



**UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA**  
**ESCOLA POLITÉCNICA**  
**PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE ESTRUTURAS**

**YASMIN FORTES FONSECA**

**PROJETO DE LAJES LISAS PÓS-TRACIONADAS:**  
ANÁLISE COMPARATIVA ENTRE AS NORMAS NBR6118:2014,  
EN1992-1-1:2004 E ACI318-14 E OS SISTEMAS DE PÓS-TRAÇÃO  
ADERENTE E NÃO ADERENTE

Salvador

2018

**YASMIN FORTES FONSECA**

**PROJETO DE LAJES LISAS PÓS-TRACIONADAS:  
ANÁLISE COMPARATIVA ENTRE AS NORMAS NBR6118:2014,  
EN1992-1-1:2004 E ACI318-14 E OS SISTEMAS DE PÓS-TRAÇÃO  
ADERENTE E NÃO ADERENTE**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas, Escola Politécnica, Universidade Federal da Bahia, como requisito para obtenção do título de Mestre em Engenharia de Estruturas.

Orientadora: Profa. Dra. Tatiana Bittencourt Dumê

Salvador

2018

Ficha catalográfica elaborada pelo Sistema Universitário de Bibliotecas (SIBI/UFBA),  
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

Fortes Fonseca, Yasmin

Projeto de lajes lisas pós-tracionadas: análise comparativa entre as normas NBR6118:2014, EN1992-1-1:2004 e ACI318-14 e os sistemas de pós-tração aderente e não aderente / Yasmin Fortes Fonseca. -- Salvador, 2018.

260 f.

Orientador: Tatiana Bittencourt Dumêl.

Dissertação (Mestrado - Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas) -- Universidade Federal da Bahia, Escola Politécnica, 2018.

1. Lajes lisas. 2. Lajes protendidas. 3. Pós-tração aderente. 4. Pós-tração não aderente. I. Bittencourt Dumêl, Tatiana. II. Título.

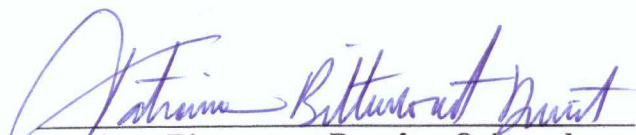


Universidade Federal da Bahia  
Escola Politécnica  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas

### Ata de Defesa de Dissertação

Aos vinte e nove dias do mês de outubro de 2018, às 15:00 horas, na sala de vídeo conferência Hernani Sobral, da Escola Politécnica da Universidade Federal da Bahia, reuniram-se por vídeo conferência os professores Tatiana Bittencourt Dumê (professora orientadora), Alex Alves Bandeira, ambos da Universidade Federal da Bahia (UFBA), e Leandro Mouta Trautwein, da Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), para a avaliação da Dissertação da mestranda YASMIN FORTES FONSECA, intitulada **PROJETO DE LAJES LISAS PÓS-TRACIONADAS: ANÁLISE COMPARATIVA ENTRE REFERÊNCIAS NORMATIVAS E SISTEMAS DE PROTENSÃO**. A Prof<sup>a</sup> Tatiana Bittencourt Dumê presidiu a banca com a presença do Prof. Alex Alves Bandeira e a mestranda Yasmin Fortes Fonseca na sala de vídeo conferência Hernani Sobral, da Escola Politécnica, e o Prof. Leandro Mouta Trautwein na sala de vídeo conferência da Universidade Estadual de Campinas Após a apresentação, a banca reuniu-se e considerou, por unanimidade, que a candidata foi **APROVADA**.

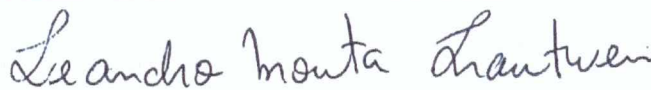
Salvador, 29 de outubro de 2018

  
**Tatiana Bittencourt Dumê – Orientadora**

Departamento de Construção e Estruturas  
Universidade Federal da Bahia – UFBA

  
**Alex Alves Bandeira**

Departamento de Construção e Estruturas  
Universidade Federal da Bahia – UFBA



**Leandro Mouta Trautwein**  
Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP

“O importante é não parar de questionar. A  
curiosidade tem sua própria razão de existir”

(Albert Einstein)

“Seja menos curioso sobre as pessoas e mais  
curioso sobre ideias”

(Marie Curie)

## AGRADECIMENTOS

À Deus por me acompanhar sempre e por me conceder força, saúde e disposição para realização desta dissertação.

À minha orientadora Profa. Dra. Tatiana Bittencourt Dumêt por todo apoio, incentivo, disponibilidade e amizade que foram fundamentais para realização desta pesquisa.

Aos meus professores do mestrado por todos os ensinamentos e dedicação.

Aos meus amigos e colegas do mestrado, em especial, à Bruno Lobo e à Gustavo Canário, pelo incentivo e amizade que tornaram a rotina da faculdade mais agradável.

Ao amigo e orientador de graduação Prof. Msc. Aloísio Sthéfano pelo seu apoio profissional, pelo seu incentivo e pelas discussões e sugestões feitas para este trabalho.

À TQS Informática por disponibilizar o seu programa para o desenvolvimento de exemplos de caso realizados neste trabalho e por fornecer diversos recursos e manuais didáticos que facilitaram o entendimento e análise dos resultados encontrados.

À CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) pelo apoio financeiro concedido durante a realização do mestrado.

À toda minha família pelo incentivo e amizade, em especial, à minha mãe Christiane e à minha irmã Ylanna pelo seu amor incondicional e por me incentivarem sempre a perseguir meus objetivos com força e coragem.

Ao meu marido Vítor, por fazer da minha felicidade a sua prioridade, por toda a sua compreensão, paciência, amor e incentivo em todos os momentos.

FONSECA, Yasmin Fortes. Projeto de lajes lisas pós-tracionadas: análise comparativa entre as normas NBR6118:2014, EN1992-1-1:2004 e ACI318-14 e os sistemas de pós-tração aderente e não aderente. 260 f. Dissertação (Defesa de Mestrado) – Escola Politécnica, Universidade Federal da Bahia, Salvador, 2018.

## **RESUMO**

Este trabalho tem como objetivo a elaboração de um embasamento teórico relativo ao dimensionamento de lajes lisas pós-tracionadas considerando, para isso, a comparação entre as prescrições das referências normativas NBR6118:2014, EN1992-1-1:2004 e ACI 318-14 e entre os sistemas de pós-tração aderente e não aderente. Inicialmente foi apresentada uma revisão bibliográfica sobre os conceitos gerais envolvidos para o dimensionamento de lajes protendidas. Em seguida, foi realizada uma revisão contemplando as prescrições das três normas estudadas relativas ao tema. Além disso, foram realizados exemplos de caso para o desenvolvimento de duas análises. A primeira análise considerou as diferentes referências normativas para o dimensionamento de faixas de laje idênticas com vãos variando entre 8m a 12m e utilizando o Método dos Pórticos Equivalentes (MPE). A segunda análise considerou o dimensionamento de lajes com dimensões padronizadas, com vãos entre 8m a 12m e diferentes disposições de cabos em plantas, contemplando cabos distribuídos nas faixas de laje, ou concentrados sobre pilares. Essa análise foi realizada através do Método de Analogia das Grelhas, utilizando o programa TQS. Como resultado da primeira análise, foi observado que os dimensionamentos realizados pela norma ACI318-14 necessitam de uma maior quantidade de armadura ativa e uma menor quantidade de armadura passiva em relação às normas NBR6118:2014 e EN1992-1-1:2004. Como resultado da segunda análise, foi verificado que, para ambos os sistemas aderente e não aderente, a opção de cabos distribuídos em uma direção e concentrado sobre pilares na outra foi a mais vantajosa. Para essa opção, o sistema aderente mostrou-se o mais econômico, considerando conjuntamente o consumo de armaduras ativas e passivas.

Palavras-chave: Lajes lisas. Lajes protendidas. Pós-tração aderente. Pós-tração não aderente.

FONSECA, Yasmin Fortes. Post-tensioned slabs design: comparison between the NBR6118:2014, EN1992-1-1:2004 and ACI318-14 standards and the bonded and unbonded post-tensioning systems. 260 p. Dissertation (Masters degree defense) – Escola Politécnica, Universidade Federal da Bahia, Salvador, 2018.

## **ABSTRACT**

The main objective of this work is to compile the theoretical foundation behind post-tensioned slabs design, considering, for this, a comparison between the standards NBR6118:2014, EN1992-1-1:2004 and ACI318-14 and a comparison between the bonded and unbonded post-tensioning systems. First, a bibliographical review on the general concepts involved for the design of post-tensioned slabs was presented. Then, a review was carried out contemplating the prescriptions of the three standards studied regarding post-tensioned slabs design. In addition, case examples were developed for the development of two different analysis. The first analysis considered the different normative references for the design of identical slab strips with spans ranging from 8m to 12m, using the Equivalent Frame Method (EFM). The second analysis considered the design of slabs with standardized dimensions, with spans ranging from 8m to 12m and different cable layouts, considering the cables distributed over slabs strips, or concentrated over columns. This analysis was performed using the Grids Method, with the TQS program. As a result of the first analysis, it was observed that the ACI318-14 design requires a greater amount of prestress and a smaller amount of steel reinforcement than the NBR6118:2014 and the EN1992-1-1:2004 designs. As a result of the second analysis, it was verified that, for both bonded and unbonded systems, the option of cables distributed in one slab direction and concentrated over columns in the other was the most advantageous. For this option, the bonded system proved to be the most economical considering both prestress and steel reinforcement.

Keywords: Flat slabs. Post-tensioned slabs. Bonded post-tension. Unbonded post-tension.



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Laje lisa.....	22
Figura 2: Diagramas de tensão para protensão aplicada no centro da peça .....	29
Figura 3: Diagramas de tensão para protensão aplicada excêntrica ao centro da peça .....	30
Figura 4: Viga com cabo de traçado parabólico.....	31
Figura 5: Comparação entre os comportamentos dos concretos simples, armado e protendido na flexão .....	31
Figura 6: Laje cogumelo com capitel (a) e lajes cogumelo com ábaco (b).....	34
Figura 7: Sistemas estruturais de lajes protendidas.....	35
Figura 8: Formas de distribuição de cabos na laje .....	36
Figura 9: Distribuição de tensões para esforço de compressão pontual.....	37
Figura 10: Distribuições de paredes estruturais .....	39
Figura 11: Sistema de pré-tração: armadura estirada na pista de protensão e presa aos blocos de ancoragem (a), concretagem e cura do concreto (b), corte das armaduras e transferência da protensão ao concreto (c) .....	41
Figura 12: Esquema de pós-tração aderente.....	42
Figura 13: Seção de bainha chata utilizada para pós-tração aderente .....	42
Figura 14: Montagem de laje com pós-tração aderente .....	43
Figura 15: Esquema de pós-tração não aderente .....	44
Figura 16: Seção de monocordoalha engraxada utilizada para pós-tração não aderente .....	44
Figura 17: Montagem de laje com pós-tração não aderente.....	45
Figura 18: Viga bi-apoiada com cabo parabólico .....	47
Figura 19: Diagramas de tensão final uniforme para o carregamento equivalente .....	47
Figura 20: Traçado vertical de cabos .....	48
Figura 21: Ordenada do ponto de inflexão.....	49
Figura 22: Cargas equilibradas para vãos de extremidade .....	49
Figura 23: Cargas equivalentes para vãos internos .....	50
Figura 24: Cargas equilibradas para vãos em balanço .....	51
Figura 25: Traçado de cabo simplificado .....	52
Figura 26: Traçado de cabo para carga concentrada .....	52
Figura 27: Diagrama utilizado para cálculo da força de protensão.....	53

Figura 28: Efeitos hiperestáticos de protensão.....	54
Figura 29: Divisão de pórticos múltiplos em uma direção.....	56
Figura 30: Aumento de rigidez da laje na sua conexão com o pilar .....	56
Figura 31: Rotações na extremidade de uma laje lisa .....	57
Figura 32: Divisão de faixas nos pórticos múltiplos .....	59
Figura 33: Divisão de momentos nas faixas.....	60
Figura 34: Comportamento carga-deslocamento para peças com protensão aderente.....	63
Figura 35: Comparação entre o comportamento de peças com protensão aderente ou não aderente .....	64
Figura 36: Modos de ruptura possíveis para peças protendidas .....	65
Figura 37: Estádios de distribuição de tensões.....	66
Figura 38: Laje ensaiada por Scordelis, Pister e Lin (1956) .....	71
Figura 39: Laje ensaiada por Scordelis, Lin e Itaya (1959) .....	72
Figura 40: Laje ensaiada por Odello e Mehta (1967).....	73
Figura 41: Comportamento de elementos com protensão aderente (A) e não aderente (B) ....	74
Figura 42: Laje ensaiada por Muspratt (1969) .....	75
Figura 43: Laje ensaiada por Burns e Hemakom (1977).....	76
Figura 44: Laje ensaiada por Kossut, Burns e Winter (1985).....	77
Figura 45: Laje ensaiada por Bailey e Ellobody (2009).....	79
Figura 46: Lajes ensaiadas por Kim e Lee (2016).....	81
Figura 47: Diagrama parábola-retângulo de tensões .....	86
Figura 48: Diagrama tensão-deformação da armadura passiva.....	92
Figura 49: Diagrama tensão-deformação da armadura ativa.....	92
Figura 50: Região influenciada pelo deslizamento na ancoragem .....	104
Figura 51: Estado Limite de Descompressão Parcial .....	112
Figura 52: Diagramas de tensão no ELS-F .....	114
Figura 53: Distribuição de deformações e tensões no ELU .....	121
Figura 54: Estado de tensão imediatamente anterior à formação da fissura .....	132
Figura 55: Planta modelo .....	133
Figura 56: Perfil de cabos para a faixa de laje .....	134
Figura 57: Pórtico equivalente .....	142
Figura 58: Distribuição do carregamento equivalente no pórtico .....	143
Figura 59: Diagrama de tensões no instante inicial para pós-tração aderente.....	152

Figura 60: Diagramas de momentos no tempo $t_0$ .....	173
Figura 61: Diagramas de momentos no tempo $t_\infty$ .....	173
Figura 62: Diagramas de tensão para força de protensão e momento da combinação.....	175
Figura 63: Planta considerada para análise utilizando o MAG.....	230
Figura 64: Perfis dos cabos nas direções horizontal e vertical.....	231
Figura 65: Opções de distribuição de cabos em planta .....	232
Figura 66: Laje discretizada em grelha .....	233
Figura 67: Distribuição de RPU's e RTE's em regiões de cabos distribuídos (A) ou concentrados (B).....	234
Figura 68: Referência para as faixas distribuídas e concentradas .....	236
Figura 69: Distribuição de deslocamentos nas lajes com opções de traçado DD e DC .....	241

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1:	Pré-dimensionamento de lajes .....	38
Tabela 2:	Especificação de cordoalhas para protensão aderente .....	43
Tabela 3:	Especificação de cordoalhas para protensão não aderente.....	44
Tabela 4:	Classe de agressividade ambiental - NBR6118:2014 .....	95
Tabela 5:	Classe de concreto e relação água/cimento - NBR6118:2014 .....	95
Tabela 6:	Cobrimento da armadura - NBR6118:2014 .....	95
Tabela 7:	Classe de agressividade ambiental - EN1992-1-1:2004 .....	96
Tabela 8:	Classe de concreto - EN1992-1-1:2004 .....	97
Tabela 9:	Cobrimento da armadura - EN1992-1-1:2004 .....	98
Tabela 10:	Classe de agressividade ambiental - ACI318-14 .....	99
Tabela 11:	Classe de concreto e relação água/cimento - ACI318-14 .....	100
Tabela 12:	Cobrimento da armadura para peças não protendidas - ACI318-14.....	101
Tabela 13:	Cobrimento da armadura para peças protendidas moldadas no local - ACI318-14 .....	101
Tabela 14:	Valor de $K_{Sh}$ em função do número de dias após a cura.....	110
Tabela 15:	Combinações de ações para o ELS - NBR6118:2014 .....	113
Tabela 16:	Nível de protensão e verificações - NBR6118:2014.....	114
Tabela 17:	Combinações de ações para o ELS - EN1992-1-1:2004.....	116
Tabela 18:	Limites de fissuração – EN1992-1-1:2004 .....	116
Tabela 19:	Classificação de elementos protendidos com base em $f_t$ - ACI318-14 .....	119
Tabela 20:	Armaduras passivas mínimas.....	129
Tabela 21:	Taxa de armadura mínima para seções retangulares.....	129
Tabela 22:	Armadura passiva mínima para lajes protendidas armadas em duas direções...	131
Tabela 23:	Perda de protensão inicial para pós-tração aderente – NBR6118:2014.....	147
Tabela 24:	Perda de protensão inicial para pós-tração aderente – EN1992-1-1:2004 .....	147
Tabela 25:	Perda de protensão inicial para pós-tração aderente – ACI318-14.....	148
Tabela 26:	Perda de protensão inicial para pós-tração não aderente – NBR6118:2014.....	148
Tabela 27:	Perda de protensão inicial para pós-tração não aderente – EN1992-1-1:2004 ..	149
Tabela 28:	Perda de protensão inicial para pós-tração não aderente – ACI318-14 .....	149

Tabela 29: Resumo comparativo entre normas para pós-tração aderente com perdas iniciais .....	151
Tabela 30: Resumo comparativo entre normas para pós-tração não aderente com perdas iniciais .....	151
Tabela 31: Resumo comparativo entre normas com perdas progressivas .....	170
Tabela 32: Perda de protensão final para pós-tração aderente.....	170
Tabela 33: Perda de protensão final para pós-tração não aderente.....	171
Tabela 34: Resumo comparativo entre normas para pós-tração aderente com perdas totais .....	171
Tabela 35: Resumo comparativo entre normas para pós-tração não aderente com perdas totais .....	171
Tabela 36: Resumo comparativo entre forças de protensão médias no instante inicial e final .....	172
Tabela 37: Momentos no tempo $t_0$ .....	173
Tabela 38: Momentos no tempo $t_\infty$ .....	174
Tabela 39: Verificação de tensões CF - pós-tração aderente .....	176
Tabela 40: Verificação de tensões CF - pós-tração não aderente .....	176
Tabela 41: Verificação de tensões ELU – Ato da protensão - pós-tração aderente.....	176
Tabela 42: Verificação de tensões ELU – Ato da protensão - pós-tração não aderente .....	177
Tabela 43: Verificação de tensões CC – Ato da protensão - pós-tração aderente .....	178
Tabela 44: Verificação de tensões CC – Ato da protensão - pós-tração não aderente .....	178
Tabela 45: Verificação de tensões CC – Serviço - pós-tração aderente .....	178
Tabela 46: Verificação de tensões CC – Serviço - pós-tração não aderente.....	179
Tabela 47: Verificação de tensões CF - pós-tração aderente .....	179
Tabela 48: Verificação de tensões CF – Serviço - pós-tração não aderente .....	179
Tabela 49: Verificação de tensões CQP - pós-tração aderente .....	180
Tabela 50: Verificação de tensões CQP – Serviço - pós-tração não aderente .....	180
Tabela 51: Verificação de tensões CC – Ato da protensão - pós-tração aderente .....	181
Tabela 52: Verificação de tensões CC – Ato da protensão - pós-tração não aderente .....	181
Tabela 53: Verificação de tensões CC – Serviço - pós-tração aderente .....	182
Tabela 54: Verificação de tensões CC – Serviço - pós-tração não aderente.....	182
Tabela 55: Verificação de tensões CM - pós-tração aderente.....	182

Tabela 56:	Verificação de tensões CM – Serviço - pós-tração não aderente.....	183
Tabela 57:	Correção do resumo comparativo entre normas para pós-tração aderente com perdas iniciais.....	183
Tabela 58:	Correção do resumo comparativo entre normas para pós-tração não aderente com perdas iniciais.....	184
Tabela 59:	Resumo comparativo entre normas corrigido com perdas progressivas.....	184
Tabela 60:	Resumo comparativo entre normas corrigido para pós-tração aderente com perdas totais .....	184
Tabela 61:	Resumo comparativo entre normas corrigido para pós-tração não aderente com perdas totais.....	184
Tabela 62:	Resumo comparativo corrigido entre forças de protensão médias nos instantes inicial e final .....	185
Tabela 63:	Momentos no tempo $t_0$ .....	185
Tabela 64:	Momentos no tempo $t_\infty$ .....	185
Tabela 65:	Verificação de tensões CF - pós-tração não aderente .....	186
Tabela 66:	Verificação de tensões ELU – Ato da protensão - pós-tração não aderente .....	186
Tabela 67:	Verificação de tensões CC – Ato da protensão - pós-tração aderente .....	187
Tabela 68:	Verificação de tensões CC – Ato da protensão - pós-tração não aderente .....	188
Tabela 69:	Verificação de tensões CC – Serviço - pós-tração aderente .....	188
Tabela 70:	Verificação de tensões CC – Serviço - pós-tração não aderente.....	188
Tabela 71:	Verificação de tensões CF - pós-tração aderente .....	189
Tabela 72:	Verificação de tensões CF – Serviço - pós-tração não aderente .....	189
Tabela 73:	Verificação de tensões CQP - pós-tração aderente .....	189
Tabela 74:	Verificação de tensões CQP – Serviço - pós-tração não aderente .....	190
Tabela 75:	Verificação de tensões CC – Ato da protensão - pós-tração aderente .....	190
Tabela 76:	Verificação de tensões CC – Ato da protensão - pós-tração não aderente .....	191
Tabela 77:	Verificação de tensões CC – Serviço - pós-tração aderente .....	191
Tabela 78:	Verificação de tensões CC – Serviço - pós-tração não aderente.....	191
Tabela 79:	Verificação de tensões CM - pós-tração aderente.....	192
Tabela 80:	Verificação de tensões CM – Serviço - pós-tração não aderente.....	192
Tabela 81:	Deslocamentos – NBR6118:2014 .....	192
Tabela 82:	Deslocamentos – EN1992-1-1:2004 .....	193

Tabela 83: Deslocamentos – ACI318-14.....	193
Tabela 84: Deslocamentos calculados – NBR6118:2014.....	194
Tabela 85: Deslocamentos calculados – EN1992-1-1:2004.....	194
Tabela 86: Deslocamentos calculados – ACI318-14.....	195
Tabela 87: Distribuição de cordoalhas nas faixas internas e externas.....	196
Tabela 88: Armaduras passivas mínimas – NBR6118:2014.....	196
Tabela 89: Momentos solicitantes de cálculo - pós-tração aderente.....	199
Tabela 90: Momentos solicitantes de cálculo - pós-tração não aderente.....	199
Tabela 91: Momentos resistentes de cálculo - pós-tração aderente.....	199
Tabela 92: Momentos resistentes de cálculo - pós-tração não aderente.....	200
Tabela 93: Área de aço necessária - pós-tração aderente.....	200
Tabela 94: Área de aço necessária - pós-tração não aderente.....	200
Tabela 95: Armaduras passivas – pós-tração aderente.....	200
Tabela 96: Momentos solicitantes de cálculo - pós-tração aderente.....	201
Tabela 97: Momentos solicitantes de cálculo - pós-tração não aderente.....	201
Tabela 98: Momentos resistentes de cálculo - pós-tração aderente.....	202
Tabela 99: Momentos resistentes de cálculo - pós-tração não aderente.....	202
Tabela 100: Área de aço necessária - pós-tração aderente.....	202
Tabela 101: Área de aço necessária - pós-tração não aderente.....	202
Tabela 102: Armaduras passivas – pós-tração aderente.....	203
Tabela 103: Momentos solicitantes de cálculo - pós-tração aderente.....	204
Tabela 104: Momentos solicitantes de cálculo - pós-tração não aderente.....	204
Tabela 105: Momentos resistentes de cálculo - pós-tração aderente.....	204
Tabela 106: Momentos resistentes de cálculo - pós-tração não aderente.....	204
Tabela 107: Área de aço necessária - pós-tração não aderente.....	205
Tabela 108: Armaduras passivas – pós-tração aderente.....	205
Tabela 109: Dados dos pórticos equivalentes.....	206
Tabela 110: Resumo comparativo entre número de cordoalhas necessárias e tensões de tração calculada e limite.....	207
Tabela 111: Momentos no tempo $t_{\infty}$ .....	207
Tabela 112: Resumo de parâmetros analisados para pós-tração aderente – NBR6118:2014.....	209

Tabela 113: Resumo de parâmetros analisados para pós-tração aderente – EN1992-1-1:2004 .....	209
Tabela 114: Resumo de parâmetros analisados para pós-tração aderente – ACI318-14 .....	209
Tabela 115: Resumo de parâmetros analisados para pós-tração não aderente – NBR6118:2014 .....	210
Tabela 116: Resumo de parâmetros analisados para pós-tração não aderente – EN1992-1-1:2004 .....	210
Tabela 117: Resumo de parâmetros analisados para pós-tração não aderente – ACI318-14 .....	210
Tabela 118: Comparação entre número de cordoalhas necessárias para as normas estudadas .....	211
Tabela 119: Comparação entre número de cordoalhas necessárias para a NBR6118:2014 ..	212
Tabela 120: Comparação entre a força de protensão inicial para a NBR6118:2014 .....	213
Tabela 121: Comparação entre a razão de compressão obtida para as normas estudadas .....	214
Tabela 122: Comparação entre a razão de compressão para os sistemas de pós-tração pela NBR6118:2014 .....	214
Tabela 123: Comparação entre a perda de protensão média percentual entre $t_1$ e $t_0$ .....	216
Tabela 124: Comparação entre a perda de protensão média percentual entre $t_1$ e $t_0$ para a NBR6118:2014 .....	216
Tabela 125: Comparação entre a perda de protensão média percentual entre $t_0$ e $t_\infty$ .....	218
Tabela 126: Comparação entre a perda de protensão média percentual entre $t_0$ e $t_\infty$ para a NBR6118:2014 .....	218
Tabela 127: Comparação entre a perda de protensão total média percentual entre $t_1$ e $t_\infty$ ...	220
Tabela 128: Comparação entre a perda de protensão total média percentual entre $t_1$ e $t_\infty$ para a NBR6118:2014 .....	220
Tabela 129: Comparação da área de aço passiva necessária para a borda superior do apoio central .....	222
Tabela 130: Comparação da área de aço passiva necessária para a borda superior do apoio central para a NBR6118:2014 .....	223
Tabela 131: Dimensões de altura e lado do pilar utilizadas para cada vão de laje .....	229
Tabela 132: Largura de faixas para o cálculo de armaduras .....	235
Tabela 133: Resultados de dimensionamento para as faixas FE-1 e FE-3 .....	236



