



UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

ANÁLISE DE CONFIABILIDADE DE SISTEMAS DE
MÁQUINAS COLHEDORAS DE CANA-DE-AÇÚCAR USANDO
O MODELO q -WEIBULL

João Vitor Storti Novo

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Industrial - PEI

Salvador

2019

João Vitor Storti Novo

ANÁLISE DE CONFIABILIDADE DE SISTEMAS DE MÁQUINAS
COLHEDORAS DE CANA-DE-AÇÚCAR USANDO O MODELO
 q -WEIBULL

Esta Dissertação de Mestrado foi apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Industrial da Universidade Federal da Bahia, como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Industrial.

Orientadores:

Prof. Dr. Silvio Alexandre Beisl Vieira de Melo

Prof. Dr. Edilson Machado de Assis

Salvador

2019

Ficha catalográfica.

Novo, João Vitor Storti

Análise de confiabilidade de sistemas de máquinas colhedoras de cana-de-açúcar usando o modelo q -Weibull / João Vitor Storti Novo – Salvador, 2019.

77p.: il.

Orientadores: Prof. Dr. Silvio Alexandre Beisl Vieira de Melo.
Prof. Dr. Edilson Machado de Assis.

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal da Bahia, Escola Politécnica, 2019.

1. Confiabilidade. 2. Taxa de falha. 3. q -Weibull. 4. Curva da banheira.
5. Máquinas colhedoras de cana-de-açúcar.

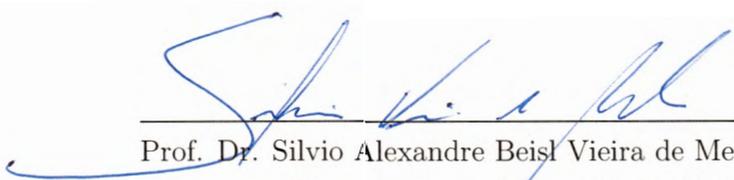
I. Vieira de Melo, Silvio Alexandre Beisl. II. Assis, Edilson Machado de.
III. Universidade Federal da Bahia. Escola Politécnica. IV. Título.

ANÁLISE DE CONFIABILIDADE DE SISTEMAS DE
MÁQUINAS COLHEDORAS DE CANA-DE-AÇÚCAR
USANDO O MODELO q -WEIBULL

João Vitor Storti Novo

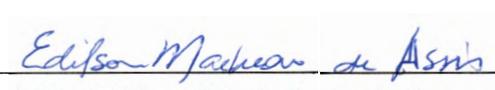
Dissertação de Mestrado submetida ao corpo docente do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Industrial da Universidade Federal da Bahia como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Industrial.

Salvador, 05 de junho de 2019



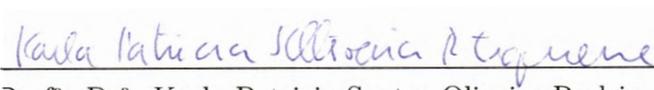
Prof. Dr. Silvio Alexandre Beisl Vieira de Melo

Doutor em Engenharia Química pela Universidade Federal do Rio de Janeiro, Brasil, 1997.



Prof. Dr. Edilson Machado de Assis

Doutor em Engenharia Industrial pela Universidade Federal da Bahia, Brasil, 2013.



Prof. Dr. Karla Patricia Santos Oliveira Rodriguez Esquerre

Doutora em Engenharia Química pela Universidade Estadual de Campinas, Brasil, 2003.



Prof. Dr. Herman Augusto Lepikson

Doutor em Engenharia Mecânica pela Universidade Federal de Santa Catarina, Brasil, 1998.

Aos meus queridos pais, Maria Helena e José Novo, por me proporcionarem boa educação e pelo incentivo aos estudos.

Meus pais – verdadeiros exemplos de trabalho, ética, perseverança e amor.

AGRADECIMENTOS

A Deus, pela orientação de minhas escolhas, pela presença em minha vida e, acima de tudo, pelo conforto nas horas mais difíceis.

Aos meus amados pais, pelo apoio ininterrupto, não só no decorrer dos estudos, mas durante toda a minha vida.

Ao meu irmão Lucas, pela amizade e fraternidade a todo tempo.

Ao Prof. Dr. Silvio Alexandre Beisl Vieira de Melo, pela inestimável orientação, suporte e incentivo durante todas as etapas do desenvolvimento do trabalho.

Ao Prof. Dr. Edilson Machado de Assis, pelas valiosas sugestões, contínua disponibilidade e predisposição em elucidar-me sobre as propriedades da q -Weibull.

À Prof^a. Dr^a. Ana Júlia Ferreira Rocha, exemplo de brilhantura acadêmica, pelo encorajamento de minha formação universitária.

Aos amigos pesquisadores do PEI: Anna, Celso, Eduardo, Izete, Janailson, Javier, Keilla, Márcia, Michel e Pedro, pelo agradável convívio e por fazerem da pesquisa um momento de alegria e descontração; em especial aos amigos Ramon e Tales, pela incommensurável solidariedade ao instruírem sobre modelagem matemática.

Aos amigos Aldo, Ana e Renzo, pelos excelentes momentos de alegria, convívio e amizade; essencialmente aos meus amigos Danton e Júnior, pela cordial convivência, companheirismo e pelas longas horas de diversão.

Aos membros da banca examinadora, pelo interesse em contribuir para uma melhoria desta Dissertação.

A todos os funcionários do PEI, pela constante disponibilidade.

À Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado da Bahia (6490/2016), pelo apoio financeiro deste trabalho.

A todos os desenvolvedores e colaboradores do \LaTeX , em particular a Youssef Cherem.

A todos os demais que contribuíram de alguma forma para a realização deste trabalho.

"Quando você pode medir aquilo de que fala e expressá-lo em números, você sabe alguma coisa sobre isto. Mas quando você não pode medi-lo, quando você não pode expressá-lo em números, o seu conhecimento é limitado e insatisfatório. Se você não pode medir algo, não pode melhorá-lo."

—LORD KELVIN

RESUMO

A colheita de cana-de-açúcar com o uso de máquinas colhedoras influencia diretamente o fornecimento de matéria-prima requerido pelas indústrias para a produção de açúcar, etanol biocombustível e bioenergia. O estudo de tempos até a falha por meio de cálculos de confiabilidade pode ajudar a evitar paradas operacionais indesejadas. Cinco sistemas de colhedoras de cana-de-açúcar denominados extração, transporte de cana, propulsão, movimentação e eletrônico foram analisados por meio de uma comparação entre quatro distribuições de tempos de vida: q -Weibull, Weibull, q -exponencial e exponencial. A distribuição q -Weibull é a generalização com quatro parâmetros da distribuição usual de Weibull de três parâmetros. A q -Weibull é assintoticamente uma lei de potência e se torna uma exponencial em uma condição limite. Enquanto uma lei de potência, a distribuição q -Weibull se torna flexível o suficiente para unificar dois tipos de comportamentos não monótonos em sua função taxa de falha que não são possíveis com os outros três modelos: a curva em forma de banheira e a curva unimodal. A aplicação dos modelos aos exemplos práticos foi realizada por estimação de parâmetros usando um método gráfico de probabilidades, mínimos quadrados e maximização do coeficiente de determinação. As curvas de confiabilidade e taxa de falha, os ajustes gráficos dos modelos e os valores do coeficiente de determinação foram comparados. O Critério de Informação Akaike corrigido foi aplicado e valores de suporte empírico foram calculados para auxiliar na comparação entre os modelos. O modelo q -Weibull se ajustou melhor em todos os exemplos e foi indicado com melhor nível de suporte em três ocasiões. Devido a conexão com a mecânica estatística não extensiva, que por natureza descreve com maior precisão sistemas complexos, é provável que a modelagem do fenômeno de falha com a q -Weibull esteja mais próxima da realidade e por consequência forneça orientações melhores para elaborar políticas de substituição e manutenção de colhedoras de cana-de-açúcar.

ABSTRACT

The harvesting of sugarcane using harvesting machines directly influences the supply for raw materials required by industries for sugar, biofuel ethanol and bioenergy production. Studying times to failure through reliability calculations can help industries avoid downtime. Five sugarcane harvester systems called extraction, sugarcane transport, propulsion, drive and electronic were analyzed by comparing four lifetime distributions: q -Weibull, Weibull, q -exponential and exponential. The q -Weibull distribution is the four-parameter generalization of the traditional three-parameter Weibull distribution. It is asymptotically a power law, which becomes an exponential law under a limiting condition. As a power law, the q -Weibull distribution becomes flexible enough to unify two types of non-monotonic behaviors in its failure rate function, which are not possible using the other models: the bathtub-shaped and the unimodal curves. The application of the models to practical examples was performed through parameter estimation using a graphical method of probabilities, least squares and by maximizing the coefficient of determination. Curves of reliability and failure rate, graphical adjustments of the models and values of the coefficient of determination were compared. The corrected Akaike Information Criterion was applied and empirical support values were calculated to assist in the comparison among the models. The q -Weibull model best fits all practical examples and it was indicated with a better support level on three occasions. Due to the connection with nonextensive statistical mechanics, which by nature describes complex systems more accurately, it is likely that the failure phenomenon modeling using q -Weibull is closer to reality and therefore provides better guidance for development of policies for replacement and maintenance of sugarcane harvesting machines.

SUMÁRIO

Lista de Figuras	xvii
Lista de Tabelas	xix
Lista de Símbolos	xxi
Lista de Abreviaturas	xxv
Capítulo 1—Introdução	1
1.1 Considerações iniciais	1
1.2 Motivação	2
1.3 Objetivo geral	3
1.4 Objetivos específicos	3
1.5 Estrutura da Dissertação	4
Capítulo 2—Fundamentação teórica e revisão da literatura	5
2.1 Introdução	5
2.2 Conceitos básicos de confiabilidade	10
2.3 Distribuição de Weibull	11
2.4 Mecânica estatística não extensiva	14
2.4.1 Funções q -logaritmo e q -exponencial	16
2.5 Exemplos de aplicação de q -distribuições	18
2.5.1 Exemplos da q -Weibull aplicada a análise de tempos de vida	19
Capítulo 3—Materiais e métodos	23
3.1 Máquinas colhedoras de cana-de-açúcar	23

3.2	Métodos de cálculo usando a distribuição q -Weibull	28
3.2.1	Funções da distribuição q -Weibull	28
3.2.2	Propriedades da distribuição q -Weibull	30
3.2.3	Estimação de parâmetros	35
3.2.4	Seleção de modelos	37
Capítulo 4—Análise de tempos de vida de máquinas colhedoras de cana-de-açúcar		41
4.1	Extração	42
4.2	Transporte de cana-de-açúcar	45
4.3	Propulsão	47
4.4	Movimentação	50
4.5	Eletrônico	54
4.6	Conclusões	57
Capítulo 5—Considerações finais		61
5.1	Conclusões	61
5.2	Sugestões para trabalhos futuros	63
Referências Bibliográficas		65

LISTA DE FIGURAS

3.1	Representação esquemática do fluxo de corte e fracionamento de cana-de-açúcar utilizando máquinas colhedoras do tipo <i>chopper</i>	25
3.2	Ilustração de corte e fracionamento de cana-de-açúcar em concordância com a Figura 3.1.	25
3.3	Colhedora de cana-de-açúcar e localização de subsistemas.	26
3.4	Quatro tipos de comportamentos de h_q em função do tempo t	31
3.5	Falha acumulada $F_q(t)$ para diferentes valores de q	32
3.6	Efeito de β em $h_q(t)$ para o formato de banheira.	33
3.7	Efeito de β em $h_q(t)$ para o formato unimodal.	33
3.8	Efeito de q em $h_q(t)$ para $q < 1$ e $0 < \beta < 1$ em escala log-log.	34
3.9	Efeito de q em $h_q(t)$ para $q < 1$ e $0 < \beta < 1$	34
3.10	Efeito de q em $h_q(t)$ para $1 < q < 2$ e $\beta > 1$	35
4.1	Gráficos de y_i (3.12) em função de x_i (3.13) de tempos até a falha (círculos) e modelos ajustados (linhas contínuas) para sistemas de extração.	43
4.2	Painel esquerdo: gráfico log-log das curvas de confiabilidade $R_q(t)$ em função do tempo t . Painel direito: curvas da taxa de falha em função do tempo t . Dados experimentais de sistemas de extração (círculos) e os modelos (linha contínua e linhas tracejadas) são indicados.	44
4.3	Gráficos de y_i (3.12) em função de x_i (3.13) de tempos até a falha (círculos) e modelos ajustados (linhas contínuas) para sistemas de transporte de cana-de-açúcar.	46
4.4	Painel esquerdo: gráfico log-log das curvas de confiabilidade $R_q(t)$ em função do tempo t . Painel direito: curvas da taxa de falha em função do tempo t . Dados experimentais de sistemas de transporte de cana-de-açúcar (círculos) e os modelos (linha contínua e linhas tracejadas) são indicados.	47
4.5	Gráficos de y_i (3.12) em função de x_i (3.13) de tempos até a falha (círculos) e modelos ajustados (linhas contínuas) para sistemas de propulsão.	49

4.6	Painel esquerdo: gráfico log-log das curvas de confiabilidade $R_q(t)$ em função do tempo t . Painel direito: curvas da taxa de falha em função do tempo t . Dados experimentais de sistemas de propulsão (círculos) e os modelos (linha contínua e linhas tracejadas) são indicados.	50
4.7	Gráficos de y_i (3.12) em função de x_i (3.13) de tempos até a falha (círculos) e modelos ajustados (linhas contínuas) para sistemas de movimentação.	53
4.8	Painel esquerdo: gráfico log-log das curvas de confiabilidade $R_q(t)$ em função do tempo t . Painel direito: curvas da taxa de falha em função do tempo t . Dados experimentais de sistemas de movimentação (círculos) e os modelos (linha contínua e linhas tracejadas) são indicados.	54
4.9	Gráficos de y_i (3.12) em função de x_i (3.13) de tempos até a falha (círculos) e modelos ajustados (linhas contínuas) para sistemas eletrônicos.	55
4.10	Painel esquerdo: gráfico log-log das curvas de confiabilidade $R_q(t)$ em função do tempo t . Painel direito: curvas da taxa de falha em função do tempo t . Dados experimentais de sistemas eletrônicos (círculos) e os modelos (linha contínua e linhas tracejadas) são indicados.	56

LISTA DE TABELAS

3.1	Descrição de subsistemas de colhedoras de cana-de-açúcar.	27
3.2	Grupos de subsistemas associados a sistemas de colhedoras de cana-de-açúcar.	27
3.3	Comportamentos de $h_q(t)$ de acordo com intervalos específicos dos parâmetros q e β	31
3.4	Modelos recuperados a partir do modelo q -Weibull de acordo com valores específicos dos parâmetros q e β	37
3.5	Regra para interpretação de valores de Δ_i	39
4.1	Tempos até a falha (em horas) de sistemas de extração em ordem crescente.	42
4.2	Parâmetros q , β , η e t_0 , tempo máximo de vida (t_{max}), coeficiente de determinação (R^2), Critério de Informação Akaike corrigido (AIC_c) e Δ_i para tempos de vida de sistemas de extração.	42
4.3	Tempos até a falha (em horas) de sistemas de transporte de cana em ordem crescente.	45
4.4	Parâmetros q , β , η e t_0 , tempo máximo de vida (t_{max}), coeficiente de determinação (R^2), Critério de Informação Akaike corrigido (AIC_c) e Δ_i para tempos de vida de sistemas de transporte de cana.	46
4.5	Tempos até a falha (em horas) de sistemas de propulsão em ordem crescente.	48
4.6	Parâmetros q , β , η e t_0 , tempo máximo de vida (t_{max}), coeficiente de determinação (R^2), Critério de Informação Akaike corrigido (AIC_c) e Δ_i para tempos de vida de sistemas de propulsão.	48
4.7	Tempos até a falha (em horas) de sistemas de movimentação em ordem crescente.	50
4.8	Parâmetros q , β , η e t_0 , tempo máximo de vida (t_{max}), coeficiente de determinação (R^2), Critério de Informação Akaike corrigido (AIC_c) e Δ_i para tempos de vida de sistemas de movimentação.	51

4.9	Parâmetros q , β , η e t_0 , tempo máximo de vida (t_{max}), coeficiente de determinação (R^2), Critério de Informação Akaike corrigido (AIC_c) e Δ_i da distribuição q -exponencial com restrição $0,65 \leq q < 2$ para tempos de vida de sistemas de movimentação.	52
4.10	Tempos até a falha (em horas) de sistemas eletrônicos em ordem crescente.	54
4.11	Parâmetros q , β , η e t_0 , tempo máximo de vida (t_{max}), coeficiente de determinação (R^2), Critério de Informação Akaike corrigido (AIC_c) e Δ_i para tempos de vida de sistemas eletrônicos.	55
4.12	Intervalos específicos de q e β , comportamentos da função taxa de falha $h_q(t)$ e modelos recuperados a partir do modelo q -Weibull de sistemas de colhedoras de cana-de-açúcar.	58

LISTA DE SÍMBOLOS

b	Intercepto da resolução por mínimos quadrados
$\exp(x)$	Função exponencial em x
$\exp_q(x)$	Função q -exponencial em x
$f(t)$	Função densidade de probabilidade em t da distribuição Weibull
$F(x)$	Função de falha acumulada em x da distribuição Weibull
$f_q(t)$	Função densidade de probabilidade em t da distribuição q -Weibull
$F_q(t)$	Função de falha acumulada em t da distribuição q -Weibull
\hat{F}_i	Estimador de não confiabilidade da i -ésima falha
$h_q(t)$	Função taxa de falha em t da distribuição q -Weibull
k	Constante de Boltzmann
K	Número total de parâmetros do Critério de Informação Akaike (AIC)
$\ln(x)$	Função logaritmo em x
$\ln_q(x)$	Função q -logaritmo em x

n	Número de pontos experimentais do estimador de não confiabilidade \hat{F}_i
p_i	Probabilidade de ocorrência do i -ésimo microestado
q	Parâmetro entrópico
R^2	Coeficiente de determinação
$R_q(t)$	Função confiabilidade em t da distribuição q -Weibull
S_{BG}	Entropia de Boltzmann-Gibbs
S_q	Entropia generalizada
t	Tempo de falha ou tempo de vida
t_i	Tempo da i -ésima falha
t_{max}	Tempo máximo de vida
t_{min}	Menor valor de tempo amostral
t_0	Parâmetro de vida mínima da distribuição Weibull
W	Número total de microestados de um sistema
x_i	Valor da abscissa x para cada tempo t_i
y_i	Valor da ordenada y para cada tempo t_i
\bar{y}_i	Média amostral dos valores de y_i

- \hat{y}_i Modelo obtido para cada valor de tempo t_i
- β Parâmetro de forma da distribuição Weibull
- η Vida característica
- Δ_i Diferença entre valores de Critérios de Informação Akaike
- λ Taxa de falha da distribuição exponencial
- θ Parâmetro de escala da distribuição Weibull

LISTA DE ABREVIATURAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
ACV	Avaliação do Ciclo de Vida
AIC	Critério de Informação Akaike
AIC_c	Critério de Informação Akaike corrigido (<i>bias-correction</i>)
AIC_u	Critério de Informação Akaike corrigido (<i>unbiased-correction</i>)
ANFAVEA	Associação Nacional dos Fabricantes de Veículos Automotores
ARINC	<i>Aeronautical Radio Incorporated</i>
BG	Boltzmann-Gibbs
CONAB	Companhia Nacional de Abastecimento
ENH	Distribuição Exponenciada Nadarajah-Haghighi
FAO	Organização das Nações Unidas para Alimentação e Agricultura
FMEA	Análise dos Modos de Falha e seus Efeitos
HAZOP	Estudo de Perigo e Operabilidade

HQ _c	Critério de informação Hannan-Quinn corrigido
IEEE	Instituto de Engenheiros Eletricistas e Eletrônicos
ISO	Organização Internacional de Normalização
K-L	Divergência de Kullback-Leibler
LSE	Estimador de Mínimos Quadrados
MTTF	Tempo Médio até a Falha
MWE	Extensão Modificada da distribuição Weibull
NASA	Administração Nacional da Aeronáutica e Espaço
NR 12	Norma Regulamentadora número 12
NUREG-75/014	Relatório para a Comissão Reguladora Nuclear dos Estados Unidos
OREDA	Fonte de dados de confiabilidade <i>offshore</i> e <i>onshore</i> de petróleo e gás
RSS	Soma dos Quadrados dos Resíduos
UNICA	União da Indústria de Cana-de-Açúcar
WInD-Pool	Fonte de dados de confiabilidade de energia eólica <i>offshore</i>
WMEP	Programa de Medição e Avaliação Científica

INTRODUÇÃO

1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

O processo de modernização e expansão da produção canavieira vem dando novos limites à produção agrícola, caracterizado pela implementação de máquinas e novas práticas gerenciais. Diversas inovações tecnológicas são implementadas no processo de trabalho agrícola para elevar a produtividade desta operação.

A produção na safra 2017/2018¹ totalizou 624,4 milhões de toneladas de cana-de-açúcar, 37,7 milhões de toneladas de açúcar e 27,8 milhões de metros cúbicos de etanol (informações do Ministério da Agricultura, Pecuária e Abastecimento (2018)). De acordo com a Organização das Nações Unidas para Alimentação e Agricultura (FAO (2019)), o Brasil é o maior produtor mundial de cana-de-açúcar e, nesta mesma safra, respondeu por aproximadamente 40% da produção, seguido pela Índia (15,7%).

Além do açúcar e do etanol biocombustível², a demanda pelo uso de matérias-primas agrícolas como a biomassa da cana-de-açúcar para a produção de energia renovável está se tornando cada vez maior diante da falta de sustentabilidade de outras fontes como a fóssil e dos impactos deste tipo de energia sobre o clima global. A bioeletricidade³ da cogeração pode ser uma boa opção complementar, pois atua como alternativa para diversificar a matriz energética.

¹Normalmente, o ciclo de uma safra para a colheita de cana-de-açúcar no Brasil abrange um período que transcorre de um determinado ano para o ano subsequente.

²Combustível de origem biológica não fóssil produzido a partir de material vegetal de caráter renovável.

³Energia proveniente de matérias-primas renováveis. Neste contexto, é a energia gerada a partir da biomassa de cana-de-açúcar.

Segundo os dados de produção de bioenergia de 2018 apresentados pela União da Indústria de Cana-de-Açúcar ([UNICA \(2018a\)](#) e [UNICA \(2018b\)](#)), o setor sucroenergético do Brasil possui 11.410 MW de potência e representa em torno de 7% da potência outorgada e 77% da potência gerada pelas diversas fontes de biomassa. Esta capacidade é superior a instalada na Usina Hidrelétrica de Belo Monte (11.233 MW). Trata-se da quarta fonte de geração mais importante da nossa matriz, atrás das fontes hídricas, termelétricas a gás natural e eólicas.

Acompanhando a tendência do aumento das áreas destinadas a colheita mecanizada nos últimos anos, as unidades de produção investiram muito na aquisição de máquinas colhedoras. O anuário estatístico da Associação Nacional dos Fabricantes de Veículos Automotores ([ANFAVEA \(2019\)](#)) indica a produção de 982 colhedoras no ano de 2018. O aumento da quantidade destas máquinas em uso desde a safra 2007/2008 até a safra 2018/2019 foi de 359,6%, o que equivale a 4.391 colhedoras a mais nos campos. O percentual de corte de cana-de-açúcar por meio de máquinas colhedoras no Brasil, que era 24,4% na safra 2007/2008, está estimado em 91,6% para a safra atual. A região Centro-Sul, beneficiada por relevo que favorece a mecanização, já chega a 97% da colheita com o uso de máquinas colhedoras ([CONAB, 2018](#)).

1.2 MOTIVAÇÃO

A cobrança por aumento de produção, retorno financeiro e aumento de questões relacionadas ao meio ambiente e à segurança estão gerando novas necessidades para a indústria, fazendo com que as máquinas colhedoras de cana-de-açúcar se tornem cada vez mais providas de recursos de controle e automação. Ao mesmo tempo, surge a necessidade de redução na probabilidade de falhas, sejam falhas que simplesmente aumentam os custos⁴ de produção ou falhas que possam implicar em riscos sérios aos agentes humanos.

Em alguns casos, as consequências de falha podem incidir em perdas financeiras, danos pessoais, custos intangíveis, penalidades financeiras civis, perdas na participação de mercado e reivindicações de garantia (leia em [Kapur e Pecht \(2014\)](#)).

Diante deste cenário, cada vez mais as empresas estão indo além de abordagens tradicionais para melhorar suas práticas e suas estratégias de manutenção, e o investimento em confiabilidade tem se destacado. Obter dados de confiabilidade dos sistemas de colhedoras de cana-de-açúcar para melhorar a eficiência e reduzir os custos é importante

⁴Nas agroindústrias canavieiras, a operação de máquinas colhedoras pode representar até 75% da composição dos custos de corte, carregamento e transporte de cana. Desta porção, a maior parcela é ocupada pelo departamento de manutenção, que alcança até 40% (vide [Santos, Silva e Gadanha Junior \(2014\)](#)).

para aumentar a rentabilidade e assegurar as suas funcionalidades.

A engenharia de confiabilidade pode abordar sistemas de forma quantitativa, por exemplo, pela estimação de probabilidade de falhas. O conceito de confiabilidade como uma probabilidade significa que qualquer tentativa de quantificá-la deve envolver o uso de métodos matemáticos.

Uma abordagem sistêmica baseada em modelos matemáticos para a descrição de tempos de vida associadas a sistemas e componentes é importante para estimar dados de confiabilidade e, por meio de intervenções preventivas, atingir uma operação segura e manter um processo operacional.

Existem muitas distribuições estatísticas diferentes que podem ser usadas para modelar dados de vida. Porém, algumas distribuições tradicionais não são satisfatórias, pois descrevem apenas taxas de falha monótonas e podem não se ajustar bem aos dados amostrais. A disponibilidade crescente de dados de tempos de vida com uma variedade de características motiva o desenvolvimento de modelos mais flexíveis que acomodem funções de taxa de falha não monótonas. Um destes modelos é a distribuição q -Weibull, que, amparada pela entropia de Tsallis, é capaz de modelar cinco tipos de taxa de falha: monótona decrescente, monótona crescente, constante, curva da banheira e unimodal.

Embora a distribuição q -Weibull tenha sido utilizada com sucesso, sua propagação em confiabilidade ainda é incipiente. Esta Dissertação complementa o elenco de exemplos práticos da distribuição q -Weibull em confiabilidade por meio de uma aplicação em máquinas colhedoras de cana-de-açúcar; seu texto é parcialmente embasado na Tese de Assis (2013).

1.3 OBJETIVO GERAL

Fornecer uma análise para o fenômeno de falha em máquinas colhedoras de cana-de-açúcar por meio de um estudo comparativo entre a distribuição q -Weibull e outras três distribuições de tempos de vida.

1.4 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- a) comparação da função confiabilidade e da função taxa de falha da distribuição q -Weibull com as distribuições Weibull, q -exponencial e exponencial por meio de aplicações em cinco amostras de tempos de vida de sistemas de colhedoras de cana-de-açúcar, e;
- b) aplicação de um método para estimação dos parâmetros da distribuição q -Weibull.

1.5 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

Esta Dissertação está dividida em cinco capítulos e é elaborada da seguinte forma:

- a) o Capítulo 1 trata da introdução, da motivação e dos objetivos deste trabalho;
- b) no Capítulo 2 são apresentados aspectos teóricos e práticos da engenharia de confiabilidade, a distribuição usual de Weibull é introduzida e são mostrados o conceito básico da mecânica estatística não extensiva, a função q -logaritmo e a função q -exponencial;
- c) o Capítulo 3 inclui as características das funções da distribuição q -Weibull, algumas expressões matemáticas relacionadas às propriedades da taxa de falha $h_q(t)$, a metodologia para estimação de parâmetros e um critério para seleção de modelos; o tipo de máquinas colhedoras em estudo e como os seus sistemas e subsistemas estão interligados também são apresentados neste capítulo;
- d) no Capítulo 4 são comparados os ajustes gráficos, as curvas das funções confiabilidade e taxa de falha, os valores dos parâmetros, do tempo máximo de vida e do coeficiente de determinação entre as distribuições q -Weibull, Weibull, q -exponencial e exponencial para dados de cinco sistemas de máquinas colhedores de cana-de-açúcar; as diferenças entre os valores do Critério de Informação Akaike corrigido são fornecidas e o nível de suporte empírico é indicado para complementar a comparação dos modelos, e;
- e) no Capítulo 5 são apresentadas as conclusões e as perspectivas para futuros trabalhos.

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E REVISÃO DA LITERATURA

2.1 INTRODUÇÃO

Dadas as condições competitivas de mercado nesta época de globalização, os sistemas de engenharia precisam ter uma estratégia que atenda a demanda do mercado de forma efetiva, sem comprometer a disponibilidade, sendo mais seguros e sustentáveis (VARDE; PECHT, 2018).

Segundo Sanseverino e Ramirez-Marquez (2014), por anos, a análise de confiabilidade tem sido um componente essencial, desde pequenos dispositivos eletrônicos a sistemas de grande escala com múltiplas interações. Nas últimas décadas, a concorrência no mercado global, os requisitos de qualidade dos usuários e os padrões da indústria tornaram a análise de confiabilidade uma ferramenta importante em praticamente todos os campos de produção.

