração ideias que não estavam relacionadas com a proposta do MMM, (Figura 4).

Figura 4 – Demonstração da área do disco



12. **Área do disco**

Considere-se um disco de raio r.

Sabe-se que o comprimento do círculo é $2\pi r$.

Suponha-se que o disco tenha sido dividido em um número bastante grande de figuras iguais, semelhantes a triângulos, com o vértice no centro. Observa-se que, recortando essas figuras pode-se obter uma figura, mais ou menos, como esta:

Pode-se comparar a área desta figura, que é, aproximadamente, igual à área do disco, com a área do retângulo de base $b = 2\pi r$ e $h = r$; no caso, $b = 12{,}56$cm e $h = r = 2$ cm.

A área do disco é, assim, a metada da área dêsse retângulo. Tem-se, portanto, para o disco,

$$A = \frac{2\pi r . r}{2},$$

$$A = \pi r^2.$$

Fonte: Dantas, Nogueira e Moreno (1967, p. 198).

Para construir essa demonstração matemática, os autores desenvolveram, primeiramente, o conhecimento de comprimento e raio do círculo. Observamos que os autores supõem a divisão do disco, utilizando figuras geométricas conhecidas

para facilitar a compreensão dos estudantes durante a demonstração matemática. Fizeram uma relação com a área do retângulo, um conceito já abordado pelos autores anteriormente, e concluíram que a área do disco é a metade da área do retângulo. Avaliamos que a linguagem matemática abordada nessa prova é simples e de fácil compreensão para os alunos que a estudaram. Contudo, ressaltamos que, de acordo com a concepção bourbakista, uma demonstração geométrica não é uma prova rigorosa, o que nos leva a conjecturar que os autores levaram em consideração os ideários do MMM como também as suas próprias ideias.

Considerações finais

Na Bahia, na década de 1960, consolidou-se um grupo de professores de matemática que, no âmbito de diferentes instituições educacionais, mas, principalmente, no Ceciba, realizou estudos, pesquisas, produções e experimentações, com o objetivo de propiciar um novo ensino de matemática para o secundário. Identificamos, nas produções do grupo, tanto vestígios de ideias consolidadas no MMM, como elementos que nos permitem constatar uma autonomia dos autores ao considerarem abordagens metodológicas que contribuíssem com o processo de abstração matemática.

Ao analisarmos os livros didáticos da coleção Matemática moderna, em especial as demonstrações matemáticas, percebemos indícios de que os autores comungavam com ideias propostas pelo MMM. Encontramos vestígios da presença da concepção bourbakista, base da proposta do MMM para a reformulação curricular do ensino de matemática. Essas conclusões emergiram das considerações que fizemos acerca do rigor nas demonstrações desenvolvidas, da presença da teoria axiomática, da linguagem adotada nas explicações e da importância que os conceitos possuem no desenvolvimento das provas matemáticas.

Referências

CHOPPIN, A. História dos livros e das edições didáticas: sobre o estado da arte. *Educação e Pesquisa*, São Paulo, v. 30, n. 3, p. 549-566, set./dez. 2004. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/ep/v30n3/a12v30n3.pdf>. Acesso em: 4 jun. 2015.

DANTAS, M. M. de S.; NOGUEIRA, E. C.; MORENO, M. A. A. *Matemática moderna I*. Orientação de Omar Catunda. Salvador: UFBA, 1967.

DANTAS et al. *Matemática moderna II*. Orientação de Omar Catunda. Salvador: Ceciba, 1968.

DANTAS et al. *Matemática moderna III*. Orientação de Omar Catunda. Salvador: Ceciba, 1969.

DIAS, A. L. M. O Instituto de Matemática e Física da Universidade da Bahia: atividades matemáticas (1960-1968). *História, Ciências, Saúde – Manguinhos*, Rio de Janeiro, v. 15, n. 4, p. 1049-1075, out./dez. 2008.

DIEUDONNÉ, J. *A formação da matemática contemporânea*. Lisboa: Dom Quixote, 1990.

FREIRE, I. A. A. *Ensino de matemática*: iniciativas inovadoras no Centro de Ensino de Ciências da Bahia (1965-1969). 2009. 102 f. Dissertação (Mestrado em Ensino, Filosofia e História das Ciências) – Universidade Federal da Bahia, Salvador; Universidade Estadual de Feira de Santana, Feira de Santana, 2009.

GUIMARÃES, H. M. Por uma matemática nova nas escolas secundárias: perspectivas e orientações curriculares da matemática moderna. In: MATOS, J. M.; VALENTE, W. R. (Org.). *A matemática moderna nas escolas do Brasil e de Portugal*: primeiros estudos. São Paulo: Capes, 2007. p. 21-45.

LANDO, J. C. *Práticas, inovações, experimentações e competências pedagógicas das professoras de matemática no Colégio de Aplicação da Universidade da Bahia (1949-1976)*. 2012. 307 f. Tese (Doutorado em Ensino, Filosofia e História das Ciências) – Universidade Federal da Bahia, Salvador; Universidade Estadual de Feira de Santana, Feira de Santana, 2012.

LIMA, E. B. *Matemática e matemáticos na Universidade de São Paulo*: italianos, brasileiros e bourbakistas (1934-1958). 2012. 260 f. Tese (Doutorado em Ensino, Filosofia e História das Ciências) – Instituto de Física, Universidade Federal da Bahia, Salvador; Universidade Estadual de Feira de Santana, Feira de Santana, 2012.

PIETROPAOLO, R. C. *(Re)significar a demonstração nos currículos da educação básica e da formação de professores de matemática*. 2005. 388 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2005.

SALLES, A. M. O livro didático como objeto e fonte de pesquisa histórica e educacional. *Semina*, Londrina, v. 10, p. 1-16, 2011.

SILVA, M. C. L. da. Movimento da matemática moderna: possíveis leituras de uma cronologia. *Revista Diálogo Educacional*, Curitiba, v. 6, n. 18, p. 49-63, maio/ago. 2006.

Análise institucional de manuais escolares da década de 1970: uma compreensão da construção do saber matemático à luz da Teoria Antropológica do Didático

João Lucas Santos Silva
Luiz Marcio Santos Farias
Edmo Fernandes Carvalho

Introdução

Considerações a respeito da forma de como se conduz o ensino e o trabalho com a didática na matemática não são um debate recente. Esse é um tema recorrente de discussão entre professores, investigadores e matemáticos. Além disso, referências teóricas didáticas da matemática têm permitido a fundamentação de investigações, compreensão de fenômenos e interpretação do saber matemático presente em instituições. Considerando os livros didáticos elementos de uma instituição que abriga saberes a serem ensinados, do ponto de vista da antropologia da didática, tais referências teóricas podem contribuir para uma compreensão dos movimentos pelos quais passava a sociedade na época da publicação dos referidos manuais.

Desde as últimas décadas do século XIX, diversos países se manifestavam em defesa de uma modernização do ensino, o qual foi marcado principalmente pela mudança do contexto social, em que o crescimento do comércio e da indústria contribui para que o ensino de matemática sentisse a necessidade de entrar em sintonia com as transformações sociais. Tais transformações deram ao ensino de matemática visibilidade e permitiram a criação de um espaço necessário para reformas significativas, especialmente para a educação básica.

Essas reformas assumiram um caráter de coesão e seriedade quando, em 1908, foi instituída a Commission Internationale de L'Enseignement Mathématique (CIEM) (VALENTE, 2008) também conhecida pela sigla IMUK de Internationale Mathematische Unterrichts Kommission.[1] Esse comitê possuía a função de estudar todas as questões relativas à educação matemática. Essa organização, inicialmente, possuía a tarefa de fazer relatórios sobre a situação do ensino de matemática dos países desenvolvidos, porém, devido ao matemático e também presidente do comitê Felix Klein, o IMUK atuou como agente de mudanças, começando pelos projetos do próprio Klein. (SOARES, 2008)

Além de se preocupar com a integração da matemática com outras disciplinas, esse comitê almejava modificar a grade curricular dos cursos de ensino básico, preocupando-se com o futuro dos estudantes. Esse tópico por sua vez possuía um influxo de extrema valia para com a investigação aqui estabelecida, uma vez que suas contribuições refletem na adoção de mudanças em livros didáticos. No entanto, as atividades do IMUK foram interrompidas durante as guerras, mas foram de grande importância para reformas posteriores. (SOARES, 2008)

A partir de 1950, surgiram novas organizações em prol do avanço e melhoria do ensino e do currículo dos cursos de matemática. Nessa época já havia o consenso de que no ensino de matemática não havia uma grade curricular adequada para atender às necessidades dos alunos e professores, já que o desenvolvimento tecnológico e científico requisitava mais da formação desses sujeitos.

Em 1959, outro passo importante foi dado na Conferência de Royaumont na França. Nessa, o foco era o ensino secundário. Desta forma, em tese, os estudantes possuiriam uma melhor preparação para que futuramente, em estudos universitários, estivessem aptos a se tornar cientistas e engenheiros, além de executar com mais eficiência as novas aplicações matemáticas na indústria, já que essa era a demanda profissional da época. (SOUZA, 2010)

Dois anos antes da Conferência de Royaumont, havia sido lançado o satélite Sputnik 1, fato que, de acordo com vários autores, pode ter impulsionado um avanço mundial na modernização do ensino da matemática. Além disso, tal fato desencadeou a criação de um ambiente propício ao levantamento de conjecturas sobre a possível existência de um atraso educacional estadunidense, especialmente no que concerne à formação científica. (SILVA; PIRES, 2013) Aliado a essa neces-

1 Em 1954 o comitê passou a ser conhecido pela sigla ICMI de *International Comission on Mathematical Instruction*.

sidade de modernização, a escola bourbakista ganhou muitos seguidores nos EUA, fato determinante na matemática moderna que conhecemos hoje.

Acreditando que os fatos mencionados anteriormente influenciaram não somente o MMM, mas também os manuais didáticos produzidos nesse período, no presente capítulo, objetivamos analisar duas edições de um livro didático à luz da Teoria Antropológica do Didático, mais particularmente centrando um olhar sobre a análise institucional. Para tal, foram selecionados dois manuais escolares do ensino de matemática, o *Ensino atualizado da matemática 4* e o *Ensino atualizado da matemática: 8ª série do primeiro grau*, publicados pela editora Edart nos anos de 1971 e 1975, respectivamente.

A abordagem metodológica da investigação aqui apresentada caracteriza-se por três análises. Na primeira, realizamos um estudo das teorias modernas da matemática e em seguida realizamos uma análise institucional dos manuais didáticos que traziam as ideias de inovação e modernização do ensino da matemática, e, para finalizar, correlacionamos as análises realizadas, comparando as contribuições teóricas de ambos os campos de forma exemplificada e com utilização de anexos do livro.

