



UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA  
ESCOLA POLITÉCNICA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

**ROMMEL PINHEIRO FRANÇA**

**MODELO DE PROXIMIDADE AO LAÇO PRINCIPAL  
DE HISTERESE EXPANDIDO APLICADO AO ESTUDO  
DA FERRORESSONÂNCIA EM UM  
TRANSFORMADOR MONOFÁSICO DE POTÊNCIA**

Salvador  
2016

Copyright ©2016 de Rommel Pinheiro França. Texto editado em L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X2<sub>ε</sub>.

ROMMEL PINHEIRO FRANÇA

**MODELO DE PROXIMIDADE AO LAÇO PRINCIPAL  
DE HISTERESE EXPANDIDO APLICADO AO ESTUDO  
DA FERRORESSONÂNCIA EM UM  
TRANSFORMADOR MONOFÁSICO DE POTÊNCIA**

Dissertação de Mestrado submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal da Bahia, como parte dos requisitos para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Prof. Nivaldo Roberto Ferreira, D. Sc.  
**Orientador**

Salvador  
2016

---

França, Rommel Pinheiro

Modelo de proximidade ao laço principal de histerese expandido aplicado ao estudo da ferorressonância em um transformador monofásico de potência / Rommel Pinheiro França. – Salvador, 2016.

121 f. : il. color.

Orientador: Prof. Dr. Niraldo Roberto Ferreira.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal da Bahia. Escola Politécnica, 2016.

1. Energia elétrica - Distribuição. 2. Transformadores. 3. Modelos. I. Ferreira, Niraldo Roberto. II. Universidade Federal da Bahia. III. Título.

---

ROMMEL PINHEIRO FRANÇA

**MODELO DE PROXIMIDADE AO LAÇO PRINCIPAL  
DE HISTERESE EXPANDIDO APLICADO AO ESTUDO  
DA FERRORESSONÂNCIA EM UM  
TRANSFORMADOR MONOFÁSICO DE POTÊNCIA**

Dissertação de Mestrado apresentada como parte dos requisitos para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica do curso de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal da Bahia.

Banca Examinadora:

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Niraldo Roberto Ferreira –  
Orientador  
UFBA


APROVADO

  
\_\_\_\_\_  
Prof. PhD. Fernando Augusto Moreira  
UFBA

APROVADO

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Kléber Freire da Silva  
UFBA

APROVADO

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Antonio Luiz Aguiar  
IFBA/Salvador

Aprovado

Salvador, Bahia, 20 de dezembro de 2016



# Dedicatória

A Antonio, Carminha e Victor.

*“O futuro tem muitos nomes. Para os fracos é o inalcançável. Para os temerosos, o desconhecido.  
Para os valentes é a oportunidade.”*  
**Victor Hugo (1802-1885)**



# Agradecimentos

Meus Sinceros Agradecimentos

Ao Professor Dr. Niraldo Roberto Ferreira que, além de orientador neste curso de mestrado, tem sido meu professor e orientador desde a graduação, nas atividades de iniciação científica e no trabalho de conclusão de curso. Além das inúmeras e inefáveis contribuições, sugestões, seu apoio, sua paciência e sua confiança em mim depositados foram, sem dúvidas, essenciais para a conclusão desta investigação.

Ao Professor Dr. Luiz Alberto Luz de Almeida, pela afincos na co-orientação e horas dedicadas. Pela valiosa contribuição do seu modelo de histerese, o qual foi utilizado neste trabalho, bem como as diversas sugestões que foram providenciais para o desenvolvimento e finalização desta investigação.

Ao Professor Dr. Antonio Luiz Aguiar, do Instituto Federal da Bahia - IFBA, membro da banca, o qual tive a oportunidade de desenvolver atividades de pesquisa ainda à época da iniciação científica, transmitindo-me diversos valores acerca de metodologia de pesquisa, técnicas de aquisição de dados e diversos assuntos correlatos e que foram bastante utilizados neste trabalho, além das valiosas sugestões, críticas e contribuições visando a melhoria da qualidade desta pesquisa.

Aos Professores Dr. Fernando Augusto Moreira e Dr. Kléber Freire da Silva, membros da banca, dos quais também tive a oportunidade de ser aluno ainda na graduação e que, desde aquela época, sempre mostraram dedicação pelo ensino, excelência, paciência com os alunos e disponibilidade para sanar dúvidas mesmo após as aulas. Agradeço também os diversos comentários, sugestões e críticas que foram essenciais para tornar este trabalho melhor qualificado.

Aos Professores do DEE – Departamento de Engenharia Elétrica da UFBA, pelos diversos ensinamentos e valores transmitidos ainda durante o curso de graduação e durante todo este curso de mestrado, e aos funcionários, pela disposição e apoio administrativo nos momentos em que os requisiar.

À Coordenação do Programa do Curso de Pós Graduação em Engenharia Elétrica (PPGEE), pelo empenho em manter a qualidade dos cursos de mestrado e doutorado, inclusive nos esforços para a aquisição de equipamentos para os laboratórios, viabilizando diversos trabalhos e publicações.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), pela concessão de uma bolsa de estudos durante o primeiro ano deste curso de mestrado.

Às Indústrias Nucleares do Brasil S.A - INB, pela flexibilidade nos horários de trabalho, permitindo-me dar continuidade a este curso de mestrado. Certamente, essas iniciativas favorecem não somente a qualificação do funcionário, resultando em melhorias nos processos fabris, como também contribuem para o desenvolvimento tecnológico e científico do país.

Aos amigos do Laboratório de Sistemas de Potência, pelo apoio e companheirismo, Omar Alexander Chura Vilcanqui, Huilman Sanca Sanca, Leroy Umasi Ramos, José Antônio Sobrinho de Sousa e Thiago Lopes Alencar de Carvalho.

Aos amigos da INB e a todos aqueles que, direta ou indiretamente, contribuíram para a realização desta conquista.

#### Meu Agradecimento Especial

- A Deus, base espiritual que nos mantém firmes e não nos deixa desistir tão facilmente.
- Aos meus amados pais Antonio e Carminha e ao meu irmão Victor, parceiros de toda a vida, pelo suporte incondicional e sem medir esforços. Não teria chegado aqui sem vocês. Essa conquista é de todos nós!
- A minha companheira, parceira e amiga Nana, pelo apoio, paciência e compreensão e por suportar minha ausência durante o período em que estive envolvido neste trabalho.
- A toda minha família, pelo apoio e por sempre acreditar em mim.

Salvador-BA, 20 de Dezembro de 2016.  
Rommel Pinheiro França.

# Resumo

Dissertação de Mestrado  
Programa de Pós Graduação em Engenharia Elétrica  
Universidade Federal da Bahia  
**Modelo de Proximidade ao Laço Principal de Histerese Expandido  
Aplicado ao Estudo da Ferrorressonância em um Transformador  
Monofásico de Potência**  
Autor: Rommel Pinheiro França  
Orientador: Niraldo Roberto Ferreira

Este trabalho apresenta um modelo de transformador monofásico com núcleo saturável do tipo envolvido (*core type*) constituído por uma extensão ao modelo de histerese magnética L<sup>2</sup>P para contemplar as perdas por histerese DC e por correntes parasitas. Pretende-se também analisar submodelos para a representação das perdas por correntes parasitas individualmente, visando otimizar o ajuste global. Por ainda ser considerado um modelo algébrico, esta abordagem tem a pretensão de contribuir para o estudo da ferrorressonância com aplicações em tempo real. As simulações são implementadas em *Matlab*<sup>®</sup>.

## Palavras Chave

Transformador; Histerese ferromagnética; Correntes parasitas; Modelagem e simulação; Ferrorressonância.



# Abstract

Masters Dissertation  
Post-Graduation Program in Electrical Engineering  
Federal University of Bahia  
**Expanded Limiting Loop Proximity Hysteresis Model Applied to the  
Study of Ferroresonance in a Single-Phase Power Transformer**  
Author: Rommel Pinheiro França  
Supervisor: Niraldo Roberto Ferreira

This research presents a saturable core-type single-phase transformer model consisting of an extension to the model of magnetic hysteresis  $L^2P$  to contemplate DC hysteresis and eddy currents power losses. It is also intended to analyze sub-models for the individual representation of eddy currents power losses in order to optimize the overall adjustment. Because it is still considered an algebraic model, this approach intends to contribute for the studies of ferroresonance with real-time applications. The simulations are implemented in *Matlab*<sup>®</sup>.

## keywords

Transformer; Magnetic hysteresis; Eddy currents; Modeling and simulation; Ferroresonance.



# Sumário

Dedicatória	vii
Agradecimentos	ix
Resumo	xi
Abstract	xiii
Sumário	xv
Lista de Figuras	xvii
Lista de Tabelas	xix
Lista de Símbolos e Abreviaturas	xxi
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
1.1 Motivação . . . . .	2
1.2 Objetivos . . . . .	3
1.3 Organização do texto . . . . .	4
<b>2 Fundamentação teórica</b>	<b>7</b>
2.1 Métodos de otimização . . . . .	8
2.1.1 Erro médio quadrático . . . . .	10
2.1.2 Algoritmos genéticos ( <i>Genetic Algorithm</i> ) . . . . .	12
2.1.3 Têmpera Simulada ( <i>Simulated Annealing</i> ) . . . . .	13
2.2 Transformador de potência . . . . .	13
2.3 A histerese magnética . . . . .	18
2.3.1 Modelo de histerese de Jiles-Atherton . . . . .	23
2.3.2 Modelo de Proximidade ao Laço Principal - $L^2P$ . . . . .	26
2.4 Inrush e ferorrressonância . . . . .	29
2.5 Conclusões do capítulo . . . . .	32
<b>3 O modelo de histerese proposto e a plataforma experimental</b>	<b>35</b>
3.1 Plataforma experimental . . . . .	35

3.1.1	Equipamentos . . . . .	36
3.1.2	Princípios de medição . . . . .	37
3.2	Modelo de histerese proposto: $L^2P_\alpha$ . . . . .	41
3.3	Modelo de transformador de potência monofásico proposto . . . . .	44
3.3.1	Estudo de caso e aplicação do $L^2P_\alpha$ . . . . .	48
3.4	Conclusões do capítulo . . . . .	55
<b>4</b>	<b>Resultados e discussões</b>	<b>57</b>
4.1	Ensaio de curto circuito e circuito aberto . . . . .	58
4.2	Simulação de histerese . . . . .	62
4.3	Simulação de energização ( <i>inrush</i> ) . . . . .	63
4.4	Ensaio com ferorressonância . . . . .	67
4.4.1	Simulação de linha de transmissão com aplicação de carga capacitiva . . . . .	67
4.5	Conclusões do capítulo . . . . .	70
<b>5</b>	<b>Conclusões e trabalhos futuros</b>	<b>73</b>
5.1	Análise geral dos resultados alcançados . . . . .	74
5.2	Propostas para trabalhos futuros . . . . .	75
	<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>77</b>
<b>A</b>	<b>Divulgação da Pesquisa</b>	<b>83</b>
<b>B</b>	<b>Algoritmos desenvolvidos</b>	<b>85</b>
B.1	Tratamento de dados experimentais . . . . .	85
B.2	Reprodução da teoria de Akçai com aplicação de $L^2P_\alpha$ . . . . .	90
<b>C</b>	<b>Dados Experimentais</b>	<b>93</b>
C.1	Histerese . . . . .	93
C.2	Inrush . . . . .	94
C.3	Ferorressonância . . . . .	95
C.4	Ensaio para simulação de rede elétrica . . . . .	95



# Lista de Figuras

2.2	Transformador a parâmetros concentrados. . . . .	14
2.3	Configuração de submodelos em um transformador monofásico . . . .	14
2.4	Lâmina magnética com comprimento $l_p$ , espessura $d$ , seção transversal $A_c$ , largura $\tau$ e condutividade elétrica $\sigma$ na qual a densidade de fluxo magnético $b_p$ é considerada uniforme . . . . .	16
2.5	Processo de acomodação . . . . .	21
2.6	Propriedade <i>return-point memory</i> . . . . .	22
2.7	Representação esquemática da histerese $M - H$ formada pelas duas curvas limites que definem o laço principal do modelo de histerese $L^2P$	27
2.8	Configuração simplificada de um sistema elétrico de potência. . . . .	30
2.9	Ferroressonância em sistema de potência . . . . .	30
2.10	Definição padronizada para os tipos de ferroressonância . . . . .	32
3.1	Bancada 1 . . . . .	38
3.2	Bancada 2 . . . . .	38
3.4	Circuito esquemático do transformador com núcleo envolvido com modelo de resistência para as perdas por correntes parasitas . . . . .	44
3.6	Dados de fabricante referentes à histerese DC do material 30Z110 0,30mm para $B_{max} = 1,7T$ . . . . .	49
3.7	Circuito adotado na metodologia Akçai-Ece . . . . .	52
3.8	Relação $B - H$ para o material 30Z110 0,30mm (0,012 pol) para $B_{max} = 1,7T$ . . . . .	53
3.9	Fluxograma comparativo dos modelos Akçai-ECE e $L^2P_\alpha$ . . . . .	54
4.2	Circuito simplificado para teste de circuito aberto. . . . .	60
4.3	Tensões e correntes nos testes de curto circuito e circuito aberto . . .	60
4.4	Esquemático para ensaios experimentais com transformador em vazio. . .	62
4.5	Aplicação dos Modelos $L^2P$ e $L^2P_\alpha$ . . . . .	63
4.6	Simulação de energização com modelo $L^2P$ para com tensão máxima 77.64V . . . . .	64
4.7	Simulação de energização com modelo $L^2P$ para tensão máxima 172.53V . . .	65
4.8	Simulação de energização com modelo $L^2P_\alpha$ para tensão máxima 77.64V . . .	65
4.9	Simulação de energização com modelo $L^2P_\alpha$ para tensão máxima 172.53V . . . . .	66

4.10	Simulação de energização com modelo $L^2P_\alpha$ para tensão máxima 172.53V . . . . .	66
4.11	Simulação de energização com modelo $L^2P_\alpha$ para tensão máxima 172.53V . . . . .	67
4.12	Circuito esquemático utilizado nos ensaios de simulação do sistema elétrico de potência. . . . .	68
C.2	Circuito. . . . .	95

# Lista de Tabelas

2.1	Dados experimentais do Exemplo 2.1. . . . .	11
2.2	Cálculo de $z$ pelo modelo teórico do Exemplo 2.1 . . . . .	11
2.3	Tabela resumo dos modelos de resistência de <i>Eddy</i> . . . . .	17
3.1	Dados experimentais para curva $\gamma_s$ . . . . .	49
3.2	Dados experimentais para curva $\gamma_d$ . . . . .	50
3.3	Perdas no ferro do material 30Z110 0,30mm (0,012 pol) . . . . .	55
4.1	Informações do fabricante do transformador de força utilizado nos ensaios. . . . .	58
4.2	Grandezas medidas, calculadas ou estimadas. . . . .	58
4.4	Perdas no ferro do transformador 1kVA . . . . .	64
4.5	Dados de circuito para ensaios de simulação de sistema elétrico. . . .	68
B.1	M-File para tratar dados de INRUSH. . . . .	86
B.2	M-File para tratar dados de HISTERESE. . . . .	87
B.3	M-File para tratar dados de FERRORESSONÂNCIA. . . . .	88
B.4	M-File para implementar teoria de AKÇAI. . . . .	90
B.5	Parâmetros utilizados no arquivo da Tabela B.4. . . . .	91
C.1	Dados do circuito para os ensaios com o transformador em vazio . . . .	96



# Lista de Símbolos e Abreviaturas

A menos que referência contrária seja fornecida, as abreviaturas e os símbolos matemáticos abaixo possuem os seguintes significados:

## Símbolos

$L$	Indutância
$R$	Resistência
$N_i$	Número de espiras da bobina $i$
$V_{rms}$	Tensão eficaz
$r_e$	Resistência do núcleo ferromagnético para modelar perdas por correntes parasitas
$\nu$	Volume no núcleo magnético
$P_{e.c}$	Perdas clássicas por correntes parasitas
$P_{e.e}$	Perdas em excesso por correntes parasitas
$P_e$	Perdas totais das correntes parasitas
$d$	Espessura da lâmina magnética
$\tau$	largura da lâmina magnética
$\sigma$	Condutividade elétrica do material da lâmina
$B$	Densidade de fluxo magnético
$h_{e.c}(t)$	Intensidade de campo magnético devido às correntes parasitas clássicas
$h_{e.e}(t)$	Intensidade de campo magnético devido às correntes parasitas em excesso
$h_e(t)$	Intensidade de campo magnético devido às correntes parasitas clássicas e em excesso
$H$	Intensidade de campo magnético
$M_{rev}$	Magnetização reversível
$M_{irr}$	Magnetização irreversível
$M_{an}$	Magnetização sem histerese
$A_c$	Área da seção transversal do núcleo magnético
$l_c$	Comprimento do percurso magnético
$k_e$	Parâmetro no modelo de resistência não linear $r_e$
$\delta$	Sinal da derivada do campo magnético $H$
$M_s$	Magnetização de saturação (parâmetro dos modelos $L^2P$ e $L^2P_\alpha$ )

$H_c$	Campo coercitivo (parâmetro dos modelos $L^2P$ e $L^2P_\alpha$ )
$P(x)$	Função de proximidade ao laço principal do modelo de histerese $L^2P$
$J(h_o)$	Função objetivo para os modelos $L^2P$ e $L^2P_\alpha$
$\zeta$	Parâmetro dos modelos $L^2P$ e $L^2P_\alpha$
$\Phi$	Fluxo magnético
$\mu$	Permeabilidade magnética
$\mu_d$	Permeabilidade magnética incremental
$G_{md}$	Condutância magnética incremental
$f$	Frequência (Hz)
$T$	Período (s)
$C_g$	Capacitância série
$C_s$	Capacitância shunt
$\theta_{cc}$	Defasagem angular para o teste de curto circuito
$\theta_{ca}$	Defasagem angular para o teste de circuito aberto
$X_{LT}$	Reatância para representar a linha de transmissão
$R_{LT}$	Resistência para representar a linha de transmissão

## Abreviaturas

No caso de abreviaturas internacionalmente conhecidas, optou-se por manter as mesmas em inglês.

$TSP$	<i>Traveling Salesman Problem</i> (Problema do Caixeiro Viajante)
$MSE$	<i>Mean Squared Error</i> (Erro Médio Quadrático)
$MMSE$	<i>Minimum Mean Squared Error</i> (Mínimo Erro Médio Quadrático)
$L^2P$	Modelo de histerese <i>Limiting Loop Proximity</i>
$L^2P_\alpha$	Modelo de histerese <i>Limiting Loop Proximity</i> expandido

# Capítulo 1

## Introdução

O SISTEMA elétrico é composto por diversos elementos. Da geração de energia elétrica até o consumo existem equipamentos com especificidades que podem incluir características lineares ou não. Um exemplo básico de equipamento que apresenta característica não linear é o transformador. Essa não-linearidade se deve principalmente ao fato deste equipamento possuir bobinas enroladas em núcleos ferromagnéticos, os quais tendem a saturar com o aumento da corrente nas bobinas.

Um sistema elétrico de potência ideal opera com tensões equilibradas. Para que isso ocorra, as cargas ligadas a esse sistema devem ser também equilibradas. No entanto, devido à complexidade e às interconexões dos sistemas elétricos, num contexto geral considera-se que o sistema real opera com tensões entre fases desequilibradas. Além disso, a existência de elementos não-lineares no sistema elétrico agrega complexidade aos estudos de comportamento desses sistemas quando da ocorrência de distúrbios.

Não obstante, outros fatores contribuem para gerar distúrbios ao sistema elétrico como, por exemplo, os fenômenos eletromagnéticos que podem surgir de descargas atmosféricas, operações de chaveamento ou manobra de seccionadores, a existência de cargas não-lineares acopladas ao sistema, ou ainda a ocorrência de curtos-circuitos (Greenwood, 1991). A ferrorressonância, por exemplo, pode surgir em topologias específicas de redes fracamente amortecidas, quando há interação entre as capacitâncias e as reatâncias saturáveis do sistema (Zhang *et al.*, 2010). A ocorrência da ferrorressonância pode provocar sobreaquecimento dos condutores, inclusive das bobinas dos transformadores, além de provocar estresse na isolação com riscos de

falhas operacionais e danos aos equipamentos.

Outros equipamentos tais como os inversores de frequência podem também contribuir para a geração de harmônicos na rede elétrica através de seus circuitos de chaveamento transistorizados.

Em resumo, tendo em vista que um sistema elétrico real é susceptível à existência de não linearidades, as quais podem provocar danos aos equipamentos, fica evidente a importância da predição do comportamento da rede e de seus subsistemas de tal forma que, quando interligado a um sistema de monitoração das grandezas elétricas em tempo real, seja possível ao sistema realizar ações preventivas.

## 1.1 Motivação

Os modelos matemáticos têm a finalidade de representar os processos físicos através de equações lineares ou não lineares. Para o sistema elétrico de potência, a literatura apresenta diversas abordagens sobre modelos de linhas de transmissão (Tavares *et al.*, 1999), modelos de histerese magnética (de Almeida *et al.*, 2003) e histerese ferromagnética (Jiles e Atherton, 1983), modelos de transformadores monofásicos (França *et al.*, 2014) e trifásicos (Theocharis *et al.*, 2009), dentre outros elementos do sistema elétrico. Normalmente, a precisão do modelo está relacionada à sua complexidade. No entanto, existem modelos com precisão relativamente satisfatória com custo computacional baixo. Essa busca pela otimização e melhorias em modelos existentes é também uma tarefa contínua dos pesquisadores.

A modelagem de transitórios em sistemas de potência tem sido abordada em diversos trabalhos. Algumas ferramentas de simulação de sistemas transitórios são apresentadas em (Gole, 2000). Um estudo da ferrorressonância pode ser conferido em (Iravani *et al.*, 2000) e um modelo de transformador com perdas no núcleo dependentes da frequência é apresentado em (Mombello e Möller, 2000).

Entretanto, a modelagem não-linear de transitórios em sistemas de potência ainda pertence a um campo de pesquisa em avanço. A maioria dos modelos não-lineares são simplificados de forma a torná-los mais facilmente implementáveis aos simuladores de circuitos disponíveis. No entanto, o processo de simplificação dos modelos implica em redução da eficácia de ajuste aos processos físicos que buscam descrever.



No estudo de transformadores, é comum desprezar perdas por histerese e correntes parasitas (ou correntes de Foucault), ainda que seja considerada a curva de magnetização. Os modelos propostos basicamente descrevem os transformadores por elementos concentrados de indutância, capacitância e resistência, caracterizando-se como sistemas dinâmicos lineares amortecidos. No entanto, sabe-se que a histerese é um processo estático com memória e os modelos referidos acabam por negligenciar esse fato. Além disso, na prática esses modelos são apenas capazes de modelar com alguma precisão o laço principal de histerese.

A descrição precisa da histerese magnética incluindo os laços de ordem superior é uma tarefa complexa. Os modelos de Preisach (Preisach, 1935) e Jiles (Jiles e Atherton, 1983) são os mais utilizados atualmente, ou são utilizados como base para a geração de outros modelos. No entanto, o primeiro depende de uma estrutura de memória em que todos os pontos de reversão devem ser armazenados, dificultando a implementação e aplicações em tempo real. O modelo de Jiles é mais simples, e depende apenas de uma memória local dos pontos de reversão. Porém, não tem boa capacidade para reproduzir laços menores no plano de fases. O modelo algébrico de histerese apresentado em (de Almeida *et al.*, 2003) possui estrutura de memória simples, boa capacidade para modelar laços de ordem superior e apresenta um procedimento relativamente simples para a obtenção dos parâmetros.

Os modelos de histerese mais simples demandam menor esforço computacional e podem viabilizar aplicações em tempo real, cujo tempo de resposta é uma condicionante à boa operação do sistema. Nesse contexto, um modelo algébrico de histerese pressupõe que o tempo de processamento é menor que o de modelos a equações diferenciais.

## 1.2 Objetivos

### Objetivo geral

Este trabalho pretende apresentar uma nova abordagem ao modelo de transformador monofásico de Theocharis (Theocharis *et al.*, 2008) utilizando uma extensão ao modelo algébrico de histerese  $L^2P$ . Para a validação, os resultados de simulações serão comparados com dados publicados na literatura. Pretende-se, por fim, realizar

ensaios de energização em um transformador monofásico em diversas configurações de circuito e desenvolver seu modelo utilizando essa nova abordagem.

### Objetivos específicos

- Implementar a extensão ao modelo de histerese *Limiting Loop Proximity -  $L^2P$*  para aprimorar a representação deste fenômeno e produzir resultados mais precisos;
- Implementar o modelo de histerese de Tellinen (Tellinen, 1998);
- Realizar ensaios em um transformador de força monofásico de 1kVA para obter dados experimentais de sua energização em diversas configurações: circuitos resistivos, indutivos e capacitivos;
- Implementar um modelo de transformador monofásico com núcleo saturável consistindo de elementos concentrados de indutâncias e resistências, a partir de uma nova abordagem ao modelo de Theocharis. Deverão ser consideradas as perdas não-lineares por histerese e por correntes parasitas (*Foucault*);

## 1.3 Organização do texto

Para facilitar a compreensão deste trabalho, o texto foi dividido em capítulos, embora não necessariamente seja a ordem cronológica do desenvolvimento das atividades desta investigação.

O capítulo introdutório apresentou um resumo sobre a composição do sistema elétrico e as possíveis causas de distúrbios elétricos devido às não-linearidades dos seus componentes, dentre os quais os elementos bobinados em conjunto com reatâncias capacitivas se destacam por proporcionarem distúrbios significativos em determinadas situações. Ainda neste capítulo, foram apresentadas as motivações para o desenvolvimento deste trabalho bem como foram elencados seus objetivos gerais.

O segundo capítulo apresenta os fundamentos teóricos que norteiam e embasam toda essa pesquisa, tendo como intenção revisar os principais conceitos da modelagem de transformadores, com suas características físicas, bem como discorrer sobre

alguns modelos de histerese magnética (ou ferromagnética), apresentar alguns conceitos sobre a energização e ferrorressonância e sobre técnicas de otimização. O objetivo principal é a revisão dos pré-requisitos necessários à compreensão deste trabalho.

O terceiro capítulo apresenta em detalhes cada etapa desenvolvida nesta investigação, incluindo a plataforma experimental utilizada e a metodologia para aquisição de dados experimentais, os modelos propostos para a histerese magnética e para um transformador monofásico de potência, bem como apresenta o arcabouço matemático para o tratamento dos dados (pré-análise) e os métodos de otimização utilizados para ajuste dos parâmetros.

O quarto capítulo apresenta os resultados obtidos para os ensaios experimentais e para as simulações. Estes resultados são analisados e discutidos detalhadamente.

O último capítulo apresenta as conclusões acerca do desenvolvimento deste trabalho, resumindo as contribuições à literatura e relatando as limitações do modelo proposto. São também relatadas as dificuldades encontradas durante todo o decorrer das atividades desta pesquisa. Além disso, são propostos trabalhos futuros.



## Capítulo 2

# Fundamentação teórica

*Este capítulo apresenta uma revisão acerca dos principais conceitos sobre métodos de otimização, transformadores de potência, fenômeno da histerese magnética e seus modelos mais usuais, essenciais para a compreensão e o desenvolvimento desta investigação.*

**A** COMPREENSÃO de um modelo teórico exige prévios conhecimentos acerca do comportamento físico do sistema que se busca descrever. O arcabouço matemático o qual permite a síntese equacional do sistema físico deve ser aplicado considerando-se os objetivos envolvidos, de tal forma que se o que se busca é a representação precisa de um determinado sistema os métodos matemáticos envolvidos muito possivelmente serão mais complexos e demandarão mais esforço computacional. Por outro lado, caso o menor tempo de resposta seja o interesse central, em detrimento à precisão do modelo, uma solução menos robusta, com um menor número de variáveis e menor esforço computacional significa atender ao objetivo inicial a um menor custo.

Quando se trata de modelagem de sistemas, portanto, pode-se afirmar que é um campo de pesquisa não determinístico, não existindo apenas a busca por modelos estritamente precisos. Nesse contexto, arrisca-se dizer que há a dualidade *precisão* versus *custo* e que nem sempre a solução de maior precisão é a mais adequada. Por este motivo, o conhecimento de técnicas de otimização é premissa de fundamental importância para iniciar estudos nesta área. Esses conhecimentos serão necessários até mesmo para desenvolver a habilidade de análise dos modelos, inclusive no que se refere à sensibilidade dos parâmetros.

Um segundo conhecimento imprescindível é o domínio do processo físico a ser descrito. Técnicas de análise de sistemas, operações limites, equações diferenciais e integrais e, finalmente, modelagem de sistemas. Sem o domínio completo do processo físico, fatalmente o modelo tenderá a não ter uma boa representatividade. Nesse contexto, o modelo poderá apresentar um bom ajuste para um determinado sinal de excitação do sistema, mas apresentar uma resposta errônea para outros tipos de excitação, indicando que não há garantias de sua eficiência e nem mesmo de sua reprodutibilidade. Em resumo, para que modelos possam ser desenvolvidos, é condição *sine qua non* o conhecimento aprofundado acerca do processo físico que o modelo procura descrever.

No caso específico da modelagem de transformadores, além de conhecer suas equações básicas e as configurações mais utilizadas, é imprescindível também uma investigação preliminar acerca dos fenômenos de histerese magnética ou outros que podem surgir nas manobras nesses equipamentos, tais como a ferromressonância.