O crescente nível de sofisticação nos processos industriais de alta tecnologia implica que os problemas de confiabilidade não só continuarão a existir, mas provavelmente exigirão soluções cada vez mais complexas. Falhas de sistemas estão tendo efeitos mais significativos. Como consequência, a aplicação de confiabilidade em todas as etapas dos processos de engenharia, como projeto, fabricação, distribuição e operação, é de grande importância (veja em Kuo e Zuo (2003)).

Yang et al. (2011) conduziram uma pesquisa por questionário para determinar as exigências industriais quanto à expectativa de confiabilidade em conversores e componentes eletrônicos. Participaram da pesquisa os setores aeroespacial, automotivo, serviços

públicos e fabricantes de motores elétricos. O gerenciador de energia foi classificado como o dispositivo para o qual a confiabilidade foi a mais preocupante. Isto representa a necessidade identificada pelas indústrias por melhor monitoramento de confiabilidade.

A evolução histórica da confiabilidade registrada em [Knight \(1991\)](#) relata que a década de 1950 marcou o início dos esforços para abordar a área de confiabilidade de um ponto de vista quantitativo. As primeiras medições aconteceram em peças eletrônicas. A *Aeronautical Radio Incorporated* (ARINC) fez recomendações de melhoria de confiabilidade em tubos eletrônicos com base em medições de campo e análise de falhas para as forças armadas dos Estados Unidos. Uma breve história sobre confiabilidade pode ser encontrada em [Rausand e Høyland \(2004\)](#) e [Varde e Pecht \(2018\)](#).

O interesse por confiabilidade aumentou em várias partes do mundo, essencialmente em aspectos de risco e segurança ligados às operações. Por exemplo, em usinas nucleares, há o risco de acidente radiológico que pode causar um impacto ambiental catastrófico. O relatório [WASH-1400 \(NUREG-75/014\)](#), liderado pelo Professor Norman Rasmussen, foi desenvolvido em 1975 com o objetivo de investigar os eventos que poderiam causar um acidente grave em um reator. De acordo com [Rausand e Høyland \(2004\)](#), este relatório foi a primeira análise séria de segurança de um sistema tão complicado quanto uma usina nuclear e estabeleceu as bases para avaliações probabilísticas de riscos. O método de cálculo de confiabilidade utilizado foi o de árvore de falha. A revisão de [Lewis et al. \(1979\)](#), que foi aceita pela comissão reguladora, endossou amplamente a metodologia como a melhor disponível naquela época, mas advertiu que as incertezas nas estimativas de probabilidades de acidentes graves eram em geral subestimadas.

Na indústria *offshore* e *onshore* de petróleo e gás, o conceito OREDA para coleta de dados está em funcionamento há mais de 35 anos e fornece uma base sólida por meio do estabelecimento de padrões, desenvolvimento de diretrizes e softwares para coletar dados e analisar confiabilidade. Veja em [Sandtorv, Hokstad e Thompson \(1996\)](#) e [Langseth, Haugen e Sandtorv \(1998\)](#) que um alto nível de conhecimento foi obtido com este programa desde a sua implementação. Os principais objetivos do projeto OREDA são: melhorar a segurança e a relação custo benefício de projetos e operações de instalações, coletar e analisar dados de operação e manutenção, estabelecer um banco de dados de confiabilidade de alta qualidade e trocar informações de confiabilidade, disponibilidade, manutenção e segurança entre as empresas participantes. Para mais detalhes, consulte [OREDA \(2015a\)](#) para equipamentos localizados acima do convés da plataforma e [OREDA \(2015b\)](#) para equipamentos submarinos.

A norma internacional [ISO 14224](#) de 1999 é um resultado do *feedback* de campo da

indústria após a implementação do projeto OREDA no início da década de 1980. A terceira edição da [ISO 14224](#) publicada em 2016 é a mais recente e substitui as versões anteriores, que foram tecnicamente revisadas. Esta norma fornece uma base abrangente para a coleta de dados de confiabilidade e manutenção em um formato padrão para equipamentos de instalações dentro das indústrias de petróleo, gás natural e petroquímica. Para fornecer orientação ao usuário, descreve princípios de coleta de dados e definições que constituem uma linguagem de confiabilidade que pode ser útil para comunicar a experiência operacional e catalogar dados históricos. É um documento vinculado à norma [ISO/TR 12489](#) de 2013, republicada em 2016. Esta última fornece orientação para modelagem de confiabilidade e cálculo de sistemas de segurança associadas a considerações qualitativas.

De acordo com [Østebø et al. \(2018\)](#), as atividades de manutenção e operação em conformidade com os padrões ISO podem fornecer meios de alcançar eficiência de custos, minimizar o impacto climático e atingir objetivos de saúde, segurança e meio ambiente.

Outro importante banco de dados que lida com conceitos de confiabilidade para monitoramento de energia eólica é o WInD-Pool¹, que contém informações detalhadas sobre a confiabilidade e a disponibilidade de turbinas eólicas *offshore*. É estabelecido em um programa de financiamento público alemão intitulado Programa de Medição e Avaliação Científica ([WMEP, 2019](#)).

Segundo [Faulstich, Hahn e Tavner \(2011\)](#), o projeto WMEP fornece o estudo mundial mais abrangente sobre o comportamento de confiabilidade a longo prazo de instalações de turbinas eólicas em locais *offshore*. [Hameed, Vatn e Heggset \(2011\)](#) identificaram a necessidade, os objetivos e os benefícios de aplicar um banco de dados de confiabilidade e manutenibilidade neste setor, de forma holística, desde o projeto até as fases operacionais.

A indústria sucroenergética² tem aplicado largamente em seus sistemas a avaliação do ciclo de vida (ACV³). Exemplos de aplicações em unidades produtoras de açúcar, etanol e bioenergia podem ser encontrados em [Ometto, Hauschild e Roma \(2009\)](#), [Chauhan et al. \(2011\)](#) e [Cardoso et al. \(2018\)](#). Embora a ACV seja poderosa para analisar as interações entre atividades humanas e meio ambiente, vários estudos levantaram preocupações sobre a confiabilidade dos resultados gerados por esta ferramenta.

[Zhou, Chang e Fane \(2014\)](#), analisaram mais de 30 estudos de ACV em plantas

¹É um projeto de uma base de conhecimento compartilhada de indústrias de energia eólica denominado *Windenergy-Information-Data-Pool*. Consulte mais detalhes no conteúdo da referência [WInD-Pool \(2016\)](#).

²Indústria que produz açúcar, etanol e energia elétrica a partir da cana-de-açúcar.

³Técnica que avalia os efeitos ambientais associados a um produto, processo ou serviço ao longo de todo o seu ciclo de vida. É bem explicada pelas normas [ISO 14040:2006](#) e [ISO 14044:2006](#).

de dessalinização e identificaram que a questão de confiabilidade deve ser melhorada tratando de três aspectos essenciais: a incompletude dos limites do sistema, a falta de representatividade do banco de dados e a omissão da análise da incerteza.

Para [Barba Junior, Gomes e Bork \(2014\)](#), os estudos relacionados a avaliações de impacto ambiental, econômico e social raramente fornecem informações sobre a confiabilidade dos dados e coloca em risco a tomada de decisão relacionada à área de sustentabilidade.

A adoção de técnicas sistêmicas de confiabilidade baseadas em conjuntos de dados organizados, confiáveis e de natureza representativa, podem ser úteis para reduzir custos ligados a manutenção do sistema de colheita mecanizada, tornando-o mais eficiente e robusto.

A engenharia de confiabilidade passou por uma série de transformações durante as últimas décadas. [Azarkhail e Modarres \(2011\)](#) traçaram a evolução destas transformações e discutiram o surgimento de abordagens em modelagem de confiabilidade baseada em aplicações de engenharia. Uma delas reflete a maneira pela qual os modelos de tempos de vida se tornaram mais adequados ao incorporar evidências das causas reais de falha. Por exemplo, a substituição de modelos com taxa de falha constante (isto é, distribuição exponencial) por outras distribuições, como a Weibull, foi o primeiro passo para abordar o desgaste e o envelhecimento nos modelos de confiabilidade.

[Azarkhail e Modarres \(2011\)](#) avaliaram a evolução da engenharia de confiabilidade em relação ao produto, ao fabricante e a regulamentação. Em relação aos produtos, a cultura do consumo foi dramaticamente alterada nas últimas décadas. Nos dias de hoje, o produto é descartado não porque deixou de ser funcional, mas porque tornou-se simplesmente obsoleto ou porque versões mais novas e mais acessíveis com recursos extras estão disponíveis. A tolerância do consumidor a produtos defeituosos também diminuiu drasticamente. Apenas duas décadas atrás, poderia levar anos até que as reclamações dos consumidores pudessem prejudicar a reputação de um produto no mercado. No entanto, atualmente, pode ser uma questão de apenas alguns dias até que as análises de clientes em fóruns do ambiente virtual possam acarretar infortúnios financeiros para a empresa.

Do ponto de vista do fabricante, são os recursos técnicos, a disponibilidade de novas tecnologias e, acima de tudo, a margem de lucro que ditam as estratégias de confiabilidade. Avanços recentes em tecnologias de fabricação e diagnóstico, além de melhorias no conhecimento básico de engenharia, criaram um ambiente totalmente diferente para projeto, fabricação e operação. Os profissionais de confiabilidade são solicitados a desenvolver plataformas de avaliação de confiabilidade que sejam capazes de integrar diversas

fontes de conhecimento, desde simples retornos de campo até resultados sofisticados de análise de falhas de componentes e sistemas.

Sob a ótica da regulamentação de segurança, as preocupações ambientais forçaram os especialistas a abandonarem as visões tradicionais conservadoras pautadas de métodos determinísticos e a adotarem novas visões, promissoras, baseadas em riscos e tomadas de decisão fundamentadas no desempenho. As conquistas de abordagens baseadas em confiabilidade e risco na segurança de usinas nucleares e missões aeroespaciais, por exemplo, reforçaram a importância da utilização de informações de análise probabilística juntamente com práticas de engenharia de confiabilidade (consulte [Keller e Modarres \(2005\)](#) para mais detalhes).

Uma combinação destes fatores criou um ambiente muito competitivo e deixou uma pequena margem para erro e negligência. As tecnologias estão evoluindo em um ritmo cada vez mais rápido e notou-se um interesse crescente em aplicar modelos de melhor estimativa de confiabilidade.

Pressões industriais agora desafiam a eficácia das abordagens tradicionais. A concorrência, a pressão de cronogramas e prazos, o custo das falhas, a rápida evolução de novos materiais, métodos e sistemas complexos, a necessidade de reduzir os custos do produto e considerações de segurança aumentam os riscos do desenvolvimento do produto e das operações. Organizações como companhias aéreas, militares e serviços públicos estão cientes dos custos da falta de confiabilidade ([O'CONNOR; KLEYNER, 2012](#)).

A confiabilidade de um sistema ou produto desempenha um papel fundamental na satisfação conquistada pelos consumidores ou partes interessadas, o que, em última análise, tem impacto sobre a viabilidade financeira do sistema. Para minimizar o risco ou a incerteza associada à estimativa de confiabilidade do sistema, vários métodos para prever a confiabilidade podem ser aplicados, na sua maioria métodos de análise estatística de dados de falha e aplicação de modelos estatísticos ([RAMIREZ-MARQUEZ; JIANG, 2006](#)). Como exemplo, [Foucher et al. \(2002\)](#) revisaram uma ampla gama de métodos de estimação de confiabilidade e fizeram recomendações para utilizar métodos específicos de forma combinada ao longo do processo de desenvolvimento de um produto.

Outros métodos como a análise de risco e operabilidade (HAZOP) e estudo dos modos de falha e de suas consequências para o sistema (FMEA), que são frequentemente considerados como métodos qualitativos de avaliação de risco, também são usados para extrair percepções de confiabilidade e risco para apoiar projetos, operação e manutenção de sistemas.

Para sistemas na fase de projeto e na fase operacional, uma estimação da confiabilidade

de um sistema é de importância primordial. Ao estimar a confiabilidade, é possível identificar, medir e priorizar os riscos, de modo que os esforços econômicos sejam usados para melhorar a confiabilidade e a segurança do sistema (RAMIREZ-MARQUEZ; JIANG, 2006).

Conforme visto em Coit, Jin e Wattanapongsakorn (2004), incertezas paramétricas podem se propagar em medidas finais de confiabilidade. Por este motivo, a maximização da confiabilidade e a minimização da incerteza de estimativa tornam-se mutuamente importantes para estes autores.

Segundo Varde e Pecht (2018), os fundamentos de engenharia de confiabilidade juntamente com tópicos associados, tais como métodos matemáticos, análise estatística, distribuições de probabilidade, estimativas de intervalo de confiança e técnicas de levantamento de dados formam a estrutura básica para estimativas de confiabilidade e podem fazer contribuições valiosas em circunstâncias apropriadas.

2.2 CONCEITOS BÁSICOS DE CONFIABILIDADE

Para Benbow e Broome (2009), a confiabilidade é definida como a probabilidade de um sistema executar uma função requerida sem falhar e sob condições preestabelecidas, por um período de tempo especificado. As condições preestabelecidas se referem a condições ambientais de uso de um item, que podem afetar a confiabilidade. Por exemplo, um mesmo produto pode apresentar desempenho distinto operando em ambientes de calor ou umidade intensos se comparado à exposição em condições climáticas amenas de uso.

Segundo o padrão IEEE 1633 de 2016, falha é o término da capacidade de um produto, sistema ou componente de um sistema para executar uma função necessária dentro dos limites especificados. Uma falha pode ser produzida quando a perda de um serviço esperado é encontrada. Após o evento de falha, o item adquire a interpretação de estado operacional como estado falho.

Modo de falha é a maneira pela qual uma falha pode ocorrer. Tempo de falha é a unidade de tempo transcorrido, geralmente medido cronologicamente em minutos, horas, dias, meses ou anos, desde o momento em que o item é colocado em operação até a sua primeira falha. Em outros contextos, o termo *tempo* pode ser interpretado por distância percorrida ou número de ciclos até falhar.

Em sistemas de informação, redes e infra-estruturas, uma variedade de termos qualitativos e quantitativos são usados para descrever conceitos de confiabilidade e falha. Para evitar sobreposição de significados ou ambiguidades em suas definições, uma taxonomia de significados, atributos e medidas de avaliação foram estabelecidas por Al-Kuwaiti,

Kyriakopoulos e Hussein (2009).

Para Assis (2013), a confiabilidade é expressa como uma probabilidade em função do tempo e pode ser interpretada como a proporção da população que sobrevive, ou seja, funciona além de um tempo especificado. O valor numérico desta proporção pode ser entendido como a probabilidade de que um indivíduo da população funcione além de um valor de tempo determinado. Existem métodos matemáticos capazes de inferir sobre os valores destas probabilidades e a maioria destes métodos requer ajuda computacional para processar dados amostrais.

Conforme Lazarova-Molnar, Mohamed e Shaker (2017), altamente relacionadas à confiabilidade também são as medidas de disponibilidade e dependabilidade. Segundo estes autores, disponibilidade difere de confiabilidade, pois leva em conta o tempo de inatividade do equipamento devido a reparos ou manutenção e quantifica a proporção de tempo que um sistema está operacional em comparação com a vida útil total. Dependabilidade⁴, por outro lado, visa abranger outras medidas como confiabilidade, integridade, manutenibilidade, disponibilidade e segurança. De acordo com Silva (2013), na prática, estes atributos são quantificados e a importância de cada um depende do contexto de aplicação no qual estão inseridos.

A modelagem probabilística para tempos de vida de um sistema fornece informações importantes para a avaliação de confiabilidade, como o risco do sistema, a probabilidade de sobrevivência e a taxa de falha.

Existem muitas distribuições de probabilidade diferentes. A distribuição de Weibull se tornou conhecida por ser largamente utilizada para modelar dados de um vasto campo de aplicações das ciências físicas, biológicas, sociais, da saúde e do ambiente, além das engenharias.

2.3 DISTRIBUIÇÃO DE WEIBULL

O modelo probabilístico proposto por Weibull (1939) para descrever resultados discrepantes da teoria clássica teve como objetivo analisar valores de resistência máxima de materiais. A publicação do modelo em Weibull (1951) apresentou grande aplicabilidade na descrição de diferentes eventos: elasticidade do aço, distribuição da dimensão de cinzas, resistência da fibra de algodão indiano, fadiga do aço St-37, altura de homens adultos nascidos nas Ilhas Britânicas e largura de grãos de feijão.

⁴Embora não haja uma definição universalmente aceita de dependabilidade, o termo foi reconhecido em um sentido genérico como um conceito de intolerância e pode-se considerar a concepção de tolerância a falhas utilizada na computação como uma precursora da ampla compreensão de dependabilidade (leia Al-Kuwaiti, Kyriakopoulos e Hussein (2009) para uma verificação histórica deste conteúdo).

Juntamente com a distribuição Weibull, outros tipos de distribuições, tais como exponencial e lognormal, foram utilizadas para explicar fenômenos. A distribuição Weibull se destaca por ser capaz de descrever diferentes tipos de dados por ser mais flexível. É uma distribuição que desempenha um papel importante na teoria de confiabilidade e pode se reduzir a outras distribuições mais simples sob condições especiais, dependendo dos valores dos parâmetros.

A literatura mostra muitas aplicações desta distribuição no estudo de fadiga, análise de sobrevivência e modelagem de dados de séries temporais de variáveis aleatórias não negativas. Para exemplos de aplicações da distribuição Weibull, consulte [Murthy, Xie e Jiang \(2004\)](#), [Abernethy \(2010\)](#) e [Lai \(2014\)](#).

Segundo [Weibull \(1951\)](#), qualquer função de distribuição acumulada pode ser escrita conforme a expressão:

$$F(x) = 1 - \exp \left[- \left(\frac{x - x_u}{x_0} \right)^m \right], \quad (2.1)$$

onde x_0 é um parâmetro de escala e $\left(\frac{x - x_u}{x_0} \right)^m$ é uma função positiva, não decrescente e se resume a zero para $x = x_u$.

A distribuição Weibull pode ter a sua função densidade de três parâmetros representada por (vide [Dodson \(1994\)](#)):

$$f(t) = \frac{\beta}{\eta - t_0} \left(\frac{t - t_0}{\eta - t_0} \right)^{\beta-1} \exp \left[- \left(\frac{t - t_0}{\eta - t_0} \right)^\beta \right], \quad (2.2)$$

onde t é o tempo de falha ou tempo de vida, β é o parâmetro de forma, $\eta - t_0$ (conhecido como θ) é o parâmetro de escala, t_0 é o parâmetro de localização ou vida mínima e o parâmetro η é conhecido como vida característica. O parâmetro t_0 ⁵ é um valor de tempo abaixo do qual não são previstas falhas e tem o papel de ajustar melhor o modelo para tempos iniciais. O parâmetro η , que afeta a escala, pode ser compreendido como o valor de tempo $t = \eta$ no qual espera-se que 63,2% da população falhe.

A função (2.2) é válida sob certas restrições: $\beta > 0$, $\eta - t_0 > 0$ e $t \geq t_0$. Os parâmetros η e t_0 possuem a mesma unidade do tempo t . β é adimensional. O caso particular para $\beta = 1$ faz com que a função densidade da distribuição Weibull se reduza à distribuição exponencial de dois parâmetros.

Conforme [Rinne \(2008\)](#), a distribuição Weibull atraiu a atenção de engenheiros, es-

⁵Veja em [Dodson \(1994\)](#) que valores negativos de t_0 indicam que pode ocorrer falhas antes de $t = 0$, ou seja, pode ser provável que elementos estejam falhos antes mesmo de serem utilizados.

tatísticos e estudantes que trabalham com teorias e métodos em vários campos da estatística aplicada. Foram escritos inúmeros artigos sobre esta distribuição e a pesquisa está em curso.

Milhares de cópias do manual de aplicação da distribuição Weibull desenvolvido por [Abernethy \(2010\)](#) foram distribuídas e várias organizações o implementaram, incluindo Harley Davidson, Motorola, Dupont, Daimler Chrysler, General Electric, Siemens, Rolls Royce, Dow Chemical e NASA.

De acordo com [Assis et al. \(2015\)](#), apesar da simplicidade e das inúmeras aplicações, a distribuição Weibull possui a limitação de expressar apenas taxas de falha monótonas. Estes autores demonstraram que, para representar todo o ciclo de vida de componentes mecânicos, por exemplo, são necessárias três funções com conjuntos de valores de parâmetros específicos, uma para cada trecho de taxa de falha da curva da banheira (*bathtub curve* ou *u-shaped curve*): decrescente, constante e crescente. A mesma limitação ocorre para componentes ou sistemas cuja taxa de falha tem formato unimodal (ou de "U" invertido). Essa limitação representa uma nova oportunidade para novas distribuições.

A era moderna sobre teoria da distribuição enfatiza a solução de problemas enfrentada pelos praticantes e pesquisadores aplicados e propõe uma variedade de modelos para que o conjunto de dados da vida útil possa ser mais bem avaliado e investigado em diferentes campos. Em outras palavras, há uma forte necessidade de introduzir modelos úteis para uma melhor exploração dos fenômenos da vida real ([TAHIR; CORDEIRO, 2016](#)).

Novos modelos matemáticos têm sido desenvolvidos e usados extensivamente para melhorar a solução de problemas de engenharia. Uma coleção de modelos probabilísticos constantemente utilizados em análise de confiabilidade são derivados da distribuição Weibull.

O livro de [Lai \(2014\)](#) apresenta uma ampla revisão de modelos modificados e extensões provenientes da distribuição usual de Weibull. [Murthy, Xie e Jiang \(2004\)](#) fornecem uma taxonomia para modelos Weibull modificados: extensões multivariadas, modelos estocásticos, transformação linear ou não linear do tempo, dentre outros. Um breve resumo de generalizações da distribuição Weibull com dois ou mais parâmetros e suas características juntamente com alguns outros modelos de distribuição foi dado por [Pham e Lai \(2007\)](#).

[Cordeiro, Ortega e Ramires \(2015\)](#) propuseram uma família de distribuições generalizadas do modelo Weibull com dois parâmetros positivos adicionais. Uma revisão de algumas versões discretas e contínuas da distribuição de Weibull pode ser encontrada em

Almalki e Nadarajah (2014). Rinne (2008) explora em quais outras distribuições o modelo Weibull está relacionado e de que maneira. Lai (2013) abordou métodos de construções para generalizações da distribuição Weibull, frequentemente requeridas para prescrever a natureza não monótona de taxas de falha. Em Tahir e Cordeiro (2016) é fornecida uma ampla pesquisa sobre os arranjos de distribuições e há mais de trinta citações de composições da distribuição Weibull.

Um fator comum entre os modelos generalizados é a distribuição Weibull estar relacionada a estes modelos de alguma forma. Os modelos modificados geralmente incorporam a distribuição Weibull como um caso particular.

Para Lai (2014), em aplicações práticas, as curvas de taxas de falha frequentemente exibem formas não monótonas, como a curva da banheira e "U" invertido (unimodal). Portanto, há um desejo genuíno de procurar algumas generalizações ou modificações da distribuição Weibull que possam fornecer mais flexibilidade na modelagem da vida útil de sistemas e componentes.

A próxima seção faz uma breve introdução da mecânica estatística não extensiva, que é a base para o descobrimento do modelo q -Weibull, cuja aplicação em máquinas colhedoras de cana-de-açúcar é investigada na presente Dissertação.

2.4 MECÂNICA ESTATÍSTICA NÃO EXTENSIVA

Nesta seção são apresentados, de forma resumida, alguns conceitos básicos da entropia de Tsallis.

Um dos objetivos da mecânica estatística é, a partir de leis microscópicas apropriadas e usando adequadamente a teoria da probabilidade, chegar às relações e leis termodinâmicas. Ao longo de conexões entre os níveis macro e microscópicos, uma ligação mais relevante é feita por meio do conceito fundamental da entropia de Boltzmann-Gibbs (BG): $S_{BG} = -k \sum_{i=1}^W p_i \ln p_i$ (vide Tsallis (2002)).

A mecânica estatística não extensiva⁶ se refere a uma generalização do conceito de entropia no contexto da mecânica estatística em termos de um parâmetro entrópico adimensional q . Esta generalização foi postulada por Tsallis (1988) como:

$$S_q = k \frac{1 - \sum_{i=1}^W p_i^q}{q - 1}, \quad (2.3)$$

onde k é a constante de Boltzmann, p_i é a probabilidade do sistema estar no microestado

⁶Para uma revisão aprofundada sobre a mecânica estatística não-extensiva, com os fundamentos e aplicações em sistemas complexos naturais, artificiais e sociais, Tsallis (2019) fornece uma bibliografia em constante atualização.

i , W é o número total de microestados do sistema e q é o índice entrópico que caracteriza a generalização. Ao tomar o caso particular $q \rightarrow 1$, a Equação (2.3) se reduz à entropia de BG, $S_1 = S_{BG} = -k \sum_{i=1}^W p_i \ln p_i$, e recupera todo o formalismo usual da mecânica estatística.

Desde o trabalho fundamental de Tsallis (1988), a mecânica estatística não extensiva foi aceita com naturalidade pela comunidade científica. Fenômenos complexos como ciclones em Reynolds e Veneziani (2004), raios cósmicos em Beck (2004), redes aéreas em Li et al. (2006), citações de periódicos em Anastasiadis et al. (2010), mercado financeiro em Ludescher, Tsallis e Bunde (2011), Namaki et al. (2013) e Gu et al. (2014), arquitetura universal do DNA por Bogachev, Kayumov e Bunde (2014), terremotos em Vallianatos, Michas e Papadakis (2014), força gravitacional em Abreu, Neto e Godinho (2014), amplitudes de sinais de energia por Liu et al. (2014), termodinâmica por Rybczyński e Włodarczyk (2014), Azmi e Cleymans (2015), campos de precipitação na Amazônia por Salas, Poveda e Mesa (2017), entre outros, apesar de pertencerem a categorias distintas, foram satisfatoriamente descritos por modelos baseados na estatística de Tsallis.

Em sistemas complexos, há uma relação de dependência entre diferentes componentes do sistema e pode-se argumentar que, nestes casos, a mecânica estatística de BG não é apropriada (LAVIS, 2008). A mecânica estatística não extensiva ilustrada por Tsallis (1988) surge como uma generalização da mecânica estatística de BG para superar esta limitação.

De acordo com Borges (2004), interações de longo alcance, memória de longa duração, estrutura fractal⁷ ou multifractal, quebra de ergodicidade⁸, sistemas auto-organizados, entre outras, são algumas características que levam um dado sistema a extrapolar o contexto da mecânica estatística de BG. Aqui surge uma diferença fundamental: no formalismo de BG, a distribuição de probabilidades é dada por uma lei exponencial, enquanto na mecânica estatística não extensiva, a distribuição obedece assintoticamente a uma lei de potência; a Equação (2.5) apresentada mais adiante representa esta transição de comportamentos.

Segundo Tsallis (2009), a entropia de BG (S_{GB}) tradicional é dita ser aditiva sobre os subsistemas constituintes. Em um sistema composto por outros subsistemas independentes, a entropia do sistema composto é dada pela soma das entropias de cada subsistema. Na formulação não extensiva, um sistema composto apresenta uma q -entropia que viola

⁷Estrutura com auto-similaridade, que apresenta invariância na sua forma à medida em que a escala é alterada, mantendo-se o seu arranjo idêntico ao original.

⁸Condição característica de um sistema de elementos interagentes entre si e em equilíbrio no qual a média temporal se aproxima da média dos *ensembles* (conjuntos). Em sistemas complexos, isto pode não ocorrer.

esta propriedade e, portanto, é não aditiva ($q \neq 1$).

Uma das principais características de complexidade tem a ver com o fato de que tanto sistemas muito ordenados quanto muito desordenados são considerados simples. Alguns sistemas apresentam comportamentos intermediários, entre ordem e caos. [Tsallis \(2009\)](#) considera este regime intermediário como complexo e sugere o índice entrópico q como uma possível medida da complexidade de um sistema.

Para [Ladyman, Lambert e Wiesner \(2013\)](#), é comumente sugerido que exista um sistema complexo, cujos exemplos são estudados em várias disciplinas. No entanto, não há uma definição concisa de um sistema complexo, muito menos uma definição com a qual todos os cientistas concordem.

Um conjunto central de recursos que são amplamente associados a sistemas complexos são aqueles cujos elementos que os constituem apresentam fortes interações entre si. Suas interações levam à auto-organização e ao surgimento de novos padrões em diferentes níveis e escalas de tempo. Os elementos mudam com o tempo as maneiras pelas quais eles influenciam uns aos outros. Para uma visão mais abrangente, apesar de introdutória, veja [Gell-Mann \(1995\)](#) e [Bak \(1996\)](#).

A mecânica estatística não extensiva acaba por ser apropriada precisamente para aquela região intermediária, sugerindo que o índice entrópico q seja uma maneira conveniente de quantificar alguns aspectos relevantes da complexidade. Por outro lado, em ambos os extremos (completa ordem e completo caos), a mecânica estatística de BG se aplica bem. Para um recente artigo de revisão dos fundamentos e aplicações da mecânica estatística não extensiva, consulte [Tsallis \(2017\)](#).