Tabela 134: Resultados de dimensionamento para as faixas FE-2 e FE-4 .....	237
Tabela 135: Resultados de dimensionamento para as faixas FI-1 e FI-2 .....	237
Tabela 136: Resultados de dimensionamento para as faixas FE-5 e FE-6 .....	238
Tabela 137: Comparação entre o número de cordoalhas obtido para o MPE e para o MAG	239
Tabela 138: Deslocamentos máximos obtidos nas grelhas .....	240
Tabela 139: Armaduras passivas mínimas – NBR6118:2014 .....	242
Tabela 140: Quantitativos de materiais para os diferentes sistemas de pós-tração e distribuições de cabos .....	243
Tabela 141: Número total de cordoalhas obtido para os sistemas de protensão.....	244
Tabela 142: Número total de cordoalhas obtido para as opções DD e DC.....	244
Tabela 143: Taxa de armadura passiva (kgf/m <sup>3</sup> ).....	245
Tabela 144: Taxa de armadura ativa (kgf/m <sup>3</sup> ).....	246

## LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1: Distribuição de forças conforme abscissa da laje para casos da NBR6118:2014 .....	150
Gráfico 2: Comparação entre número de cordoalhas necessárias .....	211
Gráfico 3: Comparação entre a perda de protensão média percentual entre $t_i$ e $t_0$ .....	215
Gráfico 4: Comparação entre a perda de protensão média percentual entre $t_0$ e $t_\infty$ .....	217
Gráfico 5: Comparação entre a perda de protensão total média percentual entre $t_i$ e $t_\infty$ ...	219
Gráfico 6: Comparação da área de aço passiva necessária para borda superior do apoio central.....	221
Gráfico 7: Comparação do peso da armadura ativa (kgf) .....	246
Gráfico 8: Comparação do peso da armadura passiva (kgf) .....	247

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO.....</b>	<b>21</b>
1.1	Objetivos .....	23
1.2	Justificativas .....	23
1.3	Metodologia.....	24
1.4	Organização do trabalho .....	25
<b>2</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....</b>	<b>26</b>
2.1	Breve histórico .....	27
2.2	Princípio da protensão .....	29
2.3	Particularidades do concreto protendido.....	31
2.4	Aplicação da protensão em lajes .....	33
2.5	Sistemas estruturais e disposição de cabos .....	35
2.6	Concepção da estrutura .....	38
2.7	Nível de protensão .....	39
2.8	Sistemas de protensão .....	41
2.8.1	Sistema de pós-tração aderente.....	42
2.8.2	Sistema de pós-tração não aderente.....	43
2.8.3	Comparação entre sistemas aderente e não-aderente .....	45
2.9	Método do equilíbrio dos carregamentos.....	46
2.10	Traçado de cabos.....	48
2.11	Cálculo da força de protensão necessária .....	51
2.12	Efeitos hiperestáticos de protensão.....	54
2.13	Cálculo de esforços em lajes protendidas.....	55
2.14	Comportamento carga-deslocamento para peças protendidas.....	62
2.15	Estádios de distribuição de tensões.....	66
2.16	Etapas de projeto.....	67
2.17	Resumo de pesquisas teóricas.....	67
2.18	Resumo de pesquisas experimentais .....	70
<b>3</b>	<b>REVISÃO COMPARATIVA ENTRE PRESCRIÇÕES NORMATIVAS .....</b>	<b>83</b>
3.1	Propriedades do concreto .....	83
3.1.1	Critérios da NBR6118:2014 .....	83
3.1.2	Critérios do EN1992-1-1:2004 .....	87

3.1.3 Critérios do ACI318-14.....	89
<b>3.2 Propriedades das armaduras passiva e ativa.....</b>	<b>91</b>
3.2.1 Critérios da NBR6118:2014.....	91
3.2.2 Critérios do EN1992-1-1:2004.....	93
3.2.3 Critérios do ACI318-14.....	93
<b>3.3 Seleção da classe de concreto e do cobrimento da armadura .....</b>	<b>94</b>
3.3.1 Critérios da NBR6118:2014.....	94
3.3.2 Critérios do EN1992-1-1:2004.....	96
3.3.3 Critérios do ACI318-14.....	99
<b>3.4 Determinação das forças e das perdas de protensão.....</b>	<b>101</b>
3.4.1 Critérios da NBR6118:2014.....	101
3.4.2 Critérios do EN1992-1-1:2004.....	107
3.4.3 Critérios do ACI318-14.....	108
<b>3.5 Verificação em serviço e nível de protensão .....</b>	<b>111</b>
3.5.1 Critérios da NBR6118:2014.....	111
3.5.2 Critérios do EN1992-1-1:2004.....	115
3.5.3 Critérios do ACI318-14.....	118
<b>3.6 Verificação na ruptura.....</b>	<b>119</b>
3.6.1 Critérios da NBR6118:2014.....	120
3.6.2 Critérios do EN1992-1-1:2004.....	125
3.6.3 Critérios do ACI318-14.....	126
<b>3.7 Armaduras mínimas .....</b>	<b>128</b>
3.7.1 Critérios da NBR6118:2014.....	128
3.7.2 Critérios do EN1992-1-1:2004.....	129
3.7.3 Critérios do ACI318-14.....	130
<b>4 EXEMPLOS COMPARATIVOS ENTRE NORMAS.....</b>	<b>133</b>
<b>4.1 Pré-dimensionamento da altura da laje .....</b>	<b>135</b>
<b>4.2 Seleção da classe de concreto e do cobrimento da armadura .....</b>	<b>135</b>
<b>4.3 Cálculo da distância entre a borda da laje e o centro das armaduras .....</b>	<b>136</b>
<b>4.4 Propriedades do concreto .....</b>	<b>137</b>
4.4.1 Critérios da NBR6118:2014.....	137
4.4.2 Critérios do EN1992-1-1:2004.....	138
4.4.3 Critérios do ACI318-14.....	139
<b>4.5 Propriedades das armaduras passiva e ativa.....</b>	<b>140</b>

<b>4.6 Modelagem do Pórtico Equivalente.....</b>	<b>141</b>
<b>4.7 Definição do carregamento a ser equilibrado.....</b>	<b>143</b>
<b>4.8 Determinação da força de protensão necessária e quantidade de cabos.....</b>	<b>143</b>
4.8.1 Pós-tração aderente.....	144
4.8.2 Pós-tração não aderente.....	145
<b>4.9 Determinação das perdas de protensão imediatas .....</b>	<b>146</b>
4.9.1 Resultados comparativos para perdas imediatas .....	150
<b>4.10 Determinação das perdas de protensão progressivas .....</b>	<b>151</b>
4.10.1 Critérios da NBR6118:2014 .....	152
4.10.2 Critérios do EN1992-1-1:2004 .....	160
4.10.3 Critérios do ACI318-14.....	166
4.10.4 Resultados comparativos para perdas progressivas.....	170
<b>4.11 Análise de momentos solicitantes no pórtico .....</b>	<b>172</b>
<b>4.12 Verificações de tensões.....</b>	<b>174</b>
4.12.1 Critérios da NBR6118:2014 .....	175
4.12.2 Critérios do EN1992-1-1:2004 .....	177
4.12.3 Critérios do ACI318-14.....	180
<b>4.13 Correção no número de cordoalhas e novas verificações .....</b>	<b>183</b>
4.13.1 Critérios da NBR6118:2014 .....	186
4.13.2 Critérios do EN1992-1-1:2004 .....	187
4.13.3 Critérios do ACI318-14.....	190
<b>4.14 Verificações de deslocamentos .....</b>	<b>192</b>
4.14.1 Critérios da NBR6118:2014 .....	193
4.14.2 Critérios do EN1992-1-1:2004 .....	194
4.14.3 Critérios do ACI318-14.....	195
<b>4.15 Armaduras mínimas .....</b>	<b>195</b>
4.15.1 Critérios da NBR6118:2014 .....	196
4.15.2 Critérios do EN1992-1-1:2004 .....	197
4.15.3 Critérios do ACI318-14.....	197
<b>4.16 Verificação na ruptura.....</b>	<b>198</b>
4.16.1 Critérios da NBR6118:2014 .....	198
4.16.2 Critérios do EN1992-1-1:2004 .....	201
4.16.3 Critérios do ACI318-14.....	203
<b>4.17 Análise de lajes com vãos de 8 a 12m .....</b>	<b>205</b>

4.17.1	Comparação entre resultados.....	210
4.18	Considerações sobre as diferenças normativas .....	223
5	<b>EXEMPLOS COMPARATIVOS ENTRE SISTEMAS DE PÓS-TRAÇÃO.....</b>	<b>229</b>
5.1	Dimensionamento de lajes protendidas com o programa TQS.....	232
5.2	Cálculo do número de cordoalhas necessárias .....	235
5.3	Avaliação de deslocamentos .....	240
5.4	Comparação de quantitativos obtidos para os diferentes sistemas .....	241
6	<b>CONCLUSÕES.....</b>	<b>248</b>
6.1	Análise comparativa entre normas e sistemas de protensão .....	248
6.2	Análise comparativa entre sistemas de protensão com o MAG.....	253
6.3	Sugestões para trabalhos futuros.....	254
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>256</b>

## 1 INTRODUÇÃO

A busca por estruturas mais seguras, econômicas e esbeltas é, certamente, o principal fenômeno que impulsiona o desenvolvimento da engenharia estrutural. Nesse sentido, o uso complementar de diferentes materiais é constantemente empregado por engenheiros que buscam a racionalização das melhores propriedades de cada material.

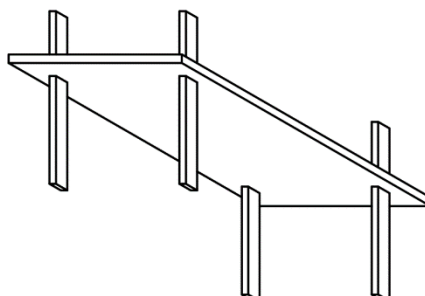
O concreto protendido surgiu no início do século XX como uma alternativa atrativa ao concreto armado tradicionalmente utilizado. O princípio da protensão consiste no estabelecimento de uma pré-compressão em elementos estruturais, que, portanto, passam a sustentar um maior carregamento de flexão antes de atingir a sua resistência à tração e fissurarem. Com o aprimoramento dos conceitos teóricos e dos materiais e sistemas envolvidos na protensão, o uso do concreto protendido tornou-se crescentemente vantajoso ao promover um melhor desempenho de estruturas em relação ao seu Estado Limite Último (ELU), por meio da melhoria de sua resistência, e ao seu Estado Limite de Serviço (ELS), por meio do melhor controle de suas fissuras e deslocamentos.

A aplicação da protensão aos elementos de lajes foi iniciada em 1950 e o seu uso encontra-se amplamente difundido ao possibilitar o vencimento de grandes vãos de maneira econômica em relação ao concreto armado convencional. A tecnologia envolvida nos materiais e procedimentos relativos à pós-tração de lajes (protensão aplicada após a concretagem de lajes) tem se desenvolvido e otimizada, tornando-se cada vez mais competitiva no mercado. Essa competitividade, juntamente a uma melhoria na resistência e no comportamento em serviço das lajes protendidas, faz com que esse sistema seja a principal escolha de muitos projetistas e construtores para vãos superiores à 8m, em que o concreto armado tende a se tornar antieconômico em relação ao concreto protendido.

Em particular, o sistema estrutural composto por lajes lisas (Figura 1), que se apoiam diretamente sobre pilares, sem capitéis, destaca-se por apresentar grandes vantagens. Com a ausência de vigas, pode-se obter edificações com altura total menor, ou com maior número de pavimentos para uma mesma altura, podendo, inclusive, viabilizar um empreendimento com gabarito limitado. A ausência de vigas também possibilita uma execução mais rápida, na medida em que se eliminam os processos construtivos relacionados às vigas, o que contribui para uma maior agilidade na montagem de armaduras, das formas e das desformas. Além disso, o uso de lajes lisas contribui para um melhor aproveitamento arquitetônico do pavimento, com diferentes opções para disposição de paredes, sem marcações de vigas aparentes. Esse sistema

permite também uma melhor compatibilização com as diversas disciplinas envolvidas no projeto.

Figura 1: Laje lisa



(Fonte: elaborada pela autora)

A desvantagem do sistema de lajes lisas está relacionada com a ausência de pórticos rígidos, formados por vigas e pilares, importantes para garantir a estabilidade global no sistema convencional. Para contraventamento de edifícios com lajes protendidas, deve-se utilizar de pilares paredes, em formato “L” ou “U”, que atuam como núcleos rígidos. As lajes protendidas forma diafragmas rígidos que unem o conjunto de pilares, fazendo com que esses trabalhem em conjunto e restringindo os seus movimentos em cada pavimento (FEITOSA e ALVES, 2015).

Particularmente para o sistema de lajes lisas, e considerando carregamentos variáveis da ordem de 2 a 5kN/m<sup>2</sup>, o uso do concreto protendido apresenta-se econômico para vãos entre 8 e 12m, enquanto o uso do concreto armado se justifica para vãos entre 6 e 8m (CEMENT & CONCRETE ASSOCIATION OF AUSTRALIA, 2003).

Para as lajes lisas protendidas moldadas no local, pode-se utilizar de dois sistemas de pós-tração: o sistema aderente e o não aderente. No sistema aderente as cordoalhas são posicionadas no interior de bainhas antes da concretagem da laje, que depois de realizada é seguida pela operação de protensão dos cabos, necessitando ainda da injeção de uma calda de cimento para garantir a aderência entre todas as seções. Já no sistema não aderente, são posicionadas monocordoalhas engraxadas na laje, sendo que a graxa que envolve as armaduras possibilita o deslizamento da cordoalha em relação ao concreto durante a operação de protensão e a proteção da armadura contra corrosão. Nesse sistema, não é necessário realizar operações adicionais após a protensão. A escolha entre qual sistema deve-se utilizar para cada obra deve considerar a possível economia gerada por cada um deles, em termos de consumo de materiais e tempo de execução, além de aspectos relativos à garantia da segurança dos sistemas.

Diante do exposto, percebe-se a grande relevância do sistema estrutural composto por lajes lisas protendidas pós-tracionadas, sendo o seu estudo o motivador deste trabalho.



## 1.1 Objetivos

O objetivo geral deste trabalho é a elaboração de um estudo teórico relativo ao dimensionamento de lajes lisas pós-tracionadas, considerando comparativamente a protensão aderente e a não-aderente, além dos procedimentos normativos das referências de origem nacional (NBR6118:2014<sup>1</sup>) e internacionais (ACI318-14<sup>2</sup> e EN1992-1-1:2004<sup>3</sup>).

Para atingir o objetivo geral, tem-se os seguintes objetivos específicos:

- A elaboração de uma revisão bibliográfica relativa aos principais conceitos teóricos empregados para o dimensionamento de lajes protendidas pós-tracionadas;
- A comparação das principais prescrições utilizadas pela NBR6118:2014, pelo ACI318-14 e pelo EN1992-1-1:2004, considerando os diferentes parâmetros envolvidos no dimensionamento em cada norma;
- O desenvolvimento de exemplos de caso comparativos entre as três normas estudadas, utilizando o Método dos Pórticos Equivalentes (MPE), para lajes lisas com os sistemas de pós-tração aderente e não aderente e vãos entre 8 e 12m;
- A modelagem e dimensionamento de lajes lisas protendidas através do Método de Analogia das Grelhas (MAG) utilizando o programa TQS, versão 20, para a comparação entre os sistemas de pós-tração aderente e não aderente considerando a referência normativa brasileira (NBR6118:2014) e vãos entre 8 e 12m.

## 1.2 Justificativas

O uso das lajes protendidas tem sido bastante empregado no Brasil, contudo, ainda restam dúvidas em relação a qual sistema de protensão (aderente e não aderente) promove uma melhor relação custo-benefício. A favor do sistema aderente estão uma maior capacidade resistente e uma maior ductilidade, conforme comprovado por ensaios (BAILEY e ELLOBODY, 2009; KANG *et al.*, 2015), além da possibilidade de apresentar a ação localizada de falhas,

---

<sup>1</sup> ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR6118:2014**: Projeto de estruturas de concreto – Procedimento. Rio de Janeiro, 2014. 238 p.

<sup>2</sup> AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **ACI318-14**: Building code requirements for structural concrete and commentary. Farmington Hills, 2014. 519 p.

<sup>3</sup> EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. **EN1992-1-1:2004**: Design of concrete structures – Part 1-1: General rules for buildings. Brussels, 2004. 225 p.

assegurada pela aderência entre a armadura de protensão e o concreto. Já a favor do sistema não-aderente estão a facilidade e a velocidade executiva obtidas com a eliminação da operação de injeção de calda de cimento.

Segundo Aalami e Boomer (1999), se o dimensionamento, projeto e construção das lajes protendidas forem feitos de acordo com as normas técnicas e boas práticas de conduta, tanto o sistema aderente quanto o sistema não aderente irão proporcionar estruturas duráveis e atenderão aos critérios de serviço e resistência especificados. Contudo, ainda assim remanescem dúvidas em relação ao uso de cada sistema, principalmente, relativas à aplicabilidade desses para diferentes vãos e disposições de cabos nas lajes.

Ademais, diferentes normas técnicas fornecem parâmetros de cálculo distintos (tensões admissíveis, armaduras mínimas, procedimentos de cálculo, etc.), o que pode gerar resultados diferentes e, conseqüentemente, dúvidas em relação à segurança obtida com o emprego dessas normas para o dimensionamento de elementos estruturais.

Desse modo, este estudo busca ampliar o conhecimento relativo ao dimensionamento de lajes lisas pós-tracionadas e melhorar o seu entendimento por meio da análise comparativa entre referências normativas e sistemas de pós-tração.

### **1.3 Metodologia**

Neste trabalho, inicialmente, será elaborada uma revisão bibliográfica contemplando um breve histórico de aplicação do concreto protendido, as principais definições e conceitos teóricos necessários para compreensão do comportamento de lajes protendidas pós-tracionadas, um resumo de pesquisas teóricas realizadas e de alguns estudos experimentais contemplando testes em lajes pós-tracionadas solicitadas à flexão.

Em seguida, será realizada uma revisão comparativa entre as principais prescrições normativas utilizadas pela norma brasileira (NBR6118:2014) e por normas internacionais (ACI318-14 e EN1992-1-1:2004) para o dimensionamento de lajes protendidas pós-tracionadas com armadura aderente e não aderente.

Serão desenvolvidos também exemplos de cálculo utilizando o Método dos Pórticos Equivalentes (MPE) para comparação entre resultados de dimensionamento e perdas obtidos pelas três normas estudadas. Os exemplos comparativos serão realizados para o pórtico central de lajes com vãos variando entre 8 e 12m. Busca-se avaliar comparativamente os parâmetros

das normas e observar qual delas apresenta-se mais segura ou tem um dimensionamento mais econômico.

Por fim, serão apresentadas a modelagem e dimensionamento de lajes lisas protendidas através do Método de Analogia das Grelhas (MAG) utilizando o programa TQS, versão 20. Nesses exemplos, serão modeladas lajes de 8 a 12 m (com o mesmo formato adotado para o exemplo anterior) e serão comparados os consumos de materiais obtidos para os sistemas de pós-tração aderente e não aderente. Serão consideradas as prescrições da norma NBR6118:2014 para análise de lajes com cabos distribuídos nas duas direções principais e de lajes com cabos concentrados sobre os pilares na direção vertical e distribuídos na direção horizontal. Busca-se avaliar comparativamente os dimensionamentos de armaduras protendidas necessários para as lajes com pós-tração aderente e não aderente, considerando para isso a disposição de cabos em planta, além do consumo de armaduras ativas e passivas necessário para cada caso.

#### **1.4 Organização do trabalho**

O presente trabalho será composto por seis capítulos, além das Referências. Este primeiro capítulo apresenta a introdução e o delineamento do trabalho.

No Capítulo 2 será feita uma revisão bibliográfica envolvendo um breve histórico de aplicação do concreto protendido, os principais conceitos necessários para compreensão do comportamento de lajes protendidas pós-tracionadas e resumos de pesquisas experimentais sobre o assunto.

No Capítulo 3 será feita uma revisão comparativa entre as prescrições normativas utilizadas pelas normas NBR6118:2014, ACI318-14 e EN1992-1-1:2004 para o dimensionamento de lajes protendidas pós-tracionadas.

No Capítulo 4 serão apresentados os exemplos comparativos entre referências normativas realizados através do Método dos Pórticos Equivalentes (MPE). Serão apresentadas também as análises dos resultados obtidos considerando as diferentes normas.

No Capítulo 5 serão apresentados os dimensionamentos de lajes através do método de analogia de grelha (MAG) para comparação entre sistemas de pós-tração considerando as prescrições da NBR6118:2014. Serão apresentados também o consumo de materiais obtidos considerando os diferentes sistemas de protensão.

Por fim, no Capítulo 6, serão apresentadas as conclusões deste trabalho.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Diferentes aspectos se relacionam com o dimensionamento de lajes lisas pós-tracionadas, dentre eles destacam-se: a concepção da estrutura; a sua análise estrutural; o dimensionamento da armadura de protensão; o dimensionamento da armadura passiva complementar; e a verificação das lajes quanto ao seu comportamento em serviço.

A concepção da estrutura consiste na etapa de maior impacto no projeto e, por isso, essa deve ser feita de maneira extremamente cuidadosa, considerando a experiência do projetista e as indicações apresentadas por referências normativas e literatura técnica. Uma escolha coerente para o sistema estrutural que será utilizado, o pré-dimensionamento dos elementos estruturais e sua disposição em planta contribuem de maneira fundamental para a economia e o melhor comportamento da estrutura. Uma vez definida a concepção adotada, prossegue-se com a análise estrutural, que pode ser realizada com o auxílio de programas computacionais e deve contemplar o cálculo de esforços, de deslocamentos e da abertura de fissuras na estrutura. A avaliação conjunta dos resultados fornecidos pela análise estrutural é indispensável para definição de dimensões e posições definitivas para os elementos.

O cálculo de esforços é utilizado para o dimensionamento das armaduras protendidas que deve contemplar as definições do diâmetro e do tipo do aço que serão utilizados, a distribuição de cabos em planta e a sua elevação. Uma vez dimensionada a armadura ativa, a análise estrutural deve ser realizada novamente para contemplar os efeitos hiperestáticos que surgem devido às restrições aos deslocamentos da laje protendida que são impostas pelos seus vínculos. Com os esforços finais, deve-se dimensionar a armadura passiva complementar para resistir a eventuais tensões de tração. Além disso, com os resultados finais da análise estrutural, verifica-se também o comportamento das lajes em serviço por meio da comparação entre os seus resultados para deslocamentos e para aberturas de fissuras com os limites máximos impostos pelas referências normativas.

Muitos são os aspectos envolvidos no dimensionamento de lajes protendidas, que não podem ser realizados sem que sejam entendidos, primeiramente, os seus fundamentos. Para facilitar esse entendimento inicial, este capítulo apresenta um breve histórico de aplicação do concreto protendido, seguido por um aprofundamento nos principais conceitos teóricos relativos às lajes pós-tracionadas. Adicionalmente, também serão contemplados neste capítulo um resumo de pesquisas teóricas sobre lajes protendidas pós-tracionadas e um resumo sobre estudos experimentais que avaliaram a flexão dessas lajes.

## 2.1 Breve histórico

Segundo Aalami (2007), apesar do conceito da protensão ter sido entendido em 1860, a sua aplicação em estruturas só foi empregada com sucesso cerca de 100 anos depois. Dentre as primeiras aplicações, tem-se que, em 1872, o engenheiro americano P. H. Jackson obteve a primeira patente de protensão utilizando tirantes para protender pedras artificiais e arcos de concreto. Já em 1888, C.W. Doehring obteve uma patente na Alemanha para protender lajes utilizando fios metálicos, uma vez que o aço daquela época tinha uma pequena tensão de escoamento. Entretanto, ainda segundo o mesmo autor, essas aplicações iniciais de protensão não foram bem-sucedidas, uma vez que foi empregada uma baixa tensão na aplicação da protensão (cerca de 400MPa) combinada com consideráveis efeitos de fluência e retração que diminuiram a maior parte da força de protensão aplicada à estrutura.

O desenvolvimento do concreto protendido avançou entre 1926 e 1928 com o engenheiro francês Eugene Freyssinet que entendeu os efeitos das perdas de protensão diferidas no tempo e introduziu um novo tipo de aço de alta tensão, com tensão de escoamento de 1240MPa (COLLINS e MITCHELL, 1997). Ademais, Freyssinet também desenvolveu ancoragens cônicas para 12 cabos e macacos hidráulicos de dupla ação. O desenvolvimento de aços de alta tensão e a invenção de sistemas de ancoragens foram fundamentais para a viabilização do concreto protendido como alternativa competitiva ao concreto armado, contudo, inicialmente, as aplicações eram apenas destinadas às estruturas especiais e às pontes, pouca atenção era dada para a aplicação de protensão em edificações usuais (AALAMI, 2007).