Os resultados das análises contribuem para uma melhor compreensão do processo transpositivo dos saberes matemáticos, de acordo com a concepção de ensino moderno da matemática vigente no período analisado.

Matemática Moderna

O movimento da Matemática Moderna discutia um dos tópicos principais da Conferência de Royamont, a preparação dos jovens no ensino secundário, já que a mesma não atendia mais às demandas da época. Assim como toda proposta de mudança, a matemática moderna ganhou adeptos eloquentes e também críticos nem um pouco receptivos. Porém, todos concordavam que o ensino da matemática precisava ser revisto. Desse modo, a discussão era sobre quais aspectos metodológicos deveriam ser modificados.

Os pensadores da matemática moderna tiveram como auxílio pensamentos e ideias de outros autores contemporâneos, como do já citado Felix Klein. A ideia dele era "modernizar" o ensino da Matemática dando maior ênfase à análise, à geometria, à física e aos conceitos de grupo e de transformação.

As principais ideias dos seguidores da matemática moderna se concentravam nos projetos de Bourbaki. Nicholas Bourbaki foi um pseudônimo utilizado por um

grupo de matemáticos sendo eles: Dieudonné, Cartan, Chevalley, Weil, Delsarte que defendiam três pilares básicos chamados de estruturas-mãe. (NOVAES, 2005) O primeiro pilar constitui-se pelas estruturas algébricas, que, por sua vez, consistem em um conjunto associado a uma ou mais operações sobre o mesmo que satisfazem certos axiomas (verdades inquestionáveis); por conseguinte, estruturas de ordem, sistemas formados por um conjunto R sobre o qual está definida uma relação binária $\leq$ "menor ou igual" que goza dos seguintes postulados:

1. Reflexiva: se x pertence a R, $x \leq x$;
2. Antissimétrica: se x,y e R, com $x \leq y$ e $y \leq x$, então $x=y$;
3. Transitiva: se x,y,z e R, com $x \leq y$ e $y \leq z$, então $x \leq z$.

E, por fim, as estruturas topológicas, que são um conjunto de técnicas que permitem perceber as relações espaciais inerentes ao posicionamento relativo dos objetos, independentes de suas dimensões ou coordenadas exatas. Além disso, podem ser aplicadas relações de continência, adjacência e conectividade. Essas três estruturas seriam capazes de gerar todo o conhecimento necessário para o aprendizado da matemática. "Para Bourbaki, as estruturas são 'ferramentas' para o matemático e seu estudo proporciona uma 'considerável economia de pensamento". (SOARES, 2001, apud COSTA, 2014, p. 23)

Além do conceito de estruturas-mãe, outro que ficou associado e muito marcante nos trabalhos de Bourbaki foi o da noção de conjuntos. (COSTA, 2014; VALENTE, 2005) Pretendia-se que a teoria dos conjuntos fosse passada para os alunos de todos os níveis de escolaridade a fim de facilitar a compreensão dos conceitos matemáticos, além de unificar a matemática, que no século XIX ainda era considerada como "as matemáticas".

Havia também um foco nas estruturas algébricas, já que anteriormente as explicações para problemas matemáticos eram "aceitáveis", porém não contemplavam uma verdade universal. Antes da reforma, o que era posto em prática pelos livros didáticos era uma ênfase excessiva em uma linguagem precisa e rigorosa e na justificação de cada passo dado na resolução de problemas. (SOARES, 2001 apud VILLELA, 2009) Por exemplo: se anteriormente precisava-se contar fraldas, contava-se: 3 fraldas + 3 fraldas. Após a reforma, o estudo do conceito das estruturas algébricas possibilitou ao aluno uma nova ótica, assim o estudante deveria saber que 4a + 3a é igual a 7a devido à propriedade distributiva e nunca porque 4 abacaxis mais 3 abacaxis é igual a 7 abacaxis, pois esse mesmo argumento não serviria mais no caso da operação $4a \cdot 3a = 12a^2$. (SANGIORGI, 1962, p. 3)

Além da ideia de conjuntos, outros tópicos foram favorecidos para o ensino da matemática, como as bases de sistemas de números; o estudo de congruências e a utilização da linguagem simbólica, os quais evidenciaremos nas análises que se sucederão. Esta utilização de linguagem simbólica é de extrema importância para nosso estudo, já que essa linguagem foi amplamente utilizada nos livros didáticos e os críticos da época citavam que esses manuais escolares ficaram cheios de definições abstratas e muitas vezes desnecessárias.

Os adeptos do Movimento da Matemática Moderna encontraram nos trabalhos de Bourbaki um guia para a matemática e, nos trabalhos de psicólogos como Jean Piaget e de educadores, grande apoio no sentido de garantir e validar as possíveis mudanças no currículo e na metodologia do ensino de matemática. (NOVAES, 2005)

A psicologia foi de extrema importância para o avanço dos trabalhos da matemática moderna, em especial, a teoria psicogenética de Jean Piaget. (NOVAES, 2005) O trabalho de Piaget com operações lógico-matemáticas com crianças leva esta pesquisa a assumir um caráter "natural" para com as três "estruturas-mãe" do grupo Bourbaki. Em seus estudos, ele encontrou correspondência com as referidas estruturas. Além disso, mostrou que, mais tarde, por volta dos 11-12 anos, essas estruturas elementares podem se combinar formando um grupo quaternário de transformações INRC (I=identidade, N=inversa, R=recíproca, C=contrário) que cada vez mais se aproximam da lógica de proposições. (NOVAES, 2005)

A matemática moderna e o livro didático

Os manuais escolares no ensino são de extrema importância, e isto não difere quando se relaciona à propagação dos ideais de modernização do ensino da matemática. Tendo em vista a necessidade de mudança da forma de pensar a matemática, os livros didáticos que continham tendências mais clássicas estavam em fase de reformulação.

Desse modo, os livros novos tornaram-se mais atraentes graficamente, as ilustrações ganharam espaço, houve o destaque para as definições, cores novas e tamanhos diferentes. Mas não somente isso, a maioria dos livros recebia um adjetivo de "moderno" na capa, assim, os livros que adotavam as características da matemática moderna estavam "na moda". Logo, havia a pressão das editoras sobre os autores para que eles se renovassem e seguisse a nova forma de fazer manuais escolares matemáticos, o que auxiliou a ágil adoção por todo o mundo. Porém,

a modernização atingiu não somente o conteúdo físico do livro, mas a grade e principais conteúdos.

Teoria Antropológica do Didático e análise institucional

Durante muito tempo, estabeleceu-se a preocupação com a transformação do ensino, sobre quais tópicos deveriam ser alterados e de que forma isso poderia acontecer. Estas também são pautas que concernem à didática da matemática. Nesse campo de investigação, a Teoria Antropológica do Didático (TAD) (CHEVALLARD, 1996) utiliza um modelo muito valioso que condiz parcialmente com a investigação aqui presente. Ao assumirmos o livro didático como elemento institucional e também "instituição de saber a ser ensinado", e o aluno como "sujeito ensinado", podemos pensar na configuração de situações didáticas.

No que se refere à análise de manuais escolares (análise institucional), a TAD serve de lente para estudo da caracterização das praxeologias desenvolvidas por um grupo de indivíduos que utilizam esse elemento institucional, e que tem potencial de desenvolvimento da atividade matemática institucional.

Uma análise institucional é um estudo que se realiza em torno de elementos institucionais, a partir de inquietações levantadas pelo investigador. Com sua realização, objetivamos estudar os fenômenos que emergem no processo de ensino e aprendizagem. Assim, propomo-nos, no presente capítulo, apresentar uma análise institucional em torno de dois livros didáticos da década de 1970. Mas, como se faz uma análise institucional e qual sua finalidade didática são questões que se impõem no estudo dos manuais didáticos e que pretendemos esclarecer nesse capítulo. Uma análise institucional permite identificar tanto as condições de existência como as restrições que determinam numa dada instituição suas práticas em torno de objetos matemáticos.

Um saber não vive no vácuo, ancora-se em uma ou mais instituições, (CHEVALLARD, 1996) sendo nesse contexto o livro didático um importante *habitat* para diversos saberes que constituem a matemática escolar. Ademais, importa saber quais as condições que garantiram a inserção de tais conteúdos matemáticos nos manuais didáticos, que a nível social foram os ideais de modernização do ensino da matemática, numa tentativa de realçar sua unidade.

Igualmente relevante à análise institucional de um manual didático, são as relações institucionais entre pessoas, objetos e instituições, postuladas por Chevallard (1989), que podem ser inferidas da referida análise do livro de matemática. Um

objeto (O) do saber é institucionalizado ou assim reconhecido, se existe a relação denotada por R(I,O) da instituição I com o objeto O. Esse reconhecimento passa, por exemplo, pelos registros apresentados no livro didático.

Além disso, como as instituições admitem pessoas, Chevallard (1989) versa também sobre relações pessoais de um indivíduo X com um objeto O da instituição, denotado por R(X,O) e afirma que essa relação só pode ser estabelecida quando X entra na instituição I onde vive O com certas finalidades, por exemplo, realizar um determinado curso, que reconhece esse objeto, ou a análise de um objeto matemático num manual didático.

O estudo da relação R(X,O) consiste no estudo das práticas efetivas de indivíduos de determinadas instituições de referência, por exemplo, investigar como os ideais de modernização do ensino da matemática influenciaram as organizações de algumas instituições, mais particulamerte influenciaram os livros didáticos publicados na decada de 1970.

Análises dos manuais escolares

A escolha dos livros que analisamos justificou-se por serem obras organizadas por representantes da matemática moderna na Bahia, liderados pelos professores Omar Catunda e Marta Maria de Souza Dantas, sendo estas obras o *Ensino atualizado da matemática: curso ginasial Vol. IV,* editora Edart de 1971, e o *Ensino atualizado da matemática: oitava série do primeiro grau*, da mesma editora, 1975. (LIMA, LANDO, FREIRE, 2013)

Apresentamos as análises por etapas, primeiro da edição de 1971; em seguida, a edição de 1975, evidenciando aspectos tais como estrutura organizacional do livro e relações institucionais a partir deles, que se trata na verdade de inferências.

