

UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA ESCOLA POLITÉCNICA PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA



Guilherme Saldanha Kroetz

ESTUDO COMPARATIVO DE SOBRETENSÕES ATMOSFÉRICAS EM LINHA DE TRANSMISSÃO POR MEIO DO MÉTODO FDTD E DO PROGRAMA ATP

Salvador-Ba 2016

ESTUDO COMPARATIVO DE SOBRETENSÕES ATMOSFÉRICAS EM LINHA DE TRANSMISSÃO POR MEIO DO MÉTODO FDTD E DO PROGRAMA ATP

Dissertação apresentada ao Programa de Pósgraduação em Engenharia Elétrica, da Universidade Federal da Bahia, como requisito para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Dr. Fernando Augusto Moreira Co-orientadora: Prof^a. Dra. Marcela Silva Novo

Salvador-Ba 2016

Kroetz, Guilherme Saldanha Estudo Comparativo de Sobretensões Atmosféricas em Linha de Transmissão por meio do Método FDTD e do Programa ATP / Guilherme Saldanha Kroetz. -- Salvador, 2016. 88 f. : il

Orientador: Fernando Augusto Moreira. Coorientadora: Marcela Silva Novo. Dissertação (Mestrado - Engenharia Elétrica) --Universidade Federal da Bahia, Universidade Federal da Bahia, UFBA, 2016.

Descargas Atmosféricas. 2. ATP. 3. Método FDTD.
 Torre de transmissão. I. Moreira, Fernando Augusto.
 II. Novo, Marcela Silva. III. Título.

Guilherme Saldanha Kroetz

ESTUDO COMPARATIVO DE SOBRETENSÕES ATMOSFÉRICAS EM LINHA DE TRANSMISSÃO POR MEIO DO MÉTODO FDTD E DO PROGRAMA ATP

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Escola Politécnica, Universidade Federal da Bahia – UFBA, como requisito para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

Aprovada em 18 de agosto de 2016.

Prof. Fernando Augusto Moreira Membro Titular Interno (orientador) Prof. Marcela \$ilva Novo Membro Titular Interna (co-orientadora) Prof. Vitaly Felix Rodriguez Esquerre Membro Titular Interno Prof. Fabiano Fragoso Costa Membro Titular Interno Prof. João Bosco Gertrudes Membro Titular Externo

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente à Deus, por ter me dado forças e me inspirado durante todos os momentos de minha vida.

Aos meus pais e padrasto, Lúcio, Sandra e Carlos, por terem me educado e ensinado a sempre lutar pelos meus objetivos.

À minha namorada, Maiana, por todo seu apoio e pela sua presença, me proporcionando carinho e amor.

Às minhas avós, Geralda e Leci, que sempre me incentivaram e foram meus exemplos de força e perseverança.

Aos demais membros da minha família.

À minha sogra, pelo carinho, principalmente pelas deliciosas comidas preparadas para mim, me engordando.

Aos meus orientadores, prof. Fernando e prof^a. Marcela, pela paciência, amizade e conhecimentos compartilhados.

Aos meus amigos, Dudu, Carneroti e Chakal, por participarem de minha caminhada e de muitos momentos importantes.

Aos meus colegas e amigos de UFBA, Rodrigo, Diego e Volker, pelas boas resenhas e coleguismo.

À Universidade Federal da Bahia, por ter me proporcionado um ambiente de estudo excelente.

À CAPES, pelo apoio financeiro.

RESUMO

Neste trabalho é realizado um estudo comparativo das sobretensões atmosféricas nas cadeias de isoladores de torres de transmissão por meio do programa ATP e do método das Diferenças Finitas no Domínio do Tempo (FDTD), que foi implementado na linguagem FORTRAN. Para isto, na simulação no ATP, utilizou-se um modelo de torre de transmissão de múltiplos estágios, e valores recomendados dos parâmetros de descargas atmosféricas para várias tensões de transmissão. O modelo eletromagnético FDTD representa a onda esférica da descarga atmosférica plenamente, pois leva em consideração as equações de Maxwell em três dimensões. Em contrapartida, o ATP utiliza a teoria de linhas de transmissão, que leva em consideração o modo TEM de propagação. Como uma torre de transmissão é um sistema vertical em relação ao solo, a teoria de circuitos por parâmetros distribuídos não é adequada para lidar com a propagação eletromagnética da onda na torre. Cabe ressaltar que fenômenos muito rápidos não são modelados de forma precisa pela teoria de circuitos, de forma que uma solução de onda completa se faz necessária. Os resultados mostraram que os métodos utilizados se tornam mais discrepantes à medida que se utiliza torres com diferentes alturas da utilizada no experimento de Ishii para o cálculo da impedância de surto da torre de transmissão. Além disso, no ATP, ocorreu a inversão das tensões nas cadeias de isoladores para tempos de frente abaixo de 1µs. Deste modo, para descargas atmosféricas com tempos de frente muito rápidos e torres de transmissão muito elevadas, não se recomenda o programa ATP para o estudo de sobretensões atmosféricas em linhas de transmissão.

Palavras-chaves: Descargas atmosféricas, ATP, método FDTD, Torre de transmissão.

ABSTRACT

In this work an assessment study of lightning surges on transmission tower insulator strings through the ATP program and the Finite Difference Time Domain (FDTD) method, which was implemented in the FORTRAN language. In the ATP simulation, a multistory transmission tower model and recommended values of lightning parameters for various voltage transmission levels were used. The electromagnetic FDTD model can fully represent the spherical wave since it takes into account the Maxwell equations in three dimensions. On the other hand, the ATP uses the transmission line theory, which takes into account the TEM mode of propagation. As a transmission tower is a vertical system in relation to the ground, the distributed parameter circuit is not suitable for dealing with the electromagnetic wave propagation in the tower. Furthermore, very fast phenomena are not modeled accurately by circuit theory, so that a full-wave solution is needed. The results showed that the methods diverge for towers with different heights from the tower that Ishii used in the experiment to calculate the surge impedance of the transmission tower. Moreover, for rise times below 1µs, at the ATP program occurred the inversion of the voltage insulators chains. Thus, the ATP program is not recommended for the study of atmospheric surges in transmission lines with very fast lightning rise time and very high transmission towers.

Keywords: Lightning Surge, ATP, FDTD method, Transmission Tower.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	1 ii
LISTA DE ABREVIATURAS E SÍMBOLOS	iv
1 INTRODUÇÃO	
1.1 Introdução	
1.2 Objetivos Gerais e Específicos	
1.2.1 Objetivos Gerais	
1.2.2 Objetivos Específicos	
1.3 Estrutura do Trabalho	
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	5
3 PROGRAMA ATP – MODELO DE ISHII	
3.1 Programa ATP	
3.2 Modelo de Ishii	
3.2.1 Torre de Transmissão	
3.2.2 Circuito Equivalente do Sistema Medido	
3.3 COMENTÁRIOS FINAIS	
4 MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS NO D	OMÍNIO DO TEMPO (FDTD)
4.1 Introdução	
4.2 Formulação do Problema	
4.3 Discretização das Equações	
4.4 Modelagem de Fios Finos	
4.5 CAMADAS PERFEITAMENTE CASADAS	UNIAXIALMENTE (UPML) 27
4.5.1 Implementação da UPML no Método FDT	D 27
4.5.2 Graduação dos Parâmetros de Perda da UF	PML 32
4.6 Fluxograma do algoritmo e fonte de excitação.	
4.7 COMENTÁRIOS FINAIS	
5 RESULTADOS NUMÉRICOS	
5.1 COMPARAÇÃO E CONVERGÊNCIA	
5.2 TENSÃO NAS CADEIAS DE ISOLADORES	: FDTD X ATP 39
5.2.1 Tensão nas cadeias de isoladores \rightarrow tf = 0,	1µs 40
5.2.2 Tensão nas cadeias de isoladores \rightarrow tf = 0,	5µs 44

5.2.3	3 Tensão nas cadeias de isoladores \rightarrow tf = 1µs	46
5.2.4	4 Tensão nas cadeias de isoladores \rightarrow tf = 2µs	49
5.3	COMENTÁRIOS FINAIS	53
6 CC	ONCLUSÃO E PROPOSTAS DE CONTINUIDADE	54
6.1	INTRODUÇÃO	54
6.2	RESULTADOS ALCANÇADOS	
6.3	PROPOSTAS DE CONTINUIDADE	55
REFERÊ	NCIAS	56
ANEXO	A – ARTIGOS PUBLICADOS	61

LISTA DE FIGURAS

Fig. 3.1 – Componentes Utilizados no ATPDraw. (a) modelo LCC para linha de
transmissão; (b) impedância a parâmetros distribuídos; (c) resistência concentrada; (d)
capacitor concentrado; (e) indutância concentrada; (f) fonte de corrente degrau; (g)
spliter11
Fig. 3.2 - Modelo de Ishii de uma torre de Transmissão [6] 12
Fig. 3.3 - Circuito equivalente de um sistema com oito condutores para análise no ATP
[6]
Fig. 4.1 - Posições das componentes dos campos elétricos e magnéticos em uma célula
cúbica de Yee [45] 19
Fig. 4.2 - Ilustração do algoritmo de Yee unidimensional na propagação da onda
viajante por meio do uso de diferenças centrais para as derivadas espaciais e a técnica
de leapfrog para as derivadas temporais [46]
Fig. 4.3 - Representação do fio fino e das componentes elétricas e magnéticas dos
campos [47]25
Fig. 5.1 - Cenário para o cálculo das sobretensões atmosféricas em uma torre de
transmissão de 500kV [32]
Fig. 5.2 – Representação isométrica da torre de transmissão no domínio computacional
Fig. 5.3 - Representação em detalhe da torre de transmissão no domínio
computacional
Fig. 5.4 - Representação em 2D da torre de transmissão no domínio
computacional
Fig. 5.5 - Tensões nas cadeias de isoladores por meio do método FDTD e do software
ATP
Fig. 5.6 – Convergência do método FDTD
Fig. 5.7 - Tensões calculadas nas cadeias de isoladores para um tempo de subida de
0,1μs
Fig. 5.8 - Tensões calculadas nas cadeias de isoladores para um tempo de subida de
0,5μs
Fig. 5.9 - Tensões calculadas nas cadeias de isoladores para um tempo de subida de
1µs

Fig.	5.10 -	Tensões	calculadas	nas	cadeias	de	isoladores	para	um	tempo	de	subida	de
2µs.	•••••										••••		52

LISTA DE TABELAS

Tabela I:	Parâmetros do Modelo da Torre	35
Tabela II:	Discrepância entre os picos da Fase A no ATP e no FDTD para um Tempo de Frente de 0,1µs	41
Tabela III:	Discrepância entre os picos da Fase A no ATP e no FDTD para um Tempo de Frente de 0,5µs	44
Tabela IV:	Discrepância entre os picos da Fase A no ATP e no FDTD para um Tempo de Frente de 1µs	47
Tabela V:	Discrepância entre os picos da Fase A no ATP e no FDTD para um Tempo de Frente de 2µs	48
Tabela VI:	Discrepância entre os Picos da Fase A no ATP e no FDTD Para Diferen Tempos de Frente	ites 51

LISTA DE ABREVIATURAS E SÍMBOLOS

ABC	\rightarrow	Absorving Boudary Condition;
ACSR	\rightarrow	Aluminium Conductor Steel Reinforced;
ATP	\rightarrow	Alternative Transient Program;
EMTP	\rightarrow	Electromagnetic Transient Program
FDTD	\rightarrow	Finite Difference Time Domain;
FFT	\rightarrow	Fast Fourier Transform;
NEC-2	\rightarrow	Numerical Electromagnetic Code;
OPGW	\rightarrow	Optical Ground Wire;
TACS	\rightarrow	Transient Analysis of Control Systems;
TEM	\rightarrow	Transverse Electromagnetic Mode;
UPML	\rightarrow	Camada Perfeitamente Casadas Uniaxialmente;
VSTL	\rightarrow	Virtual Surge Test Lab;
α	\rightarrow	Coeficiente de atenuação ao longo da torre (adimensional);
С	\rightarrow	Velocidade de propagação da onda viajante na torre (m/s ²);
D	\rightarrow	Densidade de fluxo elétrico (C/m ²);
d	\rightarrow	Espessura da UPML (m);
ΔS	\rightarrow	Incremento espacial na direção x, y ou z;
Δt	\rightarrow	Incremento temporal;
Δx	\rightarrow	Incremento espacial na direção x;
Δy	\rightarrow	Incremento espacial na direção y;
Δz	\rightarrow	Incremento espacial na direção z;
\vec{E}	\rightarrow	Vetor intensidade de campo elétrico (V/m);
3	\rightarrow	Permissividade Elétrica (F/m);
h	\rightarrow	Altura da torre (m);
Ħ	\rightarrow	Vetor intensidade de campo magnético (A/m);
i	\rightarrow	Índice nodal da grade primária na direção x;
j	\rightarrow	Índice nodal da grade primária na direção y;
Ī	\rightarrow	Vetor densidade de corrente elétrica (A/m ²);
k	\rightarrow	Índice nodal da grade primária na direção z;
L	\rightarrow	Indutância (H);

т	\rightarrow	Fator de correção do fio fino (adimensional);
m'	\rightarrow	Fator de escalonamento polinomial;
n	\rightarrow	Normal;
η	\rightarrow	Impedância característica do meio;
ρ	\rightarrow	Densidade de carga elétrica (C/m ³);
r	\rightarrow	Raio desejado do fio fino (m);
<i>r</i> _o	\rightarrow	Raio intrínseco do fio fino (m);
R	\rightarrow	Resistência (Ω);
R_{f}	\rightarrow	Resistência de aterramento (Ω);
R(θ)	\rightarrow	Erro de reflexão (%);
S	\rightarrow	Variável complexa de expansão;
Ī	\rightarrow	Tensor diagonal uniaxial;
σ	\rightarrow	Condutividade elétrica (S/m).
σ_{ζ}^{max}	\rightarrow	Condutividade da UPML na fronteira externa (S/m);
τ	\rightarrow	Tempo de propagação da onda ao longo da torre (s);
μ	\rightarrow	Permeabilidade magnética (H/m);
V_p^{FDTD}	\rightarrow	Tensão de pico na cadeia de isoladores calculada pelo FDTD;
V_p^{ATP}	\rightarrow	Tensão de pico na cadeia de isoladores calculada pelo programa ATP;
Z_t	\rightarrow	Impedãncia de surto (Ω);
ω	\rightarrow	Frequência angular (rad/s);

1 INTRODUÇÃO

1.1 Introdução

O cálculo da sobretensão atmosférica nas cadeias de isoladores de uma torre de transmissão é deveras importante na coordenação de seus isolamentos. Caso esta sobretensão exceda a suportabilidade da isolação da linha, um arco de potência pode vir a ser formado e, consequentemente, haverá uma possível interrupção no fornecimento de energia às diversas cargas conectadas às linhas.

O desempenho de linhas de transmissão frente a surtos atmosféricos é, portanto, de grande interesse por parte das concessionárias de transmissão de energia elétrica. No Brasil, de acordo com [1], as descargas atmosféricas correspondem a 70% dos desligamentos em linhas de transmissão, e a 30% em linhas de distribuição. Segundo [2], a elevada ocorrência de descargas, no Brasil, decorre da intensa atividade de tempestades em relação à região global. Anualmente, ocorrem aproximadamente de 50 a 70 milhões de descargas nuvem-solo.

As descargas elétricas podem incidir diretamente nos condutores fase ou no cabo-guarda (descarga direta), atingir algum ponto próximo à linha (descarga indireta) ou atingir diretamente uma edificação. Um desligamento na linha pode ocorrer caso ocorra falha de blindagem do cabo-guarda (este é instalado acima dos condutores), a depender do nível de tensão do sistema. Caso a descarga atinja diretamente o topo da torre de transmissão ou o cabo-guarda, há a possibilidade da ocorrência de um *backflashover*, ou seja, de uma descarga disruptiva na cadeia de isoladores em decorrência do aumento da diferença de potencial entre os braços da torre e os condutores fase. Em relação às descargas indiretas, linhas de transmissão com tensão nominal igual ou superior a 69 kV raramente são afetadas, pois sua isolação é, no geral, suficientemente elevada para impedir uma descarga disruptiva na cadeia de isoladores, evitando, deste modo, o deligamento da linha [3].

Nos sistemas de transmissão de tensão nominal até 230 kV, as sobretensões de origem atmosféricas ditam os projetos de isolamento das linhas. Em sistemas com tensões superiores, o isolamento é, normalmente, ditado pelas sobretensões de manobra, desde que as linhas de transmissão sejam adequadamente projetadas, mediante a

determinação, conveniente, de espaçamentos elétricos, quantidade de isoladores, ângulo de blindagem e aterramento das estruturas [4].

Para aumentar-se a confiabilidade do sistema de transmissão de energia elétrica, recomenda-se: a utilização de equipamentos de proteção, como os para-raios, para que as sobretensões advindas das linhas - incidência direta ou indireta da descarga - não ultrapassem a suportabilidade dos isolamentos; e, dificultar a incidência direta nos condutores fase de descargas atmosféricas nas linhas e nos equipamentos [4].

Na fase de projeto, o aumento da confiabilidade está atrelado aos estudos de desempenho de linhas de transmissão. Em virtude disto, foram realizados numerosos estudos experimentais e teóricos envolvendo a representação da torre de transmissão, cujos principais trabalhos serão abordados no capitulo dois. É importante salientar que em estudos de desempenho de linhas de transmissão, o modelo da torre de transmissão em simulações computacionais deve ser o mais próximo possível da realidade. Como uma torre de transmissão é um sistema vertical em relação ao solo, a teoria de circuitos por parâmetros distribuídos não é adequada para lidar com a propagação eletromagnética da onda na torre. Isto se deve ao fato de que, à medida em que a onda se propaga do topo da torre de transmissão em direção ao solo, as linhas de força do campo elétrico ainda não atingiram o mesmo, logo, não faz sentido definir a capacitância por unidade de comprimento da torre em relação à terra. Outro fator importante é que o fluxo magnético gerado pela onda viajante permanece nas proximidades, deste modo, a impedância efetiva resultante é diferente daquela obtida considerando campos magnéticos quasi-estáticos. Mesmo se a impedância da torre for precisamente obtida por meio do método FDTD, as tensões nas cadeias de isoladores calculadas a partir desta impedância, pela teoria de circuitos, são consideradas incorretas [5].

Devido aos fatos supracitados, fenômenos muito rápidos devem ser analisados por métodos numéricos eletromagnéticos, como o método FDTD e o Método dos Momentos (MoM), pois levam em consideração as equações de Maxwell em três dimensões. Neste trabalho, é realizado um estudo comparativo das sobretensões atmosféricas nas cadeias de isoladores de torres de transmissão por meio do programa ATP, utilizando o modelo de Ishii [6], e do método FDTD, que foi implementado na linguagem FORTRAN.

1.2 Objetivos Gerais e Específicos

1.2.1 Objetivos Gerais

Dada à importância do estudo da proteção de torres de transmissão frente às descargas atmosféricas, é essencial que o modelo da torre de transmissão em simulações computacionais seja o mais próximo possível da realidade. É sabido que a teoria de circuitos por parâmetros distribuídos não é adequada para lidar com a propagação eletromagnética da onda em uma torre de transmissão. Além disto, fenômenos muito rápidos não são modelados de forma precisa pela teoria de circuitos, de forma que uma solução de onda completa se faz necessária. Diante do exposto, o objetivo central deste trabalho é o estudo comparativo de sobretensões atmosféricas nas cadeias de isoladores de torres de transmissão por meio do método FDTD, e do programa ATP. A expectativa é que a modelagem proposta sirva como base para o desenvolvimento de inúmeras atividades de pesquisa.

1.2.2 Objetivos Específicos

Para que o objetivo principal deste trabalho seja alcançado, alguns objetivos específicos devem ser atingidos:

- a) Desenvolver um modelo computacional tridimensional utilizando o método FDTD;
- b) Estudos dos recursos do ATP e a implementação do modelo de Ishii de uma torre de transmissão;
- c) Observar a resposta de torres de transmissão frente às descargas atmosféricas para torres de diferentes alturas.

1.3 Estrutura do Trabalho

O trabalho é dividido em seis capítulos, a constar:

Capítulo 2. Revisão bibliográfica dos principais trabalhos referentes ao estudo das sobretensões atmosféricas em torres de transmissão.

Capítulo 3. Trata do modelo da torre de transmissão, este foi implementado no programa ATP.

Capítulo 4. Este capítulo ilustra os conceitos, a formulação e a discretização do método FDTD, bem como a implementação dos fios finos e da camada de contorno absorvente.

Capítulo 5. Neste capítulo são apresentados os resultados numéricos das simulações realizadas no programa ATP e através do método FDTD. A comparação e a convergência do método FDTD também são mostradas.

Capítulo 6. É dedicado às conclusões.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Ao longo dos anos, a representação da torre de transmissão tem sido objeto de discussão entre os pesquisadores para fins de estudo em transitórios eletromagnéticos. Em termos gerais, o problema pode ser dividido em teórico e experimental. Este capítulo trata dos principais trabalhos envolvendo sobretensões atmosféricas, bem como a modelagem de torres de transmissão.