A partir de 1950, o uso de concreto protendido foi estendido também a lajes no sistema de “*lift-slabs*”, onde as lajes são construídas sobrepostas sobre o pavimento inferior, protendidas e erguidas com a ajuda de macacos hidráulicos especializados. As primeiras lajes protendidas nos Estados Unidos datam de 1955 e já utilizavam o sistema de pós-tração não aderente (RITZ *et al.*, 1985). Nesse período, os engenheiros pioneiros começaram a aplicar protensão com o sentido de eliminar fissuras e reduzir deformações em lajes lisas. Contudo, apenas após a publicação do trabalho de Lin (1963) no jornal do ACI (*American Concrete Institute* – Instituto Americano do Concreto), a protensão começou a ser aplicada para o equilíbrio de carregamentos, o que revolucionou a forma de dimensionar lajes protendidas (AALAMI, 2007). Também no ano de 1963, foram introduzidas prescrições normativas para dimensionamento de estruturas protendidas na norma norte americana, ACI (BONDY, 2006).

Com o desenvolvimento dos conceitos de balanceamento de cargas, o uso de lajes protendidas se tornou cada vez mais usual. A disseminação do uso da protensão para o dimensionamento de lajes também foi fortemente incentivada por: desenvolvimentos de ferramentas de ancoragens e macacos de protensão; criação de *softwares* de fácil utilização; desenvolvimento de boas práticas de engenharia para dimensionamento e detalhamento que evitam falhas causadas por altas forças de protensão; e pela discussão e disseminação de ensinamentos em aulas, palestras e seminários (AALAMI, 2007).

No Brasil, a primeira obra em concreto protendido foi a ponte do Galeão em 1949 que, na época, foi a ponte mais extensa do mundo, tendo 380 metros de comprimento. Essa obra utilizou protensão não aderente e teve o seu projeto desenvolvido na França sob a supervisão do engenheiro Eugene Freyssinet, utilizando o seu próprio sistema (CAUDURO, 1997). Em 1952 a Companhia Siderúrgica Belgo Mineira iniciou a fabricação de aços de protensão, sendo a segunda ponte de concreto protendido, a ponte de Juazeiro, executada com aço nacional, mas ainda segundo o sistema Freyssinet. A tecnologia empregada para a ponte do Galeão foi a protensão não aderente, na qual eram utilizados conjuntos de fios protendidos pintados com uma tinta à base de betume e enrolados em papel, já para a ponte de Juazeiro foram utilizadas pela primeira vez bainhas metálicas flexíveis no sistema de protensão aderente (VASCONCELOS, 1992).

O sistema Freyssinet foi utilizado exclusivamente durante 6 anos, a partir de 1947, sendo essa patente responsável por todos os detalhes do sistema de protensão: ancoragens, confecção dos cabos, sua vedação, macaco de protensão, fixação dos cabos no macaco, fixação dos cabos na ancoragem e modo de aplicação de protensão. A STUP (Sociedade Técnica para Utilização da Protensão) foi fundada no Brasil em 1950 a fim de orientar os usuários desde a fase de projeto até a execução de cabos, colocação de ancoragens, aplicação de protensão e sua medida. Para tanto, a STUP designou representantes credenciados capazes de realizar o desenvolvimento de projetos econômicos e execução segura em todo Brasil. Nesse processo, a patente Freyssinet foi largamente difundida (VASCONCELOS, 1992).

Depois do sistema Freyssinet, muitos outros se desenvolveram. Entre esses sistemas destacam-se: o sistema Rudloff, que foi o primeiro sistema genuinamente brasileiro, responsável pelo estudo inicial de ancoragens para mais de um cabo; o sistema VSL, responsável por desenvolver a protensão simultânea de um número variável de cordoalhas ancoradas por uma única cunha tronco-cônica; e o sistema MAC que desenvolveu os conceitos

introduzidos pela VSL para protensão simultânea e ancoragem de cordoalhas (VASCONCELOS, 1992).

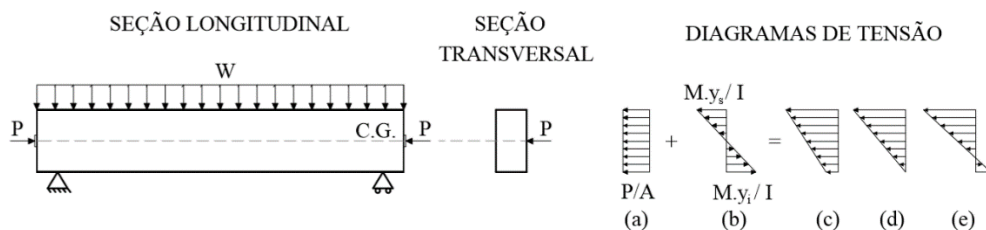
No ano de 1997, a Companhia Siderúrgica Belgo Mineira introduziu a fabricação de cordoalhas engraxadas e plastificadas seguindo as prescrições do PTI (*Post-Tensioning Institute* – Instituto da Pós-Tração), o que possibilitou uma alternativa em relação ao sistema de pós-tração aderente que era o sistema mais disseminado no mercado brasileiro até então (LOUREIRO, 2006).

## 2.2 Princípio da protensão

O princípio da protensão consiste na aplicação de um estado permanente de pré-compressão em elementos, o que possibilita uma melhora na sua capacidade resistente à tração (LIN e BURNS, 1981). Para o concreto protendido, o estado de pré-compressão é introduzido a partir do tracionamento da armadura de protensão que, uma vez ancorada ao concreto, comprime-o, fazendo-o tentar retornar ao seu comprimento inicial.

A Figura 2 ilustra o diagrama de tensões de uma viga submetida a carregamentos verticais e a uma força horizontal de compressão centrada. Considerando o princípio de superposição de esforços, tem-se que o diagrama final de tensões da peça é composto pela soma entre o diagrama de compressão uniforme devido ao esforço axial (Figura 2-a) e o diagrama linear (tração na borda inferior e compressão na borda superior) decorrente da ação do momento fletor (Figura 2-b). Desse modo, tem-se que a protensão centrada aumenta a tensão de compressão na borda comprimida pelas solicitações externas e alivia a tensão de tração na borda tracionada. A depender da magnitude dos esforços, o diagrama final de tensões da peça pode contemplar as situações da viga inteiramente comprimida (Figura 2-c), com tensão nula na borda inferior (Figura 2-d), ou tracionada na borda inferior (Figura 2-e).

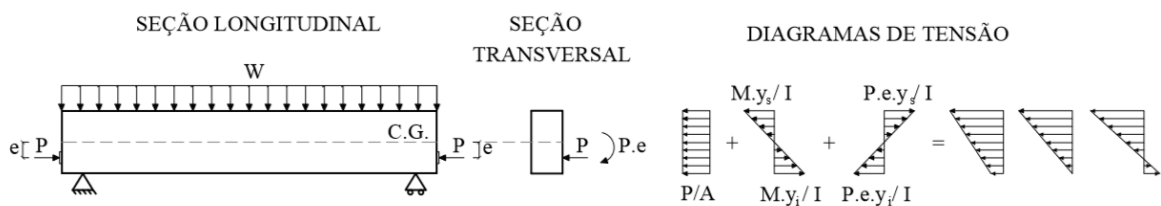
Figura 2: Diagramas de tensão para protensão aplicada no centro da peça



(Fonte: adaptada de LOO e CHOWDHURY, 2010)

Para um uso ainda mais eficiente do princípio da protensão, a armadura protendida deve ser convenientemente posicionada nas regiões em que seria tracionada pela a ação isolada das solicitações externas. Conforme ilustrado na Figura 3, a ação da força de protensão excêntrica pode ser interpretada como a junção de efeitos entre o esforço axial centrado e um momento de protensão ( $M = P \cdot e$ ). Esse momento de protensão tem efeito contrário ao do momento devido às solicitações externas de modo que ele tende a comprimir a borda que seria tracionada e tracionar (ou aliviar a compressão) a borda que seria comprimida. O diagrama final de tensões da peça com protensão excêntrica também pode contemplar as mesmas situações obtidas com a protensão centrada a depender da magnitude das ações. Para um dimensionamento seguro, as tensões de compressão e tração no concreto devem respeitar os limites impostos por norma (LOO e CHOWDHURY, 2010).

Figura 3: Diagramas de tensão para protensão aplicada excêntrica ao centro da peça



(Fonte: adaptada de LOO e CHOWDHURY, 2010)

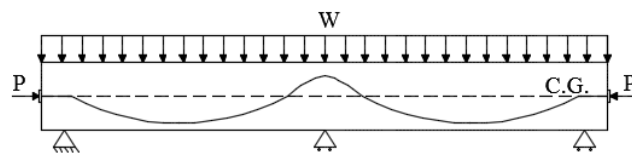
A vantagem do uso da protensão excêntrica em relação à centrada se deve ao fato de que, devido ao momento de protensão, a força de protensão necessária pela primeira para gerar a mesma tensão na borda inferior que a segunda é menor. Isso leva a um dimensionamento mais econômico quando utilizada a protensão excêntrica. Além disso, o alívio da tensão de compressão provocado pela protensão excêntrica na borda naturalmente comprimida pelas solicitações externas pode contribuir para que o elemento atenda ao ELS-CE (Estado Limite de Serviço de Compressão Excessiva) na verificação em serviço, o que não acontece para protensão centrada, que aumenta ainda mais a tensão de compressão. Finalmente, o uso da protensão excêntrica melhora a capacidade na peça em ambas as suas bordas (tracionada e comprimida), com isso, é possível obter seções com dimensões menores do que as que seriam obtidas para o concreto armado ou protendido com protensão centrada (KHAN e WILLIAMS, 1995).

A alternativa de traçado parabólico dos cabos (Figura 4) apresenta uma solução ideal no equilíbrio de tensões, pois permite que os cabos acompanhem o diagrama de momentos da peça de modo que o momento devido à protensão está sempre se opondo àquele causado pelas



solicitações externas. Além disso, a tendência dos cabos de retornarem à posição retilínea (impedida pelo material em seu entorno) ocasiona o surgimento de forças verticais voltadas para cima, que se opõem à ação das cargas permanente e acidental atuantes na estrutura. Conforme proposto por Lin (1963), essas forças podem ser dimensionadas para equilibrar parte do carregamento atuante, o que é bastante relevante para lajes protendidas.

Figura 4: Viga com cabo de traçado parabólico

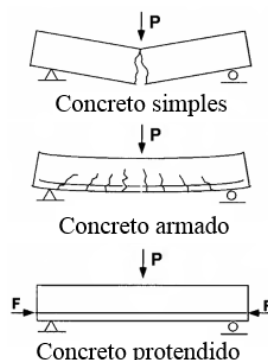


(Fonte: elaborada pela autora)

### 2.3 Particularidades do concreto protendido

Para o concreto protendido, tem-se que a eliminação (ou limitação) das tensões de tração na borda tracionada, pela ação da solicitação externa, contribui para um melhor controle da fissuração no material. No caso do impedimento da abertura de fissuras no concreto, esse trabalha como um material elástico, contribuindo com toda a sua seção para a resistência da estrutura. A Figura 5 ilustra uma comparação entre os comportamentos dos concretos simples (sem armadura), armado e protendido. Como a resistência à tração do concreto é cerca de 10% da resistência à compressão, observa-se que: o concreto simples tende a fissurar e romper para pequenos carregamentos; o concreto armado utiliza armadura passiva para resistir aos esforços de tração, que só funcionam na medida em que o concreto fissura; o concreto protendido tem suas tensões de tração controladas e, por isso, em muitos casos, não apresenta fissuras consideráveis em serviço (NAAMAN, 2004).

Figura 5: Comparação entre os comportamentos dos concretos simples, armado e protendido na flexão



(Fonte: adaptado de NAAMAN, 2004)

O uso do concreto protendido, além de melhorar a resistência das peças com o controle de tensões de tração e consequentes fissuras, ainda promove muitas outras vantagens em relação ao concreto armado. Segundo Dumêt (2016) e Leonhardt (1983), destacam-se: uma melhor solidarização entre materiais; menores deslocamentos; melhor comportamento à fadiga; o uso conjunto de concretos de alta resistência (CAR) e aços com resistência também elevada de até 2100MPa; e a obtenção de um material com comportamento elástico para o concreto não fissurado.

Como a tensão de compressão no concreto é gerada pela tensão de protensão aplicada aos cabos e a lei de Hooke ( $\sigma = E \cdot \varepsilon$ ) é válida para ambos os materiais, tem-se que qualquer alteração na deformação do concreto (e consequente alteração na deformação dos cabos) reflete em uma mudança na tensão dos cabos e vice-versa (KHAN e WILLIAMS, 1995). Se a peça tem o seu comprimento encurtado por efeitos de fluência e retração, o aço sofre uma perda de protensão, o que diminui a tensão de compressão no concreto. Para diminuir a intensidade dessa perda e, assim, contribuir para viabilização do concreto protendido, o uso conjunto de materiais de alta resistência foi muito importante. Isso se deve ao fato de que, como é permitido um maior alongamento para o aço mais resistente, esse alongamento não é completamente anulado pelos efeitos de encurtamento provocados pela fluência e pela retração do concreto, ao contrário do que acontecia nos experimentos iniciais com aços de baixa tensão (NAAMAN, 2004). Ademais, o uso de materiais que permitem tensões últimas superiores promove um ganho inevitável de resistência na estrutura. Inclusive, com o uso de um aço mais resistente, precisa-se de uma menor área de aço do que seria necessário para um aço de resistência inferior, considerando a mesma solicitação.

Apesar do aço de alta resistência e baixa relaxação ser fundamental para viabilização do concreto protendido, o seu uso apresenta quase nenhum benefício para o concreto armado, uma vez que esse tipo de aço, se utilizado como armadura passiva, não controla a abertura de fissuras e a consequente perda de rigidez que essa causa. Além disso, o tamanho das aberturas de fissuras é aproximadamente proporcional à deformação da armadura, sendo assim, para controlar a fissuração nas peças de concreto armado, estabelece-se uma deformação máxima na armadura (10‰ para a NBR6118:2014), que não corresponde a uma tensão justificável para utilização de um aço de alta resistência (GILBERT *et al.*, 2017).

Outro aspecto fundamental no estudo e dimensionamento de peças protendidas é o relacionado às perdas de protensão. Essas perdas, além de estarem relacionadas com os fenômenos de fluência e retração (conforme já mencionado), também se relacionam com outros

fenômenos como o encurtamento elástico do concreto, o atrito entre cabos e bainha, o deslize de cabos na ancoragem e a relaxação do aço. Em relação ao tempo, classificam-se como perdas de protensão iniciais as perdas causadas pelos encurtamento elástico, atrito e deslize de ancoragens, enquanto as perdas ao longo do tempo (ou progressivas) são as perdas causadas pelos fenômenos de fluência, retração e relaxação do aço. O cálculo pormenorizado dessas perdas será melhor discutido no Capítulo 3 para cada referência normativa estudada.

Devido às perdas de protensão, tem-se que a força logo após a aplicação de protensão (deduzidas as perdas imediatas) é maior do que a força de protensão em serviço (deduzidas também as perdas progressivas). Esses dois instantes, logo após aplicação da protensão e em serviço, também estão submetidos a carregamentos diferentes: inicialmente, a estrutura sofre a ação apenas de seu peso próprio e da protensão; já em serviço, deve-se acrescentar as cargas permanentes adicionais e as variáveis. O instante logo após a aplicação da protensão pode contar com uma compressão excessiva devido a uma ausência de tensões de tração provocada pelos carregamentos em serviço, o que é agravado por se tratar de um concreto jovem, sem resistência à compressão completamente desenvolvida. Por isso, apesar das estruturas serem, usualmente, dimensionadas para atender à condição de serviço, deve-se verificar também o seu estado inicial.

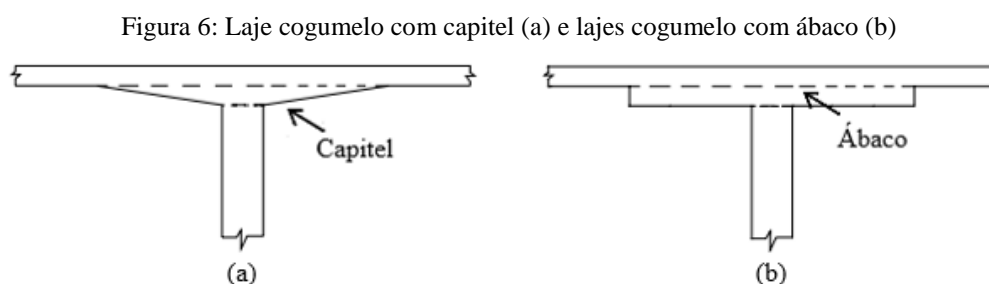
## **2.4 Aplicação da protensão em lajes**

De acordo com Park e Gamble (2000), a razão principal que justifica a protensão de lajes consiste na obtenção de elementos que apresentem fissuração nula, ou dentro de um limite aceitável, para cargas de serviço. Com isso, as lajes protendidas tornam-se mais rígidas em relação às lajes de concreto armado de mesma altura, uma vez que a rigidez de toda seção transversal é mobilizada. Sendo assim, a protensão permite o uso de lajes com menores espessuras em relação às convencionais para as mesmas condições de contorno e carregamento, o que diminui também o carregamento global da edificação, e, conseqüentemente, custos com fundações. Além disso, o uso de cabos parabólicos (acompanhando o diagrama de momentos de lajes) permite a obtenção de lajes com deslocamento nulo para o seu carregamento de peso próprio e alguma parcela de carga variável, utilizados para o equilíbrio de carregamentos.

A aplicação do concreto protendido às lajes promove um melhor comportamento dessas em relação ao seu Estado Limite de Serviço (ELS), na medida em que essas se tornam menos deformáveis e mais duráveis; e em relação ao seu Estado Limite Último (ELU), na medida em

que se obtém seções mais rígidas que se combinam com materiais mais resistentes. Devido a essas vantagens, alguns autores indicam que as lajes lisas protendidas tornam-se economicamente viáveis em relação ao sistema convencional em concreto armado a partir de 7 a 8m de vão (EMERICK, 2005; CEMENT & CONCRETE ASSOCIATION OF AUSTRALIA, 2003).

De acordo com a NBR6118:2014, item 14.7.8, as lajes lisas são definidas como sendo apoiadas em pilares sem capitéis e as lajes cogumelo são apoiadas com capitéis. Os capitéis são engrossamentos na seção transversal do pilar próximo à sua ligação com a laje (ver Figura 6-a). Não é comentado nessa norma uma definição para lajes apoiadas em pilares com a presença de ábacos, ou, segundo nomenclatura internacional, *drop panels*, que são engrossamentos da laje em regiões quadradas próximas aos pilares (ver Figura 6-b), contudo, entende-se, neste trabalho, que essas também sejam lajes cogumelo. Na bibliografia internacional quase não se encontram referências ao uso de capitéis, sendo o uso de ábacos consagrado pela sua facilidade executiva (GILBERT *et al.*, 2017; NAAMAN, 2004; KHAN e WILLIAMS, 1995).



(Fonte: MELGES, 2001)

Quando a ligação entre laje e pilar é feita sem a presença de vigas, o fenômeno da punção é um problema frequente. Esse fenômeno se deve às altas tensões de cisalhamento provocadas por transferência de força e momentos negativos entre laje e pilar, sendo a sua ruptura brusca e sem aviso. Os capitéis e ábacos podem ser utilizados para aumentar a zona de transferência de esforços entre laje e pilar, suavizando assim as tensões aplicadas e melhorando a resistência à punção. Contudo, com o uso desses elementos, não é possível obter tetos lisos e, desse modo, perdem-se as grandes vantagens arquitetônica das lajes lisas de modo que, em muitos casos, é preferível adotar as lajes lisas e armá-las à punção. A armadura à punção, além de fornecer um aumento de resistência na ligação laje-pilar, também é responsável por melhorar a sua ductilidade (MELGES, 2001).

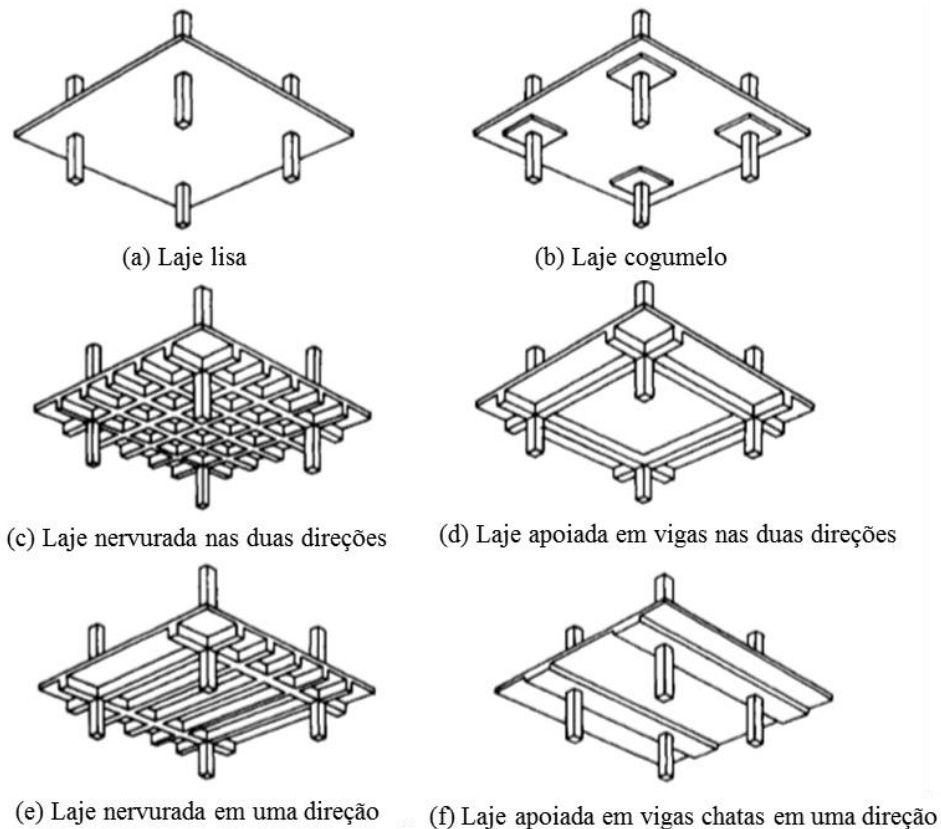
Por ser um fenômeno de fundamental importância, a punção de lajes lisas e cogumelo protendidas já foi tema de diversos trabalhos, como os de Melges (2001), Barbán (2008),

Oliveira (2008) e Gomes (2010). Contudo, este trabalho se restringe ao estudo de flexão em lajes lisas protendidas e os estudos de caso aqui desenvolvidos serão devidamente armados à punção para que a possível ruptura se dê sempre por flexão. O dimensionamento das armaduras à punção neste trabalho será feito conforme prescrições da NBR6118:2014, internamente nos programas de cálculo utilizados, mas não será discutido por esse não ser o enfoque do trabalho.

## 2.5 Sistemas estruturais e disposição de cabos

Além de lajes lisas e cogumelo, a protensão pode ser aplicada ainda em diferentes tipos de sistemas estruturais, conforme exemplos indicados na Figura 7. Segundo Khan e Williams (1995) cada sistema tem os seus próprios méritos e a escolha entre eles deve ser feita levando em consideração aspectos econômicos e os requerimentos para cada obra em questão. Esses autores ainda destacam que a escolha de lajes lisas como sistema estrutural é, particularmente, interessante para vãos de até 10m e carregamentos altos, para vãos maiores, o peso próprio desse sistema torna-se uma desvantagem e é preferível utilizar lajes nervuradas.

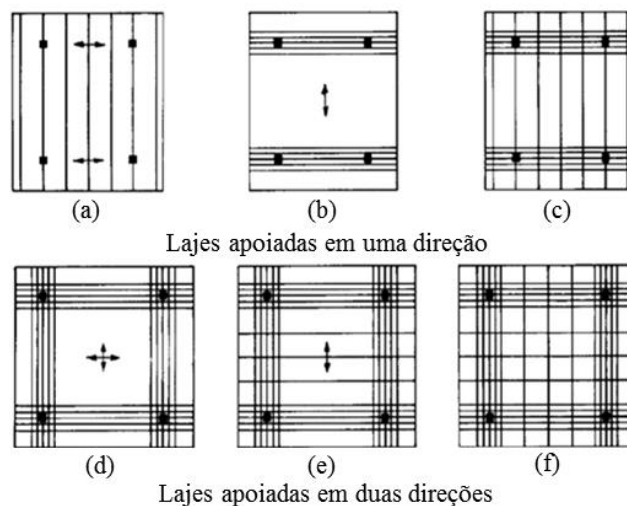
Figura 7: Sistemas estruturais de lajes protendidas



(Fonte: adaptada de KHAN e WILLIAMS, 1995)

A distribuição de cabos em lajes protendidas pode ser realizada de diferentes maneiras. Segundo Aalami (2014), essa distribuição deve atender à determinação de um caminhamento para as cargas da laje realizado pelo engenheiro. A Figura 8 ilustra os diferentes tipos de disposição de cabos, que podem ser faixas de cabos concentradas sobre pilares (Figura 8-b e 8-d), cabos uniformemente distribuídos na laje (Figura 8-a), ou combinações entre essas duas formas (Figuras 8-c, 8-e e 8-f). As Figuras 8-a, 8-b e 8-c ilustram sistemas de lajes apoiadas em uma direção, nota-se que na figura 8-c, apesar de existir protensão uniforme na direção vertical, as cargas se direcionam para as faixas concentradas de protensão na direção horizontal, que são naturalmente mais rígidas. As Figuras 8-d, 8-e e 8-f ilustram lajes apoiadas em duas direções.