## 2.1 Métodos de otimização

Para a resolução de problemas numéricos, é usual adotar algum processo de otimização iterativo, de tal forma que a solução seja refinada a cada iteração até que o valor do erro se torne menor ou igual a um valor previamente definido. Quando o processo iterativo é realizado em um conjunto limitado de dados, em que cada dado representa uma possível solução, um método de otimização simplificado consiste em verificar cada solução e armazenar aquela que produz o menor erro. Esse processo terá um número limitado de iterações, possível de ser implementado em computadores. Para os casos em que o conjunto de dados é demasiadamente grande, este processo torna-se inviável, sendo necessário utilizar outros métodos de otimização. Esta seção apresenta uma introdução a alguns métodos de otimização que podem ser aplicados em problemas cujo número de possíveis soluções é significativo, como é o caso deste trabalho. Alguns desses métodos serão utilizados no desenvolvimento desta investigação.

O mais clássico dos problemas de otimização combinatória, conhecido como Problema do Caixeiro Viajante (TSP)\* tem sido estudado exaustivamente e serve como

---

\*O Problema do Caixeiro Viajante, ou *Travelling Salesman Problem (TSP)*, consiste da identifi-

um parâmetro para avaliar a eficácia de um determinado método de otimização. Nesse contexto, os pesquisadores procuram desenvolver métodos de busca dos valores mínimos e máximos de uma função com múltiplas variáveis, normalmente chamadas de função custo ou função objetivo.

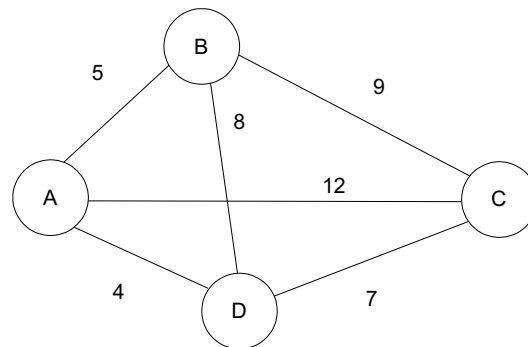


Figura 2.1: Estrutura grafo para representação do Problema do Caixeiro Viajante.

A função objetivo depende da configuração detalhada das diversas partes do sistema. Problemas no âmbito da física computacional, em que a função objetivo possui pouca variáveis e pontos (intervalo de busca) necessitam de relativo baixo tempo de cálculo. Neste caso, alguns métodos atendem a relação *custo  $\times$  precisão* de forma satisfatória.

A estrutura de grafo mostrada na Figura 2.1 representa o TSP para apenas quatro cidades. Neste caso, a melhor rota ainda é facilmente calculada. O problema surge à medida que cresce o número de cidades e conexões, provocando um aumento das possibilidades da ordem  $n!$ .

O *PCV* pertence à classe de problemas conhecida como NP-Completo, ou tempo polinomial completo não determinístico. Neste caso, os métodos determinísticos só teriam eficiência para resolver o *PCV* para um pequeno número de  $n$  cidades. À medida que  $n$  aumenta, a quantidade de caminhos possíveis cresce vertiginosamente de tal forma que torna-se impossível sua solução pelos métodos determinísticos tradicionais, até mesmo para os computadores mais modernos da atualidade.

Os problemas da classe NP-Completo, portanto, devem ser solucionados por outros métodos heurísticos. Tais métodos, no entanto, não garantem a solução ótima

---

cação da menor rota para se percorrer um conjunto de cidades passando-se uma única vez por cada uma delas até retornar ao ponto de partida. É conhecido também como Problema do Percorso Hamiltoniano, ou *Hamiltonian Path Problem (HPP)*.

absoluta. Normalmente, esses métodos tendem a diminuir a abrangência do problema a partir do princípio de *dividir e conquistar*, tornando-o possível encontrar soluções ótimas para este novo conjunto de dados. Assim, num primeiro momento divide-se um problema maior em vários subproblemas de tamanhos manipuláveis pelos recursos computacionais e, na sequência, busca-se a solução ótima daquele subproblema. Recursos iterativos são utilizados para refinar a busca em cada subconjunto de dados.

### 2.1.1 Erro médio quadrático

O erro médio quadrático – *Mean Squared Error (MSE)*, ou ainda desvio médio quadrático – *Mean Squared Deviation (MSD)*, é um recurso estatístico que mensura a média do erro elevado a segunda potência de uma determinada população (dados), cuja expressão é bastante conhecida:

$$\text{MSE} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\hat{x}_i - x_i)^2$$

Percebe-se que o MSE é um valor dependente do número de pontos da amostra, sendo possível o cálculo utilizando recursos computacionais. O MSE representa um indicador de qualidade e pode ser associado a um processo de otimização para se obter o mínimo erro médio quadrático (*Minimum Mean Squared Error - MMSE*). Este recurso é bastante utilizado devido à facilidade de implementação e cálculo e por sua versatilidade, sendo possível aplicação em diversos tipos de problemas.

Basicamente, busca-se minimizar o erro médio quadrático de tal forma que o MMSE seja o mais próximo possível de zero, situação ideal em que o modelo teórico se ajusta perfeitamente ao processo real. A aplicação deste indicador como uma ferramenta de otimização e verificação da eficácia de um modelo teórico exige apenas a aquisição de dados experimentais e o desenvolvimento de uma rotina iterativa para armazenar em cada passo os parâmetros ótimos do modelo. Esse processo é bastante eficiente para funções de poucas variáveis e/ou  $n$  de baixo valor. Neste caso, faz-se uma varredura completa das possibilidades para um intervalo definido até que o menor valor do erro seja encontrado.



**Exemplo 2.1** Método do mínimo erro médio quadrático (MMSE)

Suponha que a função  $z = f(x, y)$  abaixo de duas variáveis represente o modelo teórico de um determinado processo físico, cujos parâmetros são  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$  e os dados experimentais medidos  $z_{\text{dados}}$  são registrados na Tabela 2.1.

$$z = f(x, y) = \alpha_1 x + \alpha_2 y$$

Tabela 2.1: Dados experimentais do Exemplo 2.1.

$x$	0.0	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0	7.0	8.0	9.0
$y$	0.0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5
$z_{\text{dados}}$	0.0	3.6	7.2	10.8	14.1	17.4	21.3	24.8	27.8	31.4

Tabela 2.2: Cálculo de  $z$  pelo modelo teórico do Exemplo 2.1 para  $\alpha_1 = 2$  e  $\alpha_2 = 3$ .

$x$	0.0	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0	7.0	8.0	9.0
$y$	0.0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5
$z_{\text{teórico}}$	0.0	3.5	7.0	10.5	14.0	17.5	21.0	24.5	28.0	31.5

Com base nas informações das tabelas 2.1 e 2.2, o erro médio quadrático pode então ser calculado:

$$\text{MSE} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (z_{\text{dados}}^i - z_{\text{teórico}}^i)^2 = 0.039, \text{ sendo } n = 10.$$

Nesse exemplo, embora os parâmetros  $\alpha_1 = 2$  e  $\alpha_2 = 3$  apresentem um bom ajuste do modelo aos dados experimentais, uma rotina de busca poderia ter sido elaborada variando-se esses dois parâmetros individualmente nos intervalos, por exemplo,  $[1.80, 2.20]$  para  $\alpha_1$  e  $[2.80, 3.20]$  para  $\alpha_2$ , ambos com passo 0.01. Esse processo de otimização configura o método MMSE. No Matlab, há uma variedade de rotinas implementadas que utilizam a teoria dos mínimos quadrados<sup>†</sup>. Para análise de resultados deste trabalho, quando utilizada a teoria apresentada nesta seção, adotou-se o algoritmo implementado em `lsqcurvefit`.

Neste ponto, é prudente considerar que, mesmo utilizando aparato computacional, na prática existe uma limitação para o valor de  $n$  para se evitar o alto custo na parametrização. No caso de problemas da classe NP-completos, como por exemplo

<sup>†</sup>Ver o *Optimization Toolbox* do Matlab.

o TSP, encontrar o erro médio quadrático (ou, neste caso, a melhor rota) para um conjunto de 1000 cidades é uma tarefa praticamente impossível até mesmo para os mais potentes computadores, tendo em vista que  $1000! \approx \infty$ , ou seja, infinitas possibilidades de rotas! Para problemas dessa natureza, outras técnicas de otimização são mais recomendadas.

### 2.1.2 Algoritmos genéticos (*Genetic Algorithm*)

O método de otimização conhecido como Algoritmos Genéticos, do inglês *Genetic Algorithm* – *GA*, foi desenvolvido por John Holland em 1975 e baseia-se na teoria da evolução de Charles Darwin. Diferentemente do método MMSE, o GA é um método estocástico, não determinístico, ou ainda um método de busca heurístico-adaptativo. Por ser um método robusto, não gera falhas facilmente mesmo que ocorra pequenas mudanças nas variáveis de entrada ou na presença de ruído.

A cada iteração, o algoritmo genético seleciona indivíduos (possíveis soluções) de uma população (conjunto de possíveis soluções) de forma aleatória e os utiliza para gerar os filhos para a próxima geração. Para isso, o algoritmo promove um cruzamento das informações dos dois indivíduos (chamados pais), aplicando-se, ainda, regras de mutação. Esse processo continuado promove a “evolução” da população direcionando para uma solução ótima.

Enquanto que um algoritmo clássico gera um único ponto a cada iteração, selecionando o próximo ponto de forma determinística, o algoritmo genético gera uma população de pontos a cada iteração e o melhor ponto, nesse conjunto de pontos, é selecionado como a solução ótima. Devido a essa característica, o algoritmo genético pode ser aplicado em uma variedade de problemas, incluindo os problemas da classe NP-Completo como, por exemplo, o Problema do Caixeiro Viajante. Em resumo, este método apresenta as seguintes características:

- método estocástico robusto
- facilmente implementado em computadores
- parâmetros contínuos ou discretos
- possibilidade de implementação com outros métodos

- aplicável em problemas do tipo NP-Completo
- aplicável em problemas multivariável

Diversas abordagens e aplicações tem sido desenvolvidos partindo-se do modelo clássico (*Classical Genetic Algorithm – CGA*). No Matlab, o algoritmo genético é implementado através da rotina `ga.m`<sup>‡</sup>. Este trabalho propõe adotar este método para otimizar os parâmetros do modelo de histerese  $L^2P$  e  $L^2P\alpha$ .

### 2.1.3 Têmpera Simulada (*Simulated Annealing*)

O método de otimização *Simulated Annealing*, que em tradução livre significa têmpera simulada, é baseado nas técnicas de mecânica estatística e otimização combinatória. Segundo (Kirkpatrick *et al.*, 1983), existe uma relação entre esses dois campos, comparando-se o comportamento de sistemas com muitos graus de liberdade no equilíbrio térmico a uma temperatura finita (mecânica estatística) e a busca do valor mínimo de uma dada função dependente de muitos parâmetros (otimização combinatória). No Matlab<sup>®</sup>, este algoritmo está disponível na rotina `anneal.m`.

## 2.2 Transformador de potência

A literatura apresenta diversos modelos de transformadores de potência. Estes modelos, de uma maneira geral, são concebidos a partir da teoria clássica, ou do modelo de transformador ideal, sendo incorporados submodelos para a representação das características físicas específicas as quais são negligenciadas no modelo ideal. Uma dessas características é o fenômeno da histerese magnética, que será abordado em maiores detalhes na próxima seção. Além disso, observa-se também a existência de outro fenômeno conhecido como correntes de circulação no núcleo, ou correntes de *Foucault*. Ambos estes fenômenos implicam em perdas de energia no equipamento.

### Uma concepção de modelo de transformador

O modelo de transformador a parâmetros concentrados da Figura 2.2 representa o conceito mais tradicionalmente aceito para a representação de um transformador

---

<sup>‡</sup>Ver o *Global Optimization Toolbox* do Matlab.

monofásico em que são consideradas as perdas no núcleo ferromagnético por histerese e correntes parasitas (Zhu *et al.*, 1993; Degeneff *et al.*, 1992).

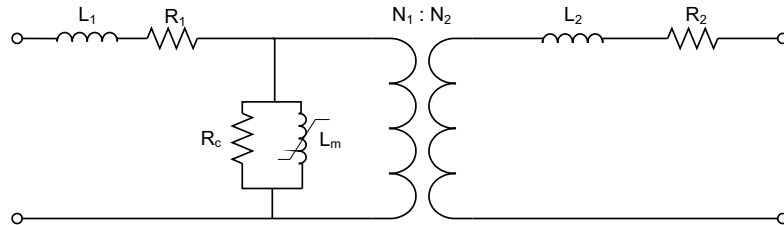


Figura 2.2: Transformador a parâmetros concentrados.

Partindo-se deste modelo tradicional, diversos outros modelos podem ser desenvolvidos considerando-se os elementos  $R_c$  e  $L_m$  como submodelos. Será visto que diferentes abordagens em quaisquer desses submodelos podem resultar em modelos bastante distintos para um mesmo transformador. Neste caso, a Figura 2.3 pode ser melhor representada da seguinte forma:

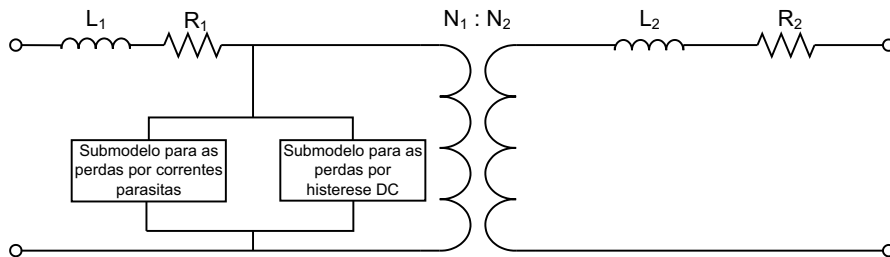


Figura 2.3: Configuração de submodelos para as perdas por correntes parasitas e por histerese em um transformador monofásico.

## A resistência do núcleo

As perdas no ferro do núcleo magnético de um transformador podem ser modeladas a partir de uma resistência elétrica, comumente chamada de *Resistência de Eddy*. Em (Theocharis *et al.*, 2012) é apresentado um estudo comparativo entre três modelos que utilizam uma resistência elétrica para modelagem das perdas no ferro. Esta abordagem parte do conceito de que as perdas totais no ferro podem ser decompostas em perdas por histerese nas condições quasi-estática e perdas por correntes parasitas (ou correntes de *Eddy*) (Graham, 1982). As perdas por correntes parasitas podem, ainda, ser decompostas em outras duas componentes: perdas por

correntes parasitas clássicas e perdas por excesso de correntes parasitas (Fiorillo e Novikov, 1990). Para a perdas por correntes clássicas, os domínios magnéticos do material e a espessura da lâmina são desconsiderados, supondo que o comprimento e a largura são significativamente maiores. Além disso, considera-se que a indução magnética é uniforme em toda a lâmina do material magnético. A componente de perdas em excesso aumenta a precisão do modelo tendo em vista que são incorporadas considerações sobre os domínios magnéticos e a dinâmica do material.

O primeiro modelo consiste numa resistência linear para representação das correntes parasitas clássicas, definido por (Avila-Rosales e Alvarado, 1982):

$$r_e = \frac{V_{rms}^2}{P_{e.c}} \nu \quad (2.1)$$

sendo,

$\nu$  o volume do núcleo magnético

$V_{rms}$  o valor eficaz da tensão

$P_{e.c}$  representa a perda clássica por correntes parasitas

No segundo modelo, a resistência de *Eddy* é definida linear considerando as correntes parasitas clássicas e em excesso:

$$r_e = \frac{V_{rms}^2}{P_e} \nu \quad (2.2)$$

em que  $P_e$  resume as perdas por correntes parasitas clássicas e em excesso.

O terceiro modelo utiliza o conceito da resistência não linear para a representação das correntes parasitas clássicas e em excesso. As correntes parasitas e as perdas provenientes da circulação destas correntes no ferro do núcleo magnético foram detalhadamente investigadas por Bertotti (Bertotti, 1998), das quais derivaram as equações apresentadas em (Theocharis *et al.*, 2008) para a determinação do modelo de resistência não linear de *Eddy*.

Segundo Bertotti, para a lâmina magnética da Figura 2.4, o campo magnético total devido aos efeitos das correntes parasitas é

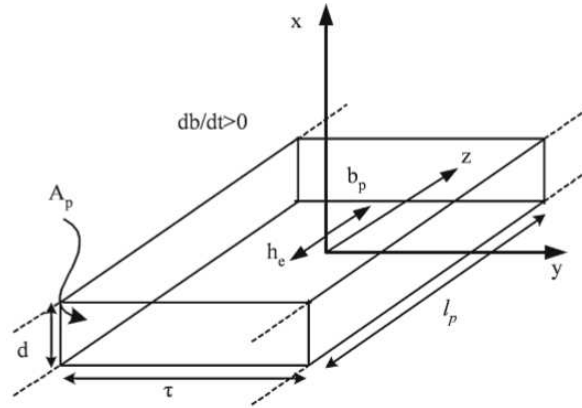


Figura 2.4: Lâmina magnética com comprimento  $l_p$ , espessura  $d$ , seção transversal  $A_c$ , largura  $\tau$  e condutividade elétrica  $\sigma$  na qual a densidade de fluxo magnético  $b_p$  é considerada uniforme. Extraído de (Theocharis *et al.*, 2008).

$$h_e(t) = h_{e.c}(t) + h_{e.e}(t) \quad (2.3)$$

em que,  $h_{e.c}(t)$  representa a componente do campo magnético devido às correntes parasitas clássicas e  $h_{e.e}(t)$  representa a componente devido às correntes parasitas em excesso, definidas como:

$$h_{e.c}(t) = \frac{\sigma d^2}{12} \frac{db}{dt} \quad (2.4)$$

$$h_{e.e}(t) = (Gd\tau H_o\sigma)^{1/2} \left( \frac{db}{dt} \right)^{1/2} \quad (2.5)$$

Nas Equações 2.4 e 2.5,  $d$  é a espessura da lâmina,  $\tau$  é a largura da lâmina,  $\sigma$  é a condutividade elétrica do material da lâmina e  $G = 0.1356$  representa uma constante adimensional, enquanto que  $H_o$  possui dimensão [A/m] e representa o potencial interno das paredes do domínio na laminação magnética, em função da máxima densidade de fluxo  $B_{máx}$ . A intensidade de campo magnético total devido às correntes parasitas para transformador do tipo núcleo envolvido é então definido por

$$h_e(t) = \frac{\sigma d^2}{12} \frac{db}{dt} + (Gd\tau H_o\sigma)^{1/2} \left( \frac{db}{dt} \right)^{1/2} \quad (2.6)$$

As perdas instantâneas no núcleo são estimadas por

$$p_e = h_e \frac{db}{dt} A_c l_c \quad (2.7)$$

sendo  $b$  a densidade de fluxo magnético,  $A_c$  a área da seção transversal e  $l_c$  o comprimento do percurso magnético. Da relação  $b = \Phi/A_c$  e aplicando em 2.6, estima-se a perda de potência no núcleo  $p_e$ :

$$p_e = \frac{k_e}{N_1^2} \left( N_1 \frac{d\Phi}{dt} \right)^2 \quad (2.8)$$

onde  $\Phi$  é o fluxo magnético,  $N_1$  é o número de espiras do primário e

$$k_e = \left[ \frac{\sigma d^2 l_c}{12 A_c} + \left( \frac{G d \tau H_o \sigma l_c^2}{A_c} \right)^{1/2} \left( \frac{d\Phi}{dt} \right)^{-1/2} \right] \quad (2.9)$$

Na Equação 2.8, a expressão entre parênteses representa a condutância das correntes parasitas, cuja dimensão é  $[\Omega^{-1}]$ . Daí, a resistência das correntes parasitas para transformador do tipo núcleo envolvido é definida por

$$r_e = \frac{N_1^2}{k_e} \quad (2.10)$$

Tabela 2.3: Tabela resumo dos modelos de resistência de *Eddy*.

Tipo	Equação	Descrição
1	$r_e = \frac{V_{RMS}^2}{P_{e.c}} \nu$	Resistência linear para corrente parasita clássica
2	$r_e = \frac{V_{RMS}^2}{P_e} \nu$	Resistência linear para corrente parasita clássica e em excesso
3	$r_e = \frac{N_1^2}{k_e}$	Resistência não linear para corrente parasita clássica e em excesso

Do estudo comparativo apresentado em (Theocharis *et al.*, 2012) conclui-se que o terceiro modelo da Tabela 2.3, proposto por (Theocharis *et al.*, 2008), é o mais adequado quando são requeridos resultados de simulação mais precisos. Neste caso, sua implementação torna-se mais complexa tendo em vista a necessidade de utilizar

outros parâmetros mais específicos do material. No capítulo 04, serão apresentados resultados de ensaios experimentais e de simulações obtidos para o equipamento em estudo, contextualizando as fundamentações deste capítulo.

### **A magnetização e a curva de saturação**

Embora o processo de magnetização em um transformador de potência seja um fenômeno imprescindível para o seu próprio funcionamento, é importante notar que uma parcela da energia é consumida apenas para viabilizar este processo (Swift, 1971). A seção seguinte apresentará maiores detalhes acerca do processo de magnetização e seus efeitos decorrentes, incluindo as perdas por histerese magnética.

## **2.3 A histerese magnética**

O fenômeno da histerese já é conhecido da literatura há bastante tempo e a ciência tem demonstrado grande interesse na sua investigação, sobretudo por apresentar-se sobre formas variadas: histerese óptica, histerese mecânica, histerese de feixe de elétrons, histerese dielétrica, histerese magnética, histerese em sistemas econômicos, dentre outros (Mayergoyz e Friedman, 1988). Para o estudo da histerese magnética, diversos modelos matemáticos, sob variadas abordagens, têm sido propostos na tentativa de representar este fenômeno físico e assim possibilitar a modelagem de reatores, transformadores e outros elementos bobinados em núcleos magnéticos ou que interajam com campos magnéticos saturáveis.

Os estudos iniciais na área do ferromagnetismo abordava a histerese como um fenômeno relacionado a uma espécie de resistência friccional. A dificuldade de rotação dos “dipolos magnéticos moleculares” era atribuída a um tipo de fricção viscosa\*. Apenas a partir do século XX que as mudanças na magnetização de um elemento ferromagnético passaram a ser relacionadas aos movimentos dos domínios magnéticos. Nessa abordagem, a magnetização sofre influência das características geométricas do material quando são observadas irregularidades ou defeitos no sólido, de forma que nessas regiões há maior dificuldade para movimentação dos domínios. O bloqueio do movimento dos domínios magnéticos devido aos defeitos no material representa

---

\*Esses conceitos foram formulados ainda no século XIX e são atribuídos a Weber, Maxwell e Weidemann (Jiles e Atherton, 1983).



uma força restritiva às mudanças de magnetização, comportando-se como uma força friccional. O aumento da energia fornecida ao sistema através da aplicação de campo magnético permite a quebra da região de *pinagem*<sup>†</sup>, permitindo mudanças na magnetização do material.

Na análise dos sistemas elétricos que possuem indutores ou transformadores é importante notar que as características do fenômeno da histerese magnética devem ser consideradas, sobretudo em redes de alta tensão, tendo em vista que seus efeitos podem produzir sobretensões e sobrecorrentes bastante elevadas podendo causar danos aos equipamentos e oferecer riscos aos envolvidos no sistema elétrico. Uma das características da histerese está associada ao processo de desenergização do transformador que, a depender das condições, pode gerar fluxo residual em seu núcleo magnético. Para que este equipamento possa ser desmagnetizado faz-se necessário aplicação de uma tensão alternada decrescente

Segundo (Jiles e Atherton, 1983), modelos fenomenológicos da histerese magnética foram propostos por Weiss e por (Preisach, 1935), em que consideravam que materiais ferromagnéticos eram compostos por domínios elementares que poderiam assumir dois estados de magnetização: paralela ou antiparalela ao campo.

Talukdar (Talukdar e Bailey, 1976), por exemplo, apresenta um modelo discreto para a reprodução da histerese magnética. Embora apresente boa resposta, sua abordagem é complexa tendo em vista a necessidade de utilizar uma família de curvas para representar as características de saturação, da histerese e das correntes parasitas em sua equação discretizada.

O modelo de histerese proposto em (Jiles e Atherton, 1983) apresenta uma equação que descreve a curva de magnetização inicial bem como os ciclos de histerese de materiais ferromagnéticos, baseando-se na aproximação do campo médio, proposto por (Langevin, 1905). Embora Jiles considere a filosofia dos domínios magnéticos apresentada em Weiss e Preisach, sua abordagem trata do problema como uma distribuição estatística de diversos domínios com variadas orientações.

Embora Preisach e Jiles-Atherton sejam os modelos mais tradicionalmente utilizados para a representação matemática do fenômeno da histerese magnética, diversos

---

<sup>†</sup>A região de pinagem ocorre quando o movimento dos domínios magnéticos fica bloqueado devido às falhas e aos defeitos no material ferromagnético, requerendo aumento de energia para que os domínios possam ser reorientados na direção do campo magnético aplicado.

outros modelos tem sido propostos ou mesmo feitas novas abordagens aos modelos clássicos de Preisach e Jiles-Atherton. Mayergoyz e Friedman, por exemplo, apresentaram uma proposta ao modelo clássico de Preisach que expande a aplicabilidade do modelo clássico bem como produz resultados mais precisos (Mayergoyz e Friedman, 1988).

Novos modelos de histerese tem sido propostos na tentativa de minimizar as dificuldades de implementação dos modelos tradicionais com aplicações em tempo real, tendo em vista que esses modelos, em sua maioria, utilizam equações diferenciais de primeira ou de segunda ordem.

Os sistemas ou materiais que apresentam o fenômeno da histerese são aqueles que possuem memória. Os modelos tradicionais já citados, Preisach e Jiles-Atherton, também possuem uma estrutura que utilizam valores passados para viabilizar a predição dos valores futuros. Existem outros modelos que ainda necessitam de alguma componente de memória mais consistente.

A histerese em materiais magnéticos é representada através de duas grandezas. Normalmente, considera-se o eixo  $x$  como a grandeza campo magnético ( $H$ ) e o eixo  $y$  como a magnetização  $M$ . Nos materiais não-lineares, a característica  $M \times H$  tem a forma de uma curva em que ocorre saturação da magnetização para valores crescentes do campo magnético. A relação das duas grandezas citadas forma a característica mais conhecida da histerese: o laço principal. Este laço é obtido aumentando-se a excitação do campo magnético até que ocorra a saturação da magnetização e, em seguida, a excitação é retirada e novamente elevada em sentido oposto até que atinja uma nova saturação, agora negativa. Ao retirar a excitação negativa, ou seja, ao forçar um campo magnético nulo, observa-se a existência de um resíduo na magnetização. A repetição desse processo irá evidenciar o laço principal, cujos limites geométricos são chamados de curva crescente e curva decrescente da histerese. O fato de o material apresentar magnetização residual, ainda que o mesmo não esteja submetido a um campo magnético, implica afirmar que este é um típico material em que ocorre histerese, e isto é uma característica, por exemplo, dos materiais ferromagnéticos não-lineares (Teape *et al.*, 1976).

Além do laço principal existem os laços internos, que são obtidos através do mesmo procedimento que o principal, com a diferença de que não é necessário excursionar o campo magnético até a saturação positiva ou negativa. Outro conceito importante

é o ponto de reversão. Este ponto é o lugar geométrico da união entre as curvas crescente e decrescente de um laço interno. Para exemplificar, tome-se o instante em que a curva crescente é interrompida devido a diminuição para zero da taxa de crescimento do campo magnético ( $H$ ). Ao tornar a taxa de crescimento do campo  $H$  negativa, ocorrerá a reversão da curva, que passará a ser decrescente. Esta curva decrescente é a chamada curva de reversão de primeira ordem. Caso haja uma nova reversão, existirá um novo ponto de reversão e a curva voltará a ser crescente, passando a se chamar de curva de reversão de segunda ordem. Assim, para novas reversões sequenciais haverá novas curvas de ordens superiores. Para a continuidade das mudanças na trajetória, produzem-se os laços internos aninhados, que na prática não são fechados, ainda que a excitação do campo magnético sempre varie no mesmo intervalo. A esse processo dá-se o nome de acomodação<sup>‡</sup>, que ocorrem quando o campo magnético varia em um intervalo definido ou com pequenas variações nos limites  $H_1$  e  $H_2$ , produzindo um efeito de deslocamento gradual dos laços para uma condição de equilíbrio, como mostra a Figura 2.5.

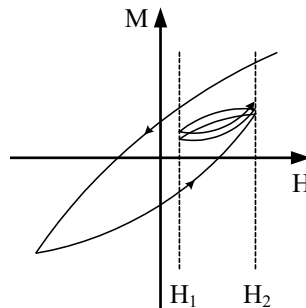


Figura 2.5: Processo de acomodação estabelecido entre dois campos magnéticos fixos.

A capacidade de um modelo em reproduzir os processos de acomodação constituem, portanto, uma importante característica a ser considerada quando resultados mais precisos são requeridos. Esse processo de acomodação não é caracterizado pelos modelos tradicionais de Preisach, por exemplo, visto que estes possuem a propriedade de deleção (Brokate e Torre, 1991). Uma abordagem estatística em outros modelos de Preisach que não são limitados pela propriedade de deleção, contudo,

<sup>‡</sup>O processo de acomodação não deve ser confundido com o chamado *after effect*, em que o deslocamento dos laços ocorre sem a variação do campo magnético aplicado. Este efeito está relacionado à existência de pequenas barreiras de energia estados estáveis que eventualmente podem ser superados por energia térmica (Torre, 1994).

pode ser conferida em (Torre, 1994).