Jordan, em 1934, em um conjunto de três artigos [7-9], realizou o primeiro trabalho sobre o cálculo de sobretensões em cadeias de isoladores. Neste trabalho, o autor formulou teoricamente a impedância de surto da torre, baseada na equação de indutância de Neumann, e assumiu-se uma distribuição uniforme de corrente dentro da torre. Entretanto, o efeito da corrente de retorno foi desprezado e a velocidade de propagação na torre foi considerada como sendo a velocidade da luz. Nos cálculos, o modelo de torre considerado foi aproximado como um cilindro com altura igual ao da torre real e raio igual ao raio médio equivalente da torre [9 apud 10].

Uma nova metodologia, desenvolvida por Wagner [11] em 1950, teve como objetivo discutir e confrontar o método de Jordan. O mesmo tratou o assunto de forma mais rigorosa por meio da teoria de campos eletromagnéticos no cálculo das sobretensões nos isoladores, além disto, incluiu as características das descargas atmosféricas. Todavia, viu-se obrigado a simplificar seus resultados devido à complexidade computacional que o método exigia [11 apud 12]. Para isto, utilizou o método "Loop Voltage" [13] de Lundholm para reescrever o método de campos eletromagnéticos em uma forma mais simplificada e computacionalmente eficiente [14,15]. A velocidade de propagação da onda na torre foi considerada como a da luz.

Os trabalhos de Anderson e Fisher [16,17] de 1959 e 1960, respectivamente, foram muito importantes, pois estabeleceram as condições para os ensaios em modelos reduzidos. O trabalho de Sargent e Darveniza [18] em 1969 foi o mais importante em relação à modelagem de parâmetros, pois criaram o modelo cônico para as torres e modificaram o modelo de Wagner. Os autores também consideraram a velocidade de propagação como sendo a velocidade da luz.

Breuer [19] e Caswell [20] mediram a impedância de surto em torres reais por meio do método de reflexão, neste método, um condutor conectado no topo da torre injeta um pulso degrau e estima-se a impedância de surto da torre por meio da onda refletida no condutor. Neste caso, o campo associado à onda viajante obedece o modo TEM de propagação. Os valores medidos no topo da torre foram similares em ambos os trabalhos. Os autores utilizaram a velocidade da luz como velocidade de propagação na torre.

Destaca-se também o trabalho experimental realizado por Kawai [21] em 1967. Para a obtenção da impedância de surto da torre, o mesmo utilizou o método direto de medição, neste método, um gerador de pulso é colocado no topo da torre, deste modo, não existe um campo externo antes da aplicação da corrente no topo, e o campo se expande esfericamente a partir da fonte. Verificou-se que, a velocidade de propagação da onda medida dentro da torre ficou entre 70 e 80% da velocidade da luz. Além disto, constatou-se que a resposta da torre para ondas de corrente verticais diferem da resposta para ondas de corrente horizontais.

Chisholm [22,23], em 1985 por meio do método de reflectometria no domínio do tempo realizou medições de modelos em escala reduzida para medir a impedância de surto da torre. Injeções de corrente vertical e horizontal foram consideradas nas medições. Considerou-se a velocidade de propagação da onda na torre como a velocidade da luz.

Por meio do método direto, em 1991, Ishii [6] realizou experimentos em uma torre real de 500 kV com condutores de fase e cabos-guarda. Utilizou-se uma injeção de corrente em um condutor inclinado ligado ao topo da torre. Como resultado, um modelo de torre de transmissão de múltiplos níveis (*multistory model*) foi proposto no ATP. Posteriormente, em 1995, Yamada [24] realizou medições por meio do método direto em uma torre de transmissão real de 500 kV e circuito duplo, neste caso, considerou-se injeções de corrente em condutores inclinados e horizontais ligados ao topo da torre. Na injeção horizontal, foram utilizados balões para que os cabos de corrente e potencial auxiliar ficassem paralelos ao solo e perpendiculares à linha de transmissão. O autor propôs a impedância de surto da torre baseados no modelo de múltiplos níveis de Ishii. Em ambos os trabalhos, considerou-se a velocidade de propagação como sendo a da luz.

O trabalho de Matsumoto [25] de 1996 foi muito importante, pois foi o primeiro que mediu a sobretensão na cadeia de isoladores no mesmo instante em que uma descarga atmosférica atinge a torre. O autor aplicou o modelo de Ishii para uma torre de transmissão (275 kV) com pára-raios e comparou os resultados com os valores medidos. Os resultados mostraram que o modelo de múltiplos níveis pode simular satisfatoriamente as formas de onda e os picos de tensão nas cadeias de isoladores. Foi comprovada também a habilidade do pára-raios em diminuir as tensões nos isoladores.

Outro modelo para a representação da torre, também em 1996, foi proposta por Hara [26], incluindo os braços e os suportes da mesma. O modelo foi aplicado para uma torre de 500 kV, e os resultados mostraram que os valores mais próximos dos valores medidos foram os que consideraram os braços da torre. Foi provado também que a impedância de surto diminui em torno de 10% quando se adicionam os suportes. Considerou-se a velocidade de propagação como sendo a da luz.

Motoyama [27] em 1998, acrescentou ao modelo de múltiplos estágios de Ishii um modelo de backflashover e comparou os resultados obtidos com os valores medidos da tensão nas cadeias de isoladores no mesmo instante em que uma descarga atmosférica atinge uma torre de 275 kV, causando um backflashover na mesma. Constatou-se que os resultados do modelo proposto reproduzem satisfatoriamente os valores das medições.

O trabalho de Ametani [28], em 2005, explicou como se fazer uma simulação de surto atmosférico recomendada no Japão por meio do programa ATP. O mesmo discutiu os principais problemas dos modelos recomendados, tais como: os modelos para representar a torre de transmissão e o arco voltaico; e a impedância de aterramento.

Ishii e Baba [29] em 1997 modelaram uma torre de transmissão por meio do programa NEC-2, que utiliza o método dos momentos para resolver diretamente as equações de campo. Os autores fizeram um estudo sobre a influência dos braços e dos elementos horizontais e diagonais da torre na impedância de surto da mesma. Os resultados mostraram que os braços distorcem a forma de onda da tensão no topo da torre, mas caso os elementos diagonais sejam considerados, a oscilação da forma de onda é amortecida. Além disto, os elementos horizontais apresentam pouca influência nas características da impedância surto, enquanto que os elementos diagonais diminuem a impedância de surto em 10%.

Posteriormente, em 2000, Baba e Ishii [30], utilizaram o mesmo programa para investigar a resposta transitória de uma torre de transmissão com cabo-guarda e condutores fase. Foi constatado que o coeficiente de acoplamento entre o cabo-guarda e os condutores fase é muito maior quando se assume o modo TEM de propagação, afetando a estimação da tensão na cadeia de isoladores para surtos com tempos de frente rápidos.

Noda [31], em 2001, desenvolveu um programa chamado VSTL (Virtual Surge Test Lab) para análise de torres de transmissão, o mesmo utiliza o método das diferenças finitas no domínio do tempo para resolver as equações de Maxwell. Foi comprovada a acurácia do programa desenvolvido através da comparação dos resultados do mesmo com os valores obtidos em um experimento em escala reduzida. O autor afirmou que o programa VSTL é mais vantajoso que o NEC-2, pois consegue lidar com solos heterogêneos. Em 2005, o programa desenvolvido por Noda foi aperfeiçoado [32] e aplicado no cálculo de sobretensões atmosféricas em torre de transmissão. Novas geometrias na representação de condutores, modelos de circuito a parâmetros concentrados e um modelo para o canal de descarga foram implementados, bem como uma interface gráfica. Aplicou-se o programa em uma torre de transmissão de 500 kV com circuito duplo. Os resultados foram satisfatórios, e comprovou-se que o programa VSTL pode ser usado na simulação de problemas complexos. Posteriormente, em 2008, Noda [5], apresentou um método que utiliza os resultados obtidos no programa VSTL como dados de entrada para a torre de transmissão no ATP. Na simulação no ATP, o autor utilizou o modelo de Ishii para a representação da torre de transmissão. Foi mostrado que o novo modelo no ATP reproduz os resultados bem próximos em relação à simulação no VSTL.

Em 2009, Itamoto [33] comparou os resultados entre valores medidos e calculados da resposta de uma torre de transmissão frente à descargas atmosféricas. A medição foi realizada utilizando o método direto, e os valores calculados foram obtidos mediante simulação computacional por meio do programa VSTL, e do programa ATP (modelo de Ishii). Constatou-se que as formas de onda na cadeia de isoladores utilizando o método FDTD reproduzem bem as formas de onda dos valores medidos. Foi mostrado também que a geometria da torre, a disposição dos condutores e a resistividade do solo influenciam na tensão na cadeia de isoladores. Além disso, as formas de onda de tensão calculadas nas cadeias de isoladores no ATP diferem das formas de onda do programa VSTL.

No mesmo ano, Motoyama [34] realizou estudos experimentais, analíticos e numéricos (FDTD) em uma torre de transmissão de 500 kV sem os condutores fase e o cabo-guarda. Foram realizadas comparações entre os valores medidos e calculados. Os resultados mostraram que o ângulo e a direção da descarga de retorno são fatores importantes na estimação da resposta transitória da torre frente às descargas atmosféricas A velocidade de propagação medida da corrente na torre foi de 90% da

velocidade da luz, e contatou-se que a velocidade de propagação na torre não depende da configuração da injeção de corrente. Os resultados obtidos no FDTD foram próximos aos medidos. Além disto, a resposta transitória da torre para uma injeção de corrente vertical foi 30% maior em relação à injeção de corrente horizontal.

Recentemente, surgiram diversos trabalhos envolvendo a resposta transitória de uma torre de transmissão frente às descargas atmosféricas, esses trabalhos envolvem tanto o método FDTD [35-38], quanto o programa ATP [39-43]. Nestes trabalhos, o efeito corona foi levado em consideração nos estudos das sobretensões atmosféricas. Foi simulada a incidência de descargas atmosféricas tanto em uma torre de transmissão quanto em uma linha de transmissão. Constatou-se que a inclusão do efeito corona na simulação atenua a magnitude e altera a forma de onda das sobretensões associadas às correntes das descargas atmosféricas. Este fato se deve ao aumento do coeficiente de acoplamento entre o cabo-guarda e as fases, e à diminuição da impedância característica do local onde ocorre o efeito corona.

É importante ressaltar que no presente trabalho não foi considerado o efeito corona.

3 PROGRAMA ATP – MODELO DE ISHII

3.1 Programa ATP

O programa ATP (*Alternative Transients Program*) é um programa livre do tipo EMTP (*Electromagnetic Transient Program*) que possibilita a simulação de transitórios eletromagnéticos em sistemas polifásicos. O mesmo disponibiliza modelos para o estudo transitório, além de rotinas auxiliares para a representação de sistemas de controle e de componentes não convencionais. O programa utiliza a integração trapezoidal para a modelagem de elementos a parâmetros concentrados e o método de Bergeron para a modelagem de linhas de transmissão a parâmetros distribuídos. É o software mais utilizado entre os pesquisadores na área de transitórios eletromagnéticos, pois é robusto e confiável nos estudos dessa área.

Para a simulação, utilizou-se a versão gráfica do ATP, o *ATPDraw*. Este último permite ao usuário a criação e simulação de um sistema elétrico por meio da seleção de componentes pré-definidos. A biblioteca de modelos do programa ATP compreende os seguintes componentes:

- a) Elementos R, L, C lineares acoplados e não-acoplados;
- b) Linhas de transmissão modelos: Bergeron, PI, JMarti, Noda;
- c) Condutores a parâmetros distribuídos;
- d) Resistências e indutâncias não-lineares;
- e) Elementos não-lineares: transformadores com histerese e saturação, pára-raios e arcos voltaicos;
- f) Fontes analíticas;
- g) Chaves ordinárias, chaves dependentes da tensão e do tempo, e chaves estatísticas;
- h) Válvulas: diodos, tiristores, triacs;
- i) Máquinas rotativa;
- j) MODELS e TACS.

Dois módulos de simulação são integrados no ATP, a TACS (*Transient Analysis of Control Systems*), que é um módulo de simulação no domínio do tempo para análise de sistemas de controle. E a MODELS, a linguagem própria do ATP, que permite a

criação de rotinas para a representação de sistemas variantes no tempo, por meio de rotinas chamadas de *MODEL*. Os componentes utilizados no ATPDraw podem ser observados na Fig. 3.1.



Fig. 3.1 – Componentes Utilizados no ATPDraw. (a) modelo LCC para linha de transmissão; (b) impedância a parâmetros distribuídos; (c) resistência concentrada; (d) capacitor concentrado; (e) indutância concentrada; (f) fonte de corrente degrau; (g) spliter.

3.2 Modelo de Ishii

3.2.1 Torre de Transmissão

Ishii [6] realizou experimentos em uma torre de transmissão real de 500kV com circuito duplo e cabos-guarda. Como resultado, um modelo de torre de transmissão de múltiplos níveis (*multistory model*) foi proposto no ATP. O modelo de torre de Ishii consiste em quatro seções divididas em relação às posições dos braços superiores, medianos e inferiores da torre, o que permite o cálculo da tensão nas três cadeias de isoladores. A torre de transmissão, ilustrada na Fig.. 3.2, apresenta uma configuração vertical de múltiplos níveis, e é representada por quatro impedâncias de surto a parâmetros distribuídos (Z_t). Para representar a atenuação e a distorção da onda viajante, um circuito paralelo RL é inserido em cada seção.



Fig. 3.2 - Modelo de Ishii de uma torre de Transmissão [6].

Os valores de R e L são definidos de acordo com as seguintes equações [28]:

$$R_i = \Delta R_i \cdot x_i \tag{1}$$

$$L_i = 2\tau R_i \tag{2}$$

$$\Delta R_1 = \Delta R_2 = \Delta R_3 = \frac{2Z_{t1}}{(h - x_4)} \cdot \ln\left(\frac{1}{\alpha_1}\right) \tag{3}$$

$$\Delta R_4 = \frac{2Z_{t4}}{h} \cdot \ln\left(\frac{1}{\alpha_4}\right) \tag{4}$$

onde:

 $\tau = h/_{\mathcal{C}}$ – tempo de propagação da onda ao longo da torre;

h – altura da torre;

c - velocidade de propagação da onda viajante na torre;

 $\alpha_1 = \alpha_4$ – atenuação ao longo da torre;

 $R_{\rm f}$ – resistência de aterramento;

Z_t – impedância de surto.

3.2.1.1 Parâmetro Concentrado R

A resistência representa a atenuação da onda viajante ao longo da torre. A mesma é dependente da impedância de surto e do coeficiente de atenuação α introduzido por Kawai [21] no modelo de torre do mesmo. Quando a onda viajante refletida na base da torre chega ao topo, o potencial da torre começa a decrescer. Kawai constatou que a velocidade na qual o potencial decresce é menor nos cálculos que utilizam o modo TEM de propagação em comparação com valores medidos em torres reais. Devido a este fato, o autor supracitado introduziu o coeficiente de atenuação α para aproximar esta característica.

O coeficiente α é próximo à unidade e, geralmente, apresenta valores entre 0.8 e 0.9. Para o coeficiente, Ishii [6] e Ametani [28] utilizaram valores de 0,8 e 0,89, respectivamente. É importante salientar que a introdução de α resulta em um aumento no valor da tensão residual da torre à medida que o tempo passa. Por isso, Kawai teve que mudar o valor do coeficiente de acordo com o tempo de frente da corrente injetada.

3.2.1.2 Parâmetro Concentrado L

A indutância foi introduzida por Ishii [6] em seu modelo de torre de transmissão e permite uma maior acurácia na aproximação das características da cauda da onda viajante. Cabe ressaltar que esta indutância não é a mesma utilizada por alguns pesquisadores para a representação da torre de transmissão.

3.2.1.3 Impedância de Surto Z_t

A impedância de surto Z_t e o coeficiente de atenuação α do modelo de Ishii foram determinados por meio de medições realizadas em uma torre de transmissão com circuito duplo de 500kV de 62,8m, para uma injeção de corrente degrau unitário. A injeção do pulso de corrente foi realizada por meio de um condutor conectado ao braço do cabo-guarda através de duas resistências, uma de 1k Ω para dar forma à onda, e outra de 0,5 Ω , para medir a corrente injetada. As tensões nos isoladores foram medidas por um divisor de tensão de 10k Ω .

Ishii realizou dois experimentos por meio do método direto. No primeiro, com o cabo-guarda desconectado, para a obtenção do potencial da torre, mediu-se a diferença de potencial entre a mesma e o cabo-guarda. Neste caso, constatou-se que, o valor da impedância de surto medida da torre foi de 119Ω , e o potencial da torre cresce

gradualmente. No segundo experimento, com o cabo-guarda conectado, não foi medido o potencial da torre, pois não havia um condutor de referência para a medição do potencial. Neste experimento, o valor da impedância de surto leva em consideração o acoplamento entre o cabo-guarda e os condutores fase. O valor da impedância de surto da torre, estimada a partir da tensão na cadeia de isoladores na fase superior foi de 125Ω . Observou-se também que o potencial nos isoladores cresce abruptamente devido à influência exercida na tensão dos isoladores pelo aumento brusco do potencial no cabo-guarda e seu respectivo braço. Nos oscilogramas, foi observado também, que a velocidade de propagação da onda é muito próxima a da luz.

Ishii, em seu modelo, assumiu um valor maior de impedância de surto para as seções onde se encontram o cabo-guarda e os condutores fase, isto é, Z_{t1} . Este fato se deve ao elevado valor da impedância de transferência na cadeia de isoladores quando o cabo-guarda é conectado à torre. É importante salientar também que, em decorrência da dificuldade de se prever por meio do cálculo à mão os resultados da análise polifásica realizada pelo ATP, os valores ótimos das impedâncias de surto Z_t e do coeficiente de atenuação α foram determinados, segundo autor, pelo processo de tentativa e erro.

Na simulação do ATP, assim que a corrente é injetada no cabo-guarda, o acoplamento entre este, o solo e as fases é instantaneamente considerado, isto é, o efeito retardado do campo não pode ser simulado. A tensão no cabo-guarda é instantaneamente induzida nos condutores fase, levando a uma superestimação do efeito do acoplamento entre os cabos-guarda e os condutores fase. Pelo fato supracitado, o modelo de torre de Ishii compensa este efeito assumindo uma impedância de surto da torre mais elevada, o que afeta a porção inicial da corrente que flui no cabo-guarda, todavia, este efeito apresenta curta duração. O valor ótimo encontrado pelo autor para a impedância de surto Z_{t1} e Z_{t2} é de 220 Ω e 150 Ω , respectivamente.

3.2.2 Circuito Equivalente do Sistema Medido

No estudo da resposta de linhas de transmissão frente às descargas atmosféricas, o acoplamento entre o cabo-guarda e os condutores fases deve ser levado em consideração, sendo essencial examinar e selecionar um modelo de linha de transmissão para o sistema polifásico a ser estudado. O sistema estudado por Ishii [6] é mostrado na Fig. 3.3.



Fig. 3.3 - Circuito equivalente de um sistema com oito condutores para análise no ATP [6].

O modelo de linha de transmissão escolhido por Ishii foi o de Semlyen, que é dependente da frequência. O presente trabalho utilizou o modelo de Bergeron, cujos parâmetros são constantes no tempo, para a representação da linha de transmissão. A descarga atmosférica é modelada por meio de uma resistência em paralelo com uma fonte de corrente, vide Fig. 3.3. As fontes de tensão senoidais à esquerda da primeira torre e à direita da última torre foram inseridas para levar em consideração o efeito da tensão em regime permanente no sistema frente às descargas atmosféricas.

3.3 COMENTÁRIOS FINAIS

Foi apresentado neste capitulo o modelo de torre de transmissão de Ishii e o circuito equivalente do sistema estudado pelo mesmo. É importante observar que o coeficiente de atenuação α e as impedâncias de surto Z_{t1} e Z_{t2} permanecem as mesmas para diferentes alturas de torres, alterando-se apenas os parâmetros R e L. É importante salientar que Ametani [28] recomenda que os valores das impedâncias de surto Zt1 e Zt2, para torres acima dos 100m, sejam de 130 Ω e 90 Ω , respectivamente.

4 MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS NO DOMÍNIO DO TEMPO

(FDTD)

4.1 Introdução

O método das diferenças finitas no domínio do tempo (FDTD – *Finite Difference Time Domain*) foi introduzido por Yee [45] em 1966. Durante as décadas de 70 e 80, agências militares perceberam as limitações das soluções das equações integrais de Maxwell no domínio da frequência. Isto levou a uma nova alternativa: utilizar o método FDTD para resolver as equações de Maxwell. Desde então, o método FDTD tem sido amplamente utilizado pelos pesquisadores.

O algoritmo de Yee apresenta grande utilidade e aplicabilidade, pois é muito robusto. Há seis razões principais para o aumento do interesse no método FDTD para solucionar as equações de Maxwell [46]:

- Não utiliza álgebra linear, evitando as dificuldades advindas da manipulação e inversão de matrizes;
- 2) Apresenta elevada acurácia e robustez;
- Como é um técnica no domínio do tempo, trata comportamentos impulsivos e não-lineares naturalmente, pois calcula diretamente a resposta impulsiva e não-linear de um sistema eletromagnético;
- Flexibilidade na modelagem de geometrias complexas e meios nãohomogêneos;
- Por ser no domínio do tempo, o FDTD permite a modelagem de aplicações em banda larga, pois com uma Fast Fourier Transform (FFT), por exemplo, se tem a resposta em diferentes frequências;
- 6) A capacidade de visualização está aumentando rapidamente. Embora isto influencie todos os métodos numéricos, é particularmente vantajoso ao FDTD, pois gera vetores no tempo dos valores dos campos. Estes vetores são adequados para o uso em vídeos coloridos para ilustrar a dinâmica dos campos.