Figura 8: Formas de distribuição de cabos na laje



(Fonte: adaptada de KHAN e WILLIAMS, 1995)

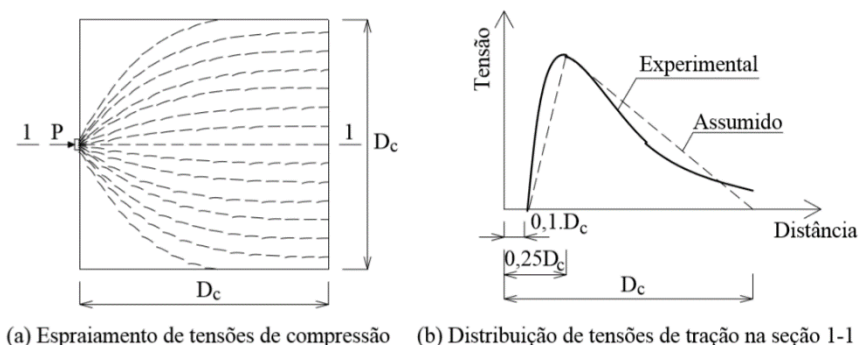
Conforme apresentado por Khan e Williams (1995), na Figura 8-a apenas a laje é protendida com cabos uniformemente espaçados e essa se apoia sobre vigas na direção perpendicular à protensão. Esse sistema é válido para lados retangulares de razão 2:1. Na Figura 8-b a laje é de concreto armado e se apoia em faixas de vigas protendidas, essas vigas podem ser chatas possuindo a mesma altura da laje. Esse sistema é válido para lajes quadradas, porém, deve-se atentar para uma possível perda na força de protensão que se dissipa para laje de concreto armado. As vigas chatas protendidas não contribuem diretamente para resistência da laje, mas são importantes para distribuição de carregamento. A Figura 8-c consiste numa combinação das duas distribuições de cabos já citadas e é a mais utilizada (AALAMI, 2014; KHAN e WILLIAMS, 1995) podendo respeitar uma razão de até 5:1 para os lados retangulares. Nesse sistema, os cabos uniformemente distribuídos diminuem a perda de protensão na direção dos cabos concentrados e aumentam a resistência à punção e à flexão próximo aos apoios. A

Figura 8-d consiste no apoio da laje de concreto armado em duas direções nas vigas protendidas da extremidade, esse sistema é válido para lajes quase quadradas não ultrapassando 8m de vão. A Figura 8-e acrescenta a protensão na laje em uma direção, devendo esse sistema ser utilizado quando o vão da laje excede o convencional para o concreto armado (até 8m) e portanto, precisa do auxílio da protensão. Por fim, Figura 8-f acrescenta a protensão na laje nas duas direções, garantindo um melhor controle de fissuração e de deslocamentos, contudo, esse sistema tem uma montagem um pouco mais trabalhosa, uma vez que muitos cabos se cruzam.

Segundo Aalami (2014), para a opção preferencial apresentada na Figura 8-c, deve-se escolher como a direção de cabos concentrados, preferencialmente, a que tiver pilares desalinhados, pois os cabos concentrados trabalham como vigas que recebem o carregamento das lajes e os distribui para os pilares. Se os pilares estiverem todos alinhados, deve-se escolher a maior direção da laje para concentrar os cabos, diminuindo assim o número total de ancoragens e as armaduras passivas necessárias para resistir às tensões de tração nas zonas de ancoragem.

Essas tensões de tração, nas zonas de ancoragem, são geradas devido à dispersão das trajetórias de tensões de compressão e atuam perpendicularmente às últimas. A Figura 9 ilustra a distribuição de tensões em um cubo de concreto comprimido axialmente em uma pequena região. A Figura 9-a contempla o espraio de tensões de compressão, enquanto a Figura 9-b ilustra a distribuição de tensões de tração na seção 1-1. Observa-se que a uma distância igual à altura do cubo de concreto ( $D_c$ ), a distribuição de tensões de compressão se torna uniforme, com intensidade  $P/A_c$ . A presença das tensões de tração é inicialmente observada a uma distância de 10% da altura do cubo, chegando a um pico na distância de 25% da altura do cubo e voltando a decrescer. Para simplificação de cálculo, o traçado triangular assumido para o gráfico de tensões de tração é usualmente empregado para o cálculo de armaduras de fretagem necessárias para absorver as tensões de tração na região (KHAN e WILLIAMS, 1995).

Figura 9: Distribuição de tensões para esforço de compressão pontual



(a) Espraio de tensões de compressão (b) Distribuição de tensões de tração na seção 1-1

(Fonte: adaptada de KHAN e WILLIAMS, 1995)

## 2.6 Concepção da estrutura

Para a concepção adequada da estrutura com lajes protendidas é necessário que se pense na protensão desde o princípio do projeto para que os vãos possam ser modulados de maneira eficiente e as perdas de protensão para elementos verticais sejam diminuídas. Primeiramente, para o pré-dimensionamento da altura da laje deve-se considerar critérios de resistência e deformação. Considerando lajes lisas, com vãos de 6 a 13m, o Concrete Society (2005) indica dimensões preliminares para relação vão/altura das lajes com base no carregamento total imposto na estrutura (desconsidera-se peso próprio) conforme apresentado na Tabela 1.

Tabela 1: Pré-dimensionamento de lajes

Carregamento total imposto (kN/m <sup>2</sup> )	Vão / Altura
2.5	40
5	36
10	30

(Fonte: adaptada de CONCRETE SOCIETY, 2005)

De acordo com Aalami (2014), deve-se utilizar uma relação Vão/Altura entre 40 a 45 para lajes planas. O ACI318-14 recomenda a relação Vão/Altura igual a 40 e o Cement & Concrete Association of Australia (2003) também recomenda esse valor para lajes com carga acidental de 2kN/m<sup>2</sup>.

Para que a protensão seja efetivamente aplicada às estruturas é necessário que essa possa encurtar, o que é dificultado pela presença de elementos verticais como pilares e paredes estruturais. De acordo com o Concrete Society (2005), uma forma de calcular a relevância da perda de protensão para os pilares, é calcular o encurtamento inicial da laje e qual a força horizontal necessária para que a laje possa ter esse encurtamento (essa força seria perdida para os elementos verticais). Contudo, esses efeitos de perda de protensão são usualmente ignorados para lajes com razão de pré-compressão média ( $P_{méd}/A_c$ ) inferior a 2MPa, com vãos não muito longos (inferiores a 50m) e com apoios cuja rigidez não seja tão considerável na direção da protensão. Para otimização da concepção da estrutura, algumas diretrizes podem ser seguidas tais como:

- A redução do vão de extremidade (para cerca de 80% do vão interno) ou o uso de pequenos balanços externos aos pilares para que os momentos positivos de

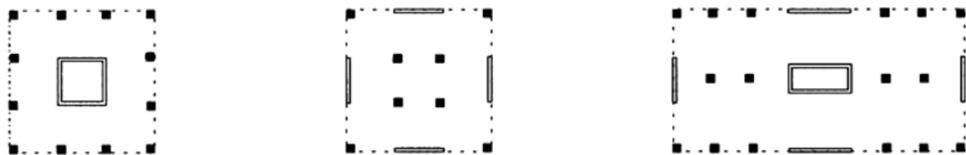


vãos externos e internos sejam mais similares e o dimensionamento de cabos seja equivalente;

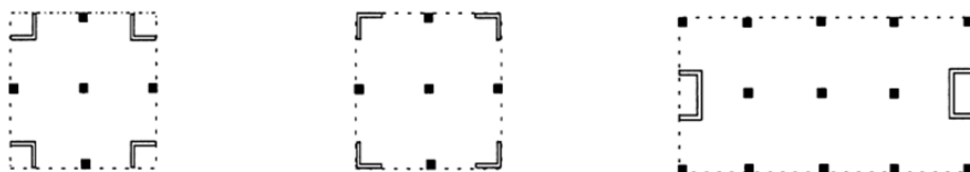
- A redução da rigidez de elementos verticais na direção de aplicação da protensão para evitar perdas para esses elementos;
- O uso de núcleos de rigidez centrais com paredes estruturais que possibilitem o encurtamento da laje em sua direção;
- A variação do perfil e número de cabos quando os vãos variarem em dimensão para promover o equilíbrio de carregamentos necessário.

A Figura 10 ilustra distribuições favoráveis e desfavoráveis de paredes estruturais. Observa-se que as distribuições favoráveis não restringem muito o deslocamento da estrutura e ao mesmo tempo apresentam possibilidades para aumento da rigidez global da edificação nas duas direções, o que pode ser fundamental para a sua resistência ao vento.

Figura 10: Distribuições de paredes estruturais



(a) Distribuições favoráveis de paredes estruturais



(b) Distribuições não favoráveis de paredes estruturais

(Fonte: adaptada de CONCRETE SOCIETY, 2005)

## 2.7 Nível de protensão

As estruturas protendidas também podem ser classificadas de acordo com o nível da protensão aplicada como: estrutura com protensão completa, limitada ou parcial. O estabelecimento desse nível de protensão necessário está relacionado com as exigências de durabilidade requeridas para o meio em que a estrutura se encontra e o seu tipo de protensão (pré-tração ou pós-tração). Os parâmetros que estabelecem qual o nível de protensão que deve ser utilizado e quais combinações e estados limites devem ser verificados são apresentados em

cada referência normativa e serão, posteriormente, discutidos. Contudo, de maneira geral, para cargas em serviço, a protensão completa é aquela que não admite a formação de fissuras; a protensão limitada admite a formação de fissuras, mas não admite a abertura dessas; e a protensão parcial permite a abertura de fissuras até um determinado limite.

Os níveis de protensão completa e limitada têm a vantagem de promover estruturas que trabalham no regime elástico e, portanto, possuem uma maior rigidez, sendo toda a seção transversal mobilizada para a resistência da peça. De acordo com a NBR6118:2014, estruturas com esses níveis de protensão são dimensionadas no ELS-F (Estado Limite de Serviço de Formação de Fissuras) ou ELS-D (Estado Limite de Descompressão) e verificadas quanto às flechas e ao ELU.

O nível de protensão parcial contempla a fissuração da estrutura, que passa a apresentar um comportamento não-linear, perde rigidez e precisa contar com uma quantidade considerável de armadura passiva para controlar a fissuração. De acordo com a NBR6118:2014, estruturas com esse nível de protensão são dimensionadas ao ELU e verificadas quanto às flechas e ao ELS-W (Estado Limite de Abertura de Fissuras).

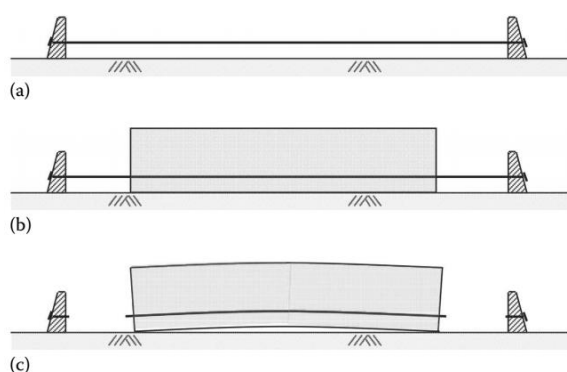
Apesar de existirem referências aos níveis de protensão parcial, limitada e completa de laje nas referências didáticas internacionais (NAAMAN, 2004; KHAN e WILLIAMS, 1995; GILBERT *et al.*, 2017), observa-se que a norma EN1992-1-1:2004 não faz menção direta a níveis específicos de protensão, apresentando apenas aberturas de fissuras limites. Já a norma ACI318-14 apresenta níveis de protensão similares (conforme será discutido no item 3.5.3) mas não permite o uso de lajes com protensão parcial.

Segundo Khan e Williams (1995), como o carregamento usual numa laje raramente se aproxima do seu carregamento de projeto, na maioria dos casos, mesmo com a protensão parcial, a laje não estará tracionada. Além disso, segundo Gilbert *et al.* (2017), uma seção fissurada de concreto protendido sobre a ação de cargas em serviço ainda é significativamente mais rígida do que seria uma seção fissurada de concreto armado com a mesma quantidade de armadura passiva. Khan e Williams (1995) destacam ainda que a maioria das lajes protendidas é dimensionada com protensão parcial por razões econômicas. Contudo, por permitir a fissuração das peças, a protensão parcial deve ser cuidadosamente analisada quanto à corrosão das armaduras e à fadiga (NAAMAN, 2004).

## 2.8 Sistemas de protensão

As lajes protendidas podem ser executadas utilizando os sistemas de pré ou pós-tração. O sistema de pré-tração (Figura 11) consiste no tracionamento dos cabos antes da concretagem dos elementos. Nesse sistema, os fios são tracionados até determinada tensão e ancorados em blocos fixos (Figura 11-a), em seguida é realizada a concretagem e cura das peças (Figura 11-b) e, por fim, os cabos são cortados quando o concreto atinge a resistência necessária (Figura 11-c). Para a pré-tração, a transmissão da protensão se dá por aderência inicial entre armadura e concreto. Esse sistema está fortemente relacionado com a pré-fabricação de lajes e vigas em indústrias, nas quais vários elementos idênticos são executados conjuntamente em pistas de protensão suficientemente grande para acomodá-los. Como, geralmente, a cura a vapor é empregada no processo, essa facilita o ganho de resistência do concreto, de modo que a protensão pode ser transferida ao concreto com 24 horas da concretagem (GILBERT *et al.*, 2017). A pré-tração tem o seu uso justificado para obras com grandes padronizações de elementos pela sua velocidade de execução. Nesses casos, a obra já recebe as lajes e, possivelmente, outros elementos estruturais prontos, tendo, portanto, um ritmo de produção acelerado.

Figura 11: Sistema de pré-tração: armadura estirada na pista de protensão e presa aos blocos de ancoragem (a), concretagem e cura do concreto (b), corte das armaduras e transferência da protensão ao concreto (c)



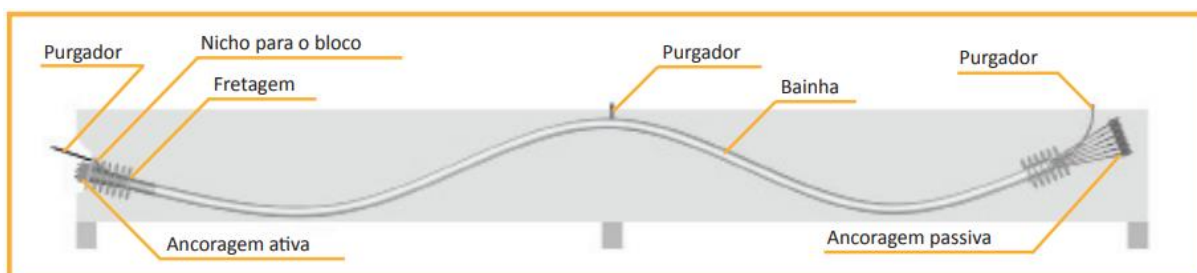
(Fonte: GILBERT *et al.*, 2017)

O sistema de pós-tração, que é o foco deste trabalho, consiste no tracionamento dos cabos após a concretagem dos elementos e é, usualmente, empregado na própria obra com o auxílio de macacos de protensão leves e portáteis. Esse sistema divide-se em pós-tração aderente e não aderente conforme será melhor explicado a seguir.

### 2.8.1 Sistema de pós-tração aderente

O sistema de pós-tração aderente (Figura 12) é composto por armaduras de protensão que são instaladas interiormente em bainhas plásticas ou metálicas, sendo deixado um vazio inicial entre elas. As bainhas são distribuídas na laje conforme elevação indicada e, após a concretagem da laje (quando o concreto obtém a resistência mínima à compressão especificada), a operação de protensão é realizada e as armaduras são ancoradas nas extremidades da bainha. Feito isso, prossegue-se com a injeção de calda de cimento na bainha para garantir tanto a aderência entre a armadura e o concreto em seu entorno quanto a proteção das armaduras à corrosão (RUDLOFF, 2015). Esse sistema conta com a colocação de purgadores que devem ser distribuídos ao longo da bainha (obrigatório em pontos de máxima ordenada) para o controle durante a operação de injeção. Os purgadores intermediários são fechados quando se observa a saída de uma pasta idêntica à pasta de entrada.

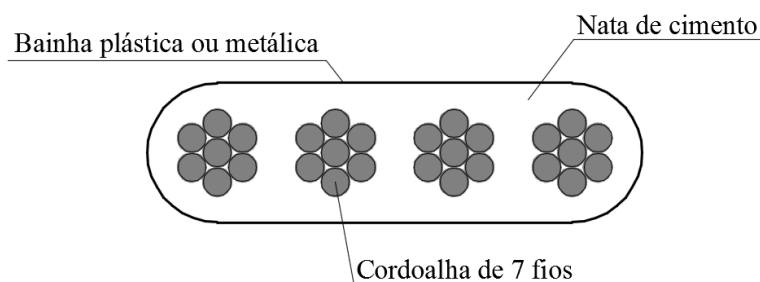
Figura 12: Esquema de pós-tração aderente



(Fonte: RUDLOFF, 2015)

Para lajes, usualmente, são utilizadas bainhas chatas que possuem em seu interior até 4 cordoalhas compostas por sete fios enrolados em hélice com um fio central, sendo o espaço entre bainha e cordoalhas preenchido com calda de cimento, conforme ilustrado na Figura 13.

Figura 13: Seção de bainha chata utilizada para pós-tração aderente



(Fonte: adaptada de AALAMI, 2014)

A Tabela 2 contempla a especificação das cordoalhas utilizadas no Brasil para pós-tração aderente, sendo o mais usual para lajes as cordoalhas de 12,7mm do tipo CP190-RB (aço com resistência característica mínima à tração de 1900MPa e relaxação baixa).

Tabela 2: Especificação de cordoalhas para protensão aderente

Produto	Diâmetro nominal (mm)	Área aprox. (mm <sup>2</sup> )	Área mínima (mm <sup>2</sup> )	Massa aprox. (kg/m)
Cord. CP 190 RB 9,50	9,5	56	55	0,441
Cord. CP 190 RB 12,70	12,7	101	99	0,792
Cord. CP 190 RB 15,20	15,2	143	140	1,126
Cord. CP 190 RB 15,70	15,7	150	147	1,172
Cord. CP 210 12,70	12,7	101	99	0,792
Cord. CP 210 15,20	15,2	143	140	1,126

(Fonte: ACELLORMITTAL, 2015)

A Figura 14 ilustra a montagem de uma laje com o uso de bainhas metálicas para protensão aderente.

Figura 14: Montagem de laje com pós-tração aderente

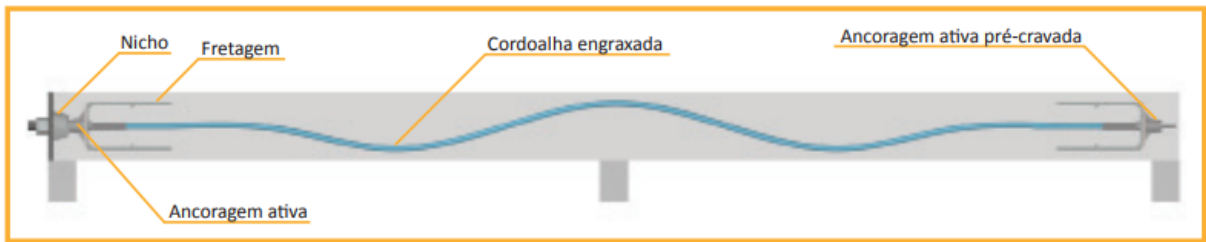


(Fonte: PROTENDE, 2013)

### 2.8.2 Sistema de pós-tração não aderente

O sistema de pós-tração não aderente (Figura 15) é composto por cabos, ou monocordoalhas engraxadas, envoltas com graxa e cobertas por uma capa de polietileno de alta densidade (PEAD). Assim como para pós-tração aderente, os cabos são distribuídos na laje conforme elevação definida e a laje é concretada antes da operação de protensão. A graxa é responsável pelo deslizamento do cabo durante a protensão, sendo esses ancorados por meio de dispositivos dispostos nas suas extremidades (RUDLOFF, 2015).

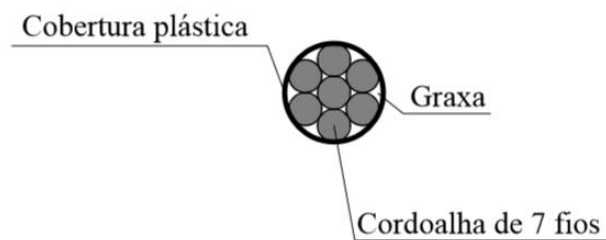
Figura 15: Esquema de pós-tração não aderente



(Fonte: RUDLOFF, 2015)

A Figura 16 apresenta uma seção de uma monocordoalha engradada envolta por graxa e cobertura plástica. Nas lajes pós-traçadas, as armaduras também são dispostas em feixes de até 4 cordoalhas.

Figura 16: Seção de monocordoalha engradada utilizada para pós-tração não aderente



(Fonte: adaptada de AALAMI, 2014)

A Tabela 3 contempla a especificação das cordoalhas utilizadas no Brasil para pós-tração não aderente, sendo o mais usual para lajes, novamente, as cordoalhas de 12,7mm do tipo CP190-RB.

Tabela 3: Especificação de cordoalhas para protensão não aderente

Produto	Diâmetro nominal (mm)	Área aprox. (mm <sup>2</sup> )	Área mínima (mm <sup>2</sup> )	Massa aprox. (kg/m)
Cord. CP 190 RB 12,70	12,7	101	99	0,792
Cord. CP 190 RB 15,20	15,2	143	140	1,126
Cord. CP 190 RB 15,70	15,7	150	147	1,172
Cord. CP 210 RB 12,70	12,7	101	99	0,792
Cord. CP 210 RB 15,20	15,2	143	140	1.126
Cord. CP 210 RB 15,70	15,7	150	147	1.172

(Fonte: ACELLORMITTAL, 2015)

A Figura 17 ilustra a montagem de uma laje com o uso de cordoalhas não aderentes.

Figura 17: Montagem de laje com pós-tração não aderente



(Fonte: PROTENDE, 2013)

### 2.8.3 Comparação entre sistemas aderente e não-aderente

De acordo com o Concrete Society (2005), as principais vantagens do sistema de pós-tração aderente em relação ao não aderente consistem em:

- Uma menor dependência do sistema em relação às ancoragens externas uma vez que a bainha contendo as cordoalhas é preenchida;
- A máxima resistência do aço de protensão pode ser utilizada no seu Estado Limite Último (devido à compatibilidade de deformações na seção);
- Danos acidentais em um cabo provocam somente a perda localizada na força de protensão não afetando o comprimento total do cabo.

Já as principais vantagens da pós-tração não aderente em relação à aderente são:

- As cordoalhas engraxadas são fabricadas fora da obra reduzindo o tempo de montagem;
- O menor diâmetro dos cabos e menores valores de cobrimento possibilitam o uso de uma maior excentricidade provocando um maior momento resistente;
- Os cabos são flexíveis e podem ser curvados com facilidade para contornar aberturas nas lajes;
- A perda de protensão devido ao atrito é reduzida devido à presença da graxa.

Enquanto o sistema não aderente é utilizado quase que integralmente nos Estados Unidos (BONDY, 2012), tem-se que na Inglaterra (THE CONCRETE CENTRE, 2008) e na

Austrália (GILBERT *et al.*, 2017) o sistema aderente é predominante devido a preocupações com falhas localizadas. No Brasil, o sistema não aderente vem ganhando espaço devido às facilidades construtivas que apresenta (CAUDURO, 2002).

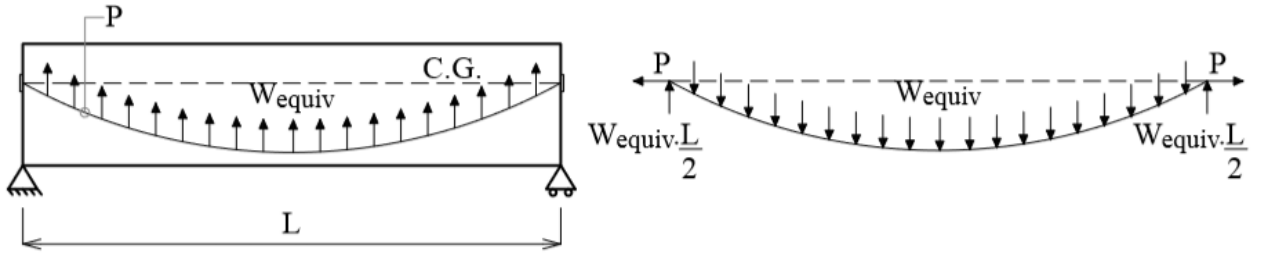
## 2.9 Método do equilíbrio dos carregamentos

O conceito do método do equilíbrio dos carregamentos, ou *load balancing method*, foi introduzido por Lin (1963) como uma alternativa ao método de análise de tensões elásticas e ao método de análise à resistência última. No método de análise de tensões elásticas, a protensão é calculada para eliminar tensões de tração nas peças, garantindo assim a sua elasticidade. Já no método de análise à resistência última, imagina-se que o concreto protendido tenha comportamento parecido ao concreto armado e a protensão é calculada para que o momento interno resistente se iguale ao momento externo solicitante. Por fim, no método do equilíbrio dos carregamentos, a protensão é entendida como um conjunto de carregamentos verticais que surgem com a tendência do cabo de protensão de se retificar, ou seja, de voltar ao seu comprimento original. Sendo assim, a força de protensão é calculada para que essa tendência de retificação gere carregamentos verticais pré-determinados que equilibram, em parte, os carregamentos externos (LIN, 1963). O carregamento pré-determinado para o equilíbrio é chamado de carregamento equilibrado, balanceado ou equivalente. Esse carregamento, usualmente, corresponde ao peso próprio da laje, mas pode também ser acrescido de uma pequena parcela do carregamento variável. Contudo, uma consideração de carregamento balanceado maior que o peso próprio causa uma flexão negativa na laje no instante de aplicação da protensão, o que pode gerar tensões de tração e formação de fissuras.