As generalizações das funções logaritmo e exponencial introduzidas pela mecânica estatística não extensiva, por meio do parâmetro entrópico adimensional q , são chamadas de q -logaritmo e q -exponencial e são apresentadas na subseção [2.4.1](#).

2.4.1 Funções q -logaritmo e q -exponencial

As funções q -logaritmo e q -exponencial não extensivas foram originalmente definidas por [Tsallis \(1994\)](#):

$$\ln_q(x) = \frac{x^{1-q} - 1}{1 - q} \quad (x > 0, q \neq 1), \quad (2.4)$$

e

$$\exp_q(x) = \begin{cases} [1 + (1 - q)x]^{\frac{1}{1-q}}, & \text{se } [1 + (1 - q)x] \geq 0, \\ 0, & \text{se } [1 + (1 - q)x] < 0, \end{cases} \quad (2.5)$$

onde, $x, q \in \mathbb{R}$. No limite $q \rightarrow 1$, as funções tradicionais $\ln_1 x = \ln x$ e $\exp_1 x = \exp x$ são recuperadas. Note que uma é função inversa da outra ($\ln_q(\exp_q x) = \exp_q(\ln_q x) = x$). Tem-se ainda que $\ln_q 1 = 0$ e $\exp_q 0 = 1$, $\forall q$. Veja em [Abe \(2002\)](#) que a função q -exponencial é equivalente a lei de Zipf-Mandelbrot quando $q > 1$. Para uma revisão mais aprofundada sobre as propriedades das funções q -logaritmo e q -exponencial incorporadas na mecânica estatística não extensiva de Tsallis, veja [Yamano \(2002\)](#).

Segundo [Prieto e Sarabia \(2017\)](#), a falha de um sistema geralmente possui várias causas que podem interagir entre si. Portanto, um comportamento complexo pode aparecer. É esperado que expressões semelhantes à lei de potência substituam expressões de natureza exponencial para descrever estatisticamente estes casos. O comportamento da lei de potência geralmente aparece na cauda das distribuições. As distribuições com este tipo de comportamento modelam estatisticamente bem os maiores valores da variável de interesse, que estão acima de certo limite inferior.

Conforme [Assis et al. \(2015\)](#), a função q -exponencial (Equação (2.5)) traz em sua definição uma condição de corte (*cut-off*) para $q < 1$, sempre que $x < -1/(1 - q)$; quando isso acontece, a q -exponencial é definida como zero, característica importante que evita valores negativos ou complexos (números imaginários) e permite sua interpretação como probabilidades.

Ainda conforme [Assis et al. \(2015\)](#), a q -exponencial de um argumento negativo é assintoticamente uma lei de potência e apresenta cauda esticada para $q > 1$ e valores grandes de x , pois:

$$\exp_q(-x) \sim \frac{1}{x^{\frac{1}{q-1}}}. \quad (2.6)$$

Uma característica notável da função q -exponencial é passar de um comportamento de lei de potência, com $q > 1$, para um comportamento exponencial, quando $q = 1$, isto é, a função q -exponencial possui uma natureza que transita entre lei de potência e exponencial.

A função q -exponencial tem sido aplicada em diferentes cenários, como na generalização do teorema central do limite em [Umarov, Tsallis e Steinberg \(2008\)](#), geometria da informação por [Amari e Ohara \(2011\)](#), modelagem da distribuição de diâmetros de asteroides próximos a Terra (*near-Earth asteroids*, NEAs) em [Betzler e Borges \(2012\)](#),

distribuição de magnitudes de chuvas de meteoros por [Betzler e Borges \(2015\)](#) e generalização da transformada de Laplace por [Naik e Haubold \(2016\)](#).

As distribuições estatísticas generalizadas desenvolvidas de acordo com a mecânica estatística não extensiva são conhecidas como q -distribuições.

2.5 EXEMPLOS DE APLICAÇÃO DE q -DISTRIBUIÇÕES

No contexto de confiabilidade, entre as distribuições probabilísticas emergentes da mecânica estatística não extensiva, destacam-se as distribuições q -exponencial, q -Weibull, q -Gaussiana e q -gama.

[Zhang et al. \(2016\)](#) expõem características de confiabilidade, incluindo a função de confiabilidade, função taxa de falha e função de falha cumulativa das distribuições q -exponencial, q -Weibull e q -gama. O tempo médio até a falha (MTTF) da distribuição q -exponencial também é demonstrado. Como exemplo de aplicação, são computados dados de tempo de sobrevivência de pacientes após transplante de coração que seguem uma distribuição q -exponencial. Em [Nadarajah e Kotz \(2007\)](#) é possível encontrar um breve resumo e as funções de densidade destas três distribuições.

[Sales Filho et al. \(2016\)](#) avaliaram a resistência ao estresse mecânico em termos de número de ciclos até a falha para ferro fundido dúctil usado em componentes de turbinas eólicas e para aço de alta resistência. A distribuição q -exponencial foi aplicada e comparada com as distribuições Weibull e exponencial. Embora a distribuição Weibull tenha apresentado ajuste significativo, a distribuição q -exponencial, por atuar assintoticamente a uma lei de potência, demonstrou maior capacidade em modelar dados com valores extremamente grandes, uma vez que esta distribuição exibe uma cauda com decaimento mais lento do que a cauda de natureza exponencial da distribuição Weibull. A distribuição exponencial, por sua vez, não foi significativa para os conjuntos de dados avaliados. O conteúdo deste trabalho também foi publicado em [Sales Filho \(2016\)](#).

Em [Vallianatos e Triantis \(2013\)](#), considera-se que emissões de correntes elétricas geradas por aplicação de ciclos de tensão uniaxial em amostras de rochas de mármore e anfíbolito também seguem uma distribuição q -exponencial.

Em [Zhang, Shi e Wang \(2017\)](#), a distribuição q -exponencial foi utilizada para estimar parâmetros de registros de morte de pacientes devido a duas causas denominadas câncer de próstata e doença vascular.

[Picoli et al. \(2009\)](#) apresentam uma breve revisão das propriedades básicas e exemplos de aplicação em sistemas complexos das distribuições q -exponencial, q -Weibull e q -Gaussiana. Eles destacam os resultados de aplicações em população de cidades e cir-

culação de revistas para a distribuição q -exponencial, citações em revistas científicas para a q -Weibull e dinâmica de terremotos para a q -Gaussiana.

Ribeiro e Prata (2015) indicam que as distribuições tipo q podem ajustar bem a distribuição para todo o intervalo de seus valores e não somente para grandes valores, onde o comportamento típico de lei de potência é observado. Eles consideraram as distribuições q -exponencial e q -Weibull ao analisarem o tamanho de empresas brasileiras e americanas pelas variáveis de ativos totais e receita total. O melhor ajuste aos dados empíricos foi obtido com a distribuição q -Weibull.

Jose e Naik (2009) apresentam resultados relacionados a propriedades de confiabilidade e aplicações do modelo q -Weibull em análise de força-estresse. Nesta mesma publicação, a superioridade do modelo q -Weibull em relação ao modelo usual de Weibull é demonstrada ao obter melhor ajuste de tempos para remoção de câncer de bexiga em pacientes.

Em Reboredo, Rivera-Castro e Assis (2014) é apresentada uma análise estatística mostrando que a distribuição q -Weibull se ajusta bem a duração de tempos entre grandes retornos nos índices de ações europeus e expressa comportamento de lei de potência com cauda esticada.

A distribuição q -Weibull é a generalização por meio do parâmetro entrópico adimensional q definido pela mecânica estatística não extensiva de Tsallis.

A seguir são apresentadas aplicações utilizando o modelo q -Weibull com um enfoque em análise de tempos de vida.

2.5.1 Exemplos da q -Weibull aplicada a análise de tempos de vida

A distribuição de Weibull, frequentemente utilizada em engenharia de confiabilidade, é generalizada por Picoli, Mendes e Malacarne (2003) no contexto da mecânica estatística não extensiva e é chamada de q -Weibull. No mesmo artigo, em um estudo comparativo, são descritas distribuições de frequências de cestas de basquete, vítimas de ciclones, vendas no varejo de medicamentos de marca e comprimentos de autoestradas. Vítimas de ciclones e venda de medicamentos de marca são mais bem representadas pela distribuição Weibull, enquanto a distribuição de cestas de basquete é mais bem descrita pela q -exponencial. Por outro lado, para os comprimentos de autoestradas, ambas as distribuições q -exponencial e Weibull não apresentam ajuste satisfatório, sendo necessário empregar a distribuição q -Weibull. O cálculo de parâmetros foi realizado pelo método de mínimos quadrados.

O primeiro trabalho em que tempos de falha de um dispositivo são modelados pela

distribuição q -Weibull é de [Costa et al. \(2006\)](#) e mostra superioridade da q -Weibull em relação ao ajuste obtido pela Weibull usual ao analisarem a ruptura dielétrica em óxidos.

O estudo quanto à qualidade de ajuste a dados de tempo de operação de uma planta de processamento de gás natural visto em [Sartori et al. \(2009\)](#) também aponta vantagens para o modelo q -Weibull em relação ao modelo usual de Weibull.

[Assis, Borges e Vieira de Melo \(2013\)](#) abriram um novo campo de pesquisa que não havia sido abordado anteriormente na literatura ao explorarem propriedades matemáticas do modelo q -Weibull. A generalização da função taxa de falha da distribuição Weibull é desenvolvida por meio da incorporação de ferramentas da estatística de Tsallis e aplicada em três exemplos extraídos de equipamentos de poços de petróleo. Tempos até a falha de bombas de fundo, hastes de bombeio e tubulação de produção são descritos pela distribuição q -Weibull e comparados com o ajuste obtido pela distribuição usual de Weibull. Os resultados obtidos exibem comportamentos diferentes para ambos modelos. Além de obter ajuste superior nos três exemplos, o modelo q -Weibull descreve taxas de falha em formato de banheira e em formato unimodal. A distribuição Weibull usual é incapaz de descrever estes dois formatos de forma contínua e com um único conjunto de parâmetros.

Dois anos depois, [Assis et al. \(2015\)](#) descreveram tempos de vida de uma estação de solda robotizada utilizando a q -Weibull e três modelos obtidos como casos particulares: Weibull, q -exponencial e exponencial. O modelo q -Weibull é o único que exhibe taxa de falha não monótona, do tipo curva da banheira. Os modelos Weibull e q -exponencial reproduzem o formato de monótona decrescente. O modelo exponencial descreve taxa de falha constante. O Critério de Informação Akaike corrigido (AIC_c) indica a q -Weibull como o melhor modelo. Neste mesmo trabalho, os tempos de falha são divididos em três grupos (classificados em ordem crescente de tempo) e o modelo usual de Weibull ($q = 1$) é ajustado separadamente para cada segmento monótono de taxa de falha decrescente ($\beta < 1$), constante ($\beta = 1$) e crescente ($\beta > 1$). É evidente que, para modelar tempos de vida com formas não monótonas, a distribuição original de Weibull requer três funções, uma para cada trecho de taxa de falha e cada uma com um conjunto diferente de parâmetros. O modelo q -Weibull é capaz de perfazer taxas de falha não monótonas continuamente, com um único conjunto de parâmetros.

Em [Assis et al. \(2018\)](#) é apresentada uma continuação do estudo de aplicabilidade da distribuição q -Weibull por meio de um exemplo no contexto de confiabilidade de equipamentos hidrelétricos. Para comparação, a distribuição Weibull também é ajustada para os tempos até a falha de treze equipamentos diferentes de nove unidades de geração de energia. As medidas de adequação do ajuste e as curvas plotadas das funções de

confiabilidade e taxa de falha são comparadas. De acordo com os valores de AIC_c e do índice Δ_i , a q -Weibull é o melhor modelo para cinco equipamentos. Para os outros oito tipos de equipamentos, a Weibull é mais eficiente. A distribuição Weibull reproduziu taxas de falha monótonas em todos os exemplos. A mesma análise utilizando a q -Weibull mostra que nove equipamentos possuem taxa de falha não monótona: sete em forma de "U" e dois com formato unimodal. Os autores aconselham o uso da distribuição q -Weibull para a modelagem de fenômenos de falha, pois sua flexibilidade é capaz de produzir resultados mais realistas e permite melhores planejamentos de manutenção e de políticas de substituição.

A flexibilidade do modelo q -Weibull também é ilustrada por meio de outro exemplo de aplicação em confiabilidade envolvendo dados de tempo de vida de geradores de 500 megawatts em [Xu et al. \(2017\)](#). Para fins de comparação, eles consideraram a distribuição Weibull usual e outros dois modelos generalizados fora do âmbito da não-extensividade: a extensão Weibull modificada (MWE) proposta em [Xie, Tang e Goh \(2002\)](#) e a distribuição exponenciada Nadarajah-Haghighi (ENH) sugerida por [Lemonte \(2013\)](#). Exceto a distribuição Weibull usual, que modelou os tempos de vida como uma taxa de falha decrescente, todos os outros modelos resultaram em uma taxa de falha em forma de banheira, o que também foi observado por [Bebbington, Lai e Zitikis em 2006 e 2007](#). Embora os modelos MWE e ENH tenham descrito a curva da banheira, o modelo q -Weibull apresentou um ajuste com qualidade superior.

[Jia, Nadarajah e Guo \(2017\)](#) utilizaram os mesmos tempos de vida de geradores em uma comparação entre q -Weibull e Weibull ao analisarem diferentes técnicas de cálculos de parâmetros, que apontou a menor soma dos erros resultantes para o modelo q -Weibull.

[Cavalcanti, Schnitman e Vieira de Melo \(2016\)](#) utilizam a distribuição q -Weibull para modelar tempos até a falha de compressores de ar usados na produção de gás natural. São traçadas as curvas das funções de confiabilidade e de taxa de falha para cada um dos quatro modos de falha: automação, instrumentação, mecânico e misto. A função taxa de falha da distribuição q -Weibull exhibe comportamento de curva da banheira para os tempos amostrais dos modos de falha automação e mecânico. No contexto deste trabalho, este comportamento não monótono faz da q -Weibull uma distribuição versátil, pois reproduz de forma contínua as três regiões da curva da banheira identificadas como mortalidade infantil, vida útil e envelhecimento, enquanto a distribuição original de Weibull só é capaz de descrever, com um conjunto fixo de valores de parâmetros, apenas uma das três regiões da curva da banheira por vez.

De acordo com [Fogliatto e Ribeiro \(2011\)](#), pode haver particularidades para as três

zonas de comportamentos delimitadas de forma contínua pelo modelo q -Weibull classificadas como mortalidade infantil, vida útil e envelhecimento. Segundo este autor, componentes como *chips* eletrônicos costumam apresentar função taxa de falha dominada pelo estágio de vida útil⁹, e em contrapartida, em componentes mecânicos prevalecem as fases de mortalidade infantil e envelhecimento da curva da banheira.

Segundo Assis (2013), estes comportamentos podem ser interpretados como três modos de falha predominantes, uma vez que, todos os modos de falha fazem parte das amostras de tempo. Para Assis et al. (2018), estes comportamentos de taxas de falha podem ser causados pela mistura de modos de falha do equipamento ou de diferentes componentes internos.

No Capítulo 3 são apresentadas expressões matemáticas, algumas propriedades e o método para a estimação de parâmetros da distribuição q -Weibull.

⁹O paradigma de taxa de falha constante para sistemas eletrônicos é tratado com reprovação por alguns autores. McLinn (1990), por meio de dados coletados desde 1961, fornece exemplos de sistemas eletrônicos que descrevem taxas de falha decrescentes. Em Jones e Hayes (2001) é proposto um método de estimativa de confiabilidade no qual não é presumido taxas de falha constantes para sistemas eletrônicos.

MATERIAIS E MÉTODOS

A distribuição q -Weibull possui uma conexão com a mecânica estatística não extensiva e tem sido reconhecida por interpretar dados de fenômenos complexos que geralmente não são bem cobertos pela distribuição usual de Weibull. A distribuição q -Weibull representa a unificação de modelos frequentemente encontrados em análise de confiabilidade e pode modelar tempos de vida que possuem função taxa de falha com formatos de banheira e unimodal, enquanto a distribuição Weibull descreve apenas taxas de falha monótonas. Este tipo de abordagem pode representar uma melhoria para a compreensão do fenômeno de falha em máquinas colhedoras de cana-de-açúcar.

A classe de máquinas colhedoras em análise, o fluxo operacional de corte mecanizado de cana-de-açúcar, a descrição de operações e como os sistemas e subsistemas estão interligados são apresentados na seção 3.1. A seção 3.2 incorpora as funções da distribuição q -Weibull, algumas de suas propriedades, um método para a estimação de parâmetros e um critério para seleção de modelos.

3.1 MÁQUINAS COLHEDORAS DE CANA-DE-AÇÚCAR

De acordo com a [ABNT P-TB-66:1970](#), máquinas agrícolas são máquinas projetadas especificamente para realizar integralmente ou coadjuvar a execução de uma operação agrícola e, por sua vez, operações agrícolas são atividades permanentemente relacionadas com a execução do trabalho de produção agropecuária.

Conforme detalhado em [Ripoli e Ripoli \(2015\)](#), um sistema mecanizado para colheita de cana-de-açúcar é usualmente constituído por subsistemas com funções de cortar

próximo ao solo, fracionar, limpar e carregar a matéria-prima em unidades de transporte. De acordo com a Norma Regulamentadora número 12 (NR-12) de 2017, colhedoras de cana-de-açúcar são máquinas que permitem que a colheita seja realizada de modo uniforme por possuírem um subsistema de corte de base capaz de cortar a cana-de-açúcar acompanhando o perfil do solo. Estes equipamentos conduzem a cana até uma unidade de transporte por meio de um subsistema que tem função de deslocar matéria-prima.

Máquinas colhedoras de cana-de-açúcar são classificadas em dois tipos: *whole stalk* (colmo inteiro) e *chopper* (picador). Um sistema mecânico típico da classe *whole stalk* consiste em um cortador de base, um mecanismo de transporte e um dispositivo de descarga. Este sistema entrega a cana inteira¹ para um veículo de transporte ou para o campo. O sistema de colheita mecânica do tipo *chopper* possui subsistemas especiais como rolos picadores, que fracionam os colmos em partes menores (15 a 40 centímetros de comprimento em média), e extratores, que promovem a eliminação parcial de matéria vegetal e mineral. As frações do colmo (rebolos) são lançados em um veículo de transbordo. Para uma revisão de técnicas aplicadas na colheita mecanizada de cana-de-açúcar, leia Ma et al. (2014) e Ripoli e Ripoli (2015).

A terminologia *colheitadeira*, difundida informalmente em regiões produtoras de cereais, refere-se a máquina colhedora utilizada na colheita de grãos, que ceifa, trilha, classifica e ensaca. Conforme visto em Ripoli e Ripoli (2004), de acordo com a terminologia preconizada pela Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT) e endossada pelo Sistema Nacional de Metrologia, Normalização e Qualidade Industrial (Sinmetro), a nomenclatura correta é *colhedora*. Como um exemplo, verifica-se o padrão ABNT NBR ISO 4254-7 publicado em 2015, cujo título é: Colhedoras de grãos, colhedoras de forragem e colhedoras de algodão.

Uma representação esquemática do fluxo de corte e fracionamento de cana-de-açúcar por meio de máquinas colhedoras do tipo *chopper* é mostrada na Figura 3.1. A Figura 3.2 apresenta uma ilustração da execução destas etapas operacionais de uma colhedora em atividade.

¹Fração de cana com tamanho igual ou superior a dois terços do comprimento médio estimado dos colmos do local (NORONHA et al., 2011). Colmo é um tipo de caule encontrado em gramíneas como a cana-de-açúcar e é constituído de nós e entrenós.

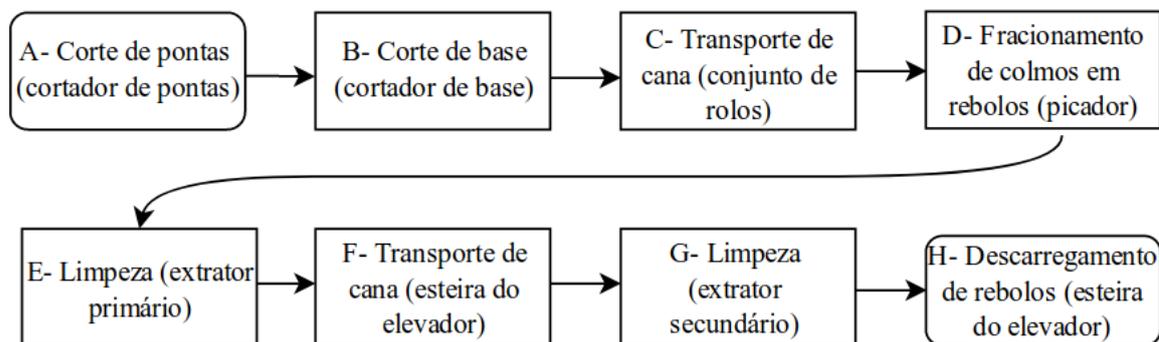


Figura 3.1 Representação esquemática do fluxo de corte e fracionamento de cana-de-açúcar utilizando máquinas colhedoras do tipo *chopper*.

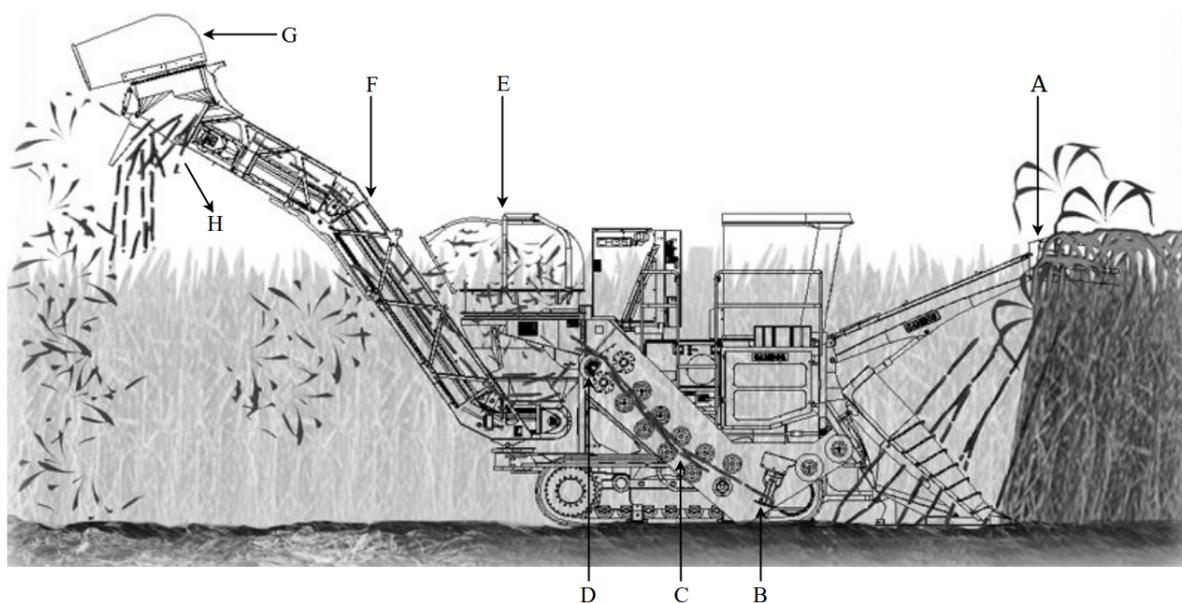


Figura 3.2 Ilustração de corte e fracionamento de cana-de-açúcar em concordância com a Figura 3.1.

Fonte: Adaptado de Deere & Company (2009).

Cinco sistemas de colhedoras de cana-de-açúcar são analisados: extração, transporte de cana, propulsão, movimentação e eletrônico. As localizações de subsistemas de máquinas colhedoras são mostradas na Figura 3.3 e suas descrições são apresentadas na Tabela 3.1. Cada sistema é interpretado por um grupo de subsistemas (vide Tabela 3.2).

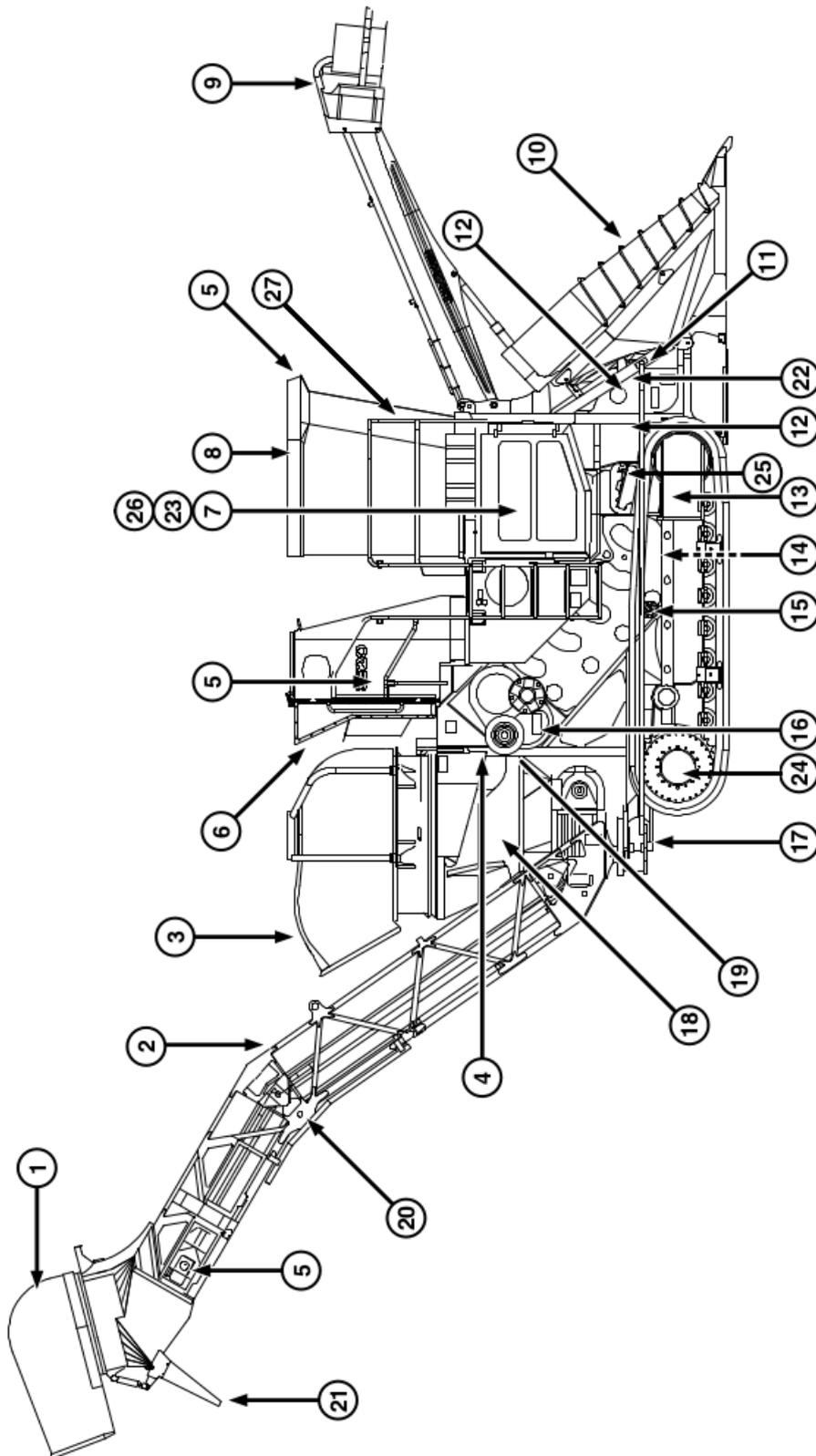


Figura 3.3 Colhedora de cana-de-açúcar e localização de subsistemas.
Fonte: Adaptado de Deere & Company (2009).

Tabela 3.1 Descrição de subsistemas de colhedoras de cana-de-açúcar.

Subsistema	Descrição	Subsistema	Descrição
1	Extrator secundário	15	Conjunto de rolos transportadores
2	Elevador	16	Picador
3	Extrator primário	17	Suporte de reboque
4	Apoio de levante	18	Cesta
5	Iluminação (três posições)	19	Volante do picador
6	Telas protetoras (admissão de ar)	20	Conjunto de correntes transportadoras
7	Compartimento do motor	21	Aba do extrator secundário
8	Cabine e chassi	22	Acumuladores de elevação do cortador de base
9	Cortador de pontas	23	Motor de ciclo <i>diesel</i>
10	Divisores/rolos de linhas	24	Redução final/transmissão (ambos os lados)
11	Orifício de amarração (transporte)	25	Cortador de base
12	Rolo tombador (ambos os lados)	26	Unidade eletrônica de processamento
13	Conjunto de esteira rodante (ambos os lados)	27	Controles e instrumentos eletrônicos
14	Rolo levantador		

Tabela 3.2 Grupos de subsistemas associados a sistemas de colhedoras de cana-de-açúcar.