A técnica FDTD é um método de solução direta para as equações rotacionais de Maxwel no domínio do tempo. Ela é baseada na amostragem volumétrica dos vetores de campo elétrico \vec{E} e magnético \vec{H} dentro e em torno da estrutura de interesse, por um determinado período de tempo. As derivadas parciais das equações de Maxwell são substituídas por equações de diferenças finitas, resultando em valores da solução discretizados. O método FDTD resolve problemas complexos em três dimensões, todavia, quanto maior a dimensão do problema, maior o custo computacional, pois à medida que se aumenta a dimensão, uma maior quantidade de memória e tempo computacional são despendidos.

A amostragem espacial é determinada a partir da escolha do comprimento de onda da maior frequência a ser analisada no problema em questão. Tipicamente, 10 a 20 amostras por comprimento de onda são necessárias. Entretanto, devido a particularidades de alguns problemas, uma discretização mais refinada pode ser requerida. É importante salientar também que a amostragem temporal deve ser selecionada de tal modo que garanta a estabilidade numérica do algoritmo.

O método FDTD evolui no tempo, com o passo temporal calculado a partir do passo espacial, e simula a propagação de ondas eletromagnéticas em uma região espacial finita. Para simulações onde a região modelada deve se estender ao infinito, condições de contorno absorventes (ABC – *absorbing boundary conditions*) são empregadas para truncar a região de interesse. As ABCs evitam que reflexões oriundas da terminação da grade computacional contaminem a solução na região de interesse.

4.2 Formulação do Problema

Considere-se a forma diferencial das equações de Maxwell no domínio do tempo dada por [46]:

$$\nabla \times \vec{E} + \mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = 0 \tag{4.1a}$$

$$\nabla \times \vec{H} - \sigma \vec{E} - \varepsilon \frac{\partial E}{\partial t} = \vec{J}_s \tag{4.1b}$$

$$\nabla \cdot \varepsilon \vec{E} = \rho \tag{4.1c}$$

$$\nabla \cdot \mu \vec{H} = 0 \tag{4.1d}$$

onde:

- \vec{E} : Vetor intensidade de campo elétrico (volts/metro);
- \vec{H} : Vetor intensidade de campo magnético (amperes/metro);
- \vec{J} : Vetor densidade de corrente elétrica (amperes/metro²);
- ρ : Densidade de carga elétrica (coulombs/metro³);
- ϵ : Permissividade elétrica (F/m);
- μ : Permeabilidade magnética (H/m);
- σ : Condutividade elétrica (S/m).

Assume-se que os parâmetros constitutivos do meio $\mu > 0$, $\varepsilon > 0$ e $\sigma \ge 0$ podem variar com a posição. Teoricamente, o problema é definido sobre um domínio espacial tridimensional (3D) aberto (\Re^3). Entretanto, para fins computacionais, um sub-domínio $\Omega \subset \Re^3$ é utilizado, truncando-se a região de interesse. As equações (4.1) estão sujeitas a seguinte condição de contorno:

$$\vec{n} \times \vec{E}\big|_{\partial\Omega} = 0 \tag{4.2}$$

onde $\partial \Omega$ é o contorno da região de interesse e *n* é o vetor normal unitário à superfície. A implementação de camadas perfeitamente casadas uniaxialmente (UPML) à grade cartesiana do método FDTD será apresentada na seção 4.6.

O sistema de equações diferenciais parciais acoplados (4.1) forma a base do método numérico FDTD para as interações das ondas eletromagnéticas em objetos tridimensionais. No método FDTD, as leis de Gauss (4.1c) e (4.1d) não são discretizadas. Entretanto, a grade espacial do FDTD é estruturada de forma a satisfazer as leis de Gauss implicitamente. Isto é decorrente da posição de \vec{E} e \vec{H} na grade e das operações derivativas espaciais.

4.3 Discretização das Equações

Yee derivou um conjunto de equações de diferenças finitas para aproximar as equações de Maxwell no domínio do tempo [45]. Em sua formulação, o autor considerou o sistema de coordenadas cartesianas e o meio de investigação como isotrópico e sem perdas. O mesmo utilizou diferenças finitas centrais para discretizar as derivadas parciais temporais e espaciais das equações de Maxwell.

O algoritmo de Yee posiciona as componentes \vec{E} e \vec{H} em um espaço tridimensional de forma que cada componente \vec{E} é circundada por quatro componentes \vec{H} , e cada componente \vec{H} é circundada por quatro componentes \vec{E} . A presente técnica FDTD utiliza um esquema de grades entrelaçadas em coordenadas cartesianas, decompondo o domínio em dois conjuntos de células, denominadas células primárias e células duais. A grade primária ocupa todo o domínio de definição do problema, incluindo as fronteiras; a grade dual tem os pontos médios de suas arestas localizados no centros das faces das células primárias, como mostra a figura 4.1.



Fig. 4.1 - Posições das componentes dos campos elétricos e magnéticos em uma célula cúbica de Yee [45].

A localização das componentes $\vec{E} \in \vec{H}$ na grade espacial de Yee e as operações com diferenças centrais nestas componentes asseguram as relações das duas leis de Gauss. Portanto, a grade de Yee apresenta divergência nula em relação aos campos \vec{E} e \vec{H} na ausência de cargas elétricas e magnéticas livres. Os vértices da grade primária e da grade dual estão definidos em (x_i; y_j; z_k) e (x_i + $\Delta_x/2$, y_j + $\Delta_y/2$, z_k + $\Delta_z/2$), respectivamente. i, j e k são os índices nodais inteiros da grade primária, e Δ_x , $\Delta_y \in \Delta_z$ são os incrementos espaciais nas direções x, y e z, respectivamente.

A condutividade e a permissividade são uniformes sobre cada célula da grade primária, de forma que a transição das propriedades elétricas é feita na grade primária. Assim, as componentes de \vec{E} estão localizadas no ponto médio das arestas primárias (centro das faces duais), assegurando a continuidade das componentes tangenciais de \vec{E} . Cabe ressaltar que a componente normal de \vec{E} também é contínua na interface entre dois meios. As componentes de \vec{H} , por sua vez, estão posicionadas no ponto médio das arestas da grade dual (centro das faces primárias).

De forma análoga, a permeabilidade é uniforme sobre cada célula dual, de forma que a transição das propriedades magnéticas é realizada na grade dual e as componentes de \vec{H} também são contínuas na interface entre dois meios.

No espaço temporal, as componentes de campo $\vec{E} \in \vec{H}$ estão intercaladas de 0.5 incrementos temporais (Δt). A localização dos campos espaço-temporal pode ser observada na figura 4.2.



Fig. 4.2 - Ilustração do algoritmo de Yee unidimensional na propagação da onda viajante por meio do uso de diferenças centrais para as derivadas espaciais e a técnica de leapfrog para as derivadas temporais [46].

Todas as computações das componentes espaciais de \vec{E} são completadas e armazenadas na memória para um ponto particular no tempo utilizando os dados de \vec{H} previamente armazenados. Em seguida, todas as computações das componentes espaciais de \vec{H} são completadas e armazenadas na memória utilizando os dados de \vec{E} previamente calculados. Este processo continua até o final da simulação. Este arranjo, no qual um campo é atualizado e, em seguida, o outro campo é atualizado, é conhecido como *leap-frog* [45].

A notação introduzida por Yee para um ponto espacial uniforme, em uma grade retangular é dada por:

$$(i,j,k) = (i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z)$$
(4.3)

Então, a notação de qualquer função *u* calculada em um ponto discreto na grade e em um ponto discreto no tempo dá-se por:

$$u(i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z, n\Delta t) = u_{i,j,k}^{n}$$
(4.4)

onde Δt é o incremento temporal, e *n* é o instante de tempo (inteiro).

As equações rotacionais vetoriais de Maxwell (4.1a) e (4.1b) podem ser decompostas em seis equações escalares. Considerando a equação (4.1b) para o campo elétrico na direção de x, tem-se:

$$\frac{\partial E_x}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left[\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} - \left(J_{fonte_x} + \sigma E_x \right) \right]$$
(4.5)

Aproximando as derivadas parciais por diferenças finitas centrais para ambos, espaço e tempo, e considerando a localização espacial e temporal de E_x como (i+1/2, j, k,n); de acordo com a figura 4.1, a equação (4.5) pode ser escrita como:

$$\frac{E_{x}|_{i+1/2,j,k}^{n} - E_{x}|_{i+1/2,j,k}^{n-1}}{\Delta t} = \frac{1}{\varepsilon_{i+1/2,j,k}} \cdot \left(\frac{H_{z}|_{i+1/2,j+1/2,k}^{n-1/2} - H_{z}|_{i+1/2,j-1/2,k}^{n-1/2}}{\Delta y} - \frac{H_{y}|_{i+1/2,j,k+1/2}^{n-1/2} - H_{y}|_{i+1/2,j,k-1/2}^{n-1/2}}{\Delta z} - J_{fonte_{x}}|_{i+1/2,j,k}^{n-1/2} - \sigma_{i+1/2,j,k}E_{x}|_{i+1/2,j,k}^{n-1/2}}\right)$$
(4.6)

É importante notar que os campos à direita da igualdade são calculados no tempo n-1/2. Como os valores das componentes Ex estão armazenados nos instantes de tempo n inteiros, faz-se necessário uma interpolação para aproximar o valor de Ex no instante de tempo n-1/2. Esta interpolação é realizada por meio da seguinte aproximação explícita:

$$E_{x}|_{i+1/2,j,k}^{n-1/2} = \frac{E_{x}|_{i+1/2,j,k}^{n} - E_{x}|_{i+1/2,j,k}^{n-1}}{2}$$
(4.7)

Substituindo (4.7) em (4.6), isolando $E_x|_{i+1/2,j,k}^n$ e dividindo ambos os lados da equação (4.6) por $\left(1 + \frac{\sigma_{i+1/2,j,k}\Delta t}{2\varepsilon_{i+1/2,j,k}}\right)$, resulta em:

$$E_{x}|_{i+1/2,j,k}^{n} = \left(\frac{1 - \frac{\sigma_{i+1/2,j,k}\Delta t}{2\varepsilon_{i+1/2,j,k}}}{1 + \frac{\sigma_{i+1/2,j,k}\Delta t}{2\varepsilon_{i+1/2,j,k}}}\right) E_{x}|_{i+1/2,j,k}^{n-1} + \left(\frac{\frac{\Delta t}{\varepsilon_{i+1/2,j,k}}}{1 + \frac{\sigma_{i+1/2,j,k}\Delta t}{2\varepsilon_{i+1/2,j,k}}}\right)$$
$$\cdot \left(\frac{H_{z}|_{i+1/2,j+1/2,k}^{n-1/2} - H_{z}|_{i+1/2,j-1/2,k}^{n-1/2}}{\Delta y} - \frac{H_{y}|_{i+1/2,j,k+1/2}^{n-1/2} - H_{y}|_{i+1/2,j,k-1/2}^{n-1/2}}{\Delta z}$$
$$-J_{fonte_{x}}|_{i+1/2,j,k}^{n}\right)$$
(4.8a)

O procedimento para cálculo das componentes E_y e E_z é semelhante ao descrito anteriormente para a componente em *x*, deste modo, temos:

$$E_{y}\Big|_{i,j+1/2,k}^{n} = \left(\frac{1 - \frac{\sigma_{i,j+1/2,k}\Delta t}{2\varepsilon_{i,j+1/2,k}}}{1 + \frac{\sigma_{i,j+1/2,k}\Delta t}{2\varepsilon_{i,j+1/2,k}}}\right) E_{y}\Big|_{i,j+1/2,k}^{n-1} + \left(\frac{\frac{\Delta t}{\varepsilon_{i,j+1/2,k}}}{1 + \frac{\sigma_{i,j+1/2,k}\Delta t}{2\varepsilon_{i,j+1/2,k}}}\right)$$
$$\cdot \left(\frac{H_{x}\Big|_{i,j+1/2,k+1/2}^{n-1/2} - H_{x}\Big|_{i,j+1/2,k-1/2}^{n-1/2}}{\Delta z} - \frac{H_{z}\Big|_{i+1/2,j+1/2,k}^{n-1/2} - H_{z}\Big|_{i-1/2,j+1/2,k}^{n-1/2}}{\Delta x}$$
$$-J_{fonte_{y}}\Big|_{i,j+1/2,k}^{n-1/2}\right)$$
(4.8b)

$$E_{z}|_{i,j,k+1/2}^{n} = \left(\frac{1 - \frac{\sigma_{i,j,k+1/2}\Delta t}{2\varepsilon_{i,j,k+1/2}}}{1 + \frac{\sigma_{i,j,k+1/2}\Delta t}{2\varepsilon_{i,j,k+1/2}}}\right) E_{z}|_{i,j,k+1/2}^{n} + \left(\frac{\frac{\Delta t}{\varepsilon_{i,j,k+1/2}}}{1 + \frac{\sigma_{i,j,k+1/2}\Delta t}{2\varepsilon_{i,j,k+1/2}}}\right)$$
$$\cdot \left(\frac{H_{y}|_{i+1/2,j,k+1/2}^{n-1/2} - H_{y}|_{i-1/2,j,k+1/2}^{n-1/2}}{\Delta x} - \frac{H_{x}|_{i,j+1/2,k+1/2}^{n-1/2} - H_{x}|_{i,j-1/2,k+1/2}^{n-1/2}}{\Delta y}\right)$$
$$-J_{fonte_{z}}|_{i,j,k+1/2}^{n-1/2}$$
(4.8c)
Por analogia, é possível expressar a Lei de Faraday (4.1a) por meio das equações de diferenças finitas. As expressões para as componentes H_x , H_y e H_z , levando em consideração a discretização apresentada na Fig. 4.1, são:

$$H_{x}|_{i,j+1/2,k+1/2}^{n+1/2} = H_{x}|_{i,j+1/2,k+1/2}^{n-1/2} + \frac{\Delta t}{\mu_{i,j+1/2,k+1/2}} \\ \cdot \left(\frac{E_{y}|_{i,j+1/2,k+1}^{n} - E_{y}|_{i,j+1/2,k}^{n}}{\Delta z} - \frac{E_{z}|_{i,j+1,k+1/2}^{n} - E_{z}|_{i,j,k+1/2}^{n}}{\Delta y}\right) \quad (4.9a)$$

$$H_{y}\Big|_{i+1/2,j,k+1/2}^{n+1/2} = H_{y}\Big|_{i+1/2,j,k+1/2}^{n-1/2} + \frac{\Delta t}{\mu_{i+1/2,j,k+1/2}} \\ \cdot \left(\frac{E_{z}\Big|_{i+1,j,k+1/2}^{n} - E_{z}\Big|_{i,j,k+1/2}^{n}}{\Delta x} - \frac{E_{x}\Big|_{i+1/2,j,k+1}^{n} - E_{x}\Big|_{i+1/2,j,k}^{n}}{\Delta z}\right)$$
(4.9b)

$$H_{z}|_{i+1/2,j+1/2,k}^{n+1/2} = H_{z}|_{i+1/2,j+1/2,k}^{n-1/2} + \frac{\Delta t}{\mu_{i+1/2,j+1/2,k}} \\ \cdot \left(\frac{E_{x}|_{i+1/2,j+1,k}^{n} - E_{x}|_{i+1/2,j,k}^{n}}{\Delta y} - \frac{E_{y}|_{i+1,j+1/2,k}^{n} - E_{y}|_{i,j+1/2,k}^{n}}{\Delta x}\right) \quad (4.9c)$$

É possível observar, por meio do sistema de expressões (4.8) e (4.9), que o cálculo de uma determinada componente de campo em qualquer ponto da grade de Yee depende apenas do seu valor anterior, dos valores anteriores das outras componentes dos pontos adjacentes, e da fonte elétrica presente no problema. Portanto, em qualquer passo de tempo, a computação dos campos vetoriais pode ser processada um ponto por vez, ou, caso haja p processadores, p pontos por vez.

É mais vantajoso utilizar um incremento temporal maior, pois o tempo de simulação seria menor, todavia, os limites do critério de Courant devem ser respeitados para que a simulação FDTD não se torne instável. Essa condição, em coordenadas cartesianas, é dada por [46]:

$$\Delta t = \frac{1}{c \left(\frac{1}{(\Delta x)^2} + \frac{1}{(\Delta y)^2} + \frac{1}{(\Delta z)^2}\right)^{1/2}}$$
(4.12)

onde Δx , Δy e Δz são as dimensões espaciais mínimas da célula de discretização nas direções *x*, *y* e *z*, respectivamente, e *c* é a velocidade da luz no espaço livre.

4.4 Modelagem de Fios Finos

Um fio fino (*thin wire*) é definido como um condutor cujo raio é menor que o tamanho da célula na modelagem FDTD. No presente trabalho, utiliza-se a aproximação introduzida em [47] para a representação do fio fino. Em sua formulação, os campos elétricos e magnéticos das células adjacentes ao fio fino, são corrigidos em função do raio do mesmo. Esta correção é realizada através da modificação da permissividade e da permeabilidade das células adjacentes.

A Fig. 4.3(a) ilustra um fio condutor eletricamente perfeito de raio r centralizado no eixo z, com permissividade ε e permeabilidade μ . A seção transversal do fio e as respectivas componentes dos campos adjacentes que devem ser ponderadas na representação do fio fino estão mostradas nas Figs. 4.3(b), 4.3(c), 4.3(d) e 4.3(e). O fator de correção m é determinado de tal forma que os quatro campos elétricos adjacentes ao fio fino da Fig. 4.3(b) sejam iguais às da Fig. 4.3(d), bem como os quatro campos magnéticos adjacentes ao fio fino da Fig. 4.3(c) sejam iguais aos da Fig. 4.3(e). Esta teoria assume que os campos elétricos e magnéticos são estáticos dentro da fronteira B.

Como a distância entre o fio fino e a fronteira $B \in \Delta s$ (os incrementos espaciais nas direções x, y e z apresentam mesmo valor), $B \in uma$ superfície equipotencial em relação ao fio condutor, logo, m pode ser determinado por meio da capacitância entre os mesmos. Por simplicidade, assume-se que $B \in um$ cilindro de raio Δs , a seguinte equação deve ser satisfeita:

$$\frac{2\pi\varepsilon}{\ln\left(\frac{\Delta s}{r}\right)} = \frac{2\pi m\varepsilon}{\ln\left(\frac{\Delta s}{r_0}\right)} \tag{4.13}$$

Resolvendo a equação (4.13) para *m*, tem-se:

$$m = \frac{\ln\left(\frac{\Delta s}{r_0}\right)}{\ln\left(\frac{\Delta s}{r}\right)} \tag{4.14}$$



Fig. 4.3 – Representação do fio fino e das componentes elétricas e magnéticas dos campos [47].

Para se obter o valor de *m* para um determinado raio desejado *r*, é preciso calcular o valor do raio intrínseco r_0 do fio fino com a permissividade ε e a permeabilidade normalizados em relação à E_2 para uma fonte de corrente degrau com valor arbitrário, como pode ser observado por meio da Fig. 4.4. É importante salientar que os campos elétricos utilizados são obtidos após o sistema entrar em regime permanente. A função do campo elétrico *E* foi calculado por [47] analiticamente:

$$E = \frac{3\Delta s}{2x} \tag{4.15}$$



Fig. 4.4 – Representação do fio fino e das componentes elétricas e magnéticas dos campos [47].

É possível observar também, na Fig. 4.4, que apenas o campo elétrico E_1 não apresenta valor próximo ao calculado por (4.15). Como E_1 representa o campo elétrico entre x = 0 e $x = \Delta s$, a diferença de potencial entre 0 e Δs é 2,206 Δs . Em seguida, calcula-se o potencial para a equação (4.15) entre r_0 e Δs , tem-se:

$$\int_{r_0}^{\Delta s} E dx = \frac{3\Delta s}{2} ln \frac{\Delta s}{r_0} \rightarrow 2,206\Delta s = \frac{3\Delta s}{2} ln \frac{\Delta s}{r_0}$$
$$r_0 \simeq 0,2298\Delta s \tag{4.16}$$

Este é o valor do raio intrínseco r_0 do fio fino no FDTD. Substituindo (4.16) em (4.14), o fator de correção m para um determinado raio desejado pode ser obtido pela seguinte equação:

$$m \cong \frac{1,471}{\ln\left(\frac{\Delta s}{r}\right)} \tag{4.17a}$$

Este trabalho utilizou a correção de [48] para diminuir o erro em relação à utilização de um raio muito menor que a célula de Yee. Deste modo, r é substituído no cálculo do coeficiente m por r:

$$m \cong \frac{1,471}{\ln\left(\frac{\Delta s}{r'}\right)} \tag{4.17b}$$

onde

$$r' = \frac{0.2298}{0.199}r \tag{4.18}$$

4.5 CAMADAS PERFEITAMENTE CASADAS UNIAXIALMENTE (UPML)

Uma camada perfeitamente casada uniaxialmente (UPML) é incorporada nas terminações da grade a fim de absorver as ondas refletidas. Isto é feito por meio de modificações dos parâmetros constitutivos dentro da região da UPML e, portanto, não requer qualquer modificação nas equações de Maxwell.