1. *Ensino atualizado da matemática: curso ginasial Vol. IV*

Quanto às suas características físicas, esse manual escolar possui 111 páginas – sendo que dez páginas são de respostas dos exercícios propostos. Além disso, possui uma errata extra de 15 páginas para auxiliar a compreensão do próprio livro, não sendo a mesma datada. O livro se encontra inteiramente em preto e branco – com exceção da capa – e as únicas imagens anexadas são as figuras geométricas utilizadas para a explicação do conteúdo. Apresenta-se dividido em 8 capítulos e faz parte de uma coleção dos mesmos autores.

Como vimos anteriormente, a matemática moderna teve um poder de influxo muito grande nas obras didáticas que sucederam as discussões sobre o processo

de modernização do ensino. O livro analisado faz parte de uma série, portanto, ele segue um padrão particular de conteúdos, focando este volume somente na continuidade do Programa de Geometria. Portanto, os conteúdos inseridos na obra são: geometria euclidiana: círculo; relações da noção de ângulos: seno, co-seno e tangente de um ângulo; relações métricas num triângulo: lei dos senos e co-senos; relações métricas no círculo; polígonos regulares; área dos polígonos; índice (área); equação do segundo grau e cálculos de radicais.

Na apresentação dos saberes supracitados, os autores utilizam de um raciocínio preciso e direto, sem apresentar exemplos práticos, nem fazendo arrodeios com os assuntos, assim como proposto na matemática moderna.

Como exemplo, apresentamos alguns aspectos da organização do material didático no primeiro capítulo intitulado "Círculo". Com uma proposta de nova apresentação dos saberes, o capítulo é composto por uma introdução breve, tendo em vista que uma grande parte dos assuntos que se sucederão terá como base o estudo do círculo; em seguida, definições, propriedades, consequências e teoremas. No final de cada capítulo, há uma gama de tarefas na forma de exercícios de fixação, tais como: "Mostrar que os segmentos das tangentes a um círculo C, tiradas por um ponto P exterior ao círculo, compreendidos entre P e os pontos de contato são iguais". (CATUNDA et al., 1971, p. 16) As demais questões seguem esse estilo de enunciado. Apesar da proposta de renovação na linguagem utilizada, as tarefas não estão relacionadas a questões que fazem apelo ao interesse dos estudantes, como aspectos sociais.

Nesse livro, todos os temas são tratados da mesma forma, revelando uma preocupação com o rigor influenciada por uma proposta de aprendizagem pela descoberta. No entanto, essa estrutura que permeia a maior parte do manual escolar pode ocasionar dificuldades futuras para os alunos, visto que o valor dos conhecimentos adquiridos por eles depende da qualidade do meio, como motivador do grau de aceite ou recusa da situação proposta. (BROUSSEAU, 1996)

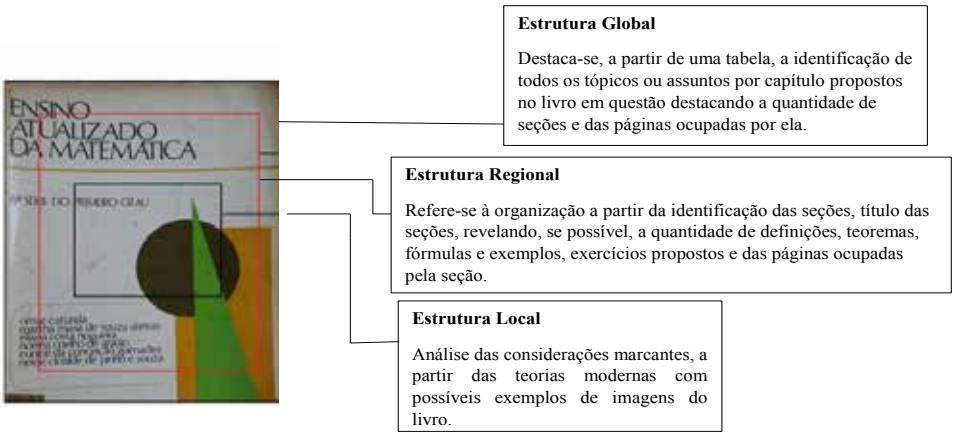
Ao adotar o livro didático como elemento institucional, a criação de uma atmosfera didática é totalmente possível – como vimos anteriormente –, porém ela não é a ideal. Dito isso, evidenciamos o papel dos professores no processo de ensino como agente que faz existir praxeologias matemáticas em suas aulas.

2. *Ensino atualizado da matemática: oitava série do primeiro grau*

A referida obra possui cento e quarenta e uma páginas divididas em oito capítulos. Além disso, encontramos uma área reservada às respostas das tarefas pro-

postas. Para essa obra, apresentamos suas estruturas global, regional e local para um objeto matemático, visto que é uma edição já atualizada, em relação à obra anterior, permitindo analisar as influências do MMM, após as críticas a que a edição de 1971 foi submetida. A Figura 1 traz um resumo da referida estrutura.

Figura 1 – Estruturas organizacionais do livro didático



Fonte: Elaborada pelos autores a partir de Catunda (1975).

Na tabela a seguir, apresentamos a organização global desse manual didático, com indicação de conteúdos e quantidade de páginas dedicadas a eles.

Tabela 1 – Estrutura global do livro *Ensino atualizado da matemática* – 8

Capítulo	Assunto	Seções	Páginas
1	Círculo	6	25
2	Extensão da noção de ângulo; seno co-seno e tangente de um ângulo	3	20
3	Relação métrica num triangulo: lei dos senos e co-senos	4	14
4	Relações métricas no círculo	4	13
5	Polígonos regulares convexos	2	13
6	Áreas dos polígonos	9	13
7	Equação do segundo grau		11
8	Cálculo de radicais Respostas		11

Fonte: elaborada pelos autores.

A próxima tabela traz a estrutura organizacional regional dessa obra. Nesse caso, é possível apresentar mais detalhes, em termos de quantidade de definições, exemplos, exercícios, dentre outras informações, que permitem, por exemplo, inferirmos sobre prováveis comportamentos dos sujeitos agindo sobre as tarefas propostas nos livros, estabelecidos de forma implícita, por exemplo, pela definição apresentada, pelo tipo de tarefa indicada como exemplo e pela quantidade de exercícios dedicada a cada capítulo.

Tabela 2 – Estrutura regional do livro *Ensino atualizado da matemática* – 8

Capítulo	Título do capítulo	Definições	Exemplos	Exercícios	Páginas	Teoremas
1	Círculo	4	0	39	25	15
2	Extensão da noção de ângulo; seno cosseno e tangente de um ângulo	0	1	53	20	0
3	Relação métrica num triângulo: lei dos senos e cossenos	1	0	48	14	2
4	Relações métricas no círculo	0	0	29	13	2
5	Polígonos regulares convexos	1	4	19	13	4
6	Áreas dos polígonos	0	0	32	13	0
7	Equação do segundo grau	2	9	39	21	0
8	Cálculo de radicais	0	11	13	11	0

Fonte: elaborada pelos autores.

Mas é na estrutura organizacional local, apresentada a seguir, que podemos mergulhar nas concepções apresentadas nesse livro, por meio da inferência sobre as praxeologias que podem ser institucionalizadas pelos exemplos e respostas dos exercícios. Tais organizações matemáticas podem trazer traços da influência da matemática moderna e definir como se constituem as relações dos sujeitos com o objeto matemático contido no livro.

A partir de uma análise à luz das concepções de modernização do ensino da matemática, observamos que o livro segue uma ordem de raciocínio para que a informação seja integralizada pelo aluno. Essa ligação traz as novas faces de um ensino que deveria ser voltado ao entendimento aprofundado e dinâmico dos

saberes matemáticos, relacionando, assim, o que foi proposto na Conferência de Royaumont.

Devemos levar em consideração que, nessa obra, o capítulo também dedicado ao tema círculo inicia a abordagem dos saberes com a introdução de conceitos considerados importantes, e que vêm em explicações dinâmicas e acompanhadas de imagens, como podemos ver na Figura 2.

Figura 2 – Teoremas com imagens no livro *Ensino atualizado da matemática* – 8

TEOREMA 2

Num círculo, a ângulos centrais iguais correspondem arcos congruentes e, reciprocamente.
Demonstração:

Sejam AOB e A'OB' dois ângulos centrais iguais e igualmente orientados.

A rotação de ângulo AOA' leva o ângulo central AOB no ângulo A'OB e, portanto, o arco AB no arco A'B'.

Pela mesma rotação, demonstra-se que a recíproca é verdadeira.

TEOREMA 3

Num círculo cordas iguais correspondem a ângulos centrais iguais e, reciprocamente.

Demonstração:

Com efeito, dadas num círculo de centro O, as cordas AB e A'B', com AB = A'B', os triângulos AOB e A'OB' são isósceles e, portanto, congruentes pelo terceiro caso de congruência de triângulos quaisquer; assim. os ângulos centrais AOB e A'OB' são iguais.

Fonte: Catunda e colaboradores (1975, p. 16).

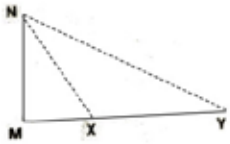
O Teorema "2", da imagem acima, interage direto com a demonstração desse mesmo teorema, representando uma dinamização da explicação do conteúdo, se comparada à forma clássica anteriormente apresentada nos livros didáticos antes publicados. Do ponto de vista institucional, estabelece-se, por meio dessa tarefa, implicitamente, uma maneira de tratar o referido saber matemático, pautado na apresentação de demonstrações, alicerçadas pela utilização de figuras. As relações institucionais, especialmente sujeito-objeto matemático, possivelmente, foram an-

coradas na forma privilegiada de apresentação de técnicas, e de outras ferramentas matemáticas contidas nesse manual didático.

Por outro lado, apesar da forma moderna de apresentação dos saberes nos novos livros didáticos, as tarefas ainda pareciam desligadas das questões sociais. Podemos falar, nesse caso, que o referido manual não dava conta da discussão da razão de ser social dos saberes matemáticos nele contidos. Ainda que, nesse volume da coleção *Ensino atualizado da matemática*, fosse privilegiada a apresentação das demonstrações dos teoremas a serem ensinados, não há garantia de que a compreensão da razão de ser interna à matemática ocorria, como pode ser visto nos tipos de tarefas presentes na Figura 3.

Figura 3 – Exercícios do livro *Ensino atualizado da matemática* – 8

33. No meio de uma praça, há um obelisco de altura MN. Dos pontos X e Y, distantes 25 m um do outro e alinhados com M, observa-se a extremidade N do obelisco. Do ponto X, a extremidade N é vista sob um ângulo de 60º com o horizonte e, do ponto Y, sob um ângulo de 30º. Calcular $\overline{NY}$.