Sistema	Subsistema
Extração	1, 3, 18 e 21
Transporte de cana	2, 12, 15, 16, 19 e 20
Propulsão	6, 7, 23
Movimentação	13 e 24
Eletrônico	5, 26 e 27

O sistema de extração é responsável por eliminar parcialmente a matéria vegetal e mineral. O sistema de transporte de cana realiza o transporte de colmos (subsistema 15) e de rebolos (subsistema 2), que são lançados para o veículo de transbordo. O sistema de propulsão transforma a energia proveniente de uma reação química em energia mecânica por meio de um motor de ciclo *diesel* (subsistema 23). Os conjuntos de esteiras rodantes (subsistema 13) movimentam e direcionam a máquina por meio de motores de

pistões hidráulicos acoplados às reduções finais (subsistema 24) e representam o sistema de movimentação. O sistema eletrônico promove a interação entre a unidade eletrônica de processamento (subsistema 26), os controles eletrônicos e os componentes elétricos.

3.2 MÉTODOS DE CÁLCULO USANDO A DISTRIBUIÇÃO q -WEIBULL

3.2.1 Funções da distribuição q -Weibull

A distribuição q -Weibull é a generalização com quatro parâmetros da distribuição Weibull (Equação (2.2)) à luz da mecânica estatística não extensiva por meio da substituição da função exponencial pela q -exponencial (Equação (2.5)), como feito em Picoli, Mendes e Malacarne (2003).

As funções densidade de probabilidade $f_q(t)$, confiabilidade $R_q(t)$, não confiabilidade $F_q(t)$ e taxa de falha $h_q(t)$ da distribuição q -Weibull são fornecidas em Assis, Borges e Vieira de Melo (2013).

A função densidade de probabilidade do modelo q -Weibull é expressa por:

$$f_q(t) = (2 - q) \frac{\beta}{\eta - t_0} \left(\frac{t - t_0}{\eta - t_0} \right)^{\beta-1} \exp_q \left[- \left(\frac{t - t_0}{\eta - t_0} \right)^\beta \right], \quad (3.1)$$

onde $\beta > 0$, $\eta - t_0 > 0$ e $t \geq t_0$. Os parâmetros adimensionais β e q controlam a forma da distribuição. A restrição $q < 2$ e o fator $(2 - q)$ satisfazem a condição de normalização de $f_q(t)$. A função densidade de probabilidade da distribuição Weibull de três parâmetros (Equação (2.2)) é recuperada quando $q \rightarrow 1$.

Para Assis (2013), quase todas as propostas de generalização do modelo de Weibull têm estrutura exponencial, seja simplesmente exponencial, ou exponenciais em cascata². As funções exponenciais são usualmente encontradas em sistemas com interação fraca ou sem interação.

Ainda para Assis (2013), falhas de componentes podem ter causas múltiplas e também causas de interação que podem ser recentes ou não, algumas destas agindo em cooperação ou em conflito com outras, por isso é esperado que um sistema de comportamento complexo apareça. Desta forma, podem surgir distribuições em lei de potência, que não seriam adequadamente descritas por um modelo baseado na função exponencial.

A Equação (2.5) pode ser reescrita como:

²São exponenciais aninhadas como por exemplo $\exp[\exp(x)]$.

$$\exp_q \left[- \left(\frac{t-t_0}{\eta-t_0} \right)^\beta \right] = \begin{cases} \left[1 - (1-q) \left(\frac{t-t_0}{\eta-t_0} \right)^\beta \right]^{\frac{1}{(1-q)}}, & \text{se } \left[1 - (1-q) \left(\frac{t-t_0}{\eta-t_0} \right)^\beta \right] \geq 0, \\ 0, & \text{se } \left[1 - (1-q) \left(\frac{t-t_0}{\eta-t_0} \right)^\beta \right] < 0. \end{cases} \quad (3.2)$$

Se $q > 1$, a Equação (3.1) tem um decaimento mais lento que a função exponencial com um argumento negativo (como é o caso de (2.2)), o que configura um comportamento de lei de potência. O comportamento exponencial ocorre quando $q = 1$.

Conforme visto em Borges (2004), se $q < 1$, a situação se inverte e a Equação (3.1) tem decaimento muito mais acentuado do que uma exponencial, ao ponto de apresentar valores imaginários quando $\left(\frac{t-t_0}{\eta-t_0} \right)^\beta > 1/(1-q)$, medida inconcebível para distribuições de probabilidades, sendo necessário utilizar o corte introduzido por Tsallis (1988) definido em (3.2), que estabelece $\exp_q \left[- \left(\frac{t-t_0}{\eta-t_0} \right)^\beta \right] = 0$ sempre que $\left(\frac{t-t_0}{\eta-t_0} \right)^\beta > 1/(1-q)$.

A função confiabilidade da q -Weibull é dada por $R_q(t) = \int_t^\infty f_q(t') dt'$, isto é:

$$\begin{aligned} R_q(t) &= \left\{ \exp_q \left[- \left(\frac{t-t_0}{\eta-t_0} \right)^\beta \right] \right\}^{2-q} \\ &= \left[1 - (1-q) \left(\frac{t-t_0}{\eta-t_0} \right)^\beta \right]_+^{\frac{2-q}{1-q}}. \end{aligned} \quad (3.3)$$

É importante lembrar ao leitor que as propriedades do corte da função q -exponencial implícitas nas Equações (2.5) e (3.2) são mantidas na distribuição q -Weibull. O símbolo $[A]_+$ da segunda linha da Equação (3.3) significa $[A]_+ = A$ se $A \geq 0$ e $[A]_+ = 0$ se $A < 0$.

A função generalizada $F_q(t)$ define a fração cumulativa de componentes ou sistemas que falharão por um tempo t :

$$\begin{aligned} F_q(t) &= 1 - R_q(t) = 1 - \left\{ \exp_q \left[- \left(\frac{t-t_0}{\eta-t_0} \right)^\beta \right] \right\}^{2-q} \\ &= 1 - \left[1 - (1-q) \left(\frac{t-t_0}{\eta-t_0} \right)^\beta \right]_+^{\frac{2-q}{1-q}}. \end{aligned} \quad (3.4)$$

A função taxa de falha generalizada $h_q(t)$ da distribuição q -Weibull foi desenvolvida por Assis, Borges e Vieira de Melo (2013) e abriu um novo campo de pesquisa que não havia sido abordado anteriormente na literatura. Esta função é definida como:

$$\begin{aligned} h_q(t) = \frac{f_q(t)}{R_q(t)} &= \frac{(2-q)\frac{\beta}{\eta-t_0}\left(\frac{t-t_0}{\eta-t_0}\right)^{\beta-1} \exp_q \left[-\left(\frac{t-t_0}{\eta-t_0}\right)^\beta \right]}{\left\{ \exp_q \left[-\left(\frac{t-t_0}{\eta-t_0}\right)^\beta \right] \right\}^{2-q}} \\ &= \frac{(2-q)\beta}{\eta-t_0} \left(\frac{t-t_0}{\eta-t_0}\right)^{\beta-1} \left\{ \exp_q \left[-\left(\frac{t-t_0}{\eta-t_0}\right)^\beta \right] \right\}^{q-1} \\ &= \frac{(2-q)\beta}{\eta-t_0} \left(\frac{t-t_0}{\eta-t_0}\right)^{\beta-1} \left[1 - (1-q) \left(\frac{t-t_0}{\eta-t_0}\right)^\beta \right]^{-1}_+. \end{aligned} \quad (3.5)$$

Note que a taxa de falha da distribuição Weibull é obtida no limite em que $q \rightarrow 1$:

$$h_1(t) = \frac{\beta}{\eta-t_0} \left(\frac{t-t_0}{\eta-t_0}\right)^{\beta-1}. \quad (3.6)$$

3.2.2 Propriedades da distribuição q -Weibull

São apresentados a seguir algumas características da Equação (3.5). A dedução e todas as propriedades desta função foram publicadas em Assis, Borges e Vieira de Melo (2013).

A função exponencial ($q \rightarrow 1$) de $f_q(t)$ e $R_q(t)$ se cancelam na Equação (3.5). Entretanto, não ocorre cancelamento de q -exponenciais ($q \neq 1$), pois $(\exp_q x)^a \neq \exp_q(ax)$ e:

$$\int \exp_q(ax) dx = \frac{1}{(2-q)a} [\exp_q(ax)]^{2-q}. \quad (3.7)$$

Outra característica importante da taxa de falha generalizada é expressar uma divergência que define o tempo máximo finito de vida (t_{max}) para $q < 1$:

$$t_{max} = t_0 + (\eta - t_0)(1 - q)^{-1/\beta}. \quad (3.8)$$

O tempo de vida da Weibull usual é ilimitado ($t_{max} \rightarrow \infty$), enquanto o tempo de vida da q -Weibull, com $q < 1$, é limitado a t_{max} (Equação (3.8)).

Esta característica definida por Assis, Borges e Vieira de Melo (2013) foi representada recentemente por Lins et al. (2018):

$$t \in \begin{cases} [0; \infty), & \text{para } 1 < q < 2, \\ [0; t_{max}], & \text{para } q < 1. \end{cases} \quad (3.9)$$

Os parâmetros q e β influenciam no formato da função $h_q(t)$ e a q -Weibull pode apresentar um comportamento muito diferente do seu caso particular $h_1(t)$. A Equação (3.5) é capaz de representar cinco tipos diferentes de função taxa de falha, de acordo com os valores dos parâmetros q e β . A Tabela 3.3 mostra as possibilidades de atuação da taxa de falha com as correspondentes faixas de parâmetros. Na Figura 3.4 são exibidos graficamente quatro das cinco possibilidades. Observa-se que a função reproduz taxa de falha constante quando $q = 1$ e $\beta = 1$, dada por $\lambda = 1/(\eta - t_0)$. Os tipos curva da banheira e unimodal possuem um mínimo e um máximo, respectivamente. Os parâmetros η e t_0 não influenciam no formato da taxa de falha.

Tabela 3.3 Comportamentos de $h_q(t)$ de acordo com intervalos específicos dos parâmetros q e β .

	$0 < \beta < 1$	$\beta = 1$	$\beta > 1$
$q < 1$	Curva da banheira	Monótona crescente	Monótona crescente
$q = 1$	Monótona decrescente	Constante	Monótona crescente
$1 < q < 2$	Monótona decrescente	Monótona decrescente	Unimodal

Fonte: Assis, Borges e Vieira de Melo (2013).

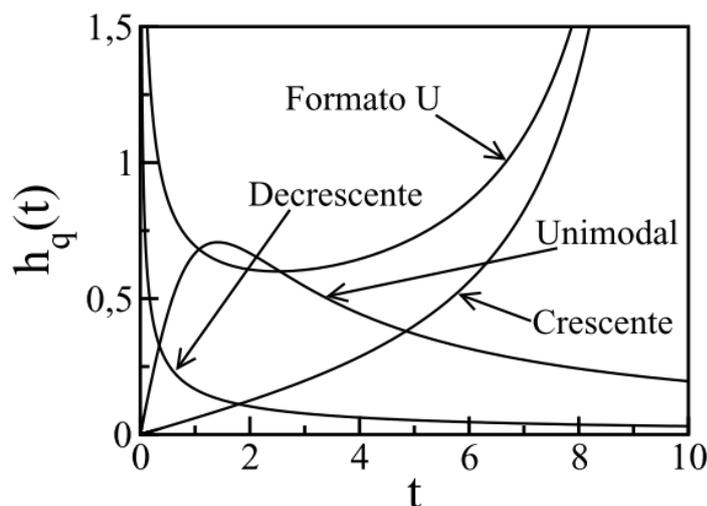


Figura 3.4 Quatro tipos de comportamentos de h_q em função do tempo t .

Fonte: Assis (2013).

A vida característica (ou parâmetro η), na distribuição usual de Weibull, pode ser compreendida por meio da Equação (3.4) como $F_1(\eta) = 0,632$. Quando $q \neq 1$, a função de falha acumulada para o tempo de vida característica $F_q(\eta)$ não é constante, pois depende de q . Devido à condição de corte da função q -exponencial (Equação (3.2)) que torna $\exp_q \left[- \left(\frac{t-t_0}{\eta-t_0} \right)^\beta \right] = 0$ se $q < 1$ e $\left(\frac{t-t_0}{\eta-t_0} \right)^\beta < 1/(1-q)$, 100% de falha é alcançada em $t = t_{max}$ (Equação (3.8)), enquanto $F_1(t)$ assintoticamente alcança 1 para $t \rightarrow \infty$.

A Figura 3.5 mostra a função de falha acumulada para diferentes valores de q (as curvas foram calculadas com $\beta = 0,5$, $\eta = 1$ e $t_0 = 0$). A linha horizontal tracejada refere-se a $F_1(\eta) = 63,2\%$. Observa-se que $F_{q<1}(t) > F_1(t) > F_{q>1}(t)$.

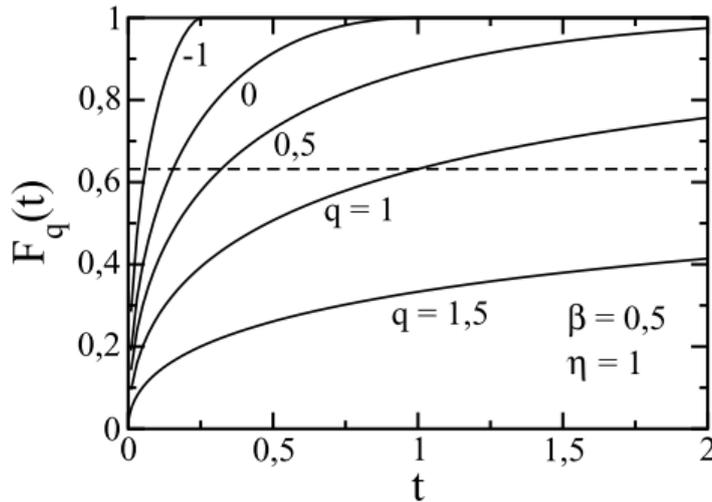


Figura 3.5 Falha acumulada $F_q(t)$ para diferentes valores de q .
Fonte: Assis (2013).

O efeito do parâmetro β na função taxa de falha do modelo q -Weibull para $0 < \beta < 1$ pode ser observado no painel central da Figura 3.6 pela inclinação de curvas da banheira calculadas com $q = 0,9$, $t_0 = 0$ e $t_{max} = 100$. O parâmetro β controla o decaimento da lei de potência da fase de mortalidade infantil (ou amaciamento) para o tipo de curva da banheira para valores iniciais de tempos amostrais ($t \ll \eta$). A inclinação na fase da função taxa de falha que exhibe monótona decrescente em escala log-log é $\beta - 1$. η é calculado pela Equação (3.8). Note que, para $t_0 = 0$, tem-se $\eta = t_{max}(1-q)^{1/\beta}$.

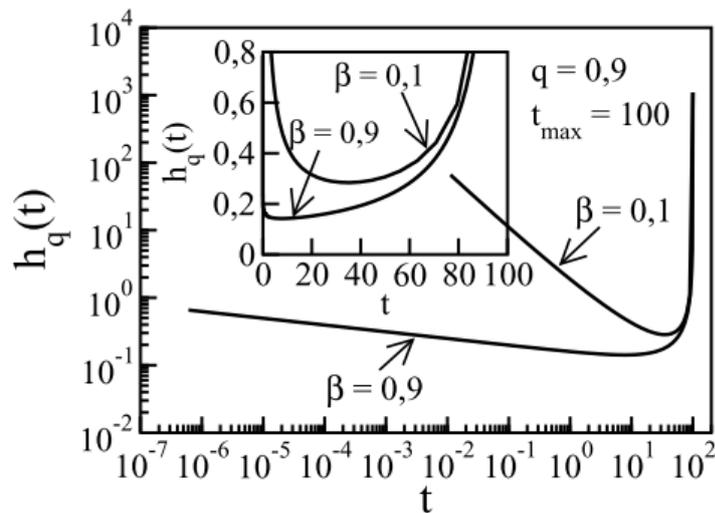


Figura 3.6 Efeito de β em $h_q(t)$ para o formato de banheira.
Fonte: Assis (2013).

Para $1 < q < 2$ e $\beta > 1$, $h_q(t)$ descreve uma curva do tipo unimodal. É demonstrado na Figura 3.7, no detalhe, que para pequenos valores de tempo compreendidos na faixa de taxa de falha crescente, $1 < \beta < 2$ refere-se à inflexão côncava de $h_q(t)$ e $\beta > 2$ corresponde à curvatura convexa. Quanto maior o valor de β , maior o valor máximo de $h_q(t)$. As curvas foram calculadas com $q = 1,5$, $t_0 = 0$ e $\eta = 1$.

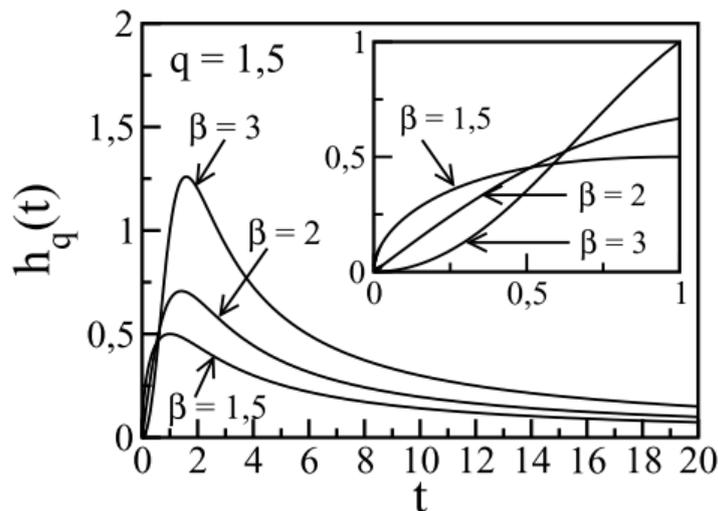


Figura 3.7 Efeito de β em $h_q(t)$ para o formato unimodal.
Fonte: Assis (2013).

O efeito do parâmetro q na função (3.5) com $q < 1$ é demonstrado em um gráfico log-log (Figura 3.8), com $\beta = 0,5$, $t_0 = 0$, e $\eta = 1$. O tempo máximo de vida t_{max}

varia para valores menores à medida que o parâmetro q decresce. A distribuição Weibull ($q = 1$) não apresenta um tempo limite de vida e tem-se $t_{max} \rightarrow \infty$.

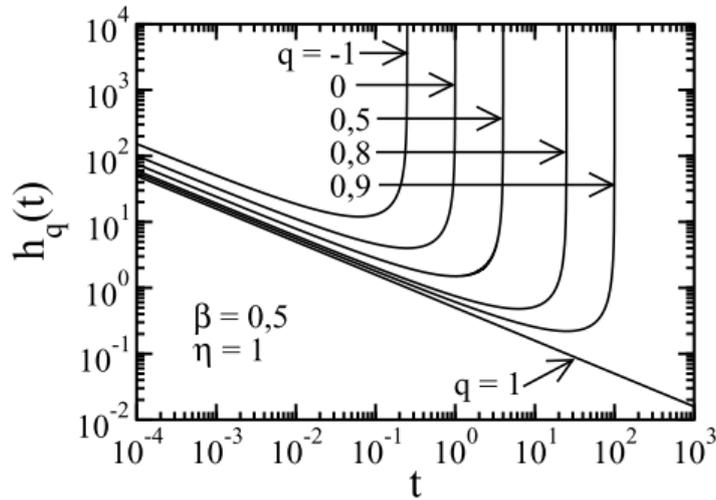


Figura 3.8 Efeito de q em $h_q(t)$ para $q < 1$ e $0 < \beta < 1$ em escala log-log.
Fonte: Assis (2013).

Taxas de falha do modelo q -Weibull em função do tempo com formato de banheira ($q < 1$ e $0 < \beta < 1$) são mostradas na Figura 3.9 para diferentes valores de q calculadas com $\beta = 0,5$, $t_0 = 0$ e mantendo $t_{max} = 100$. η é calculado pela Equação (3.8). O trecho de taxa de falha praticamente constante (trecho de vida útil ou de falhas aleatórias), se reduz e o mínimo valor de taxa de falha aumenta à medida que $q \rightarrow 1$.

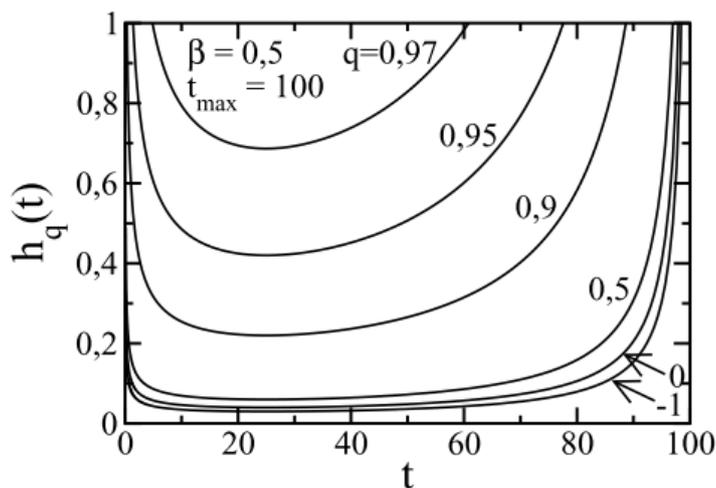


Figura 3.9 Efeito de q em $h_q(t)$ para $q < 1$ e $0 < \beta < 1$.
Fonte: Assis (2013).

Para o caso unimodal ($1 < q < 2$ e $\beta > 1$), a influência do parâmetro q na função taxa de falha da q -Weibull é apresentada na Figura 3.10 com $\beta = 2$, $t_0 = 0$ e $\eta = 1$, para diferentes valores de $q > 1$. Há um deslocamento da taxa máxima de falha à medida que q se aproxima de 2.

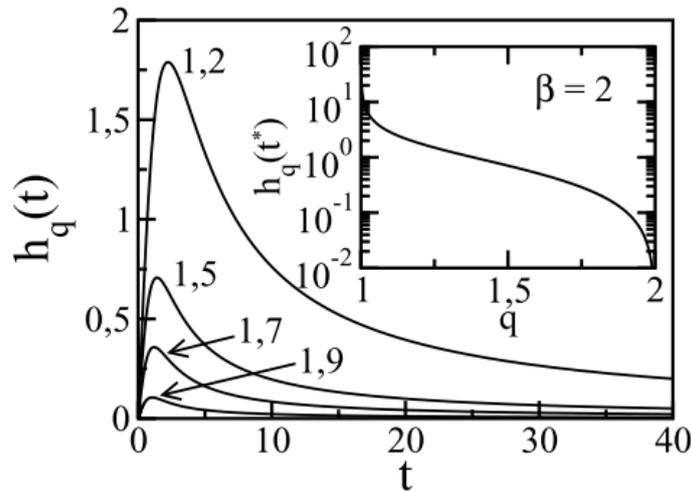


Figura 3.10 Efeito de q em $h_q(t)$ para $1 < q < 2$ e $\beta > 1$.
Fonte: Assis (2013).

Outras propriedades da função taxa de falha do modelo q -Weibull como os comportamentos monótono decrescente ($1 < q < 2$ e $0 < \beta < 1$) e monótono crescente ($q < 1$ e $\beta > 1$), a derivada temporal da taxa de falha, o tempo que corresponde ao extremo mínimo para curva da banheira e máximo para unimodal, uma análise do comportamento da função densidade de probabilidade (Equação (3.1)), duas formas adimensionais da distribuição q -Weibull e expressões para os momentos, moda e mediana são deduzidas e exploradas com detalhes por Assis, Borges e Vieira de Melo (2013).

A função densidade de probabilidade (3.1) do modelo q -Weibull com as restrições $q < 2$, $\beta > 0$, $\eta - t_0 > 0$, $t \geq t_0$ e o fator $(2 - q)$, que satisfazem a condição de normalização $\int f_q(t) = 1$, é a generalização de três modelos: Weibull ($q = 1$ e $\beta \neq 1$), q -exponencial ($q \neq 1$ e $\beta = 1$) e exponencial ($q = 1$ e $\beta = 1$). O modelo q -Weibull requer $q \neq 1$ e $\beta \neq 1$.

3.2.3 Estimação de parâmetros

Ao rearranjar a função acumulada (3.4) pela mudança de variáveis, os tempos amostrais podem ser convenientemente colocados em uma linha reta na forma de $y = \beta x + b$ em um gráfico de $\ln \left[-\ln_q(1 - \hat{F}_i) \right]$ em função de $\ln(t_i - t_0)$, desde que:

$$\ln \left\{ -\ln_{q'} \left[1 - F_q(t) \right] \right\} = \beta \ln(t - t_0) - \beta \ln \left[\frac{\eta - t_0}{(2 - q)^{1/\beta}} \right], \quad (3.10)$$

com $q' = 1/(2 - q)$. Para mais detalhes sobre estas operações, ver [Costa et al. \(2006\)](#).

Conforme mostrado na subseção 2.4.1, o q -logaritmo presente na expressão (3.10) é função inversa da q -exponencial, e satisfaz $\ln_q 1 = 0$ e $\exp_q 0 = 1, \forall q$.

Uma abordagem usual para estimar as posições de plotagem do eixo y para dados completos é o estimador de não confiabilidade do *median rank*, denotado por \hat{F}_i . Os tempos de falha são ordenados em ordem crescente e a proporção cumulativa é estimada usando a aproximação de Bernard proposta por [Johnson \(1951\)](#):

$$\hat{F}_i = \frac{i - 0,3}{n + 0,4}, \quad (3.11)$$

onde i é o número de ordem de falha que pode variar de 1 até n e n é o tamanho da amostra. Observe que os valores estimados de não confiabilidade para valores de tempo de falha repetidos não são iguais e cada ponto é plotado no eixo y com um valor próprio. Exemplos de aplicação do *median rank* podem ser encontrados em [Dodson \(2006\)](#), [Abernethy \(2010\)](#) e [O'Connor e Kleyner \(2012\)](#).

Desta forma, para cada amostra de tempo de falha t_i , têm-se:

$$y_i = \ln \left[-\ln_{q'} (1 - \hat{F}_i) \right], \quad (3.12)$$

$$x_i = \ln(t_i - t_0). \quad (3.13)$$

Os parâmetros do modelo q -Weibull são estimados pelo método dos mínimos quadrados (LSE), maximizando o coeficiente de determinação R^2 , que representa a qualidade do ajuste (consulte [Cornell e Berger \(1987\)](#) para um exame detalhado):

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_i)^2}, \quad (3.14)$$

submetido às restrições $q < 2, \beta > 0, \eta > t_0$ e $t_0 < t_{min}$. t_{min} é o menor tempo amostral, y_i é dado pela Equação (3.12), o modelo \hat{y}_i obtido pela regressão é

$$\hat{y}_i = \beta \ln(t_i - t_0) - \beta \ln \left[\frac{\eta - t_0}{(2 - q)^{1/\beta}} \right] = \ln \left\{ -\ln_{q'} \left[1 - F_q(t_i) \right] \right\}, \quad (3.15)$$

e a média \bar{y}_i é

$$\bar{y}_i = \frac{\sum y_i}{n}. \quad (3.16)$$

O método dos mínimos quadrados encontra o modelo que melhor se ajusta aos pares x_i e y_i . Em [Slymen e Lachenbruch \(1984\)](#) o método de estimação por mínimos quadrados é utilizado para estimar os parâmetros de um modelo de Weibull modificado.

De acordo com [Kenney e Keeping \(1962\)](#), a inclinação β do modelo e o intercepto b são:

$$\beta = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad \text{e} \quad b = y - \beta x. \quad (3.17)$$

A expressão para o cálculo da vida característica (parâmetro η), fornecida em [Sartori et al. \(2009\)](#), é:

$$\eta = \exp\left(\frac{-b}{\beta}\right) (2 - q)^{1/\beta} + t_0. \quad (3.18)$$

É possível estimar os parâmetros de outros três modelos de tempos de vida ao atribuir valores específicos dos parâmetros q e β na q -Weibull. Estes modelos são casos particulares da distribuição q -Weibull. A Tabela 3.4 mostra os modelos recuperados e os parâmetros estimados.

Tabela 3.4 Modelos recuperados a partir do modelo q -Weibull de acordo com valores específicos dos parâmetros q e β .

Valor de q e/ou β	Modelo recuperado	Parâmetros estimados
$q = 1$	Weibull	β, η e t_0
$\beta = 1$	q -exponencial	q, η e t_0
$q = 1$ e $\beta = 1$	Exponencial	η e t_0

3.2.4 Seleção de modelos

A seleção de modelos é um aspecto crítico e integral da análise de dados científicos que pode levar a uma inferência válida. Modelos matemáticos são frequentemente testados avaliando-se quão bem cada um se encaixa a dados de um experimento ou simulação.

O coeficiente de determinação R^2 (Equação (3.14)) é uma medida de adequação de ajuste e pode ser interpretado como a precisão com que um modelo se ajusta a uma amostra de dados observados. Usualmente, o modelo que fornece o melhor ajuste (ou seja, o menor desvio) é o preferido.

De acordo com Pitt e Myung (2002), pode haver erro de medição de dados, por exemplo, em consequência da imprecisão de instrumentos de medição. Para estes autores, como é improvável eliminar o erro associado a dados coletados, esforços convergiram para desenvolver métodos para comparação de modelos que concentram-se em separar o ruído (ou incerteza) da informação estrutural de dados experimentais.