4.5.1 Implementação da UPML no Método FDTD.

A definição de um tensor geral diagonal \overline{s} permite que o meio PML uniaxial seja utilizado em toda a grade computacional. Assim, as equações rotacionais de Maxwell no domínio da frequência na UPML podem ser escritas de maneira geral através das equações:

$$\nabla \times \mathbf{\breve{H}} = j\omega\varepsilon\bar{s}\mathbf{\breve{E}} \tag{4.19a}$$

$$\nabla \times \mathbf{\breve{E}} = -j\omega\mu\bar{s}\mathbf{\breve{H}} \tag{4.19b}$$

O tensor diagonal uniaxial \overline{s} é definido como:

$$\bar{s} = \begin{bmatrix} s_x^{-1} & 0 & 0\\ 0 & s_x & 0\\ 0 & 0 & s_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_y & 0 & 0\\ 0 & s_y^{-1} & 0\\ 0 & 0 & s_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_z & 0 & 0\\ 0 & s_z & 0\\ 0 & 0 & s_z^{-1} \end{bmatrix}$$
$$\bar{s} = \begin{bmatrix} s_y s_z s_x^{-1} & 0 & 0\\ 0 & s_x s_z s_y^{-1} & 0\\ 0 & 0 & s_x s_y s_z^{-1} \end{bmatrix}$$
(4.20)

onde s_x, s_y e s_z são as variáveis complexas de expansão, dadas por:

$$s_x = k_x + \frac{\sigma_x}{j\omega\varepsilon_0} \tag{4.21a}$$

$$s_y = k_y + \frac{\sigma_y}{j\omega\varepsilon_0} \tag{4.21b}$$

$$s_z = k_z + \frac{\sigma_z}{j\omega\varepsilon_0} \tag{4.21c}$$

e k_x , k_y e k_z apresentam, neste caso, valores iguais a 1.

Substituindo (4.20) em (4.19a), tem-se:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \tilde{H}_z}{\partial y} - \frac{\partial \tilde{H}_y}{\partial z} \\ \frac{\partial \tilde{H}_z}{\partial z} - \frac{\partial \tilde{H}_z}{\partial x} \\ \frac{\partial \tilde{H}_y}{\partial x} - \frac{\partial \tilde{H}_x}{\partial y} \end{bmatrix} = j\omega\varepsilon \begin{bmatrix} s_y s_z s_x^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & s_x s_z s_y^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & s_x s_y s_z^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{E}_x \\ \tilde{E}_y \\ \tilde{E}_z \end{bmatrix}$$
(4.22)

Para desacoplar os termos dependentes da frequência na equação acima, utilizase a seguinte relação:

$$\breve{D}_x = \varepsilon \frac{s_z}{s_x} \breve{E}_x \tag{4.23a}$$

$$\breve{D}_y = \varepsilon \frac{s_x}{s_y} \breve{E}_y \tag{4.23b}$$

$$\breve{D}_z = \varepsilon \frac{s_y}{s_z} \breve{E}_z \tag{4.23c}$$

onde *D* é a densidade de fluxo elétrico (C/m^2).

Deste modo, a equação (4.22) pode ser reescrita como:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \breve{H}_z}{\partial y} - \frac{\partial \breve{H}_y}{\partial z} \\ \frac{\partial \breve{H}_x}{\partial z} - \frac{\partial \breve{H}_z}{\partial x} \\ \frac{\partial \breve{H}_y}{\partial x} - \frac{\partial \breve{H}_x}{\partial y} \end{bmatrix} = j\omega \begin{bmatrix} s_y & 0 & 0 \\ 0 & s_z & 0 \\ 0 & 0 & s_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \breve{D}_x \\ \breve{D}_y \\ \breve{D}_z \end{bmatrix}$$
(4.24)

A substituição de (4.21) em (4.24) e aplicação da Transformada Inversa de Fourier produz um sistema equivalente de equações diferenciais no domínio do tempo:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} \\ \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} \\ \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \end{bmatrix} = \frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} k_y & 0 & 0 \\ 0 & k_z & 0 \\ 0 & 0 & k_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{bmatrix} + \frac{1}{\varepsilon_0} \begin{bmatrix} \sigma_y & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_z & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{bmatrix}$$
(4.25)

O sistema de equações descrito na equação (4.25) pode ser discretizado por meio do algoritmo de diferenças finitas desenvolvido por Yee. Assim, as equações para o fluxo elétrico nas direções x, y e z são dadas por:

$$D_{x}|_{i+1/2,j,k}^{n+1} = \left(\frac{2\varepsilon_{0}k_{y} - \sigma_{y}\Delta t}{2\varepsilon_{0}k_{y} + \sigma_{y}\Delta t}\right) D_{x}|_{i+1/2,j,k}^{n} + \left(\frac{2\varepsilon_{0}\Delta t}{2\varepsilon_{0}k_{y} + \sigma_{y}\Delta t}\right) \cdot \left(\frac{H_{z}|_{i+1/2,j+1/2,k}^{n+1/2} - H_{z}|_{i+1/2,j-1/2,k}^{n+1/2}}{\Delta y} - \frac{H_{y}|_{i+1/2,j,k+1/2}^{n+1/2} - H_{y}|_{i+1/2,j,k-1/2}^{n+1/2}}{\Delta z}\right)$$
(4.26*a*)

$$D_{y}\Big|_{i,j+1/2,k}^{n+1} = \left(\frac{2\varepsilon_{0}k_{z} - \sigma_{z}\Delta t}{2\varepsilon_{0}k_{z} + \sigma_{z}\Delta t}\right) D_{y}\Big|_{i,j+1/2,k}^{n} + \left(\frac{2\varepsilon_{0}\Delta t}{2\varepsilon_{0}k_{z} + \sigma_{z}\Delta t}\right) \cdot \left(\frac{H_{x}\Big|_{i,j+1/2,k+1/2}^{n+1/2} - H_{x}\Big|_{i,j+1/2,k-1/2}^{n+1/2}}{\Delta z} - \frac{H_{z}\Big|_{i+1/2,j+1/2,k}^{n+1/2} - H_{z}\Big|_{i-1/2,j+1/2,k}^{n+1/2}}{\Delta x}\right) (4.26b)$$

$$D_{z}|_{i,j,k+1/2}^{n+1} = \left(\frac{2\varepsilon_{0}k_{x} - \sigma_{x}\Delta t}{2\varepsilon_{0}k_{x} + \sigma_{x}\Delta t}\right)E_{z}|_{i,j,k+1/2}^{n} + \left(\frac{2\varepsilon_{0}\Delta t}{2\varepsilon_{0}k_{x} + \sigma_{x}\Delta t}\right)\cdot \left(\frac{H_{y}|_{i+1/2,j,k+1/2}^{n} - H_{y}|_{i-1/2,j,k+1/2}^{n}}{\Delta x} - \frac{H_{x}|_{i,j+1/2,k+1/2}^{n} - H_{x}|_{i,j-1/2,k+1/2}^{n}}{\Delta y}\right) (4.26c)$$

Para o cálculo do campo elétrico E_x , ambos os lados da equação (4.23a) são multiplicados por s_x , e substitui-se s_z por (4.21c):

$$\left(k_{x} + \frac{\sigma_{x}}{j\omega\varepsilon_{0}}\right)\breve{D}_{x} = \varepsilon \left(k_{z} + \frac{\sigma_{z}}{j\omega\varepsilon_{0}}\right)\breve{E}_{x}$$

$$(4.27)$$

Multiplicando ambos os lados da equação (4.27) por j ω e transformando-a para o domínio do tempo, tem-se:

$$\frac{\partial}{\partial t}(k_x D_x) + \frac{\sigma_x}{\varepsilon_0} D_x = \varepsilon \left[\frac{\partial}{\partial t}(k_z E_x) + \frac{\sigma_z}{\varepsilon_0} E_x \right]$$
(4.28)

Em seguida, as derivadas temporais da equação (4.28) são discretizadas através do algoritmo de Yee e a mesma é resolvida para o campo elétrico E_x :

$$E_{x}|_{i+1/2,j,k}^{n+1} = \left(\frac{2\varepsilon_{0}k_{z} - \sigma_{z}\Delta t}{2\varepsilon_{0}k_{z} + \sigma_{z}\Delta t}\right)E_{x}|_{i+1/2,j,k}^{n} + \left(\frac{1}{(2\varepsilon_{0}k_{z} + \sigma_{z}\Delta t)\varepsilon}\right) \cdot \left[(2\varepsilon_{0}k_{x} + \sigma_{x}\Delta t)D_{x}|_{i+1/2,j,k}^{n+1} - (2\varepsilon_{0}k_{x} - \sigma_{x}\Delta t)D_{x}|_{i+1/2,j,k}^{n}\right]$$
(4.29a)

O mesmo processo é utilizado para o cálculo dos campos elétricos E_y e E_z , assim, tem-se:

$$E_{y}\Big|_{i,j+1/2,k}^{n+1} = \left(\frac{2\varepsilon_{0}k_{x} - \sigma_{x}\Delta t}{2\varepsilon_{0}k_{x} + \sigma_{x}\Delta t}\right)E_{y}\Big|_{i,j+1/2,k}^{n} + \left(\frac{1}{(2\varepsilon_{0}k_{x} + \sigma_{x}\Delta t)\varepsilon}\right) \cdot \left[\left(2\varepsilon_{0}k_{y} + \sigma_{y}\Delta t\right)D_{y}\Big|_{i,j+1/2,k}^{n+1} - \left(2\varepsilon_{0}k_{y} - \sigma_{y}\Delta t\right)D_{y}\Big|_{i,j+1/2,k}^{n}\right]$$
(4.29b)

$$E_{z}|_{i,j,k+1/2}^{n+1} = \left(\frac{2\varepsilon_{0}k_{y} - \sigma_{y}\Delta t}{2\varepsilon_{0}k_{y} + \sigma_{y}\Delta t}\right)E_{x}|_{i,j,k+1/2}^{n} + \left(\frac{1}{(2\varepsilon_{0}k_{y} + \sigma_{y}\Delta t)\varepsilon}\right)\cdot \left[(2\varepsilon_{0}k_{z} + \sigma_{z}\Delta t)D_{z}|_{i,j,k+1/2}^{n+1} - (2\varepsilon_{0}k_{z} - \sigma_{z}\Delta t)D_{z}|_{i,j,k+1/2}^{n}\right]$$
(4.29c)

De modo geral, a atualização das componentes do campo elétrico \vec{E} na UPML requer dois passos em sequência, primeiramente, calcula-se os valores das componentes de \vec{D} , a partir de (4.26), em seguida, estas novas componentes de \vec{D} são utilizadas para a obtenção das componentes de \vec{E} , de acordo com (4.29).

Um procedimento similar de dois passos é necessário para o cálculo das componentes de \vec{H} . Primeiro calcula-se as componentes de \vec{B} , posteriormente, estas são utilizadas para o cálculo das componentes de \vec{H} . As equações de atualização de \vec{B} e \vec{H} são dadas a seguir:

$$B_{x}\Big|_{i,j+1/2,k+1/2}^{n+3/2} = \left(\frac{2\varepsilon_{0}k_{y} - \sigma_{y}\Delta t}{2\varepsilon_{0}k_{y} + \sigma_{y}\Delta t}\right)B_{x}\Big|_{i,j+1/2,k+1/2}^{n+1/2} - \left(\frac{2\varepsilon_{0}\Delta t}{2\varepsilon_{0}k_{y} + \sigma_{y}\Delta t}\right).$$

$$\left(\frac{E_{z}|_{i,j+1,k+1/2}^{n+1} - E_{z}|_{i,j,k+1/2}^{n+1}}{\Delta y} - \frac{E_{y}|_{i,j+1/2,k+1}^{n+1} - E_{y}|_{i,j+1/2,k}^{n+1}}{\Delta z}\right) \quad (4.30a)$$

$$B_{y}\Big|_{i+1/2,j,k+1/2}^{n+3/2} = \left(\frac{2\varepsilon_{0}k_{z} - \sigma_{z}\Delta t}{2\varepsilon_{0}k_{z} + \sigma_{z}\Delta t}\right)B_{y}\Big|_{i+1/2,j,k+1/2}^{n+1/2} - \left(\frac{2\varepsilon_{0}\Delta t}{2\varepsilon_{0}k_{z} + \sigma_{z}\Delta t}\right) \cdot \left(\frac{E_{x}\Big|_{i+1/2,j,k+1}^{n+1} - E_{x}\Big|_{i+1/2,j,k}^{n+1}}{\Delta z} - \frac{E_{z}\Big|_{i+1,j,k+1/2}^{n+1} - E_{z}\Big|_{i,j,k+1/2}^{n+1}}{\Delta x}\right)$$
(4.30b)

$$B_{z}|_{i+1/2,j+1/2,k}^{n+3/2} = \left(\frac{2\varepsilon_{0}k_{x} - \sigma_{x}\Delta t}{2\varepsilon_{0}k_{x} + \sigma_{x}\Delta t}\right)B_{z}\Big|_{i+1/2,j+1/2,k}^{n+1/2} - \left(\frac{2\varepsilon_{0}\Delta t}{2\varepsilon_{0}k_{x} + \sigma_{x}\Delta t}\right) \cdot \left(\frac{E_{y}|_{i+1,j+1/2,k}^{n} - E_{y}|_{i,j+1/2,k}^{n}}{\Delta x} - \frac{E_{x}|_{i+1/2,j+1,k}^{n} - E_{x}|_{i+1/2,j,k}^{n}}{\Delta y}\right)$$
(4.30*c*)

O 2° passo envolve a atualização das componentes \vec{H} na UPML utilizando os valores das componentes \vec{B} , obtidas através de (4.30). Aqui, a relação $\vec{B}_x = \mu(s_z/s_x)\vec{H}_x$ foi utilizada para a obtenção das expressões para o campo magnético \vec{H} :

$$H_{x}|_{i,j+1/2,k+1/2}^{n+3/2} = \left(\frac{2\varepsilon_{0}k_{z} - \sigma_{z}\Delta t}{2\varepsilon_{0}k_{z} + \sigma_{z}\Delta t}\right)H_{x}\Big|_{i,j+1/2,k+1/2}^{n+1/2} + \left(\frac{1}{(2\varepsilon_{0}k_{z} + \sigma_{z}\Delta t)\mu}\right) \cdot \left[(2\varepsilon_{0}k_{x} + \sigma_{x}\Delta t)B_{x}|_{i,j+1/2,k+1/2}^{n+3/2} - (2\varepsilon_{0}k_{x} - \sigma_{x}\Delta t)H_{x}|_{i,j+1/2,k+1/2}^{n+1/2}\right]$$
(4.31*a*)

$$H_{y}\Big|_{i+1/2,j,k+1/2}^{n+3/2} = \left(\frac{2\varepsilon_{0}k_{x} - \sigma_{x}\Delta t}{2\varepsilon_{0}k_{x} + \sigma_{x}\Delta t}\right)H_{y}\Big|_{i+1/2,j,k+1/2}^{n+1/2} + \left(\frac{1}{(2\varepsilon_{0}k_{x} + \sigma_{x}\Delta t)\mu}\right) \cdot \left[\left(2\varepsilon_{0}k_{y} + \sigma_{y}\Delta t\right)B_{y}\Big|_{i+1/2,j,k+1/2}^{n+3/2} - \left(2\varepsilon_{0}k_{y} - \sigma_{y}\Delta t\right)B_{y}\Big|_{i+1/2,j,k+1/2}^{n+1/2}\right] \quad (4.31b)$$

$$H_{z}|_{i+1/2,j+1/2,k}^{n+3/2} = \left(\frac{2\varepsilon_{0}k_{y} - \sigma_{y}\Delta t}{2\varepsilon_{0}k_{y} + \sigma_{y}\Delta t}\right)H_{z}|_{i+1/2,j+1/2,k}^{n+1/2} + \left(\frac{1}{(2\varepsilon_{0}k_{y} + \sigma_{y}\Delta t)\mu}\right) \cdot \left[(2\varepsilon_{0}k_{z} + \sigma_{z}\Delta t)B_{z}|_{i+1/2,j+1/2,k}^{n+3/2} - (2\varepsilon_{0}k_{z} - \sigma_{z}\Delta t)B_{z}|_{i+1/2,j+1/2,k}^{n+1/2}\right]$$
(4.31c)

4.5.2 Graduação dos Parâmetros de Perda da UPML

Quando a UPML é incorporada ao domínio como condição de contorno absorvente, a mesma irá apresentar uma espessura *d*. Neste trabalho, a UPML é terminada por uma superfície condutora eletricamente perfeita (PEC), logo, uma potência finita é refletida para a região de interesse. Esse erro de reflexão não-física $R(\theta)$ ocorre devido à superfície PEC localizada nos limites da grade computacional, e a mesma decresce exponencialmente com o aumento da condutividade e da espessura da UPML.

No método FDTD, como há uma representação discreta das equações de Maxwell, reflexões espúrias significativas podem surgir devido à descontinuidade da condutividade na interface da camada absorvente. Para superar essa adversidade, Berenger [49] propôs que as perdas na UPML ao longo da direção normal à interface aumentassem gradativamente a partir de zero. Assumindo uma condutividade unidimensional que aumenta gradativamente na UPML, e considerando uma onda viajante na direção *x* e com um ângulo de incidência θ . O erro de reflexão é dado por:

$$R(\theta) = e^{-2\eta\cos\theta \int_0^a \sigma_x(x)dx}$$
(4.32)

onde η é a impedância característica da onda na PML, *d* é a espessura da UPML e $R(\theta)$ o erro de reflexão não-física.

O projeto de uma UPML eficaz requer um equilíbrio entre o erro de reflexão teórico, e o erro de discretização numérico. Vários perfis têm sido sugeridos para o escalonamento de $\sigma_{\zeta}(\zeta = x, y, z)$ no contexto da UPML. Os mais bem sucedidos usam a variação geométrica ou polinomial da perda de propagação na UPML. Aqui, o seguinte escalonamento polinomial é adotado [46]:

$$\sigma_{\zeta}(\zeta) = \left(\frac{\zeta}{d}\right)^m \sigma_{\zeta}^{max} \tag{4.33}$$

$$\sigma_{\zeta}^{max} = -\frac{(m+1)ln[R(\theta=0)]}{2\eta d}$$
(4.34)

onde $\zeta = x, y, z, m$ é o fator de escalonamento polinomial, e σ_{ζ}^{max} é a condutividade da UPML na fronteira externa.

4.6 Fluxograma do algoritmo e fonte de excitação

O algoritmo desenvolvido está representado na forma de um fluxograma, de acordo com a Fig. 4.5. Primeiramente, tem-se a inicialização de variáveis (como as constantes elétricas), e a especificação do domínio computacional. Neste trabalho, o espaço computacional é de 48m x 35m x 150m. No bloco seguinte, define-se a espessura da UPML, cria-se as bordas da UPML e a graduação da mesma. Em seguida, inicia-se o processo iterativo, onde a cada passo do algoritmo: o campo elétrico é atualizado; aplicam-se as condições de contorno para as estruturas metálicas; atualizam-se a fonte de excitação e, em seguida, o campo magnético; e, por fim, calcula-se a tensão nos pontos de interesse. Este processo continua até que a máxima iteração seja atingida. No final do processo, as tensões nos pontos de interesse são plotadas.



A fonte de excitação é atualizada a cada passo do algoritmo, um valor de campo elétrico é atribuído a um nó da malha do domínio de simulação. Para representar uma fonte de corrente na direção *z*, o seguinte termo é adicionado à equação (4.29c):

$$-\frac{\Delta t/\varepsilon}{1+\frac{\sigma\Delta t}{2\varepsilon}}\frac{I^{n-1/2}}{\Delta s^2}$$
(4.35)

onde $\sigma = 1/(R\Delta s)$, R é a resistência interna da fonte de corrente, e $I^{n-1/2}$ é o vetor de corrente que representa a magnitude e a forma de onda da descarga atmosférica que se quer simular.

4.7 COMENTÁRIOS FINAIS

Neste capítulo foi apresentada a formulação e a discretização das equações de Maxwell através do método das diferenças finitas no domínio do tempo. Além disso, foi apresentada a técnica utilizada para a representação dos fios finos, bem como a condição de contorno absorvente, a UPML, empregada para que as ondas eletromagnéticas provenientes das terminações da grade não contaminem a região de interesse. Por fim, foi apresentado o fluxograma do algoritmo e a representação da fonte de excitação que simula a descarga atmosférica.

5 RESULTADOS NUMÉRICOS

Neste capítulo, a comparação e a convergência do método FDTD são apresentadas, assim como a discussão dos resultados obtidos através do FDTD e do ATP.

5.1 COMPARAÇÃO E CONVERGÊNCIA

Inicialmente, para comparação, foi utilizado como cenário uma torre de 80m com circuito duplo de 500kV.