A Figura 18 ilustra uma viga bi-apoiada genérica com traçado parabólico para o cabo de protensão, sendo o seu vão ( $L$ ) e a sua força de protensão ( $P$ ). Essa figura também contempla o diagrama de corpo livre do cabo parabólico isolado, apresentado ao lado da viga. Devido à oposição do concreto à retificação do cabo, surgem esforços de ação e reação entre eles, esses esforços são denominados carregamentos equivalentes ( $W_{equiv}$ ). Os carregamentos equivalentes atuam voltados para baixo no cabo, impedindo o seu movimento, e para cima no concreto, contribuindo para o balanceamento de parte do carregamento externo (BONDY e ALLRED, 2016).



Figura 18: Viga bi-apoiada com cabo parabólico



(Fonte: adaptada de BONDY e ALLRED, 2016)

Considerando agora o método das tensões, como a protensão é dimensionada para anular uma parte do carregamento externo, espera-se que, sob esse carregamento, o diagrama de tensões final na seção transversal seja constante (ver Figura 19). Para que isso seja verdadeiro é preciso que seja respeitada a seguinte relação:

$$P \cdot e \cdot y/I = M_{ext} \cdot y/I \tag{Eq. 2.1}$$

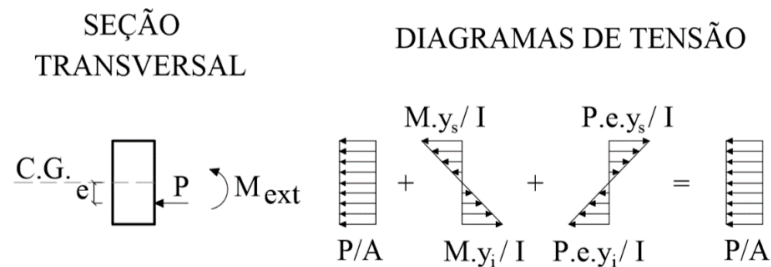
ou melhor:

$$P \cdot e = M_{ext} \tag{Eq. 2.2}$$

onde ( $P$ ) corresponde à força de protensão, ( $e$ ) corresponde à excentricidade dos cabos, ( $y$ ) corresponde à distância entre a linha neutra e as fibras externas, ( $I$ ) corresponde à inércia da seção e  $M_{ext}$  corresponde ao momento externo atuante.

Tem-se então que o momento gerado pela força de protensão ( $P \cdot e$ ) é o responsável por balancear o sistema e é, portanto, denominado de momento de balanceamento ( $M_{bal}$ ).

Figura 19: Diagramas de tensão final uniforme para o carregamento equivalente



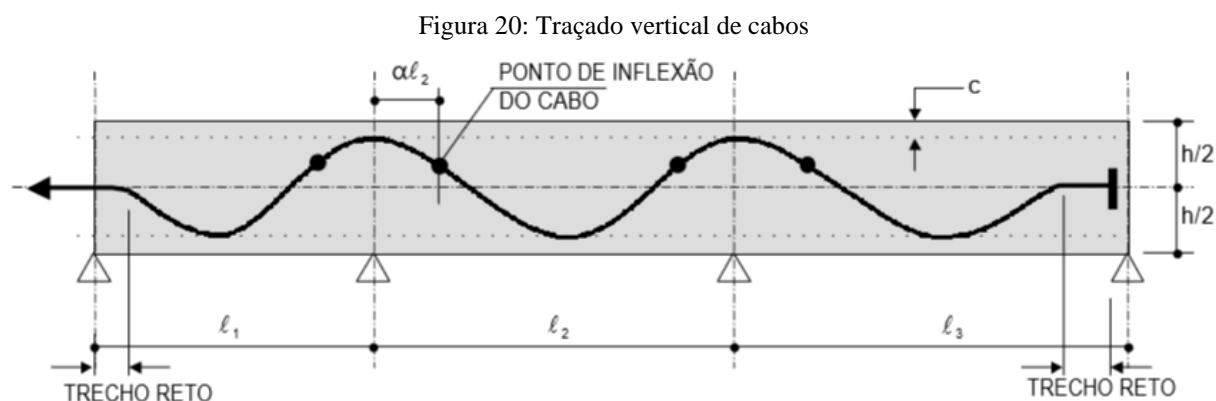
(Fonte: elaborada pela autora)

Para a viga bi-apoiada representada na Figura 18, o carregamento equivalente é o responsável por balancear o sistema, devendo o seu momento ser igual ao momento de balanceamento, tal que:  $W_{equiv} \cdot L^2/8 = P \cdot e$ , ou melhor:  $P = W_{equiv} \cdot L^2 \cdot e/8$ . Com isso, determinando a priori a carga que deve ser balanceada, a força de protensão é calculada para atender à condição de tensões axiais constantes na seção transversal que, conseqüentemente,

não se deforma para o carregamento especificado. Quando a viga sofre um carregamento superior ao balanceado, deve-se verificar as condições dos seus ELS e ELU.

## 2.10 Traçado de cabos

O traçado de cabos em elevação é usualmente parabólico para equilibrar cargas verticais distribuídas. Para obter o equilíbrio do maior carregamento possível, utilizam-se os maiores valores para as flechas dos cabos respeitando-se, apenas, os cobrimentos das armaduras. A Figura 20 ilustra um traçado vertical parabólico. Observa-se, que as ancoragens devem estar próximas de trechos retos de cabos para que não sejam introduzidos momentos devido à protensão nas extremidades da laje, onde o momento é nulo.



(Fonte: EMERICK, 2005)

O valor da porcentagem do vão que divide os pontos de inflexão da laje ( $\alpha$ ) varia de 5 a 15% e a sua altura na laje é determinada de modo que exista concordância entre as duas parábolas. A Figura 21 ilustra as distâncias e as ordenadas que são utilizadas para o cálculo da ordenada do ponto de inflexão ( $y_c$ ) através da seguinte equação:

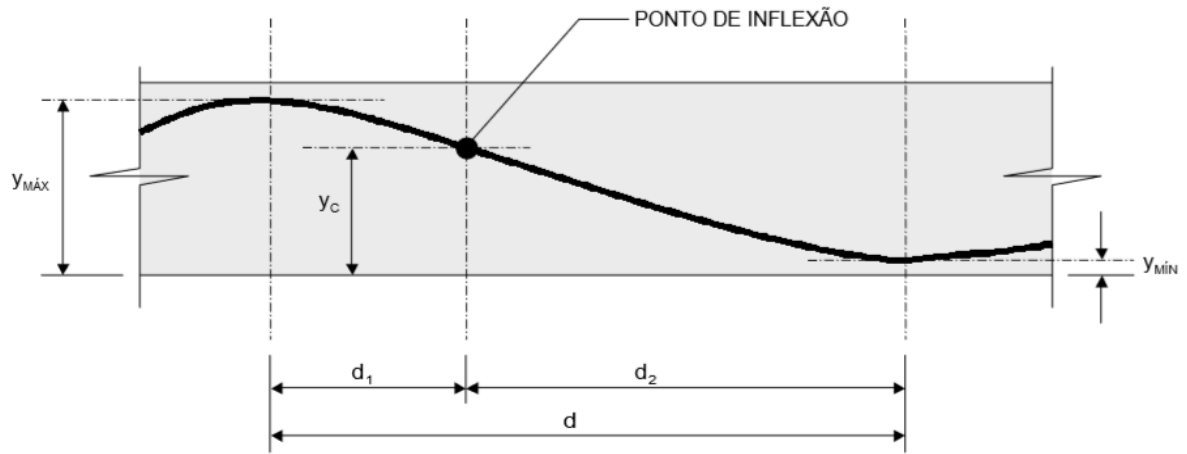
$$y_c = y_{min} + \frac{d_2}{d} (y_{max} - y_{min}) \quad \text{Eq. 2.3}$$

De acordo com o apresentado por Emerick (2005) e demonstrado por Naaman (2004) as cargas equilibradas podem ser definidas para cada condição de contorno e perfil do cabo como será apresentado a seguir.

As cargas equilibradas para a situação de vãos de extremidade estão ilustradas na Figura 22. Nessa figura, ( $e_0$ ) corresponde à excentricidade do cabo, ( $l$ ) corresponde ao vão e os valores de ( $\beta$ ), ( $\beta_1$ ) ( $\alpha$ ) e ( $\alpha_1$ ) são multiplicadores adotados pelo projetista para definir a posição em elevação do cabo. Esses multiplicadores são definidos com base nos esforços da laje. Contudo, segundo Emerick (2005), usualmente, adota-se  $\beta$  igual a zero, para o cabo posicionado no

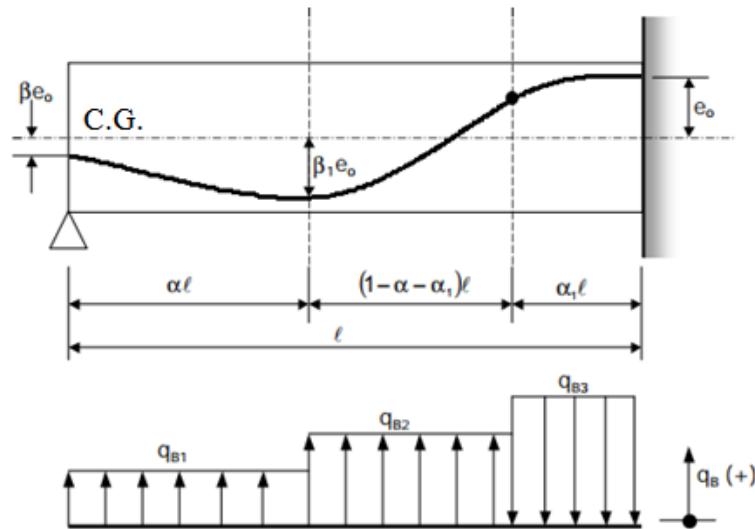
centro da laje,  $\alpha_1$  é adotado entre 0,05 e 0,15 e o valor de  $\beta_1$  é definido conforme cobrimento necessário para armadura.

Figura 21: Ordenada do ponto de inflexão



(Fonte: EMERICK, 2005)

Figura 22: Cargas equilibradas para vãos de extremidade



(Fonte: adaptada de EMERICK, 2005)

Para esse caso, as cargas equilibradas são dadas por:

$$q_{B1} = \frac{2 \cdot P \cdot (\beta_1 - \beta) \cdot e_0}{(\alpha \cdot \ell)^2} \quad \text{Eq. 2.4}$$

$$q_{B2} = \frac{2 \cdot P \cdot \lambda \cdot e_0}{\ell^2} \quad \text{Eq. 2.5}$$

$$q_{B3} = \frac{-2 \cdot P \cdot \mu \cdot e_0}{\ell^2} \quad \text{Eq. 2.6}$$

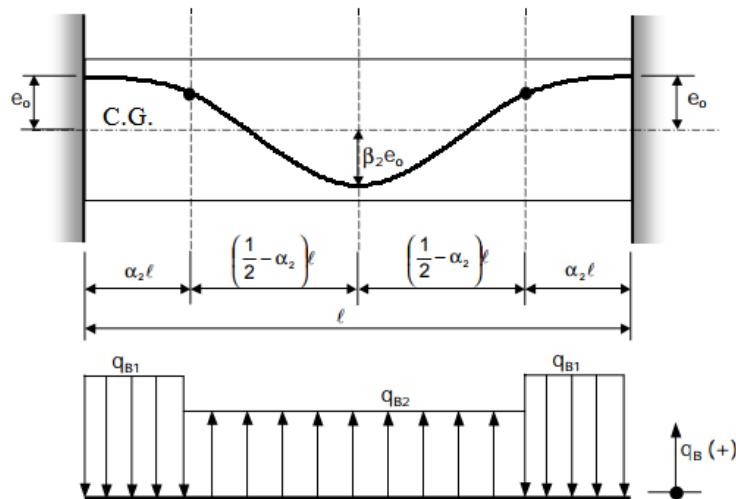
sendo:

$$\lambda = \frac{1 + \beta_1}{(1 - \alpha) \cdot (1 - \alpha - \alpha_1)} \quad \text{Eq. 2.7}$$

$$\mu = \frac{1 + \beta_1}{(1 - \alpha) \cdot \alpha_1} \quad \text{Eq. 2.8}$$

Já as cargas equilibradas para a situação de vãos internos estão ilustradas na Figura 23. Para essa situação, os valores de  $(\alpha_2)$  e  $(\beta_2)$  são multiplicadores utilizados para a definição da posição em elevação do cabo. Segundo Emerick (2005), usualmente, adota-se  $\alpha_2$  entre 0,05 e 0,15 e o valor de  $\beta_2$  é definido conforme cobertura necessário para armadura.

Figura 23: Cargas equivalentes para vãos internos



(Fonte: adaptada de EMERICK, 2005)

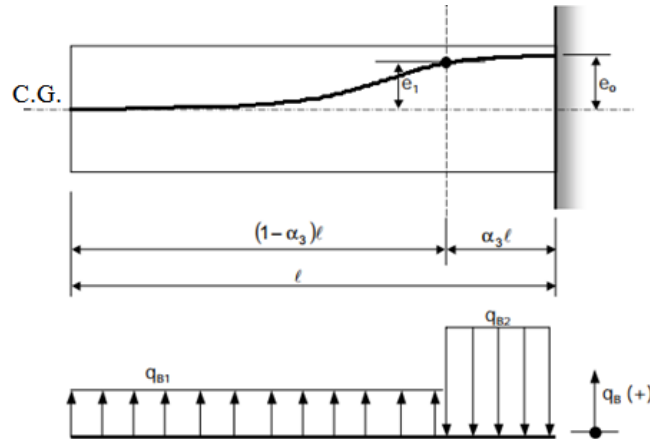
Para esse caso, as cargas equilibradas são dadas por:

$$q_{B1} = \frac{-4 \cdot P \cdot (1 + \beta_2) \cdot e_0}{\alpha_2 \cdot l^2} \quad \text{Eq. 2.9}$$

$$q_{B2} = \frac{4 \cdot P \cdot (1 + \beta_2) \cdot e_0}{\left(\frac{1}{2} - \alpha_2\right) \cdot l^2} \quad \text{Eq. 2.10}$$

Por fim, as cargas equilibradas para situação de vãos em balanço estão ilustradas na Figura 24. Para essa situação, o valor de  $(\alpha_3)$  é um multiplicador utilizado para definição da posição em elevação do cabo, que, nesse caso, já está ancorado no centro de gravidade da laje em sua extremidade livre. Segundo Emerick (2005), usualmente, adota-se  $\alpha_3$  entre 0,05 e 0,20, dependendo do vão do balanço.

Figura 24: Cargas equilibradas para vãos em balanço



(Fonte: adaptada de EMERICK, 2005)

Para esse caso, as cargas equivalentes são dadas por:

$$q_{B1} = \frac{2 \cdot P \cdot e_1}{((1 - \alpha_3) \cdot \ell)^2} \quad \text{Eq. 2.11}$$

$$q_{B2} = \frac{-2 \cdot P \cdot e_0}{(\alpha_3 \cdot \ell)^2} \quad \text{Eq. 2.12}$$

sendo:

$$e_1 \cong (1 - \alpha_3) \cdot e_0 \quad \text{Eq. 2.13}$$

## 2.11 Cálculo da força de protensão necessária

Para simplificação do cálculo da força de protensão necessária, os efeitos da inversão da curvatura dos cabos próximos aos pilares são desconsiderados e adota-se um perfil simplificado conforme ilustrado na Figura 25. Os efeitos de inversão de curvatura serão contemplados nas verificações posteriores. Inicialmente, calcula-se a força de protensão necessária em cada vão em função do carregamento distribuído nas lajes ( $q$ ), da carga concentrada na extremidade do balanço ( $Q$ ), das flechas ( $f$ ) dos cabos e vão das lajes ( $l$ ) como:

- Vão em balanço: 
$$P = \frac{q \cdot l_1^2}{2 \cdot f_1} + \frac{Q \cdot l_1}{f_1} \quad \text{Eq. 2.14}$$

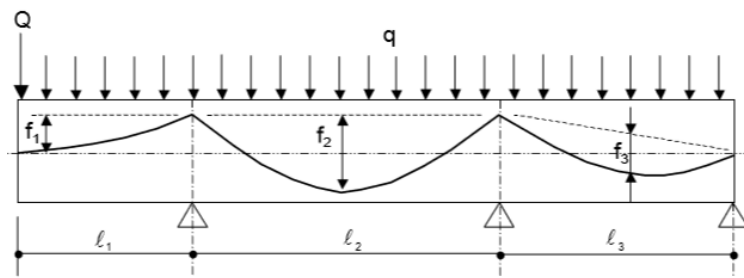
- Vão interno: 
$$P = \frac{q \cdot l_2^2}{8 \cdot f_2} \quad \text{Eq. 2.15}$$

- Vão externo: 
$$P = \frac{q \cdot l_3^2}{8 \cdot f_3} \quad \text{Eq. 2.16}$$

Uma vez obtidos as forças necessárias em cada vão, essas devem ser comparadas. O vão que precisar de uma maior força para equilibrar seus carregamentos é o vão crítico e os outros

vãos devem ter seus parâmetros (flechas ou quantidade de cabos) ajustados para que se tenha um igual equilíbrio de carregamento em todos os vãos ou a mesma força de protensão. Em uma situação ideal, é interessante que as lajes sejam moduladas para que as forças necessárias em cada vão sejam aproximadamente iguais e seja então possível utilizar a mesma quantidade de cabos em todos os vãos com as suas excentricidades máximas, sem precisar interromper cabos em vãos intermediários ou reduzir suas flechas. Essa modulação pode ser feita a partir do uso do vão de extremidade com um comprimento reduzido em relação ao vão central ou a partir do uso de balanços externos aos pilares de extremidade.

Figura 25: Traçado de cabo simplificado

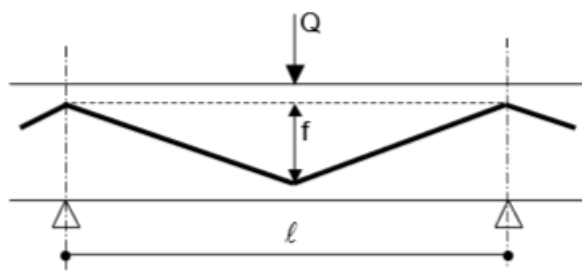


(Fonte: EMERICK, 2005)

Se existirem cargas concentradas no meio de vãos centrais (Figura 26) deve-se acrescentar à força de protensão necessária ao trecho a parcela de:

$$P = \frac{Q \cdot l}{4 \cdot f} \quad \text{Eq. 2.17}$$

Figura 26: Traçado de cabo para carga concentrada



(Fonte: EMERICK, 2005)

Em relação à escolha das flechas dos cabos a fim de evitar a interrupção de cabos, pode-se adotar duas alternativas:

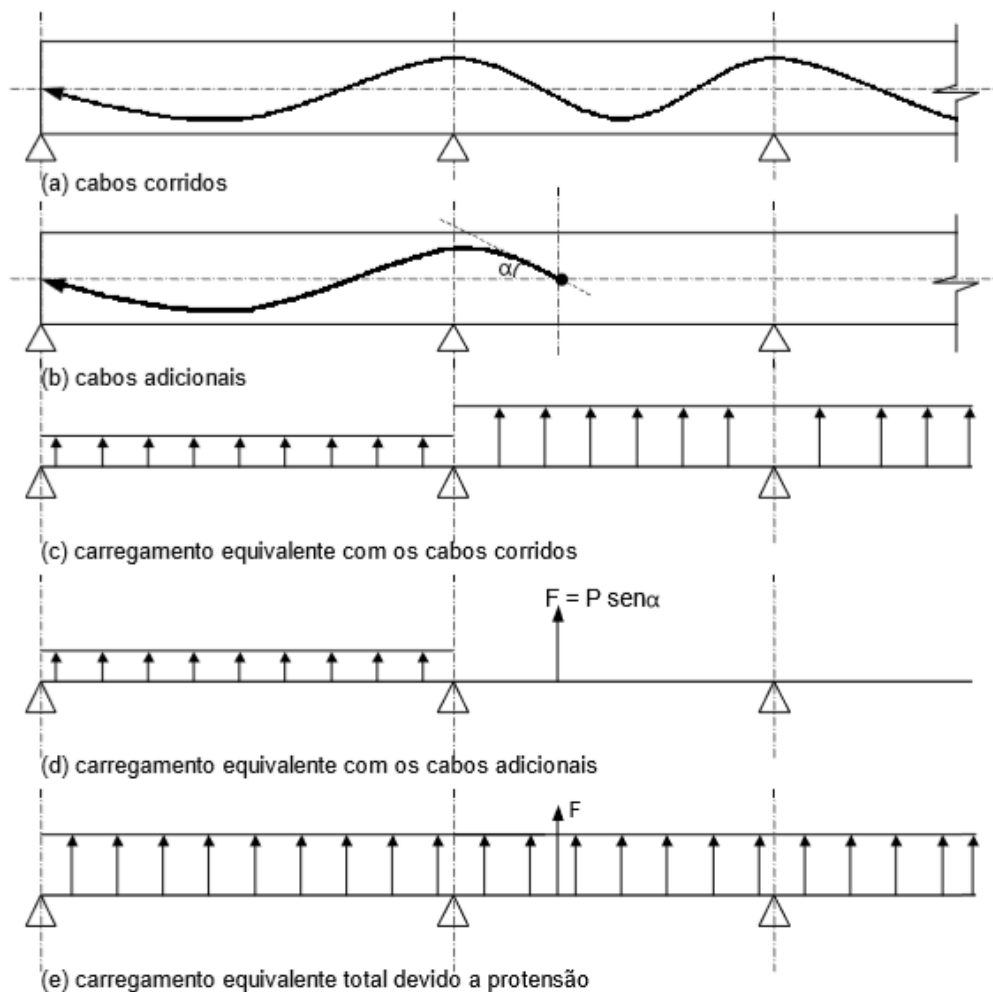
- Adotar a flecha para excentricidade máxima no vão crítico, calcular a força de protensão necessária para esse vão e calcular as flechas necessárias nos outros vãos a fim de obter a mesma força de protensão;

- Adotar excentricidade máxima para todos os vãos e calcular a protensão para o vão mais crítico.

A vantagem da primeira opção é que ela possibilita a obtenção de um carregamento equilibrado igual em todos os vãos, contudo a diminuição da excentricidade dos cabos causa uma perda de resistência no ELU. Por isso e pela dificuldade construtiva de muitas alterações de excentricidades, é vantajoso adotar a segunda opção. Essa última resultará em um carregamento equilibrado diferente para os vãos, que deve ser computado no cálculo de esforços e verificações posteriores.

Caso seja necessária a utilização de cabos adicionais em um vão para equilibrar o carregamento determinado para laje, deve-se considerar a introdução de uma força vertical ( $F = P \cdot \text{sen}(\alpha)$ ) que surge devido à inclinação do cabo na ancoragem intermediária, conforme ilustrado na Figura 27. Se o cabo adicional fosse ancorado excentricamente ao centro de gravidade da peça, seria necessário considerar também um momento concentrado ( $M = P \cdot e$ ).

Figura 27: Diagrama utilizado para cálculo da força de protensão

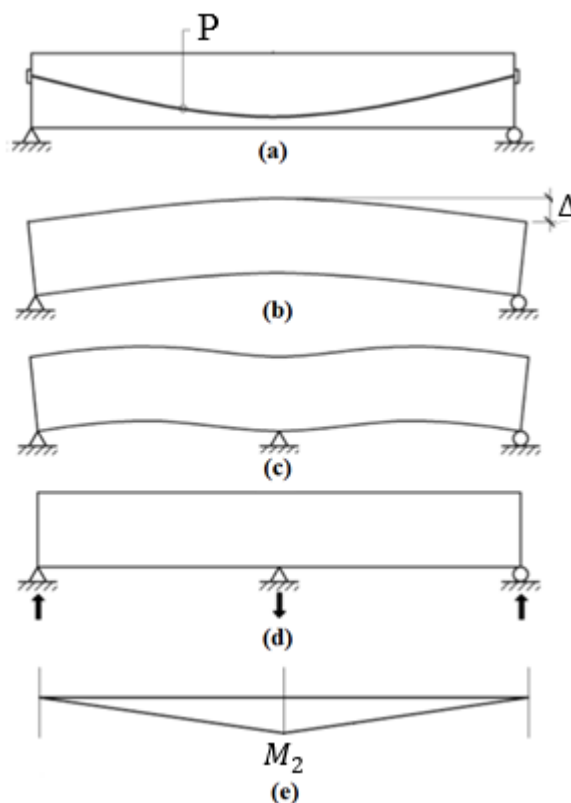


(Fonte: EMERICK, 2005)

## 2.12 Efeitos hiperestáticos de protensão

Os efeitos hiperestáticos de protensão são aqueles gerados por meio de restrições impostas aos deslocamentos dos elementos protendidos que são geradas pelos apoios da estrutura. Para ilustrar esse conceito, observa-se que, devido à ação isolada da tendência de retificação do cabo de protensão (submetido a carregamentos de equilíbrio), uma viga isostática com traçado parabólico de cabos (Figura 28-a) tende a fletir para cima (Figura 28-b). Contudo, imaginando que essa viga passe a ter mais um apoio, sendo, portanto, hiperestática, tem-se que o deslocamento da estrutura sobre o apoio passa a ser impedido (Figura 28-c), de modo que são geradas reações de apoio secundárias na estrutura devido à protensão (Figura 28-d). O diagrama de momentos obtido isoladamente pelos efeitos hiperestáticos está ilustrado na (Figura 28-e).