34. Seja ABC um triângulo e 88º um diâmetro do círculo circunscrito a esse triângulo, provar que:
$\frac{a}{\text{sen}\,\hat{A}} = 2R$

35. Achar o raio do círculo circunscrito a um triângulo ABC, sendo a = 8 cm e $\hat{A}$ = 30º.

36. Dados os lados a, b e c de um triângulo, sendo a o lado maior, dizer as condições para que o triângulo seja:
a) Acutângulo.
b) Obtusângulo.
c) Retângulo.

37. Determinar a natureza do triângulo ABC, nos seguintes casos:
a) a = 8 cm, b = 7 cm e c = 5 cm.
b) a = 13 cm, b = 12 cm e c = 5 cm.
c) a = 9 cm, b = 8 cm e c = 4 cm.

Fonte: Catunda e colaboradores (1975, p. 69).

Ao final do livro, percebemos que os números encontrados no início se invertem nas perspectivas do raciocínio. As quantidades de exemplos aumentaram e os teoremas, as definições e os exercícios diminuíram, fornecendo modelos a serem seguidos, mostrando a importância do rigor nas práticas associadas aos referidos conteúdos.

Figura 4 – Exemplos de tarefas equações do segundo grau – *Ensino atualizado da matemática* – 8

Exemplos:

1. Resolver a equação $7x^2 + 21x = 0$.

Como já se viu, pode-se escrever:

$$(7x + 21)\,x = 0;$$

tem-se, então,

$$x = 0 \quad \text{ou} \quad 7x + 21 = 0,$$

ou, o que é o mesmo,

$$x = 0 \quad \text{ou} \quad x = -3.$$

Portanto, $x_1 = 0$ e $x_2 = -3$ são as raízes de $7x^2 + 21x = 0$.

2. Resolver a equação $3x^2 = 0$.

Pode-se escrever

$$x^2 = 0,$$

donde

$$x_1 = x_2 = 0$$

são as raízes da equação $3x^2 = 0$.

Como se vê, esta equação tem duas raízes nulas ou, em outras palavras, uma raiz dupla nula.

b) Para $b = 0$ e $c \neq 0$,

tem-se

$$ax^2 + c = 0;$$

por propriedade da adição de reais, tem-se

$$ax^2 = -c,$$

donde

$$x^2 = \frac{-c}{a}.$$

Fonte: Catunda e colaboradores (1975, p. 115).

Os autores apresentam generalizações e exemplos, como podemos ver na figura acima, para resolução de equações do segundo grau. Nesse caso, são apresentadas técnicas para resolução desse tipo de equação, utilizando os conhecimentos sobre fatoração de polinômios. Tais técnicas são modelos que certamente guiam as praxeologias dos estudantes ao utilizarem tal livro.

Ademais, em sua estrutura, o livro analisado tenta trazer as orientações discutidas na Conferência de Royaumont, como um programa de álgebra integrado à aritmética, à geometria, trigonometria, análise, combinado de forma que seja apresentada uma unidade à matemática. (SOARES, 2008) Assim, grande parte da álgebra tradicional, de pouca ou nenhuma aplicação no estudo posterior de matemática, deveria ser eliminada, e a geometria euclidiana tradicional modificada em favor de outros métodos de estudo do espaço, sendo possível visualizar isto de forma bem clara nesse volume da coleção *Ensino atualizado da matemática*.

A respeito do contrato didático que pode ser estabelecido nas relações do sujeito com o objeto matemático, por meio das tarefas presentes nesse livro, notamos

uma quantidade significativa de exercícios que revelam a intenção de aprofundamento do estudo dos saberes abordados, implicando maior dedicação à resolução de um maior número de exercícios. As observações apresentadas são um indício da interatividade desse novo método evocado, cuja finalidade seria facilitar a compreensão das ferramentas matemáticas que deveriam ser utilizadas nas tarefas.

Vale ressaltar que os livros analisados trazem pressupostos de uma modernização do ensino da matemática que não pretende a completa modificação de um programa de ensino de matemática, mas que os programas já conhecidos fossem ressignificados. Os modernos programas de matemática, expressão mais adequada segundo Valente (2008), nos livros didáticos, expressaram uma concepção da formação do jovem estudante brasileiro, por meio de um ensino dos mesmos assuntos antes ensinados, porém com uma linguagem moderna, mais atrativa para os estudantes daquela época.

Considerações finais

Podemos dizer que os livros analisados, assim como outros que refletiam os ideais da matemática moderna, foram veículos privilegiados de divulgação dessa nova proposta. (VALENTE, 2008) Esses manuais didáticos tentaram expressar a importância vista por seus adeptos para o desenvolvimento dos processos de aprendizagem. Nesses, percebemos a contribuição da escola bourbakiana, pelas suas organizações com utilização de teoremas e definições, além da quantidade significativa de exercícios.

No *Ensino atualizado da matemática: curso ginasial Vol. IV*, a linguagem utilizada é uma característica marcante, mas revela uma certa incompletude dos anseios do moderno programa de matemática, sendo necessária uma nova edição, o *Ensino atualizado da matemática, 8º série do primeiro grau*, em que notamos a utilização do espaço de transmissão do saber, com uma dinâmica bem integrada de linguagem e métodos que contribuem para a prática desses novos princípios norteadores de práticas matemáticas naquele período.

Em comparação aos manuais didáticos atuais, os que analisamos, nesse estudo, expressam uma modernização no ensino da matemática, muito mais do ponto de vista da utilização de novos dispositivos e nomenclaturas, do que no sentido de significados conceituais, relacionados à realidade, e, como evidência desse fato, citamos as críticas ao MMM, quanto ao caráter acentuadamente formalista dos

saberes matemáticos escolares, com ênfase na linguagem e na simbologia, amplamente discutidas após o fim desse movimento.

Referências

BOURBAKI, N. The architecture of mathematics. In: LE LIONNAIS, F. (Ed.). *Great currents of mathematical thought*. New York: Dover, 1971. v. 1, p. 23-36.

BROUSSEAU, G. Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches em Didactique des Mathématiques*, Grenoble, v. 7, n. 2, p. 33-115, 1986.

BROUSSEAU, G. Fundamentos e métodos a didática da matemática. In: BRUN, J. (Org.). *Didáctica das matemáticas*. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. p. 35-113.

CATUNDA, O. et al. *Ensino atualizado da matemática, 8ª série do 1º grau*. 3. ed. São Paulo: EDART, 1975.

CATUNDA, O. et al. *Ensino atualizado da matemática*: curso ginasial. São Paulo: EDART, 1971. 4 v.

CHEVALLARD, Y. Conceitos fundamentais da didática: as perspectivas trazidas por uma abordagem antropológica. In: BRUN, J. (Org.). *Didáctica das matemáticas*. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. p. 115-153.

CHEVALLARD, Y. Le concept de rapport au savoir. Rapport personnel, rapport institutionnel, rapport officiel. In: SÉMINAIRE DE DIDACTIQUE DES MATHÉMATIQUES ET DE L'INFORMATIQUE, 1989, Grenoble. *Actes*... Grenoble: Université Joseph Fourier, 1989.

COSTA, L. M. F. da. *O movimento da matemática moderna no Brasil*: o caso do Colégio de São Bento do Rio de Janeiro. 2014. 166 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2014.

GONÇALVES, K. R.; BITTAR, M. As operações de adição e subtração dos números inteiros em livros didáticos do 7º ano do ensino fundamental. In: SEMINÁRIO SUL-MATO-GROSSENSE DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9., 2015, Campo Grande. *Anais*... Campo Grande: UFMS, 2015. p. 58-71. Disponível: <http://seer.ufms.br/index.php/sesemat/article/view/1709>. Acesso em: 15 nov. 2015.

LIMA, E. B., LANDO, J. C., FREIRE, I. A. A. A coleção didática Ensino Atualizado da Matemática: o guia do professor. In: CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA, 7., 2013, Montevideo. *Actas*... Montevideo: Sociedad de Educación Matemática Uruguaya, 2013. p. 3938-3945. Disponível em: <http://www.cibem7.semur.edu.uy/7/actas/pdfs/892.pdf>. Acesso em: 10 nov. 2015.

NOVAES, B. W. D. As contribuições de Jean Piaget para a educação matemática. In: EDUCERE, 5.; CONGRESSO NACIONAL DA ÁREA DE EDUCAÇÃO, 3., 2005, Curitiba. *Anais*... Curitiba: Pontifícia Universidade Católica do Paraná, 2005. p. 483-489.

Disponível em: <http://www.pucpr.br/ eventos/educere/ducere2005/anaisEvento/paginas/educere.htm>. Acesso em: 10 nov. 2015.

SANGIORGI, O. Introdução da matemática moderna no ensino secundário. In: GRUPO DE ESTUDOS DO ENSINO DA MATEMATICA (São Paulo). *Matemática moderna para o ensino secundário*. São Paulo: IBECC, 1962. p. 1-14.

SANTOS, E. B. *Análise e construção da ESFERA no ambiente papel/lápis e computacional MAPLE*. 2013. 161 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, 2013.

SILVA, M. A. da; PIRES, C. M. C. Organização curricular da matemática no ensino médio: a recursão como critério. *Ciência & Educação*, Bauru, v. 19, n. 2, p. 249-266, 2013.

SOARES, F. Ensino de matemática e matemática moderna em congressos no Brasil e no mundo. *Revista Diálogo Educacional*, Curitiba, v. 8, n. 25, p. 727-744, set./dez. 2008. Disponível em: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=189116827011>. Acesso em: 10 nov. 2014.

SOUZA, G. M. de. *Felix Klein e Euclides Roxo*: debates sobre o ensino da matemática no começo do século XX. 2010. 72 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2010.

VALENTE, W. R. Osvaldo Sangiorgi e o Movimento da Matemática Moderna no Brasil. *Revista Diálogo Educacional*, Curitiba, v. 8, n. 25, p. 583-613, set./dez. 2008.

VILLELA, L. M. A. *"GRUEMA"*: uma contribuição para a história da educação matemática no Brasil. 2009. 223 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Bandeirante de São Paulo, São Paulo, 2009.

Análise institucional de livros didáticos utilizados na Bahia na década de 1970: influências da modernização da matemática

Luiz Marcio Santos Farias
Philippe Quadros dos Santos
Edmo Fernandes Carvalho

Introdução

No presente capítulo, realizamos uma análise institucional de dois manuais didáticos utilizados na Bahia e publicados na década de 1970, que tiveram, nas suas elaborações, a participação de professores que atuavam em favor da modernização do ensino da matemática, ao mesmo tempo em que destacamos alguns aspectos que revelam os ideais do Movimento da Matemática Moderna (MMM) presentes nessas obras.