A corrente da descarga, no FDTD e no ATP, é uma rampa com uma amplitude de 150kA e um tempo de subida de 3 μ s. A descarga atmosférica foi modelada por meio de uma resistência de 400 Ω em paralelo com a fonte de corrente [28]. Os cabos-guarda são do tipo OPGW (*Optical Ground Wire*) com uma seção de 290mm². Cada fase é do tipo ACSR (*Aluminium Conductor Steel Reinforced*) com quatro condutores espaçados de 50cm entre si, tendo cada um deles seção transversal individual de 810mm².

No ATP, a linha de transmissão foi representada pelo modelo LCC de Bergeron, com 8 fases. Segundo [28], uma torre de 80 m apresenta impedâncias de surto $Z_{t1} e Z_{t2}$ em torno de 220 Ω e 150 Ω , respectivamente. Todavia, para a validação do método FDTD, de acordo com [33] e [50], a impedância de surto utilizada no ATP deve ser calculada de modo que a divisão de corrente entre a torre e o cabo-guarda satisfaça os resultados obtidos por meio do método FDTD. Deste modo, utilizou-se uma impedância de surto Z_t de 200 Ω . Os parâmetros da torre, conforme a Fig. 5.1, são mostrados na tabela I:

TABELA I. Parâmetros do Modelo da Torre.

<i>x</i> ₁	<i>x</i> ₂	<i>x</i> ₃	d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	r_{f}
10m	16m	12m	30m	26m	24m	28m	11m	0Ω

No método FDTD, a torre de transmissão, o canal da descarga atmosférica e os cabos foram modelados por meio da técnica de fios finos (*thin wire* [47,48]). O domínio estudado considera um espaço físico de 48m x 35m x 150m, onde $\Delta x = \Delta y = \Delta z = \Delta s =$ 1m, resultando em 252.000 incógnitas. O passo de tempo utilizado no ATP e no método

FDTD é o mesmo, de forma que para assegurar a estabilidade do método FDTD foi adotado um incremento temporal de $\Delta t = 1.9066 \cdot 10^{-9}$ s. O domínio computacional foi terminado por uma UPML de 10 camadas com um perfil polinomial de *m*=4 e um coeficiente de reflexão teórico de 10^{-16} . Aqui, o solo é representado por um plano condutor eletricamente perfeito (PEC). A fonte de corrente está localizada entre a torre e o canal do raio. O cenário para o cálculo das sobretensões atmosféricas pode ser observado na fig. 5.1. A representação isométrica do problema se encontra na fig. 5.2, neste trabalho, não se considerou as treliças da torre de transmissão, pois as mesmas diminuem em apenas 5% a impedância de surto da torre de transmissão [51]. É possível observar em detalhe, através da fig. 5.3, a torre de transmissão. A tensão na cadeia de isoladores é a diferença de potencial entre o braço da torre e a fase, ou seja, ela é calculada através da multiplicação do campo elétrico entre o braço e a fase e o incremento espacial na direção z, de acordo com a fig. 5.4.



Fig. 5.1 - Cenário para o cálculo das sobretensões atmosféricas em uma torre de transmissão de 500kV [32].



Fig. 5.2 – Representação isométrica da torre de transmissão no domínio computacional.



Fig. 5.3 – Representação isométrica em detalhe da torre de transmissão no domínio computacional.



Fig. 5.4 - Representação em 2D da torre de transmissão no domínio computacional.

As tensões nas cadeias de isoladores estão apresentadas na Fig. 5.5. É possível observar que, os picos (parâmetros de interesse) estão próximos, validando o método FDTD. A diferença entre os picos de tensão nas duas simulações é de 1.12%, 3.2% e 1.22% para as fases $a, b \in c$, respectivamente.

As formas de onda calculadas pelo método FDTD diferem na subida e na cauda das calculadas pelo ATP, isto se deve ao fato deste último utilizar o modo TEM (*transverse electromagnetic*) de propagação da onda eletromagnética [33].



Fig. 5.5 - Tensões nas cadeias de isoladores por meio do método FDTD e do software ATP.

Para o estudo de convergência foi utilizado o mesmo cenário e os mesmos parâmetros da comparação, porém considerou-se um tempo de frente de onda de 1µs, pois é o pior caso de uma descarga de retorno. A Fig. 5.6 apresenta o estudo de convergência do problema, onde diferentes valores para o incremento espacial foram adotados. Observa-se que os resultados apresentam uma concordância excelente para as três fases calculadas. O custo computacional foi de 1min. e 23seg.



Fig. 5.6 – Convergência do método FDTD.

5.2 TENSÃO NAS CADEIAS DE ISOLADORES: FDTD X ATP

Esta seção apresenta as tensões calculadas nas cadeias de isoladores em torres de transmissão de 40, 60, 80 e 100m, para correntes de descarga atmosférica de -60, -110, - 150 e -190kA, respectivamente, parâmetros recomendados segundo [28]. Para a torre de 100m, foram analisados dois casos: no primeiro caso, as impedâncias de surto Z_{t1} e Z_{t2} foram mantidas as mesmas, ou seja, 220 Ω e 150 Ω , respectivamente. No segundo caso, foram consideradas Z_{t1} e Z_{t2} iguais a 130 Ω e 90 Ω , respectivamente. Estes últimos valores são recomendados por Ametani para torre acima de 100m [28].

Quatro casos são estudados, o 1° para um tempo de subida de 0,1µs, o 2° para um tempo de subida de 0,5µs, o 3° para um tempo de subida de 1µs, e o 4° e último

caso, para um tempo de subida de 2µs. O sistema é o mesmo utilizado na convergência do método FDTD.

5.2.1 Tensão nas cadeias de isoladores \rightarrow tf = 0,1µs

Para um tempo de frente de 0,1µs, vide Fig. 5.7, observa-se que, além das tensões nas cadeias de isoladores serem maiores no ATP, as amplitudes das tensões nas cadeias de isoladores estão trocadas, $V_c > V_b > V_a$, assim como constatam [30] e [50], o correto seria $V_a > V_b > V_c$. Isto ocorre pois, assim que a corrente é injetada no caboguarda, o acoplamento entre este, o solo, e as fases é instantaneamente considerado, e obtido assumindo-se o modo TEM de propagação. O método FDTD, em contrapartida, considera o tempo que a onda viajante refletida leva para chegar ao topo da torre, deste modo, o campo eletromagnético produzido pela corrente no cabo-guarda ainda não foi suficientemente formado entre este último e o solo. Os resultados no ATP mostram também uma oscilação significativa, conforme ocorre em [33]. Isto se deve ao fato de se ter adotado uma resistividade do solo e uma resistência de aterramento iguais à zero.



(a) Torre de 40m, corrente de descarga atmosférica de -60kA, tf = $0,1\mu$ s.



(b) Torre de 60m, corrente de descarga atmosférica de -110kA, tf = $0,1\mu$ s.



(c) Torre de 80m, corrente de descarga atmosférica de -150kA, tf = $0,1\mu$ s.



(d) Torre de 100m – Zt de Ametani, corrente de descarga atmosférica de -190kA, tf = $0,1\mu$ s.



(e) Torre de 100m – Zt de Ishii, corrente de descarga atmosférica de -190kA, tf = $0,1\mu$ s. Fig. 5.7 - Tensões calculadas nas cadeias de isoladores para um tempo de subida de $0,1\mu$ s.

TABELA II. DISCREPÂNCIA ENTRE OS PICOS DA FASE A NO ATP E NO FDTD PARA UM TEMPO DE FRENTE DE 0,1µS

Altura da torre	40m	60m	80m	100m - Ametani	100m - Ishii	
Discrepância	74%	41.2%	18.2%	1.6%	25%	

A tabela II apresenta a discrepância entre os picos da fase *a* nos dois métodos. Para um tempo de frente de $0,1\mu$ s, a torre de 40m é a que apresenta a maior discrepância. É interessante notar que a discrepância, considerando a impedância de surto Zt de Ametani, diminui com o aumento da altura da torre. A tendência, neste caso, é que a discrepância volte a aumentar para torres acima dos 100m, e que as tensões calculadas no ATP sejam menores que as calculadas no FDTD.

A discrepância (calculada de acordo com a eq. (5.1)) entre os dois métodos é calculada a partir da diferença entre o valor da tensão de pico calculado pelo FDTD e o programa ATP, dividido pelo valor de tensão de pico calculado no FDTD. Os picos de tensão utilizados para o cálculo da discrepância não são obtidos no mesmo instante de tempo, visto que os valores de pico, nos dois métodos, ocorrem em instantes diferentes (em decorrência do programa ATP utilizar a forma TEM de propagação). O parâmetro de interesse neste trabalho é o valor de pico da sobretensão atmosférica, visto que esta sobretensão pode exceder a suportabilidade da cadeia de isoladores, provocando uma falha no isolamento da estrutura da torre para a fase, caracterizando o fenômeno conhecido como *backflashover*, ocasionando o desligamento da linha de transmissão.

$$Discrepância = \frac{V_p^{FDTD} - V_p^{ATP}}{V_p^{FDTD}}$$
(5.1)

onde V_p^{FDTD} e V_p^{ATP} são as tensões de pico na cadeia de isoladores calculadas por meio do método FDTD e do programa ATP, respectivamente.

Considerando agora a impedância de surto Zt de Ishii, a menor discrepância ocorre para a torre de 80m, sendo que a mesma aumenta para torres acima ou abaixo dos 80m. Cabe relembrar que tanto Ishii quanto Ametani recomendam um mesmo coeficiente de atenuação para todas as torres. Outro fato é que Ishii calculou as impedâncias de surto Z_{t1} e Z_{t2} para uma torre de 62,8m, ou seja, a discrepância deveria ser menor para a torre de 60m, e isto não ocorre.

5.2.2 Tensão nas cadeias de isoladores \rightarrow tf = 0,5µs

A Fig. 5.8 mostra as tensões calculadas nas cadeias de isoladores para um tempo de subida de $0,5\mu$ s para torres com diferentes alturas. Observa-se a inversão entre as fases *b* e *c* para as torres de 40m e 100m (Zt de Ametani). Não ocorreu a inversão para a torre de 100m utilizando uma Zt de Ishii. Há também uma suavização da oscilação da cauda.



(a) Torre de 40m, corrente de descarga atmosférica de -60kA, tf = $0.5 \mu s$.



(b) Torre de 60m, corrente de descarga atmosférica de -110kA, tf = 0,5µs.



(c) Torre de 80m, corrente de descarga atmosférica de -150kA, tf = $0.5 \mu s$.



(d) Torre de 100m–Zt de Ametani, corrente de descarga atmosférica de -190kA, $tf=0{,}5\mu s. \label{eq:gamma}$



(d) Torre de 100m-Zt de Ishii, corrente de descarga atmosférica de -190kA, tf = $0,5\mu$ s.

Fig. 5.8 - Tensões calculadas nas cadeias de isoladores para um tempo de subida de $0,5\mu$ s.

A tabela III apresenta a discrepância entre os picos da fase *a* nos dois métodos. Para um tempo de frente de $0,5\mu$ s, a torre de 40m é a que apresenta a maior discrepância. É interessante perceber também, que a menor discrepância ocorre para a torre de 80m. Vale lembrar que a discrepância deveria ser menor para a torre de 60m e, como no caso anterior, isto não ocorre. As tensões calculadas no ATP, exceto para uma impedância de surto Zt de Ametani para a torre de 100m, são maiores que as do FDTD. A tendência é que a discrepância aumente ainda mais para torres acima dos 100m.

TABELA III. DISCREPÂNCIA ENTRE OS PICOS DA FASE A NO ATP E NO FDTD PARA UM TEMPO DE FRENTE DE $0,5\mu s$

Altura da torre	40m	60m	80m	100m - Ametani	100m - Ishii
Discrepância	22.7%	9.5%	8%	10%	15%

5.2.3 Tensão nas cadeias de isoladores \rightarrow tf = 1µs

A Fig. 5.9 mostra as tensões calculadas nas cadeias de isoladores para um tempo de subida de 1µs para diferentes alturas. Nota-se uma suavização na oscilação da cauda e, novamente, a inversão entre as fases $b \in c$, no ATP, na torre de 40m. Percebe-se

também que para as torres de 80 e 100m, as tensões calculadas pelo FDTD são maiores que as calculadas pelo ATP.







(b) Torre de 60m, corrente de descarga atmosférica de -110kA, tf = 1 μ s.



(c) Torre de 80m, corrente de descarga atmosférica de -150kA, tf = 1 μ s.



(d) Torre de 100m - Ametani, corrente de descarga atmosférica de -190kA, tf = 1 μ s



(e) Torre de 100m - Ishii, corrente de descarga atmosférica de -190kA, tf = 1 μ s. Fig. 5.9 - Tensões calculadas nas cadeias de isoladores para um tempo de subida de 1 μ s.

Pode-se observar por meio da tabela IV que a discrepância entre os picos da fase *a* é menor para a torre de 60m. Assim, para este caso, os resultados apresentaram uma boa concordância, pois os parâmetros Z_{t1} e Z_{t2} foram definidos por [6] para uma torre de 62,8m. Interessante notar também que a discrepância é menor para a impedância de surto Zt de Ishii em relação à de Ametani, o que não ocorreu nos dois casos anteriores.

TABELA IV. DISCREPÂNCIA ENTRE OS PICOS DA FASE A NO ATP E NO FDTD PARA UM TEMPO DE FRENTE DE 1μ S.

Altura da torre	40m	60m	80m	100m – Ametani	100m - Ishii
Discrepância	18.1%	7%	9.5%	31.2%	13.5%

5.2.4 Tensão nas cadeias de isoladores \rightarrow tf = 2µs

Para um tempo de frente de 2μ s, de acordo com a Fig. 5.10, observa-se, como nos outros casos, uma atenuação na oscilação da cauda e, para as torres de 80 e 100m, as tensões calculadas pelo FDTD são maiores que as calculadas pelo ATP. É possível observar através da tabela V, que a menor discrepância entre os picos da fase *a* ocorre para a torre de 60m, como no caso anterior para um tf de 1 μ s.

TABELA V. DISCREPÂNCIA ENTRE OS PICOS DA FASE A NO ATP E NO FDTD PARA UM TEMPO DE FRENTE DE 2μ s

Altura da torre	40m	60m	80m	100m - Ametani	100m - Ishii
Discrepância	7%	5.2%	8%	34%	10.5%



(a) Torre de 40m, corrente de descarga atmosférica de -60kA, $tf = 2\mu s$.



(b) Torre de 60m, corrente de descarga atmosférica de -110kA, tf = 2μ s.



(c) Torre de 80m, corrente de descarga atmosférica de -150kA, tf = 2μ s.



(d) Torre de 100m - Ametani, corrente de descarga atmosférica de -190kA, tf = 2 μ s.



(e) Torre de 100m - Ishii, corrente de descarga atmosférica de -190kA, tf = 2μ s. Fig. 5.10 - Tensões calculadas nas cadeias de isoladores para um tempo de subida de 2μ s.

A tabela VI apresenta um resumo da discrepância para os diferentes tempos de frente entre os picos da fase *a* calculados no ATP e no FDTD para diferentes alturas de torre de transmissão. É possível observar que a discrepância, nas torres de 40m, 60m e 100m (Z_t de Ishii) diminuiu à medida que o tempo de frente da descarga atmosférica aumentou. Em contrapartida, a discrepância aumentou para a impedância de surto Zt de Ametani. Outro fato é que a discrepância, na torre de 80m, oscilou suavemente entre os t_f de 0,5µs e 2µs.

É importante notar também que a discrepância, na torre de 60m, apresenta o menor valor para os tempos de frente de 1 μ s e 2 μ s. Este resultado é cabível, pois Ishii calculou as impedâncias de surto Zt1 e Zt2 para uma torre de 62,8m. Todavia, o mesmo não ocorre para os tempos de frente de 0,1 μ s e 0,5 μ s em decorrência do ATP assumir o modo TEM de propagação e, consequentemente, não conseguindo lidar com tempos de frente de onda muito rápidos.

Ainda em relação á tabela VI, não é recomendável utilizar as impedâncias de surto de Ametani para torres acima dos 100m, pois a discrepância deste aumenta muito para estas torres.

Altura da torre	40m	60m	80m	100m - Ametani	100m - Ishii	$t_{\rm f}$
	74%	41.2%	18.2%	1.6%	25%	0,1µs
Digonopânoia	22.7%	9.5%	8%	10%	15%	0,5µs
Discrepancia	18.1%	7%	9.5%	31.2%	13.5%	1µs
	7%	5.2%	8%	34%	10.5%	2μs

TABELA VI.DISCREPÂNCIA ENTRE OS PICOS DA FASE A NO ATP E NO FDTD PARA
DIFERENTES TEMPOS DE FRENTE

5.3 COMENTÁRIOS FINAIS

Neste capítulo, primeiramente, apresentou-se a comparação entre o FDTD e o ATP, e a convergência do método FDTD. Em seguida, foram calculadas as tensões nas cadeias de isoladores para torres de diferentes alturas, através de simulações realizadas por meio do método FDTD e do programa ATP. Constatou-se que os métodos utilizados se tornam mais discrepantes à medida que se utiliza torres com diferentes alturas da utilizada no experimento de Ishii para o cálculo da impedância de surto da torre de transmissão. O inverso ocorre para a torre de 100m de Ametani.

Verificou-se uma menor discrepância para a torre de 60m em relação às outras torres, exceto para um tempo de frente menor que 1 µs. Foi possível observar também a inversão entre as fases no programa ATP para tempos de frente muito rápidos.

6 CONCLUSÃO E PROPOSTAS DE CONTINUIDADE

6.1 INTRODUÇÃO

O presente trabalho teve como objetivo o estudo das sobretensões atmosféricas geradas nas cadeias de isoladores de torres de transmissão de energia elétrica por meio do método FDTD e do programa ATP. Após a obtenção dos resultados das simulações dos casos propostos, neste capítulo, foram sintetizadas as conclusões gerais desta dissertação de mestrado. Os resultados mais importantes foram destacados no item 6.2 deste trabalho.

6.2 **RESULTADOS ALCANÇADOS**

Por meio de um modelo computacional tridimensional (3D) utilizando o método das diferenças finitas no domínio do tempo (FDTD) e do programa ATP, as sobretensões atmosféricas nas cadeias de isoladores de torres de transmissão com diferentes alturas foram analisadas.

Foram simuladas torres de 40, 60, 80 e 100m, onde se observou que os métodos utilizados se tornam mais discrepantes à medida que se utiliza torres com diferentes alturas da utilizada por Ishii em seu experimento para o cálculo da impedância de surto da torre de transmissão. Além disso, a discrepância aumentou para a impedância de surto Zt recomendada por Ametani ($Z_{t1} = 130\Omega$, $Z_{t2} = 90\Omega$). Recomenda-se assim, a utilização da impedância de surto de Ishii ($Z_{t1} = 220\Omega$, $Z_{t2} = 150\Omega$) para torres acima dos 100m.

É importante ressaltar que Ishii calculou as impedâncias de surto Z_{t1} e Z_{t2} para uma torre de 62,8m, ou seja, a discrepância deveria ser menor para a torre de 60m em todos os casos, mas isto não ocorreu, evidenciando a dificuldade do programa ATP em tratar ondas eletromagnéticas com tempo de frente muito rápido, pois o mesmo leva em consideração o modo TEM de propagação.

Ocorreu também uma inversão das tensões para os tempos de frente de 0,1µs e 0,5µs. Evidenciando a dificuldade do programa ATP em tratar ondas eletromagnéticas com tempo de frente muito rápido. Isto ocorre pois, assim que a corrente é injetada no

cabo-guarda, o acoplamento entre este, o solo, e as fases é instantaneamente considerado e obtido assumindo-se o modo TEM de propagação. O método FDTD, em contrapartida, considera o tempo que a onda viajante refletida leva para chegar ao topo da torre, deste modo, o campo eletromagnético produzido pela corrente no cabo-guarda ainda não foi suficientemente formado entre este último e o solo.

Com base nas conclusões anteriores, verifica-se que o tempo de subida da descarga atmosférica e a altura da torre são parâmetros fundamentais no estudo de sobretensões atmosféricas. Deste modo, para descargas atmosféricas com tempos de frente muito rápidos e torres de transmissão muito elevadas, não se recomenda o programa ATP para o estudo de sobretensões atmosféricas em linhas de transmissão. Todavia, há margem para novos estudos em relação à confiabilidade do programa ATP quando comparado à métodos eletromagnéticos como o método FDTD.

6.3 PROPOSTAS DE CONTINUIDADE

O trabalho desenvolvido nesta dissertação de mestrado está inserido em um contexto amplo de pesquisas em relação à proteção dos sistemas de transmissão de energia elétrica.

O que se buscou neste trabalho foi o estudo comparativo das sobretensões atmosféricas em linhas de transmissão através do programa ATP e do método eletromagnético FDTD. De posse desses efeitos, surge como uma proposta de continuidade do trabalho, a inclusão do solo no domínio computacional FDTD para investigar o efeito do aterramento na sobretensão atmosférica nas cadeias de isoladores.

Propõe-se também o desenvolvimento de modelos numéricos para se investigar o efeito corona nas sobretensões atmosféricas nas cadeias de isoladores de torres de transmissão. Ainda, a partir da metodologia definida nesta dissertação, propõe-se também a realização de simulações mais abrangentes que os casos realizados.