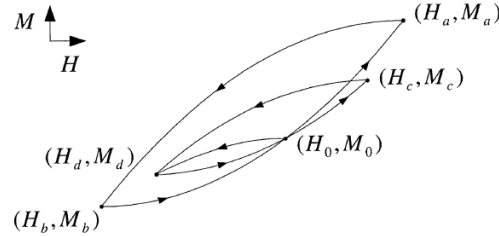


Figura 2.6: Ilustração do retorno ao ponto de partida, bifurcação e propriedades de memória. Extraído de (de Almeida *et al.*, 2003).

Na figura 2.6, diz-se que o ponto  $(H_o, M_o)$  é o instante atual para  $t = t_0$ , em que o mesmo situa-se no interior do laço principal. Os pontos de reversão são dados importantes para contribuir na predição da magnetização  $M$ . Contudo, quando não se considera variação da taxa, não é necessário armazenar todos os valores de  $H(t)$  anteriores ao instante atual, mas apenas alguns desses pontos de reversão. Segundo a propriedade de retorno ao ponto de partida (*return-point memory*), a trajetória iniciada em  $(H_a, M_a)$  e revertida em  $(H_b, M_b)$  deve retornar ao ponto  $(H_a, M_a)$ . Mas essa propriedade não é precisamente válida (Torre, 1994). Outra propriedade considera armazenar o último ponto de reversão. Isso é importante para o caso da bifurcação vista no ponto  $(H_o, M_o)$ , cuja trajetória é definida de acordo com a memória local. Caso o último ponto de reversão tenha sido o ponto  $(H_d, M_d)$ , significa que a trajetória seguirá para o ponto  $(H_c, M_c)$ . Caso tenha sido o ponto  $(H_b, M_b)$ , então a trajetória seguirá para  $(H_a, M_a)$ .

Até o momento, falou-se sobre a magnetização e a sua continuidade (resíduo) quando a excitação  $H$  é retirada. No entanto, para que ocorra a desmagnetização do material ferromagnético, é necessária a aplicação de uma excitação alternada, e que a mesma seja reduzida progressivamente até que sua intensidade se torne nula.

Um modelo escalar para histerese magnética com boa capacidade para reproduzir os ciclos internos foi apresentado por Tellinen (Tellinen, 1998). Este modelo utiliza uma estrutura de memória bastante simplificada através de armazenamento do ponto de operação, visto que apenas dois caminhos são possíveis para excursão da histerese. Portanto, não são necessários dados históricos do processo de magnetização. Outra vantagem em destaque é a flexibilidade do modelo quanto às variáveis de entrada e saída  $(b, h)$ : pode-se utilizar a densidade de campo magnético  $b$  para

computar a intensidade de campo magnético  $h$  ou o contrário. No entanto, a aplicabilidade do modelo é restringida quando se deseja simulações mais precisas. A grande vantagem observada, portanto, é a simplificação da implementação. O modelo requer apenas um ramo do ciclo principal de histerese para a identificação do material ferromagnético, o qual pode ser obtido através de medições. O outro ramo pode ser facilmente calculado por simetria referente à origem.

Seguindo na linha dos modelos simplificados, um modelo fenomenológico para histerese em materiais magnéticos foi proposto em (de Almeida *et al.*, 2003). Esse modelo apresenta uma estrutura de memória diferente dos modelos de Preisach e Jiles, e tem a vantagem de possuir apenas quatro parâmetros em uma equação algébrica. Neste caso, não é necessária a solução de equações diferenciais. Este modelo será detalhado em outra seção.

### 2.3.1 Modelo de histerese de Jiles-Atherton

Esta seção tem a finalidade de apresentar o arcabouço matemático do modelo de histerese de Jiles-Atherton, cujas informações foram extraídas de (Jiles e Atherton, 1983; Jiles, 1992). A sua compreensão permitirá um melhor entendimento das propostas deste trabalho.

#### Introdução

Jiles utilizou o conceito de que a variação da magnetização era determinada pela movimentação dos domínios magnéticos. Ele propôs que a magnetização pode ser decomposta em duas componentes: magnetização reversível ( $M_{rev}$ ) e irreversível ( $M_{irr}$ ). Ele considerou um mecanismo subjacente aos movimentos dos domínios magnéticos para propor duas equações diferenciais para representação das susceptibilidades diferenciais reversível e irreversível. A característica reversível da magnetização diminui a diferença entre a magnetização reversível e a magnetização sem histerese para um campo magnético com intensidade  $H$ .

A susceptibilidade diferencial irreversível e a susceptibilidade diferencial reversível são então definidas da seguinte forma:

$$M_{irr} = M_{an} - k\delta \frac{dM_{irr}}{dH_e} \quad (2.11)$$

onde

$M_{irr}$  é a magnetização irreversível

$M_{an}$  é a magnetização da curva anhisterética

$k$  é o coeficiente de perda (pinagem) definida como uma constante

$\delta$  é um parâmetro direcional que assume o valor +1 para  $dH/dT > 0$  e -1 para  $dH/dT < 0$

$H_e$  é o campo efetivo definido como  $H_e = H + \alpha M$

$$\frac{dM_{irr}}{dH} = \frac{(M_{an} - M_{irr})}{k\delta - \alpha(M_{an} - M_{irr})}, \begin{cases} k & \neq 0; \\ k\delta - \alpha(M_{an} - M_{irr}) & \neq 0 \end{cases} \quad (2.12)$$

sendo  $\alpha$  um parâmetro do campo médio que representa o acoplamento interno dos domínios magnéticos.

$$M_{rev} = c(M_{an} - M_{irr}) \quad (2.13)$$

onde o parâmetro  $c$  representa o movimento reversível da parede do domínio magnético.

$$\frac{dM_{rev}}{dH} = c \left( \frac{dM_{an}}{dH} - \frac{dM_{irr}}{dH} \right) \quad (2.14)$$

A susceptibilidade diferencial total é então obtida pela soma das duas componentes:

$$\frac{dM}{dH} = (1 - c) \frac{M_{an} - M_{irr}}{k\delta - \alpha(M_{an} - M_{irr})} + c \frac{dM_{an}}{dH} \quad (2.15)$$

A Equação 2.15 permite a separação completa entre as duas componentes da magnetização em qualquer ponto da curva de histerese.

De acordo com Jiles, do ponto de vista da solução numérica para a modelagem da histerese é mais conveniente resolver primeiro a Equação 2.12 para a componente irreversível da magnetização e depois adicionar a componente reversível através da Equação 2.14. Jiles ainda observou, como desvantagem deste modelo, que soluções não físicas podem ser obtidas a partir da Equação 2.12 quando o campo magnético é reduzido da extremidade do laço quando a magnetização irreversível ( $M_{irr}$ ) está abaixo da curva de magnetização sem histerese ( $M_{an}$ ) no primeiro quadrante ou acima desta no terceiro quadrante. Quando isto ocorre, a redução do campo magnético implica resultado negativo para a susceptibilidade diferencial. Na realidade, os domínios magnéticos permanecem bloqueados na região de pinagem, e assim  $dM_{irr}/dH = 0$ . Entretanto, a magnetização permanece sofrendo alterações devido a sua componente reversível, até que a magnetização cruze a curva de magnetização pura. Dessa forma, durante esse processo diz-se que a magnetização total é aproximadamente igual a sua componente reversível.

### Parametrização

A escolha dos parâmetros do modelo interfere diretamente na sua precisão e capacidade em representar os laços de histerese. O processo de parametrização torna-se complexo a partir do momento em que os parâmetros não são obtidos explicitamente da leitura dos dados experimentais, sendo necessária uma metodologia para obtenção e interpretação destes dados e, eventualmente, realizar procedimentos de otimização para refinar a escolha inicial dos parâmetros de ajuste.

De acordo com a metodologia sugerida por Jiles, a solução simplificada para os parâmetros  $a$ ,  $\alpha$ ,  $k$  e  $c$  é obtida a partir da medição de algumas propriedades magnéticas do material: a susceptibilidade normal inicial  $x'_{in}$ , a susceptibilidade sem histerese inicial  $x'_{an}$ , o campo magnético coercitivo  $H_c$ , a susceptibilidade diferencial no ponto coercitivo  $x'_{H_c}$ , a magnetização residual  $M_r$ , a susceptibilidade diferencial para a magnetização residual  $x'_{M_r}$  e as coordenadas  $(H_m, M_m)$  de um laço, juntamente com a susceptibilidade diferencial da curva de magnetização inicial para o mesmo laço  $x'_m$  (Jiles, 1992).

#### Parâmetro $M_S$

Este parâmetro é facilmente obtido através da folha de dados do material ou ainda

através da leitura direta do valor máximo da magnetização verificado no laço principal da histerese de um determinado material, submetendo-o a um campo magnético de valor elevado o suficiente para que ocorra a saturação.

### Parâmetro $c$

Este parâmetro pode ser calculado numericamente pela relação entre a susceptibilidade normal inicial  $x'_{in}$  e a susceptibilidade sem histerese inicial  $x'_{an}$ :

## 2.3.2 Modelo de Proximidade ao Laço Principal - $L^2P$

O modelo fenomenológico para histerese em materiais magnéticos proposto em (de Almeida *et al.*, 2003) apresenta uma estrutura de memória diferente daquela dos modelos mais usuais de Preisach e Jiles, e tem a vantagem de possuir apenas quatro parâmetros em uma equação algébrica, não sendo necessária a solução de equações diferenciais.

A função que descreve a magnetização  $M$  para as curvas crescente e decrescente limites é dada por

$$M(H) = \frac{2}{\pi} M_s \arctan \left( \frac{H - \delta H_c}{h_o} \right) \quad (2.16)$$

sendo,  $M_s$  a magnetização de saturação,  $H_c$  o campo coercitivo,  $h_o$  uma constante dependente do material e  $\delta = \text{sgn}(\dot{H})$ . A expressão 2.16 descreve o laço principal M-H para a combinação de  $M(H, \delta = +1)$  e  $M(H, \delta = -1)$ . Entretanto, somente com a equação 2.16 não é possível obter os laços menores, aninhados ou curvas de primeira ordem. Neste caso, faz-se imprescindível introduzir alguns conceitos para uma completa descrição da histerese.

Na figura 2.7, observa-se a trajetória (k-1) aproximando-se da curva decrescente do laço principal. Num determinado instante, ocorre a reversão representada pelo ponto  $(H_r, M_r)$  e a partir daí a curva torna-se crescente (k). O conceito do campo de proximidade  $H_p$  é representado pela distância do ponto atual até a curva limite do laço principal e é definido como segue:

$$H_p = H_L - H_o \quad (2.17)$$



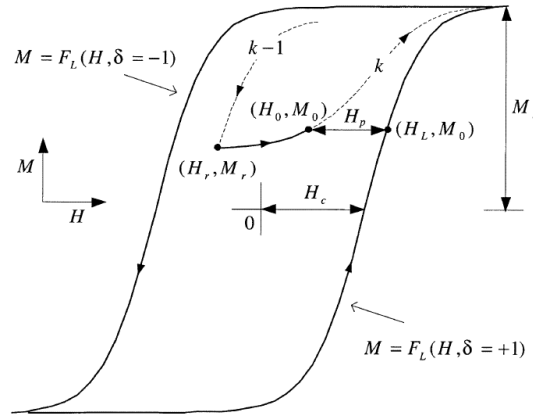


Figura 2.7: Representação esquemática da histerese  $M - H$  formada pelas duas curvas limites que definem o laço principal do modelo de histerese  $L^2P$ . Extraído de (de Almeida *et al.*, 2003).

O valor de  $H_L$  é obtido da equação 2.16 para o ponto  $(H_L, M_o)$  tal que:

$$H_L = h_o \tan\left(\frac{\pi M_o}{2M_s}\right) + \delta H_c \quad (2.18)$$

Substituindo-se 2.18 em 2.17 para  $(H_o, M_o)$  tem-se:

$$H_p = h_o \tan\left(\frac{\pi M_o}{2M_s}\right) + \delta H_c - H_o \quad (2.19)$$

O conceito de campo de proximidade  $H_{pr}$  é visualizado fazendo-se com que o ponto atual seja o ponto de reversão  $(H_r, M_r)$ , e equivale à distância entre o ponto de reversão  $(H_r, M_r)$  e o ponto do laço principal que possui o mesmo valor de magnetização. Dessa forma, tem-se:

$$H_{pr} = h_o \tan\left(\frac{\pi M_r}{2M_s}\right) + \delta H_c - H_r \quad (2.20)$$

A dependência funcional de  $H_p$ , para trajetórias dentro do laço principal é quase independente do ponto de reversão  $(H_r, M_r)$  (de Almeida *et al.*, 2004). Foi proposto que:

$$H_p = H_{pr}P(x) \quad (2.21)$$

Na expressão 2.21,  $P(x)$  representa a função de proximidade que descreve a forma como os laços internos se aproximam do laço principal, com  $x = \frac{H-H_r}{H_{pr}}$ . Da comparação das equações 2.19 e 2.21, tem-se:

$$H_{pr}P(x) = h_o \tan\left(\frac{\pi M_o}{2M_s}\right) + \delta H_c - H_o \quad (2.22)$$

A magnetização atual ( $H_o, M_o$ ) é obtida:

$$M(H) = \frac{2\pi}{M_s} \arctan\left(\frac{H_{pr}P\left(\frac{H-H_r}{H_{pr}}\right) + H - \delta H_c}{h_o}\right) \quad (2.23)$$

Os valores  $\delta$ ,  $H_{pr}$  e  $H_r$  permanecem inalterados até que ocorra uma nova reversão em  $H(t)$ . Este modelo, portanto, requer a estimação de apenas quatro parâmetros:  $M_s$ ,  $h_o$ ,  $H_c$ ,  $\xi$ . A função de proximidade depende do material magnético. Em (de Almeida *et al.*, 2003) é proposta a seguinte função de proximidade, em que  $\xi$  é uma constante arbitrária:

$$P(x) = \begin{cases} 1 - \xi x & , \quad \xi x < \frac{\pi}{2} \\ 0 & , \quad \xi x > \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad (2.24)$$

A figura 2.7 mostra um esquemático da característica (M x H) onde é possível visualizar o ponto de reversão ( $H_r, M_r$ ) e o conceito de proximidade da trajetória  $k$  ao laço principal. Os valores  $H_c$  e  $M_s$  podem ser obtidos diretamente da análise de dados experimentais do laço principal com saturação total. O valor de  $h_o$  é responsável pela inclinação do laço principal e é obtido fazendo-se um procedimento de ajuste de curva em que minimize a função objetivo

$$J(h_o) = \sum_{H=H_{sat}^-}^{H=H_{sat}^+} \left\{ [M_{\delta=-1}^{modelo}(H) - M_{\delta=-1}^{dados}(H)]^2 + [M_{\delta=+1}^{modelo}(H) - M_{\delta=+1}^{dados}(H)]^2 \right\} \quad (2.25)$$

O parâmetro  $\xi$  é responsável pelos laços menores, e para sua determinação é necessário utilizar dados experimentais relativos a um laço interno. Um procedimento para estimação de  $\xi$  pode ser visto em (de Almeida *et al.*, 2003).

## 2.4 Inrush e ferorressonância

### Inrush

A ocorrência de saturação no núcleo magnético pode demandar elevadas correntes de partida de transformadores. A também chamada *corrente de inrush* é caracterizada por crescer vertiginosamente até um valor máximo no primeiro semi-ciclo após a energização do transformador e, a partir de então, decair até a condição normal de regime permanente. A duração e magnitude da corrente de inrush dependem, basicamente, de quatro fatores: o valor da onda de tensão em que o transformador é energizado (ângulo de chaveamento), o fluxo residual no núcleo do transformador, o valor máximo do fluxo no núcleo ferromagnético (valor de saturação) e a impedância total por onde flui a corrente de inrush. Outros elementos do circuito podem contribuir na duração e intensidade do inrush como, por exemplo, a existência de outros transformadores já conectados à rede (Bronzeado e Yacamini, 1993).

As elevadas correntes geradas na energização de transformadores possuem efeitos indesejáveis incluindo a possibilidade de provocar danos ou redução do tempo de vida útil do transformador. Além disso, podem acionar equivocadamente os relés de proteção, tendo como consequência a perda da qualidade da energia e redução da disponibilidade do equipamento. Por esse motivo, há um esforço para mitigar as correntes de inrush e evitar seus efeitos.

O controle do ângulo de chaveamento e do fluxo residual, teoricamente, pode representar uma alternativa para minimizar a corrente de inrush, tendo em vista que há um condição ótima em que a ocorrência do inrush é minimizada. Na prática, no entanto, alguns fatores podem dificultar a completa eliminação de transitórios decorrentes da corrente de inrush tais como desvios no tempo de fechamento de disjuntores, erros de medição do fluxo residual, configurações do núcleo do transformador ou das bobinas que impeçam uma solução ótima, dentre outros (Brunke e Frohlich, 2001a; Brunke e Frohlich, 2001b).

### Ferorressonância

Os circuitos elétricos ressonantes são formados a partir da combinação de indutâncias e capacitâncias. A frequência de ressonância desse circuito é obtida quando

as reatâncias indutivas e capacitivas se igualam. Quando se analisa um sistema elétrico de potência real, observa-se que a configuração de um circuito ressonante pode surgir em diversas ocasiões. À ocorrência da ressonância em sistemas elétricos reais envolvendo capacitâncias do sistema e indutâncias não lineares do núcleo magnético dos transformadores, dá-se o nome de ferrorressonância.

A figura 2.8 representa um sistema elétrico básico constituído pelos subsistemas geração, transmissão, transformação e consumo (alimentadores). É notório a existência de indutâncias em todos os subsistemas, principalmente devido aos transformadores. Além disso, é muito comum a existência de cargas indutivas e resistivas, principalmente em ambiente industrial devido às aplicações com motores elétricos. Não obstante, existem as capacitâncias das linhas de transmissão, principalmente em cabos isolados de média e alta tensão (Kang e Liao, 2012). Para o exemplo de análise da subestação abaixadora, este sistema pode ser simplificado de tal forma que tudo que precede a barra 3 será considerada uma *geração equivalente*, enquanto que toda alimentação fornecida pela barra 4 será considerada uma carga concentrada. Essa abordagem facilita o estudo da ferrorressonância no circuito entre as barras 3 e 4.

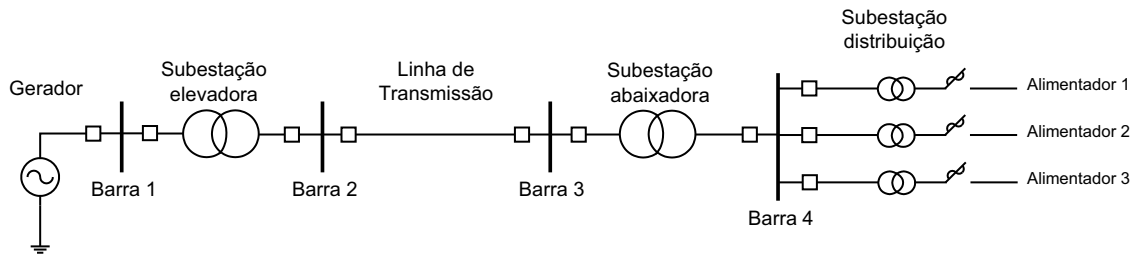


Figura 2.8: Configuração simplificada de um sistema elétrico de potência.

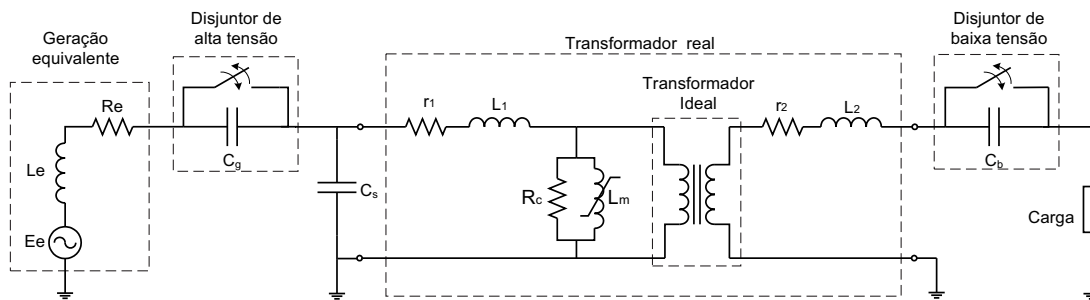


Figura 2.9: Topologia básica para ocorrência de ferrorressonância em um sistema elétrico de potência (representação monofásica).

Na figura 2.9, a manobra de disjuntores pode ser modelada por capacitâncias em série identificadas como  $C_g$  para a alta tensão e  $C_b$  para a baixa tensão, enquanto que a capacitância *shunt* (ou em derivação)  $C_s$  existe devido à linha de transmissão. A interação entre as capacitâncias transitórias geradas na linha devido às manobras nos disjuntores e a indutância de magnetização não linear do transformador pode favorecer o surgimento da ferrorressonância (Zhang *et al.*, 2010). A resistência do núcleo magnético,  $R_c$ , muitas vezes modelada por uma resistência linear, também apresenta um comportamento não linear dependente da frequência e da tensão (Iravani *et al.*, 2000). Os demais parâmetros do transformador normalmente são considerados lineares. Na realidade, em sistemas fracamente amortecidos, as capacitâncias de cabos isolados de alta tensão e a manobra de disjuntores ou chaves seccionadoras constituem uma das causas para a ocorrência da ferrorressonância. Surtos de tensão devido às descargas atmosféricas ou formação das capacitâncias série decorrente da abertura do disjuntor devido a atuação do sistema de proteção durante uma falta fase-terra também podem favorecer o surgimento da ferrorressonância.

A ferrorressonância pode ser caracterizada basicamente através das quatro formas indicadas na figura 2.10. Segundo (Zhang *et al.*, 2010), os circuitos predominantemente formados por altas capacitâncias série  $C_g$  e baixas capacitâncias *shunt*  $C_s$  produzem o modo fundamental, enquanto que o modo sub-harmônico predomina quando há baixas capacitâncias série e altas capacitâncias *shunt*. Outro importante fator que caracteriza os transitórios da ferrorressonância decorre do instante ou ângulo de chaveamento da fonte de tensão, que pode produzir tensões primárias e secundárias muito elevadas para o transformador (Roy e Roy, 2009) e favorecer o surgimento do modo caótico.

Os níveis de tensão perigosos observados durante a ocorrência da ferrorressonância implicam na necessidade de equipamentos mais robustos que suportem duas ou mais vezes os níveis de isolamento nominal. As altas tensões produzidas podem danificar os enrolamentos dos transformadores. Exige-se também esforço dos pesquisadores para o desenvolvimento de modelagem mais precisa dos sistemas ressonantes bem como de técnicas mais eficazes para mitigar os efeitos da ferrorressonância mais rapidamente. Uma técnica bastante difundida é a utilização de resistência de neutro para minimização do efeito caótico (Hui *et al.*, 2009; Radmanesh *et al.*, 2009). Embora essa técnica reduza os níveis de tensão alcançados durante a ocorrência do fenômeno,

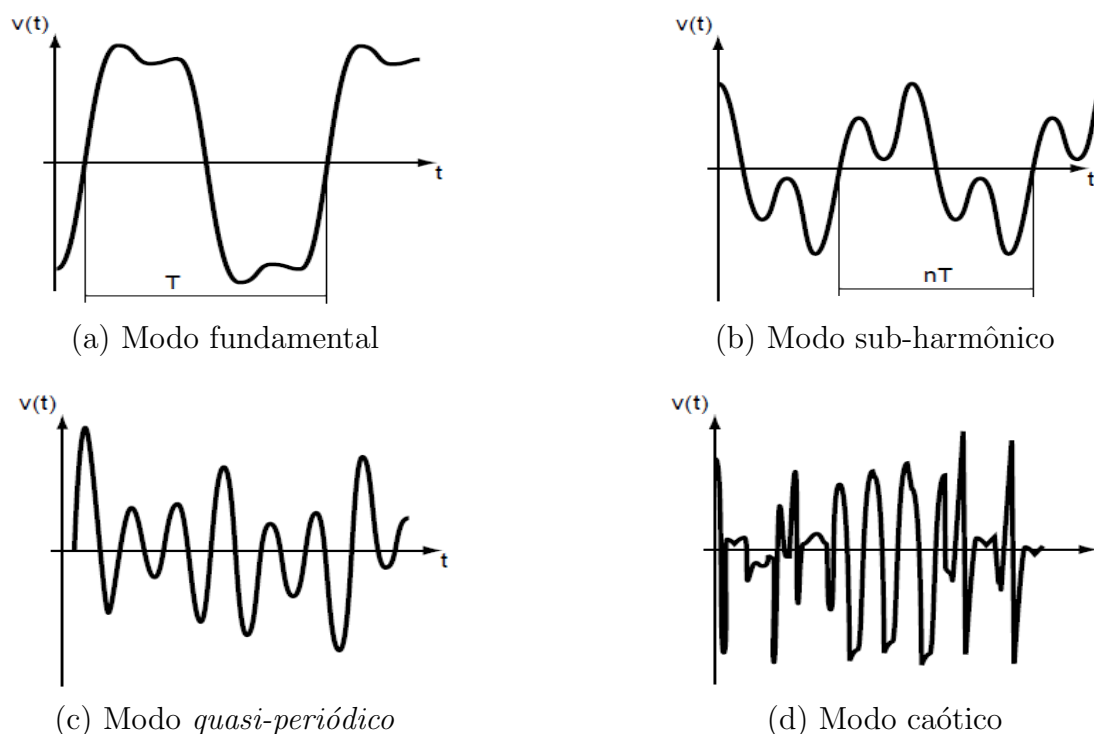


Figura 2.10: Definição padronizada para os tipos de ferroressonância, sendo  $\tau$  o período e  $n$  um multiplicador.

a forma de onda de tensão no transformador permanece distorcida.

## 2.5 Conclusões do capítulo

Este capítulo apresentou os conceitos essenciais para o compreensão da modelagem de um transformador monofásico de tensão constituído de resistências e indutâncias e considerando as perdas por histerese DC e por correntes parasitas. Foram também abordadas as características da corrente de inrush e do fenômeno da ferroressonância com suas definições e classificações, bem como foram apresentados em detalhes os modelos de histerese de Jiles-Atherton e  $L^2P$ . Além disso, foram apresentados alguns conceitos e métodos de otimização combinatória visando aplicação na parametrização dos modelos de histerese.

Observou-se que o modelo de histerese de Jiles é constituído por quatro parâmetros e requer um procedimento complexo para a parametrização, necessitando diversas

medições. Já o modelo  $L^2P$ , que também possui quatro parâmetros, apresenta um processo de ajuste muito mais simples e não requer a medição de outras grandezas. Não obstante, sua estrutura de memória também é mais simples que a do modelo de Jiles, de forma que em aplicações em tempo real cujo tempo de processamento da resposta do modelo é relevante para o processo, o custo computacional representa uma importante característica a ser observada.





## Capítulo 3

# O modelo de histerese proposto e a plataforma experimental

*Este capítulo apresenta a metodologia e procedimentos utilizados para aquisição dos dados experimentais, o modelo proposto para a histerese magnética baseado no  $L^2P$ , a sintetização do modelo proposto para o transformador monofásico de potência, detalhes do tratamento de dados e os métodos de otimização utilizados.*

### 3.1 Plataforma experimental

O PRINCIPAL objetivo da utilização de uma plataforma experimental reside no fato de que dados reais do sistema em estudo são necessários para que seja possível a validação do modelo do sistema aplicado nas simulações. Este equipamento deve ser concebido, portanto, considerando o tipo de grandeza física a ser medida, bem como deve-se observar as possíveis limitações de medição.

A medição da curva de histerese pode ser realizada basicamente de duas formas. A mais evidente, ou direta, é a medição do campo magnético através de sensores apropriados (que se utilizam do princípio do efeito Hall para medição da intensidade do campo magnético). A outra forma é através da medição indireta obtendo-se os sinais de tensão e corrente. Devido às dificuldades observadas para a medição direta, normalmente se utiliza a segunda alternativa (Schmidt e Guldner, 1996).

A característica não linear da relação  $B - H$  associada aos efeitos de memória

e estresse mecânico das lâminas que compõem o núcleo magnético, bem como a frequência do sinal interferem na qualidade da medição. Frequências muito altas, acima de 100 kHz até 1 MHz, demandam sistemas de medição mais complexos. Para este trabalho, no entanto, a frequência do sinal será a mesma da rede elétrica no Brasil, que é de 60Hz. Nessas condições, as técnicas usuais mais simples são consideradas satisfatórias (IEEE, 1992).

### 3.1.1 Equipamentos

Neste trabalho, a escolha dos instrumentos e equipamentos foi baseada na disponibilidade dos mesmos ou ainda com possibilidade de aquisição de materiais com baixo custo. No entanto não foi necessário adquirir nenhum outro equipamento, tendo em vista que todos os itens utilizados já estavam disponíveis no Departamento de Engenharia Elétrica da UFBA<sup>†</sup>. Além disso, como todos os ensaios seriam realizados à frequência da rede de energia, 60Hz, os problemas citados anteriormente referentes à medição de corrente em altas frequências poderiam ser desprezados, não demandando uma plataforma experimental com maior complexidade. Sendo assim, a bancada de testes foi concebida da seguinte forma:

- **Fonte de tensão alternada:** utilizou-se uma fonte de alimentação monofásica com capacidade até 220V. A fonte alimenta diretamente o transformador monofásico ou através do módulo de controle de chaveamento. Para os ensaios, a tensão adotada foi fase-neutro 127V.
- **Fonte de tensão contínua:** necessária para polarização do módulo de controle de chaveamento.
- **Osciloscópio de três ou quatro canais:** necessário para armazenamento digital da corrente e da tensão do primário e da tensão do secundário do transformador.
- **Transformador de potência monofásico:** equipamento de fabricante nacional, com material magnético de ferro-silício, a ser submetido aos ensaios experimentais.