Em suma, a análise institucional dos livros didáticos, apresentada aqui, fundamenta-se numa estruturação que abrange três momentos, começando num nível global, continuando no nível regional e local. (HENRIQUES; NAGAMINE; NAGAMINE, 2012) Assim, podemos observar as organizações matemáticas presentes nos livros, facilitando a identificação das influências exercidas pelas referências teóricas e metodológicas do MMM na elaboração dos manuais didáticos.

Para a progressão da análise em questão, fez-se necessário considerar as circunstâncias do processo de modernização do ensino da matemática, especialmente os reflexos desse movimento nas praxeologias matemáticas dos sujeitos das instituições que utilizavam os referidos livros. Desse modo, as organizações matemáticas presentes nesses manuais revelam de certo modo as praxeologias de-

senvolvidas na década de 1970 e que consequentemente foram influenciadas por ideais de modernização do ensino.

Para Chevallard (1992), um saber não existe num vácuo social. Este existe porque é abrigado por uma instituição e faz parte da atividade matemática desenvolvida por sujeitos dessa instituição. Dito isso, as concepções de modernização discutidas aqui no Brasil, de 1950 a 1970, visando melhorias no ensino da matemática, encontraram um local no qual pudesse existir "o livro didático", e, assim sendo, pode-se dizer que as propostas para um currículo de matemática novo fizeram parte das organizações didáticas e matemáticas dos docentes, à medida em que essas práticas se ancoravam nos livros da época.

Desse modo, destacamos que é possível, pela análise institucional de manuais didáticos, identificar pontos que revelam traços da atividade matemática (AM) desenvolvida no ensino secundário, ou seja, as ações humanas que compõem ao menos o bloco do saber-fazer, ou técnico-prático. (CHEVALLARD, 1992) Além disso, pode revelar o que seria um indício da incompletude da referida atividade matemática (LUCAS et al., 2014), visto que, ainda que fosse apresentada uma matemática caracterizada por uma linguagem formal, porém dita próxima do aluno, o discurso que justificava as técnicas apresentadas nos modelos de tarefas presentes nesses livros não garantia o desenvolvimento de um momento didático tecnológico-teórico, que revela a razão de ser dos objetos matemáticos nas referidas AM. (BOSCH; GASCÓN, 2009)

Movimento da Matemática Moderna

Podemos dizer que o processo de modernização da matemática no Brasil teve como ponto de partida discussões fomentadas em congressos realizados no país. Mas, segundo Lando (2012), os indícios dessa modernização no âmbito brasileiro começam a emergir oficialmente por meio da "Reforma Francisco Campos" em 1931. Tal reforma, segundo Miorim (1998), constituiu-se como uma primeira tentativa de estruturação do ensino secundário brasileiro, levando em consideração as propostas de modernização do ensino da matemática. Com efeito, a referida reforma introduziu mudanças significativas no modelo de ensino vigente no período, e, no que se refere à matemática escolar, Soares, Dassie e Rocha (2004) apontam, como mudanças no currículo, a fusão de trigonometria, da álgebra, da aritmética e da geometria, o conceito de função como eixo norteador do currículo e a introdução do cálculo diferencial e integral no ensino secundário.

De acordo com Lima, Lando e Freire (2013), o processo de mudanças não ocorreu de forma tão natural, surgindo forte resistência às referidas ideias modernizadoras, que viriam a ser consideradas na reforma seguinte a "Gustavo Capanema" na década de 1940. Por meio da constituição de uma comissão de elaboração de programas escolares, algumas ideias de modernização foram aceitas, outras refutadas, especialmente no que se refere ao que deveria ser ensinado, como foi o caso da não aceitação do conceito de funções nas séries iniciais, conforme apontam Soares, Dassie e Rocha (2004). É importante salientar que, segundo Alvarez (2004) e Marques (2005), tais reformas refletiram de forma contundente na produção de livros didáticos daquele período, e mais, podemos dizer que ainda existem vestígios de tais ideais de modernização.

Do ponto de vista institucional, podemos acrescentar que de certo modo as referidas reformas e as concepções de um novo modelo de ensino promoveram reconstrução de praxeologias matemáticas nas relações entre saber e sujeitos das instituições que adotaram os manuais didáticos que traziam tais inovações curriculares.

Um dos aspectos que merecem destaque quanto à modernização da matemática é a necessidade de apresentar uma determinada unidade da matemática aliada às inovações dos métodos de ensino. Isso implicou na revisão do conteúdo matemático com a proposta de um novo programa de matemática, como fora recomendada no seminário de Royaumont. (GUIMARÃES, 2011) Como consequência disso, ocorreu uma maior valorização da álgebra em detrimento da geometria euclidiana, que teve reflexos até pouco tempo nas organizações didáticas de muitos professores que seguiam a estrutura do livro didático e o uso de uma linguagem mais formal da matemática, representando a preocupação que pairava, naquele momento, com relação ao rigor dos métodos matemáticos, que se tornariam os grandes alvos de críticas ao MMM.

Outro ponto que mereceu destaque foi a discussão no seminário de Royaumont do papel do aluno no processo de aprendizagem. Nesse, segundo Guimarães (2011), defendia-se que as tarefas propostas aos estudantes deveriam fazer apelo ao interesse destes, despertando o desejo pela investigação. Entretanto, de acordo com a estrutura organizacional local dos livros analisados, em que delimitamos o olhar a um objeto matemático específico, o apelo ao interesse do aluno parece surgir pela utilização de expressões do cotidiano da época, mas a investigação não aparece de forma tão explícita.

A Bahia entra no cenário nacional do movimento pela modernização do ensino da matemática com a realização do 1º Congresso Nacional de Ensino da Matemática no Curso Secundário, em 1955. Um dos objetivos desse congresso foi propor mudanças para o ensino de matemática no curso secundário (LIMA; LANDO; FREIRE, 2013) em consonância com os anseios da comunidade internacional de educadores.

Dentre os representantes desse movimento, na Bahia, destaca-se a professora Martha Maria de Souza Dantas. Retornando do exterior e contando com apoio de Omar Catunda, contribuiu para que ocorresse a passagem de um modelo de ensino mais tradicional para outro com ideias mais modernas, que refletiram na elaboração de livros didáticos, estruturados e organizados por professores que atuavam nessa região. Podemos dizer que um dos seus legados é a recomendação para um ensino que respeite a forma e o tempo de aprendizagem de cada estudante, como pode ser visto no livro *Matemática 5*, que compõe fonte para discussão aqui proposta.

Aspectos metodológicos

A análise institucional dos dois livros didáticos é feita à luz da Teoria Antropológica do Didático, sem perder de vista os aspectos supracitados do MMM. (CHEVALLARD, 1992) Desse modo, cientes da influência do referido movimento na elaboração dos livros didáticos, utilizamos como referência o modelo proposto por Henriques, Nagamine e Nagamine (2012) para apresentar três estruturas organizacionais dos manuais selecionados, a saber: estrutura organizacional global, regional e local. De modo geral, apresentam-se em quadros, com a quantidade de seções do livro, títulos das seções, definições, teoremas, fórmulas, exercícios, exemplos e em quais páginas se encontram esses itens, entre outros elementos.

Com base nessa organização, pode-se, na estrutura local, focar em objetos matemáticos específicos, dos quais é possível revelar as praxeologias matemáticas imbricadas no processo de ensino, por meio da utilização desses livros didáticos. Destacam-se assim os tipos de tarefas comuns numa determinada instituição, bem como as técnicas utilizadas na resolução das tarefas, além do discurso racional, que justificam as técnicas.

Estrutura organizacional global dos livros didáticos

Os livros didáticos utilizados para análise foram *Ensino atualizado da matemática 5ª série do 1º grau*, São Paulo: EDART, 1973 e *Matemática 5 - 1ºgrau*, Salvador, 1977. O primeiro livro é constituído de sete capítulos, como podemos ver no Quadro 1, e o segundo é um conjunto de 47 fichas.

O objetivo dessas organizações é orientar as análises institucionais dos referidos livros, buscando elementos que restringem ou contribuem com o desenvolvimento da atividade matemática. (BOSCH; GASCÓN, 2009; HENRIQUES; NAGAMINE; NAGAMINE, 2012) No contexto desse estudo, as organizações institucionais dos livros didáticos permitem colocar a lente sobre a forma como a matemática escolar estava sendo organizada, pela estrutura dos livros, revelando assim as influências do processo de modernização da matemática.

Nos referimos às organizações institucionais, compreendendo o livro didático enquanto um dos elementos de uma instituição, no sentido empregado por Chevallard (1992), podendo esta ser explicitada como um dispositivo social, total ou parcial, que impõe aos seus sujeitos formas de fazer e de pensar, que são próprias. Nesse caso, uma sala de aula, uma escola e a própria aula são consideradas instituições no âmbito da Teoria Antropológica do Didático (TAD).

Em *Ensino atualizado da matemática: 5ª série do 1º grau*, cada capítulo é dividido em média por "dez vírgula oito" seções.

Quadro 1 – Estrutura organizacional global

Capítulo	Conteúdo Matemático	Seções	Páginas
1	Conjuntos, Relações e Operações	20	59
2	Números Naturais; Adição; Sistemas de numeração; Bases	4	17
3	Operações no Sistema Decimal	16	37
4	Divisibilidade	3	17
5	Divisores comuns; Múltiplos comuns; Números primos	13	25
6	Frações	10	27
7	Números decimais	10	17
8	Respostas	-	11

Fonte: elaborado pelos autores com base em Catunda e colaboradores (1973).

A mesma estrutura é seguida para *Matemática 5*, conforme podemos visualizar no Quadro 2.

Quadro 2 – Estrutura organizacional global

Conteúdo Matemático	**Seções**	**Páginas**	**Quant. Fichas**
Conjuntos, Operações, Relações	13	38	13
Representação de números naturais na reta, Comparação de números naturais, Operações em N.	11	29	10
Decomposição de um número (fatores primos), Mínimo múltiplo comum	2	6	3
Frações e operações	14	29	14
Números decimais e operações, Dízimas periódicas, Cálculo de geratriz.	6	12	7

Fonte: elaborado pelos autores com base em Dantas e colaboradores (1977).

A média de seções dos capítulos do primeiro manual apresentado no Quadro 1 é de "dez vírgula oito" seções. Já na obra *Matemática 5*, cada capítulo é dividido em média por "um vírgula quatro" seções, sendo este último estruturado por um conjunto de fichamentos elaborados para professores. Essa organização global do livro permite uma visão total dos objetos matemáticos elencados, bem como a hierarquia dos referidos saberes, que determinava, de certa forma, o ordenamento das aulas nas instituições nas quais se utilizavam esses manuais didáticos.