REFERÊNCIAS

- [1] A. M. Carvalho, "Tecnologias para análise e melhoria do desempenho de instalações de transmissão frente a descargas atmosféricas," Em: International Seminar on Lightning Protection, IV. São Paulo, Brasil, 1997.
- [2] O. Pinto Jr. e I. R. A. C. Pinto "Tempestades e relâmpagos no Brasil," São José dos Campos: INPE, pp. 194, 2000.
- [3] A. S. Neto, "Tensões Induzidas por Descargas Atmosféricas em Redes de Distribuição de Baixa Tensão," Dissertação de Mestrado, USP, São Paulo, 2004.
- [4] A. Araújo A. E. e A. Neves W. L. "Cálculo de Transitórios Eletromagnéticos em Sistemas de Energia," UFMG, Minas Gerais, Brasil, 2005.
- [5] T. Noda, "A Tower Model for Lightning Overvoltage Studies Based on the Result of an FDTD Simulation," Electrical Engineering in Japan, Vol. 164, no 1, 2008.
- [6] M.Ishii et al., "Multistory transmission tower model for lightning surge analysis," IEEE Transactions on Power Delivery, vol. PWRD-6, no. 3, pp. 1372, Jul. 1991.
- [7] C. A. Jordan, "Lightning Computations for Transmission Lines with Overhead Ground Wires," Part I General Electric Review – Vol. 37, no 3, pp. 130-137, 1934.
- [8] C. A. Jordan, "Lightning Computations for Transmission Lines with Overhead Ground Wires," Part II General Electric Review – Vol. 37, no 4, pp. 180-186, 1934.
- [9] C. A. Jordan, "Lightning Computations for Transmission Lines with Overhead Ground Wires," Part III General Electric Review – Vol. 37, no 5, pp. 234-250, 1934.
- [10] A. J. G. Pinto, "Modelagem de Torres de Transmissão Utilizando Análise Numérica dos Campos Eletromagnéticos e Funções Racionais," Tese de Doutorado, Unicamp, Campinas, 2014.
- [11] C. F. Wagner, "A New Approach to the Calculation of the lightning Performance of Transmission Lines," Transactions of the American Institute of Electrical Engineers on Power Apparatus and Systems (AIEE-PAS) - vol 69, Part III, pp. 1187-1196, 1950.

- [12] A.V. Godoy, "Sobretensões em Cadeia de Isoladores Frente a Descargas Atmosféricas: Um Estudo Comparativo dos Métodos de Cálculo e do Parâmetro Z_t." Tese de Doutorado, Unicamp, Campinas, 1989.
- [13] R. Lundholm, R. B. Finn and W. S. Price, "Calculations of Transmission Line Lightning Voltage by Field Concepts," Transactions of the American Institute of Electrical Engineers on Power Apparatus and Systems (AIEE-PAS) -vol 76, pp. 1271-1283, 1958.
- [14] C. F. Wagner and A. R. Hilleman "A New Approach to the Calculation of the lightning Performance of Transmission Lines II," Transactions of the American Institute of Electrical Engineers on Power Apparatus and Systems (AIEE-PAS) - vol 78, pp. 996-1021, 1959.
- [15] C. F. Wagner and A. R. Hilleman "A New Approach to the Calculation of the lightning Performance of Transmission Lines III," Transactions of the American Institute of Electrical Engineers on Power Apparatus and Systems (AIEE-PAS) - vol 79, pp. 589-603, 1960.
- [16] J. G. Anderson and J. H. Hagenguth, "Magnetic Field Around a Transmission Line Tower," Transactions of the American Institute of Electrical Engineers on Power Apparatus and Systems (AIEE-PAS), vol. 78, pp. 1644-1650, 1959.
- [17] F. A. Fisher, J. G. Anderson and J. H. Hagenguth, "Determination of a Lightning Response of Transmission Lines by Means of Geometrical Models," Transactions of the American Institute of Electrical Engineers on Power Apparatus and Systems (AIEE-PAS), vol. 79, pp. 1725-1736, 1960.
- [18] M. A. Sargent and M. Darveniza, "Tower Surge Impedance," Transactions of the American Institute of Electrical Engineers on Power Apparatus and Systems (AIEE-PAS) -vol. 88, pp. 680-687, 1969.
- [19] G. D. Breuer, A. J. Schultz, R. H. Schlomann, and W. S. Price, "Field Studies of the Surge Response of a 345-kV Transmission Tower and Ground Wire," Transactions of the American Institute of Electrical Engineers on Power Apparatus and Systems (AIEE-PAS), pt. III, Vol. 77, pp. 1392-1396, 1958.
- [20] R. W. Caswell, I. B. Johnson, E. F. Koncel, and N. R. Schultz, "Lightning Performance of 138-kV Twin-Circuit Transmission Lines of Commonwealth Edison Company - Operating Experiences and Field Studies," IEEE Transactions., pt. III, vol. 77, pp. 1480-1491, 1958.

- [21] M. Kawai, "Studies of the Surge Response on a Transmission Line Tower", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol.86, pp. 665-678, 1967.
- [22] W. A. Chisholm, Y. L. Chow, and K. D. Srivastava, "Lightning Surge Response of Transmission Towers," IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-102, pp. 3232–3242, 1983.
- [23] W. A. Chisholm and Y. L. Chow, "Travel Time of Transmission Towers," Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-104, pp. 2922–2928, 1985.
- [24] T. Yamada, A. Mochizuki, J. Sawada, E. Zaima, T. Kawamura, A. Ametani, M. Ishii and S. Kato, "Experimental Evaluation of a UHV Tower Model for Lightning Surge Analysis," IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 10, pp. 393–402, 1995.
- [25] Y. Matsumoto, O. Sakuma, K. Shinjo, M. Saiki, T. Wakai, T. Sakai, N. Nagasaka, H. Motoyama and M. Ishii, "Measuring of Lightning Surges on Test Transmission Line Equipped with Arresters Struck by Natural and Triggered Lightning," IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 11, no 2, 1996.
- [26] T. Hara and O. Yamamoto "Modelling of a transmission tower for lightningsurge analysis," IEE Proceedings –Generation, Transmission and Distribuition, pp. 283–289, Maio 1996.
- [27] H. Motoyama, K. Shinjo, Y. Matsumoto, and N. Itamoto, "Observation and Analysis of Multiphase Back Flashover on the Okushishiku Test Transmission Line caused by Winter Lightning," IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 13, no 4, 1998.
- [28] A. Ametani and T. Kawamura, "A Method of a Lightning Surge Analysis Recommended in Japan using EMTP," IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 20, no 2, Abril, 2005.
- [29] Y. Baba and M. Ishii, "Numerical electromagnetic field analysis of tower surge response," IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 12, no. 1, pp. 483-488, Jan 1997.
- [30] Y. Baba and M. Ishii, "Numerical electromagnetic field analysis on lightning surge response of tower with shield wire," IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 15, no.3, pp. 1010-1015, July 2000.
- [31]T. Noda and S. Yokoyama, "Development of a general surge analysis program based on the FDTD method," IEEE Transactions on Power Delivery, Japan 2001.
- [32] T. Noda, A. Tatematsu and S. Yokoyama, "Improvements of na FDTD-Based Surge Simulation Code and Its Application to the Lightning Overvoltage Calculation of a Transmission Tower," International Conference on Power Systems Transients, Canadá, Montreal, 2005.
- [33] N. Itamoto, H. Kawamura, K. Shinjo, H. Motoyama and M. Ishii, "Accuracy of Lightning Surge Analysis of Tower Surge Response," International Conference on Power Systems Transients, Kyoto, Japão, 2009.
- [34]H. Motoyama, Y. Kinoshita, K. Nonaka and Y. Baba, "Experimental and Analytical Studies on Lightning Surge Response of 5---kV Transmission Tower," IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 24, no 4, Outubro, 2009.
- [35]T. T. Thang, Y. Baba, N. Nagaoka, A. Ametani, N. Itamoto and V. A. Rakov, "Modeling of Corona Discharge on a Transmission Line Conductor Struck by Lightning for FDTD Calculations," Asia-Pacific International Symposium on Electromagnetic Compatibility, Beijing, China, 2010.
- [36] T.H. Thang, Y. Baba, N. Nagaoka, A. Ametani, N. Itamoto and V. A. Rakov, "FDTD Simulation of Insulator Voltages at a Lightning-Struck Tower Considering Ground-Wire Corona," IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 28, no 3, 2013.
- [37]C. Yao, H. Wu and Y. Mi, "Finite Difference Time Domain Simulation of Transmission Transient Electromagnetic Fields on Transmission Lines," IEEE on Dielectrics and Electrical Insulation, Vol. 20, no 4, 2013.
- [38] T. H. Thang, N. Otamoto, Y. Baba, N. Nagaoka, A. Ametani and V. A. Rakov, "Corona Effect on Insulator Voltages for a Direct Lightning Strike to a Phase Conductor," International Conference on Lightning Protection, Shangai, China, 2014.
- [39]S. Zhi-heng and Z. Hao, "Simulated Calculation and Analysis of Lightning Performance of UHV A. C. Transmission Line," International Conference on Electric Utility Deregulation and Restructuring and Power Technologies, Weihai, Shandong, China, 2011.

- [40] S. Wei, L. Qingmin, Z. Liang and Z. Li, "Research on Lightning Performance of AC/DC Hybrid Transmission Lines on the Same Tower," IET International Conference on Generation, Trans. And Dist., vol. 7, no 2, 2013.
- [41] Jian Ming Li, Yu Zhang, Yi Wen and Li Wen, "Improvement on the Corona Model of Ultra High Voltage Alternating Current Transmission Lines," IEEE on Applied Superconductivity and Electromagnetic Devices, 2013.
- [42] N. Malcolm and R. K. Aggarwal, "Na Analysis of Reducing Back Flashover Faults with Surge Arresters on 69/138 kV Double Circuit Transmission Lines due to Direct Lightning on the Shield Wires," IET International Conference on Developments in Power System Protection, 2014.
- [43]F. M. Gatta, A. Geri, S. Lauria and M. Maccioni, "Effect of Corona and Nonlinear Tower Grounding System Modeling on BackFlashover Simulation," International Conference on Lightning Protection, 2014.
- [44] H. Kr. Hoidalen, "Introduction to ATPDraw version 5," NTNU, Noruega.
- [45]K. S. Yee, "Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media," IEEE Transactions Antennas Propagat., vol. AP-14, pp. 302–307, Maio 1966.
- [46] A. Taflove and S. C. Hagness, "Computational Electrodynamics The Finite-Difference Time-Domain Method," 3a ed., Artech House, London/Boston, 2005.
- [47]T. Noda and S. Yokoyama, "Thin Wire Representation in Finite Difference Time Domain Surge Simulation," IEEE Transactions on Power Delivery, vol 17, no 3, Julho, 2002.
- [48] T. Asada, Y. Baba, N. Nagaoka and A. Ametani, "An Improved Thin Wire Representation for FDTD Transient Simulations," IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, 2014.
- [49] J. P. Berenger, "A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves," vol. 114, pp. 4583-4587, 1994.
- [50]T. Noda, "A Tower Model for Lightning Overvoltage Studies Based on the Result of an FDTD Simulation," Electrical Engineering in Japan, vol. 164, no 1, 2008, Criepi, Japão.
- [51] M. Ishii, Y. Baba, "Numerical Electromagnetic Field Analysis of Tower Surge Response," IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 12, no 1, Janeiro, 1997.

ANEXO A – ARTIGOS PUBLICADOS

Esta dissertação de mestrado obteve dois artigos completos publicados em anais de congresso, são eles:

- G.S. Kroetz, F. A. Moreira, M. S. Novo, "Estudo Comparativo de Sobretensões Atmosféricas em Linhas de Transmissão Devido às Descargas em Torres por meio do Método FDTD e do Programa ATP," SBSE 2016 – Simpósio brasileiro de Sistemas Elétricos, Natal, RN, 2016.
- G.S. Kroetz, F. A. Moreira, M. S. Novo, "Modelagem de Descargas Atmosféricas em Torres de Transmissão Utilizando o Método das Diferenças Finitas no Domínio do Tempo," XVII Simpósio Brasileiro de Microondas e Optoeletrônica & XII Congresso Brasileiro de Eletromagnetismo, 2016, Porto Alegre, Rio Grande do Sul, 2016.

Este trabalho também teve um artigo aceito para publicação e apresentação na 2016 IEEE/PES Transmission & Distribution Conference and Exposition Latin America (T&D LA). Todavia, não foi feita a inscrição, pois os autores preferiram enviar o artigo para um periódico.

 G.S. Kroetz, F. A. Moreira, M. S. Novo, "A Comparative Study of Lightning Overvoltages in Transmission Lines due to Strokes to Towers by Means of the FDTD Method and the the ATP Program," 2016 IEEE/PES Transmission & Distribution Conference and Exposition Latin America (T&D LA), Morelia, México, 2016.

Estudo Comparativo de Sobretensões Atmosféricas em Linhas de Transmissão Devido às Descargas em Torres por meio do Método FDTD e do Programa ATP

Guilherme Saldanha Kroetz, Fernando Augusto Moreira, Marcela Silva Novo

Departamento de Engenharia Elétrica Universidade Federal da Bahia, UFBASalvador, Brasil

Resumo—Este trabalho realiza um estudo comparativo das sobretensões atmosféricas nas cadeias de isoladores de torres de transmissão por meio do programa ATP e do método das Diferenças Finitas no Domínio do Tempo (FDTD), que foi implementado na linguagem FORTRAN. Para isto, na simulação no ATP, utilizou-se um modelo de torre de transmissão de múltiplos estágios, e valores recomendados dos parâmetros de descargas atmosféricas para várias tensões de transmissão. O modelo eletromagnético FDTD representa a onda esférica da descarga atmosférica plenamente, pois leva em consideração as equações de Maxwell em três dimensões. Em contrapartida, o ATP utiliza a teoria de linhas de transmissão, que leva em consideração o modo TEM de propagação. Os resultados mostraram que os métodos utilizados se tornam mais discrepantes à medida que se tem torres mais elevadas.

Palavras Chaves - Descargas atmosféricas, ATP, método FDTD, Torre de transmissão.

INTRODUÇÃO

A performance de linhas de transmissão frente a surtos atmosféricos é de grande interesse por parte das concessionárias de transmissão de energia elétrica, tendo em vista a possível interrupção no fornecimento de energia às diversas cargas conectadas às linhas. Para isto, os modelos da torre de transmissão em simulações computacionais devem ser o mais próximo possível da realidade. A impedância de uma torre de transmissão vista como um condutor vertical estudada por meio de abordagens foi experimentais [1-3], por meio da teoria de circuitos [4], e pela abordagem eletromagnética [5,6]. Como uma torre de transmissão é um sistema vertical em relação ao solo, a teoria de circuitos por parâmetros distribuídos não é adequada para lidar com a propagação eletromagnética da onda na torre. Isto se deve ao fato de que, à medida em que a onda se propaga do topo da torre de transmissão em direção ao solo, as linhas de força do campo elétrico ainda não atingiram o mesmo, logo, não faz sentido a capacitância por unidade definir de comprimento da torre em relação à terra. Outro fato é que o fluxo magnético gerado pela onda viajante permanece nas proximidades, deste modo, a impedância efetiva resultante é diferente daquela obtida considerando campos magnéticos quasi-estáticos. Mesmo se a impedância da torre for precisamente obtida por meio do método

FDTD, as tensões nas cadeias de isoladores calculadas a partir desta impedância, pela teoria de circuitos, são consideradas incorretas [6]. Devido aos fatos supracitados, fenômenos muito rápidos devem ser analisados por métodos numéricos eletromagnéticos, como o método FDTD e o Método dos Momentos (MoM), pois levam em consideração as equações de Maxwell em três dimensões. Neste artigo, é realizado um comparativo das estudo sobretensões atmosféricas nas cadeias de isoladores de torres de transmissão por meio do programa ATP, utilizando o modelo de Ishii [2], e do método FDTD, que foi implementado na linguagem FORTRAN. O artigo é dividido em cinco seções, a seção II trata dos modelos aplicados ao estudo das sobretensões atmosféricas, a seção III valida o método FDTD e a seção IV apresenta os resultados obtidos para torres de diferentes alturas. Finalmente, a seção V mostra as conclusões do trabalho.

Modelos Aplicados ao Estudo das Sobretensões Atmosféricas

Nesta seção, são apresentadas as duas metodologias utilizadas na simulação: o modelo de Ishi [2], que utiliza a teoria de linhas de transmissão; e o método FDTD, que emprega, neste caso, a teoria eletromagnética em três dimensões.

A. ATP - Modelo de Ishii

O programa ATP (Alternative Transients Program), é um programa do tipo EMTP (Electromagnetic Transient Program). O mesmo utiliza a integração trapezoidal para a modelagem de elementos a parâmetros concentrados e o método de Bergeron para a modelagem de linhas de transmissão a parâmetros distribuídos. É o software mais utilizado entre os pesquisadores, pois é robusto e confiável nos estudos de transitórios em sistemas elétricos de potência.

A torre de transmissão, de configuração vertical de múltiplos níveis, é representada por quatro impedâncias de surto a parâmetros distribuídos (Z_t), como ilustrado na Fig. 1. Para representar a distorção e a atenuação da onda viajante, um circuito paralelo RL é inserido em cada seção. Os valores de R e L são definidos de acordo com as seguintes equações [5]:

$$R_i = \Delta R_i \cdot x_i \tag{1}$$

$$\Delta R_1 = \Delta R_2 = \Delta R_3 = \frac{2Z_{t1}}{(h-r_s)} \cdot \ln\left(\frac{1}{r_s}\right)$$
(3)

$$\Delta R_4 = \frac{2Z_{t4}}{h} \cdot \ln\left(\frac{1}{\alpha_4}\right) \tag{4}$$

onde

L

 $\tau = h/c$ – tempo de propagação da onda ao longo da torre;

h – altura da torre;

c – velocidade de propagação da onda viajante na torre;

- $\alpha_1 = \alpha_4 = 0.89$ atenuação ao longo da torre;
- R_f resistência de aterramento;
- Z_t impedância de surto.



Fig. 4. Modelo de Ishii de uma torre de transmissão [2].

B. Método das Diferenças Finitas (FDTD)

O método das diferenças finitas é um dos métodos numéricos mais antigos para a solução de equações diferenciais parciais e ordinárias. As derivadas são substituídas por equações de diferenças finitas, resultando em valores discretizados da solução. Neste trabalho, utilizase o algoritmo de diferenças finitas no domínio do tempo (FDTD) desenvolvido por Kane Yee em 1966 [7]. O FDTD baseia-se na discretização direta das equações de Maxwell e, portanto, é um método flexível no tratamento de problemas envolvendo geometrias e meios complexos. Aqui, o método FDTD é aplicado a um problema tridimensional (3D). Todavia, ressalta-se que quanto maior o número de incógnitas (valores discretizados da solução) do problema, maior o custo computacional, pois uma maior quantidade de memória e tempo computacional são despendidos.

Assumindo um meio isotrópico e nãodispersivo, as equações de Maxwell em coordenadas cartesianas são:

$$\nabla \times \vec{E} = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}, \qquad (5)$$
$$\nabla \times \vec{H} = \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \sigma \vec{E} \qquad (6)$$
$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{c}, \qquad (7)$$

$$\nabla \cdot \vec{H} = 0 \tag{8}$$

onde

 \vec{E} – vetor intensidade de campo elétrico;

- \vec{H} vetor intensidade de campo magnético;
- ρ densidade de carga;
- ε permissividade elétrica do meio;
- μ permeabilidade magnética do meio;
- σ condutividade elétrica do meio.

Como o sistema no qual o problema se encontra é ilimitado e computacionalmente existe a necessidade de se truncar a região de interesse devido às limitações de memória do computador, o domínio computacional é terminado por uma condição de contorno absorvente do tipo camada uniaxial perfeitamente casada (UPML – *Uniaxial Perfectly Matched Layer*) [8,9]. A utilização da UPML evita que reflexões oriundas da terminação da grade computacional contaminem a solução na região de interesse. Cabe ressaltar que a UPML é terminada por um condutor elétrico perfeito (PEC).

A região de interesse é discretizada utilizando o cubo de Yee (célula computacional), conforme ilustrado na figura 2. A região de interesse é discretizada espacialmente em todas as direções, com um passo espacial Δs . Dentro da célula, os campos eletromagnéticos são considerados constantes. No espaço temporal, as componentes de campo \vec{E} e \vec{H} estão intercaladas de 0.5 incrementos temporais (Δt).



Fig. 5. Configuração dos campos elétricos e magnéticos na célula de Yee [10].