Figura 28: Efeitos hiperestáticos de protensão



(Fonte: adaptada de BONDY e ALLRED, 2016)

O momento do sistema isostático de protensão é o calculado considerando o balanceamento de cargas, dado por:  $M_1 = M_{bal} = P \cdot e$ . Desse modo, os momentos resultantes do sistema hiperestático isolado ( $M_2$ ) podem ser obtidos a partir da subtração do momento ( $M_1$ )



do momento provocado pelo carregamento equilibrado. Esse último é calculado para condição de contorno hiperestática da estrutura.

Para a explicação, foi usada uma analogia para viga isostática, contudo, as restrições de deslocamentos oferecidas pelos apoios às lajes protendidas, também geram, da mesma maneira, efeitos hiperestáticos. Enquanto os carregamentos equilibrados estão presentes na estrutura apenas como ação e reação do concreto e cabos de protensão, não sendo utilizados para o dimensionamento da estrutura como um todo, tem-se que os efeitos hiperestáticos são gerados pelas próprias restrições da estrutura. Desse modo, esses efeitos são ações externas ao sistema laje-cabo e devem ser devidamente considerados para o dimensionamento ao ELU de lajes, vigas e pilares.

### **2.13 Cálculo de esforços em lajes protendidas**

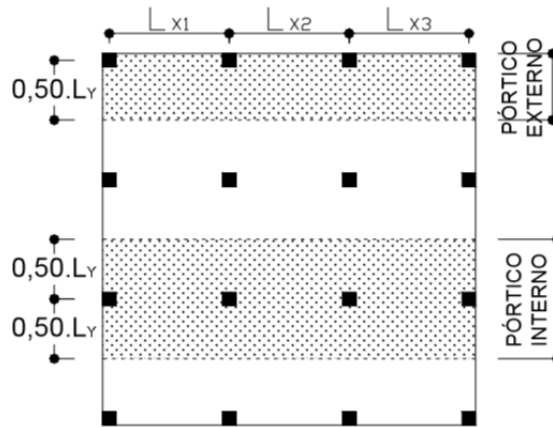
Para o cálculo de esforços em lajes protendidas, usualmente, são empregados três métodos: o Método dos Pórticos Múltiplos (MPM), o Método dos Elementos Finitos (MEF) e o Método de Analogia de Grelha (MAG). O MPM é o método mais simples, devendo ser utilizado para estruturas com uma distribuição de pilares alinhada e simétrica, ou para o pré-dimensionamento de estruturas mais complexas (FARIA, 2004; PEDROZO, 2008). Já os métodos MEF e MAG são mais precisos e simulam de maneira mais refinada o comportamento das estruturas.

O Método dos Pórticos Múltiplos consiste em uma ferramenta de cálculo que permite a modelagem de lajes bidirecionais através da sua subdivisão em pórticos nas suas duas direções principais (Figura 29). Esses pórticos são estabelecidos para cada linha de apoio, que conecta pilares na direção considerada, e a sua extensão é tomada como a metade da distância até a próxima linha de apoio (para cada lado). A distância entre as linhas limitadoras do pórtico é definida como a sua largura colaborante. A depender de sua posição os pórticos são denominados internos ou externos.

O Método dos Pórticos Múltiplos (MPM) subdivide-se em Método dos Pórticos Simples (MPS) e Método dos Pórticos Equivalentes (MPE). O MPS calcula os esforços para o pórtico considerado a inércia da seção bruta de pilares e da largura colaborante da laje. Esse método é de fácil resolução através do uso de programas de análise de pórticos planos e é permitido pelas normas NBR6118:2014 e EN1992-1-1:2004. Já o MPE considera algumas alterações na inércia e na rigidez dos elementos para simular de maneira mais apurada o seu comportamento. Esse

método necessita de uma resolução mais trabalhosa para consideração de distribuição de momentos nas estruturas hiperestáticas com rigidez modificada e é empregado pela norma ACI318-14.

Figura 29: Divisão de pórticos múltiplos em uma direção



(Fonte: PEDROZO, 2008)

Para o MPE, considera-se uma maior inércia na faixa de laje que se conecta à coluna para simular a maior rigidez que a ligação oferece à laje. Sendo assim a inércia da barra horizontal que conecta o centro da coluna e a sua extremidade ( $I_{lc}$ ) é definida no item 8.11.3.1 da ACI318-14 através de:

$$I_{lc} = \frac{I_l}{\left(1 - \frac{c_2}{l_2}\right)^2} \quad \text{Eq. 2.18}$$

em que:

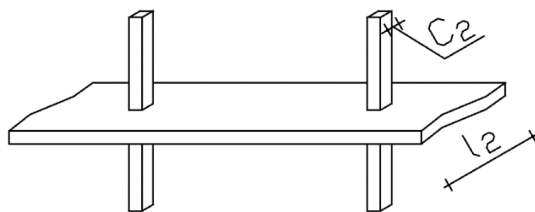
$I_l$  = Inércia da seção bruta da laje para a largura colaborante do pórtico considerado;

$l_2$  = Largura colaborante da laje;

$c_2$  = Dimensão do pilar paralela à largura colaborante da laje.

A Figura 30 ilustra a posição dos elementos no pavimento.

Figura 30: Aumento de rigidez da laje na sua conexão com o pilar

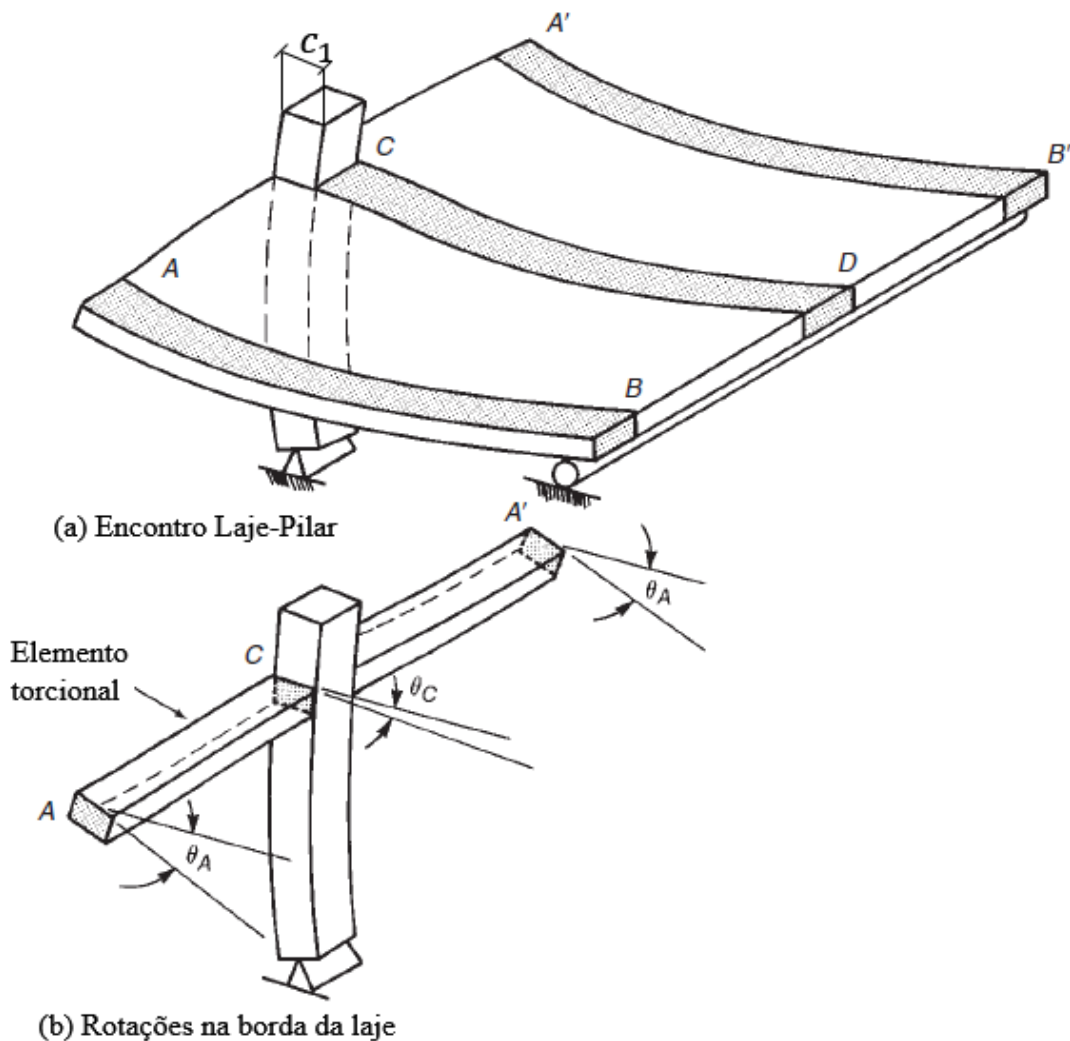


(Fonte: elaborada pela autora)

Além disso, quando uma laje lisa é solicitada a carregamentos de flexão, tem-se que o pilar oferece uma maior resistência ao giro da laje nas suas proximidades, não tendo tanta

influência em regiões mais afastadas. Isso pode ser observado na Figura 31 onde a rotação da extremidade das faixas AB e A'B' ( $\theta_A$ ) é maior do que a rotação da faixa CD ( $\theta_C$ ). Assim, considerando a influência dos pontos não restritos da laje, que também pertencem à largura colaborante do pórtico, tem-se que a rotação média do nó que representa a coluna no pórtico é maior do que a rotação da coluna em si. Para considerar esse efeito o ACI318-14 considera colunas equivalentes que são compostas pela própria coluna e por um elemento torcional que se conecta à laje permitindo, em parte, o seu giro. Para lajes lisas tem-se que o elemento torcional têm a mesma altura da laje e largura igual à dimensão do pilar perpendicular à largura colaborante da laje ( $c_1$ ).

Figura 31: Rotações na extremidade de uma laje lisa



(Fonte: adaptada de WIGHT e MACGREGOR, 2012)

Segundo Wight e Macgregor (2012) a rigidez da coluna equivalente ( $K_{ec}$ ) é dada por:

$$\frac{1}{K_{ec}} = \frac{1}{\sum K_c} + \frac{1}{K_t} \quad \text{Eq. 2.19}$$

em que:

$\sum K_c$  = Somatório de rigidez da parte superior e inferior da coluna;

$K_t$  = Rigidez do elemento torcional.

Para cada vão da coluna, considerando lajes lisas sem capitéis, tem-se que:

$$K_c = \frac{4E_{cc}I_c}{L} \quad \text{Eq. 2.20}$$

sendo:

$L$  = Comprimento do pilar limitado pelas linhas médias das lajes;

$E_{cc}$  = Módulo de elasticidade do concreto utilizado para os pilares;

$I_c$  = Inércia da seção transversal do pilar.

A rigidez do elemento torcional total é dada no item R8.11.5 do ACI318-14 como a somatória entre a contribuição dos elementos a esquerda e a direita do pilar (no caso de pilar central) ou de um único elemento (no caso de pilar de canto) através da expressão:

$$K_t = \sum \frac{9E_{cl}C}{l_2 \left(1 - \frac{c_2}{l_2}\right)^3} \quad \text{Eq. 2.21}$$

sendo:

$l_2$  = Largura entre pilares que estabelecem o elemento torcional;

$c_2$  = Dimensão do pilar paralela à largura colaborante da laje;

$E_{cl}$  = Módulo de elasticidade do concreto utilizado para as lajes;

$C$  = Constante relativa à seção transversal do elemento torcional dada, para lajes lisas, como:

$$C = \left(1 - 0,63 \frac{x}{y}\right) \frac{x^3 y}{3} \quad \text{Eq. 2.22}$$

em que:

$x$  = menor dimensão da seção transversal do elemento torcional, geralmente, a altura da laje;

$y$  = maior dimensão da seção transversal do elemento torcional, geralmente,  $c_1$ .

De acordo com Wight e Macgregor (2012), o Método dos Pórticos Equivalentes clássico foi desenvolvido considerando a utilização do Método de Distribuição de Momentos (ou Processo de Cross) que necessita do cálculo de momentos de engastamento perfeito, rigidez de cada barra e coeficientes de transmissão para análise do pórtico em um processo trabalhoso que, usualmente, é realizado de maneira manual. O uso de programas de análise de pórticos planos

é muito mais prático e conveniente, contudo, esses programas consideram internamente o Método da Rigidez Direta, de modo que não é possível alterar a rigidez de uma barra sem mudar o seu módulo de elasticidade, a sua inércia ou o seu comprimento. Para possibilitar o uso desses programas, o Emerick (2005) indica que, para considerar o efeito da flexibilidade das lajes, pode-se utilizar um comprimento equivalente para os pilares de modo que a rigidez do pilar seja equivalente à rigidez do conjunto (pilar e elemento torcional). Esse comprimento equivalente é dado por:

$$L_{ec} = \frac{4E_{cc}I_c}{K_{ec}} \quad \text{Eq. 2.23}$$

em que:

$E_{cc}$  = Módulo de elasticidade do concreto utilizado para os pilares;

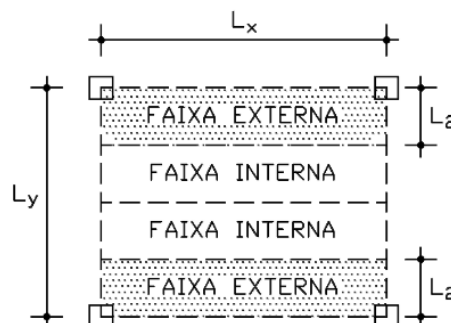
$I_c$  = Inércia da seção transversal do pilar;

$K_{ec}$  = Rigidez da coluna equivalente.

Neste trabalho, para que seja viabilizado o uso de programas de pórticos planos, em se tratando do Método dos Pórticos Equivalentes será adotada a simplificação proposta por Emerick (2005) para o comprimento de colunas equivalentes. Além disso as barras que conectam o centro dos pilares com as suas faces sofrerão acréscimo de inércia conforme prescrito pela ACI318-14.

Uma vez obtidos os esforços para cada pórtico, esses devem ser divididos entre as faixas internas e externas do pórtico em questão. A Figura 32 ilustra a divisão das lajes em faixas externas (ou de pilares) e em faixas internas (ou centrais). De acordo com as prescrições das normas NBR6118:2014 (item 14.7.8) e EN1992-1-1:2004 (Anexo 1), o valor da largura da faixa externa ( $L_2$ ) deve ser correspondente à 25% do valor do vão na direção perpendicular à qual pretende-se obter esforços, ou seja  $L_2 = 0,25L_y$  no caso da Figura 32. Já para o ACI318-14 (item 8.4.1.5) o valor de  $L_2$  deve ser 25% do menor vão entre  $L_x$  e  $L_y$ .

Figura 32: Divisão de faixas nos pórticos múltiplos



(Fonte: elaborada pela autora)

No MPE, a divisão dos esforços nas faixas internas e externas do pórtico deve respeitar uma distribuição idealizada de momentos constantes por faixa de laje, conforme ilustrado na Figura 33. De acordo com a distribuição de momentos da NBR6118:2014 (item 14.7.8) e seguindo metodologia empregada por Emerick (2005), os momentos indicados na Figura 33 são calculados por:

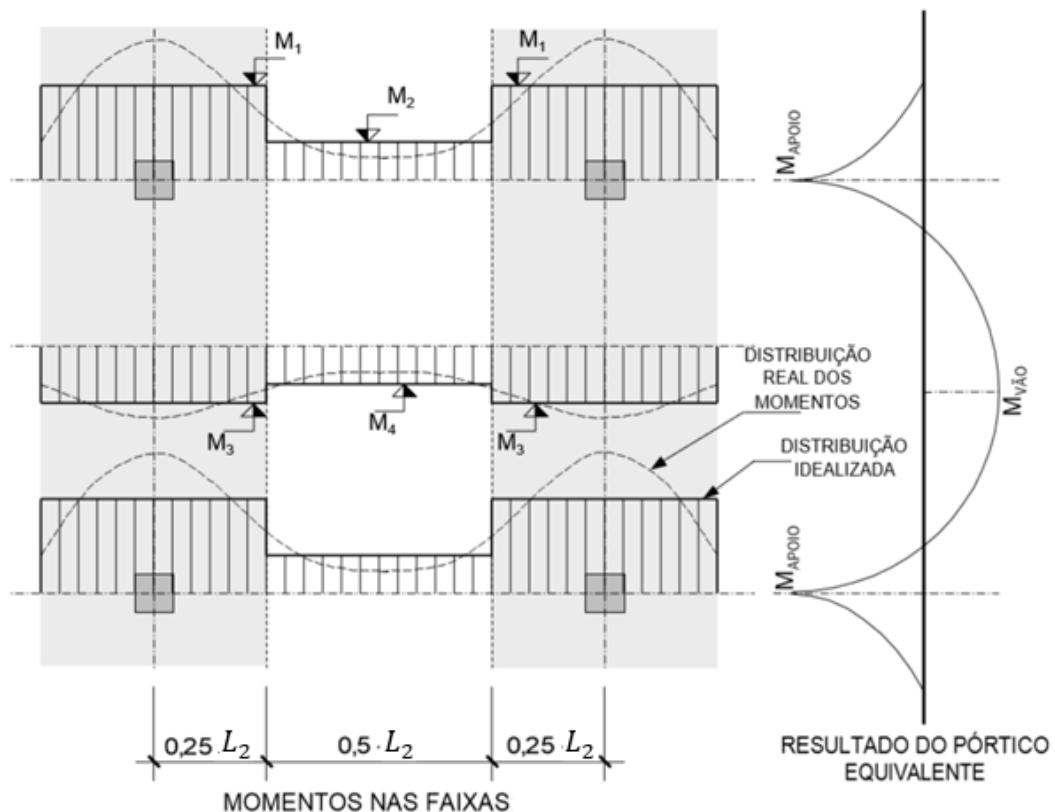
$$M_1 = 0,375 \frac{M_{APOIO}}{0,25L_2} \quad \text{Eq. 2.24}$$

$$M_2 = 0,25 \frac{M_{APOIO}}{0,5L_2} \quad \text{Eq. 2.25}$$

$$M_3 = 0,275 \frac{M_{V\tilde{A}O}}{0,25L_2} \quad \text{Eq. 2.26}$$

$$M_4 = 0,45 \frac{M_{V\tilde{A}O}}{0,5L_2} \quad \text{Eq. 2.27}$$

Figura 33: Divisão de momentos nas faixas



(Fonte: adaptada de EMERICK, 2005)

A norma ACI318-14 (itens 8.10.5.1, 8.10.5.2 e 8.10.5.5) descreve a distribuição de momentos de maneira diferente para pilares centrais e de extremidade do pórtico. Para pilares

centrais tem-se uma distribuição próxima ao apresentado pela NBR6118:2014, conforme apresentado nas equações a seguir:

$$M_1 = 0,375 \frac{M_{APOIO}}{0,25L_2} \quad \text{Eq. 2.28}$$

$$M_2 = 0,25 \frac{M_{APOIO}}{0,5L_2} \quad \text{Eq. 2.29}$$

$$M_3 = 0,30 \frac{M_{V\tilde{A}O}}{0,25L_2} \quad \text{Eq. 2.30}$$

$$M_4 = 0,40 \frac{M_{V\tilde{A}O}}{0,5L_2} \quad \text{Eq. 2.31}$$

Para pilares de extremidade os valores de  $M_1$  e  $M_2$  são modificados a fim de contemplar que a faixa interna adjacente a esses pilares se trata de uma extremidade livre de laje e, portanto, não comporta momentos negativos, sendo assim:

$$M_1 = 0,5 \frac{M_{APOIO}}{0,25L_2} \quad \text{Eq. 2.32}$$

$$M_2 = 0 \quad \text{Eq. 2.33}$$

A norma EN1992-1-1:2004 (Anexo 1) considera que para as duas faixas externas adjacentes, considera-se de 60 a 80% dos momentos negativos e de 50 a 70% dos momentos positivos, as faixas internas devem equilibrar o restante dos momentos. Observa-se que os momentos prescritos pelas outras normas estão dentro desses limites.

O Método de Pórticos Múltiplos (MPM) não é mais permitido para análise de lajes protendidas pela NBR6118:2014, que recomenda o uso de métodos mais refinados como o Método dos Elementos Finitos (MEF) e o Método de Analogia de Grelha (MAG), sendo assim o MPM será utilizado neste trabalho a título de comparação com as outras normas apenas. A norma ACI318-14 permite o uso do Método dos Pórticos Equivalentes para lajes protendidas e a norma EN1992-1-1:2004 não faz indicação contrária.

O Método de Analogia de Grelha (MAG) consiste no cálculo das placas de laje por meio da sua substituição por uma grelha equivalente de elementos de barra (ou de viga). Essa grelha equivalente consiste na divisão da laje em pequenas faixas nas suas direções principais que se interceptam nos seus cruzamentos. Nesse método as faixas de lajes são modeladas como elementos de barra e recebem as propriedades físicas e geométricas da seção transversal do elemento. O cálculo de esforços na estrutura se dá por análise matricial. Para que o método forneça resultados adequados é necessário que seja realizada uma discretização adequada da

laje. Com esse método, as lajes têm o seu comportamento bidirecional melhor representado, uma vez que as barras em ambas as direções constituem vínculos elásticos que se apoiam umas nas outras. No Brasil, o programa computacional mais difundido que utiliza o MAG é o TQS. Nesse programa o efeito da protensão é introduzido na grelha a partir de forças de alívio e os efeitos hiperestáticos de protensão são automaticamente calculados.

Por fim, o Método dos Elementos Finitos (MEF) consiste na discretização da estrutura em pequenos elementos que se adequam a praticamente qualquer geometria de laje. Os elementos têm o seu comportamento formulado para capturar as respostas locais da estrutura (AALAMI, 2014). Esses elementos se interconectam através de seus nós e a resposta da estrutura é calculada matricialmente integrando as contribuições de esforços em cada nó. O MEF é empregado por muitos programas tais como ADAPT, ANSYS, CYPECAD e SAP 2000.

Tanto o MEF quanto o MAG possuem a vantagem de modelar o pavimento como um todo e considerar de maneira automática uma melhor aproximação para flexibilidade da estrutura. Isso facilita o cálculo de pavimentos que tenham pilares desalinhados ou furos. Sendo assim, é recomendável que essas ferramentas sejam utilizadas para um melhor refinamento na obtenção de esforços.

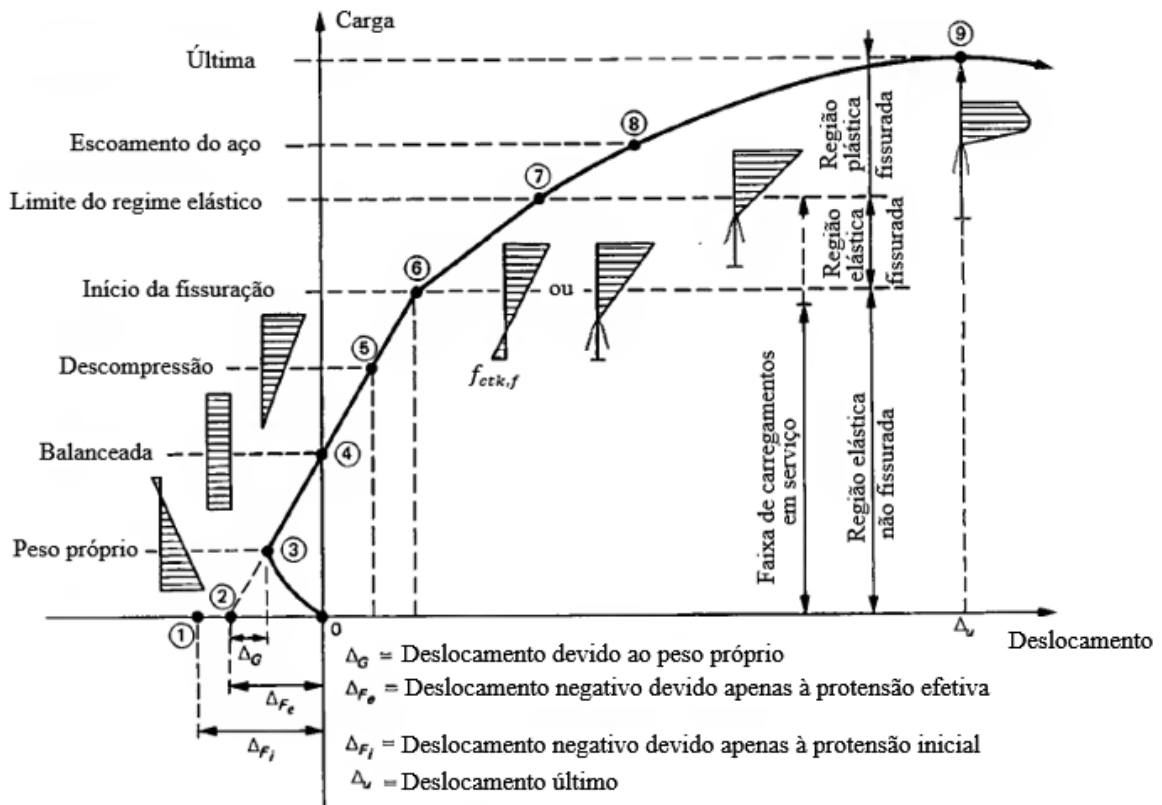
Independentemente da forma de análise para determinação de esforços, segundo as prescrições da NBR6118:2014 (item 14.7.1), é necessário considerar alternância da carga variável entre vãos, se a carga variável for superior a  $5\text{kN/m}^2$  ou se for superior a 50% da carga total. Já para o ACI318-14 (item 6.4.3.2), a alternância da carga variável deve ser considerada se essa for superior a 75% da carga permanente. A norma EN1992-1-1:2004 recomenda que sejam seguidas as prescrições das normas anexas de cada país para indicação de simplificações no arranjo de carregamentos, ou que sejam consideradas as seguintes condições: carga variável alternada em vãos adjacentes; dois vãos adjacentes com carga variável e os outros vãos sem. Na norma anexa da Inglaterra BS-NA-EN1992-1-1:2004 é permitida a desconsideração da alternância da carga variável se esse carregamento não for superior a  $5\text{kN/m}^2$  ou se a razão entre carga variável e carga permanente não superar 1,25.