Cada capítulo do segundo manual é dividido em média por "um vírgula quatro" seções. A estrutura do livro é apresentada de forma diferenciada, pois o mesmo é um conjunto de fichamentos elaborado para professores.

Destacamos, entre os objetos matemáticos, a inclusão dos conjuntos e relações, nesses volumes. Atualmente, esses objetos não têm um *habitat* na série/ano equivalente ao do período analisado. Esse se encontra no ensino médio, especificamente na primeira série desse ciclo.

Estrutura organizacional regional do livro didático

Nessa etapa, é apresentada a estrutura regional dos dois livros didáticos já mencionados anteriormente. Por meio dessa, é possível estudar, assim como na organização global, fenômenos que emergem no processo de ensino e aprendizagem, pela utilização do livro didático. (HENRIQUES; NAGAMINE; NAGAMINE, 2012) Ainda segundo esses autores, a organização regional permite evidenciar os objetos de estudo tratados nos capítulos em análise, possibilitando identificar quantidade de definições, teoremas, exemplos, exercícios, páginas destinadas a cada capítulo ou seção. Podemos entender, por exemplo, porque numa determinada situação

um estudante utiliza uma operação em lugar de outra. Possivelmente, estabelece-se um contrato implícito na relação dos sujeitos com o saber, definido pelo tipo e quantidade de tarefas associadas a este.

Na estrutura regional do livro *Ensino atualizado da matemática: 5ª série do 1º grau*, podemos destacar que o capítulo destinado ao estudo dos conjuntos, relações e operações, são apresentadas duas definições, com 29 exemplos, um teorema e um total de 113 exercícios. Quanto aos números naturais, não são apresentadas definições nem teoremas, mas a quantidade de exemplos é maior, 65 ao todo, enquanto são propostos 81 exercícios. Em comparação com o capítulo anterior, é possível notar o peso dado ao conteúdo que havia sido incluído a partir dos ideais de modernização da matemática.

Nos capítulos destinados à divisibilidade, divisores e múltiplos comuns, e números primos, também não são apresentadas definições, nem teoremas. São 73 exemplos e 60 exercícios. Já nos dois últimos capítulos, sobre frações e números decimais, não aparecem definições e teoremas, e a quantidade de exemplos são respectivamente 9 e 12, e os exercícios propostos são 78 ao todo.

No livro *Matemática – 5*, que na verdade é constituído de fichas, é possível encontrar 46 dessas que dão conta dos mesmos conteúdos do primeiro livro analisado. As fichas destinadas ao estudo dos conjuntos, relações e operações, trazem 5 definições, 31 exemplos e 97 exercícios. Diferente do livro *Ensino atualizado da matemática*, ele apresenta perguntas com e sem respostas, uma forma de diálogo dos autores com os sujeitos que utilizariam o referido livro, sendo ao todo 4 e 61 perguntas respectivamente. As fichas destinadas aos números naturais e operações totalizam 8 definições, 47 exemplos, dos quais 10 são de potenciação e 12 de propriedades de divisões exatas, e 65 exercícios, sendo deste total 12 sobre a divisão exata de números naturais. São 2 perguntas com respostas e 32 sem respostas.

Das fichas destinadas à divisibilidade, divisores e múltiplos comuns e números primos, são encontradas 2 definições, 4 exemplos, 27 exercícios, 7 perguntas com respostas e 22 sem respostas.

Para o tema frações, é apresentada uma definição, que não corresponde aos conceitos de números fracionários, 28 exemplos, 172 exercícios propostos, sendo o tópico com maior quantidade de exercícios, 34 perguntas com respostas e 57 sem respostas.

As últimas fichas são reservadas ao estudo dos números decimais e operações. Nessas não são apresentadas definições, e a quantidade de exemplos é quase a mesma das frações, 26 ao todo. Quanto aos exercícios, esses totalizam 163, já as

perguntas com respostas não são apresentadas, enquanto as perguntas sem respostas são 13 no total.

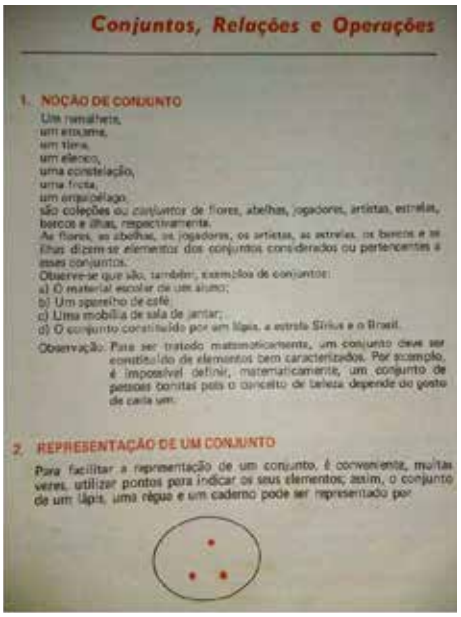
Em ambos os livros, é possível perceber a ênfase dada à aritmética, o que significa que neles os números e as operações tinham seu *habitat* consolidado, e consequentemente também nas práticas desenvolvidas nas instituições de ensino que os utilizavam. Mas vale enfatizar a presença de objetos matemáticos que já não fazem parte dos atuais manuais escolares, como conjunto e relações. De qualquer forma, em comparação com o estudo dos números pertencentes aos diferentes conjuntos numéricos, podemos dizer que havia um investimento maior nas operações aritméticas. Constatamos esse fato, por exemplo, identificando a quantidade de exercícios para cada seção do livro; é o caso do *Matemática 5*, que apresenta 97 exercícios sobre conjuntos e relações, enquanto a parte de aritmética são 441 exercícios propostos.

Análise local dos livros didáticos

Nesse tipo de análise, é necessário enfatizar um determinado saber como forma de aprofundar, por exemplo, o estudo das organizações matemáticas institucionais (HENRIQUES; NAGAMINE; NAGAMINE, 2012), ou seja, a forma de desenvolver as atividades matemáticas numa determinada instituição. Desse modo, são explicitadas as ferramentas matemáticas que podem fazer parte do repertório dos sujeitos dessa instituição, tais como as técnicas para resolução de tarefas, conceitos, propriedades, dentre outras. O livro didático surge nesse contexto como elemento norteador dessas práticas. Nesse estudo, optamos por analisar o objeto matemático Conjuntos, pelo fato deste não ter mais um *habitat* nos livros destinados ao primeiro ano do terceiro ciclo do ensino fundamental.

Desse modo, como forma de delimitar a análise local do livro *Ensino atualizado da matemática:* 5ª série do 1° grau, tomamos o capítulo destinado ao estudo dos conjuntos, relações e operações. A noção de conjunto apresentada é uma tentativa de aproximar a matemática do sujeito que a estudaria, como podemos notar pelo uso de expressões da língua portuguesa que indicam coletivos, como enxame, ramalhete, etc. Tais expressões poderiam levar o estudante a dar significado ao objeto matemático, criando elos para aprendizagem. Nesse sentido, o trecho: "Para ser tratado matematicamente, um conjunto deve ser constituído de elementos bem caracterizados. [...] é impossível definir, matematicamente, um conjunto de pessoas bonitas, pois o conceito de beleza depende do gosto de cada um" (CATUNDA et al., 1973, p. 7), representa as intenções dos autores dessa obra.

Figura 1 – Noção de conjunto



Conjuntos, Relações e Operações

1. NOÇÃO DE CONJUNTO

Um ramalhete,
um enxame,
um time,
um elenco,
uma constelação,
uma frota,
um arquipélago,
são coleções ou *conjuntos* de flores, abelhas, jogadores, artistas, estrelas, barcos e ilhas, respectivamente.
As flores, as abelhas, os jogadores, os artistas, as estrelas, os barcos e as ilhas dizem-se *elementos* dos conjuntos considerados ou pertencentes a esses conjuntos.
Observe-se que são, também, exemplos de conjuntos:
a) O material escolar de um aluno;
b) Um aparelho de café;
c) Uma mobília de sala de jantar;
d) O conjunto constituído por um lápis, a estrela Sírius e o Brasil.

Observação: Para ser tratado matematicamente, um conjunto deve ser constituído de elementos bem caracterizados. Por exemplo, é impossível definir, matematicamente, um conjunto de pessoas bonitas pois o conceito de beleza depende do gosto de cada um.

2. REPRESENTAÇÃO DE UM CONJUNTO

Para facilitar a representação de um conjunto, é conveniente, muitas vezes, utilizar pontos para indicar os seus elementos; assim, o conjunto de um lápis, uma régua e um caderno pode ser representado por

Fonte: Catunda e colaboradores (1973, p. 7).

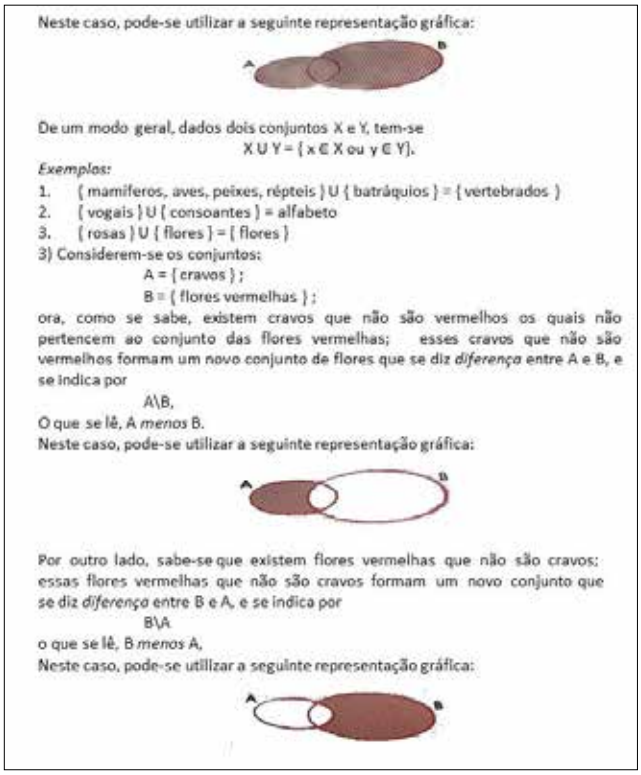
Essa metodologia segue uma das recomendações das teorias modernas da matemática, de fazer o aluno descobrir e explorar a matemática e dessa forma apreender o objeto matemático ensinado. A aproximação do conceito de conjunto com exemplos do dia a dia da pessoa é um dos indícios que demonstravam uma mudança no tratamento dado aos saberes matemáticos nos livros didáticos. Essa forma se contrapunha à velha tradição de aprender memorizando, característica do ensino tradicional da matemática, que já vinha sendo criticada no Brasil desde a década de 1920. (PINTO, 2005)

Observamos no livro mais uma das propostas das teorias modernas da matemática que é a valorização da linguagem e símbolos matemáticos. Trabalhar com a linguagem matemática aproxima o aluno da álgebra que era considerada o conteúdo unificador da matemática.