---

<sup>†</sup>O módulo de controle de chaveamento foi desenvolvido e implementado, Leroy Umami Ramos, que gentilmente o cedeu para a realização dos ensaios.

- **Módulo de controle de chaveamento:** circuito utilizando TRIAC para energizar o transformador com ângulo de fase nulo.
- **Ponteira de prova de corrente alternada:** as figuras 3.1 e 3.2 mostram a sonda de corrente utilizada para a medição de corrente. A medição de corrente através de um resistor de valor conhecido seria a melhor alternativa caso a frequência do sinal medido fosse maior que 100kHz para evitar erros de medição, conforme já discutido. O uso do resistor também poderia ser utilizado na baixa frequência, como é o caso deste trabalho. No entanto, a adição da resistência no lado primário do transformador aumenta o valor ôhmico da bobina e reduz consideravelmente a corrente de partida ou os efeitos da ferorressonância, fenômenos objetos dessa investigação. Logo, optou-se pela sonda de corrente modelo 80i-110s, da marca Fluke.
- **Cargas capacitivas, indutivas e resistivas:** cargas necessárias para a representação da “linha de transmissão” bem como para o estudo da ferorressonância.
- **Cabos e plugues:** necessários para interligar os equipamentos na bancada.

As figuras 3.1 e 3.2 representam a configuração dos equipamento que foram interligados em bancada para viabilizar os testes diversos.

### 3.1.2 Princípios de medição

Optando-se pela medição indireta, faz-se necessário a aquisição de dados referentes a tensão secundária e a corrente primária do transformador, conforme demonstrado em (Thottuvelil *et al.*, 1990).

Segundo a teoria eletromagnética, um campo magnético  $H$  é gerado pela passagem de corrente  $I$  em um condutor. Para o caso de uma bobina composta por  $N$  espiras, o campo magnético total gerado será composto pela soma das contribuições individuais de cada espira. Assim, para uma região fechada delimitada pelo ciclo  $C$ , a integral circular é definida da seguinte forma:

$$\oint_C \vec{H} d\vec{l} = \sum NI \quad (3.1)$$

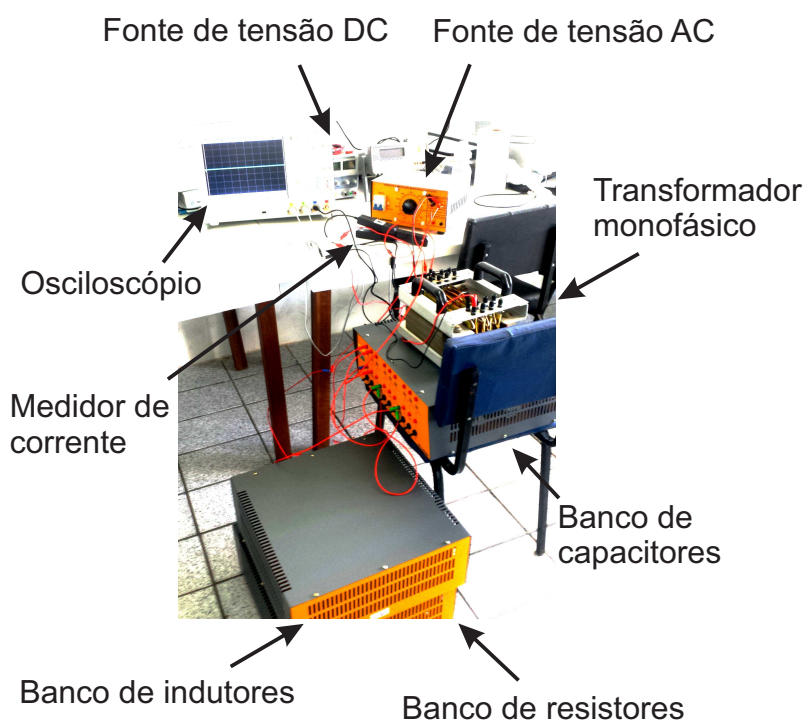


Figura 3.1: Bancada 1

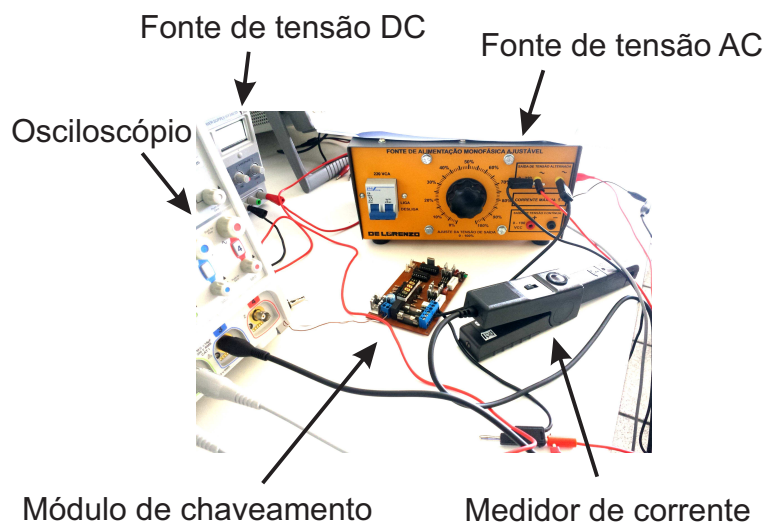


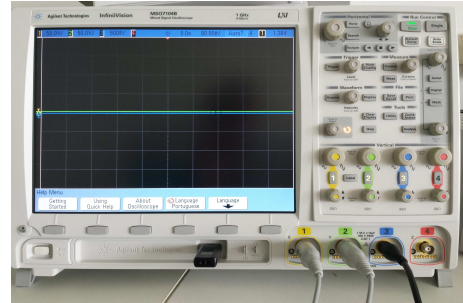
Figura 3.2: Bancada 2

em que

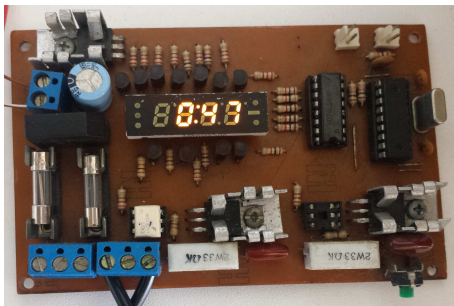
$\vec{H}$  é o vetor intensidade de campo magnético



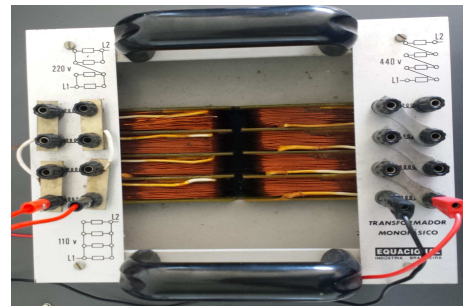
(a) Fonte de tensão AC



(b) Osciloscópio



(c) Módulo de controle de chaveamento por TRIAC



(d) Transformador monofásico



(e) Banco de capacitores



(f) Banco de indutores e resistores

Figura 3.3: Equipamentos utilizados para aquisição de dados experimentais.

$d\vec{l}$  é o vetor infinitesimal do comprimento do condutor

$N$  é o número de espiras do enrolamento

$I$  é a corrente no condutor

O fluxo magnético  $\Phi$  gerado relaciona-se com a área  $S$  do material magnético e a densidade de fluxo magnético  $B$  da seguinte forma:

$$\iint_S \vec{B} d\vec{s} = \Phi \quad (3.2)$$

Na equação anterior,  $\vec{B}$  é o vetor densidade de fluxo magnético e  $d\vec{s}$  é o vetor infinitesimal e ortogonal à área atravessada pelo fluxo magnético  $\Phi$ . De 3.1 e considerando campo magnético uniforme e comprimento  $l$  médio tem-se que

$$Hl = \sum NI \quad (3.3)$$

Para um transformador monofásico de dois enrolamentos com espiras no primário e espiras no secundário, e usando 3.3 encontra-se:

$$H = \frac{N_p I_p - N_s I_s}{l} \quad (3.4)$$

Da expressão 3.4, observa-se que a componente de campo magnético gerada no secundário do transformador é nula quando o mesmo está operando em vazio, ou seja, quando não circula corrente pelo secundário. Da equação 3.2, o fluxo médio pode ser calculado conforme a seguir:

$$\Phi = BA \quad (3.5)$$

Utilizando-se o conceito de fluxo concatenado ( $\lambda$ ) em que  $\lambda = N\Phi$  e que a tensão induzida é dada por  $v(t) = -\frac{d\lambda(t)}{dt}$ , tem-se que a tensão induzida no secundário do transformador ( $v_s$ ) é

$$v_s(t) = -N_s \frac{d\Phi(t)}{dt} \quad (3.6)$$

A expressão do fluxo magnético também é obtida efetuando-se a integração da equação 3.6:

$$\Phi(t) = \frac{-1}{N_s} \int v_s(t) dt \quad (3.7)$$

A corrente  $i_s$  no secundário pode ser calculada considerando-se uma impedância de carga  $R_L$ , tal como:

$$i_s = \frac{v_s}{R_L} \quad (3.8)$$

Aplicando as expressões 3.4, 3.5 e 3.7 e considerando o secundário em aberto, chega-se às seguintes equações:

$$H(t) = \frac{N_p I_p(t)}{l} \quad (3.9)$$

$$B(t) = \frac{\Phi(t)}{A} = \frac{-1}{AN_s} \int v_s(t) dt \quad (3.10)$$

As equações acima representam as funções temporais da intensidade de campo magnético e da densidade de fluxo magnético e são utilizadas para traçar a curva de histerese do material em estudo. Cabe ressaltar que a curva  $BxH$  obtida experimentalmente não distingue as perdas por histerese DC das perdas por correntes parasitas.

### 3.2 Modelo de histerese proposto: $L^2P\alpha$

No capítulo anterior, foi apresentado um modelo algébrico para a representação da histerese magnética denominado  $L^2P$  (de Almeida *et al.*, 2003). Testes preliminares indicaram que é possível aumentar a precisão do modelo quando são consideradas as características reversíveis. Por esse motivo, nesta seção será proposto uma extensão ao modelo algébrico  $L^2P$  de forma que permita incorporar a magnetização reversível. O modelo  $L^2P\alpha$  proposto é baseado no modelo de histerese de Duhem (Visintin, 1994), de acordo com a equação 3.11.

$$\frac{dy}{dt} = f_1(x, y) \frac{dx^+}{dt} - f_2(x, y) \frac{dx^-}{dt} \quad (3.11)$$

cujas funções  $f_1(x, y)$  e  $f_2(x, y)$  são arbitrárias, e

$$\frac{dx^+}{dt} = \frac{\left| \frac{dx}{dt} \right| + \frac{dx}{dt}}{2} \quad (3.12)$$

$$\frac{dx^-}{dt} = \frac{\left| \frac{dx}{dt} \right| - \frac{dx}{dt}}{2} \quad (3.13)$$

A equação 3.11 é também chamada de *equação independente da taxa*, estrutura na qual a variável de saída não é dependente da taxa de variação temporal da variável de entrada\*. A estrutura de modelo da equação 3.13 produz duas situações possíveis:

$$\frac{dx}{dt} > 0 \Rightarrow \frac{dy}{dt} = f_1(x, y) \frac{dx}{dt} \quad (3.14)$$

$$\frac{dx}{dt} < 0 \Rightarrow \frac{dy}{dt} = f_2(x, y) \frac{dx}{dt} \quad (3.15)$$

Uma representação alternativa para 3.11 pode ser obtida fazendo-se

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y, \delta) \quad (3.16)$$

sendo  $\delta = \text{sgn}(\dot{x})$ . O operador de histerese definido por 3.11, e colocado na forma 3.16, é chamado de operador de Duhem, denotado por

$$y = D[x] \quad (3.17)$$

O operador de Duhem é apresentado na forma de uma estrutura matemática geral, que define uma classe de modelos. Entretanto, não há metodologia disponível que permita determinar as funções  $f_1(x, y)$  e  $f_2(x, y)$  para um fenômeno de histerese específico. Isto se deve ao fato de que cada aplicação requer uma estrutura de modelo bastante peculiar, e a proposta original de Duhem não estabelece métodos para o desenvolvimento destas estruturas. Em (Jiles e Atherton, 1983), cujo modelo foi revisto no capítulo anterior, foi proposto um modelo para a histerese ferromagnética em que o campo externo provoca o crescimento de um certo domínio em detrimento de outros. Jiles postulou que o processo de magnetização é o resultado médio destas interações, conectando as irregularidades do movimento de domínios com a perda de energia no processo de magnetização. O modelo é baseado na hipótese de que a magnetização  $M$  é formada de uma componente irreversível  $M_{irr}$  e uma componente reversível  $M_{rev}$ , diretamente relacionada com a curva de Langevin (Garikepati *et al.*, 1988)

---

\*Um modelo dinâmico de histerese dependente da taxa temporal do campo magnético pode ser conferido em (Leal *et al.*, 2006)



$$M_{rev} = M_s \left[ \coth \left( \frac{H + \alpha_L M}{\alpha} \right) - \frac{\alpha}{H + \alpha_L M} \right] \quad (3.18)$$

sendo  $M_s$  a magnetização de saturação,  $\alpha$  e  $\alpha_L$  constantes que dependem do material e  $H$  o campo magnético aplicado. Jiles considerou que a proporção entre  $M_{rev}$  e  $M_{irr}$  é constante para qualquer valor no plano de fase  $H - M$ , e a magnetização total é dada por

$$M = (1 - c)M_{irr} + cM_{rev} \quad (3.19)$$

sendo a proporção  $c$  dependente do material ( $0 < c < 1$ ). No modelo de Jiles a componente irreversível  $M_{irr}$  é definida através de um operador de histerese do tipo Duhem denotado por  $M_{irr} = D_J[H]$ , que resulta em uma magnetização total dada por

$$M = (1 - c)D_J[H] + cM_{rev} \quad (3.20)$$

De maneira similar ao modelo de Jiles, o modelo  $L^2P$  pode ser também classificado como um operador de histerese do tipo Duhem, denotado de  $D_{L^2P}[H]$ . Dessa forma, objetiva-se uma estrutura diferente da proposta por Jiles para a representação das componentes de magnetização. Neste caso, propõe-se que a componente reversível da magnetização seja  $M_{rev} = \alpha[H]$ , e a magnetização total definida como

$$M = (1 - c)D_J[H] + cM_{rev} = (1 - c)D_{L^2P}[H] + c\alpha[H] \quad (3.21)$$

Essa é uma estrutura mais simples que a proposta por Jiles, acrescentando-se apenas o parâmetro adicional  $\alpha$  em relação ao modelo original  $L^2P$ . Aqui, supõe-se a magnetização  $M$  equivalente à densidade de campo magnético  $B$ . Dessa forma, o modelo proposto possui cinco parâmetros:  $B_s$ ,  $h_o$ ,  $H_c$ ,  $\xi$  e  $\alpha$ . A introdução do parâmetro ao  $L^2P$  permite ao novo modelo proporcionar melhor ajuste em toda a excursão do laço de histerese, visto que se elimina o problema de precisão somente em cada região separadamente, seja na parte central ou na saturação. Este artifício também evita modificar a função de proximidade proposta em (de Almeida *et al.*, 2003). Partindo-se da expressão do modelo  $L^2P$  para a descrição do laço principal da histerese

$$B(H) = \frac{2}{\pi} B_s \arctan \left( \frac{H - \delta H_c}{H_o} \right) \quad (3.22)$$

e introduzindo-se o termo referente a componente reversível da magnetização, a expressão para o modelo proposto é então definida:

$$B(H) = (1 - c) \left[ \frac{2}{\pi} B_s \arctan \left( \frac{H - \delta H_c}{H_o} \right) \right] + c\alpha H \quad (3.23)$$

em que a densidade de campo  $B$  é função do campo magnético  $H$ . Essa abordagem incorpora, portanto, as duas características de magnetização postuladas por Jiles, garantindo maior precisão a um custo computacional baixo.

### 3.3 Modelo de transformador de potência monofásico proposto

A literatura apresenta modelos de transformadores sobre diversas abordagens, considerando-se sempre a relação custo computacional versus capacidade de representação da realidade física do sistema. Nesse contexto, há uma gama de modelos de transformadores de potência, monofásicos ou trifásicos, com características específicas a cada um, conforme já apresentado no segundo capítulo. Esta seção apresenta um modelo de transformador de potência monofásico baseado na teoria proposta por (Theocharis *et al.*, 2008), cujo circuito está representado na Figura 3.4 e considera duas perdas (histerese dc e eddy) na forma da Figura 2.3.

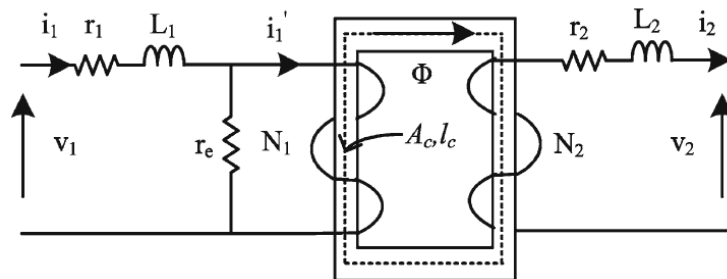


Figura 3.4: Circuito esquemático do transformador com núcleo envolvido com modelo de resistência para as perdas por correntes parasitas. Extraído de (Theocharis *et al.*, 2008).

No transformador de núcleo envolvido da Figura 3.4,  $\Phi$  é o fluxo mútuo que circula no núcleo de seção  $A_c$ , no percurso magnético de comprimento  $l_c$ . As grandezas  $r_1$ ,  $L_1$ ,  $N_1$ ,  $i_1$ ,  $V_1$  representam a resistência, a indutância, o número de espiras, a corrente e a tensão primárias, respectivamente, e  $r_2$ ,  $L_2$ ,  $N_2$ ,  $i_2$  e  $v_2$  as grandezas secundárias. Neste circuito, nota-se ainda a resistência  $r_e$  que representa um modelo para as perdas por correntes parasitas. Para a resistência  $r_e$ , poderá ser adotado qualquer dos três modelos apresentados na Tabela 2.3 da seção 2.2.

A análise do circuito da Figura 3.4 conduz às seguintes equações:

$$V_1 = r_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + r_e (i_1 - i'_1) \quad (3.24)$$

$$V_1 = r_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + \frac{d\psi_1}{dt} \quad (3.25)$$

$$-V_2 = r_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} + \frac{d\psi_2}{dt} \quad (3.26)$$

sendo  $\frac{d\psi_i}{dt}$  a tensão gerada na bobina  $i$ , definido na forma

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{bmatrix} = L_d \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i'_1 \\ i_2 \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

em que  $L_d$  representa a matriz de indutâncias que depende da topologia do núcleo magnético

$$L_d = \begin{bmatrix} L_{d11} & L_{d12} \\ L_{d21} & L_{d22} \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

Na Equação 3.28, os elementos  $L_{d11}$  e  $L_{d22}$  representam as indutâncias próprias, enquanto os elementos  $L_{d12}$  e  $L_{d21}$  são as indutâncias mútuas.

O circuito elétrico pode então ser representado na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_1 \\ -v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_1 + r_e & -r_e & 0 \\ r_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i'_1 \\ i_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_1 & 0 & 0 \\ L_1 & L_{d11} & L_{d12} \\ 0 & L_{d21} & L_2 + L_{d22} \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_1 \\ i'_1 \\ i_2 \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

ou ainda na forma compacta

$$DI = L^{-1}(E - RI) \quad (3.30)$$

em que D é um operador que representa a derivada temporal  $\frac{d}{dt}$ , e

$$E = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_1 \\ -v_2 \end{bmatrix}, I = \begin{bmatrix} i_1 \\ i'_1 \\ -i_2 \end{bmatrix}, R = \begin{bmatrix} r_1 + re & -re & 0 \\ r_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r_2 \end{bmatrix}, L = \begin{bmatrix} L_1 & 0 & 0 \\ L_1 & L_{d11} & L_{d12} \\ 0 & L_{d21} & L_2 + L_{d22} \end{bmatrix}$$

### Equações do circuito magnético

A derivada temporal do fluxo concatenado  $\psi_1$  e  $\psi_2$  é escrita em função do número de espiras  $N_1$  e  $N_2$  e do fluxo magnético do núcleo  $\phi$ , que normalmente é definido como uma função não linear.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_1 \\ -N_2 \end{bmatrix} \frac{d\phi}{dt} \quad (3.31)$$

Para densidade de fluxo magnético  $b$  e intensidade de campo magnético  $h$ , a permeabilidade magnética é dada por

$$\mu = \frac{b}{h} \quad (3.32)$$

que pode ser derivada em função de  $h$  resultando em

$$\frac{d\mu}{dh} = \frac{\mu_d - \mu}{h} \quad (3.33)$$

sendo  $\mu_d = \frac{db}{dh}$  e  $\mu_d$  definido como a permeabilidade incremental. De 3.33, tem-se que

$$\mu_d = h \frac{d\mu}{dh} + \mu \mu_d = \frac{h \frac{d\mu}{dt}}{\frac{dh}{dt}} + \mu \Rightarrow \mu_d \frac{dh}{dt} = h \frac{d\mu}{dt} + \mu \frac{dh}{dt} \quad (3.34)$$

O fluxo magnético relaciona-se com a densidade de fluxo magnético através da Equação 3.5 e usando 3.32 tem-se que:

$$\frac{d\phi}{dt} = A_c \frac{d(\mu h)}{dt} \Rightarrow \frac{d\phi}{dt} = A_c \left\{ \frac{d\mu}{dt} h + \mu \frac{dh}{dt} \right\} \quad (3.35)$$

Aplicando-se 3.34 em 3.35 chega-se a

$$\frac{d\phi}{dt} = A_c \mu_d \frac{dh}{dt} \quad (3.36)$$

Assim, aplicando-se a derivada temporal na Equação 3.4 e substituindo em  $\frac{dh}{dt}$  da Equação 3.36 tem-se

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{A_c \mu_d}{l_c} \left( N_1 \frac{di'_1}{dt} - N_2 \frac{di_2}{dt} \right) \quad (3.37)$$

Define-se a condutância magnética incremental como

$$G_{md} = \frac{A_c \mu_d}{l_c} \quad (3.38)$$

Por fim, aplicam-se as equações 3.37 e 3.38 em 3.31 para obter

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_1^2 G_{md} & -N_1 N_2 G_{md} \\ -N_1 N_2 G_{md} & N_2^2 G_{md} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i'_1 \\ i_2 \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

Assim,

$$L_d = \begin{bmatrix} N_1^2 G_{md} & -N_1 N_2 G_{md} \\ -N_1 N_2 G_{md} & N_2^2 G_{md} \end{bmatrix} \quad (3.40)$$

### Incorporação da histerese magnética

Enquanto Theocharis propõe utilizar o modelo de histerese magnética de Jiles (Jiles e Atherton, 1983) ou de Tellinen (Tellinen, 1998) para a representação da histerese dc, a ideia central deste trabalho é adotar o modelo de histerese expandido  $L^2 P_\alpha$ . Isso implica optar entre duas estratégias distintas. A primeira requer implementar o circuito da Figura 3.4 considerando a resistência não linear da Tabela 2.3 da seção 2.2 para as perdas por correntes parasitas e o modelo  $L^2 P_\alpha$  ajustado para representar a histerese dc do material magnético. A segunda estratégia consiste na implementação de um circuito simplificado, tal como na Figura 3.5, que engloba as perdas por correntes parasitas e por histerese dc no modelo  $L^2 P_\alpha$ , deixando de utilizar o modelo de resistência não linear. Nesse caso, o ajuste do modelo expandido

deverá ser feito considerando o ciclo de histerese total que inclui as perdas por correntes parasitas e por histerese dc. Essa segunda opção representa uma importante alternativa para obtenção de bons resultados com menor complexidade de implementação e está em consonância com práticas apresentadas na literatura, como em (Rezaei-Zare e Iravani, 2010).

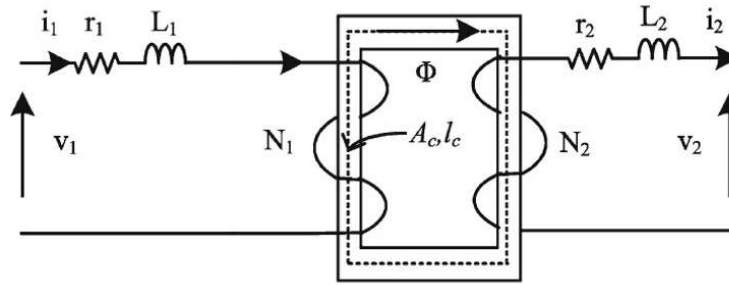


Figura 3.5: Circuito esquemático simplificado para um transformador monofásico com núcleo envolvido.

A implementação do circuito da Figura 3.5 resulta na aplicação da Equação 3.30 com as seguintes matrizes:

$$E = \begin{bmatrix} v_1 \\ -v_2 \end{bmatrix}, I = \begin{bmatrix} i_1 \\ -i_2 \end{bmatrix}, R = \begin{bmatrix} r_1 & 0 \\ 0 & r_2 \end{bmatrix}, L = \begin{bmatrix} L_1 + L_{d11} & L_{d12} \\ L_{d21} & L_2 + L_{d22} \end{bmatrix}$$

### 3.3.1 Estudo de caso e aplicação do $L^2P_a$

Sejam os dados experimentais publicados em (Akçay e Ece, 2003) referentes ao laço de histerese D-C do material<sup>†</sup> 30Z110 0,30mm (0,012 pol) para  $B \geq 0$  e  $B_{max} = 1,7T$  da Figura 3.6, considerando-se as curvas  $\gamma_s \supset \{H''_k, B''_k\}_{k=1}^M$  e  $\gamma_d \supset \{H'_k, B'_k\}_{k=1}^N$ .

Os pontos indicados na Figura 3.6 estão organizado nas Tabelas 3.1 e 3.2. A curva  $\gamma_s$ , constituída por 27 pontos, representada o intervalo  $[H_c, H_{max}]$ , enquanto que a curva  $\gamma_d$  refere-se ao intervalo  $[H_{max}, -H_c]$  e é composta por 35 pontos, sendo  $H_c$  o campo coercitivo.

De acordo com (Akçay e Ece, 2003), os dados experimentais da histerese dc podem ser ajustados em duas funções racionais através de um processo de otimização, cujo

<sup>†</sup>Os fabricantes das lâminas dos aços utilizados em transformadores costuma disponibilizar folhas de dados contendo as características eletromagnéticas do material, a espessura da lâmina, o tipo de orientação dos grãos (orientado ou não orientado) dentre outras informações.

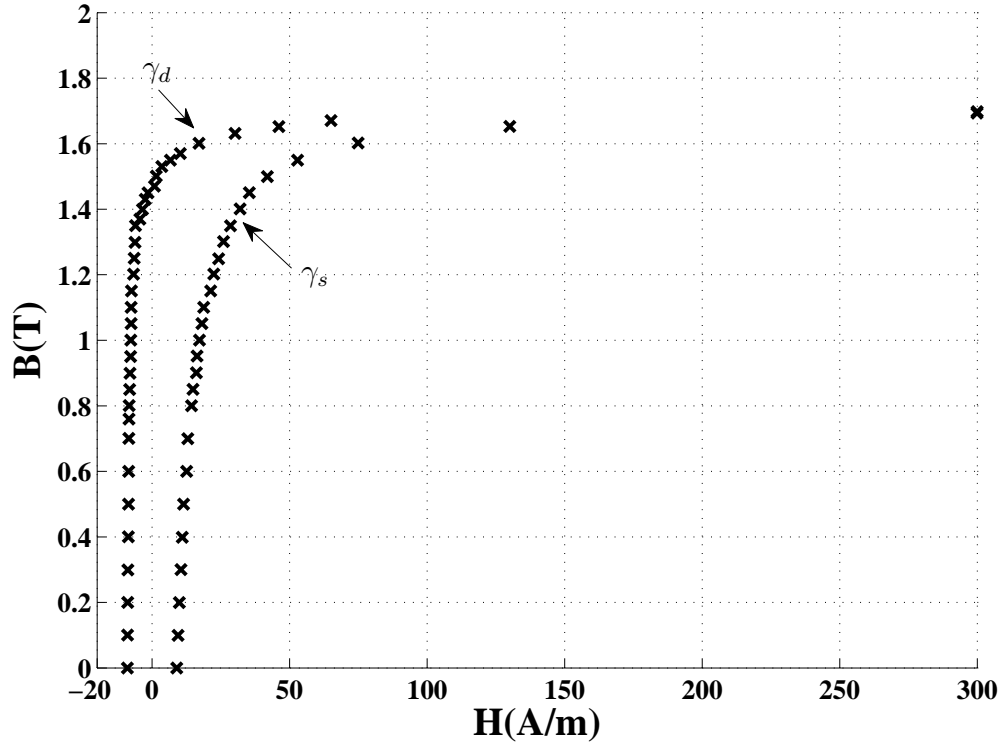


Figura 3.6: Dados de fabricante referentes à histerese DC do material 30Z110 0,30mm (0,012 pol) para  $B_{max} = 1,7T$ , apresentado em (Akçay e Ece, 2003).