Um destes métodos é o Critério de Informação Akaike (AIC), que aborda diferentes atributos como o número de parâmetros de modelos e o tamanho amostral. Este critério, que fornece compreensões sob a ótica da seleção de modelos e análise de conjuntos de dados complexos, é originado pela minimização da informação (ou distância) de Kullback-Leibler (K-L), baseada na função de log-verossimilhança e acrescida de uma penalidade associada ao número de parâmetros do modelo. O AIC (Akaike (1974)) pode ser calculado a partir de estatísticas de regressão de mínimos quadrados e auxiliar na comparação de modelos:

$$\text{AIC} = n \ln \left(\frac{RSS}{n} \right) + 2K, \quad (3.19)$$

onde n é o número de pontos experimentais, RSS é a soma dos quadrados dos resíduos e K é o número total de parâmetros ajustados independentemente, incluindo o intercepto b da solução de mínimos quadrados e a variância $\frac{RSS}{n}$ (ver detalhes em Burnham e Anderson (2002)).

O segundo termo da Equação (3.19) inclui uma contagem do número de parâmetros (K), que penaliza o modelo observado à medida que o número de parâmetros aumenta. Geralmente, é esperado que um modelo com mais parâmetros se ajuste melhor a uma amostra de dados. Para ser selecionado por este critério, o modelo com mais parâmetros deve fornecer um ajuste substancialmente melhor do que um modelo com menos parâmetros para superar esta penalidade. Ou seja, o ajuste superior obtido com os parâmetros extras deve justificar a necessidade de parâmetros extras em captar melhor a natureza de dados experimentais.

Para pequenas amostras de pontos experimentais, Sugiura (1978) e Hurvich e Tsai (1989) indicam uma versão corrigida de AIC designada AIC_c (*bias-corrected*), onde o termo de penalidade é multiplicado por um fator de correção e pode ser escrito como:

$$\text{AIC}_c = \text{AIC} + \frac{2K(K+1)}{n-K-1}. \quad (3.20)$$

Este desenvolvimento também pode ser visto em Burnham e Anderson (2002), que recomendam usar o AIC_c para selecionar modelos quando $\frac{n}{K} < 40$.

Segundo estes autores, não é o tamanho absoluto dos valores de AIC_c calculados, são os valores relativos ao conjunto avaliado, particularmente as diferenças entre os valores de AIC_c , que são importantes. Δ_i é a diferença entre cada AIC_c e o menor AIC_c :

$$\Delta_i = AIC_{c_i} - \min [AIC_c], \quad (3.21)$$

onde $\min [AIC_c]$ é o menor AIC_c . O modelo classificado como melhor é aquele em que $\Delta_i \equiv 0$ e o modelo menos plausível possui o maior Δ_i .

Uma regra aproximada (Tabela 3.5) que representa o nível de suporte empírico de modelos pode ser particularmente útil para a seleção de modelos.

Tabela 3.5 Regra para interpretação de valores de Δ_i .

Δ_i	Nível de suporte empírico do modelo i
[0; 2]	Substancial
[4; 7]	Consideravelmente baixo
(10; $+\infty$)	Essencialmente nenhum

Fonte: Burnham e Anderson (2002).

O nível de suporte empírico correspondente aos intervalos (2; 4) e (7; 10] não é especificado pelos autores e neste trabalho é atribuído que só há suporte empírico para modelos quando $\Delta_i \leq 2$.

As estatísticas R^2 , AIC e Δ_i podem fornecer informações adicionais sobre o desempenho de modelos. De acordo com Nakagawa e Schielzeth (2013), o coeficiente de determinação (R^2) tem uma propriedade extremamente útil que fornece, por meio de um valor absoluto, a qualidade de ajuste de um modelo, o que não pode ser oferecido pelo Critério de Informação Akaike (AIC), que, por sua vez, fundamentado pela medida de discrepância K-L, é uma base lógica para a seleção de modelos em conjunção com inferência de probabilidade e geralmente é apresentado como uma ferramenta para comparação de modelos.

Os cálculos numéricos e as ilustrações gráficas exibidos no capítulo a seguir foram implementados em linguagem MATLAB® (versão 8.5) sob o sistema operacional Windows™ 10 (NT 10.0), por meio de um computador portátil com 3,0 GHz de *clock*, 6 GB de memória RAM e um processador Intel® Core™ i7-5500U.

ANÁLISE DE TEMPOS DE VIDA DE MÁQUINAS COLHEDORAS DE CANA-DE-AÇÚCAR

Dados de campo de sistemas de colhedoras de cana-de-açúcar provenientes de um histórico de operação industrial cedidos por uma indústria do setor sucroenergético são analisados e comparados por quatro modelos de tempos de vida nas seções 4.1, 4.2, 4.3, 4.4 e 4.5. Os tempos de funcionamento agrupados por sistemas são coletados de uma central remota que armazena dados de telemetria provenientes de redes de sensores¹ instalados em colhedoras. As tecnologias *Global System for Mobile communication* (GSM) e *General Packet Radio Service* (GPRS) compõem a infraestrutura para a transmissão de dados. Considera-se que itens falhos de sistemas de colhedoras sejam substituíveis². Não há dados censurados. São apresentados graficamente os ajustes dos modelos, as curvas da função confiabilidade³ e as curvas da função taxa de falha. Os valores dos parâmetros q , β , η e t_0 , os valores de tempo máximo de vida t_{max} e do coeficiente de determinação R^2 são fornecidos. O Critério de Informação Akaike corrigido AIC_c é aplicado e os valores de suporte empírico Δ_i são calculados para auxiliar na comparação de modelos. As conclusões deste capítulo são apresentadas na seção 4.6.

¹Pode haver redução de incerteza associada a medição quando dados amostrais são coletados de forma automatizada (vide Harmel et al. (2006)).

²Efeitos de substituição preventiva nas curvas de confiabilidade e taxa de falha do modelo q -Weibull são discutidos em Assis (2013).

³São descritas em gráfico log-log para representar melhor os dados amostrais de valores altos de tempo (eventos mais raros) que configuram uma aproximação a lei de potência, trecho no qual uma curvatura da função confiabilidade $R_q(t)$ do modelo q -Weibull é pouco perceptível.

4.1 EXTRAÇÃO

São analisados 31 tempos operacionais, em horas, de sistemas de extração de colhedoras de cana-de-açúcar, apresentados na Tabela 4.1.

Tabela 4.1 Tempos até a falha (em horas) de sistemas de extração em ordem crescente.

Tempos em horas até falhar de sistemas de extração							
1	6	8	10	12,5	16	18	25,4
31	41,5	46,5	54,5	57,5	62,3	70	75
76	80	93,8	98	104,7	111	118,3	125
129	155	160	162	168,5	171,5	177	

São mostrados na Tabela 4.2 os valores dos parâmetros das distribuições q -Weibull, Weibull, q -exponencial e exponencial, o tempo máximo de vida t_{max} , o coeficiente de determinação R^2 , os valores do Critério de Informação Akaike corrigido AIC_c e os valores de Δ_i para a comparação dos modelos. O ajuste da distribuição q -Weibull indica a combinação $q < 1$ e $0 < \beta < 1$, que determina o comportamento de curva da banheira para $h_q(t)$ (a Tabela 3.3 mostra todas as possíveis combinações de q e β e seus respectivos formatos de taxa de falha).

Tabela 4.2 Parâmetros q , β , η e t_0 , tempo máximo de vida (t_{max}), coeficiente de determinação (R^2), Critério de Informação Akaike corrigido (AIC_c) e Δ_i para tempos de vida de sistemas de extração.

Modelo	q	β	η (horas)	t_0 (horas)	t_{max} (horas)	R^2	AIC_c	Δ_i
q -Weibull	-2,83	0,81	1089,86	-0,37	207,3	0,9908	-136,7892	0
Weibull	1	1,15	89,18	-2,65	∞	0,9753	-95,0444	41,7448
q -exponencial	0,31	1	192,90	-1,79	280,3	0,9863	-120,8440	15,9452
Exponencial	1	1	91,37	-0,91	∞	0,9702	-91,7867	45,0025

O Critério de Informação Akaike corrigido (AIC_c) e o grau de suporte empírico (Δ_i) apontam superioridade para o modelo q -Weibull. O coeficiente de determinação (R^2) indica que este mesmo modelo é o que melhor se ajusta aos dados experimentais. Detalhes sobre as estatísticas aplicadas para a avaliação do desempenho de modelos são apresentadas na seção 3.2.4.

A evidência qualitativa de ajustes dos modelos aos tempos de falha pode ser verificada visualmente na Figura 4.1, que mostra $\ln \left[-\ln_{q'}(1 - \hat{F}_i) \right]$ em função de $\ln(t_i - t_0)$. Isto

mostra que o modelo q -Weibull é o modelo que melhor descreve toda a variação dos tempos de falha dentre os modelos avaliados. Note que os outros modelos se distanciam dos tempos amostrais (círculos), principalmente para os valores de tempos finais.

Ainda na Figura 4.1, os valores de y_i do eixo das ordenadas correspondentes as distribuições Weibull e exponencial são iguais, uma vez que $q = 1$. Por outro lado, as distribuições q -Weibull e q -exponencial, por disporem de valores distintos do parâmetro q , apresentam valores diferentes para cada y_i . Os valores de x_i nas abscissas são diferentes para cada gráfico, pois cada modelo tem um valor particular de t_0 . Para uma comparação visual justa, as escalas dos eixos dos quatro gráficos são idênticas. Este tipo de representação gráfica indica que, se os dados amostrais estiverem posicionados corretamente numa linha reta, o modelo alcança um ajuste ideal ($R^2 = 1$).

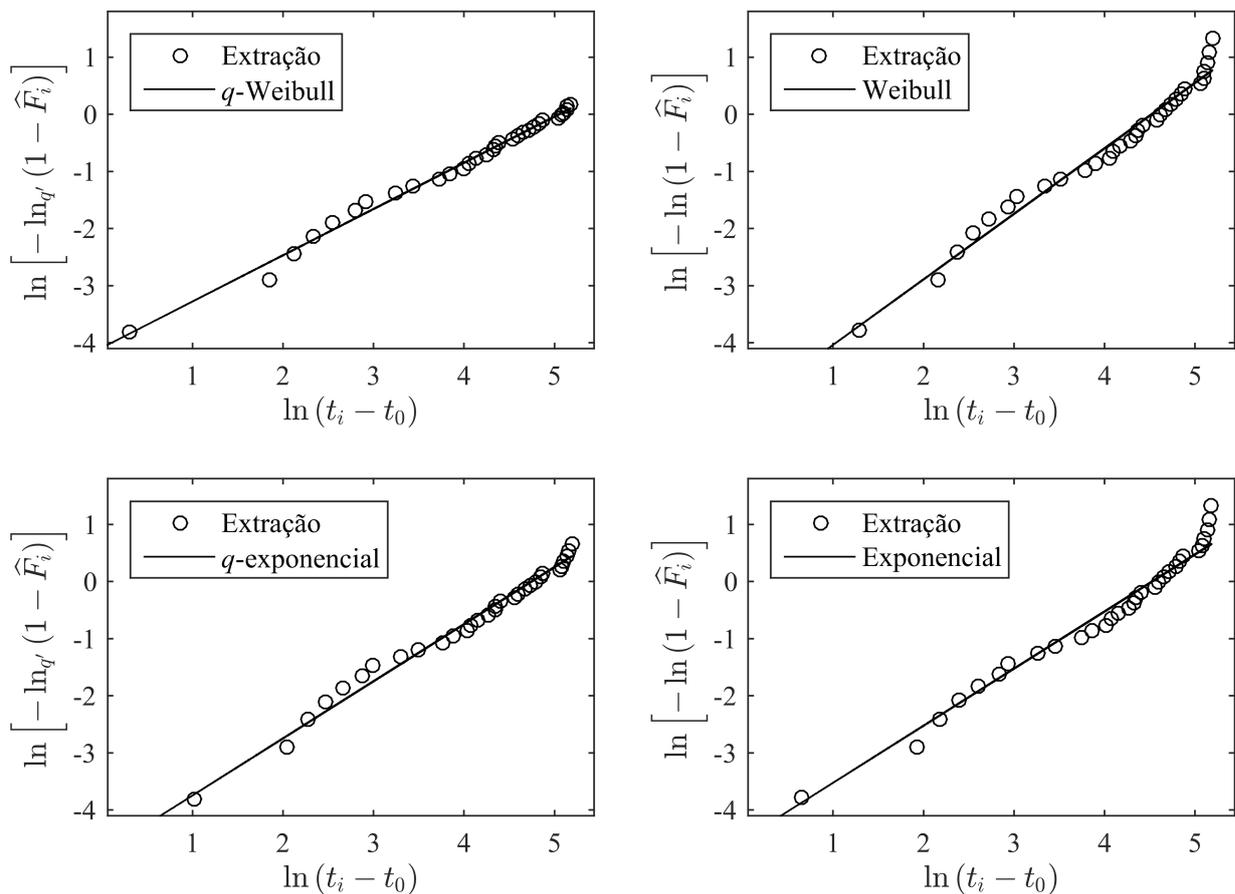


Figura 4.1 Gráficos de y_i (3.12) em função de x_i (3.13) de tempos até a falha (círculos) e modelos ajustados (linhas contínuas) para sistemas de extração.

As curvas de confiabilidade R_q e de taxa de falha h_q (horas⁻¹) em função do tempo

t para cada um dos quatro modelos são exibidas na Figura 4.2. O gráfico da função de confiabilidade $R_q(t)$ mostra que o modelo q -Weibull é o modelo que melhor descreve toda a variação dos tempos de falha (observe que o valor obtido por AIC_c também sugere a q -Weibull como a distribuição mais adequada). As curvas de $h_q(t)$ são exibidas no painel direito da Figura 4.2. A distribuição q -Weibull é a única que representa uma curva não monótona com três regiões distintas de taxa de falha decrescente, constante (de maneira aproximada) e crescente, com apenas um conjunto de parâmetros. As distribuições Weibull e q -exponencial apresentam curvas monótonas crescentes. A curva da distribuição Weibull é côncava. A distribuição q -exponencial possui uma curvatura convexa e tem um crescimento mais acentuado em comparação com a Weibull. Note que ambas q -exponencial e q -Weibull possuem um valor finito de tempo de vida expresso por t_{max} ao passo que o tempo de vida da Weibull é ilimitado ($t_{max} \rightarrow \infty$).

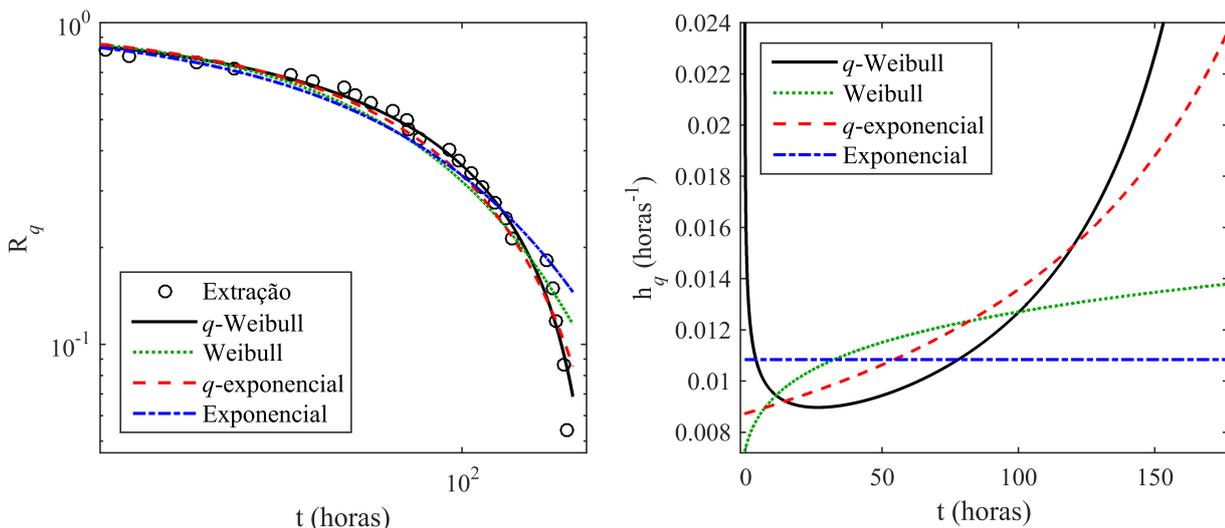


Figura 4.2 Painel esquerdo: gráfico log-log das curvas de confiabilidade $R_q(t)$ em função do tempo t . Painel direito: curvas da taxa de falha em função do tempo t . Dados experimentais de sistemas de extração (círculos) e os modelos (linha contínua e linhas tracejadas) são indicados.

Do ponto de vista prático, o contexto de manutenção pode ser abordado ao avaliar os comportamentos das funções taxa de falha, que podem indicar políticas de manutenção preventiva⁴ divergentes.

Um plano de manutenção orientado pela Weibull e pela q -exponencial pode sugerir ações preventivas, pois as curvas destas distribuições são crescentes, e parece razoável

⁴É a substituição de um sistema, subsistema ou componente em intervalos de tempo constante, ainda que em perfeito estado de funcionamento, com o objetivo de reduzir a frequência de ocorrência de falhas (DOYEN; GAUDOIN, 2011).

dizer que a q -exponencial demanda um intervalo de substituição diferente da Weibull, pois cresce mais abruptamente (curva convexa). Deste modo, a curva descrita pela q -Weibull indica que uma conduta preventiva pode ser necessária por volta de 50 horas, tempo onde ocorre mudança de comportamento de taxa de falha e esta torna-se crescente em t .

4.2 TRANSPORTE DE CANA-DE-AÇÚCAR

Na Tabela 4.3 são mostrados 71 tempos até a falha (incluindo repetições) de sistemas de transporte de cana-de-açúcar de colhedoras. Os tempos são organizados em ordem crescente para estimar a não confiabilidade expressa na Equação (3.11).

Tabela 4.3 Tempos até a falha (em horas) de sistemas de transporte de cana em ordem crescente.

Tempos em horas até falhar de sistemas de transporte de cana								
1,5	1,7	1,8	3	5	6,2	8	8,7	10,5
15,5	17	18,5	19,7	22	22	22	22	22,7
25	27,5	28,6	29	30,2	31	33	37,5	40
49,8	51,5	51,6	53,4	57,4	68	78	80	85,7
93,3	97,5	108,5	124	124,7	128	134,8	137	138
145,8	154,5	159,9	164,2	167	169,5	174,5	177	184
192	210,8	222	222,6	222,7	223	230,5	236,8	236,8
241	242,7	246,3	247	256,7	270,8	274,8	289	

Os parâmetros das quatro distribuições, o tempo máximo de vida, o coeficiente de determinação e os índices para a seleção do modelo mais apropriado são revelados na Tabela 4.4. A amostra de tempos de falha de sistemas de transporte de cana apresentam valores de ajuste R^2 bastante próximos para as distribuições q -exponencial e exponencial, pois o cálculo de parâmetros da q -exponencial computa $q = 1,05$, valor próximo de uma unidade. Entre as quatro distribuições, a q -Weibull tem o maior coeficiente de determinação, o menor valor do critério de informação e o melhor suporte experimental ($\Delta_i = 0$), que mostra ser esta distribuição a mais conveniente.

Na Figura 4.3 são expostos os gráficos da variável y_i em função da variável x_i para cada modelo, obtidas respectivamente pelas Equações (3.12) e (3.13). O modelo q -Weibull se destaca ao melhor descrever a amostra de tempos de vida de sistemas de transporte de cana, principalmente no trecho de tempos de falha maiores.

Tabela 4.4 Parâmetros q , β , η e t_0 , tempo máximo de vida (t_{max}), coeficiente de determinação (R^2), Critério de Informação Akaike corrigido (AIC_c) e Δ_i para tempos de vida de sistemas de transporte de cana.

Modelo	q	β	η (horas)	t_0 (horas)	t_{max} (horas)	R^2	AIC_c	Δ_i
q -Weibull	-6,74	0,58	10686,03	1,36	324,9	0,9847	-290,8584	0
Weibull	1	0,85	112,15	0,46	∞	0,9686	-208,277	82,5814
q -exponencial	1,05	1	101,39	-1,13	∞	0,9603	-189,4844	101,374
Exponencial	1	1	109,44	-1,29	∞	0,9600	-193,3701	97,4883

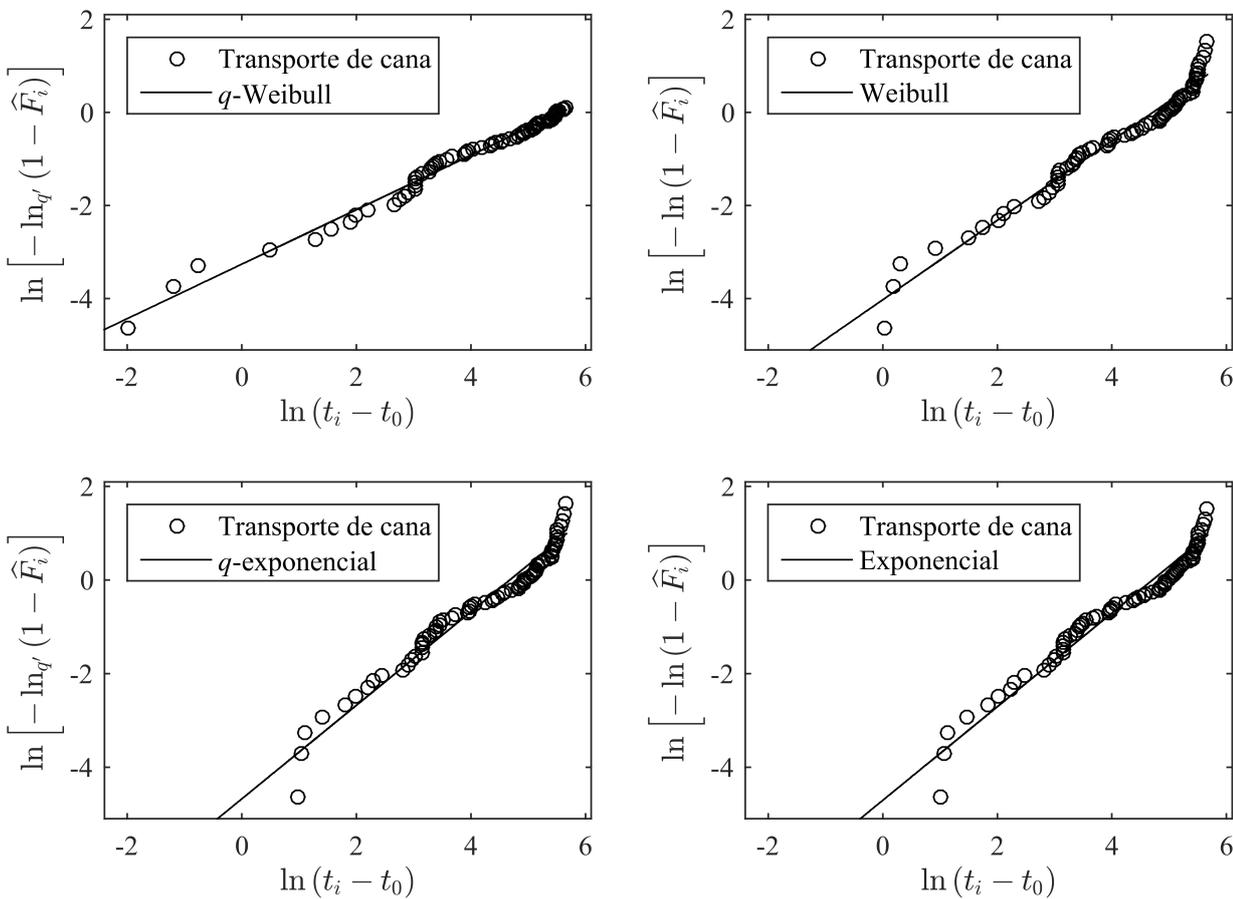


Figura 4.3 Gráficos de y_i (3.12) em função de x_i (3.13) de tempos até a falha (círculos) e modelos ajustados (linhas contínuas) para sistemas de transporte de cana-de-açúcar.

A Figura 4.4 exibe as curvas de confiabilidade no painel esquerdo. Da mesma forma como observado na Figura 4.3, por produzir um decaimento mais acentuado, o modelo

q -Weibull se aproxima mais das amostras em comparação com os outros três modelos. As curvas de taxa de falha (painel direito da Figura 4.4) mostram que o modelo q -Weibull é o único capaz de descrever um comportamento não monótono (neste caso, do tipo curva da banheira, com $q < 1$ e $0 < \beta < 1$), diferentemente dos outros três modelos. Os modelos q -exponencial e Weibull exibem curvas monótonas decrescentes. O modelo exponencial descreve uma constante.

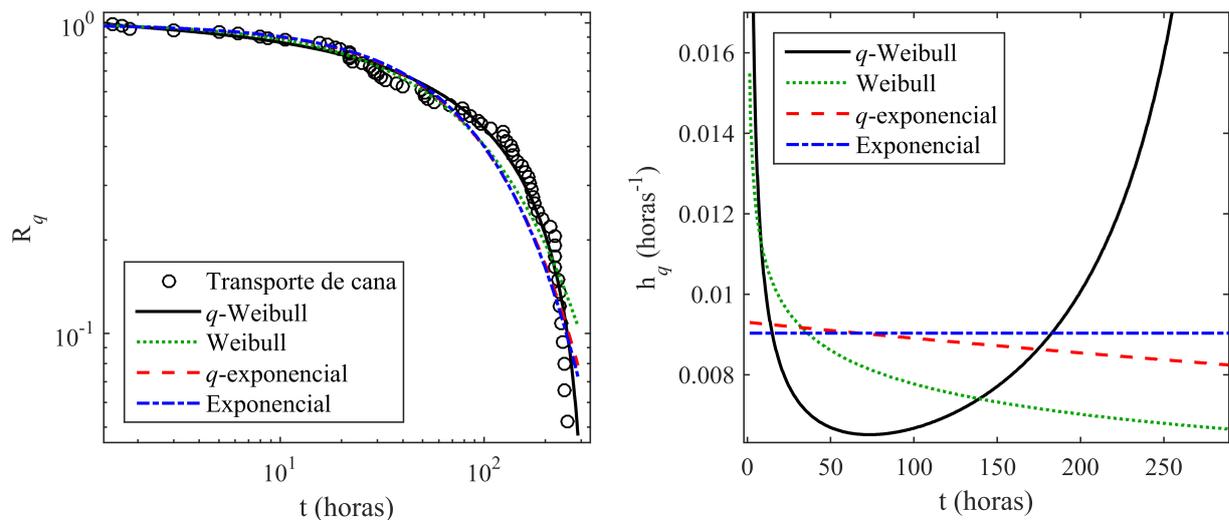


Figura 4.4 Painel esquerdo: gráfico log-log das curvas de confiabilidade $R_q(t)$ em função do tempo t . Painel direito: curvas da taxa de falha em função do tempo t . Dados experimentais de sistemas de transporte de cana-de-açúcar (círculos) e os modelos (linha contínua e linhas tracejadas) são indicados.

A função taxa de falha $h_q(t)$ da distribuição q -Weibull se cruza com a curva de Weibull em torno de 140 horas e com a q -exponencial ao redor de 175 horas. Mesmo antes de 140 horas, um plano de manutenção orientado pela Weibull pode supor que não há necessidade de ações preventivas, pois a taxa de falha decresce em t . A q -exponencial praticamente torna-se a exponencial, pois o valor de q se aproxima de uma unidade ($q = 1,05$) e nos parece correto dizer que não há recomendações preventivas neste cenário. Contudo, a distribuição q -Weibull pressupõe um crescimento proeminente de taxa de falha que se inicia pouco antes de 140 horas, indicando que alguma ação preventiva pode ser necessária.

4.3 PROPULSÃO

43 tempos até a falha de sistemas de propulsão de colhedoras de cana-de-açúcar são expostos na Tabela 4.5.

Os parâmetros q , β , η e t_0 , o tempo máximo de vida t_{max} , o coeficiente de determinação

R^2 e os critérios de teoria da informação AIC_c e Δ_i estão representados na Tabela 4.6. O ajuste do modelo q -Weibull é ligeiramente superior ao de Weibull e apresenta uma vantagem mais expressiva em comparação com as distribuições q -exponencial e exponencial. Os valores previstos pelo Critério de Informação Akaike e pelo nível de suporte Δ_i sugerem que ambos modelos q -Weibull e Weibull são os mais adequados para tempos de vida de sistemas de propulsão, uma vez que $\Delta_{i,q\text{-Weibull}} = 1,9472$ e $\Delta_{i,\text{Weibull}} = 0$ (observe o grau de suporte previsto de acordo com os intervalos de valores de Δ_i na Tabela 3.5).

Tabela 4.5 Tempos até a falha (em horas) de sistemas de propulsão em ordem crescente.

Tempos em horas até falhar de sistemas de propulsão								
17,8	46,6	48,7	49	66,5	84,1	92,5	95,3	96,7
111	119	127,6	160,3	167	204,5	210	216	222
230	245	251	259	264	271	287,8	292,9	299
309,3	318	341	348	362	379	386	392	466
554	625	688,5	794,9	1006,1	1099,7	1280		

Tabela 4.6 Parâmetros q , β , η e t_0 , tempo máximo de vida (t_{max}), coeficiente de determinação (R^2), Critério de Informação Akaike corrigido (AIC_c) e Δ_i para tempos de vida de sistemas de propulsão.