É possível perceber a valorização dada ao uso de símbolos próprios da matemática na Figura 2, e o uso de registros de representações semióticas diferentes. Por exemplo, nessa figura, destacam-se duas técnicas para as operações entre conjuntos. Desse modo, para as tarefas do tipo representar a união entre dois conjun-

tos, a técnica τ1 – símbolo utilizado no âmbito da Teoria Antropológica do Didático para representar no conjunto de ações humanas, as técnicas que os sujeitos utilizam para resolver tarefas matemáticas – pode ser expressa pela generalização da operação de união entre dois conjuntos: "De um modo geral, dados dois conjuntos X e Y, tem-se X U Y = ". (CATUNDA et al., 1973, p. 14) Dentre os exemplos, encontramos a união entre o conjunto das vogais com conjunto das consoantes resultando no conjunto formado pelo alfabeto. Notamos que não são apresentados conjuntos cujos elementos sejam números, isso talvez indique uma tentativa de mostrar a matemática em outros contextos, e mais, justificar a inclusão do objeto conjuntos e relações no currículo escolar para a série em questão.

Figura 2 – Utilização de diagramas e símbolos matemáticos



Neste caso, pode-se utilizar a seguinte representação gráfica:

De um modo geral, dados dois conjuntos X e Y, tem-se

X U Y = { x ∈ X ou y ∈ Y}.

Exemplos:

1. { mamíferos, aves, peixes, répteis } U { batráquios } = { vertebrados }
2. { vogais } U { consoantes } = alfabeto
3. { rosas } U { flores } = { flores }

3) Considerem-se os conjuntos:

A = { cravos } ;

B = { flores vermelhas } ;

ora, como se sabe, existem cravos que não são vermelhos os quais não pertencem ao conjunto das flores vermelhas; esses cravos que não são vermelhos formam um novo conjunto de flores que se diz *diferença* entre A e B, e se indica por

A\B,

O que se lê, A *menos* B.

Neste caso, pode-se utilizar a seguinte representação gráfica:

Por outro lado, sabe-se que existem flores vermelhas que não são cravos; essas flores vermelhas que não são cravos formam um novo conjunto que se diz *diferença* entre B e A, e se indica por

B\A

o que se lê, B *menos* A,

Neste caso, pode-se utilizar a seguinte representação gráfica:

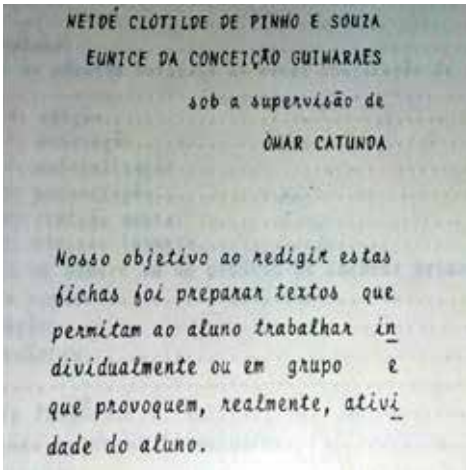
Fonte: Catunda e colaboradores (1973, p. 14).

Já a técnica τ2, para o mesmo tipo de tarefa, representa-se, por meio do uso de diagramas coloridos (recurso figural), a união entre os conjuntos X e Y, em que

ambos os diagramas são coloridos indicando a união em questão. Não podemos deixar de fazer uma comparação com essa forma de apresentação da noção da operação de união entre dois conjuntos, com a forma utilizada nos atuais livros didáticos de 1ª série do ensino médio. Possivelmente, numa análise mais detalhada, podemos destacar outros objetos que mantêm atualmente as marcas do processo de modernização da matemática, representados nos livros didáticos das décadas de 1960 e 1970.

Analisando o mesmo objeto matemático no livro *Matemática - 5*, sendo esse composto por fichas, é possível identificar, no início do capítulo dedicado à noção de conjuntos, a abordagem que será dada aos conteúdos matemáticos ali apresentados: "Nosso objetivo ao redigir estas fichas foi preparar textos que permitam ao aluno trabalhar individualmente ou em grupo e que provoquem, realmente, atividade do aluno", (DANTAS et al., 1977) conforme pode ser visto na Figura 4. Nesse contexto, também ficam claros os ideais da modernização da matemática, em destaque na forma como pensavam em inserir o estudante na atividade matemática da instituição onde o referido livro era utilizado. Com relação às concepções da professora Martha Dantas, o livro abre espaço para que o tempo do estudante seja respeitado, permitindo-o descobrir e explorar a matemática individualmente, forma que o levaria a aprender em seu tempo.

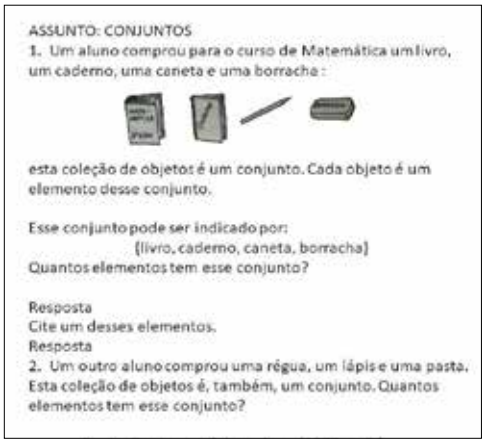
Figura 3 – Apresentação da obra


NEIDÉ CLOTILDE DE PINHO E SOUZA
EUNICE DA CONCEIÇÃO GUIMARAES
sob a supervisão de
OMAR CATUNDA

Nosso objetivo ao redigir estas fichas foi preparar textos que permitam ao aluno trabalhar individualmente ou em grupo e que provoquem, realmente, atividade do aluno.

Fonte: Dantas e colaboradores (1977).

Figura 4 – Conceito de conjuntos, ficha 2


ASSUNTO: CONJUNTOS
1. Um aluno comprou para o curso de Matemática um livro, um caderno, uma caneta e uma borracha :

esta coleção de objetos é um conjunto. Cada objeto é um elemento desse conjunto.

Esse conjunto pode ser indicado por:
{livro, caderno, caneta, borracha}
Quantos elementos tem esse conjunto?

Resposta
Cite um desses elementos.
Resposta
2. Um outro aluno comprou uma régua, um lápis e uma pasta. Esta coleção de objetos é, também, um conjunto. Quantos elementos tem esse conjunto?

Fonte: Dantas e colaboradores (1977, p. 3)

Vale destacar um elemento possivelmente considerado inovador nesse manual didático para a época: dois tópicos presentes no Quadro 4 que contém a organização regional do livro didático *Matemática – 5*, as perguntas com respostas e perguntas sem respostas. Essas são perguntas feitas ao aluno que utiliza o livro, visando delinear a compreensão desse estudante. Tais perguntas não são exercícios, conduzem o estudante a refletir sobre o conteúdo estudado. Como podemos ver na Figura 5, as perguntas são acompanhadas de caminhos a serem percorridos para encontrar as soluções, ou seja, é como se fosse um diálogo entre o professor e o estudante, em que o docente aponta o caminho a ser seguido pelo aluno. Nesses casos, ainda que as técnicas não estejam explicitamente representadas por símbolos matemáticos, as orientações fornecidas aos alunos os conduzem às técnicas e a outras ferramentas matemáticas que precisam ser utilizadas.

Outro ponto que merece destaque, nessa obra, é que há uma tentativa de aproximação entre as linguagens do cotidiano do estudante com a linguagem matemática, sem que os signos próprios desta última sejam negligenciados, como pode ser visto na Figura 6. Há, ainda, uma tentativa de aproximação entre os domínios numérico e algébrico nas atividades propostas, isso, de certo modo, revela a concepção de que a álgebra tem um grande papel nas teorias modernas da matemática, devido a seu potencial de unificar os próprios objetos matemáticos e atuar na questão do distanciamento da matemática no secundário e na universidade.

Figura 5 – Questões sem respostas

Resposta

2. Um outro aluno comprou uma régua, um lápis e uma pasta. Esta coleção de é, também, um conjunto. Quantos elementos tem esse conjunto?

Resposta

Indique esse conjunto colocando os elementos entre chaves.

Resposta

3. *Outros exemplos de conjunto:*

Uma constelação

Todas as carteiras de sua classe

{sol, lua, terra}

{a, e, i, o, u}

4. a) Diga se os alunos de sua classe formam um conjunto.

Resposta

b) Diga se os professores de sua escola formam um conjunto.

Resposta

c) Dê dois exemplos de conjunto

Resposta

5. Há certos conjuntos que só ficam determinados quando são indicados os seus elementos. Por exemplo, o conjunto seguinte:

{sol, lua, terra}

Outras vezes basta uma expressão para determinar um conjunto. Por exemplo, a expressão:

"todas as letras que são vogais"

Fonte: Dantas e colaboradores (1977, p. 3).

Apesar de destacarmos os elementos supracitados como características positivas das obras analisadas, existem críticas à forma como a matemática moderna chegou às escolas brasileiras, principalmente àquelas distantes dos grandes centros urbanos. Pinto (2005) destaca que este movimento começou a ser difundido lentamente nos anos 1960, mas que as escolas receberam de sobressalto tais mudanças via livro didático. Essa colocação nos leva a refletir sobre as consequências do uso desse material didático nas escolas naquela época, no que se refere aos impactos de um novo manual didático com as referidas novas ideias, que mesclavam o formalismo matemático com situações prototípicas do cotidiano dos estudantes.

O viés formalista da matemática moderna não foi reconhecido naquele período em que surgiram as referidas inovações no ensino. Pensava-se que esse movimento proporcionava um ensino mais atraente e descomplicado, visando superar a rigidez da matemática tradicional. (PINTO, 2005) A aparente superação à matemática mais tradicional, no livro didático, destacava-se pelo uso de uma linguagem mais próxima do estudante e pelo uso de figuras e cores, diferentes dos livros anteriores a esse período.

Por outro lado, do ponto de vista do desenvolvimento da atividade matemática institucional, há que se refletir sobre as possibilidades, por exemplo, da

reconstrução de ferramentas matemáticas – como as técnicas (BOSCH; GASCÓN, 2009), à medida em que se tentava aproximar os conteúdos de situações que simbolizavam a realidade, ainda que os manuais didáticos não abrissem mão do formalismo matemático como forma de garantir uma compatibilidade das ditas novas propostas com a epistemologia geral da matemática.