Tabela 3.1: Dados experimentais para curva  $\gamma_s$ .

<b>Ponto</b>	1	2	3	4	5	6	7	8	9
<b>H</b>	8.98	9.45	9.91	10.50	10.99	11.45	12.58	12.97	14.32
<b>B</b>	0.0000	0.0994	0.1997	0.2999	0.3990	0.5000	0.6000	0.6998	0.8003
<b>Ponto</b>	10	11	12	13	14	15	16	17	18
<b>H</b>	14.84	16.09	16.36	17.21	18.11	18.78	21.32	22.44	24.19
<b>B</b>	0.8502	0.9008	0.9519	1.0005	1.0512	1.1004	1.1509	1.2021	1.2490
<b>Ponto</b>	19	20	21	22	23	24	25	26	27
<b>H</b>	25.94	28.50	31.99	35.37	41.88	52.89	74.92	130.07	299.89
<b>B</b>	1.3013	1.3495	1.4008	1.4506	1.4998	1.5497	1.6024	1.6526	1.6933

método Levenberg-Marquardt implementado pela rotina `lsqcurvefit`<sup>†</sup> do Toolbox de otimização do MATLAB (MathWorks, 1990-2016) foi o mesmo adotado nesta seção,

<sup>†</sup>Pada uma dada função matemática não linear com  $p$  parâmetros, a rotina `lsqcurvefit` poderá ser aplicada para ajustar os parâmetros desta função a um determinado conjunto de dados através do método de otimização Levenberg-Marquardt, que busca um mínimo local por mínimos quadrados.

Tabela 3.2: Dados experimentais para curva  $\gamma_d$ .

<b>Ponto</b>	1	2	3	4	5	6	7	8	9
<b>H</b>	-8.98	-8.94	-8.85	-8.81	-8.65	-8.58	-8.52	-8.46	-8.37
<b>B</b>	0.0000	0.1004	0.2002	0.2991	0.4002	0.5000	0.6000	0.7007	0.7598
<b>Ponto</b>	10	11	12	13	14	15	16	17	18
<b>H</b>	-8.36	-8.18	-8.02	-7.80	-7.76	-7.62	-7.61	-7.53	-6.74
<b>B</b>	0.8007	0.8500	0.8996	0.9503	1.0509	1.0509	1.1004	1.1506	1.2016
<b>Ponto</b>	19	20	21	22	23	24	25	26	27
<b>H</b>	-6.51	-6.22	-6.03	-4.45	-3.51	-2.48	-1.49	0.85	1.54
<b>B</b>	1.2502	1.2988	1.3501	1.3700	1.3995	1.4301	1.4499	1.4704	1.5011
<b>Ponto</b>	28	29	30	31	22	33	34	35	
<b>H</b>	3.54	6.64	10.25	17.03	30.17	46.12	65.04	299.99	
<b>B</b>	1.5305	1.5496	1.5699	1.6013	1.6315	1.6521	1.6706	1.6979	

divergindo apenas na quantidade de pontos utilizados para a curva  $\gamma_d$ , ocasião em que adotou-se  $N = 35$ . Para a curva  $\gamma_d$  foi adotado a mesma quantidade de pontos,  $M = 27$ .

A curva  $\gamma_d$  pode ser então computada da seguinte forma:

$$\beta'(H) = \frac{\sum_{j=0}^n b_j H^j}{1 + \sum_{j=1}^n a_j H^j} \quad , \quad (3.41)$$

considerando-se as restrições

$$\beta'(-H_c) = 0, \beta'(0) = \kappa \text{ e } \beta'(H_{max}) = B_{max}$$

enquanto que a curva  $\gamma_s$  é

$$\beta''(H) = \frac{\sum_{j=0}^n b_j'' H^j}{1 + \sum_{j=1}^n a_j'' H^j} \quad , \quad (3.42)$$

com as restrições

$$\beta''(H_c) = 0 \text{ e } \beta''(H_{max}) = B_{max} \quad ,$$

Nas equações 3.41 e 3.42 utilizou-se  $n = 5$ . O ajuste às curvas representa a histerese DC. Akçai-Ece ainda propõem um método para incorporação das perdas



por correntes parasitas a partir da estimação de novas curvas  $\gamma$  e de um novo  $H_c$ . Este método consiste na estimação de um parâmetro  $c$  definido por

$$c = \frac{nw\tau^2 N_1}{8\rho l_{n\u00e1cleo}} \quad (3.43)$$

onde

$n$  número de lâminas que compõem o núcleo ferromagnético

$w$  largura da lâmina

$\tau$  espessura da lâmina

$N_1$  número de espiras da bobina primária

$\rho$  resistividade elétrica da lâmina do núcleo

$l_{n\u00e1cleo}$  comprimento do percurso magnético

e a proposição da Equação 3.44 para incorporar os efeitos das correntes parasitas e gerar o modelo de histerese dinâmico:

$$H = H_{DC} + c \frac{dB}{dt} \quad (3.44)$$

sendo  $H_{DC}$  a componente do campo devido a histerese DC e  $c \frac{dB}{dt}$  a parcela do campo gerada pelas correntes parasitas. Esta metodologia considera que a densidade de fluxo magnético é senoidal, definido na forma

$$B = B_{m\u00e1x} \text{sen}(2\pi ft) \quad (3.45)$$

O fluxo senoidal é gerado a partir de uma fonte de tensão senoidal aplicada no primário do transformador, conforme circuito da Figura 3.7. A abordagem da metodologia Akçai-Ece é diferente da utilizada neste trabalho, em que o fluxo magnético é gerado a partir de uma tensão não senoidal, devido a queda de tensão que ocorre na impedância da bobina primária da Figura 2.2.

O cálculo do parâmetro  $c$  requer informações específicas do núcleo ferromagnético e que muitas vezes não são fornecidas pelo fabricante, tornando difícil a obtenção direta

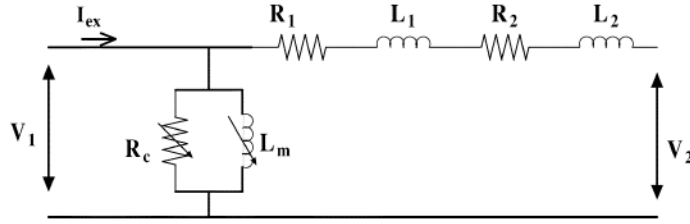


Figura 3.7: Circuito adotado na metodologia Akçai-Ece. Extraído de (Akçay e Ece, 2003).

deste parâmetro. Akçai-Ece propõem, então, um método alternativo para o cálculo de  $c$  baseado nas perdas por correntes parasitas ( $P_{eddy}$ ), cujo valor normalmente é informado pelo fabricante:

$$P_{eddy} \approx \nu c f^2 \quad (3.46)$$

sendo  $f$  a frequência e  $\nu$  o valor obtido por integração numérica da Equação 3.47.

$$\nu = -4\pi B_{m\acute{a}x} \int_{\gamma_d} B d\psi + 4\pi B_{m\acute{a}x} \int_{\gamma_s} B d\psi \quad (3.47)$$

em que

$$\psi(H) = \cos(\arcsin[B_{m\acute{a}x}^{-1} B(H)]) \quad (3.48)$$

Supondo que  $(H_d, B(H_d)) \in \gamma_d$ , que  $(H_s, B(H_s)) \in \gamma_s$ , que a frequência  $f = 50Hz$ , que  $c = 0.0484$  e utilizando as Equações 3.44 e 3.45, as novas curvas  $\tilde{\gamma}_d$  e  $\tilde{\gamma}_s$  podem ser obtidas através da Equação 3.49. O semi-ciclo para  $B < 0$  é obtido por simetria à origem.

$$\begin{aligned} \tilde{H}_d &= H_d + c2\pi f B_{m\acute{a}x} \cos(\arcsin(\frac{B(H_d)}{B_{m\acute{a}x}})) \\ \tilde{H}_s &= H_s - c2\pi f B_{m\acute{a}x} \cos(\arcsin(\frac{B(H_s)}{B_{m\acute{a}x}})) \end{aligned} \quad (3.49)$$

O novo valor  $H_c = 34.7986$  pode então ser utilizado como um dos parâmetros do modelo  $L^2 P_\alpha$ , enquanto que os demais parâmetros podem ser estimados ou extraídos (ver procedimento em (de Almeida *et al.*, 2003)) diretamente da curva completa  $HxB$ , a qual considera as perdas por histerese DC e por correntes parasitas.

A Figura 3.8 apresenta os ajustes dos modelos Akçai-Ece e  $L^2P_\alpha$  aos dados experimentais do material 30Z110 0,30mm (0,012 pol) para  $B_{max} = 1,7T$ .

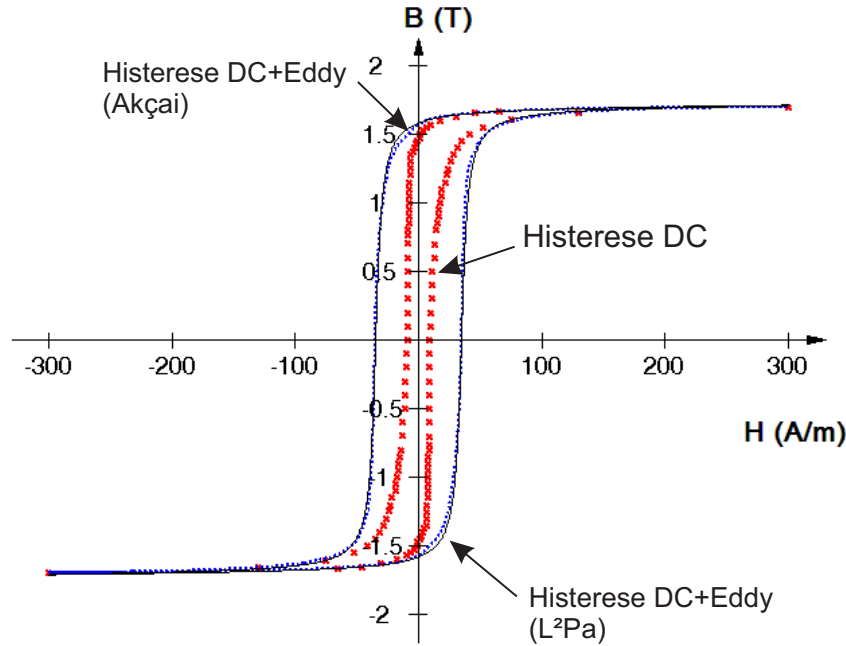


Figura 3.8: Relação  $B-H$  para o material 30Z110 0,30mm (0,012 pol) para  $B_{max} = 1,7T$ . Parâmetros do modelo  $L^2P_\alpha$ :  $H_c = 34.7986$ ,  $B_{max} = 1.99$ ,  $H_o = 3.84$ ,  $\alpha = 0.0005$ ,  $c = 0.145$ . Método de otimização utilizado: MMSE.

A potência perdida por unidade de massa em um ciclo fechado de histerese é, por definição, a área do ciclo dividido pela densidade do material. Em um sistema de corrente alternada, o laço de histerese ocorre de forma continuada, com taxa de ciclos definida pela frequência, e o cálculo das perdas por histerese no núcleo resulta na Equação 3.50. Para o modelo Akçai-Ece, o valor calculado através desta equação refere-se apenas à parcela da histerese DC. Já para o modelo  $L^2P_\alpha$ , o valor representa a perda total no ferro, com as correntes parasitas já incorporadas.

$$P_{histerese} = \frac{f \oint_{\gamma} B dH}{\rho} \quad (3.50)$$

sendo,

$f$  a frequência (Hz)

$\gamma$  a região que delimita o ciclo

$\rho$  a densidade do material do núcleo

Observa-se que, neste caso, o modelo  $L^2P_\alpha$  é ajustado à curva completa obtida por Akçai-Ece. Ressalta-se que em experimentos de bancada com transformadores é comum medições de tensões e correntes primárias e secundárias de tal forma que se permita a construção de laços de histerese (medição indireta) com as características de perdas por correntes parasitas já incorporadas. Nestes casos, o modelo  $L^2P_\alpha$  poderá ser utilizado com boa precisão e baixa complexidade.

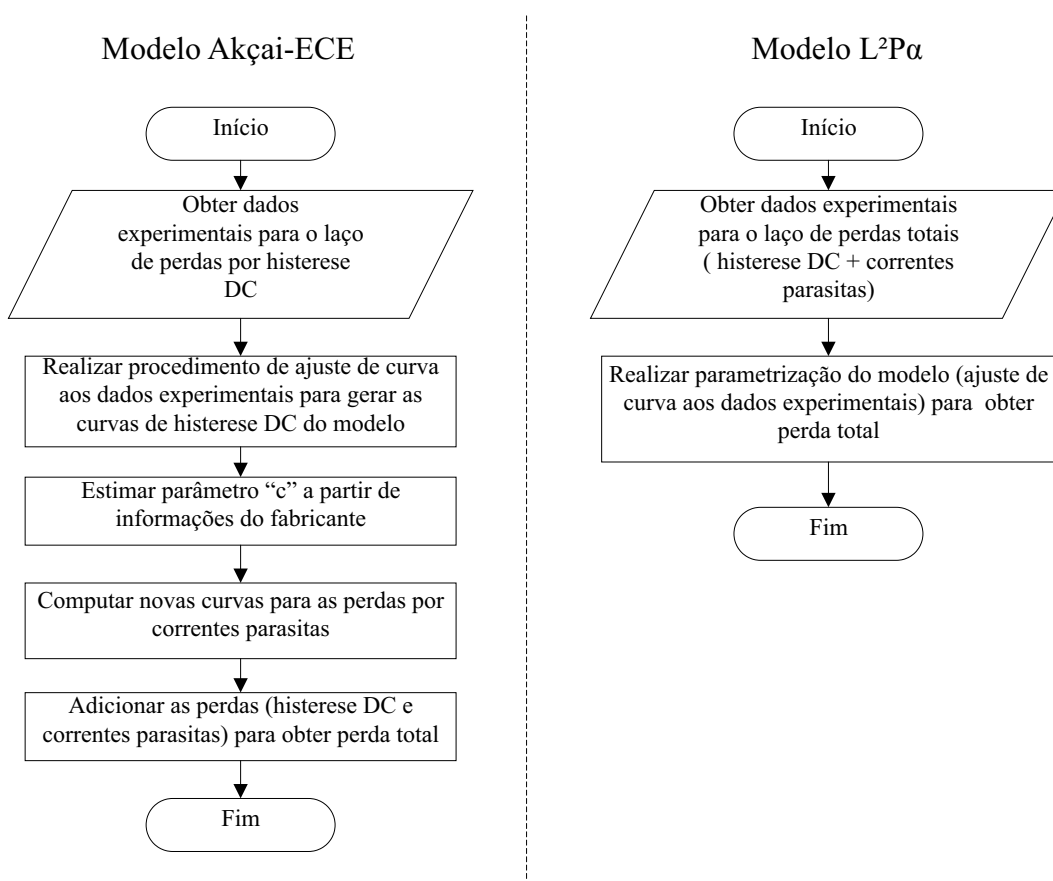


Figura 3.9: Fluxograma comparativo dos modelos Akçai-ECE e  $L^2P_\alpha$ .

A perda total no ferro pode então ser estimada de acordo com o fluxograma da Figura 3.9, que compara os procedimentos adotados para cada modelo. A análise preliminar deste fluxograma permite afirmar que o modelo  $L^2P_\alpha$  requer menos etapas que o modelo Akçai-Ece quando se busca a perda total no ferro.

Os valores calculados para as perdas podem ser conferidos na Tabela 3.3. Os valores negativos indicam potência perdida por unidade de massa. A perda absoluta poderá ser calculada considerando-se a massa do ferro, de forma que a equação 3.50 pode ser reescrita na forma:

$$P_{histerese} = \frac{f \oint_{\gamma} BdH}{\rho} M \quad (3.51)$$

sendo  $M$  a massa total do núcleo ferromagnético.

Tabela 3.3: Perdas no ferro do material 30Z110 0,30mm (0,012 pol) para  $B_{max} = 1,7T$ .

	$P_{histerese}(W/kg)$	$P_{eddy}(W/kg)$	$P_{núcleo}(W/kg)$
<b>Fabricante*</b>	-0.60	-0.90	-1.50
<b>Modelo Akçai-Ece</b>	-0.63	-0.90**	-1.53
<b>Modelo <math>L^2P_{\alpha}</math></b>	-	-	-1.53

Utilizado densidade do ferro  $7650kg/m^3$  e frequência  $50Hz$ .

\*Valores ditos aproximados.

\*\*Atribuído  $P_{eddy} = P_{[eddyfabricante]} = -18.61c$ , visando obtenção do parâmetro  $c$ .

### 3.4 Conclusões do capítulo

Este capítulo apresentou uma metodologia satisfatória para aquisição e tratamento de dados experimentais utilizando equipamentos comumente disponíveis em laboratórios de ensino da engenharia elétrica, tais como fonte de tensão AC e osciloscópio digital. Os algoritmos utilizados para o tratamento dos dados, conforme a metodologia apresentada, são disponibilizados no Apendice C.

O modelo de histerese proposto, o qual representa uma extensão ao modelo de histerese *Limiting Loop Proximity* –  $L^2P$ , e que foi denominado  $L^2P_{\alpha}$ , foi detalhado e implementado em um modelo de transformador monofásico. Para avaliar a eficácia do modelo proposto, foi feito um estudo de caso utilizando dados publicados na literatura.

Nesse estudo de caso, as informações do fabricante referentes às perdas em um

núcleo magnético constituído por lâminas do material magnético 30Z110 0,30mm (0,012pol) foram comparadas com os valores obtidos através do modelo Akçai-Ece e do modelo  $L^2P_\alpha$ , e os resultados globais obtidos estão em consonância com os dados do fabricante.

Uma desvantagem do modelo Akçai-Ece em comparação ao modelo  $L^2P_\alpha$  é que para estimar as perdas totais no ferro é necessário ajustar não somente a curva de histerese dc, como também é preciso computar uma nova curva para as perdas por correntes parasitas. Como o modelo  $L^2P_\alpha$  já representa as perdas por histerese dc e por correntes parasitas, torna-se evidente o ganho computacional para aplicações em tempo real. Ressalta-se, no entanto, que o modelo proposto não disponibiliza a informação das perdas por histerese dc. Não obstante, a parametrização do modelo  $L^2P_\alpha$  requer dados experimentais do laço principal e de laços internos da histerese (perdas totais), enquanto que o modelo Akçai-Ece necessita do laço de histerese dc fornecido pelo fabricante e a realização de um procedimento para estimação das perdas por correntes parasitas.

Sendo assim, para aplicações em tempo real, em que aquisição de dados experimentais referentes às tensões e correntes primárias e secundárias do transformador podem ser realizadas e, conseqüentemente, as perdas totais (histerese dc e correntes parasitas) no ferro possam ser monitoradas, o modelo proposto representa a melhor alternativa.

# Capítulo 4

## Resultados e discussões

*Neste capítulo, serão apresentados os resultados das simulações realizadas no transformador em estudo através da metodologia proposta. Estes resultados serão analisados e comparados entre si com a finalidade de verificação da eficácia do modelo expandido aplicado em casos em que o núcleo magnético apresenta uma leve característica linear agregada à curva de saturação tradicional.*

A Tabela 4.1 apresenta as informações disponibilizadas pelo fabricante na placa de identificação do equipamento. Especificamente para os ensaios realizados foram utilizadas tensões primária e secundária 110 volts, configurando, portanto, uma relação de transformação unitária. Transformador cuja relação de transformação é unitária é utilizado como *buffer*, com função de separação elétrica dos circuitos visando proteção dos equipamentos do secundário ou proteção contra choque elétrico.

As informações do fabricante não contemplam todas as variáveis necessárias para utilização dos modelos de transformadores. Dessa forma, foi necessário estimar algumas dessas variáveis, tais como o número de espiras primária e secundária e a área da seção transversal do núcleo. Os valores das indutâncias primária e secundária foram calculados a partir do valor da reatância por bobina, disponibilizado pelo fabricante. Essas informações foram sintetizadas na Tabela 4.2.

Tabela 4.1: Informações do fabricante do transformador de força utilizado nos ensaios.

Fabricante	Equacional Elétrica e Mecânica LTDA
Potência	1kVA
Tensão nominal primária	110 / 220 V
Tensão nominal secundária	110 / 220 / 330 / 440 V
Corrente nominal primária	9,1 / 4,6 A
Corrente nominal secundária	2,3 A (em 440 V) *
Resistência por bobina	1,9 $\Omega$
Reatância por bobina	8,4 $\Omega$
Perda aproximada no ferro	40 W
Perda aproximada no cobre	80 W
Massa do conjunto	22 kg

Tabela 4.2: Grandezas medidas, calculadas ou estimadas.

Indutância primária ( $L_1$ )	0,0233H
Indutância secundária ( $L_2$ )	0,0233H
Número de espiras da bobina primária ( $N_1$ )	126
Número de espiras da bobina secundária ( $N_2$ )	126
Área da seção transversal do núcleo magnético ( $A_c$ )	0,004m <sup>2</sup>
Comprimento do percurso magnético ( $l_c$ )	0,511m <sup>2</sup>

## 4.1 Ensaios de curto circuito e circuito aberto

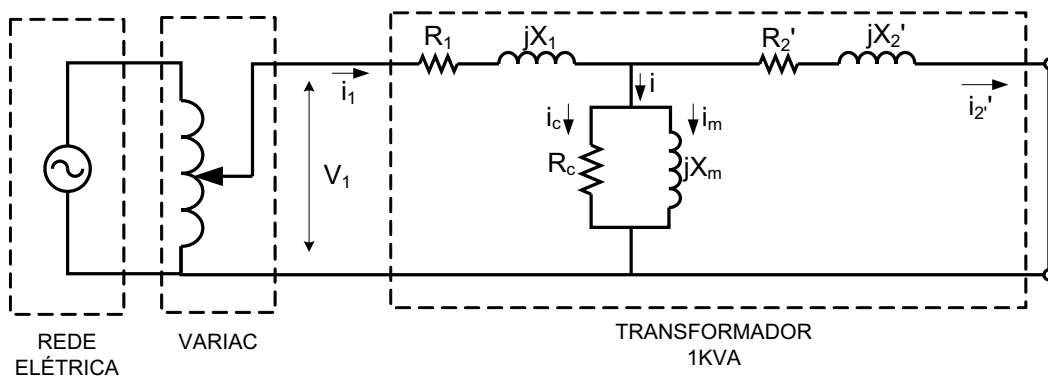
Supondo que os valores de impedância das bobinas do transformador e a potência ativa perdida no cobre e no núcleo magnético sejam desconhecidas, para que um modelo matemático deste equipamento possa ser implementado faz-se necessária a estimação desses valores. No caso específico deste trabalho, o fabricante já fornecia os valores de resistência e reatância por bobina, além das perdas aproximadas no ferro e no cobre. Portanto, optou-se pela realização dos ensaios como uma forma de avaliação preliminar dos valores informados pelo fabricante.

### Teste de curto circuito

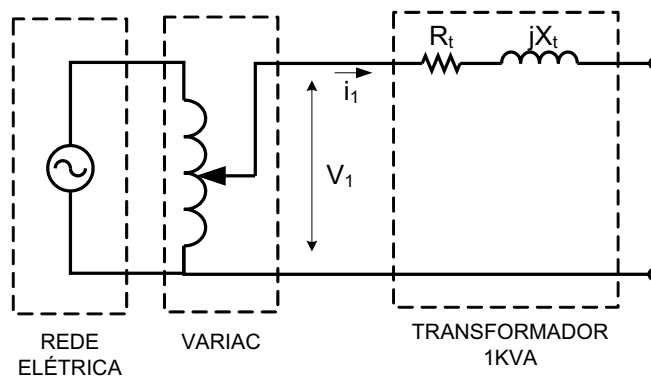
O esquemático apresentado na Figura 4.1 representa uma metodologia típica para estimação dos parâmetros de resistência e reatância das bobinas primárias e secundárias.



rias. Neste ensaio, a bobina secundária é curto-circuitada enquanto aplica-se tensão abaixo da nominal na bobina primária. A impedância da bobina secundária  $Z_s$  é refletida ao primário  $Z'_s$  fazendo-se  $Z'_s = a^2 Z_s$ , sendo  $a$  a relação de transformação. Dessa forma, supondo que a resistência do núcleo  $R_c$  é muito maior que  $R_1$  e  $R'_2$ , pode-se então desprezar este ramo e a impedância equivalente torna-se  $Z_t = R_t + jX_t$ , definida por  $R_t = R_1 + R'_2$  e  $X_t = X_1 + X'_2$ .



(a)



(b)

Figura 4.1: Configuração típica para teste de curto circuito.

### Teste de circuito aberto

Para a realização deste ensaio, o circuito é estabelecido conforme a Figura 4.2.

A defasagem angular é calculada pela seguinte equação:

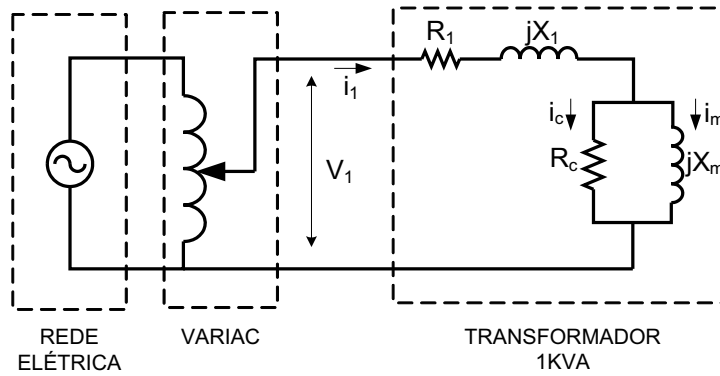


Figura 4.2: Circuito simplificado para teste de circuito aberto.

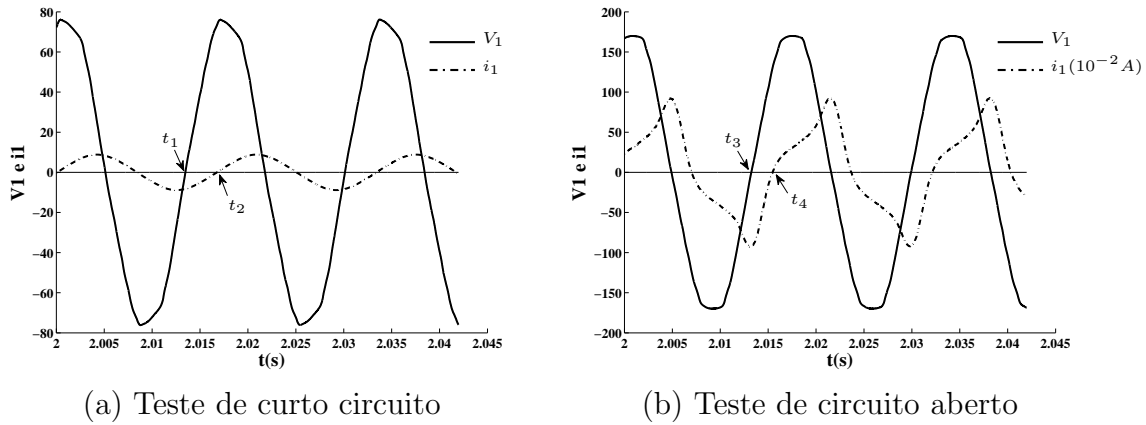


Figura 4.3: Tensões e correntes nos testes de curto circuito e circuito aberto com indicação de defasagem para cálculo das impedâncias.

$$\theta_{cc} = \frac{(t_2 - t_1)2\pi}{T} \quad (4.1)$$

$$\theta_{ca} = \frac{(t_4 - t_3)2\pi}{T}$$

em que o subscrito *cc* indica a defasagem para o teste de curto circuito e *ca* para circuito aberto, sendo adotado os seguintes valores:  $t_1 = 2.01348$ ,  $t_2 = 2.01677$ ,  $t_3 = 2.01324$ ,  $t_4 = 2.01546$  e  $T = \frac{1}{60}$ .

Em um processo contínuo, o valor eficaz de uma função é dado por:

$$f_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T_2 - T_1} \int_{T_1}^{T_2} [f(t)]^2 dt} \quad (4.2)$$

O cálculo do valor rms de um sinal discreto  $\gamma$  qualquer pode ser feito de acordo com a Equação 4.3. Analogamente, os valores médios da tensão e da corrente devem ser calculados e aplicados na Equação 4.4 para obtenção da impedância equivalente.

$$\Gamma_{rms} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \gamma_i^2} \quad (4.3)$$

$$Z_{eq} = \frac{V_{rms}}{i_{rms}} \quad (4.4)$$

Neste ponto, conhecendo-se o módulo da impedância equivalente e o ângulo de defasagem entre a corrente e a tensão, torna-se possível estimar os valores da resistência e reatância equivalentes e, a partir daí, obter um valor aproximado para a resistência do núcleo  $R_c$ . Na sequência, supondo que as perdas no núcleo sejam definidas apenas por esta resistência, calcula-se  $P_{núcleo}$ .

$$r_{eq} = Z_{eq} \cos(\theta) \quad (4.5)$$

$$x_{eq} = Z_{eq} \sin(\theta) \quad (4.6)$$

$$R_c \approx r_{eq} - r_1 \quad (4.7)$$

$$P_{núcleo} = R_c i_{rms}^2 \quad (4.8)$$

Tabela 4.3: Quadro comparativo das informações do transformador.