Modelo	q	β	η (horas)	t_0 (horas)	t_{max} (horas)	R^2	AIC_c	Δ_i
q -Weibull	1,36	1,68	204,15	-5,63	∞	0,9860	-139,8787	1,9472
Weibull	1	1,23	344,24	7,13	∞	0,9792	-141,8259	0
q -exponencial	0,63	1	564,07	12,45	1523,1	0,9671	-129,0790	12,7469
Exponencial	1	1	366,09	13,39	∞	0,9598	-115,8347	25,9912

São mostrados graficamente na Figura 4.5 o ajuste dos modelos (linha contínua) aos dados experimentais de sistemas de propulsão (círculos).

Na Figura 4.6 são exibidas as curvas das funções confiabilidade e taxa de falha em função de t de cada um dos quatro modelos. No painel esquerdo, o gráfico log-log das curvas de confiabilidade $R_q(t)$ também mostram os dados experimentais, representados por círculos. Veja que os dados se mantêm ligeiramente mais próximos a curva do modelo q -Weibull, principalmente a partir de 300 horas até os tempos finais. Esta característica pode ser reafirmada observando os valores dos ajustes de R^2 apresentados na Tabela 4.6. Nesta ocorrência, a curva da função taxa de falha da distribuição q -Weibull (painel direito da mesma figura) descreve um comportamento de "U" invertido (note que $1 <$

$q < 2$ e $\beta > 1$). As distribuições Weibull e q -exponencial descrevem curvas monótonas crescentes, com um crescimento mais acentuado para a q -exponencial (curva convexa), única distribuição que delimita um tempo máximo finito de vida (Equação (3.8)) para esta amostragem.

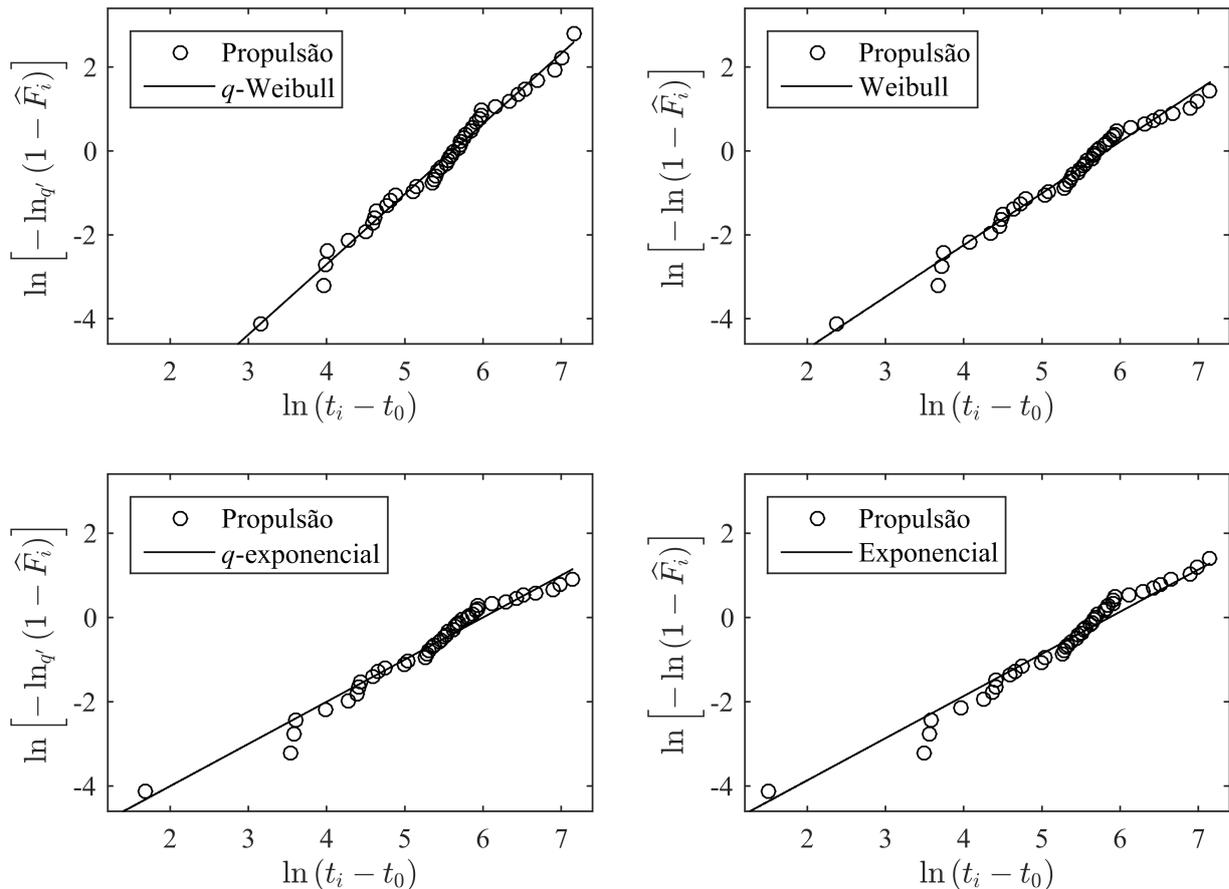


Figura 4.5 Gráficos de y_i (3.12) em função de x_i (3.13) de tempos até a falha (círculos) e modelos ajustados (linhas contínuas) para sistemas de propulsão.

Até o pico da curva unimodal, ou seja, para $t \leq 250$ horas, a função taxa de falha da q -Weibull é crescente e uma avaliação no âmbito de manutenção pode sugerir intervenções preventivas. A partir de $t > 250$ horas, a curva de $h_q(t)$ da q -Weibull passa a ter um comportamento decrescente, podendo indicar que uma ação preventiva seja secundária. As curvas de taxa de falha da Weibull e da q -exponencial presumem comportamentos crescentes que retratam um contexto de necessidade de adoção de políticas de manutenção e parece ser razoável dizer que a Weibull demanda um intervalo de substituição diferente da q -exponencial, pois cresce mais lentamente (curva côncava).

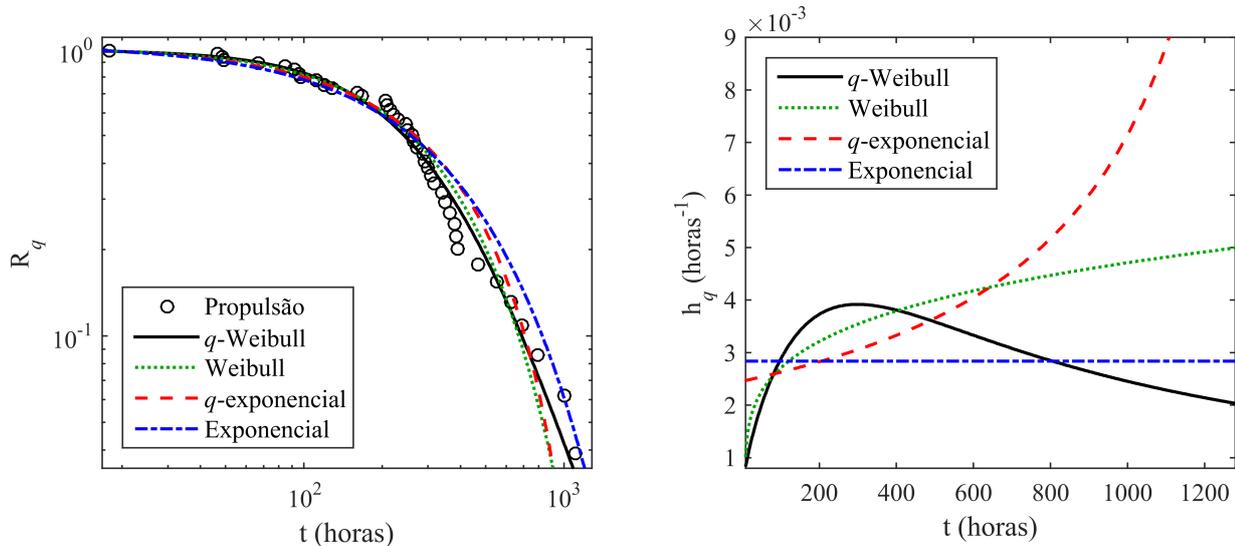


Figura 4.6 Pannel esquerdo: gráfico log-log das curvas de confiabilidade $R_q(t)$ em função do tempo t . Pannel direito: curvas da taxa de falha em função do tempo t . Dados experimentais de sistemas de propulsão (círculos) e os modelos (linha contínua e linhas tracejadas) são indicados.

4.4 MOVIMENTAÇÃO

Na Tabela 4.7 são exibidos 61 tempos operacionais de sistemas de movimentação de colhedoras de cana-de-açúcar, expressos em horas e em ordem crescente, incluindo valores de tempos iguais.

Tabela 4.7 Tempos até a falha (em horas) de sistemas de movimentação em ordem crescente.

Tempos em horas até falhar de sistemas de movimentação								
12	27	33,7	44	55	62,5	64,7	69,5	84
84	84	91,3	106,8	129	133	155,5	162	169
169	178	187,5	201,7	205,3	206	208	208	210
212	215,5	222	225	225	226,7	233	247	252,3
257,5	266,5	273,7	280	280	280	293,7	299,7	312
326,5	332,5	337,3	345	345	356	367	367	411
477	557	675	675	830,3	1054,5	1410		

Estão indicados na Tabela 4.8 os valores dos parâmetros, o tempo máximo finito de vida, o coeficiente de determinação e medidas para a seleção de modelos (Akaike e grau de suporte prático), para cada uma dos quatro modelos. A distribuição q -Weibull reproduziu o melhor ajuste. Embora o modelo usual de Weibull apresente um ajuste

inferior, é sugerido como o modelo mais apropriado pelo critério de seleção de modelos para modelar tempos até falhar de sistemas de movimentação. Observe que este modelo apresenta o menor valor do Critério de Informação Akaike corrigido (AIC_c) e, portanto, $\Delta_i = 0$.

Tabela 4.8 Parâmetros q , β , η e t_0 , tempo máximo de vida (t_{max}), coeficiente de determinação (R^2), Critério de Informação Akaike corrigido (AIC_c) e Δ_i para tempos de vida de sistemas de movimentação.

Modelo	q	β	η (horas)	t_0 (horas)	t_{max} (horas)	R^2	AIC_c	Δ_i
q -Weibull	1,63	4,55	131,58	-122,11	∞	0,9800	-131,1772	50,4767
Weibull	1	1,39	300,04	1,24	∞	0,9703	-181,6539	0
q -exponencial	-0,16	1	909,11	8,26	784,9	0,9492	-167,7600	13,8939
Exponencial	1	1	332,45	9,35	∞	0,9259	-128,1438	53,5101

Particularmente para a amostra de tempos até falhar de sistemas de movimentação, o modelo q -exponencial (caso particular da q -Weibull quando $\beta = 1$) expressa um valor de t_{max} menor que os três últimos tempos amostrais. Em $t = t_{max} = 784,9$ horas ocorre o corte da função q -exponencial, pois $q < 1$ e $\left(\frac{784,9-8,26}{909,11-8,26}\right)^1 > 1/[1 - (-0,16)]$. Ou seja, quando $t \geq t_{max}$, $\exp_q \left[-\left(\frac{t-t_0}{\eta-t_0}\right)^\beta \right] = 0$ e a função de falha acumulada $F_q(t)$ torna-se constante e não mais crescente. De maneira análoga, o modelo é válido para $t < t_{max}$ e além deste valor é determinístico. Do ponto de vista matemático, o corte pode não fazer sentido quanto a presença de tempos amostrais maiores que t_{max} . A condição de corte da função q -exponencial é definida nas Equações (2.5) e (3.2). Mais detalhes sobre a função q -exponencial são apresentadas na subseção 2.4.1.

Uma otimização de parâmetros pressupõe várias tentativas com ajustes de restrições para que uma boa solução seja obtida. Com a restrição $0,65 \leq q < 2$, a distribuição q -exponencial descreve todos os tempos de falha da amostra. Os valores de q , β , η , t_0 , t_{max} , R^2 , AIC_c e Δ_i correspondentes são apresentados na Tabela 4.9. Para valores de $q < 0,65$, o corte é representado por valores de t_{max} menores que o maior tempo amostral. O valor de R^2 é próximo daquele obtido com a otimização anterior e, desta vez, o corte ocorre em $t_{max} = 1426,04$ horas. De acordo com AIC_c e Δ_i , o ajuste da distribuição q -exponencial não proporciona um bom nível de suporte para sistemas de movimentação.

Tabela 4.9 Parâmetros q , β , η e t_0 , tempo máximo de vida (t_{max}), coeficiente de determinação (R^2), Critério de Informação Akaike corrigido (AIC_c) e Δ_i da distribuição q -exponencial com restrição $0,65 \leq q < 2$ para tempos de vida de sistemas de movimentação.

Modelo	q	β	η (horas)	t_0 (horas)	t_{max} (horas)	R^2	AIC_c	Δ_i
q -exponencial	0,65	1	504,90	8,90	1426,04	0,9432	-151,6077	30,0462

Os ajustes dos quatro modelos podem ser examinados graficamente na Figura 4.7. Visualize que o gráfico de y_i em função de x_i do modelo q -Weibull (linha contínua) parece representar melhor os dados de sistemas de movimentação (círculos) em comparação aos outros três modelos. A inclinação maior na reta de ajuste da q -Weibull em relação às linhas contínuas traçadas pelas outras distribuições é influenciada pelo valor mais elevado do parâmetro β ($\beta = 4,55$).

No painel esquerdo da Figura 4.8 são mostradas as curvas da função confiabilidade e no painel direito as curvas da função taxa de falha em horas⁻¹. Para os tempos de vida de sistemas de movimentação (Tabela 4.7), ocorre declínio mais pronunciado da função confiabilidade das distribuições Weibull, q -exponencial e exponencial, ao passo que a distribuição q -Weibull decai mais lentamente (visualmente parece não ocorrer curvatura a partir de 250 horas) e se aproxima dos tempos da amostra, sobretudo no trecho de tempos finais (valores altos que podem representar eventos mais raros), o que caracteriza uma aproximação à lei de potência, pois $1 < q < 2$. O valor de β afeta a inclinação de $R_q(t)$ e aqui uma comparação pode ser feita com a curva da função confiabilidade descrita pela q -Weibull para tempos de falha de sistemas de propulsão (painel esquerdo da Figura 4.6), que também determina lei de potência ($1 < q < 2$), mas apresenta uma inclinação menor, pois $\beta_{\text{movimentação}} > \beta_{\text{propulsão}}$.

A curva de taxa de falha da distribuição q -Weibull apresenta comportamento unimodal, pois $1 < q < 2$ e $\beta > 1$. Curvas monótonas crescentes de $h_q(t)$ são delineadas pelas distribuições Weibull (curva côncava) e q -exponencial (curva convexa). Note que a curva da q -exponencial cresce mais rapidamente. A constante pertence à distribuição exponencial. A q -exponencial é a única distribuição que tem um valor finito do tempo máximo de vida⁵ t_{max} . As outras três distribuições indicam $t_{max} \rightarrow \infty$.

⁵Divergência interpretada pela expressão (3.8) apresentada no Capítulo 3, que define o valor de tempo máximo finito de vida (t_{max}) para $q < 1$.

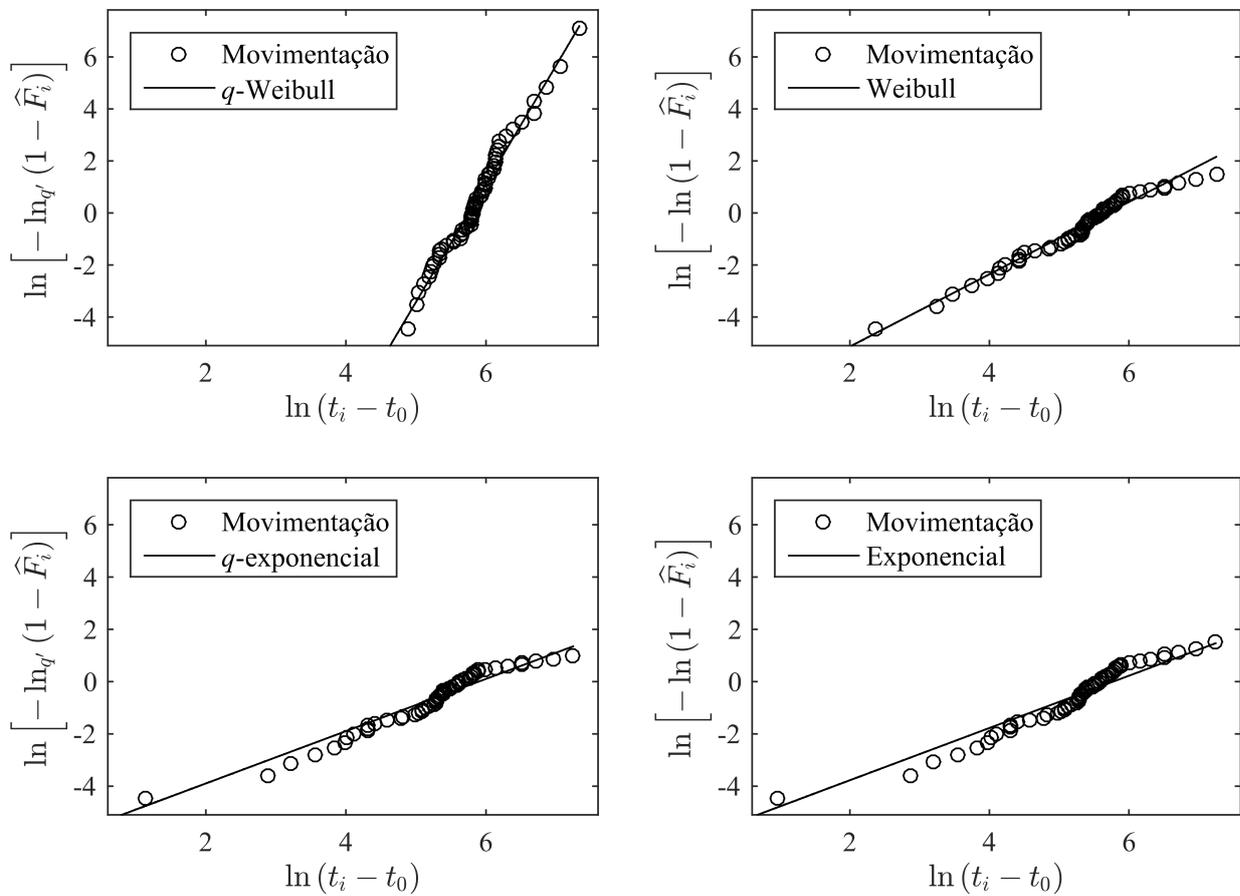


Figura 4.7 Gráficos de y_i (3.12) em função de x_i (3.13) de tempos até a falha (círculos) e modelos ajustados (linhas contínuas) para sistemas de movimentação.

Considerações acerca de revisões preventivas podem ser apontadas para sistemas de movimentação. O pico da curva unimodal descrita pela função taxa de falha da q -Weibull ocorre por volta de $t = 250$ horas. A partir deste tempo, o comportamento torna-se decrescente e pode-se argumentar como desnecessário um plano de manutenção preventiva. De outro modo, nos aparenta ser correto afirmar que as funções $h_q(t)$ descritas pelos modelos Weibull e q -exponencial estabelecem que um eventual programa de manutenção seja introduzido, já que crescem em t .

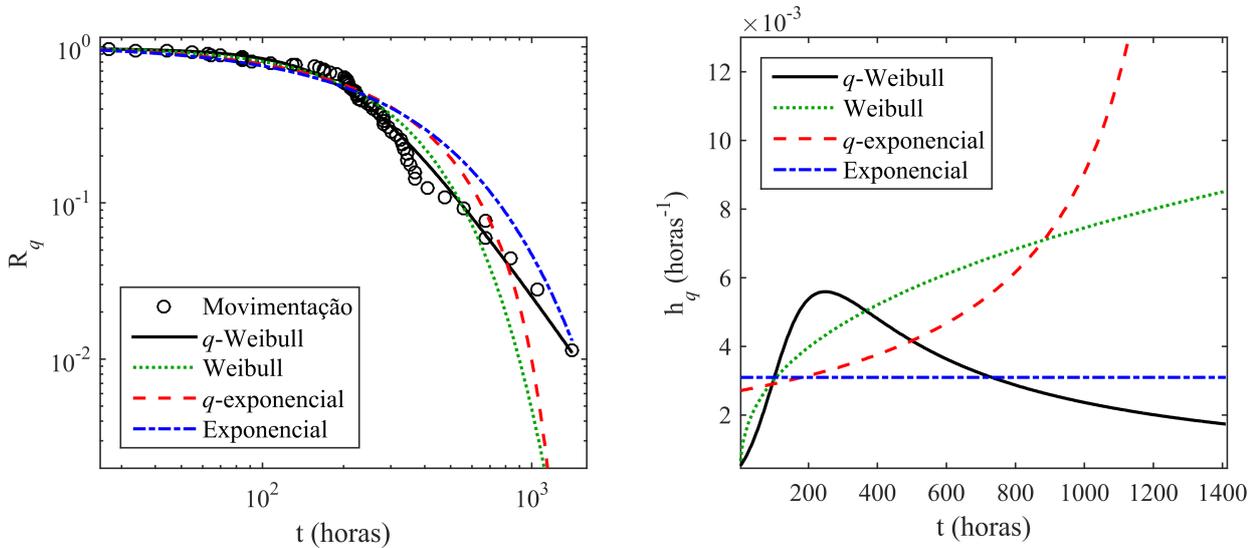


Figura 4.8 Painel esquerdo: gráfico log-log das curvas de confiabilidade $R_q(t)$ em função do tempo t . Painel direito: curvas da taxa de falha em função do tempo t . Dados experimentais de sistemas de movimentação (círculos) e os modelos (linha contínua e linhas tracejadas) são indicados.

4.5 ELETRÔNICO

São apresentados na Tabela 4.10 40 tempos de falha em ordem crescente, contendo repetições, de sistemas eletrônicos de colhedoras de cana-de-açúcar.

Tabela 4.10 Tempos até a falha (em horas) de sistemas eletrônicos em ordem crescente.

Tempos em horas até falhar de sistemas eletrônicos							
5	7,5	8	8,3	10	16,5	19	21
22,5	22,5	31	36,5	37	43	48	51,7
54	59,9	59,9	61	64,3	78	95	107,7
124,3	145	153	153	107,7	201,5	210,5	299
397,7	592	601	760	771,5	789	792,5	829

Os índices de seleção de modelos AIC_c e Δ_i , o coeficiente de determinação R^2 , o tempo máximo de vida t_{max} e os valores dos parâmetros q , β , η e t_0 são indicados na Tabela 4.11. Os cálculos de ajuste (R^2) dos tempos amostrais da Tabela 4.10 obtidos com as distribuições q -Weibull e Weibull produzem valores próximos. O valor de ajuste da distribuição q -exponencial é inferior aos obtidos pelas distribuições q -Weibull e Weibull, mas é superior ao alcançado pela exponencial, que não ajustou bem os tempos. A distribuição usual de Weibull é recomendada pelo critério de seleção de modelos, pois representa o menor AIC_c (Equação (3.20)) e, conseqüentemente, $\Delta_i = 0$ (Equação (3.21)).

Tabela 4.11 Parâmetros q , β , η e t_0 , tempo máximo de vida (t_{max}), coeficiente de determinação (R^2), Critério de Informação Akaike corrigido (AIC_c) e Δ_i para tempos de vida de sistemas eletrônicos.

Modelo	q	β	η (horas)	t_0 (horas)	t_{max} (horas)	R^2	AIC_c	Δ_i
q -Weibull	1,18	0,72	95,74	4,59	∞	0,9811	-127,0362	4,8272
Weibull	1	0,66	151,10	4,7	∞	0,9794	-131,8634	0
q -exponencial	1,44	1	47,15	3,19	∞	0,9679	-92,2115	39,6519
Exponencial	1	1	147,11	-2,89	∞	0,8716	-61,1137	70,7497

Os ajustes dos modelos podem ser observados nos gráficos de $\ln \left[-\ln_{q'}(1 - \hat{F}_i) \right]$ em função de $\ln(t_i - t_0)$ da Figura 4.9.

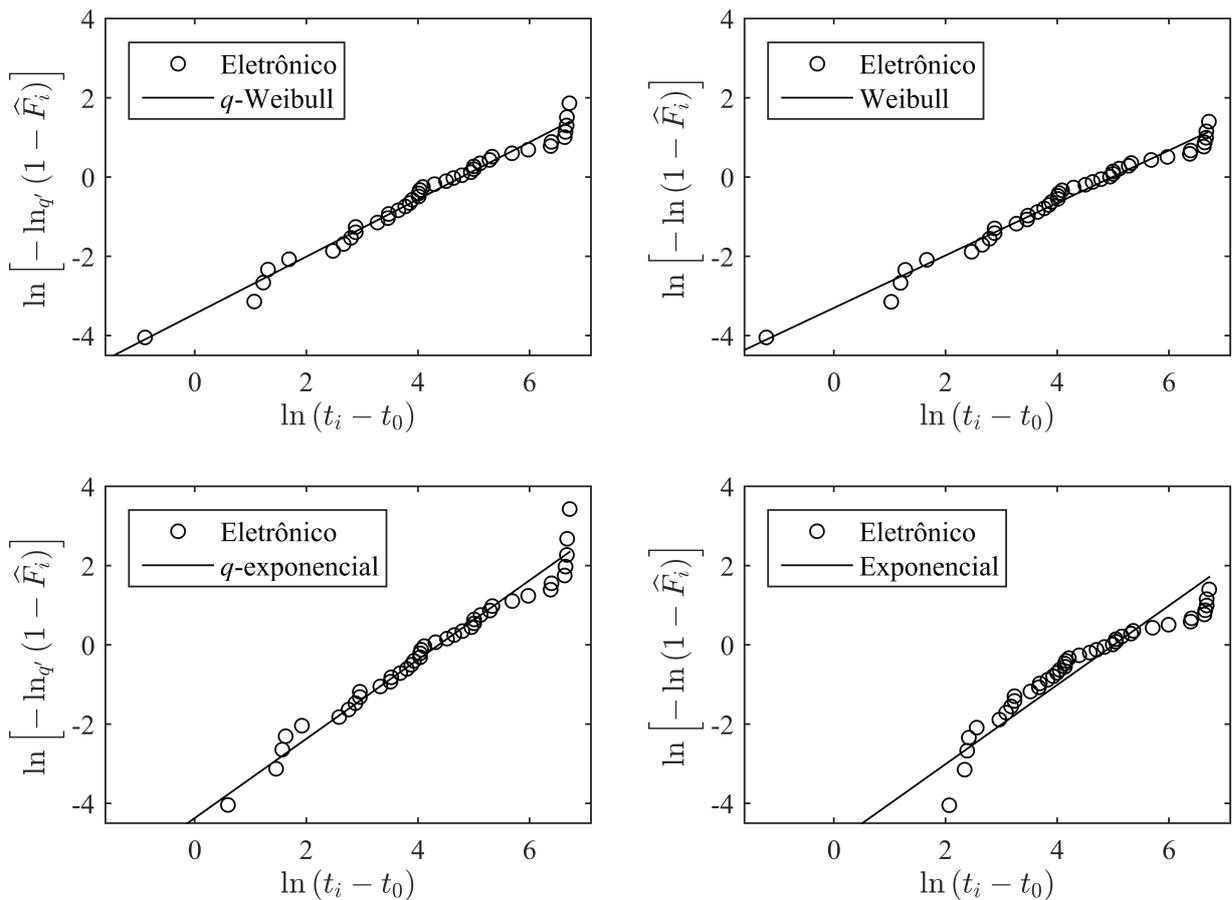


Figura 4.9 Gráficos de y_i (3.12) em função de x_i (3.13) de tempos até a falha (círculos) e modelos ajustados (linhas contínuas) para sistemas eletrônicos.

Diferentemente das amostras anteriores, o modelo q -Weibull não se destacou ao ajustar os tempos de falha em comparação aos outros modelos. Os dados de tempos (círculos) finais não estão bem alinhados com as linhas contínuas dos quatro modelos, embora ocorra uma proximidade maior dos tempos com as retas dos modelos q -Weibull, Weibull e q -exponencial, de maneira oposta a linha do modelo exponencial, que se distancia mais dos dados experimentais em todo o intervalo amostral.

É possível verificar no gráfico log-log (painel esquerdo da Figura 4.10) que os dados experimentais se distanciam das curvas de confiabilidade em função do tempo t para os quatro modelos à medida que os tempos operacionais aumentam. O modelo exponencial se separa da maior parte dos tempos de falha, até mesmo dos valores de tempos menores. Note que a curva do modelo q -Weibull praticamente sobrepõe a curva descrita pelo modelo usual de Weibull.