As derivadas espaciais e temporais parciais provenientes das equações de Maxwell (5) e (6) são substituídas pelas diferenças finitas centrais [8]:

$$\frac{\partial f(x)}{\partial x} \approx \frac{f\left(x + \frac{\Delta s}{2}\right) - f\left(x - \frac{\Delta s}{2}\right)}{\Delta s} \tag{9}$$

$$\frac{\partial f(t)}{\partial t} \approx \frac{f\left(t + \frac{\Delta t}{2}\right) - f\left(t - \frac{\Delta t}{2}\right)}{\Delta t}$$
(10)

onde f denota um componente de \vec{E} ou \vec{H} . Assumindo que os campos elétricos e magnéticos são calculados em t = n Δ t (n = 0, 1, ...), obtém-se (11) – (16). Para o campo elétrico em x, por exemplo, utiliza-se a seguinte notação:

$$E_{x}(x, y, z, t) = E_{x}(i\Delta_{x}, j\Delta_{y}, k\Delta_{z}, n\Delta t) = E_{x}^{n}[i, j, k]$$

Logo, $E_x^n\left(i+\frac{1}{2}, j, k\right)$ denota um componente elétrico na posição x = (i+1/2)\Delta s, y = j\Delta s, z = k\Delta s, em t = n\Delta t.

$$E_x^n(i+1/2,j,k) = C_1 E_x^{n-1}(i+1/2,j,k) + C_2 \left\{ H_z^{n-1/2}(i+1/2,j) + \frac{1}{2},k \right\} - H_z^{n-1/2}(i+1/2,j-1/2,k) - H_y^{n-1/2}(i+1/2,j,k+1/2) + H_y^{n-1/2}(i+1/2,j,k) - 1/2) \right\}$$
(11)

$$E_{y}^{n}(i, j + 1/2, k) = C_{1}E_{y}^{n-1}(i, j + 1/2, k) + C_{2}\left\{H_{x}^{n-1/2}(i, j + 1/2, k + 1/2) - H_{x}^{n-1/2}(i, j + 1/2, k - 1/2) - H_{z}^{n-1/2}(i + 1/2, j + 1/2, k) + H_{z}^{n-1/2}(i - 1/2, j + 1/2, k)\right\} (12)$$

$$E_{z}^{n}(i, j, k + 1/2) = C_{1}E_{z}^{n-1}(i, j, k + 1/2) + C_{2}\left\{H_{y}^{n-1/2}(i + 1/2, j, k + 1/2) + H_{z}^{n-1/2}(i + 1/2, j, k + 1/2)\right\}$$

$$+ C_{2} \left\{ H_{y}^{n-1/2} (i + 1/2, j, k + 1/2) - H_{y}^{n-1/2} (i - 1/2, j, k + 1/2) - H_{x}^{n-1/2} (i, j + 1/2, k + 1/2) + H_{x}^{n-1/2} (i, j - 1/2, k + 1/2) \right\}$$

$$+ 1/2 \left\{ 13 \right\}$$

$$H_{x}^{n+1/2}(i, j + 1/2, k + 1/2) = H_{x}^{n-1/2}(i, j + 1/2, k + 1/2) + D_{1}\{-E_{x}^{n}(i, j + 1, k + 1/2) + E_{x}^{n}(i, j, k + 1/2) + E_{y}^{n}(i, j + 1/2, k + 1) - E_{y}^{n}(i, j + 1/2, k + 1) - E_{y}^{n}(i, j + 1/2, k)\}$$
(14)

$$H_{y}^{n+1/2}(i+1/2,j,k+1/2) = H_{y}^{n-1/2}(i+1/2,j,k+1/2) + D_{1}\{-E_{x}^{n}(i+1/2,j,k+1) + E_{x}^{n}(i+1/2,j,k) + E_{x}^{n}(i+1,j,k+1/2) - E_{x}^{n}(i,j,k + 1/2)\} = C_{x}^{n}(i,j,k) + C_{x}^{n}(i,j,$$

$$\begin{aligned} H_z^{n+1/2}(i+1/2,j+1/2,k) \\ &= H_z^{n-1/2}(i+1/2,j+1/2,k) \\ &+ D_1\{-E_y^n(i+1,j+1/2,k) \\ &+ E_y^n(i,j+1/2,k) + E_x^n(i+1/2,j+1,k) \\ &- E_x^n(i+1/2,j,k)\} \end{aligned} \tag{16}$$

Os coeficientes C₁, C₂ e D₁ são dados por:

$$C_{1} = \frac{1 - \frac{\sigma \Delta t}{2\varepsilon}}{1 + \frac{\sigma \Delta t}{2\varepsilon}}, C_{2} = \frac{\Delta t}{\varepsilon \Delta s} \frac{1}{1 + \frac{\sigma \Delta t}{2\varepsilon}}, D_{1} = \frac{\Delta t}{\mu \Delta s}$$
(17)

É importante salientar que, embora (7) e (8) não estejam explicitamente formuladas, é provado que (11) – (16) automaticamente satisfazem as mesmas [8]. Quanto a estabilidade numérica do FDTD, ela é limitada pelo passo temporal, o qual deve satisfazer o critério da condição de Courant [9]:

$$\frac{\Delta t}{\sqrt{\mu\varepsilon}} \le \frac{\Delta s}{\sqrt{3}}$$
(18)

Por outro lado, o erro de dispersão do algoritmo FDTD é minimizado quando a relação acima é uma igualdade. Deste modo, a equação para o cálculo do passo de tempo Δt a partir de um passo espacial Δs é:

$$\Delta t = \frac{\Delta s}{c \cdot \sqrt{3}}$$
(19)

II. Validação do Método FDTD

Nesta seção, a acurácia do método FDTD é validada pela comparação entre os resultados obtidos neste último e no ATP. Foi simulada uma torre de transmissão, de 80 m, com circuito duplo de 500 kV. A corrente da descarga em ambas as simulações é uma rampa, com uma amplitude de 150 kA, e um tempo de subida de 3µs. É importante salientar que, para frentes de onda lentas, o FDTD e o ATP devem produzir resultados próximos. A descarga atmosférica foi modelada por meio de uma resistência de 400Ω em paralelo com a fonte de corrente [4]. O passo espacial Δs é de 1m, e o passo temporal Δt utilizado no ATP e no método FDTD é o mesmo. Os cabos-guarda são do tipo OPGW (Optical Ground Wire) com uma seção de 290 mm², cada fase é do tipo ACSR (Aluminium Conductor Steel Reinforced), quatro condutores com um espaçamento de 50 cm, estes com seção individual de 810 mm². Foi escolhido, para a representação do solo, um plano condutor eletricamente perfeito (PEC), visto que, o foco deste artigo é apenas a comparação dos resultados entre o EMTP e o método FDTD. Neste caso, a onda é totalmente refletida com amplitude inversa. É importante salientar que, para torres muito elevadas, o tempo de retorno da onda viajante pela torre pode ser maior que o tempo de subida da mesma, deste modo, a tensão nas cadeias de isoladores permanece a mesma.

No ATP, a linha de transmissão foi representada pelo modelo LCC de Bergeron, com 8 fases. Segundo [4], uma torre de 80m apresenta impedâncias de surto Z_{t1} e Z_{t2} em torno de 220 Ω e 150 Ω , respectivamente. Todavia, para a validação do método FDTD, de acordo com [6] e [11], a impedância de surto utilizada no EMTP deve ser calculada de modo que a divisão de corrente entre a torre e o cabo-guarda satisfaça os resultados obtidos por meio do método FDTD, deste modo, utilizou-se uma impedância de surto Z_t de 200 Ω . Os parâmetros da torre, conforme a fig.1, são mostrados na tabela I.

TABELA I.	PARÂMETROS DO MODELO DA TORRE

x_1	x_2	<i>x</i> ₃	d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	r_f
10	16	12	30	26	24	28	11	0
m	m	m	m	m	m	m	m	Ω

No método FDTD, a torre de transmissão, o canal da descarga atmosférica e os cabos foram modelados por meio da técnica de fios finos (*thin wire* [12,13]). O sistema estudado se encontra em um espaço de 48mx35mx150m. A fonte de corrente se localiza entre a torre e o canal do raio, a mesma é pontual, logo, a onda viajante é esférica. O arranjo para o cálculo das sobretensões atmosféricas pode ser observado na fig. 3.



Fig. 3. Arranjo para o cálculo das sobretensões atmosféricas em uma torre de transmissão de 500 kV [15].

De acordo com a fig. 4, é possível observar que, os picos (parâmetros de interesse do presente artigo) estão próximos, validando o método FDTD. A diferença no pico das tensões é devido ao maior coeficiente de acoplamento entre o cabo-guarda e os condutores fase no modo TEM. O modelo de torre de Ishii compensa este efeito assumindo uma impedância de surto da torre mais elevada [11].

As formas de onda calculadas pelo método FDTD diferem na subida e na cauda das calculadas pelo EMTP, isto se deve ao fato deste último utilizar o modo TEM (*transverse electromagnetic*) de propagação da onda eletromagnética [11].



Fig. 4. Tensões nas cadeias de isoladores por meio do método FDTD e do software EMTP.

III. Resultados

Esta seção apresenta as tensões calculadas nas cadeias de isoladores em torres de transmissão de 40, 60, 80 e 100 m, para correntes de descarga atmosférica de -60, -110, -150 e -190 kA, respectivamente, parâmetros recomendados segundo [4]. Dois casos são estudados, o 1°, para um tempo de subida de 1 μ s (pior caso para uma descarga de retorno), e o 2°, para um tempo de subida de 0,1 μ s (pior caso para uma descarga subseqüente) [6]. O sistema é o mesmo utilizado para a validação do método FDTD.



(a) Torre de 40m, corrente de descarga atmosférica de -60 kA.



(b) Torre de 60m, corrente de descarga atmosférica de -110 kA



(c) Torre de 80m, corrente de descarga atmosférica de -150 kA



(d) Torre de 100m, corrente de descarga atmosférica de -190 kA

Fig. 5. Tensões calculadas nas cadeias de isoladores para um tempo de subida de 1µs.

A fig. 5 mostra as tensões calculadas nas cadeias de isoladores para um tempo de subida de 1µs para diferentes alturas. Pode-se observar que, para as torres de 40m e 60m, as tensões pelo método FDTD são menores que no ATP. Para torres de 80 e 100m, ocorre o inverso. O erro percentual entre as amplitudes da fase *a* nos dois métodos é menor para a torre de 60m, como pode ser observado na tabela II. Isto se deve ao fato dos parâmetros Z_{t1} e Z_{t2} em [2] terem sido calculados para uma torre de 62,8m. Cabe ressaltar que os valores dos parâmetros RL são alterados a depender da altura da torre, e os valores de Z_{t1} e Z_{t2} permanecem os mesmos, neste caso.

TABLE I. TABELA II. ERRO PERCENTUAL ENTRE AMPLITUDES DA FASE A NO ATP E NO FDTD PARA UM TEMPO DE FRENTE DE 1µS

Altura da torre	40m	60m	80m	100m
Erro percentual	18,1%	7%	10,68%	31,2%

Para um tempo de frente de 0,1 μ s, vide fig. 6, observa-se que, além das tensões nas cadeias de isoladores serem maiores no ATP, as amplitudes das tensões nas cadeias de isoladores estão trocadas, $V_c > V_b > V_a$, assim como constatam [6] e [15], o correto seria $V_a > V_b > V_c$. Isto ocorre pois, assim que a corrente é injetada no caboguarda, o acoplamento entre este, o solo, e as fases é instantaneamente considerada, e obtido assumindo-se o modo TEM de propagação. O método FDTD, em contrapartida, considera o tempo que a onda viajante refletida leva para

chegar ao topo da torre, deste modo, o campo eletromagnético produzido pela corrente no caboguarda ainda não foi suficientemente formado entre este último e o solo, portanto, o acoplamento entre o cabo-guarda e as fases não levam em consideração os valores calculados assumindo um modo TEM de propagação. Os resultados no ATP mostram também uma oscilação significativa, conforme obtido em [11].



(a) Torre de 40m, corrente de descarga atmosférica de -60 kA.



(b) Torre de 60m, corrente de descarga atmosférica de -110 kA.







(d) Torre de 100m, corrente de descarga atmosférica de -190 kA.

Fig. 6. Tensões calculadas nas cadeias de isoladores para um tempo de subida de $0,1\mu$ s.

IV. Conclusões

Este trabalho desenvolveu um modelo computacional tridimensional (3D) utilizando o método das diferencas finitas no domínio do tempo (FDTD) e o programa analisar as sobretensões ATP. para atmosféricas nas cadeias de isoladores de torres de transmissão. Foram simuladas torres de 40, 60, 80 e 100m, onde observouse que, para descargas atmosféricas com tempo de frente de 1µs, o erro percentual entre as amplitudes da fase a é menor para a torre de 60m.

Para descargas atmosféricas com tempo de frente de 0,1 μ s, as tensões calculadas nas cadeias de isoladores, para todos os casos, são maiores no ATP em relação ao FDTD. Para torres com altura acima de 100m, a tendência é que as tensões calculadas no FDTD sejam maiores que as do ATP. Além disso, ocorre a inversão das tensões nas cadeias de isoladores.

Com base nas conclusões anteriores, verifica-se que o tempo de subida da descarga atmosférica e a altura da torre são parâmetros fundamentais no estudo de sobretensões atmosféricas. Deste modo, há margem para novos estudos em relação à confiabilidade do programa ATP quando comparado ao método FDTD. Em termos de trabalhos futuros, pretende-se incluir o solo no domínio computacional FDTD para investigar o efeito do aterramento na sobretensão atmosférica nas cadeias de isoladores.

Referências

[1] Kawai M., "Studies of the surge response on a transmission line tower". *IEEE Trans Power Apparatus Syst*, pp: 30–34, Jan, 1964.

[2] M.Ishii et al., "Multistory transmission tower model for lightning surge analysis," *IEEE Trans. Power Delivery*, vol. PWRD-6, no. 3, p. 1372, Jul. 1991.

[3] Hara T, Yamamoto O. "Modelling of a transmission tower for lightning-surge analysis". *IEE Proceedings –Generation, Transmission and Distribution*, pp: 283–289, Maio 1996.

[4] Ametani A., Kawamura T., "A Method of a Lightning Surge Analysis Recommended in Japan using EMTP", *IEEE Trans. Power Delivery*, vol. 20, no 2, Abril, 2005.

[5] Baba Y., Ishii M, "Numerical Electromagnetic Field Analysis of Tower Surge

Response". *IEEE Trans. on Power Delivery*, vol. 12, no 1, Janeiro, 1997.

[6] Noda T., "A Tower Model for Lightning Overvoltage Studies Based on the Result of an FDTD Simulation". *Electrical Engineering in Japan*, vol. 164, no 1, 2008, Criepi, Japão.

[7] K. S. Yee, "Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-14, pp. 302–307, Maio 1966.

[8] Taflove A., Hagness, S. C., "Computational Electrodynamics – The Finite-Difference Time-Domain Method", 3a ed., Artech House, London/Boston, 2005.

[9] Sacks, Z. S., Kingsland D. M., Lee R., Lee, J. F., " A perfectly matched anisotropic absorber for use as an absorbing boundary condition", *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 43, pp. 1460-1463, 1995.

[10] Noda T, Yokoyama S. "Thin wire representation in finite difference time domain surge simulation". *IEEE Trans Power Delivery*, vol 17, pp: 840–847, 2002.

[11] Itamoto N., Kawamura H., Shinjo K., Motoyama H., Ishii M., "Accuracy of Lightning Surge Analysis of Tower Surge Response". *International Conference on Power System Transients* (IPST2009), Junho, 2009, Japão.

[12] Noda T., Yokoyama S., "Thin Wire Representation in Finite Difference Time Domain Surge Simulation". *IEEE Trans. on Power Deliv.* , vol 17, no 3, Julho, 2002.

[13] Asada T., Baba Y., Nagaoka N., Ametani A. "An Improved Thin Wire Representation for FDTD Transient Simulations". *IEEE Trans. on Electromag. Compat.*, 2014.

[14] Noda T., Tatematsu A., Yokoyama S., "Improvements of an FDTD-Based Surge Simulation Code and Its Application to the Lightning Overvoltage Calculation of a Transmission Tower". *International Conference on Power Systems Transients*, (IPST 2005) Junho, 2005, Montreal, Canadá.

[15] Baba Y., Ishii M., "Numerical Electromagnetic Field Analysis on Lightning Surge Response of Tower with Shield Wire". *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 15, no 3, Julho, 2000.

Modelagem de Descargas Atmosféricas em Torres de Transmissão utilizando o Método das Diferenças Finitas no Domínio do Tempo

Guilherme Saldanha Kroetz, Marcela Silva Novo, Fernando Augusto Moreira

Departamento de Engenharia Elétrica Universidade Federal da Bahia, UFBA Salvador, Brasil

guikroetz@hotmail.com; moreiraf@ufba.br; marcela.novo@ufba.br.

Resumo—Este trabalho desenvolve um modelo computacional tridimensional (3D) utilizando o método das diferenças finitas no domínio do tempo (FDTD) para analisar as sobretensões atmosféricas nas cadeias de isoladores de torres de transmissão. Uma camada uniaxial perfeitamente casada foi implementada como condição de contorno absorvente. Os resultados numéricos foram validados com o programa ATP e estudos comparativos foram realizados em torres de transmissão de diferentes alturas.

Palavras chave-descargas atmosféricas; ATP; método FDTD; torre de transmissão.

I. INTRODUÇÃO

O desempenho de linhas de transmissão frente a surtos atmosféricos é de grande interesse por parte das concessionárias de transmissão de energia elétrica, tendo em vista a possível interrupção no fornecimento de energia às diversas cargas conectadas às linhas. Para isto, os modelos da torre de transmissão em simulações computacionais devem ser o mais próximo possível da realidade. A impedância de uma torre de transmissão vista como um condutor vertical foi estudada por meio de abordagens experimentais [1-3], utilizando a teoria de circuitos [4], e teoria eletromagnética [5.6]. Como uma torre de transmissão é um sistema vertical em relação ao solo, a teoria de circuitos por parâmetros distribuídos não é adequada para lidar com a propagação eletromagnética da onda na torre. Cabe ressaltar que fenômenos muito rápidos não são modelados de forma precisa pela teoria de circuitos, de forma que uma solução de onda completa se faz necessária.

O método dos momentos (MoM) [5] e o método das diferenças finitas no domínio do tempo (FDTD) [6] têm sido utilizados para estudar sobretensões atmosféricas nas cadeias de isoladores em torre de transmissão de energia elétrica. Em [6], o FDTD foi implementado com a condição de Liao de 2ª ordem como condição de contorno absorvente (*Absorbing Boundary Condition* - ABC). A discretização do FDTD resultou em um número superior a 9 milhões de incógnitas requerendo, portanto, o uso de processamentro paralelo. Recentemente, surgiram outras implementações do método FDTD com a condição de contorno de Liao e domínios computacionais semelhantes [7,8]. Em [9], a implementação de camadas perfeitamente casadas (*Perfectly Matched Layer* - PML) ao domínio computacional do FDTD foi realizada com o intuito de diminuir o espaço computacional,

entretanto, o canal da descarga atmosférica não foi considerado no modelo.

Neste artigo, um modelo computacional tridimensional (3D) utilizando o FDTD é desenvolvido para analisar as sobretensões atmosféricas nas cadeias de isoladores de torres de transmissão. Uma camada uniaxial perfeitamente casada (*Uniaxial Perfectly Matched Layer* - UPML) foi incorporada ao domínio como condição de contorno absorvente. Os resultados numéricos são validados apresentando boa concordância com o programa ATP [2]. Um estudo de convergência do FDTD foi realizado mostrando que o algoritmo é preciso, robusto e estável. Em seguida, estudos comparativos entre o FDTD e o ATP foram realizados para analisar as sobretensões atmosféricas nas cadeias de isoladores em torres de transmissão de diferentes alturas.

II. MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS NO DOMÍNIO DO TEMPO (FDTD)

Neste trabalho, o algoritmo de diferenças finitas no domínio do tempo (FDTD) desenvolvido por Kane Yee em 1966 [10] é utilizado como técnica solução para avaliar o efeito das sobretensões atmosféricas nas cadeias de isoladores em torre de transmissão. O FDTD baseia-se na discretização direta das equações de Maxwell e, portanto, é um método flexível no tratamento de problemas envolvendo geometrias e meios complexos. Uma camada uniaxial perfeitamente casada (*Uniaxial Perfectly Matched Layer* -UPML) é incorporada ao domínio como condição de contorno absorvente (ABC) para assegurar a condição de radiação de Sommerfeld e reduzir o domínio computacional. Uma aproximação para o cálculo de permissividade e permeabilidade efetivas é utilizada para representar fios finos na grade do FDTD. Uma breve descrição do modelo desenvolvido é apresentada nas seções que seguem.

A. Formulação Teórica

Considere a forma diferencial das equações de Maxwell no domínio do tempo dada por [11]:

$$\nabla \times \vec{E} + \mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = 0, \qquad (1a)$$

$$\nabla \times \vec{H} - \sigma \vec{E} - \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \vec{J}_s, \qquad (1b)$$

$$\nabla \cdot \varepsilon \vec{E} = \rho, \qquad (1c)$$

$$\nabla \cdot \mu \vec{H} = 0, \tag{1d}$$

onde $\vec{E} \in \vec{H}$ são os vetores intensidade de campo elétrico e magnético, respectivamente, \vec{J}_s é o vetor densidade de corrente elétrica, ϵ é a permissividade elétrica do meio, μ a permeabilidade magnética do meio, σ é a condutividade elétrica do meio, e ρ a densidade de carga elétrica.

As equações (1) estão sujeitas a seguinte condição de contorno:

$$\vec{n} \times \vec{E}\big|_{\partial\Omega} = 0, \tag{2}$$

onde $\partial \Omega$ é o contorno da região de interesse e *n* é o vetor normal unitário à superfície.

B. Discretização das Equações

A presente técnica FDTD utiliza um esquema de grades entrelaçadas em coordenadas cartesianas, decompondo o domínio em dois conjuntos de células, denominadas células primárias e células duais, seguindo o modelo de Yee [10]. Um par dessas células é mostrado na Fig. 1.