## **2.14 Comportamento carga-deslocamento para peças protendidas**

A Figura 34 ilustra o comportamento entre o aumento de carregamento e deslocamento nas peças protendidas com protensão aderente.



Figura 34: Comportamento carga-deslocamento para peças com protensão aderente



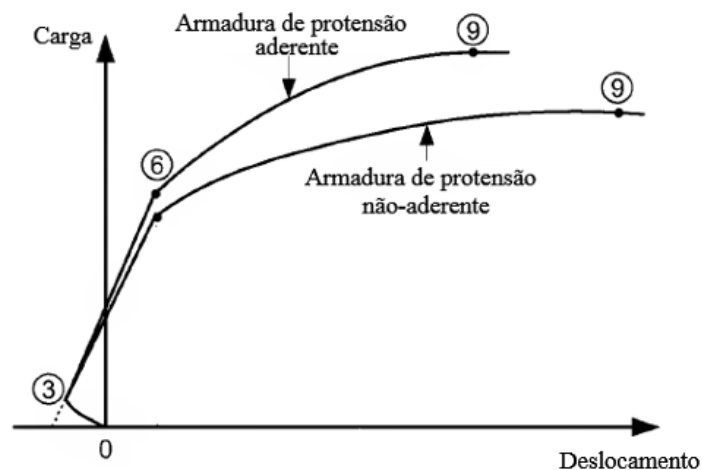
(Fonte: adaptada de NAAMAN, 2004)

Observa-se que os Pontos 1 e 2 indicados na Figura 34 correspondem a deslocamentos de curvatura negativa teórica provocada apenas pela protensão inicial e efetiva (após perdas), respectivamente. Contudo, como, já de início, o carregamento relativo ao peso próprio das peças se faz atuante, tem-se que o Ponto 3 representa o estado inicial de deslocamento considerando a protensão efetiva e o peso próprio. Com o aumento de carga adicional além do peso próprio, estabelece-se no Ponto 4 o estado de deslocamento nulo para o carregamento balanceado. Nesse ponto, o diagrama de tensões normais na seção é uniforme e, após esse ponto, a seção passa a se deformar com curvatura positiva. O Ponto 5 representa o estado de descompressão, no qual a tensão na borda inferior da peça se torna nula e, a partir daí essa começa a ser tracionada. O Ponto 6 apresenta um limite de início de fissuração onde a tensão na borda inferior da peça se torna igual à sua resistência à tração na flexão ( $f_{ctk,f}$ ), até esse ponto a seção se comporta em regime elástico não fissurado, a partir desse ponto a seção começa a se comportar como uma seção de concreto armado solicitada à flexo-compressão. Considera-se que, a partir do Ponto 6, ainda é válida a linearidade entre tensões e deformações, contudo, a resistência à tração no concreto fissurado é desconsiderada. Com o aumento de carregamentos, a seção continua no regime elástico até que seja atingido o limite elástico de tensões no concreto ou na armadura passiva, esse limite está representado pelo Ponto 7 e, a

partir daí o concreto passa a se comportar no regime não linear de tensão-deformação. No Ponto 8, a armadura de protensão começa a escoar e no Ponto 9 é alcançada a ruptura da peça. A ruptura das peças ocorre no instante em que a rotação na região plastificada da peça se dá de maneira bastante acentuada para qualquer acréscimo de carregamento. Nesse instante, formam-se rótulas plásticas nos pontos de máximo momento fletor. Com a formação de rótulas plásticas, a linha neutra da seção sobe e essa pode se romper devido ao esmagamento do concreto ou à ruptura dos cabos.

A Figura 35 ilustra o comportamento comparativo de peças com protensão não aderente em relação às peças com protensão aderente.

Figura 35: Comparação entre o comportamento de peças com protensão aderente ou não aderente



(Fonte: adaptada de NAAMAN, 2004)

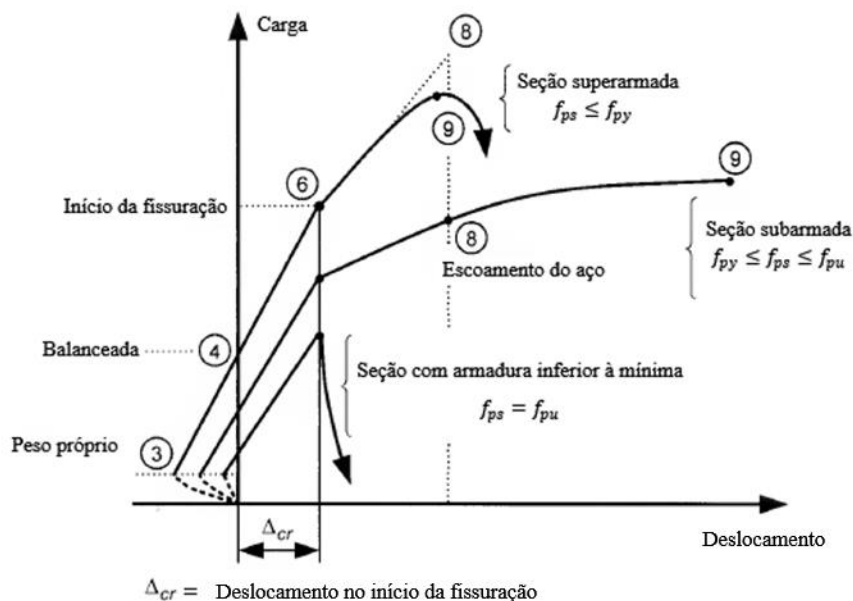
Observa-se, pela Figura 35 que o formato das curvas para ambos os tipos de protensão são parecidas, mas que a curva da armadura com protensão não aderente fica abaixo da curva da armadura com protensão aderente. Segundo Naaman (2004), é possível, inclusive, que a falha em peças com pós-tração não aderente aconteça antes do escoamento da armadura de protensão. Isso se deve ao fato de que, para armaduras não aderentes, considera-se o valor médio do acréscimo de deformações para o comprimento do cabo, em função da movimentação das suas ancoragens. Esse acréscimo de deformações obtido para armaduras não aderentes é inferior ao acréscimo de deformações (e tensões) obtido para armaduras aderentes, nas quais a compatibilidade de deformações é válida para todas as seções.

O comportamento carga-deslocamento apresentado na Figura 34 ilustra a situação ideal em que a seção falha de maneira dúctil, com o escoamento da armadura de protensão ocorrendo antes do esmagamento do concreto (seção subarmada). Esse modo de ruptura desejável é precedido de avisos quanto à condição do elemento estrutural e, portanto, esse é o modo adotado

seguindo as prescrições de várias referências normativas. Contudo, existem outros dois modos de ruptura que podem acontecer.

Um desses modos de ruptura acontece quando, para membros com pouco carregamento, a quantidade de protensão necessária é tão pequena que, em serviço, a resistência à tração do concreto é responsável por garantir a maior parte da resistência à flexão do elemento. Com o acréscimo de carregamentos, o concreto fissa deixando de contribuir para resistência da seção. Nesses casos, é possível que a resistência última da seção seja inferior à sua resistência à fissuração. Sendo assim, a ruptura do aço acontece de maneira brusca logo após a fissuração do concreto. Esse modo de ruptura pode ser evitado ao se considerar as razões mínimas entre força de protensão efetiva e área da laje ( $P_{med}/A_c$ ), conforme prescrito pelas normas e discutido posteriormente na revisão bibliográfica deste trabalho. O outro modo de ruptura possível se dá quando é utilizada uma razão entre força de protensão efetiva e área da laje excessiva (seção superarmada). Nesse modo, o concreto é esmagado antes que a armadura de protensão escoe. A ruptura acontece sem aviso e de maneira explosiva. Pode-se controlar esse modo de ruptura a partir da utilização de menores razões entre força de protensão efetiva e área da laje, seja com a diminuição da quantidade de protensão (se possível) ou com o aumento da seção de concreto. O máximo valor para essa razão indicado pelo Concrete Society (2005), que dispensaria a análise de retenção por parte dos pilares, é de 2,5 MPa para lajes maciças. Essa limitação também é importante para evitar que grande parte da protensão seja absorvida pelos pilares. A Figura 36 ilustra os três modos de ruptura citados acima.

Figura 36: Modos de ruptura possíveis para peças protendidas



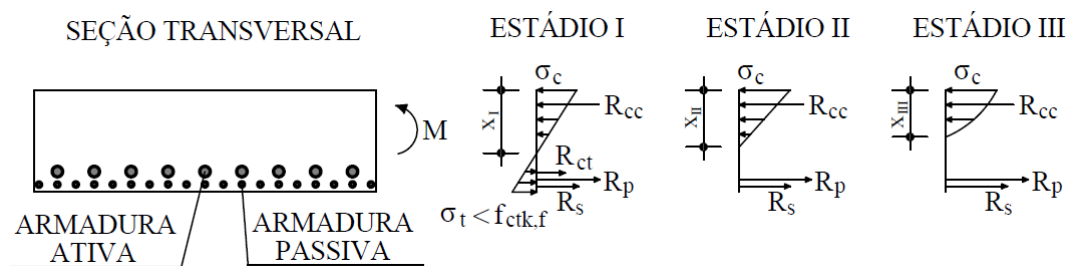
(Fonte: adaptada de NAAMAN, 2004)

Observa-se na Figura 36 que, para seções superarmadas, a tensão atuando na armadura no instante da ruptura ( $f_{ps}$ ) é inferior à sua tensão de escoamento ( $f_{py}$ ). Já para seções subarmadas, tem-se que  $f_{ps}$  está entre a tensão de escoamento ( $f_{py}$ ) e a tensão última de ruptura ( $f_{pu}$ ). Finalmente, para seções com armadura inferior à mínima, que rompem no instante da fissuração, tem-se que  $f_{ps}$  é igual a  $f_{pu}$ .

## 2.15 Estádios de distribuição de tensões

Para definição das propriedades das seções transversais, que devem ser utilizadas para projeto, definem-se três estádios que relacionam as tensões na seção transversal da peça. Esses estádios consideram a influência do aumento de carregamento na peça e estão ilustrados na Figura 37.

Figura 37: Estádios de distribuição de tensões



(Fonte: elaborada pela autora)

No Estádio I, a peça encontra-se em regime elástico não fissurado, sendo assim, é válida a Lei de Hooke para ambos os materiais, não há fissuras visíveis e o concreto apresenta resistência à tração. O comportamento nesse estágio está representado até imediatamente antes do Ponto 6 da Figura 34.

Com o aumento do carregamento, a peça entra no Estádio II, quando o concreto fissa e não apresenta mais resistência à tração. Contudo a tensão de compressão do concreto ainda não é o suficiente para plastificar o material, de modo que, acima da linha neutra ( $x_{II}$ ) o material ainda se comporta de maneira elástica. Como a seção já está fissurada, a linha neutra nesse estágio ( $x_{II}$ ) é menor do que a linha neutra no Estádio I. O comportamento nesse estágio está representado até imediatamente antes do Ponto 7 da Figura 34.

Se a tensão do concreto continuar aumentando o suficiente para plastificá-lo, a peça entra no Estádio III até que atinja a ruptura. Nesse estágio, o concreto apresenta comportamento não linear, onde as suas tensões não são proporcionais às deformações. Para o cálculo de esforços resistentes na seção, pode-se considerar o diagrama parábola-retângulo de tensão-

deformação ou o retangular simplificado. Como a peça se encontra bastante fissurada nesse estádio, a sua linha neutra ( $x_{III}$ ) se torna ainda menor com o aumento do carregamento. O comportamento nesse estádio está representado do Ponto 7 até o Ponto 9 da Figura 34.

Usualmente, os Estádios I e II são utilizados para verificação de peças em serviço enquanto o Estádio III é utilizado para verificação das peças na ruptura.

## 2.16 Etapas de projeto

As seguintes etapas devem ser seguidas como um roteiro geral para o cálculo de lajes lisas protendidas:

- 1) Seleção da classe de concreto e do cobrimento da armadura;
- 2) Determinação do nível de protensão;
- 3) Concepção da estrutura;
- 4) Determinação do carregamento atuante e do carregamento equilibrado;
- 5) Determinação do traçado vertical dos cabos e da força de protensão necessária;
- 6) Cálculo do número de cabos;
- 7) Distribuição de cabos em planta e determinação das perdas de protensão;
- 8) Análise de esforços;
- 9) Cálculo dos efeitos hiperestáticos de protensão;
- 10) Verificação do ELS;
- 11) Verificação do ELU;
- 12) Detalhamento de armaduras.

## 2.17 Resumo de pesquisas teóricas

O dimensionamento de lajes protendidas pós-tracionadas tem sido um tema de crescente interesse na bibliografia brasileira. A seguir estão relacionados alguns estudos relativos ao assunto, particularmente, os que se dedicaram ao dimensionamento à flexão. São apresentadas também as principais conclusões desses trabalhos.

Teixeira (1998) desenvolveu um programa para o cálculo automático de lajes protendidas simuladas com o Método de Analogia de Grelha (MAG), dividindo a laje em várias vigas no plano horizontal. O programa desenvolvido contempla o cálculo de tensões, esforços

e deslocamentos nas seções da laje com pós-tração aderente e diferentes condições de contorno, também é proposto um traçado para os cabos.

Almeida Filho (2002) estudou a aplicação da pós-tração não aderente em lajes por meio de estudos comparativos (entre pós-tração aderente e não aderente) realizados com o uso do programa de análise estrutural TQS (que utiliza o MAG). O autor comparou os índices de consumo de materiais (concreto, fôrmas e armaduras) para uma planta padrão, considerando os modelos de pós-tração aderente e não aderente para lajes maciças, nervuradas e com vigas-faixa. Foi concluído que, apesar do sistema de protensão aderente com lajes nervuradas apresentar o melhor desempenho estrutural com menores deformações e um menor consumo de material, provavelmente a escolha do sistema não aderente seria mais interessante uma vez que, segundo o autor, o seu tempo de execução seria menor.

Faria (2004) comparou o Método dos Elementos Finitos (MEF) com o Método dos Pórticos Equivalentes (MPE) para análise de duas lajes, uma com distribuição simétrica e outra com distribuição assimétrica de pilares. Para modelagem pelo MEF foi utilizado o programa de análise estrutural ADAPT. Foi concluído que o MPE representa bem o modelo simétrico de pilares, mas se diferencia muito do modelo assimétrico, uma vez que surge uma dificuldade na definição das faixas de lajes que compõem os pórticos. Contudo, o autor encoraja o uso do Método dos Pórticos Equivalentes para pré-dimensionamento das lajes que devem ser posteriormente avaliadas por procedimento mais rigoroso de cálculo.

Mello (2005) apresentou procedimentos de dimensionamento e exemplos de cálculo (utilizando o programa TQS) para lajes lisas com protensão limitada e parcial considerando pós-tração aderente e não aderente e diferentes disposições para cabos (uniformemente distribuídos e em faixas). A autora concluiu que a verificação de fissuração no tempo infinito para combinação quase permanente foi determinante para o dimensionamento da protensão limitada, enquanto que a verificação ao Estado Limite Último de flexão foi determinante para o dimensionamento da protensão parcial. Além disso, foi concluído que, para exemplos equivalentes, foi necessária uma menor quantidade de armaduras para pós-tração aderente em relação à não aderente e que o traçado de cabos mais econômico consiste em faixas de protensão concentradas em direções perpendiculares da laje.

Colonese (2008) apresentou uma nova comparação entre exemplos desenvolvidos com o uso do MPE e do MEF (utilizando o programa ADAPT) para lajes com pós-tração não aderente. Foi concluído que a convergência de esforços obtidos por ambos os métodos é esporádica e dependente da regularidade entre faixas de cálculo e linhas de apoio. Contudo,

para faixas irregulares o MPE considera larguras colaborantes maiores, fornecendo esforços mais conservadores que os do MEF. Segundo o autor, ambos os métodos são seguros se corretamente projetados e detalhados, uma vez que a diferença entre os dois métodos pode ser acomodada com a ductilidade relativa aos membros de concreto, considerando que no ELU as estruturas falham com a formação de rótulas plásticas e contam com a redistribuição de esforços. Como sugestão para trabalhos futuros é indicada uma análise comparativa entre os métodos e resultados experimentais.

Pedrozo (2008) comparou o dimensionamento de lajes lisas protendidas no ELS para pavimentos com e sem balanço, utilizando diferentes traçados para os cabos e considerando comparativamente o MPE e o MEF. A modelagem pelo MEF foi realizada através do programa computacional SAP 2000. Nesse estudo, a protensão foi introduzida como um conjunto de carregamentos equivalentes para modelagem do MEF no SAP 2000. Foi concluído que o MPE apresentou resultados satisfatórios apenas quando foram utilizados cabos concentrados nas regiões de apoios e para pavimentos sem balanços. Além disso, o autor concluiu que o MPE não funcionou bem para regiões próximas a pilares, uma vez que os momentos máximos reais são maiores que os calculados.

Dornelles (2009) desenvolveu um programa computacional para modelagem automática de pavimentos de lajes lisas protendidas (com cordoalhas aderentes) utilizando o MAG e contemplando a geração de carregamentos equivalentes para diferentes traçados de cabos e a distribuição desses carregamentos na grelha. Os dados de saída do programa desenvolvido podem ser lidos pelo SAP 2000 para facilitar a geração de modelos no programa de análise de esforços através do MEF.

Faleiro Júnior (2010) desenvolveu exemplos de cálculo (considerando, para alguns exemplos, protensão aderente e, para outros, não aderente) para verificação e detalhamento de armadura longitudinais de peças protendidas de maneira inversa ao convencional, dimensionando no ELU e verificando no ELS. Para isso o autor considera diferentes classes de protensão: completa, limitada e parcial. Foi concluído que o uso da protensão parcial direciona a um menor consumo de armaduras e possibilita uma gama maior de soluções estruturais, uma vez que se pode substituir parte da armadura ativa por armadura passiva (respeitado o estado limite de abertura de fissuras).

Ferreira (2013) fez uma revisão bibliográfica acerca do dimensionamento de lajes lisas parcialmente protendidas. O autor apresentou dois exemplos de plantas modeladas com o

auxílio do programa TQS considerando lajes lisas parcialmente protendidas com armaduras não aderentes.

Kuster (2014) realizou um novo estudo comparativo entre métodos de cálculo para lajes protendidas (MPE, MEF e o MAG) considerando a pós-tração aderente e a não aderente, com o auxílio dos programas computacionais TQS (para análise pelo MAG) e CYPECAD (para análise pelo MEF). Foi concluído que o uso do MPE só deve ser feito para estruturas com vãos simétricos, sem desalinhamento de pilares; que o MEF e o MAG apresentam resultados coerentes da mesma ordem de grandeza; e que a quantidade de armadura ativa é maior para protensão aderente em relação à não aderente, o que se inverte para armadura passiva.

Carneiro (2015) também realizou um estudo comparativo para lajes com pós-tração não aderente utilizando o Método dos Pórticos Múltiplos (MPM) e o MAG utilizando os programas de cálculo FTOOL (para análise de pórticos planos) e TQS (para análise pelo MAG). Foi concluído que a distribuição de cabos em planta concentrados em uma direção e distribuídos uniformemente na outra apresentou uma melhor distribuição de momentos e melhor desempenho quanto aos deslocamentos e que o MPM apresentou resultados de momentos divergentes em relação aos apresentados pelo MAG.

Ayala (2017) desenvolveu um modelo computacional baseado no MEF utilizando o programa computacional ANSYS para avaliar o comportamento à flexão de lajes com pós-tração aderente e não aderente. Foi concluído, através de comparações com resultados experimentais, que o modelo desenvolvido representou bem o comportamento da estrutura.

## **2.18 Resumo de pesquisas experimentais**

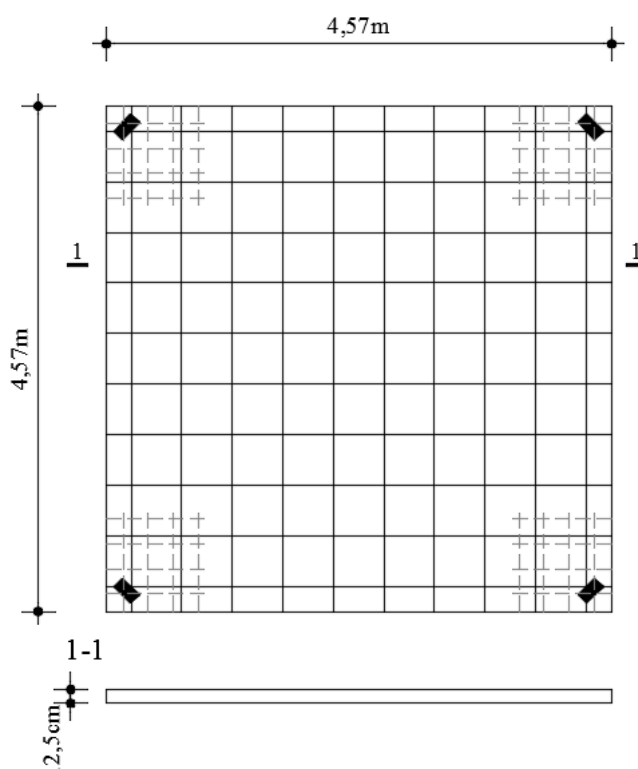
Para verificação de referências normativas e melhor entendimento sobre o comportamento de lajes protendidas, o desenvolvimento de estudos experimentais foram imprescindíveis. A seguir estão relacionados alguns desses estudos experimentais relativos a testes de flexão em lajes protendidas. São apresentadas também as principais conclusões desses trabalhos.

Scordelis, Pister e Lin (1956) ensaiaram uma laje (Figura 38) até a ruptura com carregamento distribuído e simplesmente apoiada nos seus quatro cantos. A laje foi pós-traçada nas duas direções com 10 cabos retos, uniformemente distribuídos, centralizados na laje, compostos por 6 fios de 6,35mm de diâmetro engraxados e enrolados em papel. Além da armadura de protensão, também foi utilizada uma armadura de canto composta por 4 barras de



9,5mm de diâmetro em cada direção nos quatro cantos. A resistência à compressão da laje aos 29 dias foi de 39,92MPa. A força efetiva (após perdas) média de protensão estimada ao longo de cada cabo foi de 167kN (com a consideração de 15% de perdas), sendo a relação entre essa força e a área da laje (razão de pré-compressão média estimada):  $P_{méd,est} / A_c = 2,84 \text{ MPa}$ .

Figura 38: Laje ensaiada por Scordelis, Pister e Lin (1956)

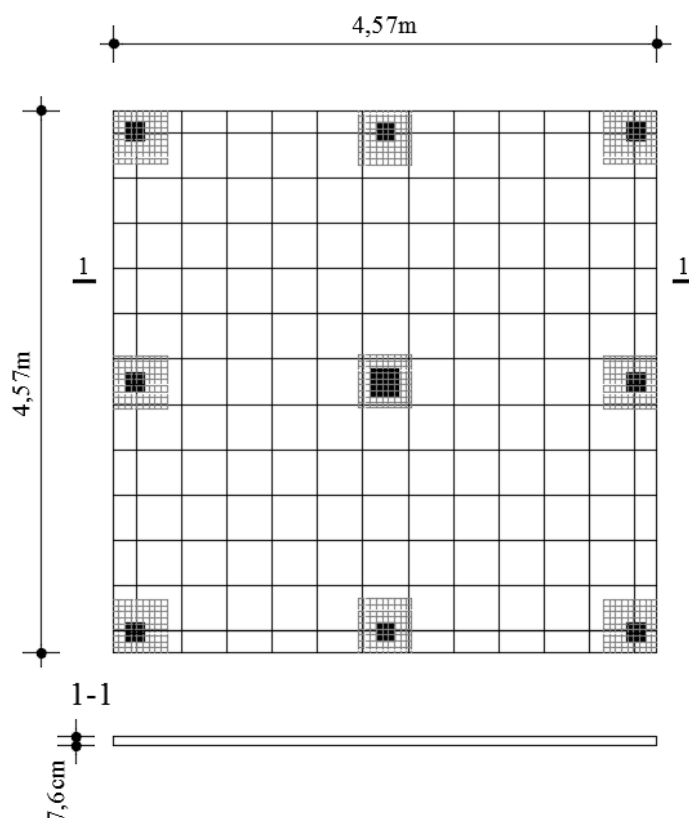


(Fonte: adaptada de SCORDELIS, PISTER e LIN, 1956)

Nesse estudo, os autores buscaram investigar o comportamento da laje antes e após o regime elástico e comparar os resultados com os obtidos pela teoria clássica da elasticidade. Foi concluído que, antes da laje fissurar, a teoria clássica da elasticidade pode ser utilizada para a obtenção de deslocamentos e para a distribuição de momentos fletores, tensões e deformações na laje. Outra conclusão foi que a previsão da carga de fissuração da laje, com o uso da teoria clássica, apresenta um erro máximo de 10%. Baseado nos resultados do ensaio, a laje poderia ser projetada para uma carga em serviço de 3,83kN/m<sup>2</sup>, a partir da qual observou-se um grande acréscimo de fissuras e deslocamentos na laje. Essa carga corresponderia a uma tensão máxima de tração no concreto de 3,5MPa. Segundo os autores, como a laje (carregada até 3,83kN/m<sup>2</sup>) apresentou um bom comportamento mesmo tendo desenvolvido tensões de tração, isso seria uma evidência de que o conceito de não permitir tensões de tração no concreto deve ser descartado (SCORDELIS, PISTER e LIN, 1956).