	Fabricante	Testes preliminares
<b>Resistência (<math>\Omega</math>)</b>	1,9	2,2
<b>Reatância indutiva (<math>\Omega</math>)</b>	8,4	6,5
<b>Perda aproximada no ferro (W)</b>	40	43,7

Os ensaios preliminares de curto circuito e circuito aberto conduzem aos valores estimados apresentados na Tabela 4.3. Cabe ressaltar que os valores obtidos incorporam as reatâncias da fonte de tensão utilizada e, neste caso, os valores servem

como ponto de partida para modelagem dos parâmetros do transformador. Caso seja possível, estes valores devem ser refinados. No entanto, tendo o fabricante informado estes valores, para o estudo em questão serão utilizados estes parâmetros, em detrimento aos valores estimados pelos testes preliminares.

## 4.2 Simulação de histerese

O circuito utilizado para aquisição de dados para o estudo da histerese foi constituído conforme a Figura 4.4. Vários ensaios foram realizados com o objetivo de traçar os laços de histerese (ver Apêndice C). Para efeito de aplicação e análise dos modelos  $L^2P$  e  $L^2P_\alpha$ , nesta seção serão utilizados os dados experimentais relativos ao regime permanente.

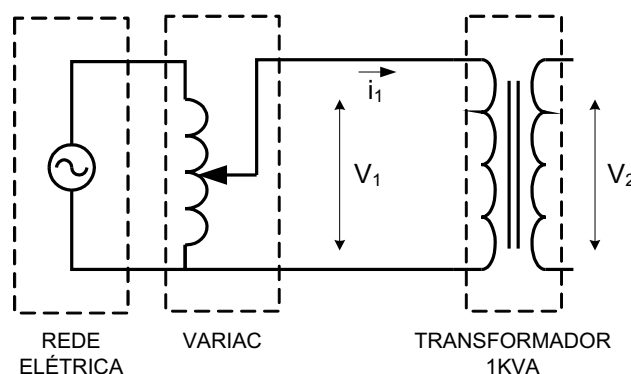


Figura 4.4: Esquemático para ensaios experimentais com transformador em vazio.

A Figura 4.5 mostra o laço principal da histerese e a parametrização dos modelos  $L^2P$  e  $L^2P_\alpha$  considerando os métodos de otimização *Simulated Annealing* e *MMSE*, através de funções disponíveis no Matlab, como `anneal.m` e `fminsearch.m`, respectivamente.

A energia total dissipada no ferro é então calculada pela Equação 3.51, revista abaixo:

$$P_{histerese} = \frac{f \oint_{\gamma} B dH}{\rho} M$$

A Tabela 4.4 resume os valores calculados para as perdas no núcleo. Para os dados experimentais em análise, o ajuste através do laço principal do modelo  $L^2P_\alpha$  descreve

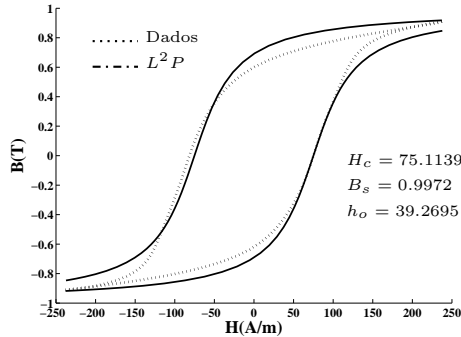
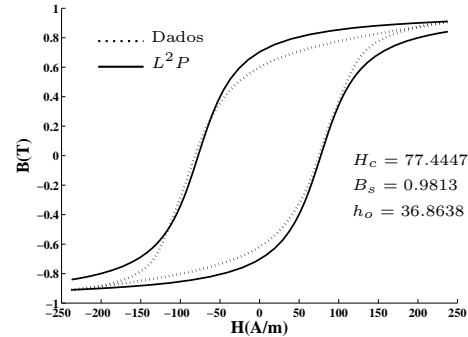
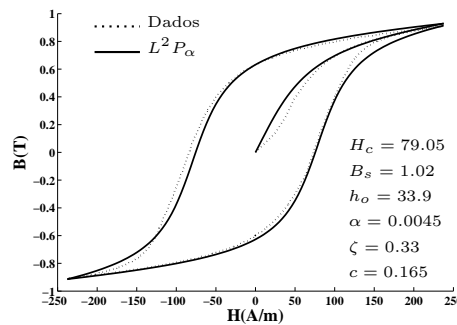
(a) Ajuste do  $L^2P$  pela rotina `fminsearch` do Matlab (método MMSE)(b) Ajuste do  $L^2P$  pelo método *simulated annealing*(c) Ajuste do  $L^2P_\alpha$  pelo método MMSE

Figura 4.5: Aplicação dos Modelos  $L^2P$  e  $L^2P_\alpha$  para ajuste do laço principal da histerese formado pelos dados experimentais do transformador. Parâmetros iniciais:  $H_c = 80.5879$ ,  $B_s = 0.8335$ ,  $h_o = 34.2277$ ,

com boa precisão, com valor de perdas no núcleo próximo ao valor informado pelo fabricante.

### 4.3 Simulação de energização (*inrush*)

A aquisição de dados experimentais na energização do transformador (ver Apêndice C) foi feita com a mesma configuração de circuito apresentado na Figura 4.4. Os resultados da simulação apresentados nas Figuras 4.6 e 4.7 mostram a evolução da corrente de energização e das tensões primárias e secundárias, com resposta

Tabela 4.4: Perdas no ferro do transformador 1kVA para  $B_{max} = 0,91T$ .

	Método de otimização	$P_{núcleo}(W)$
<b>Fabricante*</b>	–	40.00
<b>Dados experimentais</b>	–	37.43
<b>Modelo <math>L^2P</math></b>	fminseach.m	44.96
<b>Modelo <math>L^2P</math></b>	anneal.m	45.93
<b>Modelo <math>L^2P_\alpha</math></b>	MMSE	40.91

Utilizado densidade do ferro  $7650kg/m^3$  e frequência  $60Hz$ .

\*Valor dito aproximado.

dependente à tensão aplicada.

A Figura 4.6 mostra a simulação do circuito para a energização do transformador utilizando o modelo de histerese  $L^2P$  e os parâmetros os informados pelo fabricante, indicados na Tabela 4.3, e as grandezas estimadas na Tabela 4.2.

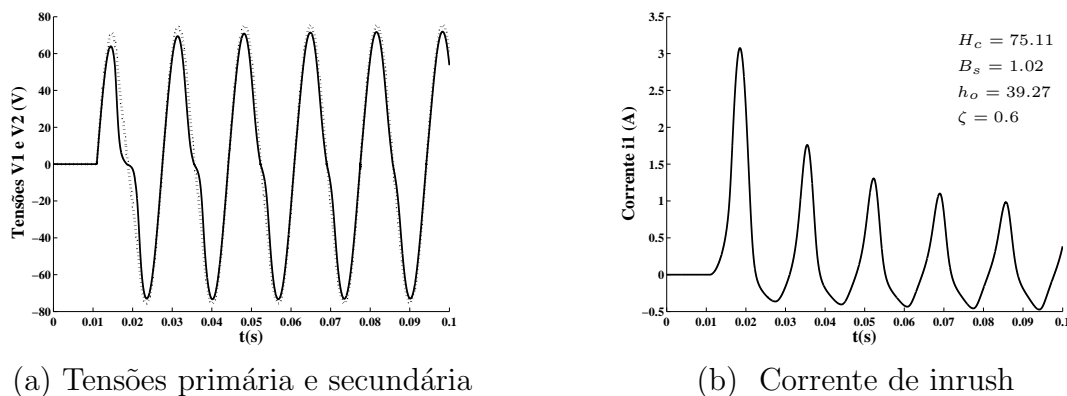
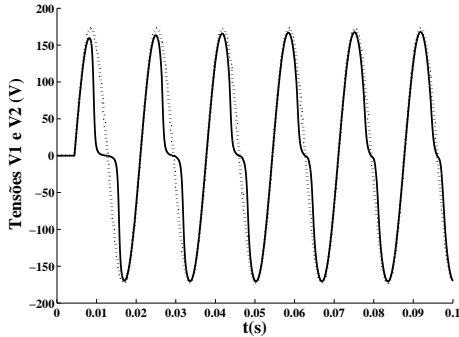


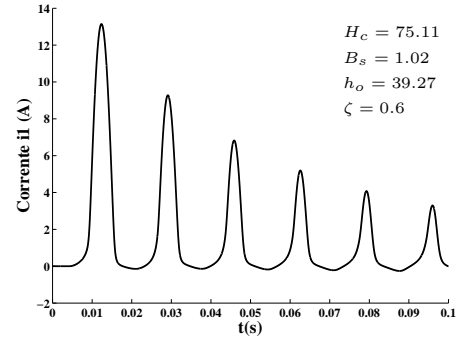
Figura 4.6: Simulação de energização com modelo  $L^2P$  para tensão máxima aplicada  $V_1^{max} = 77.64V$ .

Os resultados apresentados na Figura 4.8 mostram as tensões primárias e secundárias e as correntes primárias dos dados experimentais e da simulação utilizando o modelo de histerese  $L^2P_\alpha$ . A tensão primária adotada como sinal de entrada do modelo do transformador foi a mesma tensão medida dos dados experimentais. Este procedimento sintetiza a ideia de modelagem em tempo real.

De forma similar, foram realizados outros ensaios com aplicação de diferentes

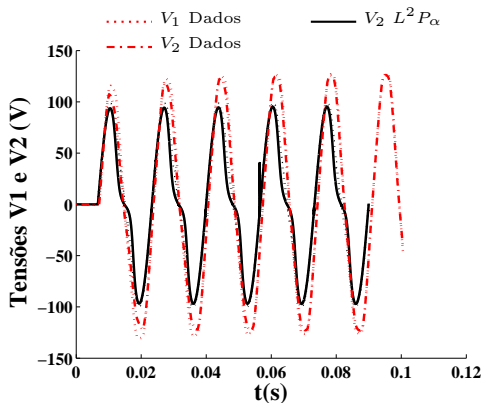


(a) Tensões primária e secundária

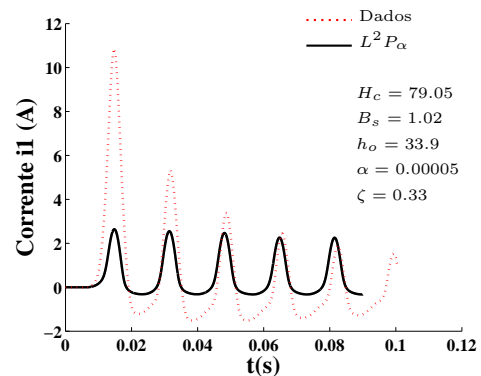


(b) Corrente de inrush

Figura 4.7: Simulação de energização com modelo  $L^2P$  para tensão máxima aplicada  $V_1^{max} = 172.53V$ .



(a) Tensões primária e secundária



(b) Corrente de inrush

Figura 4.8: Simulação de energização com modelo  $L^2P_\alpha$  para tensão máxima aplicada  $V_1^{max} = 102.25V$ .

tensões de entrada. Os resultados estão apresentados nas figuras 4.9, 4.10 e 4.11.

Neste ponto, é importante observar a divergência entre os valores simulados e os dados experimentais, principalmente para o sinal de corrente primária. Embora no teste preliminar para ajuste dos parâmetros do modelo de histerese  $L^2P_\alpha$  à curva de perdas do laço principal dos dados experimentais (histerese dc e correntes parasitas), apresentado na Figura 4.5c, tenha se mostrado eficiente na representação da perdas no ferro (inclusive mais preciso que o modelo  $L^2P_\alpha$ ), a utilização dos mesmos parâmetros deste modelo para a energização não reproduziu o comportamento físico

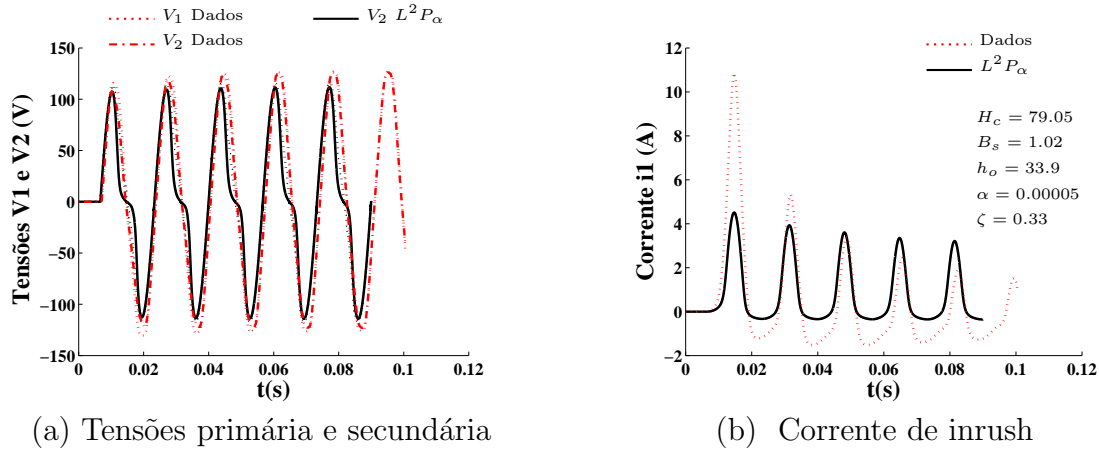


Figura 4.9: Simulação de energização com modelo  $L^2P_\alpha$  para tensão máxima aplicada  $V_1^{max} = 119.29V$ .

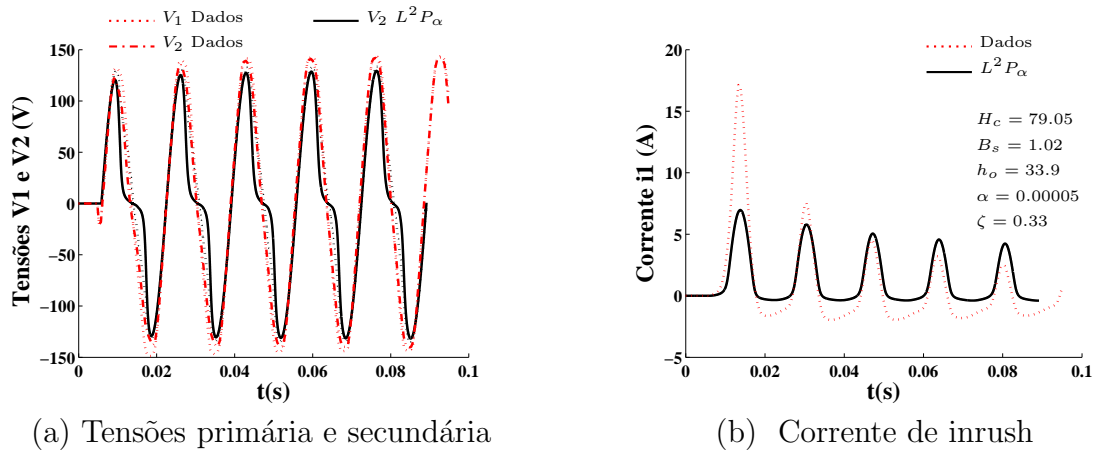


Figura 4.10: Simulação de energização com modelo  $L^2P_\alpha$  para tensão máxima aplicada  $V_1^{max} = 136.33V$ .

do sistema. Acredita-se que as divergências observadas se devem ao fato da incorporação de muitas incertezas durante a etapa de aquisição de dados experimentais. Parâmetros essenciais para uma correta predição do modelo, tais como o número de espiras dos enrolamentos primário e secundário, a área da seção transversal do núcleo ferromagnético, o comprimento do percurso magnético e a massa do núcleo foram estimados, não tendo sido informados pelo fabricante.

Não obstante, o transformador utilizado possuía as quatro bobinas do primário



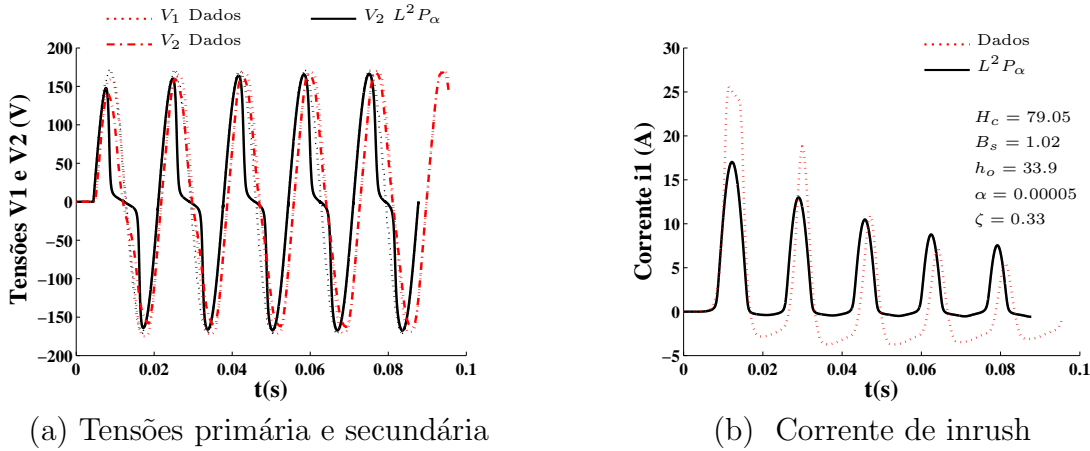


Figura 4.11: Simulação de energização com modelo  $L^2 P_\alpha$  para tensão máxima aplicada  $V_1^{max} = 170.41V$ .

conectadas em paralelo, enquanto as quatro bobinas do secundário conectadas em série para viabilizar a relação 110V (primário) e 440V (secundário). Devido à limitação de equipamentos para trabalhos na tensão 440V, adotou-se como tensão secundária apenas uma bobina do secundário do transformador para viabilizar a tensão 110V e manter a relação de transformação unitária. No entanto, a modelagem desenvolvida neste trabalho considerou um transformador com uma bobina primária e uma bobina secundária com relação de transformação unitária. Tendo em vista que o enlace de fluxo no ferro é produzido pela interação das bobinas primária e secundária, fica evidente que outras bobinas envolvidas no sistema irão interferir no fluxo concatenado, e isto não foi considerado nesta modelagem.

## 4.4 Ensaios com ferrorressonância

### 4.4.1 Simulação de linha de transmissão com aplicação de carga capacitiva

O circuito da Figura 4.12 representa um sistema elétrico de potência típico, constituído pelos estágios de geração, transmissão, transformação de tensão e consumo. Nesta seção, serão apresentados resultados de simulação utilizando o modelo de transformador proposto. Em alguns destes ensaios, observa-se a ocorrência da ferrorressonância.

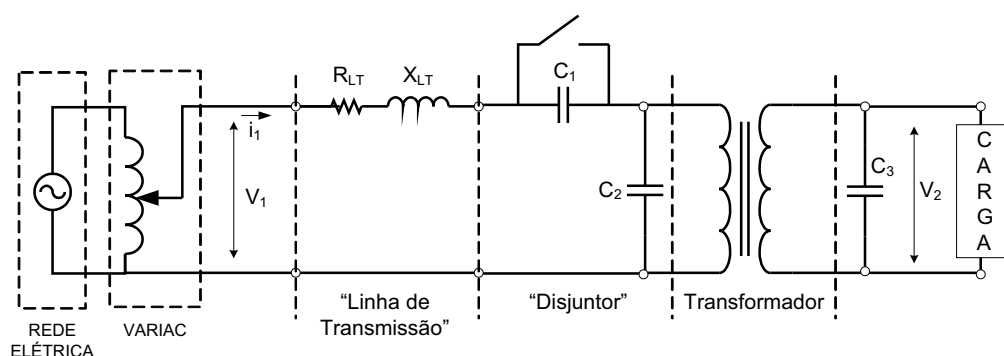


Figura 4.12: Circuito esquemático utilizado nos ensaios de simulação do sistema elétrico de potência.

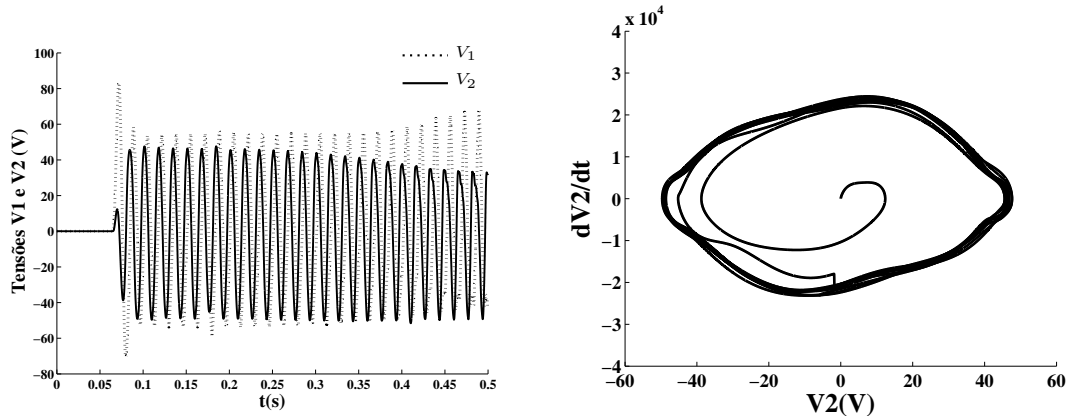
A Tabela 4.5 sintetiza os valores das resistências e das reatâncias capacitivas e indutivas dos equipamentos das figuras 3.3e e 3.3f nas diversas configurações adotadas para os ensaios.

Tabela 4.5: Dados de circuito para ensaios de simulação de sistema elétrico.

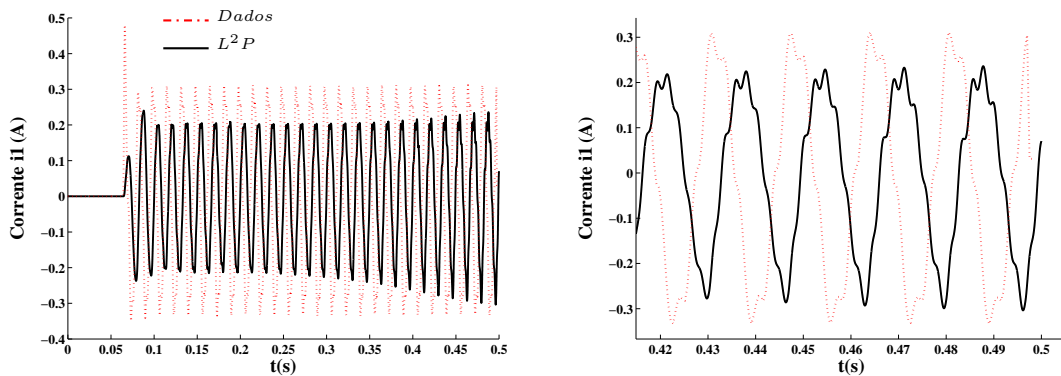
Ensaio	Elemento	Potência (VAr) em 220Vac	Valor intrínseco (220Vac)
1	$C_1$	350/3	$6,34\mu F$
	$C_2$	350/4	$4,80\mu F$
	$C_3$	350/2	$9,59\mu F$
	$X_{LT}$	350/4	$550,4\Omega$
	$R_{LT}$	350/2	$276,57\Omega$
2	$C_1$	350/2	$9,59\mu F$
	$C_2$	350/4	$4,80\mu F$
	$C_3$	350/2	$9,59\mu F$
	$X_{LT}$	350/4	$550,4\Omega$
	$R_{LT}$	350/2	$276,57\Omega$
3	$C_1$	350	$19,18\mu F$
	$C_2$	350/4	$4,80\mu F$
	$C_3$	350/2	$9,59\mu F$
	$X_{LT}$	350/4	$550,4\Omega$
	$R_{LT}$	350/2	$276,57\Omega$
4	$C_1$	350	$19,18\mu F$
	$C_2$	350/4	$4,80\mu F$
	$C_3$	350/2	$9,59\mu F$
	$X_{LT}$	350/4	$550,4\Omega$
	$R_{LT}$	350/3	$414,86\Omega$

A Figura 4.13 apresenta os resultados de simulação do modelo do transformador utilizando o  $L^2P_\alpha$ . Nesta figura, a corrente primária experimental é comparada com

a corrente simulada. As divergências observadas podem ser justificadas conforme as discussões da seção anterior.



(a) Tensão na fonte e tensão secundária ( $L^2P$ ) (b) Plano de fase da tensão  $V_2$  ( $L^2P$ )

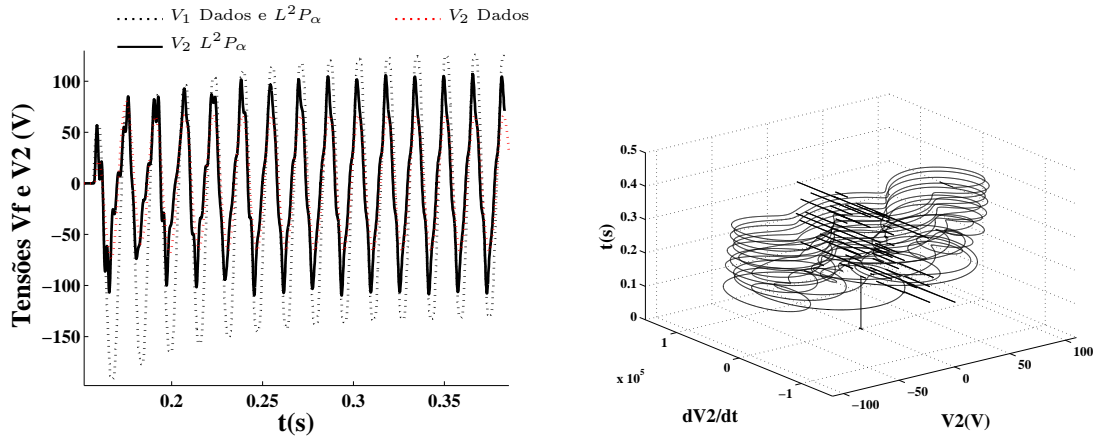


(c) Corrente primária (d) Corrente primária ampliada

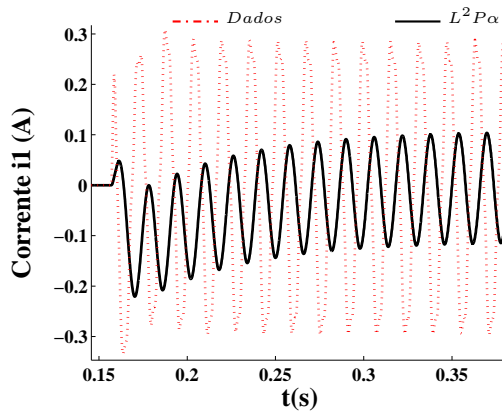
Figura 4.13: Simulação de sistema elétrico com modelo  $L^2P$  para tensão máxima aplicada  $V_1^{max} = 94.89V$ . Utilizados valores dos elementos  $C_1, C_2, C_3, R_{LT}$  e  $X_{LT}$  correspondentes ao Ensaio 1 da Tabela 4.5. Parâmetros  $L^2P$ :  $H_c = 79.05, B_s = 1.02, h_o = 33.9, \zeta = 0.8$ .

As figuras 4.14, 4.15 e 4.16 mostram resultados de simulação do transformador utilizando o modelo de histerese  $L^2P_\alpha$ . Da mesma forma como nos casos anteriores, os valores simulados divergem dos dados experimentais quando observados o regime transitório, tendo em vista as incertezas da medição das diversas variáveis. Contudo, observa-se a ocorrência da ferrorressonância verificados pela distorção da tensão secundária nos diversos ensaios. O modelo  $L^2P_\alpha$  é capaz de modelar circuitos ferrorressonantes, mas é preciso que as variáveis utilizadas carreguem o mínimo

erro de medição. Além disso, a dificuldade de implementação da modelagem do circuito eletrônico do módulo de chaveamento também representou um fator crítico favorecendo para erros na modelagem final do transformador.



(a) Tensão na fonte e tensão secundária ( $L^2P_\alpha$ ) (b) Plano de fase da tensão  $V_2$  ( $L^2P_\alpha$ )

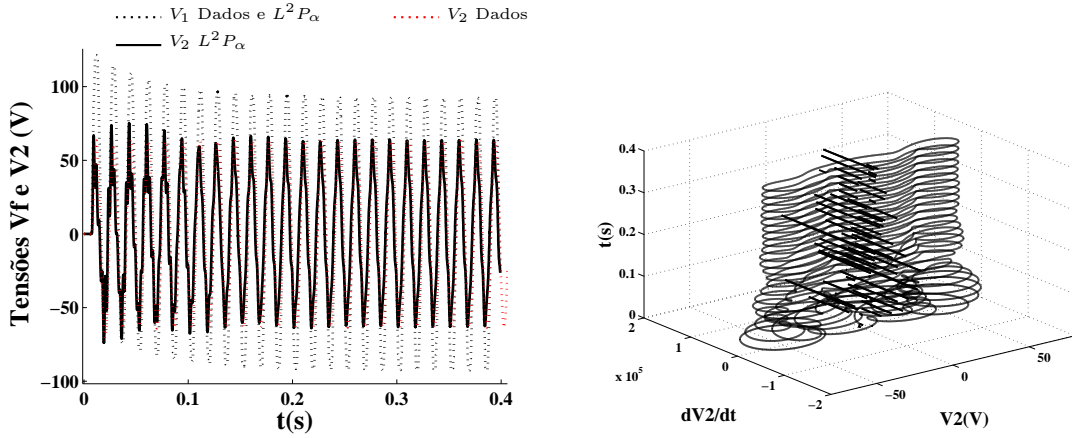


(c) Corrente primária

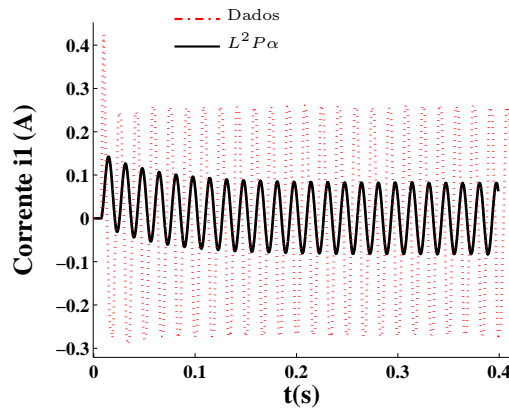
Figura 4.14: Simulação de sistema elétrico com modelo  $L^2P_\alpha$  para tensão máxima aplicada  $V_1^{max} = 129.51V$ . Utilizados valores dos elementos  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$ ,  $R_{LT}$  e  $X_{LT}$  correspondentes ao Ensaio 2 da Tabela 4.5. Parâmetros  $L^2P_\alpha$ :  $H_c = 79.05$ ,  $B_s = 1.02$ ,  $h_o = 33.9$ ,  $\zeta = 0.33$ ,  $c = 0.05165$  e  $\alpha = 0.00005$ .