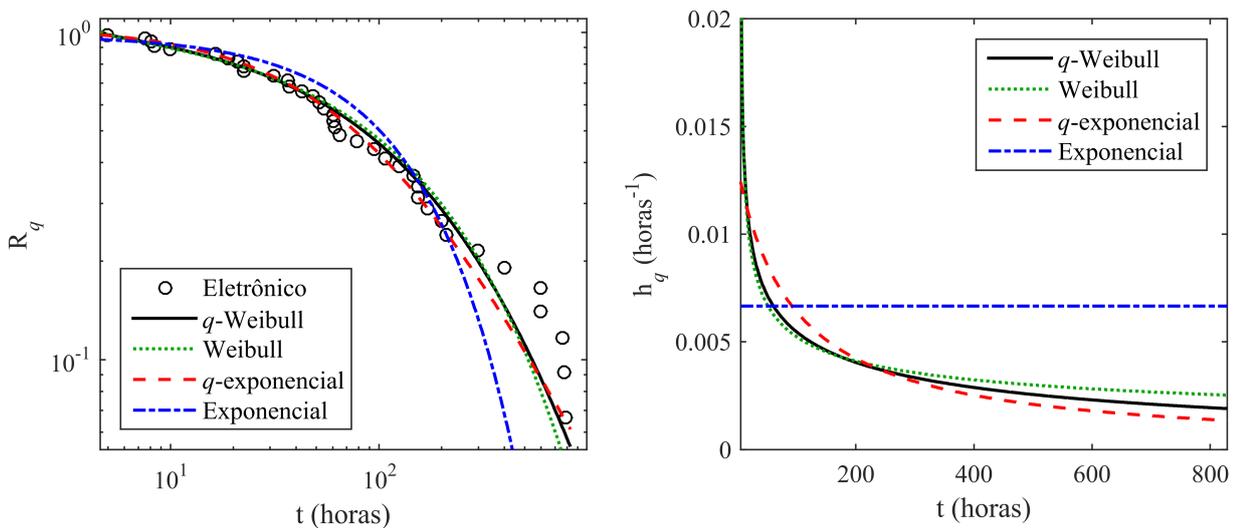


Figura 4.10 Painel esquerdo: gráfico log-log das curvas de confiabilidade $R_q(t)$ em função do tempo t . Painel direito: curvas da taxa de falha em função do tempo t . Dados experimentais de sistemas eletrônicos (círculos) e os modelos (linha contínua e linhas tracejadas) são indicados.

A amostra de tempos de falha de sistemas eletrônicos é a única dentre as cinco analisadas que produz uma curva com comportamento monótono decrescente descrita pela função taxa de falha da distribuição q -Weibull (veja no painel direito da Figura 4.10), pois $1 < q < 2$ e $0 < \beta < 1$. Todas as outras quatro amostras modeladas pela q -Weibull exibiram uma $h_q(t)$ com comportamento não monótono. As funções $h_q(t)$ das distribuições Weibull e q -exponencial para os tempos de vida de sistemas eletrônicos também projetaram uma curva monótona decrescente, uma vez que $q = 1$ e $0 < \beta < 1$ (modelo

Weibull) e $1 < q < 2$ e $\beta = 1$ (modelo q -exponencial). As curvas de $h_q(t)$ deste sistema possuem decaimentos semelhantes e têm curvas convexas, com restrição a função taxa de falha do modelo exponencial, que é uma constante, pois $q = 1$ e $\beta = 1$. As quatro distribuições possuem tempo máximo de vida ilimitado ($t_{max} \rightarrow \infty$).

Aparenta ser apropriado dizer que não há diferença entre a adoção do modelo q -Weibull, Weibull ou q -exponencial para sistemas eletrônicos, dado que as curvas de taxa de falha decrescem em t e possuem valores aproximados. Este comportamento de taxa de falha indica que o sistema está na fase de mortalidade infantil. De forma prática, este cenário reflete estratégias de manutenção equivalentes para estes três modelos, ou seja, sem necessidade de intervenção preventiva.

4.6 CONCLUSÕES

Foram comparadas quatro distribuições de tempos de vida aplicadas em confiabilidade: q -Weibull, Weibull, q -exponencial e exponencial⁶. Duas são versões generalizadas associadas à família q e as outras duas são as versões usuais. As generalizações são baseadas na função q -exponencial, proveniente da mecânica estatística não extensiva. Cinco sistemas de colhedoras de cana-de-açúcar foram utilizados como exemplos de aplicação. A não confiabilidade foi calculada pela aproximação de Bernard do *median rank*, os parâmetros foram estimados pelo método dos mínimos quadrados maximizando o coeficiente de determinação e o Critério de Informação Akaike corrigido foi aplicado para suplementar na seleção de modelos.

A Tabela 4.12 fornece um resumo das análises de confiabilidade dos cinco sistemas de colhedoras de cana-de-açúcar, nomeados extração, transporte de cana, propulsão, movimentação e eletrônico. São apresentados intervalos de q e β , comportamento de taxa de falha e o modelo recuperado a partir do modelo generalizado q -Weibull. Os comportamentos de taxa de falha e os modelos recuperados são determinados pelos valores correspondentes de q e β . As Tabelas 3.3 e 3.4 podem auxiliar para uma melhor compreensão dos resultados.

Para dados com taxa de falha não monótona, as distribuições comumente usadas como a Weibull podem não ser adequadas. O uso da distribuição q -Weibull apresenta a capacidade de lidar com a função taxa de falha não monótona, que engloba um conjunto de problemas com aplicações relevantes no contexto de confiabilidade.

Os sistemas de extração e transporte de cana analisados pela distribuição q -Weibull

⁶Estas quatro distribuições foram comparadas ao modelarem tempos de operação de uma estação de solda robotizada em Assis et al. (2015).

apresentam comportamento da taxa de falha em formato de banheira, enquanto os sistemas de propulsão e movimentação atuam em forma de "U" invertido (ou unimodal). Estes dois formatos não monótonos não podem ser representados de forma ininterrupta e com um conjunto de parâmetros pelas distribuições Weibull, q -exponencial e exponencial. A amostra de tempos até a falha de sistemas eletrônicos modelada pela distribuição q -Weibull foi a única que exibiu comportamento monótono (curva decrescente) de taxa de falha, dado que os valores de q e β estão entre os intervalos $1 < q < 2$ e $0 < \beta < 1$ respectivamente.

Tabela 4.12 Intervalos específicos de q e β , comportamentos da função taxa de falha $h_q(t)$ e modelos recuperados a partir do modelo q -Weibull de sistemas de colhedoras de cana-de-açúcar.

Sistema	Intervalo de q	Intervalo de β	Comportamento de taxa de falha	Modelo recuperado
Extração	$q < 1$	$0 < \beta < 1$	Curva da banheira	–
	$q = 1$	$\beta > 1$	Monótona crescente	Weibull
	$q < 1$	$\beta = 1$	Monótona crescente	q -exponencial
	$q = 1$	$\beta = 1$	Constante	Exponencial
Transporte de cana	$q < 1$	$0 < \beta < 1$	Curva da banheira	–
	$q = 1$	$0 < \beta < 1$	Monótona decrescente	Weibull
	$1 < q < 2$	$\beta = 1$	Monótona decrescente	q -exponencial
	$q = 1$	$\beta = 1$	Constante	Exponencial
Propulsão	$1 < q < 2$	$\beta > 1$	Unimodal	–
	$q = 1$	$\beta > 1$	Monótona crescente	Weibull
	$q < 1$	$\beta = 1$	Monótona crescente	q -exponencial
	$q = 1$	$\beta = 1$	Constante	Exponencial
Movimentação	$1 < q < 2$	$\beta > 1$	Unimodal	–
	$q = 1$	$\beta > 1$	Monótona crescente	Weibull
	$q < 1$	$\beta = 1$	Monótona crescente	q -exponencial
	$q = 1$	$\beta = 1$	Constante	Exponencial
Eletrônico	$1 < q < 2$	$0 < \beta < 1$	Monótona decrescente	–
	$q = 1$	$0 < \beta < 1$	Monótona decrescente	Weibull
	$1 < q < 2$	$\beta = 1$	Monótona decrescente	q -exponencial
	$q = 1$	$\beta = 1$	Constante	Exponencial

As três zonas de comportamentos identificadas de forma contínua pelo modelo q -Weibull decrescente, constante e crescente podem representar, em uma situação apropriada, as fases de mortalidade infantil, vida útil e envelhecimento.

Uma abordagem com a distribuição q -Weibull pode representar uma nova interpretação para sistemas mecânicos de máquinas colhedoras (isto é, sistemas de extração, transporte de cana, propulsão e movimentação), pois unifica três comportamentos distintos da função taxa de falha.

Significados práticos que podem ser extraídos de análises de tempos de vida em confiabilidade são estratégias de manutenção. Por exemplo, em sistemas de transporte de cana, a partir do valor mínimo de taxa de falha calculado pela q -Weibull a função torna-se crescente e um plano de substituição preventiva orientado por este modelo diverge de um programa direcionado pelos modelos Weibull e q -exponencial, que têm taxa de falha decrescente. A mesma observação pode ser feita para os exemplos de sistemas de propulsão e movimentação em que o comportamento de taxa de falha da q -Weibull é decrescente após o valor de pico da função, cenário em que uma intervenção preventiva não é indicada, ao passo que as curvas de $h_q(t)$ dos modelos Weibull e q -exponencial crescem em t , sugerindo uma ação preventiva.

O modelo q -Weibull obteve a melhor qualidade de ajuste em todos os cinco exemplos e isto pode ser verificado pelos valores do coeficiente de determinação de cada aplicação. Os tempos até falhar de sistemas de extração apresentam $R_{q\text{-Weibull}}^2 > R_{q\text{-exponencial}}^2 > R_{\text{Weibull}}^2 > R_{\text{exponencial}}^2$, enquanto os tempos dos sistemas de transporte de cana, propulsão, movimentação e eletrônico têm $R_{q\text{-Weibull}}^2 > R_{\text{Weibull}}^2 > R_{q\text{-exponencial}}^2 > R_{\text{exponencial}}^2$. Os modelos q -exponencial e exponencial não se ajustaram bem aos tempos de sistemas de movimentação e a amostra de sistemas eletrônicos não foi satisfatoriamente modelada pelo modelo exponencial. O modelo exponencial não refletiu bem a realidade das amostras, pois expressa apenas taxa de falha constante.

De acordo com a regra para interpretação de valores de Δ_i , a q -Weibull é o modelo mais indicado para os exemplos de tempos de vida de sistemas de extração e transporte de cana, enquanto que, para os sistemas de movimentação e eletrônico, é sugerido a distribuição usual de Weibull. Para sistemas de propulsão, ambos modelos q -Weibull e Weibull são recomendados.

No painel esquerdo das Figuras 4.2 e 4.4 é notada uma declinação mais abrupta na trajetória das curvas de confiabilidade descritas pelo modelo q -Weibull em relação aos outros três modelos. Note que no painel esquerdo das Figuras 4.6 e 4.8 ocorre comportamento oposto: as curvas de $R_q(t)$ traçadas pelo modelo q -Weibull decaem mais lentamente e o trecho final apresenta menor curvatura (geralmente ocorre aproximação a lei de potência) em comparação com os outros três modelos. Para sistemas eletrônicos, não ocorre uma separação significativa na trajetória das curvas de confiabilidade dos mo-

delos q -Weibull, Weibull e q -exponencial, mas para o modelo exponencial, que diverge dos dados experimentais à proporção que os tempos aumentam (ver no painel esquerdo da Figura 4.10).

Para aqueles sistemas que apresentam decaimento mais ou menos acentuado da função confiabilidade descritas com a q -Weibull em comparação com os outros modelos, é observada uma particularidade: as curvas de $h_q(t)$ têm comportamento não monótono. Ou seja, os sistemas nos quais ocorrem declínio mais íngreme das curvas de $R_q(t)$ possuem taxa de falha com comportamento de curva da banheira (Figuras 4.2 e 4.4). Em contrapartida, os sistemas que mostram decaimento mais lento correspondem ao formato unimodal de taxa de falha (Figuras 4.6 e 4.8).

A distribuição q -Weibull não configura um decaimento particular de $R_q(t)$ para a amostra de sistemas eletrônicos (Figura 4.10) e, por conseguinte, não apresenta um comportamento não monótono de $h_q(t)$, mas uma curva monótoma decrescente. Todos os perfis de taxas de falha correlacionados aos sistemas são especificados na Tabela 4.12.

Observe que estes resultados são representativos dos exemplos de falhas definidos nas Tabelas 4.1, 4.3, 4.5, 4.7 e 4.10, e outros resultados podem ser obtidos para diferentes conjuntos de dados.

Como a distribuição q -Weibull generaliza a distribuição usual de Weibull por meio da mecânica estatística não extensiva, que por natureza descreve com maior precisão a complexidade de sistemas, é provável que os formatos de banheira e unimodal traçados pela sua função taxa de falha forneçam uma interpretação mais próxima da realidade.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

5.1 CONCLUSÕES

A colheita de cana-de-açúcar com o uso de máquinas colhedoras é uma operação importante da cadeia de produção canavieira e influencia diretamente a demanda de matéria-prima requerida pelas indústrias para a produção de açúcar, etanol biocombustível e bioenergia. Atualmente, é a técnica de colheita de cana mais utilizada no Brasil.

Neste trabalho, a metodologia desenvolvida por [Assis, Borges e Vieira de Melo \(2013\)](#) foi aplicada em tempos de vida de máquinas colhedoras de cana-de-açúcar. O modelo q -Weibull é uma generalização com quatro parâmetros do modelo tradicional de Weibull. O modelo q -Weibull demonstra maior flexibilidade e pode representar resultados mais realistas ao lidar com modelagens de uma variedade de comportamentos de tempos de falha, em particular para tempos com funções de taxa de falha não monótonas.

A principal vantagem da distribuição q -Weibull é que, em situações apropriadas, este modelo é assintoticamente uma lei de potência e na condição limite onde $q \rightarrow 1$ é uma exponencial. Enquanto uma lei de potência, a distribuição q -Weibull é capaz de modelar eventos complexos e se torna flexível o suficiente para descrever comportamentos não monótonos de tempos de vida em sua função taxa de falha. A distribuição q -Weibull se transforma na popular distribuição Weibull e assume comportamento exponencial quando $q = 1$. Esta característica de transição de comportamentos atribui mais flexibilidade a distribuição q -Weibull em comparação com a distribuição usual de Weibull.

A desvantagem da distribuição q -Weibull é a dificuldade de lidar com estimativas de parâmetros não triviais. A presença do parâmetro q e o corte da função q -exponencial para

evitar valores negativos ou complexos tornam a implementação mais complicada. Para impedir resultados negativos ou complexos é necessário incorporar arranjos matemáticos durante a elaboração dos cálculos.

O ajuste das quatro distribuições q -Weibull, Weibull, q -exponencial e exponencial foram testados considerando tempos de falha de cinco sistemas de colhedoras de cana-de-açúcar. As distribuições q -Weibull e q -exponencial são as versões generalizadas das distribuições usuais Weibull e exponencial. As generalizações são baseadas na função q -exponencial. As distribuições Weibull, q -exponencial e exponencial são casos particulares da distribuição q -Weibull. Para as cinco amostras de tempos operacionais, os valores de parâmetros, a qualidade dos ajustes, o valor do tempo máximo de vida, o valor do Critério de Informação Akaike corrigido, o nível de suporte experimental, a função confiabilidade e a função taxa de falha de cada distribuição foram obtidos e comparados.

Os exemplos de aplicação que utilizaram tempos de funcionamento de sistemas de extração e transporte de cana-de-açúcar exibiram taxa de falha com formato de curva da banheira. Para as aplicações de tempos de vida de sistemas de propulsão e movimentação foram obtidos o comportamento unimodal de taxa de falha. Entre as quatro distribuições utilizadas, somente q -Weibull é capaz de descrever estes formatos com um único conjunto de parâmetros e de forma contínua. Para a amostra de tempos de falha de sistemas eletrônicos, a distribuição q -Weibull apresentou taxa de falha monótona decrescente, mesmo formato obtido pelas outras distribuições, exceto a pela exponencial, cujo formato é uma constante.

A adequação de ajuste realizada pelo método de plotagem de probabilidades medida pelo coeficiente de determinação R^2 apresentou ajuste superior ao modelo q -Weibull em relação aos outros modelos em todas as análises. De forma geral, é esperado que modelos com maior número de parâmetros tenham maior chance de obter um melhor ajuste e tendam a ser mais flexíveis. O Critério de Informação Akaike corrigido AIC_c foi utilizado para auxiliar na comparação dos modelos, considerando que possuem quantidades diferentes de parâmetros. O nível de suporte experimental Δ_i apontou a q -Weibull como a melhor distribuição para tempos de vida de sistemas de extração e transporte de cana, mesmo possuindo um número maior de parâmetros. Para os tempos operacionais de sistemas de movimentação e eletrônico, o modelo usual de Weibull foi sugerido como o mais apropriado. De acordo com o mesmo critério, ambas as distribuições q -Weibull e Weibull apresentaram um bom nível de suporte para sistemas de propulsão.

É importante lembrar que AIC_c contém um termo de penalidade associado ao número total de parâmetros ajustados multiplicado por um fator de correção e, ainda assim,

a q -Weibull, distribuição que possui o maior número de parâmetros entre os modelos avaliados, foi indicada por este critério em três dos cinco sistemas analisados. Além disso, o modelo q -Weibull representa uma melhoria qualitativa uma vez que pode descrever em sua função taxa de falha os comportamentos de banheira e unimodal que são impossíveis de serem descritos pelos modelos Weibull, q -exponencial e exponencial com um conjunto fixo de parâmetros.

As estatísticas R^2 , AIC_c e Δ_i foram aplicadas para fornecer informações adicionais sobre os modelos em consideração. Estas ferramentas, no entanto, ignoram outras propriedades dos modelos, como o comportamento de taxa de falha, característica considerada significativa em análise de confiabilidade.

Um aspecto prático que pode ser relevante para profissionais de manutenção e operação de colhedoras de cana é a adoção estratégias de manutenção baseando-se em comportamentos de taxa de falha. Um planejamento de substituição preventiva para sistemas que exibem curvas em forma de banheira deve ser diferente de um plano orientado por curvas decrescentes. Da mesma maneira, espera-se que perfis unimodais orientem para intervalos de substituição diferentes daqueles guiados por modelos que traçam curvas crescentes de taxa de falha.

Conforme apresentado no capítulo de fundamentação teórica deste trabalho, aplicações do modelo q -Weibull estão em curso e podem ser usadas para descrever, além de eventos das engenharias, fenômenos naturais, biológicos, sociais e físicos.

A capacidade da q -Weibull em se ajustar bem a tempos de vida e descrever formas de banheira e unimodal em sua função taxa de falha, conforme ilustrado em exemplos extraídos de sistemas de colhedoras de cana-de-açúcar, supera o esforço computacional necessário para implementar as funções envolvidas e pode ser convenientemente considerada mais uma distribuição alternativa para modelagem de confiabilidade.

5.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Uma apuração de quais sistemas ou subsistemas contribuem mais intensamente para a queda da confiabilidade global de máquinas colhedoras de cana ao longo do tempo. Para este efeito, é necessário superar a limitação de dados de campo obtidos para este trabalho e apresentar amostras de tempos de vida separadamente para cada um dos 27 subsistemas enumerados na Tabela 3.2. A verificação pode ser feita por meio técnicas de análise probabilística como árvore de falha ou diagrama de blocos de confiabilidade.

A inclusão de critérios de seleção de modelos baseados na teoria da informação, como o HQ_c , cuja versão original é introduzida por Hannan e Quinn (1979), e o AIC_u , proposto

por McQuarrie, Shumway e Tsai (1997), que juntamente com o AIC_c aplicado na presente Dissertação, são critérios indicados para pequenas amostras de acordo com os estudos de simulação efetuados por McQuarrie e Tsai (1998) para avaliar diversos critérios de seleção de modelos.

Uma construção de intervalos de confiança para os parâmetros do modelo q -Weibull, assim como feito em Xu et al. (2017) e Jia, Nadarajah e Guo (2017), mas considerando o parâmetro de vida mínima t_0 .

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABE, S. Stability of Tsallis entropy and instabilities of Rényi and normalized Tsallis entropies: A basis for q -exponential distributions. *Physical Review E*, v. 66, n. 4, p. 046134, 10 2002. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevE.66.046134>.
- ABERNETHY, R. B. *The New Weibull Handbook*. Fifth. North Palm Beach: Dr. Robert B. Abernethy, 2010. 350 p. ISBN 0965306232.
- ABNT NBR ISO 4254-7. Máquinas agrícolas - Segurança. Parte 7: Colhedoras de grãos, colhedoras de forragem e colhedoras de algodão. *ABNT/CB-203 Tratores e Máquinas Agrícolas e Florestais*, Associação Brasileira de Normas Técnicas, p. 56, 2015.
- ABNT P-TB-66. Máquinas agrícolas: terminologia. *Agricultura e Pecuária*, Associação Brasileira de Normas Técnicas, Rio de Janeiro, Brasil, p. 1, 1970.
- ABREU, E. M.; NETO, J. A.; GODINHO, C. F. Nonextensive statistics, entropic gravity and gravitational force in a non-integer dimensional space. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Elsevier B.V., v. 411, p. 118–127, 10 2014. <http://dx.doi.org/10.1016/j.physa.2014.06.018>.
- AKAIKE, H. A New Look at the Statistical Model Identification. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 19, n. 6, p. 716–723, 1974. <http://dx.doi.org/10.1109/TAC.1974.1100705>.
- AL-KUWAITI, M.; KYRIAKOPOULOS, N.; HUSSEIN, S. A comparative analysis of network dependability, fault-tolerance, reliability, security, and survivability. *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, v. 11, n. 2, p. 106–124, 2009. <http://dx.doi.org/10.1109/SURV.2009.090208>.
- ALMALKI, S. J.; NADARAJAH, S. Modifications of the Weibull distribution: A review. *Reliability Engineering & System Safety*, v. 124, p. 32–55, 2014. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ress.2013.11.010>.
- AMARI, S. I.; OHARA, A. Geometry of q -Exponential Family of Probability Distributions. *Entropy*, v. 13, n. 6, p. 1170–1185, 2011. <http://dx.doi.org/10.3390/e13061170>.
- ANASTASIADIS, A. D.; ALBUQUERQUE, M. P. de; ALBUQUERQUE, M. P. de; MUSSI, D. B. Tsallis q -exponential describes the distribution of scientific citations—a new characterization of the impact. *Scientometrics*, v. 83, n. 1, p. 205–218, 2010. <http://dx.doi.org/10.1007/s11192-009-0023-0>.

- ANFAVEA. *Associação Nacional dos Fabricantes de Veículos Automotores*. 2019. www.anfavea.com.br/estatisticas.html.
- ASSIS, E. M. *O Modelo q-Weibull em Confiabilidade, Árvores de Falha Dinâmicas e Implementação de Manutenção*. 216 p. Tese (Doutorado) — Universidade Federal da Bahia, 2013.
- ASSIS, E. M.; BORGES, E. P.; VIEIRA DE MELO, S. A. B. Generalized q-Weibull model and the bathtub curve. *International Journal of Quality & Reliability Management*, v. 30, n. 7, p. 720–736, 2013. <http://dx.doi.org/10.1108/ijqrm-oct-2011-0143>.
- ASSIS, E. M.; BORGES, E. P.; VIEIRA DE MELO, S. A. B.; SCHNITMAN, L. Modeling failure rate of a robotic welding station using generalized q-distributions. *International Journal of Quality & Reliability Management*, v. 32, n. 2, p. 156–166, 2015. <http://dx.doi.org/10.1108/ijqrm-11-2012-0151>.
- ASSIS, E. M.; LIMA, G. A. C.; PRESTES, A.; MARINHO, F.; COSTA, L. A. N. q-Weibull Applied to Brazilian Hydropower Equipment. *IEEE Transactions on Reliability*, n. 99, p. 1–11, 2018. <http://dx.doi.org/10.1109/TR.2018.2864550>.
- AZARKHAIL, M.; MODARRES, M. The Evolution and History of Reliability Engineering. *International Journal of Performability Engineering*, v. 8, n. 1, p. 1–13, 2011. ISSN 09731318.
- AZMI, M. D.; CLEYMANS, J. The Tsallis distribution at large transverse momenta. *The European Physical Journal C*, v. 75, n. 9, p. 430, 9 2015. <http://dx.doi.org/10.1140/epjc/s10052-015-3629-9>.
- BAK, P. *How nature works: the science of self-organized criticality*. 1st. ed. New York: Copernicus, Springer-Verlag, 1996. 212 p. ISBN 0-387-94791-4.
- BARBA JUNIOR, D. J.; GOMES, J. O.; BORK, C. A. S. Reliability of the sustainability assessment. *Procedia CIRP*, v. 15, p. 361–366, 2014. <http://dx.doi.org/10.1016/j.procir.2014.06.034>.
- BEBBINGTON, M.; LAI, C.-D.; ZITIKIS, R. Useful Periods for Lifetime Distributions With Bathtub Shaped HazardRate Functions. *IEEE Transactions on Reliability*, v. 55, n. 2, p. 245–251, 6 2006. ISSN 0018-9529. <http://dx.doi.org/10.1109/TR.2001.874943>.
- BEBBINGTON, M.; LAI, C.-D.; ZITIKIS, R. A flexible Weibull extension. *Reliability Engineering & System Safety*, v. 92, n. 6, p. 719–726, 6 2007. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ress.2006.03.004>.
- BECK, C. Generalized statistical mechanics of cosmic rays. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, v. 331, n. 1-2, p. 173–181, 2004. <http://dx.doi.org/10.1016/j.physa.2003.09.025>.

BENBOW, D. W.; BROOME, H. W. *The Certified Reliability Engineer Handbook*. Milwaukee: ASQ Quality Press, 2009. 305 p. ISBN 9780873897211.

BETZLER, A. S.; BORGES, E. P. Nonextensive distributions of asteroid rotation periods and diameters. *Astronomy & Astrophysics*, v. 539, n. A158, p. 5, 3 2012. ISSN 0004-6361. <http://dx.doi.org/10.1051/0004-6361/201117767>.

BETZLER, A. S.; BORGES, E. P. Non-extensive statistical analysis of meteor showers and lunar flashes. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, v. 447, n. 1, p. 765–771, 2 2015. <http://dx.doi.org/10.1093/mnras/stu2426>.

BOGACHEV, M. I.; KAYUMOV, A. R.; BUNDE, A. Universal Internucleotide Statistics in Full Genomes: A Footprint of the DNA Structure and Packaging? *PLoS ONE*, v. 9, n. 12, 12 2014. <http://dx.doi.org/10.1371/journal.pone.0112534>.

BORGES, E. P. *Manifestações Dinâmicas e Termodinâmicas de Sistemas Não-Extensivos*. 272 p. Tese (Doutorado) — Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas, 2004.

BURNHAM, K. P.; ANDERSON, D. R. *Model selection and multimodel inference: a practical information-theoretic approach*. 2nd. ed. Fort Collins, USA: Springer-Verlag New York, Inc., 2002. 485 p. ISBN 0-387-95364-7.

CARDOSO, T. F.; WATANABE, M. D. B.; SOUZA, A.; CHAGAS, M. F.; CAVALETTI, O.; MORAIS, E. R.; NOGUEIRA, L. A. H.; LEAL, M. R. L. V.; BRAUNBECK, O. A.; CORTEZ, L. A. B.; BONOMI, A. Economic, environmental, and social impacts of different sugarcane production systems. *Biofuels, Bioproducts and Biorefining*, v. 12, n. 1, p. 68–82, 1 2018. <http://dx.doi.org/10.1002/bbb.1829>.

CAVALCANTI, J. O.; SCHNITMAN, L.; VIEIRA DE MELO, S. A. B. Análise da taxa de falha de compressores de ar usados na produção de gás natural por meio da distribuição q-Weibull. In: *Congresso Nacional de Engenharia Mecânica*. Fortaleza: ABCM, 2016. p. 1–10. <http://dx.doi.org/10.20906/CPS/CON-2016-1138>.

CHAUHAN, M. K.; Varun; CHAUDHARY, S.; KUMAR, S.; Samar. Life cycle assessment of sugar industry: A review. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, Elsevier Ltd, v. 15, n. 7, p. 3445–3453, 2011. <http://dx.doi.org/10.1016/j.rser.2011.04.033>.

COIT, D.; JIN, T.; WATTANAPONGSAKORN, N. System Optimization With Component Reliability Estimation Uncertainty: A Multi-Criteria Approach. *IEEE Transactions on Reliability*, v. 53, n. 3, p. 369–380, 9 2004. <http://dx.doi.org/10.1109/TR.2004.833312>.

CONAB. *Companhia Nacional de Abastecimento. Acompanhamento da safra brasileira. Cana-de-açúcar - Terceiro levantamento, safra 2018/19, dezembro/2018*. Brasília, 2018. 73 p. <https://www.conab.gov.br>.

CORDEIRO, G. M.; ORTEGA, E. M. M.; RAMIRES, T. G. A new generalized Weibull family of distributions: mathematical properties and applications. *Journal of Statistical*

Distributions and Applications, Journal of Statistical Distributions and Applications, v. 2, n. 1, p. 13, 12 2015. <http://dx.doi.org/10.1186/s40488-015-0036-6>.

CORNELL, J. A.; BERGER, R. D. Factors that Influence the Value of the Coefficient of Determination in Simple Linear and Nonlinear Regression Models. *Florida Agricultural Experiment Stations Journal Series Paper*, v. 77, n. 1, p. 63–70, 1987. <http://dx.doi.org/10.1094/Phyto-77-63>.

COSTA, U. M.; FREIRE, V. N.; MALACARNE, L. C.; MENDES, R. S.; PICOLI, S.; VASCONCELOS, E. A. D.; SILVA, E. F. D. An improved description of the dielectric breakdown in oxides based on a generalized Weibull distribution. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, v. 361, n. 1, p. 209–215, 2006. <http://dx.doi.org/10.1016/j.physa.2005.07.017>.