Fig. 1. Posições das componentes dos campos elétricos e magnéticos em uma célula cúbica de Yee [12].

Os vértices da grade primária e da grade dual estão definidos em (x_i; y_j; z_k) e (x_i + $\Delta_x/2$, y_j + $\Delta_y/2$, z_k + $\Delta_z/2$), respectivamente. i, j e k são os índices nodais da grade primária, e Δ_x , $\Delta_y \ e \ \Delta_z$ são os incrementos espaciais nas direções x, y e z, respectivamente.

As componentes do campo elétrico \vec{E} e do campo magnético \vec{H} estão posicionadas na grade de forma a assegurar as condições de continuidade dos campos na interface entre dois meios com materiais distintos.

A condutividade e a permissividade são uniformes sobre cada célula da grade primária, de forma que a transição das propriedades elétricas é feita na grade primária. Assim, as componentes de \vec{E} estão localizadas no ponto médio das arestas primárias (centro das faces duais), assegurando a continuidade das componentes tangenciais de \vec{E} . Cabe ressaltar que a componente normal de \vec{E} também é contínua na interface entre dois meios. As componentes de \vec{H} , por sua vez, estão posicionadas no ponto médio das arestas da grade dual (centro das faces primárias).

As equações rotacionais vetoriais de Maxwell (1a) e (1b), podem ser decompostas em seis equações escalares. Considerando a equação (1b) para o campo elétrico na direção de x, tem-se:

$$\frac{\partial E_x}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left[\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} - \left(J_{fonte_x} + \sigma E_x \right) \right]. \tag{3}$$

Aproximando as derivadas parciais por diferenças finitas centrais para ambos, espaço e tempo, a equação (3) pode ser escrita como:

$$\frac{\frac{E_{x}|_{i+1/2,j,k}^{n} - E_{x}|_{i+1/2,j,k}^{n-1}}{\Delta t}}{\Delta t} = \frac{1}{\varepsilon_{i+1/2,j,k}} \cdot \frac{H_{x}|_{i+1/2,j-1/2,k}^{n-1/2}}{\Delta y} - \frac{H_{y}|_{i+1/2,j,k+1/2}^{n-1/2} - H_{y}|_{i+1/2,j,k-1/2}^{n-1/2}}{\Delta z} - J_{fonte_{x}}|_{i+1/2,j,k}^{n-1/2} - \sigma_{i+1/2,j,k}E_{x}|_{i+1/2,j,k}^{n-1/2} \right).$$
(4)

Tendo em vista que os campos elétricos estão definidos nos instantes de tempo n inteiros, assume-se a seguinte aproximação explícita:

$$E_x|_{i+1/2,j,k}^{n-1/2} = \frac{E_x|_{i+1/2,j,k}^n - E_x|_{i+1/2,j,k}^{n-1}}{2}.$$
 (5)

Substituindo (5) em (4), isolando $E_x |_{i+1/2,j,k}^n$ e dividindo ambos os lados da equação (4) por $\left(1 + \frac{\sigma_{i+1/2,j,k}\Delta t}{2\varepsilon_{i+1/2,j,k}}\right)$, resulta:

$$E_{x}|_{i+1/2,j,k}^{n} = \left(\frac{1 - \frac{\sigma_{i+1/2,j,k}\Delta t}{2\varepsilon_{i+1/2,j,k}}}{1 + \frac{\sigma_{i+1/2,j,k}\Delta t}{2\varepsilon_{i+1/2,j,k}}}\right) E_{x}|_{i+1/2,j,k}^{n-1}$$

$$+ \left(\frac{\frac{\Delta t}{\varepsilon_{i+1/2,j,k}}}{1 + \frac{\sigma_{i+1/2,j,k}\Delta t}{2\varepsilon_{i+1/2,j,k}}}\right) \cdot \left(\frac{H_{z}|_{i+1/2,j+1/2,k}^{n-1/2} - H_{z}|_{i+1/2,j-1/2,k}^{n-1/2}}{\Delta y}\right)$$

$$- \frac{H_{y}|_{i+1/2,j,k+1/2}^{n-1/2} - H_{y}|_{i+1/2,j,k-1/2}^{n-1/2}}{\Delta z}$$

$$- J_{fonte_{x}}|_{i+1/2,j,k}^{n}\right). \quad (6)$$

O procedimento para cálculo das componentes $E_y e E_z é$ semelhante ao descrito anteriormente para a componente em *x*.

Por analogia, as componentes discretas de \vec{H} são obtidas através da discretização por diferenças finitas da lei de Faraday (1a) e omitidas aqui por questão de espaço.

C. Modelagem de Fio Finos

Um fio fino (*thin wire*) é definido como um condutor cujo raio é menor que o tamanho da célula na modelagem FDTD. No presente artigo, utiliza-se a aproximação introduzida em [12] para a representação do fio fino. Em sua formulação, os campos elétricos e magnéticos das células adjacentes ao fio fino, são corrigidos em função do raio do mesmo. Esta correção é realizada através da modificação da permissividade e da permeabilidade das células adjacentes.

A Fig. 2(a) ilustra um fio condutor eletricamente perfeito de raio *r* centralizado no eixo *z*, com permissividade ε e permeabilidade μ . A seção transversal do fio e as respectivas componentes dos campos adjacentes que devem ser ponderadas na representação do fio fino está mostrada nas figuras 2(b) e 2(c).



Fig. 2. Representação do fio fino e das componentes elétricas e magnéticas dos campos [12].

Para tanto, a permissividade ε utilizada no cálculo dos campos elétricos adjacentes E_{x1} , E_{x2} , E_{y1} e E_{y2} é multiplicada pelo fator de correção *fc*, e a permeabilidade μ utilizada no cálculo dos campos magnéticos adjacentes H_{x1} , H_{x2} , H_{y1} e H_{y2} é dividida pelo fator de correção *fc*. Este fator é obtido por meio da equação [12]:

$$fc \cong \frac{1.471}{\ln\left(\frac{\Delta_z}{r}\right)}.$$
(7)

D. Camadas Perfeitamente Casadas Uniaxialmente

Uma camada perfeitamente casada uniaxialmente (UPML) é incorporada nas terminações da grade a fim de absorver as ondas refletidas. Isto é feito por meio de modificações dos parâmetros constitutivos dentro da região da UPML e, portanto, não requer qualquer modificação nas equações de Maxwell. Em coordenadas cartesianas, os tensores constitutivos da UPML que são compatíveis com um meio não-dispersivo homogêneo caracterizado por parâmetros constitutivos ε e μ , são dados por $\bar{\varepsilon}_{PML} = \varepsilon \bar{\Lambda}_{x,y,z}(x, y, z)$ e $\bar{\mu}_{PML} = \mu \bar{\Lambda}_{x,y,z}(x, y, z)$ com [11]

$$\overline{\Lambda}_{x,y,z}(x,y,z) = \frac{s_y s_z}{s_x} \hat{x} + \frac{s_x s_z}{s_y} \hat{y} + \frac{s_x s_y}{s_z} \hat{z}, \qquad (8)$$

onde $s_x, \ s_y$ e s_z são as variáveis complexas de expansão, definidas como

$$s_x = k_x + \frac{\sigma_x}{j\omega\varepsilon_0},\tag{9a}$$

$$s_y = k_y + \frac{\sigma_y}{i\omega\varepsilon_0},\tag{9b}$$

$$s_z = k_z + \frac{\sigma_z}{i\omega s_z},\tag{9c}$$

onde k_x , k_y , k_z , σ_x , σ_y e σ_z são funções apenas da posição [13]. Dentro da região da UPML, os modos de propagação são transformados e têm-se, por exemplo, na direção *z*, a seguinte transformação:

$$e^{-j\beta|z|} \approx e^{-ja_z\beta|z|}e^{-\beta\frac{\sigma_z}{\omega\varepsilon}|z|},\tag{10}$$



Fig. 3. Modelo de Ishii de uma torre de transmissão [2].

e similarmente para os modos na outras direções. Assim, os modos de propagação transformados exibem decaimento exponencial dentro da UPML, de modo a reduzir as reflexões espúrias das terminações da grade.

O projeto de uma UPML eficaz requer um equilíbrio entre o erro de reflexão teórico, e o erro de discretização numérico. Vários perfis têm sido sugeridos para o escalonamento de $\sigma_{\zeta}(\zeta = x, y, z)$ no contexto da UPML. Os mais bem sucedidos usam a variação geométrica ou polinomial da perda de propagação na UPML. Aqui, o seguinte escalonamento polinomial é adotado [11]:

$$\sigma_{\zeta}(\zeta) = \left(\frac{\zeta}{d}\right)^m \sigma_{\zeta}^{max},\tag{11}$$

$$\sigma_{\zeta}^{max} = -\frac{(m+1)ln[R(\theta=0)]}{2\eta d},$$
(12)

onde $\zeta = x,y,z, d$ é a espessura da UPML, *m* é o fator de escalonamento polinomial, σ_{ζ}^{max} é a condutividade da UPML na fronteira externa, θ é o ângulo de incidência na UPML e R(θ) é o erro de reflexão teórico.

III. ATP - MODELO DE ISHII

O programa ATP (*Alternative Transients Program*), é um programa do tipo EMTP (*Electromagnetic Transient Program*). O mesmo utiliza a integração trapezoidal para a modelagem de elementos a parâmetros concentrados e o método de Bergeron para a modelagem de linhas de transmissão a parâmetros distribuídos. É o software mais utilizado entre os pesquisadores, pois é robusto e confiável nos estudos de transitórios em sistemas elétricos de potência.

A torre de transmissão, de configuração vertical de múltiplos níveis, é representada por quatro impedâncias de surto a parâmetros distribuídos (Z_t), como ilustrado na Fig. 3. Para representar a distorção e a atenuação da onda viajante, um circuito paralelo RL é inserido em cada seção. Os valores de R e L são definidos de acordo com as seguintes equações [4]:

$$R_i = \Delta R_i \cdot x_i, \tag{13}$$

$$L_i = 2\tau R_i, \tag{14}$$

$$\Delta R_1 = \Delta R_2 = \Delta R_3 = \frac{2Z_{t1}}{(h - x_4)} \cdot ln\left(\frac{1}{\alpha_1}\right), \quad (15)$$

$$\Delta R_4 = \frac{2Z_{t4}}{h} \cdot ln\left(\frac{1}{\alpha_4}\right),\tag{16}$$

onde

 $\tau = h/c$ – tempo de propagação da onda ao longo da torre; h – altura da torre;

c - velocidade de propagação da onda viajante na torre;

- $\alpha_1 = \alpha_4 = 0.89$ atenuação ao longo da torre;
- R_f resistência de aterramento;
- Zt-impedância de surto.

IV. RESULTADOS NUMÉRICOS

A. Validação

Foi simulada uma torre de transmissão, de 80 m, com circuito duplo de 500 kV. A corrente da descarga, em ambas as simulações, é uma rampa de Heaviside com uma amplitude de 150 kA e um tempo de subida de 3 μ s. A descarga atmosférica foi modelada por meio de uma resistência de 400 Ω em paralelo com a fonte de corrente [4]. Os cabos-guarda são do tipo OPGW (*Optical Ground Wire*) com uma seção de 290 mm². Cada fase é do tipo ACSR (*Aluminium Conductor Steel Reinforced*) com quatro condutores espaçados de 50 cm entre si, tendo cada um deles seção transversal individual de 810 mm².

No ATP, a linha de transmissão foi representada pelo modelo LCC de Bergeron, com 8 fases. Segundo [4], uma torre de 80 m apresenta impedâncias de surto $Z_{t1} e Z_{t2}$ em torno de 220 Ω e 150 Ω , respectivamente. Todavia, para a validação do método FDTD, de acordo com [6] e [7], a impedância de surto utilizada no ATP deve ser calculada de modo que a divisão de corrente entre a torre e o cabo-guarda satisfaça os resultados obtidos por meio do método FDTD, deste modo, utilizou-se uma impedância de surto Z_t de 200 Ω . Os parâmetros da torre, conforme a fig.1, são mostrados na tabela I.

TABELA I. PARÂMETROS DO MODELO DA TORRE

x_1	<i>x</i> ₂	<i>x</i> ₃	d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	R_{f}
10m	16m	12m	30m	26m	24m	28m	11m	0Ω

No método FDTD, a torre de transmissão, o canal da descarga atmosférica e os cabos foram modelados por meio da técnica de fios finos (*thin wire* [12,13]). O domínio

estudado considera um espaço físico de 48m x 35m x 150m, onde $\Delta x = \Delta y = \Delta z = 1$ m, resultando em 252.000 incógnitas. O passo de tempo utilizado no ATP e no método FDTD é o mesmo, de forma que para assegurar a estabilidade do método FDTD foi adotado um incremento temporal de $\Delta t =$ 1.9066 ·10⁻⁹. O domínio computacional foi terminado por uma UPML de 10 camadas com um perfil polinomial de *m*=4 e um coeficiente de reflexão teórico de 10⁻¹⁶. Aqui, o solo é representado por um plano condutor eletricamente perfeito (PEC). A fonte de corrente está localizada entre a torre e o canal do raio. O cenário para o cálculo das sobretensões atmosféricas pode ser observado na Fig. 4.



Fig. 4. Cenário para o cálculo das sobretensões atmosféricas em uma torre de transmissão de 500 kV.

De acordo com a Fig. 5, é possível observar que, os picos (parâmetros de interesse do presente artigo) estão próximos, validando o método FDTD. A diferença entre os picos de tensão nas duas simulações é de 1.12 %, 3.2 % e 1.22 % para as fases *a*, *b* e *c*, respectivamente.

As formas de onda calculadas pelo método FDTD diferem na subida e na cauda das calculadas pelo EMTP, isto se deve ao fato deste último utilizar o modo TEM (*transverse electromagnetic*) de propagação da onda eletromagnética [7].



Fig. 5. Tensões nas cadeias de isoladores por meio do método FDTD e do software EMTP.

B. Estudo de Convergência

Para o estudo de convergência foi utilizado o mesmo cenário da validação, mas considerando o tempo de frente de onda de 1µs. A Fig. 6 apresenta o estudo de convergência do problema, onde diferentes valores para o incremento espacial foram adotados. Observa-se que os resultados apresentam uma concordância excelente para as três fases calculadas. O erro relativo entre as amplitudes da fase *a* para os incrementos espaciais de 0,5m e 0,25m em relação ao incremento espacial de 1m foi de 2.35% e 5.4%, respectivamente.



Figura 6. Convergência do método FDTD.

C. Tensão nas Cadeias de Isoladores: FDTD x ATP

Esta seção apresenta as tensões calculadas nas cadeias de isoladores em torres de transmissão de 40, 60, 80 e 100 m, para correntes de descarga atmosférica de -60, -110, -150 e -190 kA, respectivamente, parâmetros recomendados segundo [4]. Dois casos são estudados, o 1°, para um tempo de subida de 1 μ s (pior caso para uma descarga de retorno), e o 2°, para um tempo de subida de 0,1 μ s (pior caso para uma descarga subseqüente) [6]. O sistema é o mesmo utilizado para a validação do método FDTD. A Fig. 7 mostra as tensões calculadas nas cadeias de isoladores para um tempo de subida de 1 μ s para diferentes alturas.



(a) Torre de 40m, corrente de descarga atmosférica de -60 kA.



(b) Torre de 60m, corrente de descarga atmosférica de -110 kA.



(c) Torre de 80m, corrente de descarga atmosférica de -150 kA.



(d) Torre de 100m, corrente de descarga atmosférica de -190 kA.
 Fig. 7. Tensões calculadas nas cadeias de isoladores para um tempo de subida de 1μs.

Pode-se observar por meio da tabela II que a discrepância entre as amplitudes da fase *a* (onde há uma maior probabilidade, neste caso, para a ocorrência de um *back-flashover*) é menor para a torre de 60m. Isto se deve ao fato dos parâmetros Z_{t1} e Z_{t2} terem sido definidos por [2] para uma torre de 62m. A diferença no pico das tensões na torre de 60m é devido ao maior coeficiente de acoplamento entre o cabo-guarda e os condutores fase no modo TEM. O modelo de torre de Ishii compensa este efeito assumindo uma impedância de surto mais elevada [7].

TABELA II.	ERRO PERCENTUAL ENTRE AMPLITUDES DA FASE A
NO ATP E NO) FDTD PARA UM TEMPO DE FRENTE DE 1μ s

Altura da torre	40m	60m	80m	100m
Discrepância	18.1%	7%	10.68%	31.2%

Para um tempo de frente de 0,1 µs, vide Fig. 8, observase que, além das tensões nas cadeias de isoladores serem maiores no ATP, as amplitudes das tensões nas cadeias de isoladores estão trocadas, $V_c > V_b > V_a$, assim como constatam [6] e [14], o correto seria $V_a > V_b > V_c$. Isto ocorre pois, assim que a corrente é injetada no cabo-guarda, o acoplamento entre este, o solo, e as fases é instantaneamente considerada, e obtido assumindo-se o modo TEM de propagação. O método FDTD, em contrapartida, considera o tempo que a onda viajante refletida leva para chegar ao topo da torre, deste modo, o campo eletromagnético produzido pela corrente no cabo-guarda ainda não foi suficientemente formado entre este último e o solo, portanto, o acoplamento entre o cabo-guarda e as fases não levam em consideração os valores calculados assumindo um modo TEM de propagação. Os resultados no ATP mostram também uma oscilação significativa, conforme obtido em [9].



(a) Torre de 40m, corrente de descarga atmosférica de -60 kA.



(b) Torre de 60m, corrente de descarga atmosférica de -110 kA.



(c) Torre de 80m, corrente de descarga atmosférica de -150 kA.



Torre de 100m, corrente de descarga atmosférica de -190 kA. Fig. 8. Tensões calculadas nas cadeias de isoladores para um tempo de subida de 0,1µs.

V. CONCLUSÕES

Este trabalho desenvolveu um modelo computacional tridimensional (3D) utilizando o método das diferenças finitas no domínio do tempo (FDTD) para analisar as sobretensões atmosféricas nas cadeias de isoladores de torres de transmissão. Observou-se que o tempo de subida da descarga atmosférica e a altura da torre são parâmetros fundamentais no estudo de sobretensões atmosféricas. Constatou-se que, a diminuição do tempo de subida ou o aumento da altura da torre pode acarretar em resultados errôneos no ATP. Em termos de trabalhos futuros, pretende-se incluir o solo no domínio computacional FDTD para investigar o efeito do aterramento na sobretensão atmosférica nas cadeias de isoladores.

REFERÊNCIAS

- Kawai M., "Studies of the surge response on a transmission line tower," IEEE Trans Power Apparatus Syst, pp: 30–34, Jan, 1964.
- [2] M. Ishii et al., "Multistory transmission tower model for lightning surge analysis," IEEE Trans. Power Delivery, vol. PWRD-6, no. 3, pp. 1372, Jul. 1991.
- [3] Hara T and Yamamoto O. "Modelling of a transmission tower for lightning-surge analysis," IEEE Proceedings –Generation, Transmission and Distribuition, pp: 283–289, Maio 1996.
- [4] Ametani A. and Kawamura T., "A method of a lightning surge analysis recommended in japan using EMTP," IEEE Trans. Power Delivery, vol. 20, no 2, Abril, 2005.
- [5] Ishii M. and Baba Y., "Numerical electromagnetic field analysis of tower surge response," IEEE Trans. on Power Delivery, vol. 12, no 1, Janeiro, 1997.
- [6] Noda T., "A tower model for lightning overvoltage studies based on the result of an FDTD simulation," Electrical Engineering in Japan, vol. 164, no 1, 2008, Criepi, Japão.
- [7] N. Itamoto, H. Kawamura, K. Shinjo, H. Motoyama and M. Ishii, "Accuracy of lightning surge analysis of tower surge response," International Conference on Power Systems Transients, 2009, Kyoto, Japão.
- [8] J. Takami, T. Tsuboi, K. Yamamoto, S. Okabe, Y. Baba and A. Ametani, "Lightning surge response of a double-circuit transmission tower with incoming lines to a substation through FDTD simulation," IEEE Trans. on Dielectrics and Electrical Insulation, vol. 21, n° 1, Fevereiro, 2014.
- [9] C. Yao, H. Wu and Y. Mi, "Finite difference time domain simulation of lightning transient electromagnetic fields on transmission lines," IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation, vol. 20, n° 4, Agosto, 2013.

[10]K.	S.	Yee,	"Numerical	solution	of
--------	----	------	------------	----------	----

initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media," IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. AP-14, pp. 302–307, Maio 1966.

- [11] Taflove A. and Hagness, S. C., Computational electrodynamics the finite-difference time-domain method, 3rd ed., Artech House, London/Boston, 2005.
- [12] Noda T.and Yokoyama S., "Thin wire representation in finite difference time domain surge simulation," IEEE Trans. on Power Deliv., vol 17, no 3, Julho, 2002.
- [13] Asada T., Baba Y., Nagaoka N. and Ametani A. "An improved thin wire representation for FDTD transient simulations," IEEE Trans. on Electromag. Compat., 2014.
- [14] Baba Y. and Ishii M., "Numerical electromagnetic field analysis on lightning surge response of tower with shield wire," IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 15, no 3, Julho, 2000.