## 4.5 Conclusões do capítulo

Este capítulo utilizou os ensaios de curto circuito e circuito aberto como um procedimento para verificação dos parâmetros de um transformador monofásico a ser



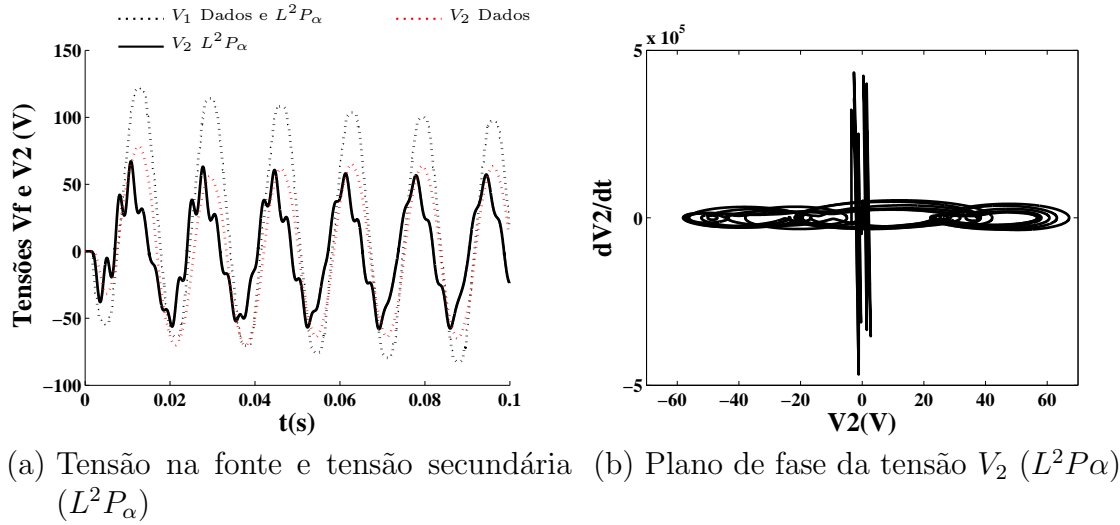
(a) Tensão na fonte e tensão secundária (b) Plano de fase da tensão  $V_2$  ( $L^2P_\alpha$ ) ( $L^2P_\alpha$ )



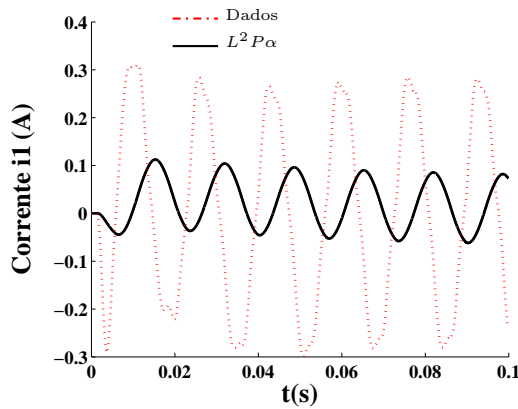
(c) Corrente primária

Figura 4.15: Simulação de sistema elétrico com modelo  $L^2P_\alpha$  para tensão máxima aplicada  $V_1^{max} = 121.34V$ . Utilizados valores dos elementos  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$ ,  $R_{LT}$  e  $X_{LT}$  correspondentes ao Ensaio 3 da Tabela 4.5. Parâmetros  $L^2P_\alpha$ :  $H_c = 79.05$ ,  $B_s = 1.02$ ,  $h_o = 33.9$ ,  $\zeta = 0.33$ ,  $c = 0.05165$  e  $\alpha = 0.00005$ .

utilizado como testes preliminares para avaliação dos parâmetros fornecidos pelo fabricante. Foram realizados ensaios para representação da histerese magnética, observada em regime permanente. Foram realizados também ensaios para a energização e outros para provocar a ferorrressonância, estes observados em regime transitório. Mostrou-se que o modelo  $L^2P_\alpha$  reproduz de maneira eficaz o ciclo das perdas por histerese dc e por correntes parasitas. No entanto, no regime transitório, os ensaios de energização e ferorrressonância demonstraram que a modelagem proposta não foi eficaz, tendo em vista as incerteza das diversas variáveis medidas ou calculadas, aliadas à falta da modelagem do módulo de chaveamento e das perdas histeréticas



(a) Tensão na fonte e tensão secundária (b) Plano de fase da tensão  $V_2$  ( $L^2P_\alpha$ ) ( $L^2P_\alpha$ )



(c) Corrente primária

Figura 4.16: Simulação de sistema elétrico com modelo  $L^2P_\alpha$  para tensão máxima aplicada  $V_1^{max} = 122.07V$ . Utilizados valores dos elementos  $C_1, C_2, C_3, R_{LT}$  e  $X_{LT}$  correspondentes ao Ensaio 4 da Tabela 4.5. Parâmetros  $L^2P_\alpha$ :  $H_c = 79.05$ ,  $B_s = 1.02$ ,  $h_o = 33.9$ ,  $\zeta = 0.33$ ,  $c = 0.05165$  e  $\alpha = 0.00005$ .

da fonte de tensão.

Diante dos resultados apresentados, acredita-se, ainda, que o modelo  $L^2P_\alpha$  produz melhores resultados quando comparados com o modelo  $L^2P$ , haja vista que o modelo proposta incorpora as perdas devido à magnetização irreversível, enquanto que o modelo original despreza essa parcela. Outros estudos deverão ser realizados para evidenciar a eficácia do modelo proposto.

# Capítulo 5

## Conclusões e trabalhos futuros

O presente trabalho investigou profundamente as características e propriedades da histerese magnética aplicada nos estudos de modelagem de transformadores. Modelos de histerese tradicionais como o modelo de Jiles-Atherton são utilizados como base para a elaboração de outros modelos. No caso deste trabalho, conhecimentos acerca das propriedades magnéticas e do modelo de Jiles permitiu propor uma extensão ao modelo de histerese *Limiting Loop Proximity -  $L^2P$*  para que fosse possível representar as perdas do ferro de um transformador monofásico de força.

Foram também apresentados conceitos de modelagem de transformadores de dois enrolamentos a núcleo envolvido. Conceitos acerca de otimização também foram apresentados como um arcabouço para ajuste dos parâmetros do modelo de histerese.

O capítulo 3 apresentou a plataforma de aquisição de dados, os equipamentos utilizados e a metodologia para tratamento dos dados. Essa fase representa uma importante etapa para a correta modelagem do sistema. A falta de equipamento adequado para armazenar diversas variáveis representa uma importante dificuldade a ser verificada em trabalhos futuros. Com o equipamento utilizado neste trabalho, só foi possível monitorar três sinais: tensão primária, tensão secundária e corrente primária. Para o estudo de energização esses três sinais são suficientes. No entanto para os estudos de ferorrressonância, em que há diversos ponto de conexão no sistema, é interessante que as informações de tensão e corrente desses pontos possam ser monitorados e assim viabilizar aplicações em tempo real.

Os ensaios de ferorrressonância ou de simulação de rede de distribuição demandaram a utilização de capacitâncias, resistências e indutâncias além do elemento

central em estudo, o transformador. Neste caso, como só se dispunha de três canais em osciloscópio digital, não foi possível armazenar todas as correntes e tensões destes circuitos. As grandezas importantes neste estudo que não foram mensuradas tiveram que ser estimadas numericamente, processo que incorpora erros.

Não obstante, é importante conhecer as características dos equipamentos utilizados nos ensaios. A falta de informações da fonte de alimentação AC monofásica ajustável (variac) tais como impedância do(s) enrolamento(s), número de espiras, material do núcleo ferromagnético e suas características dimensionais, bem como a falta de informações detalhadas a respeito do número de espiras do transformador e a composição, a densidade e massa do material do núcleo também podem acarretar erros na modelagem do circuito em estudo, ou ainda a falta de informações sobre o módulo de chaveamento, conforme observado nos resultados apresentados no capítulo 4. Isso ocorreu devido a necessidade de estimar diversas variáveis, tendo em vista que tais informações não foram disponibilizadas pelo fabricante.

## 5.1 Análise geral dos resultados alcançados

O aprimoramento do modelo  $L^2P$  baseou-se na teoria postulada por Jiles-Atherton para incorporar os efeitos da magnetização reversível, que não foi considerada em sua versão original. Os resultados preliminares obtidos nos estudos de caso utilizando o modelo de histerese expandido,  $L^2P_\alpha$ , mostraram que este descreve bem as perdas por histerese DC e por correntes parasitas, com menor erro ante o modelo  $L^2P$ , quando observados o regime permanente.

A aplicação do modelo  $L^2P_\alpha$  no estudo de caso do capítulo 3 se mostrou eficaz para representar as perdas totais, demandando menor esforço computacional quando comparado com a metodologia proposta por Akçai-Ece. Enquanto que Akçai propõe uma metodologia para representação das perdas no ferro por correntes parasitas, a ser adicionada às perdas por histerese dc a fim de se obter as perdas totais, o modelo  $L^2P_\alpha$  já representa as perdas totais no ferro exigindo menos tempo de processamento, o que o torna mais viável para a implementação em aplicações em tempo real, quando comparado com o modelo de Akçai. Este estudo de caso apresentou um material ferromagnético cuja característica de forte saturação representa um material magnético macio (aquele que rapidamente atinge a saturação quando submetido um



campo magnético). Nestes casos, é possível também a utilização do modelo  $L^2P$  com boa precisão, haja vista que este modelo tem boa representatividade para materiais magnéticos do tipo macio.

Para o caso em que o material magnético apresente uma certa “resistência” à saturação plena, em que é perceptível ainda um pequeno aumento do fluxo para um aumento no campo magnético, mesmo aparentemente já tendo atingido a saturação, denomina-se material magnético do tipo duro. Nestes casos, o modelo  $L^2P_\alpha$  é melhor aplicado ante o modelo original.

O modelo de transformador proposto pode ser avaliado através de diversos ensaios de energização e ferorrressonância e, nas condições apresentadas, não apresentou a eficácia esperada e comprovada no ajuste ao laço principal para o regime permanente. Conforme discussões apresentadas no capítulo 4, diversas incertezas agregaram erros ao sistema modelado, além de que partes do circuito real também não puderam ser modeladas, como por exemplo o módulo eletrônico para chaveamento e a fonte de tensão, que também possui núcleo magnético e perdas do ferro. Outro detalhe importante que incorporou erros à modelagem foi o fato do transformador utilizado estar configurado com quatro bobinas primárias conectadas em paralelo e quadro bobinas secundárias conectadas em série. Essa configuração permite uma interação do fluxo concatenado com maior complexidade e não foi representada desta forma neste trabalho.

Sendo assim, as análises observadas comprovam que o modelo de transformador proposto é capaz de gerar respostas transitórias contendo as características de histerese e ferorrressonância, mas para uma modelagem precisa se faz necessário a utilização de parâmetros reais, que possam ser aferidos através de algum método prático. Dessa forma o modelo será capaz de reproduzir com moderada precisão e baixa complexidade eventos como energização de transformadores e a ocorrência de distúrbios como os provenientes da ferorrressonância.

## 5.2 Propostas para trabalhos futuros

1. Melhorar plataforma de aquisição de dados, para evitar problemas de truncamento e perda das informações;

2. Implementar os circuitos estudados em softwares específicos e mais apropriados ao estudo de transitórios como, por exemplo, o *Electromagnetic Transients Program (EMTP)*;
3. Expandir a análise para transformadores monofásicos de núcleo envolvente, bem como para transformadores trifásicos de núcleo envolvido e de núcleo envolvente;
4. Promover interação entra a concessionária de energia local para realizar ensaios em redes elétricas convencionais de distribuição;
5. Implementar o modelo expandido para estudo de motores de indução monofásicos ou trifásicos;
6. Utilizar o modelo  $L^2P\alpha$  para representar somente as perdas por histerese de e obter as perdas por correntes parasitas através do método da resistência  $r_e$  não linear.

# Referências Bibliográficas

- Akcay, H. e D. G. Ece (2003). Modeling of hysteresis and power losses in transformer laminations. *IEEE Transactions on Power Delivery* **18**(2), 487–492.
- Avila-Rosales, J. e F. L. Alvarado (1982). Nonlinear frequency dependent transformer model for electromagnetic transient studies in power systems. *IEEE Power Engineering Review* **PER-2**(11), 27–28.
- Bertotti, Giorgio (1998). *Hysteresis in magnetism*. 1st edn. Academic, San Diego.
- Brokate, M. e E. Della Torre (1991). The wiping-out property of the moving model (magnetic hysteresis). *IEEE Transactions on Magnetics* **27**(5), 3811–3814.
- Bronzeado, H. S. e R. Yacamini (1993). Transformer interaction caused by inrush current. Em: *Proc. Int. Conf. Power System Transients*.
- Brunke, J. H. e K. J. Frohlich (2001a). Elimination of transformer inrush currents by controlled switching. i. theoretical considerations. *IEEE Transactions on Power Delivery* **16**(2), 276–280.
- Brunke, J. H. e K. J. Frohlich (2001b). Elimination of transformer inrush currents by controlled switching. ii. application and performance considerations. *IEEE Transactions on Power Delivery* **16**(2), 281–285.
- de Almeida, L. A. L., G. S. Deep, A. M. N. Lima e H. Neff (2003). Limiting loop proximity hysteresis model. *IEEE Transactions On Magnetics* **39**(1), 523–528.
- de Almeida, L. A. L., G. S. Deep, A. M. N. Lima e H. Neff (2004). Um modelo diferencial para histerese magnética: representação algébrica recursiva. *Revista Controle & Automação* **14**(1), 58–68.

- Degeneff, R. C., M. R. Gutierrez e P. J. McKenny (1992). A method for constructing reduced order transformer models for system studies from detailed lumped parameter models. *IEEE Transactions on Power Delivery* **7**(2), 649–655.
- Fiorillo, F. e A. Novikov (1990). An improved approach to power losses in magnetic laminations under nonsinusoidal induction waveform. *IEEE Transactions on Magnetics* **26**(5), 2904–2910.
- França, R. P., N. R. Ferreira e L. A. L. de Almeida (2014). Modelagem de transformador monofásico saturável baseado em um modelo algébrico de histerese. Em: *XX Congresso Brasileiro de Automática, Brasil*. pp. 931–935.
- Garikepati, P., T. T. Chang e D. C. Jiles (1988). Theory of ferromagnetic hysteresis: evaluation of stress from hysteresis curves. *IEEE Transactions on Magnetics* **24**(6), 2922–2924.
- Gole, A. M. (2000). Simulation tools for system transients: An introduction. *IEEE Power Engineering Society Summer Meeting* pp. 761–762.
- Graham, C. D. (1982). Physical origin of losses in conducting ferromagnetic materials. *Journal of Applied Physics* **53**, 8276–8280.
- Greenwood, A. (1991). *Electrical Transients in Power Systems*. Willey-Interscience.
- Hui, M., Y. Zhang e C. Liu (2009). Elimination of chaotic ferroresonance in power system with nonlinear core loss. Em: *The Ninth International Conference on Electronic Measurement & Instruments, IEEE*. pp. 568–572.
- IEEE (1992). *IEEE standard for test procedures for magnetic cores*. Institute of Electrical and Electronics Engineers, Inc.
- Iravani, M. R., A. K. S. Chaudhary, W. J. Giesbrecht, I. E. Hassan, A. J. F. Keri, H. C. Lee, J. A. Martinez, A. S. Morched, B. A. Moek, M. Perniani, A. Sharshar, D. Shirmohammadi, R. A. Walling e D. A. Woodford (2000). Modeling and analysis guidelines for slow transients – Part III: The study of ferroresonance. *IEEE Transactions on Power Delivery* **15**(1), 255–265.

- Jiles, D. C. (1992). A self consistent generalized model for the calculation of minor loop excursions in the theory of hysteresis. *IEEE Transactions on Magnetics* **28**(5), 2602–2604.
- Jiles, D. e D. Atherton (1983). Ferromagnetic hysteresis. *IEEE Transactions on Magnetics* **19**(5), 2183–2185.
- Kang, N. e Y. Liao (2012). Equivalent pi circuit for zero-sequence double circuit transmission lines. Em: *IEEE Power and Energy Society General Meeting*.
- Kirkpatrick, S., C. D. Gelatt e M. P. Vecchi (1983). Optimization by simulated annealing. *SCIENCE* **220**(4598), 671–680.
- Langevin, P. (1905). Magnétisme et théorie des électrons. *Annales de chimie et de physique* **5**, 70–127.
- Leal, G. M. S. Neto J. F., L. A. L. de Almeida, G. S. Deep, A. M. N. Lima e H. Neff (2006). Generalização do modelo de histerese l2p para inclusão de efeitos dinâmicos. Em: *Congresso Brasileiro de Automática*.
- MathWorks, The (1990-2016). *MATLAB: Optimization Toolbox*. The MathWorks, Inc, Natick, MA.
- Mayergoyz, I. D. e G. Friedman (1988). Generalized preisach model of hysteresis. *IEEE Transactions on Magnetics* **24**(1), 212–217.
- Mombello, E. E. e K. Möller (2000). New power transformer model for the calculation of electromagnetic resonant transient phenomena including frequency-dependent losses. *IEEE Transactions on Power Delivery* **15**(1), 167–174.
- Preisach, F. (1935). Über die magnetische nachwirkung. *Zeitschrift für Physik* **94**(5), 277–302.
- Radmanesh, H., A. Abassi e M. Rostami (2009). Analysis of ferroresonance phenomena in power transformers including neutral resistance effect. Em: *IEEE Southeastcon, Atlanta, GA*. pp. 1–5.
- Rezaei-Zare, A. e R. Iravani (2010). On the transformer core dynamic behavior during electromagnetic transients. *IEEE Transactions on Power Delivery* **25**(3), 1606–1619.

- Roy, M. e C. K. Roy (2009). A study on ferroresonance and its dependence on instant of switching angle of the source voltage. Em: *Third International Conference on Power Systems, Kharagpur, INDIA December 27-29*. pp. 1–6.
- Schmidt, N. e H. Guldner (1996). A simple method to determine dynamic hysteresis loops of soft magnetic materials. *IEEE Transactions on Magnetics* **32**(2), 489–496.
- Swift, G. W. (1971). Power transformer core behavior under transient conditions. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems* **PAS-90**(5), 2206–2210.
- Talukdar, S. N. e J. R. Bailey (1976). Hysteresis models for systems studies.. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems* **95**, 1429–1434.
- Tavares, M. C., J. Pissolato e C. M. Portela (1999). Guidelines for transmission line modeling. *IEEE Power Engineering Society Summer Meeting* **2**, 786–791.
- Teape, J. W., R. D. Slater, R. R. S. Simpson e W. S. Wood (1976). Hysteresis effects in transformers, including ferroresonance. *Electrical Engineers, Proceedings of the Institution of* **123**(2), 153–158.
- Tellinen, J. (1998). A simple scalar model for magnetic hysteresis. *IEEE Transactions on Magnetics* **34**(4), 2200–2206.
- Theocharis, A. D., J. C. Olivares-Galvan e T. Zacharias (2012). Eddy-currents modelling in transformers magnetic cores using ohmic resistances. Em: *Environment and Electrical Engineering (EEEIC), 2012 11th International Conference on*. pp. 549–554.
- Theocharis, A. D., J. Miliadis-Argitis e T. Zacharias (2008). Single-phase transformer model including magnetic hysteresis and eddy currents. *Elect. Engineering* **90**, 229–241.
- Theocharis, A. D., J. Miliadis-Argitis e T. Zacharias (2009). Three-phase transformer model including magnetic hysteresis and eddy currents effects. *IEEE Transactions on Power Delivery* **24**, 1284–1294.

- Thottuvelil, V. J., T. G. Wilson e H. A. Owen Jr. (1990). High-frequency measurement technique for magnetic cores. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems* **5**(1), 41–1434.
- Torre, E. D. (1994). A Preisach model for accommodation. *IEEE Transactions on Magnetics* **30**(5), 2701–2707.
- Visintin, A. (1994). *Differential Models of Hysteresis*. Springer-Verlag.
- Zhang, R., H. Li, S. Peng Ang e Z. Wang (2010). Complexity of ferroresonance phenomena: sensitivity studies from a single-phase system to three-phase reality. *IEEE* pp. 172–175.
- Zhu, J. G., S. Y. R. Hui e V. S. Ramsden (1993). Discrete modelling of magnetic cores including hysteresis, eddy current and anomalous losses. *IEE Proceedings A - Science, Measurement and Technology* **140**(4), 317–322.





# Apêndice A

## Divulgação da Pesquisa

Durante o desenvolvimento deste trabalho e decorrente da pesquisa foram publicados os seguintes artigos:

- França, R. P., Ferreira, N. R. e de Almeida, L. A. L. “Modelagem de Transformador Monofásico saturável baseado em um modelo algébrico de histerese”. *XX Congresso Brasileiro de Automática – CBA, Belo Horizonte, Minas Gerais, Brasil*, p. 931-395, Setembro, 2014 (Apresentado).
- França, R. P., Ferreira, N. R. e de Almeida, L. A. L. “Modelo de Transformador Monofásico utilizando um modelo global para perdas por histerese e por correntes de eddy”. *I Congresso Nacional de Matemática Aplicada à Indústria – CNMAI, Caldas Novas, Goiás, Brasil*, p. x-y, Novembro, 2014 (Apresentado).



# Apêndice B

## Algoritmos desenvolvidos

### B.1 Tratamento de dados experimentais

Os algoritmos consideram arquivos de dados de entrada no formato *Comma Separated Value*, cuja extensão é ‘.csv’ no *Excel*<sup>®</sup>, de acordo com o **Exemplo B.1**, e foram desenvolvidos no *Matlab*<sup>®</sup>.

**Exemplo B.1** *Arquivo de dados no formato CSV (arquivo.csv)*

	A	B
1	+24.4800E-03,+1.9531250E+00,+1.9531250E+00,+60.9375E-03	
2	+24.9600E-03,+1.8554688E+00,+1.9531250E+00,+60.9375E-03	
3	+25.4400E-03,+1.1718750E+00,+1.1718750E+00,+60.9375E-03	
⋮	⋮	

Neste exemplo, a primeira informação refere-se ao tempo, de acordo com a escala ajustada no osciloscópio (ver Figura 3.3b). As outras informações se referem aos valores das grandezas medidas, sendo: tensão no primário, tensão no secundário e corrente no primário do transformador. A rotina `inrush.m` da Tabela B.1 permite ao Matlab ler o `arquivo.csv`, criar variáveis específicas, armazenar os valores e efetuar o tratamento dos dados do `inrush`. De maneira similar, as rotinas subsequentes apresentadas na Tabela B.2 e Tabela B.3 permitem o tratamento dos dados de histerese e ferorrressonância, respectivamente. O usuário deverá atribuir os valores dos parâmetros ( $p$ ) escritos na forma  $\langle p \rangle$ , para cada arquivo de dados. Para isso, antes de serem definidos os parâmetros será necessário incluir no M-File correspondente algumas linhas para *plotagem* dos dados e utilizar recursos de *brake*

*point* para análise das informações durante a execução da rotina.

Tabela B.1: M-File para tratar dados de INRUSH.

```

1 % =====
2 % M-FILE inrush.m utilizado para leitura e tratamento de dados
3 % experimentais de INRUSH no formato 'arquivo.csv'
4 % Autor: Rommel Pinheiro França
5 % Orientador: Niraldo Roberto Ferreira
6 % Ano: 2016
7 % Mestrado em Engenharia Elétrica
8 % Escola Politécnica da Universidade Federal da Bahia
9 % =====
10
11 clear all % limpar memória do Matlab
12 dados = dlmread('arquivo.csv',' '); % leitura de arquivo de dados
13 tempo = dados(:,1); % tempo da aquisição
14 dtp = mean(diff(tempo)); %  $\Delta t$  preliminar
15 Vfp = dados(:,2); % tensão preliminar na fonte
16 V2p = dados(:,3); % tensão secundária preliminar
17 i1p = dados(:,4); % corrente primária preliminar
18 vfin =  $\langle \kappa \rangle$ ; % definição do limite final
19 %  $\leq$  número máximo de pontos
20 limOS =  $\langle \tau \rangle$ ; % definição do limite inicial
21 % a ser desconsiderado
22 OSVf = sum(Vfp(1:limOS))/(limOS-1); % offset de Vfp
23 Vf = Vfp(1:vfin) - OSVf; % tensão Vfp corrigida
24 Vf(1:limOS) = 0; % tensão na fonte inicial a ser
25 % desconsiderada
26 OSi1 = sum(i1p(1:limOS))/(limOS-1); % offset de i1p
27 i1 = i1p(1:vfin) - OSi1; % corrente i1p corrigida
28 i1(1:limOS) = 0; % corrente primária inicial a ser
29 % desconsiderada
30 OSV2 = sum(V2p(1:limOS))/(limOS-1); % offset de V2p
31 V2 = V2p(1:vfin) - OSV2; % tensão V2p corrigida
32 V2(1:limOS) = 0; % tensão inicial de V2 a ser
33 % desconsiderada
34 Np =  $\langle n1 \rangle$ ; % número de espiras no primário
35 Ns =  $\langle n2 \rangle$ ; % número de espiras no secundário
36 A =  $\langle area \rangle$ ; % seção transversal do núcleo
37 L =  $\langle L \rangle$ ; % percurso magnético
38 intV2 = cumsum(V2*dt); % integral da tensão secundária
39 B = 1/(A*Ns)*intV2; % densidade de fluxo magnético
40 H = i1*Np/L; % intensidade de campo magnético
41 T = 1/  $\langle f \rangle$ ; % período definido pela frequência
42 ciclos =  $\langle \eta \rangle$ ; % número de ciclos (períodos)
43 intervalo =  $\langle t2 \rangle - \langle t1 \rangle$ ; % intervalo definido por  $\eta$ 
44 dt = ciclos/intervalo*T; % variação dt em segundos
45 t = 0:dt:dt*(vfin-1); % vetor tempo em segundos
46 save  $\langle InrushTratado\sigma_i \rangle$  H B t i1 Vf V2 % salvar variáveis em arquivo

```

Pode ser necessário reajustar o valor da corrente por um fator multiplicador, uma vez que o alicate amperímetro ou sonda de corrente realiza medição indireta. Nos ensaios realizados neste trabalho, adotou-se sonda de corrente com medição 100mV/A. O reajuste foi feito multiplicando os valores armazenados por um fator 10, aumentando a relação para 1V/A.