Considerações finais

Na análise dos dois livros didáticos, realizada neste capítulo, destacamos a combinação formalismo matemático x linguagem cotidiana como grande marca do movimento da modernização do ensino da matemática no Brasil.

Os ideais de aprendizagem no tempo do aluno são outra marca que se notou no segundo livro analisado. Entretanto, as críticas encontradas atualmente às inovações do ensino da matemática promovidas nas décadas de 1960 e 1970 nos conduzem a refletir sobre as marcas que esses ideais possam ter deixado, e que são heranças hoje, para a restrição da atividade matemática institucional. Na verdade, há de se investigar não somente as restrições, mas as condições que favoreceram o que conhecemos hoje enquanto práticas desenvolvidas nas instituições e que são dominantes nessas.

Longe da proposta de julgar a modernização da matemática, compreendemos que o formalismo matemático, tão criticado atualmente, foi ao mesmo tempo um elemento que talvez tenha fadado esse movimento ao fracasso, mas que também preservou os aspectos epistemológicos gerais da matemática. Nesse sentido, cabe buscar as marcas desse formalismo hoje no ensino da matemática e também nos manuais didáticos, bem como encontrar um ponto de equilíbrio no processo de ensino e aprendizagem, que seja compatível ao mesmo tempo com os anseios sociais e com a referida epistemologia geral da matemática.

Referências

ALVAREZ, T. G. *A matemática da reforma Francisco Campos em ação no cotidiano escolar*. 2004. 257 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2004.

BOSCH, M.; GASCÓN, J. Aportaciones de la Teoría Antropológica de lo Didáctico a la formación del profesorado de matemáticas de secundaria. In: SIMPOSIO SEIEM, 13., 2009, Santander. *Investigación en educación matemática XIII*. Granada: SEIEM, 2009. p. 89-113.

CATUNDA, O. et al. *Ensino atualizado da matemática*: 5ª série do 1º grau. São Paulo: EDART, 1973.

CHEVALLARD, Y. Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Grenoble, v. 12, n. 1, p. 73-112, 1992.

DANTAS, M. M. S. et al. *Matemática 5*. Salvador: [s.n.], 1977. Conjunto de 47 fichas. Paginação irregular.

GUIMARÃES, H. M. A "modernização" do ensino da matemática em Portugal – Sebastião e Silva e as perspectivas metodológicas emanadas de Royaumont (1959). In: CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 13., 2011, Recife. *Anais*... [S.l.]: Comitê Interamericano de Educação Matemática, 2011. Disponível em: <http://ciaem-redumate.org/ocs/index.php/xiii_ciaem/xiii_ciaem/paper/viewFile/1919/937>. Acesso em: 10 nov. 2015.

HENRIQUES, A.; NAGAMINE, A.; NAGAMINE, C. M. L. Reflexões sobre análise institucional: o caso do ensino e aprendizagem de integrais múltiplas. *Bolema*: Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, SP, v. 26, n. 44, p. 1261-1288, dez. 2012.

LANDO, J. C. *Práticas, inovações, experimentações e competências pedagógicas das professoras de matemática no Colégio de Aplicação da Universidade da Bahia (1949-1976)*. 2012. 307 f. Tese (Doutorado em Ensino, Filosofia e História das Ciências) – Universidade Federal da Bahia, Salvador, 2012.

LIMA, E. B.; LANDO, J. C.; FREIRE, I. A. A. A coleção didática Ensino Atualizado da Matemática: o guia do professor. In: CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA, 7., 2013, Montevideo. *Actas*... Montevideo: Sociedad de Educación Matemática Uruguaya, 2013. p. 3938-3945. Disponível em: <http://www.cibem7.semur.edu.uy/7/actas/pdfs/892.pdf>. Acesso em: 10 nov. 2015.

LUCAS, C. O. et al. Aspetos da rigidez e atomização da matemática escolar nos sistemas de ensino de Portugal e da Espanha: análise de um questionário. *Educação Matemática Pesquisa*, São Paulo, v. 16, n. 1, p. 1-24, 2014.

MARQUES, A. S. *Tempos pré-modernos*: a matemática escolar dos anos 1950. 2005. 150 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005.

MIORIM, M. A. *Introdução à história da educação matemática*. São Paulo: Atual, 1998.

PINTO, N. B. Marcas históricas da matemática moderna no Brasil. *Revista Diálogo Educacional*, Curitiba, v. 5, n. 16, p. 25-38, set./dez. 2005.

SOARES, F. dos S.; DASSIE, B. A.; ROCHA, J. L. da. Ensino de matemática no século XX: da Reforma Francisco Campos à matemática moderna. *Horizontes*, Bragança Paulista, v. 22, n. 1, p. 7-15, jan./jun. 2004.

Sobre os autores

Edmo Fernandes Carvalho

Doutorando em Ensino, Filosofia e História das Ciências em Ensino, Filosofia e História das Ciências pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências da Universidade Federal da Bahia (UFBA), Universidade Estadual de Feira de Santana (UEFS). Professor da Universidade Estadual de Feira de Santana (UEFS). Feira de Santana, Bahia, Brasil. *E-mail*: edmofc@gmail.com, Facebook: https://www.facebook.com/edmo.f.carvalho.

Eliene Barbosa Lima

Doutora em Ensino, Filosofia e História das Ciências pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências da Universidade Federal da Bahia (UFBA), Universidade Estadual de Feira de Santana (UEFS). Professora adjunta da Universidade Estadual de Feira de Santana (UEFS). Feira de Santana, Bahia, Brasil. *E-mail*: elienebarbosalima@gmail.com

Inês Angélica Andrade Freire

Doutora em Ensino, Filosofia e História das Ciências pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências da Universidade Federal da Bahia (UFBA), Universidade Estadual de Feira de Santana (UEFS). Professora assistente na Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB). Jequié, Bahia, Brasil. *E-mail*: inafreire@gmail.com, Facebook - Inês Freire, Instagram - iaafreire

Janice Cassia Lando

Doutora em Ensino, Filosofia e História das Ciências pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências da Universidade Federal da Bahia (UFBA), Universidade Estadual de Feira de Santana (UEFS). Professora adjunta da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB). Jequié, Bahia, Brasil. *E-mail*: janicelando@gmail.com

João Lucas Santos Silva

Graduando do Bacharelado Interdisciplinar pelo Instituto de Humanidades, Artes e Ciências (IHAC) da Universidade Federal da Bahia (UFBA). Salvador, Bahia, Brasil. *E-mail*: joaolucasdss@gmail.com.

José Cassiano Teixeira Santos

Mestre em Educação Matemática pelo Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC). Ilhéus, Bahia, Brasil. *E-mail*: cassiano06@live.com, Facebook: https://www.facebook.com/jose.cassiano.71, Instagram: jose.cassiano.71.

Joubert Lima Ferreira

Doutor em Ensino, Filosofia e História das Ciências pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências da Universidade Federal da Bahia (UFBA), Universidade Estadual de Feira de Santana (UEFS). Professor da Universidade Estadual de Feira de Santana (UEFS). Feira de Santana, Bahia, Brasil. *E-mail*: jouferr@yahoo.com.br, Facebook: (https://www.facebook.com/joubert.ferreira.9), Instagram: @jouferr.

Larissa Pinca Sarro Gomes

Doutora em Educação pela Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP). Docente do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC). Ilhéus, Bahia, Brasil. *E-mail*: lpsgomes@uesc.br.

Luiz Marcio Santos Farias

Doutor em Didática da Matemática pela Universidade de Montpellier 2 – UM2 (França). Professor adjunto do Instituto de Humanidades, Artes e Ciências (IHAC) e Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências da Universidade Federal da Bahia (UFBA). Salvador, Bahia, Brasil. *E-mail*: lmsf@ufba.br.

Malú Rosa Brito Gomes

Mestra em Educação em Ciências e Matemática pelo Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Formação de Professores (PPG-ECFP) da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB), *campus* de Jequié Bahia. Professora da

Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB). Jequié, Bahia, Brasil. *E-mail*: malwrosa@gmail.com, Facebook: Malú Gomes, Instagram: @malurosa___.

Maria Nilsa Silva Braga

Mestra em Ensino, Filosofia e História das Ciências pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências da Universidade Federal da Bahia (UFBA), Universidade Estadual de Feira de Santana (UEFS). Professora da Rede Estadual da Bahia. Jequié, Bahia, Brasil. *E-mail*: mnsbraga@gmail.com, Instagram: @nilsabraga, Facebook: (https://www.facebook.com/nilsa braga).

Marta Mariele Barreto de Almeida Ferreira

Mestra em Educação em Ciências e Matemática pelo Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Formação de Professores – PPG-ECFP da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB), *campus* de Jequié, Bahia. Professora da Rede Estadual de Educação da Bahia. Jequié, Bahia, Brasil. *E-mail*: martamariele@gmail.com, https://www.facebook.com/100000032960530, Instagram: @martamariele.

Paula Carolyne Bomfim Oliveira

Graduada em Licenciatura em Matemática; Universidade Estadual de Feira de Santana (UEFS). Feira de Santana, Bahia, Brasil. *E-mail*: paulabomfim@live.com.

Philippe Quadros dos Santos

Graduando do Bacharelado Interdisciplinar pelo Instituto de Humanidades, Artes e Ciências (IHAC) da Universidade Federal da Bahia (UFBA). Salvador, Bahia, Brasil. *E-mail*: lippe2qs@gmail.com.

Rosemeire de Fatima Batistela

Doutora em Educação Matemática pelo Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista (UNESP), *campus* de Rio Claro, São Paulo. Professora assistente da Universidade Estadual de Feira de Santana (UEFS). Feira de Santana, Bahia, Brasil. *E-mail*: rosebatistela@gmail.com, Facebook: https://www.facebook.com/rosebatistela.

Wesley Ferreira Nery

Mestrando em Educação Matemática pelo Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC). Professor da rede municipal de ensino. Conceição do Jacuípe, Bahia, Brasil. *E-mail*: wesleyferreira-nery5@gmail.com, Facebook: https://m.facebook.com/wesley.fn.3?ref=bookmarks.

	Colofão
Formato	*17 x 24 cm*
Tipologia	*Mundo Sans Std*
Papel	*Alcalino 75 g/m² (miolo)* *Cartão Supremo 300 g/m² (capa)*
Impressão	*EDUFBA*
Capa e Acabamento	
Tiragem	*400 exemplares*