DEERE & COMPANY. *Manual Técnico - Colhedoras de Cana-de-açúcar John Deere 3520 e 3522*. Tm100454. Catalão, Goiás, Brasil: John Deere, 2009. 260 p.

DODSON, B. *Weibull Analysis*. [S.l.]: ASQC Quality Press, 1994. 256 p. ISBN 9780873892957.

DODSON, B. *The Weibull Analysis Handbook*. 2nd. ed. [S.l.]: ASQ Quality Press, 2006. 167 p. ISBN 9780873896672.

DOYEN, L.; GAUDOIN, O. Modeling and Assessment of Aging and Efficiency of Corrective and Planned Preventive Maintenance. *IEEE Transactions on Reliability*, v. 60, n. 4, p. 759–769, 12 2011. <http://dx.doi.org/10.1109/TR.2011.2171115>.

FAO. *Food and Agriculture Organization of the United Nations*. 2019. <http://www.fao.org/faostat/en/#home>.

FAULSTICH, S.; HAHN, B.; TAVNER, P. J. Wind turbine downtime and its importance for offshore deployment. *Wind Energy*, v. 14, n. 3, p. 327–337, 4 2011. <http://dx.doi.org/10.1002/we.421>.

FOGLIATTO, F. S.; RIBEIRO, J. L. D. *Confiabilidade e Manutenção Industrial*. Rio de Janeiro: Elsevier Editora Ltda., 2011. 265 p. ISBN 978-85-352-5188-3.

FOUCHER, B.; BOULLIÉ, J.; MESLET, B.; DAS, D. A review of reliability prediction methods for electronic devices. *Microelectronics Reliability*, v. 42, n. 8, p. 1155–1162, 8 2002. [http://dx.doi.org/10.1016/S0026-2714\(02\)00087-2](http://dx.doi.org/10.1016/S0026-2714(02)00087-2).

GELL-MANN, M. *The Quark and the Jaguar: Adventures in the Simple and the Complex*. [S.l.]: Macmillan, 1995. 392 p. ISBN 0805072535.

GU, G.-F.; XIONG, X.; ZHANG, W.; ZHANG, Y.-J.; ZHOU, W.-X. Empirical properties of inter-cancellation durations in the Chinese stock market. *Frontiers in Physics*, Frontiers Media SA, v. 2, 2014. <http://dx.doi.org/10.3389/fphy.2014.00016>.

HAMEED, Z.; VATN, J.; HEGGSET, J. Challenges in the reliability and maintainability data collection for offshore wind turbines. *Renewable Energy*, Elsevier Ltd, v. 36, n. 8, p. 2154–2165, 2011. <http://dx.doi.org/10.1016/j.renene.2011.01.008>.

HANNAN, E. J.; QUINN, B. G. The Determination of the Order of an Autoregression. *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological)*, v. 41, n. 2, p. 190–195, 1 1979. <http://dx.doi.org/10.1111/j.2517-6161.1979.tb01072.x>.

HARMEL, R. D.; COOPER, R. J.; SLADE, R. M.; HANEY, R. L.; ARNOLD, J. G. Cumulative uncertainty in measured streamflow and water quality data for small watersheds. *Transactions of the ASABE*, v. 49, n. 3, p. 689–701, 2006. <http://dx.doi.org/10.13031/2013.20488>.

HURVICH, C. M.; TSAI, C.-I. Regression and time series model selection in small samples. *Biometrika*, v. 76, n. 2, p. 297–307, 1989. ISSN 0006-3444. <http://dx.doi.org/10.1093/biomet/76.2.297>.

IEEE 1633. IEEE Recommended Practice on Software Reliability. *IEEE Standards Association. 1633-2016*, Institute of Electrical and Electronics Engineers, p. 261, 2016. <http://dx.doi.org/10.1109/ieeestd.2017.7827907>.

ISO 14040. Environmental management — Life cycle assessment — Principles and framework. *International Organization for Standardization. ISO 14040:2006(E)*, British Standards Institution, Geneva, p. 20, 2006. <http://dx.doi.org/10.3403/01139131u>.

ISO 14044. Environmental management — Life cycle assessment — Requirements and guidelines. *International Organization for Standardization. ISO 14044:2006(E)*, British Standards Institution, Geneva, p. 46, 2006. <http://dx.doi.org/10.3403/30152732u>.

ISO 14224. Petroleum and natural gas industries — Collection and exchange of reliability and maintenance data for equipment. *International Organization for Standardization. ISO 14224:1999(E)*, British Standards Institution, p. 71, 1999. <http://dx.doi.org/10.3403/01887412u>.

ISO 14224. Petroleum, petrochemical and natural gas industries — Collection and exchange of reliability and maintenance data for equipment. *International Organization for Standardization. ISO 14224:2016(E)*, British Standards Institution, p. 272, 2016. <http://dx.doi.org/10.3403/30066210u>.

ISO/TR 12489. Petroleum, petrochemical and natural gas industries — Reliability modelling and calculation of safety systems. *International Organization for Standardization. CEN ISO/TR 12489:2016*, British Standards Institution, p. 257, 2016. <http://dx.doi.org/10.3403/30260176u>.

JIA, X.; NADARAJAH, S.; GUO, B. Inference on q-Weibull parameters. *Statistical Papers*, Springer-Verlag GmbH, p. 1–19, 9 2017. <http://dx.doi.org/10.1007/s00362-017-0951-3>.

JOHNSON, L. G. The median ranks of sample values in their population with an application to certain fatigue studies. *Industry Mathematics*, v. 2, p. 1–9, 1951.

JONES, J.; HAYES, J. Estimation of system reliability using a "non-constant failure rate" model. *IEEE Transactions on Reliability*, v. 50, n. 3, p. 286–288, 2001. <http://dx.doi.org/10.1109/24.974125>.

JOSE, K. K.; NAIK, S. R. On the q-Weibull Distribution and Its Applications. *Communications in Statistics - Theory and Methods*, v. 38, n. 6, p. 912–926, 3 2009. ISSN 0361-0926.

KAPUR, K. C.; PECHT, M. *Reliability Engineering*. First. Hoboken: John Wiley & Sons, Inc., 2014. 514 p. <http://dx.doi.org/10.1002/9781118841716>.

KELLER, W.; MODARRES, M. A historical overview of probabilistic risk assessment development and its use in the nuclear power industry: a tribute to the late Professor Norman Carl Rasmussen. *Reliability Engineering & System Safety*, v. 89, n. 3, p. 271–285, 9 2005. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ress.2004.08.022>.

KENNEY, J. F.; KEEPING, E. S. Linear regression and correlation. In: *Mathematics of Statistics*. 3rd. ed. Princeton, NJ: Van Nostrand, 1962. v. 1, p. 252–285.

KNIGHT, R. C. Four Decades of Reliability Progress. In: *Annual Reliability and Maintainability Symposium. 1991 Proceedings*. Charlottesville: IEEE, 1991. p. 156–160. ISSN 0149144X. <http://dx.doi.org/10.1109/arms.1991.154429>.

KUO, W.; ZUO, M. J. *Optimal Reliability Modeling: Principles and Applications*. Hoboken: John Wiley & Sons, Inc., 2003. 560 p. ISBN 047139761X.

LADYMAN, J.; LAMBERT, J.; WIESNER, K. What is a complex system? *European Journal for Philosophy of Science*, v. 3, n. 1, p. 33–67, 1 2013. <http://dx.doi.org/10.1007/s13194-012-0056-8>.

LAI, C. Constructions and applications of lifetime distributions. *Applied Stochastic Models in Business and Industry*, v. 29, n. 2, p. 127–140, 3 2013. <http://dx.doi.org/10.1002/asmb.948>.

LAI, C.-D. *Generalized Weibull Distributions*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2014. (SpringerBriefs in Statistics). <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-39106-4>.

LANGSETH, H.; HAUGEN, K.; SANDTORV, H. Analysis of OREDA data for maintenance optimisation. *Reliability Engineering & System Safety*, v. 60, n. 2, p. 103–110, 1998. [http://dx.doi.org/10.1016/S0951-8320\(98\)83003-2](http://dx.doi.org/10.1016/S0951-8320(98)83003-2).

LAVIS, D. A. Boltzmann, Gibbs, and the Concept of Equilibrium. *Philosophy of Science*, v. 75, n. 5, p. 682–696, 12 2008. <http://dx.doi.org/10.1086/594514>.

- LAZAROVA-MOLNAR, S.; MOHAMED, N.; SHAKER, H. R. Reliability modeling of cyber-physical systems: A holistic overview and challenges. In: *Workshop on Modeling and Simulation of Cyber-Physical Energy Systems (MSCPES)*. IEEE, 2017. p. 1–6. <http://dx.doi.org/10.1109/MSCPES.2017.8064536>.
- LEMONTE, A. J. A new exponential-type distribution with constant, decreasing, increasing, upside-down bathtub and bathtub-shaped failure rate function. *Computational Statistics & Data Analysis*, Elsevier B.V., v. 62, p. 149–170, 6 2013. ISSN 01679473. <http://dx.doi.org/10.1016/j.csda.2013.01.011>.
- LEWIS, H. W.; BUDNITZ, R. J.; ROWE, W. D.; KOUTS, H. J. C.; HIPPEL, F. von; LOEWENSTEIN, W. B.; ZACHARIASEN, F. Risk Assessment Review Group Report to the U. S. Nuclear Regulatory Commission. *IEEE Transactions on Nuclear Science*, v. 26, n. 5, p. 4686–4690, 1979. <http://dx.doi.org/10.1109/TNS.1979.4330198>.
- LI, W.; WANG, Q.; NIVANEN, L.; MÉHAUTÉ, A. L. How to fit the degree distribution of the air network? *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, v. 368, n. 1, p. 262–272, 2006. <http://dx.doi.org/10.1016/j.physa.2005.11.050>.
- LINS, I. D.; MOURA, M. C.; DROGUETT, E. L.; CORRÊA, T. L. Combining Generalized Renewal Processes with Non-Extensive Entropy-Based q-Distributions for Reliability Applications. *Entropy*, v. 20, n. 4, p. 223, 2018. <http://dx.doi.org/10.3390/e20040223>.
- LIU, Z.; HU, Q.; CUI, Y.; ZHANG, Q. A new detection approach of transient disturbances combining wavelet packet and Tsallis entropy. *Neurocomputing*, Elsevier, v. 142, p. 393–407, 10 2014. <http://dx.doi.org/10.1016/j.neucom.2014.04.020>.
- LUDESCHER, J.; TSALLIS, C.; BUNDE, A. Universal behaviour of interoccurrence times between losses in financial markets: An analytical description. *EPL (Europhysics Letters)*, IOP Publishing, v. 95, n. 6, 9 2011. <http://dx.doi.org/10.1209/0295-5075/95/68002>.
- MA, S.; KARKEE, M.; SCHARF, P. A.; ZHANG, Q. Sugarcane harvester technology: A critical overview. *Applied Engineering in Agriculture*, v. 30, n. 5, p. 727–739, 2014. <http://dx.doi.org/10.13031/aea.30.10696>.
- MCLINN, J. A. Constant failure rate—A paradigm in transition? *Quality and Reliability Engineering International*, v. 6, n. 4, p. 237–241, 9 1990. <http://dx.doi.org/10.1002/qre.4680060405>.
- MCQUARRIE, A.; SHUMWAY, R.; TSAI, C.-L. The model selection criterion AICu. *Statistics & Probability Letters*, v. 34, n. 3, p. 285–292, 6 1997. [http://dx.doi.org/10.1016/S0167-7152\(96\)00192-7](http://dx.doi.org/10.1016/S0167-7152(96)00192-7).
- MCQUARRIE, A. D. R.; TSAI, C.-L. *Regression and Time Series Model Selection*. [S.l.]: World Scientific, 1998. 455 p. ISBN 9789810232429.

MINISTÉRIO DA AGRICULTURA PECUÁRIA E ABASTECIMENTO. *Produção Brasileira de Cana-de-açúcar, Açúcar e Etanol*. 2018. 2 p. www.agricultura.gov.br/assuntos/sustentabilidade/agroenergia/producao.

MURTHY, D. N. P.; XIE, M.; JIANG, R. *Weibull Models*. Hoboken: John Wiley & Sons, Inc., 2004. 391 p. ISBN 9780471360926. <http://dx.doi.org/10.1002/047147326x>.

NADARAJAH, S.; KOTZ, S. On the q-type distributions. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, v. 377, n. 2, p. 465–468, 4 2007. <http://dx.doi.org/10.1016/j.physa.2006.11.054>.

NAIK, S. R.; HAUBOLD, H. J. On the q-Laplace Transform and Related Special Functions. *Axioms*, v. 5, n. 3, p. 24, 2016. <http://dx.doi.org/10.3390/axioms5030024>.

NAKAGAWA, S.; SCHIELZETH, H. A general and simple method for obtaining R² from generalized linear mixed-effects models. *Methods in Ecology and Evolution*, v. 4, n. 2, p. 133–142, 2 2013. <http://dx.doi.org/10.1111/j.2041-210x.2012.00261.x>.

NAMAKI, A.; LAI, Z. K.; JAFARI, G.; RAEI, R.; TEHRANI, R. Comparing emerging and mature markets during times of crises: A non-extensive statistical approach. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Elsevier B.V., v. 392, n. 14, p. 3039–3044, 7 2013. <http://dx.doi.org/10.1016/j.physa.2013.02.008>.

NORONHA, R. H. D.; SILVA, R. P. da; CHIODEROLI, C. A.; SANTOS, E. P. dos; CASSIA, M. T. Statistical control applied in the process of mechanical sugar cane harvest in the diurnal and nocturnal periods. *Bragantia*, v. 70, n. 4, p. 931–938, 2011. <http://dx.doi.org/10.1590/S0006-87052011000400028>.

NR-12. Segurança no Trabalho em Máquinas e Equipamentos. *Norma Regulamentadora número 12*, Ministério do Trabalho e Previdência Social, p. 73, 2017.

O’CONNOR, P. D. T.; KLEYNER, A. *Practical Reliability Engineering*. Fifth. Chichester: John Wiley & Sons, Ltd, 2012. 484 p. <http://dx.doi.org/10.1002/9781119961260>.

OMETTO, A. R.; HAUSCHILD, M. Z.; ROMA, W. N. L. Lifecycle assessment of fuel ethanol from sugarcane in Brazil. *The International Journal of Life Cycle Assessment*, v. 14, n. 3, p. 236–247, 5 2009. <http://dx.doi.org/10.1007/s11367-009-0065-9>.

OREDA. *Offshore and onshore reliability data handbook. Volume I: Topping equipment*. 6th. ed. [S.l.]: SINTEF Technology and Society, Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet (NTNU), DNV GL, I, 2015. 643 p. ISBN 9788214059489.

OREDA. *Offshore and onshore reliability data handbook. Volume II: Subsea equipment*. 6th. ed. [S.l.]: SINTEF Technology and Society, Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet (NTNU), DNV GL, II, 2015. 189 p. ISBN 8214059496.

ØSTEBØ, R.; SELVIK, J. T.; NÆGELI, G.; CILIBERTI, T. ISO Standards to Enable Reliable, Safe and Cost-Effective Technology Development, Project Execution and Operational Excellence. In: *Offshore Technology Conference*. Houston: Offshore Technology Conference, 2018. p. 23. <http://dx.doi.org/10.4043/28705-MS>.

PHAM, H.; LAI, C.-D. On Recent Generalizations of the Weibull Distribution. *IEEE Transactions on Reliability*, v. 56, n. 3, p. 454–458, 9 2007. ISSN 0018-9529. <http://dx.doi.org/10.1109/tr.2007.903352>.

PICOLI, S.; MENDES, R. S.; MALACARNE, L. C. q-exponential, Weibull, and q-Weibull distributions: An empirical analysis. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, v. 324, n. 3-4, p. 678–688, 2003. [http://dx.doi.org/10.1016/s0378-4371\(03\)00071-2](http://dx.doi.org/10.1016/s0378-4371(03)00071-2).

PICOLI, S.; MENDES, R. S.; MALACARNE, L. C.; SANTOS, R. P. B. q-distributions in complex systems: a brief review. *Brazilian Journal of Physics*, v. 39, n. 2a, p. 468–474, 8 2009. <http://dx.doi.org/10.1590/s0103-97332009000400023>.

PITT, M. A.; MYUNG, I. J. When a good fit can be bad. *Trends in Cognitive Sciences*, v. 6, n. 10, p. 421–425, 10 2002. [http://dx.doi.org/10.1016/S1364-6613\(02\)01964-2](http://dx.doi.org/10.1016/S1364-6613(02)01964-2).

PRIETO, F.; SARABIA, J. M. A generalization of the power law distribution with nonlinear exponent. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, Elsevier B.V., v. 42, p. 215–228, 2017. <http://dx.doi.org/10.1016/j.cnsns.2016.06.004>.

RAMIREZ-MARQUEZ, J. E.; JIANG, W. On Improved Confidence Bounds for System Reliability. *IEEE Transactions on Reliability*, v. 55, n. 1, p. 26–36, 2006. <http://dx.doi.org/10.1109/TR.2005.863814>.

RAUSAND, M.; HØYLAND, A. *System reliability theory: models, statistical methods, and applications*. Hoboken: John Wiley & Sons, Inc., 2004. 636 p. ISBN 047147133X.

REBOREDO, J. C.; RIVERA-CASTRO, M. A.; ASSIS, E. M. Power-law behaviour in time durations between extreme returns. *Quantitative Finance*, v. 14, n. 12, p. 2171–2183, 12 2014. ISSN 1469-7688. <http://dx.doi.org/10.1080/14697688.2013.822538>.

REYNOLDS, A.; VENEZIANI, M. Rotational dynamics of turbulence and Tsallis statistics. *Physics Letters A*, v. 327, n. 1, p. 9–14, 6 2004. <http://dx.doi.org/10.1016/j.physleta.2004.04.078>.

RIBEIRO, E. M. S.; PRATAVIERA, G. A. Modeling empirical distributions of firm size with q-distributions. *International Journal of Applied Mathematics*, v. 28, n. 6, p. 715–725, 12 2015. <http://dx.doi.org/10.12732/ijam.v28i6.6>.

RINNE, H. *The Weibull Distribution: A Handbook*. 1st. ed. New York: CRC Press, 2008. 808 p. ISBN 9781420087444. <http://dx.doi.org/10.1201/9781420087444>.

RIPOLI, T. C. C.; RIPOLI, M. L. C. *Biomassa de cana-de-açúcar: colheita, energia e ambiente*. 2nd. ed. Piracicaba, São Paulo, Brasil: Barros & Marques Editoração Eletrônica, 2004. 302 p. ISBN 85-904440-5.

RIPOLI, T. C. C.; RIPOLI, M. L. C. Stalk Harvesting Systems. In: *Sugarcane: Agricultural Production, Bioenergy and Ethanol*. Elsevier, 2015. cap. 10, p. 205–239. ISBN 9780128022399. <http://dx.doi.org/10.1016/B978-0-12-802239-9.00010-4>.

RYBCZYŃSKI, M.; WŁODARCZYK, Z. Tsallis statistics approach to the transverse momentum distributions in p–p collisions. *The European Physical Journal C*, v. 74, n. 2, p. 2785, 2 2014. <http://dx.doi.org/10.1140/epjc/s10052-014-2785-7>.

SALAS, H. D.; POVEDA, G.; MESA, O. J. Testing the Beta-Lognormal model in Amazonian rainfall fields using the generalized space q-entropy. *Entropy*, v. 19, n. 12, 2017. <http://dx.doi.org/10.3390/e19120685>.

SALES FILHO, R. L. M. *A novel q-exponential based stress-strength reliability model and applications to fatigue life with extreme values*. 128 p. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Pernambuco, 2016.

SALES FILHO, R. L. M.; DROGUETT, E. L.; LINS, I. D.; MOURA, M. C.; AMIRI, M.; AZEVEDO, R. V. Stress-Strength Reliability Analysis with Extreme Values based on q-Exponential Distribution. *Quality and Reliability Engineering International*, v. 33, n. 3, p. 457–477, 4 2016. <http://dx.doi.org/10.1002/qre.2020>.

SANDTORV, H. A.; HOKSTAD, P.; THOMPSON, D. W. Practical experience with a data collection project: the OREDA project. *Reliability Engineering & System Safety*, v. 51, n. 2, p. 159–167, 2 1996. [http://dx.doi.org/10.1016/0951-8320\(95\)00113-1](http://dx.doi.org/10.1016/0951-8320(95)00113-1).

SANSEVERINO, C. M. R.; RAMIREZ-MARQUEZ, J. E. Uncertainty propagation and sensitivity analysis in system reliability assessment via unscented transformation. *Reliability Engineering & System Safety*, Elsevier, v. 132, p. 176–185, 12 2014. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ress.2014.07.024>.

SANTOS, N. B.; SILVA, R. P.; GADANHA JUNIOR, C. D. Economic analysis for sizing of sugarcane (*Saccharum spp.*) mechanized harvesting. *Engenharia Agrícola*, v. 34, n. 5, p. 945–954, 10 2014. <http://dx.doi.org/10.1590/S0100-69162014000500013>.

SARTORI, I.; ASSIS, E. M.; SILVA, A. L.; VIEIRA DE MELO, R. L. F.; BORGES, E. P.; VIEIRA DE MELO, S. A. B. Reliability Modeling of a Natural Gas Recovery Plant Using q-Weibull Distribution. In: ALVES, R. M. B.; NASCIMENTO, C. A. O.; BISCAIA JR., E. C. (Ed.). *Computer Aided Chemical Engineering*. 1st. ed. Salvador: Elsevier B.V., 2009. v. 27, p. 1797–1802. [http://dx.doi.org/10.1016/S1570-7946\(09\)70690-X](http://dx.doi.org/10.1016/S1570-7946(09)70690-X).

SILVA, I. M. D. *Uma metodologia para modelagem e avaliação da dependabilidade de redes industriais sem fio*. 152 p. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2013.

SLYMEN, D.; LACHENBRUCH, P. Survival distributions arising from two families and generated by transformations. *Communications in Statistics - Theory and Methods*, v. 13, n. 10, p. 1179–1201, 1 1984. <http://dx.doi.org/10.1080/03610928408828748>.

SUGIURA, N. Further analysts of the data by akaike' s information criterion and the finite corrections. *Communications in Statistics - Theory and Methods*, v. 7, n. 1, p. 13–26, 1 1978. <http://dx.doi.org/10.1080/03610927808827599>.

TAHIR, M. H.; CORDEIRO, G. M. Compounding of distributions: a survey and new generalized classes. *Journal of Statistical Distributions and Applications*, Journal of Statistical Distributions and Applications, v. 3, n. 1, p. 13, 12 2016. <http://dx.doi.org/10.1186/s40488-016-0052-1>.

TSALLIS, C. Possible generalization of Boltzmann-Gibbs statistics. *Journal of Statistical Physics*, v. 52, n. 1-2, p. 479–487, 1988. <http://dx.doi.org/10.1007/bf01016429>.

TSALLIS, C. What are the numbers that experiments provide? *Química Nova*, Sociedade Brasileira de Química, Rio de Janeiro, v. 17, n. 6, p. 468–471, 1994. http://quimicanova.sbq.org.br/detalhe_artigo.asp?id=5517.

TSALLIS, C. Entropic nonextensivity: a possible measure of complexity. *Chaos, Solitons & Fractals*, v. 13, n. 3, p. 371–391, 2002. [http://dx.doi.org/10.1016/S0960-0779\(01\)00019-4](http://dx.doi.org/10.1016/S0960-0779(01)00019-4).

TSALLIS, C. *Introduction to Nonextensive Statistical Mechanics: Approaching a Complex World*. New York: Springer, 2009. 382 p. <http://dx.doi.org/10.1007/978-0-387-85359-8>.

TSALLIS, C. On the foundations of statistical mechanics. *The European Physical Journal Special Topics*, v. 226, n. 7, p. 1433–1443, 2017. <http://dx.doi.org/10.1140/epjst/e2016-60252-2>.

TSALLIS, C. *Nonextensive Statistical Mechanics and Thermodynamics*. 2019. <http://tsallis.cat.cbpf.br/biblio.htm>.

UMAROV, S.; TSALLIS, C.; STEINBERG, S. On a q-Central Limit Theorem Consistent with Nonextensive Statistical Mechanics. *Milan Journal of Mathematics*, v. 76, n. 1, p. 307–328, 12 2008. <http://dx.doi.org/10.1007/s00032-008-0087-y>.

UNICA. *União da Indústria de Cana-de-Açúcar. Alguns números da bioeletricidade em 2018*. 2018. 1 p. www.unica.com.br/documentos/documentos/.

UNICA. *União da Indústria de Cana-de-Açúcar. Boletim/Unica: a bioeletricidade em números – setembro/2018*. São Paulo: [s.n.], 2018. 15 p. www.unica.com.br/documentos/documentos/.

VALLIANATOS, F.; MICHAS, G.; PAPADAKIS, G. Non-extensive and natural time analysis of seismicity before the Mw6.4, October 12, 2013 earthquake in the South West segment of the Hellenic Arc. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Elsevier B.V., v. 414, p. 163–173, 11 2014. <http://dx.doi.org/10.1016/j.physa.2014.07.038>.

VALLIANATOS, F.; TRIANTIS, D. A non-extensive view of the Pressure Stimulated Current relaxation during repeated abrupt uniaxial load-unload in rock samples. *EPL (Europhysics Letters)*, v. 104, n. 6, 12 2013. <http://dx.doi.org/10.1209/0295-5075/104/68002>.

VARDE, P. V.; PECHT, M. G. *Risk-Based Engineering: An Integrated Approach to Complex Systems—Special Reference to Nuclear Plants*. Singapore: Springer, 2018. 568 p. (Springer Series in Reliability Engineering). <http://dx.doi.org/10.1007/978-981-13-0090-5>.

WASH-1400 (NUREG-75/014). *Reactor safety study: An assessment of accident risks in U. S. commercial nuclear power plants*. NUCLEAR REGULATORY COMMISSION. Washington, D. C., 1975. 198 p. <http://dx.doi.org/10.2172/7134131>.

WEIBULL, W. A Statistical Theory of the Strength of Materials. In: *Royal Swedish Institute for Engineering Research*. Stockholm: [s.n.], 1939. v. 151, p. 45.

WEIBULL, W. A statistical distribution function of wide applicability. *Journal of applied mechanics*, Stockholm, v. 18, n. 3, p. 293–297, 1951. ISSN 00218936; 15289036.

WiND-Pool. *Wind Energy Information Data Pool*. Fraunhofer Institut for Wind Energy and Energy System Technology, IWES. kassel, Germany: [s.n.], 2016. <http://www.wind-pool.de/>.

WMEP. *Scientific Measurement and Evaluation Programme*. Fraunhofer Institute for Wind Energy and Energy System Technology (IWES). 2019. http://windmonitor.iee.fraunhofer.de/windmonitor_en/6-Projekte/1-o~wmep/.

XIE, M.; TANG, Y.; GOH, T. A modified Weibull extension with bathtub-shaped failure rate function. *Reliability Engineering & System Safety*, v. 76, n. 3, p. 279–285, 2002. [http://dx.doi.org/10.1016/S0951-8320\(02\)00022-4](http://dx.doi.org/10.1016/S0951-8320(02)00022-4).

XU, M.; DROGUETT, E. L.; LINS, I. D.; MOURA, M. C. On the q-Weibull distribution for reliability applications: An adaptive hybrid artificial bee colony algorithm for parameter estimation. *Reliability Engineering & System Safety*, Elsevier, v. 158, n. December 2015, p. 93–105, 2017. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ress.2016.10.012>.

YAMANO, T. Some properties of q-logarithm and q-exponential functions in Tsallis statistics. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, v. 305, n. 3-4, p. 486–496, 2002. [http://dx.doi.org/10.1016/s0378-4371\(01\)00567-2](http://dx.doi.org/10.1016/s0378-4371(01)00567-2).

YANG, S.; BRYANT, A.; MAWBY, P.; XIANG, D.; RAN, L.; TAVNER, P. An Industry-Based Survey of Reliability in Power Electronic Converters. *IEEE Transactions on Industry Applications*, v. 47, n. 3, p. 1441–1451, 5 2011. <http://dx.doi.org/10.1109/tia.2011.2124436>.

ZHANG, F.; SHI, Y.; NG, H. K. T.; WANG, R. Tsallis statistics in reliability analysis: Theory and methods. *The European Physical Journal Plus*, v. 131, n. 10, 2016. ISSN 21905444. <http://dx.doi.org/10.1140/epjp/i2016-16379-8>.

ZHANG, F.; SHI, Y.; WANG, R. Geometry of the q-exponential distribution with dependent competing risks and accelerated life testing. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Elsevier B.V., v. 468, p. 552–565, 2017. ISSN 03784371. <http://dx.doi.org/10.1016/j.physa.2016.10.069>.

ZHOU, J.; CHANG, V. W. C.; FANE, A. G. Life Cycle Assessment for desalination: A review on methodology feasibility and reliability. *Water Research*, Elsevier Ltd, v. 61, p. 210–223, 2014. <http://dx.doi.org/10.1016/j.watres.2014.05.017>.