Tabela B.2: M-File para tratar dados de HISTERESE.

```

1  % =====
2  % M-FILE histerese.m utilizado para leitura e tratamento de dados
3  % experimentais de HISTERESE no formato 'arquivo.csv'
4  % Autor: Rommel Pinheiro França
5  % Orientador: Niraldo Roberto Ferreira
6  % Ano: 2016
7  % Mestrado em Engenharia Elétrica
8  % Escola Politécnica da Universidade Federal da Bahia
9  % =====
10
11 clear all % limpar memória do Matlab
12 dados = dlmread('<arquivo.csv>',','); % leitura de arquivo de dados
13 tempo = dados(:,1); % tempo da aquisição
14 dtp = mean(diff(tempo)); % Δt preliminar
15 Vfp = dados(:,2); % tensão preliminar na fonte
16 V2p = dados(:,3); % tensão secundária preliminar
17 i1p = dados(:,4); % corrente primária preliminar
18 Vfpi = <κ1>; % limite inicial de Vfp
19 Vfpf = <κ2>; % limite final de Vfp
20 OSVf = sum(Vfp(Vfpi:Vfpf))/(Vfpf-Vfpi); % ≤ número máximo de pontos
21 Vf = Vfp(Vfpi:Vfpf) - OSVf; % offset de Vfp
22 i1pi = <κ3>; % tensão Vfp corrigida
23 i1pf = <κ4>; % limite inicial de i1p
24 OSi1 = sum(i1p(i1pi:i1pf))/(i1pf-i1pi); % limite final de i1p
25 i1 = i1p(Vfpi:Vfpf) - OSVf; % offset de i1p
26 V2pi = <κ5>; % corrente i1p corrigida definida
27 V2pf = <κ6>; % no intervalo de Vf
28 OSV2 = sum(V2p(V2pi:V2pf))/(V2pf-V2pi); % limite inicial de V2p
29 V2 = V2p(Vfpi:Vfpf) - OSV2; % limite final de V2p
30 Np = <n1>; % offset de V2p
31 Ns = <n2>; % tensão V2p corrigida definida
32 A = <area>; % no intervalo de Vf
33 L = <L>; % número de espiras no primário
34 intV2 = cumsum(V2*dt); % número de espiras no secundário
% seção transversal do núcleo
% percurso magnético
% integral da tensão secundária

```

```

35 B = 1/(A*Ns)*intV2; % densidade de fluxo magnético
36 H = i1*Np/L; % intensidade de campo magnético
37 freqH = fft(H); %
38 num = Vfpf-Vfpi; % intervalo analisado
39 freqH(<l1>:(num-<l2>)) = 0; % l1 e num-l2 definem o
% intervalo para filtragem de ruído
40 Ht = ifft(freqH); %
41 maximoH = max(Ht); %
42 minimoH = min(Ht); %
43 Ht = Ht-(maximoH+minimoH)/2; %
44 Bt = B-(maximoB+minimoB)/2; %
45 T = 1/<f>; % período definido pela frequência
46 ciclos = <η>; % número de ciclos (períodos)
47 intervalo = <t2>-<t1> % intervalo definido por η
48 dt = ciclos/intervalo*T; % variação dt em segundos
49 t = 0:dt:dt*(vfin-1); % vetor tempo em segundos
50 Hlaco = interp(Ht(<κ7>:<κ8>),<R>); % procedimento para refinar B e H
51 Blaco = interp(Bt(<κ9>:<κ10>),<R>); % através de um fator 'R' no
% intervalo definido
52 offsetH = ( max(Hlaco)+min(Hlaco) )/2;
53 offsetB = ( max(Blaco)+min(Blaco) )/2;
54 Hlaco = Hlaco-offsetH; %
55 Blaco = Blaco-offsetB; %
56 Hlaco = Hlaco(<κ11>:<κ12>); %
57 Blaco = Blaco(<κ11>:<κ12>); %
% armazenar um único ciclo de
% H e B definido no intervalo
% κ11 e κ12
58 save HistereseTratado<σi> Ht Bt t Hlaco Blaco
% salvar variáveis em arquivo

```

Tabela B.3: M-File para tratar dados de FERRORESSONÂNCIA.

```

1 % =====
2 % M-FILE ferorrressonancia.m utilizado para leitura e
3 % tratamento de dados experimentais de FERRORESSONÂNCIA
4 % no formato 'arquivo.csv'
5 % Autor: Rommel Pinheiro França
6 % Orientador: Nivaldo Roberto Ferreira
7 % Ano: 2016
8 % Mestrado em Engenharia Elétrica
9 % Escola Politécnica da Universidade Federal da Bahia
10 % =====
11
12 clear all % limpar memória do Matlab
13 dados = dlmread('<arquivo.csv>',','); % leitura de arquivo de dados
14 tempo = dados(:,1); % tempo da aquisição
15 dtp = mean(diff(tempo)); % Δt preliminar
16 Vfp = dados(:,2); % tensão preliminar na fonte

```

```

17 V2p = dados(:,3); % tensão secundária preliminar
18 i1p = dados(:,4); % corrente primária preliminar
19 vfin = < $\kappa_1$ >; % definição do limite final
%  $\leq$  número máximo de pontos
20 limOS = < $\tau$ >; % definição do limite inicial
% a ser desconsiderado
21 OSVf = < $\kappa_2$ >; % offset de Vfp
22 Vf = Vfp(1:vfin) - OSVf; % tensão Vfp corrigida
23 Vf(1:limOS) = 0; % tensão na fonte inicial a ser
% desconsiderada
24 OSi1 = < $\kappa_3$ >; % offset de i1p
25 i1 = i1p(1:vfin) - OSi1; % corrente i1p corrigida
26 i1(1:limOS) = 0; % corrente primária inicial a ser
% desconsiderada
27 OSV2 = sum(V2p(1:limOS))/(limOS-1); % offset de V2p
28 V2 = V2p(1:vfin) - OSV2; % tensão V2p corrigida
29 V2(1:limOS) = 0; % tensão inicial de V2 a ser
% desconsiderada
30 Np = <n1>; % número de espiras no primário
31 Ns = <n2>; % número de espiras no secundário
32 A = <area>; % seção transversal do núcleo
33 L = <L>; % percurso magnético
34 intV2 = cumsum(V2*dt); % integral da tensão secundária
35 B = 1/(A*Ns)*intV2; % densidade de fluxo magnético
36 H = i1*Np/L; % intensidade de campo magnético
37 T = 1/<f>; % período definido pela frequência
38 ciclos = < $\eta$ >; % número de ciclos (períodos)
39 intervalo = <t2>-<t1> % intervalo definido por  $\eta$ 
40 dt = ciclos/intervalo*T; % variação dt em segundos
41 t = 0:dt:dt*(vfin-1); % vetor tempo em segundos
42 save FerrorressonanciaTratado< $\sigma_i$ > H B t i1 Vf V2 % salvar variáveis em arquivo

```

## B.2 Reprodução da teoria de Akçai com aplicação de $L^2P_\alpha$

Tabela B.4: M-File para implementar teoria de AKÇAI.

```

1  % =====
2  % M-FILE akcai.m utilizado para implementação da teoria
3  % de AKÇAI (Akçay e Ece, 2003) com aplicação dos modelos  $L^2P$ 
4  % e  $L^2P_\alpha$  e análise de resultados
5  % Autor: Rommel Pinheiro França
6  % Orientador: Nivaldo Roberto Ferreira
7  % Ano: 2016
8  % Mestrado em Engenharia Elétrica
9  % Escola Politécnica da Universidade Federal da Bahia
10 % =====
11
12 clear all % limpar memória do Matlab
13 Hcurva1 = <vetor1>; % vetor H da curva  $\gamma_s$ 
14 Bcurva1 = <vetor2>; % vetor B da curva  $\gamma_s$ 
15 Hcurva2 = <vetor3>; % vetor H da curva  $\gamma_d$ 
16 Bcurva2 = <vetor4>; % vetor B da curva  $\gamma_d$ 
17 Hcurva3 = -[Hcurva1]; % construção do semi-ciclo
18 Bcurva3 = -[Bcurva1]; % com  $B \leq 0$ 
19 Hcurva4 = -[Hcurva2]; %
20 Bcurva4 = -[Bcurva2]; %
21 % -- Curva  $\gamma_d$  (semi-descida)
21 Hm = 299.9; % valor máximo de H
22 Bm = 1.698; % valor máximo de B
23 Hc = 8.98; % valor do campo coercitivo
24 b0 = 1.466; % parâmetro b0 (ver teoria
% lsqcurvefit do Matlab)
25 x0 = <vetorx0>; % vetor x0 (lsqcurvefit)
26 lb = <vetorlb>; % vetor lb (lsqcurvefit)
27 ub = <vetorub>; % vetor ub (lsqcurvefit)
28 OPTIONS = optimset('Algorithm','levenberg-marquardt'); % opções para lsqcurvefit
%
29 xdata = Hcurva2; %
30 [p,resnorm,residual,exitflag,output]=lsqcurvefit(@(x,xdata)
myfunAkcai(x,xdata,Hc,b0,Bm,Hm),x0,xdata,ydata,lb,ub,OPTIONS);
31 b1 = p1 * (xdata); %
32 b2 = p2 * (xdata).2; %
33 b3 = p3 * (xdata).3; %
34 b4 = p4 * (xdata).4; %
35 b5 = (b0 - Hc * p1 + Hc2 * p2 - Hc3 * p3 + Hc4 * p4)/(Hc5) * (xdata).5;
36 q1 = p5 * (xdata); %
37 q2 = p6 * (xdata).2; %
38 q3 = p7 * (xdata).3; %
39 q4 = p8 * (xdata).4; %
40 q4 = p8 * (xdata).4; %
41 q5a = (p1 - Bm * p5) * Hm; %

```



```

42 q5b = (p2 - Bm * p6) * Hm^2; %
43 q5c = (p3 - Bm * p7) * Hm^3; %
44 q5d = (p4 - Bm * p8) * Hm^4; %
45 q5e = b0 + b5 * Hm^5 - Bm; %
46 q5 = (q5a + q5b + q5c + q5d + q5e)/(Bm * Hm^5) * (xdata).^5;
47 B1 = (b0+b1+b2+b3+b4+b5)./(1+q1+q2+q3+q4+q5) % semi-curva de descida
48 xdata1 = (Hm:-0.01:-Hc)';
49 b1h = p1 * (xdatah); %
50 b2h = p2 * (xdatah).^2; %
51 b3h = p3 * (xdatah).^3; %
52 b4h = p4 * (xdatah).^4; %
53 b5h = (b0 - Hc * p1 + Hc^2 * p2 - Hc^3 * p3 + Hc^4 * p4)/(Hc^5) * (xdatah).^5;
54 q1h = p5 * (xdatah); %
55 q2h = p6 * (xdatah).^2; %
56 q3h = p7 * (xdatah).^3; %
57 q4h = p8 * (xdatah).^4; %
58 q4h = p8 * (xdatah).^4; %
59 q5ha = (p1 - Bm * p5) * Hm; %
60 q5hb = (p2 - Bm * p6) * Hm^2; %
61 q5hc = (p3 - Bm * p7) * Hm^3; %
62 q5hd = (p4 - Bm * p8) * Hm^4; %
63 q5he = b0 + b5h * Hm^5 - Bm; %
64 q5h = (q5ha + q5hb + q5hc + q5hd + q5he)/(Bm * Hm^5) * (xdatah).^5;
65 Blh = (b0 + b1h + b2h + b3h + b4h + b5h)./(1 + q1h + q2h + q3h + q4h + q5h);
% semi-curva de descida

```

Os vetores Hcurva1 e Bcurva1 referem-se aos dados da Tabela 3.1, enquanto que os vetores Hcurva2 e Bcurva2 refere-se aos dados da Tabela 3.2.

Tabela B.5: Parâmetros utilizados no arquivo da Tabela B.4.

Ponto	1	2	3	4
x0	0.1780	-1.8925e-6	4.1744e-12	-4.5209e-18
lb	-10.0000	-9.0000	-5.0000	-5.0000
lb	20.0000	9.0000	5.0000	5.0000
Ponto	5	6	7	8
x0	0.1047	-1.1586e-6	2.5194e-12	-2.7387e-18
lb	-5.0000	-10.0000	-5.0000	-5.0000
lb	5.0000	10.0000	5.0000	5.0000



# Apêndice C

## Dados Experimentais

### C.1 Histerese

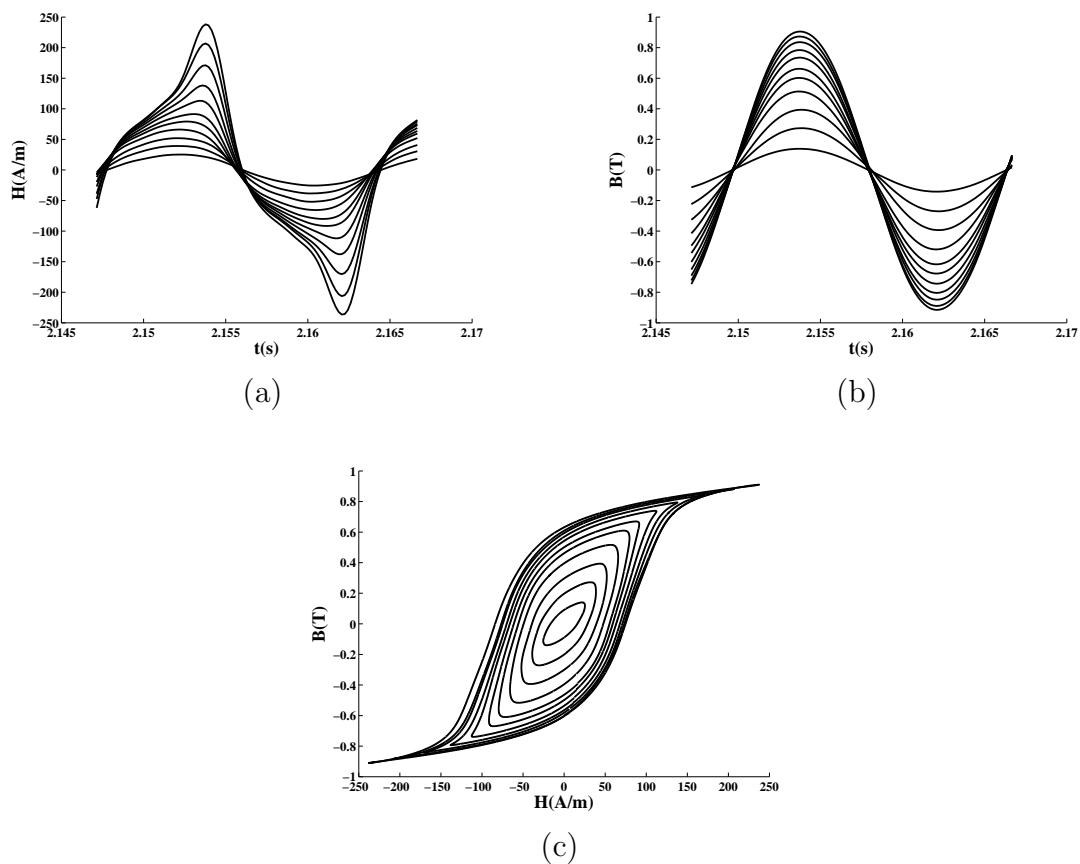
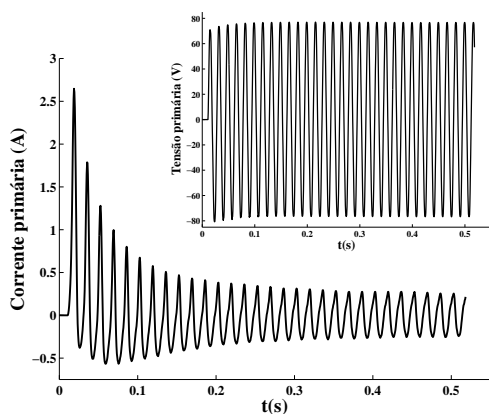
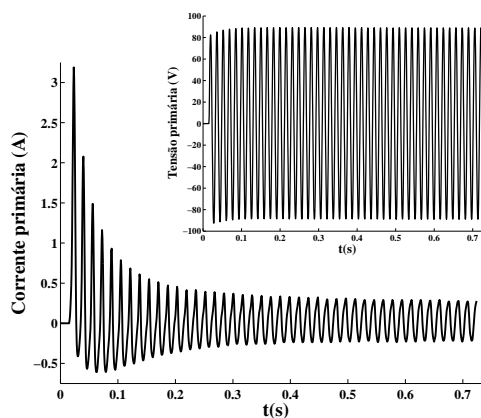


Figura C.1: Dados experimentais para histerese em regime permanente.

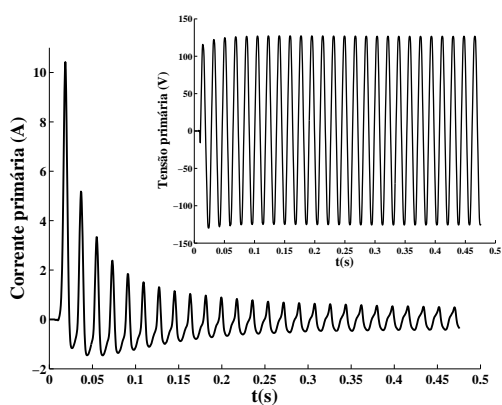
## C.2 Inrush



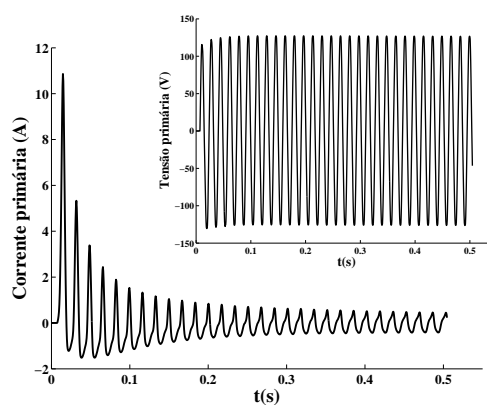
(a) 40% da fonte de tensão



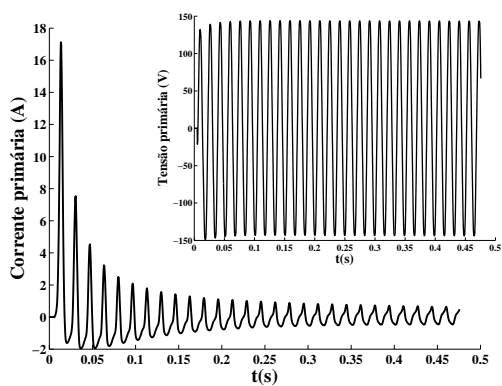
(b) 50% da fonte de tensão



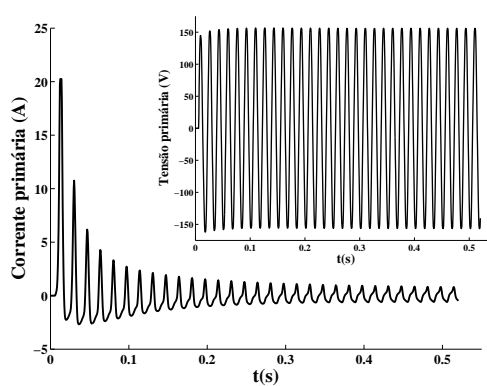
(c) 60% da fonte de tensão



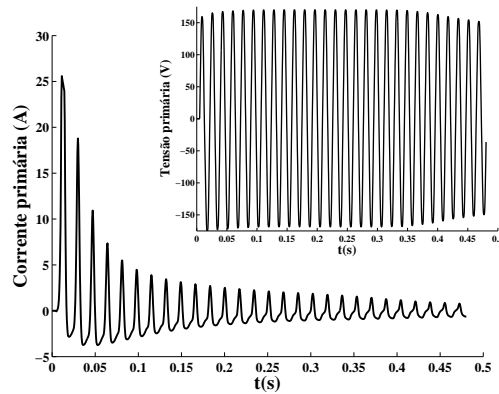
(d) 70% da fonte de tensão



(e) 80% da fonte de tensão



(f) 90% da fonte de tensão



(g) 100% da fonte de tensão

Figura C.1: Dados experimentais para energização.

### C.3 Ferrorressonância

O circuito da Figura C.2 foi implementado em bancada contendo uma capacitância série e outra shunt de tal forma que fosse possível favorecer a ocorrência da ferrorressonância. A Tabela C.1 indica os valores estimados para os conjuntos das capacitâncias de cada ensaio. Os dados experimentais dos ensaios deste circuito são apresentados na sequência.

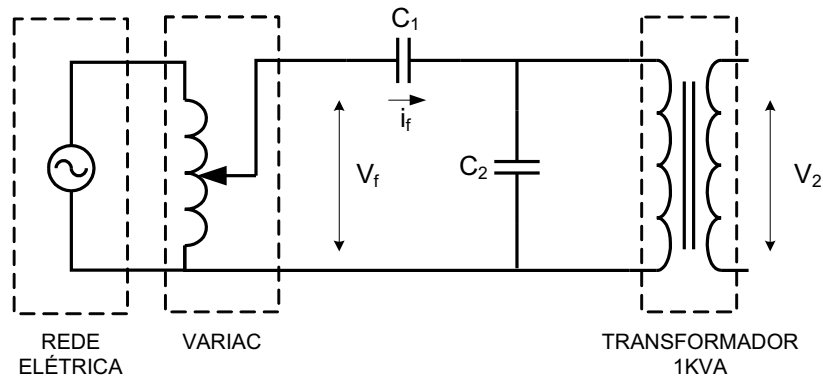
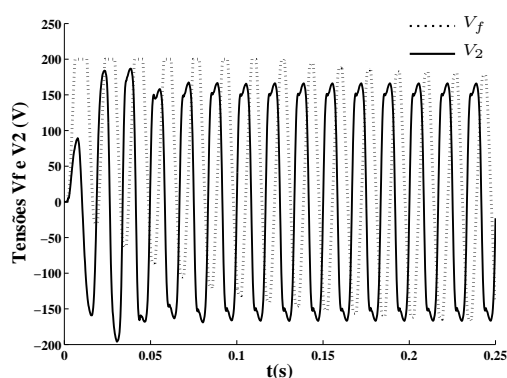


Figura C.2: Circuito.

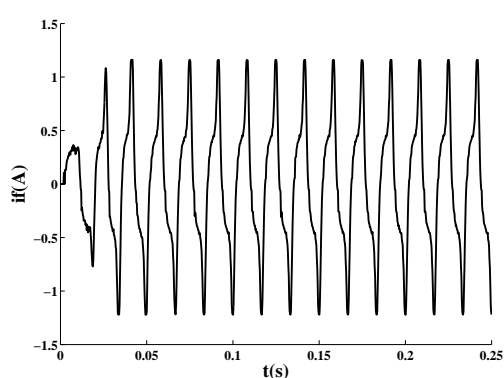
### C.4 Ensaios para simulação de rede elétrica

Tabela C.1: Dados do circuito para os ensaios com o transformador em vazio, conforme esquemático da figura C.2

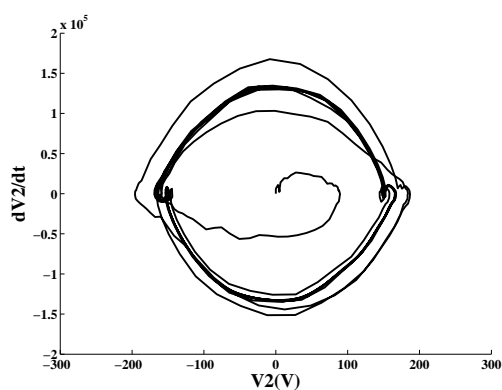
Ensaio	Elemento	Potência (VAr) em 220Vac	Valor intrínseco (220Vac)
1	$C_1$	350/4	$4,80\mu F$
	$C_2$	350/4	$4,80\mu F$
2	$C_1$	350/3	$6,34\mu F$
	$C_2$	350/4	$4,80\mu F$
3	$C_1$	350/2	$9,59\mu F$
	$C_2$	350/4	$4,80\mu F$
4	$C_1$	350	$19,18\mu F$
	$C_2$	350/4	$4,80\mu F$



(a) Tensão na fonte e tensão secundária

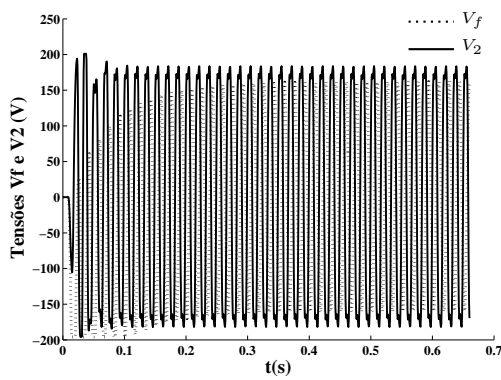


(b) Corrente de saída da fonte

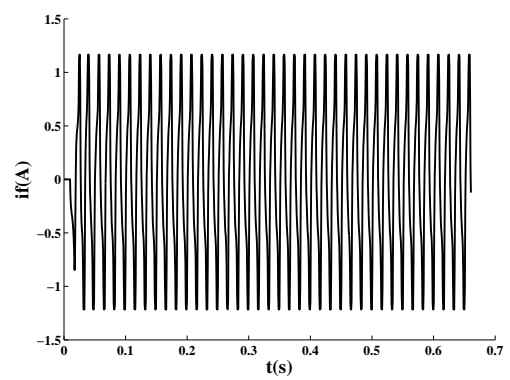


(c) Plano de fase da tensão  $V_2$

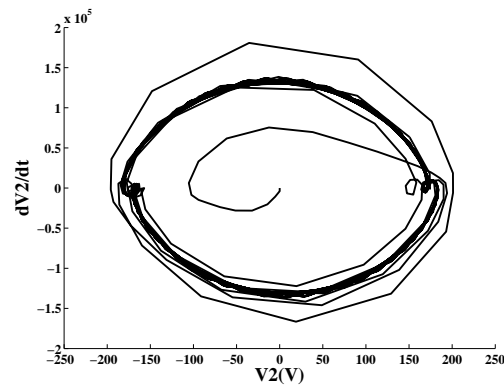
Figura C.3: Dados experimentais do circuito da Figura C.2 com ocorrência da ferroressonância. Aplicação de 100% da fonte de tensão, com circuito configurado conforme. Utilizado  $C_1 = 6.34\mu F$ ,  $C_2 = 4.80\mu F$ .



(a) Tensão na fonte e tensão secundária

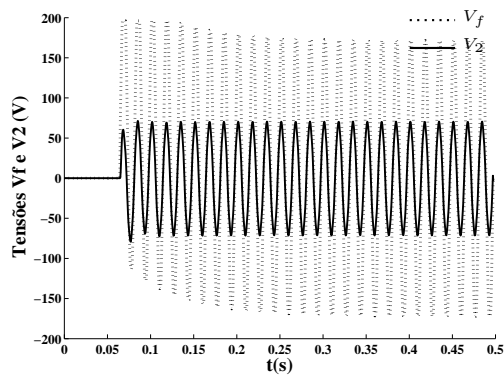


(b) Corrente de saída da fonte

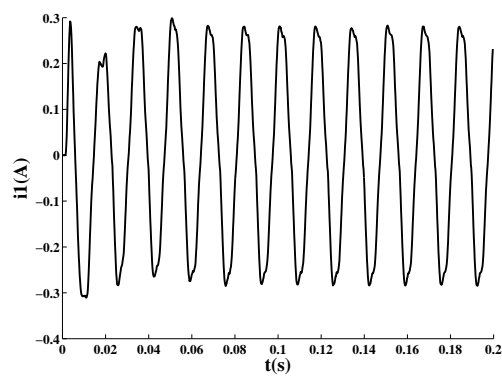


(c) Plano de fase da tensão  $V_2$

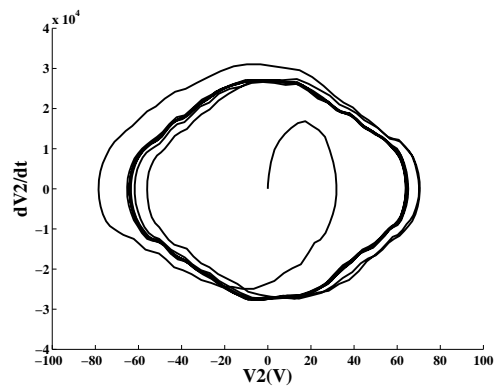
Figura C.4: Dados experimentais para Ferrorressonância com tensão máxima aplicada de 162.6V. Utilizado  $C_1 = 9.59\mu F$ ,  $C_2 = 4.80\mu F$ . C.2.



(a) Tensão na fonte e tensão secundária



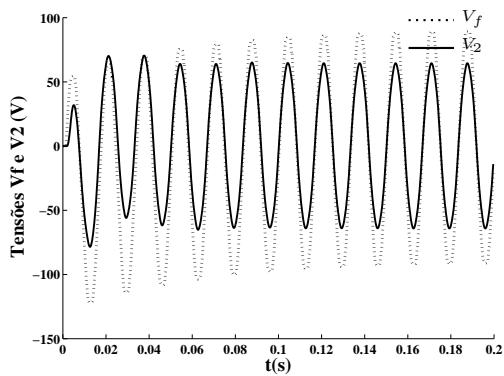
(b) Corrente de saída da fonte



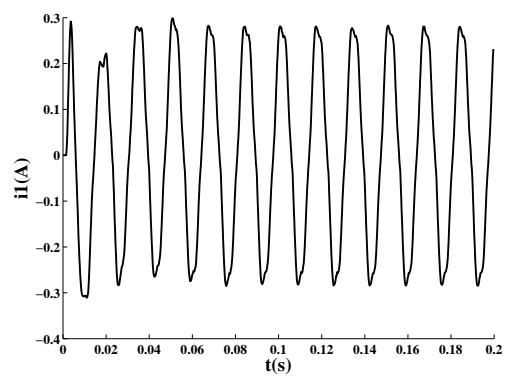
(c) Plano de fase da tensão  $V_2$

Figura C.5: Dados experimentais para circuito que simula sistema elétrico com tensão máxima aplicada 172.3V. Utilizado  $C_1 = 6.34\mu F$ ,  $C_2 = 4.80\mu F$ ,  $C_3 = 9.59\mu F$ ,  $L = 1.467H$  e  $276,57\Omega$ .

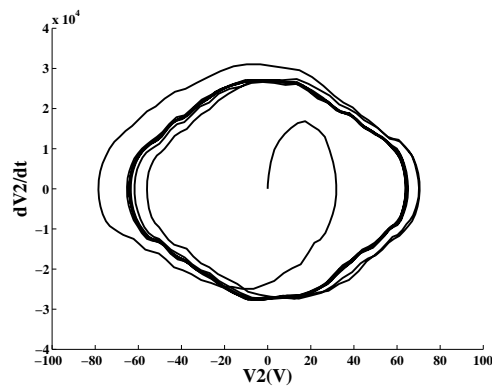




(a) Tensão na fonte e tensão secundária



(b) Corrente de saída da fonte



(c) Plano de fase da tensão  $V_2$

Figura C.6: Dados experimentais para circuito que simula sistema elétrico com tensão máxima aplicada 89.7V. Utilizado  $C_1 = 19.18\mu F$ ,  $C_2 = 4.80\mu F$ ,  $C_3 = 9.59\mu F$ ,  $L = 1.467H$  e  $414, 86\Omega$ .