Scordelis, Lin e Itaya (1959) ensaiaram uma laje contínua (Figura 39) até a ruptura, sendo essa composta por quatro painéis, simplesmente apoiada por nove pilares e com carregamento distribuído uniforme. A laje foi pós-tracionada nas duas direções com 12 cabos parabólicos, uniformemente distribuídos, compostos por um único fio de alta tensão com 6,35mm de diâmetro engraxados e colocados no interior de um tubo plástico. Além da armadura de protensão, também foi utilizada uma armadura negativa sobre todos os pilares composta por duas malhas superpostas com barras de 12,7mm dispostas a cada 5cm em uma área de 45cm x 45cm. A resistência à compressão da laje aos 28 dias foi de 37,60MPa. A força efetiva média de protensão medida no ensaio ao longo de cada cabo foi de 30,42kN, sendo a relação entre essa força e a área da laje (razão de pré-compressão média):  $P_{méd}/A_c = 1,04MPa$ .

Figura 39: Laje ensaiada por Scordelis, Lin e Itaya (1959)



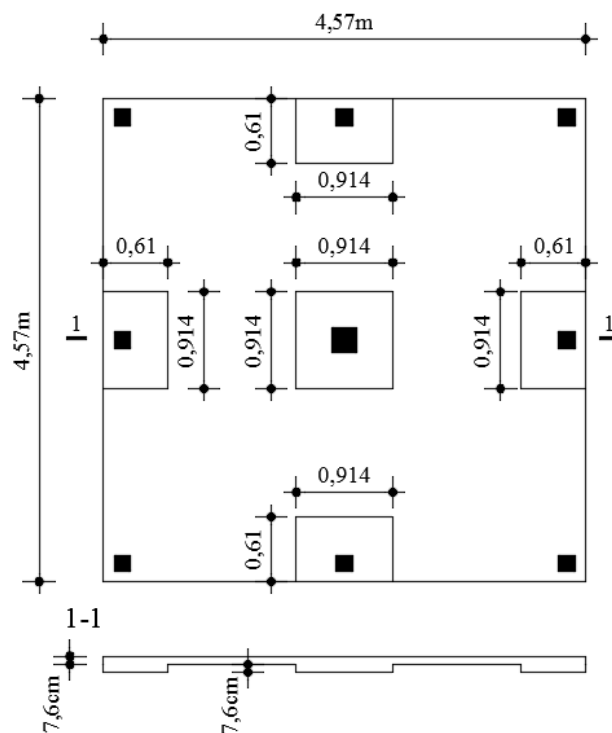
(Fonte: adaptada de SCORDELIS, LIN e ITAYA, 1959)

Nesse estudo, de forma semelhante ao anterior, os objetivos foram de investigar o comportamento da laje antes e após o regime elástico e comparar os resultados com os obtidos pela teoria clássica da elasticidade. Foi concluído que, a teoria elástica de placas pode ser utilizada satisfatoriamente para prever o comportamento de uma laje protendida carregada dentro dos limites da elasticidade. Outra conclusão foi que a carga de fissuração da laje tem

pouco significado prático, uma vez que a fissuração inicial é localizada em pontos com picos de momento e a laje pode sustentar grandes incrementos de carga até que a fissuração se espalhe. Observou-se também que os momentos devidos unicamente à igual protensão de todos os cabos podem ser calculados com precisão pela teoria das vigas através do equilíbrio de carregamentos considerados para uma faixa de laje. Entretanto, para laje protendida carregada uniformemente, deve-se distribuir os momentos negativos totais, calculados pela teoria das vigas, em 75% para faixa das colunas e 25% para faixas centrais, já os momentos positivos devem ser distribuídos em 60% para faixa das colunas e 40% para faixas centrais. Os deslocamentos encontrados tiveram uma diferença máxima de 15% dos teóricos e o momento de ruptura foi 4,3% maior que o teórico (SCORDELIS, LIN e ITAYA, 1959).

Odello e Mehta (1967) ensaiaram uma laje (Figura 40) similar à de Scordelis, Lin e Itaya (1959) introduzindo aumentos na altura da laje (de 7,6cm) nas regiões dos pilares, os chamados ábacos ou *drop panels*. Nesse teste, buscou-se avaliar se a teoria das vigas também era aplicável para lajes com ábacos e como esses elementos afetam a ruptura da laje. Para a laje, foram utilizadas armaduras não aderentes com o mesmo arranjo de armaduras utilizado por Scordelis, Lin e Itaya (1959). A força efetiva média de protensão medida no ensaio ao longo de cada cabo foi de 34,47kN, sendo a razão de pré-compressão média utilizada:  $P_{méd}/A_c = 1,05MPa$ .

Figura 40: Laje ensaiada por Odello e Mehta (1967)

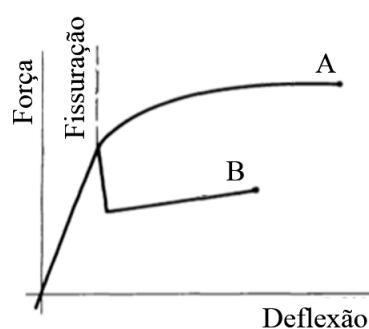


(Fonte: adaptada de ODELLO e MEHTA, 1967)

Nesse estudo, concluiu-se que a teoria das vigas representa satisfatoriamente o comportamento elástico e último das lajes protendidas com ábacos. A laje ensaiada rompeu com  $29,30\text{kN/m}^2$  de carregamento adicional, enquanto a ensaiada por Scordelis, Lin e Itaya (1959) rompeu com  $17,38\text{kN/m}^2$ , ou seja, o uso de ábacos contribuiu de maneira significativa, promovendo um aumento de 69% na capacidade resistente da laje. Os autores também observaram uma diferença grande entre a carga inicial de fissuração ( $20,78\text{kN/m}^2$ ) e a carga última ( $29,30\text{kN/m}^2$ ) e sugeriram que, para aplicações práticas, seja dada uma maior relevância à carga última, uma vez que, depois de fissurada, a laje ainda apresentou resistência considerável (ODELLO e MEHTA, 1967).

Rozvany e Woods (1969) apresentaram uma discussão teórica acerca do comportamento instável de lajes e vigas com protensão não aderente após o início da fissuração. Os autores observaram que após o início da fissuração, os elementos com protensão aderente apresentavam uma redução gradual na inclinação do gráfico de carga-deslocamento, enquanto os elementos com protensão não aderente sofriam um aumento repentino no deslocamento (Figura 41). Por meio de deduções teóricas, os autores concluíram que esse comportamento instável das peças com protensão não aderente poderia ser evitado se a razão de pré-compressão média causada pela protensão fosse maior que a resistência à tração na flexão da peça (ou módulo de ruptura). Essa conclusão foi comprovada a partir do ensaio de 42 vigas (ROZVANY e WOODS, 1969).

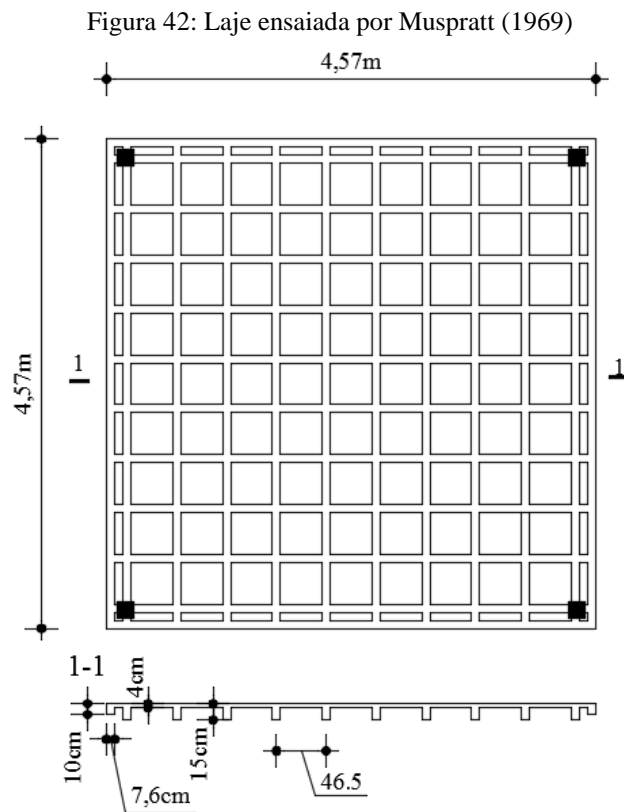
Figura 41: Comportamento de elementos com protensão aderente (A) e não aderente (B)



(Fonte: adaptada de ROZVANY e WOODS, 1969)

Muspratt (1969) ensaiou uma laje nervurada bidirecional (Figura 42) dimensionada com o método dos carregamentos equivalente, simplesmente apoiada nos quatro cantos e com protensão não aderente. O autor pretendia verificar a validade da teoria de Rozvany e Woods (1969) de que os elementos protendidos com protensão não aderentes sofrem colapso súbito a não ser que a razão de pré-compressão média seja de 1,5 vezes o módulo de ruptura. Para isso o autor utilizou uma razão entre tensão de protensão e módulo de ruptura de 0,22 na sua laje.

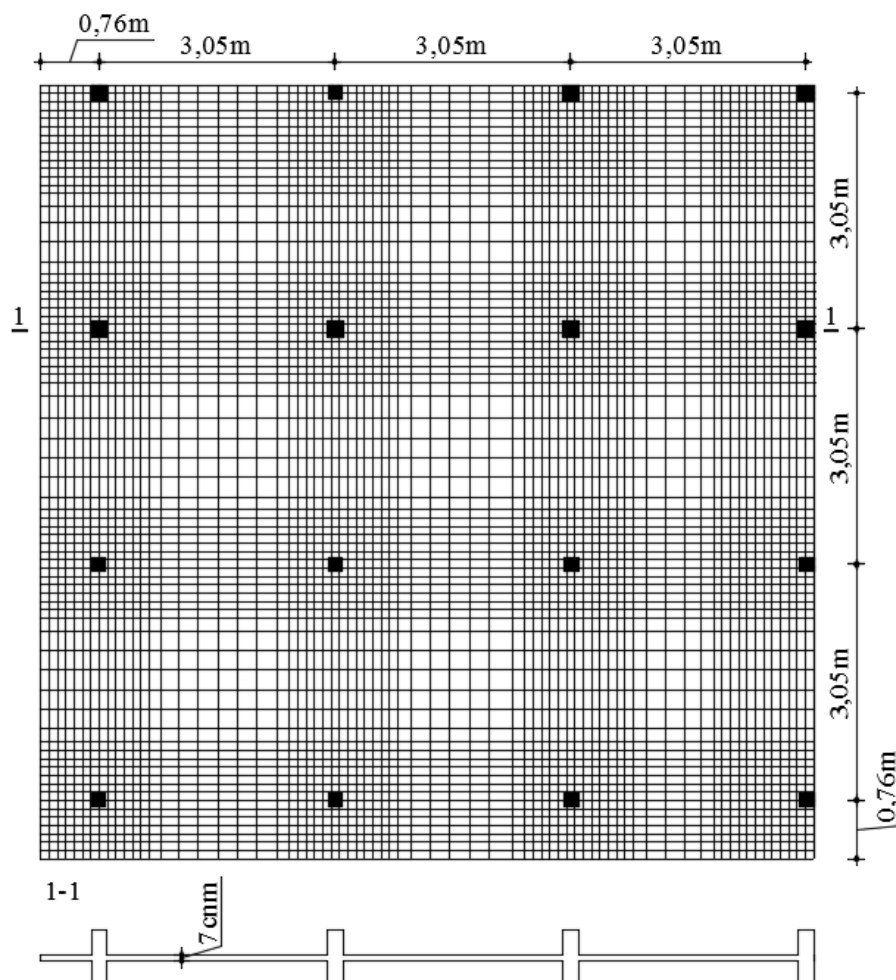
Nesse estudo, como foi utilizada uma razão entre tensão de protensão e módulo de ruptura muito inferior ao estabelecido por Rozvany e Woods (1969), esperava-se um colapso brusco e sem aviso. Contudo, isso não foi verificado e Muspratt (1969) concluiu que a teoria de Rozvany e Woods (1969) não representa bem o comportamento de elementos solicitados em duas direções que contam com uma rigidez residual de seções ainda não fissuradas. A ruptura aconteceu por cisalhamento torsional das nervuras e a carga de ruptura experimental foi 80% da carga prevista, o que foi justificado pelo autor por meio da incapacidade da laje de desenvolver sua resistência à flexão total, uma vez que já tinha sofrido ruptura por cisalhamento (MUSPRATT, 1969).



(Fonte: adaptada de MUSPRATT, 1969)

Burns e Hemakom (1977) buscaram investigar a distribuição de fissuras, a contribuição da armadura passiva para a resistência à flexão e o acréscimo de tensão em armaduras protendidas não aderentes. Para tanto eles ensaiaram uma laje (Figura 43) com 9 painéis e com pequenos balanços nas extremidades. Foram utilizadas armaduras passivas mínimas (15% da área de concreto) sobre os pilares e 68 cabos parabólicos para protensão de cada direção, sendo esses concentrados 70% nas faixas das colunas e 30% nas faixas centrais. A resistência à compressão da laje aos 28 dias foi de 33,8MPa e foi utilizada uma razão de pré-compressão média de  $P_{méd}/A_c = 2,24MPa$ .

Figura 43: Laje ensaiada por Burns e Hemakom (1977)



(Fonte: adaptada de BURNS e HEMAKOM, 1977)

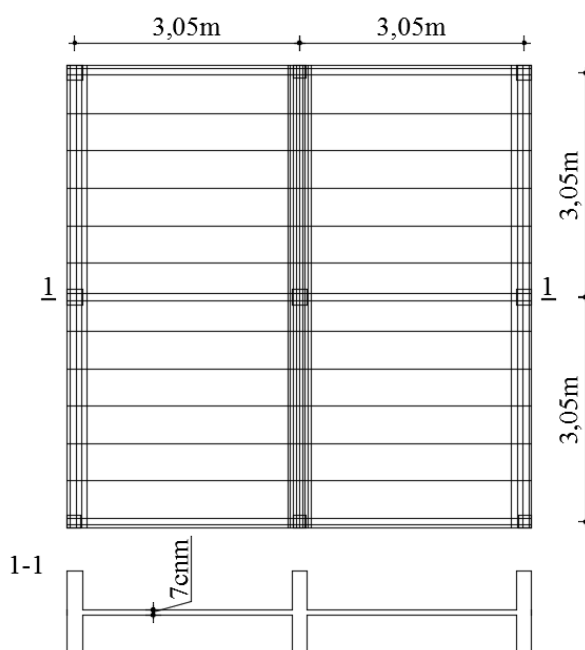
Nesse estudo, foi concluído que a armadura mínima sobre os apoios utilizada controlou efetivamente a distribuição de fissuras de flexão e contribuiu para um aumento na carga última da laje. Por esses motivos, o autor recomenda que essa armadura seja sempre utilizada. A tensão nos cabos protendidos foi entre 2% e 13% inferior à prevista pelas formulações da norma ACI318-77<sup>4</sup>. Essa tensão se desenvolveu gradualmente na medida em que os carregamentos da laje foram sendo acrescidos no experimento. A tensão na armadura apresentou aumentos bruscos apenas quando foram desenvolvidos grandes deslocamentos na laje, já próxima da ruptura. A resistência ao cisalhamento experimental foi maior que a prevista pela norma ACI318-77. Foi observado que um maior valor para razão  $P_{méd}/A_c$  nas colunas externas (devido à concentração de ancoragens) contribuiu para um acréscimo na resistência à flexão e

<sup>4</sup> AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **ACI318-77**: Building code requirements for reinforced concrete. Detroit, 1977. 103p.

ao cisalhamento. A utilização de 70% dos cabos nas faixas de pilares e 30% nas faixas centrais (conforme recomendação da norma ACI318-71<sup>5</sup>), forneceu uma performance excelente para laje (BURNS e HEMAKOM, 1977).

Kossut, Burns e Winter (1985) ensaiaram uma laje plana (Figura 44), composta por 4 painéis, com protensão não aderente, com cabos uniformemente distribuídos na direção horizontal e concentrados sobre faixas de pilares na direção vertical. Os autores buscaram investigar aspectos relativos à distribuição de fissuras, à contribuição da armadura passiva à resistência à flexão, ao acréscimo de tensão em armaduras protendidas não aderentes e à adequação dos procedimentos de cálculo da ACI318-77 para lajes com cabos concentrados em uma direção e uniformemente distribuídos na outra. Nesse estudo, o comportamento da laje protendida na fase elástica e inelástica foi avaliado até o colapso e comparado com o previsto através das prescrições do ACI318-77, utilizando o método dos pórticos equivalentes. Foram utilizadas armaduras mínimas negativas sobre apoios e também foram utilizados estribos para fortalecer região laje-pilar. A razão de pré-compressão média foi de  $P_{méd}/A_c = 1,19 MPa$ , para direção horizontal, e de  $P_{méd}/A_c = 1,27 MPa$ , para direção vertical. A resistência à compressão característica do concreto foi de 27,58MPa.

Figura 44: Laje ensaiada por Kossut, Burns e Winter (1985)



(Fonte: adaptada de KOSSUT, BURNS e WINTER, 1985)

<sup>5</sup> AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **ACI318-71**: Building code requirements for reinforced concrete. Detroit, 1972. 78p.

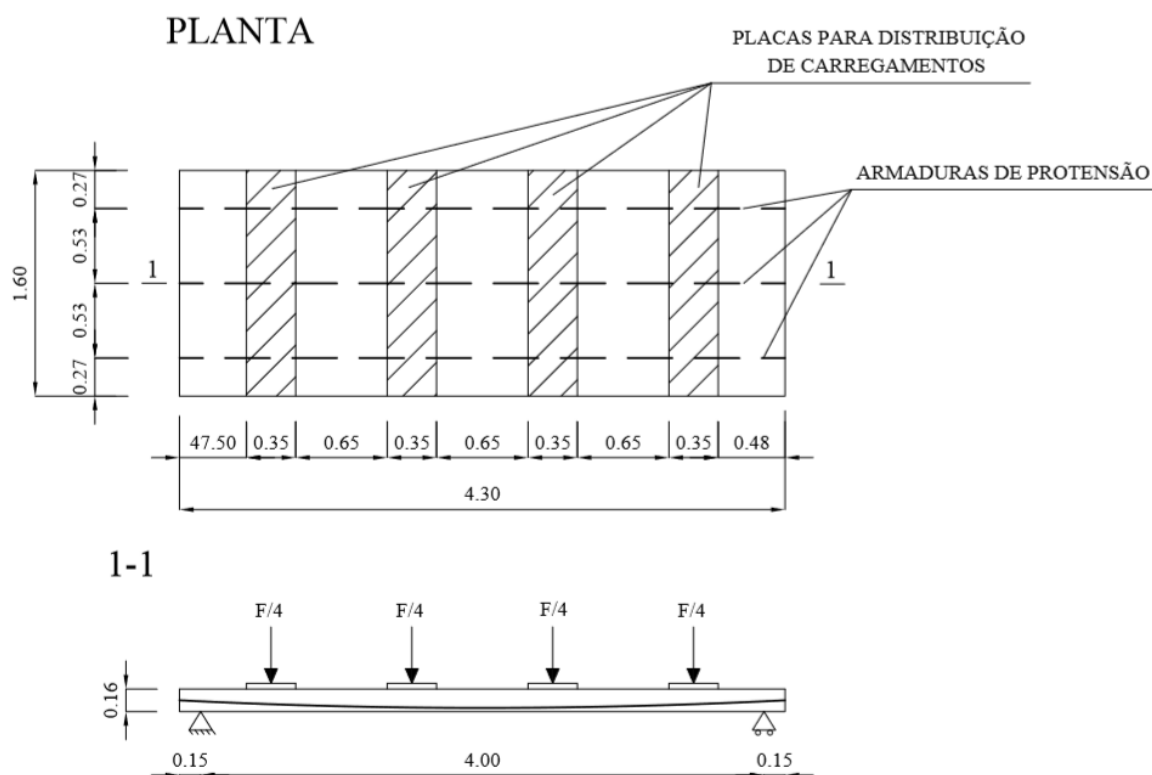
Nesse estudo, os autores concluíram que: a fissuração foi efetivamente controlada com o uso da armadura mínima sobre pilares estabelecida na norma ACI318-77; o método dos pórticos equivalentes foi efetivo no cálculo de momentos; a tensão nos cabos protendidos foi entre 10% e 16% inferior à prevista pelas formulações da norma ACI318-77; e que o uso de cabos concentrados em uma direção contribuiu para uma maior capacidade resistente da laje em relação à resistência última de projeto (cerca de 17%) (KOSSUT, BURNS e WINTER, 1985).

Em resumo, pode-se dizer que esses estudos experimentais iniciais foram de fundamental importância para o entendimento de lajes protendidas de maneira geral, para o desenvolvimento de referências normativas e para embasar trabalhos mais recentes. Nesses estudos foi destacado o interesse por protensão parcial, uma vez que, nos experimentos realizados, observou-se que a carga última da laje foi consideravelmente superior à de fissuração (SCORDELIS, PISTER e LIN, 1956; SCORDELIS, LIN e ITAYA, 1959; ODELLO e MEHTA, 1967). Foi indicado que, mesmo para laje com protensão uniforme, a distribuição dos esforços nas faixas de pilares é superior (SCORDELIS, LIN e ITAYA, 1959), de modo que, muitas vezes é conveniente aplicar a protensão concentrada em faixas sobre apoios para resistir a esses esforços, conforme, posteriormente, aplicado por Burns e Hemakom (1977) e Kossut, Burns e Winter (1985). Os estudos também avaliaram a possível melhora na capacidade resistente de lajes com ábacos, que foi verificada através de ensaios realizados por Odello e Mehta (1967). Além disso, os estudos também verificaram que, para os experimentos realizados, o método do equilíbrio dos carregamentos funcionou adequadamente (BURNS e HEMAKOM, 1977; KOSSUT, BURNS e WINTER, 1985). Outro ponto importante levantado nesses estudos foi o questionamento a respeito do colapso frágil para estruturas com protensão não aderente que, segundo Rozwany e Woods (1969), poderia ser evitado a partir do estabelecimento de uma razão de pré-compressão mínima. Apesar desse conceito ter sido contestado por Muspratt (1969) para elementos bidirecionais, tem-se que o estabelecimento de uma pré-compressão mínima é necessário (tanto para pós-tração aderente, quanto para não aderente) a fim de evitar que a fissuração seja uma condição crítica e ocorra antes do Estado Limite Último, o que ocasionaria ruptura brusca (KHAN e WILLIAMS, 1995). Segundo o Concrete Society (2005), a razão de pré-compressão deve estar entre 0,7MPa e 3MPa para lajes planas, devendo-se avaliar a perda de protensão absolvida pelos apoios para valores de pré-compressão superiores a 2,5MPa.



Entre os estudos experimentais mais recentes, destaca-se o elaborado por Bailey e Ellobody (2009), que contemplou a análise experimental comparativa de lajes protendidas com protensão aderente e não aderente em situação de incêndio. Além dos testes de lajes para situação de incêndio, foram apresentados também três testes de flexão para lajes em condição de temperatura ambiente, sendo os últimos realizados para uma laje com protensão aderente e bainha metálica, uma laje com protensão aderente e bainha plástica e uma laje com protensão não aderente. As três lajes ensaiadas na condição de temperatura ambiente foram do tipo corredor, sendo apoiadas continuamente nos seus menores lados. O formato dessas lajes está ilustrado na Figura 45 e as condições de realização dos experimentos e seus resultados serão melhor discutidos a seguir.

Figura 45: Laje ensaiada por Bailey e Ellobody (2009)



(Fonte: adaptada de Bailey e Ellobody, 2009)

Nesses experimentos, foram utilizados cabos com perfil parabólico ancorados no centro de gravidade da laje. No meio do vão foi deixada uma distância de 42mm do centro do cabo até a extremidade inferior da laje. A bitola utilizada para esses cabos foi de 15,7mm, sendo utilizadas monocordoalhas engraxadas para protensão não aderente. Os cabos foram protendidos por uma extremidade ativa. A única armadura passiva presente na laje foi a armadura de fretagem das ancoragens. A força efetiva média de protensão medida no ensaio ao

longo de cada cabo foi de 169kN, sendo a razão de pré-compressão média utilizada:  $P_{méd}/A_c = 1,98MPa$ . Apesar do concreto ter sido especificado com resistência característica à compressão de 40MPa, foram medidas as resistências na idade de 28 dias de 42,7MPa, para laje com protensão não aderente, 40MPa, para laje com protensão aderente e bainhas plásticas, e de 31,7MPa para laje com protensão aderente a bainhas metálicas.

Para o carregamento das lajes, foi utilizado aplicador de cargas (com capacidade máxima de 360kN) que carregou vigas auxiliares para distribuição igualitária da carga total ( $F$ ) em quatro placas de distribuição, ilustradas na Figura 45.

As cargas de ruptura das lajes, lidas no aplicador de cargas, foram de 157kN para laje com protensão não aderente, de 216kN para laje com protensão aderente e bainha plástica e de 188kN para laje com protensão aderente e bainha metálica, sendo os respectivos deslocamentos máximos de 82mm, 120mm e 107mm. Observa-se que apesar de a resistência do concreto à compressão ter sido consideravelmente inferior para laje com protensão aderente e bainha metálica em relação às outras, ainda assim, essa apresentou carga de ruptura superior à laje com protensão não aderente. O deslocamento obtido para a laje com protensão aderente e bainha metálica foi o menor entre os obtidos para as lajes ensaiadas.

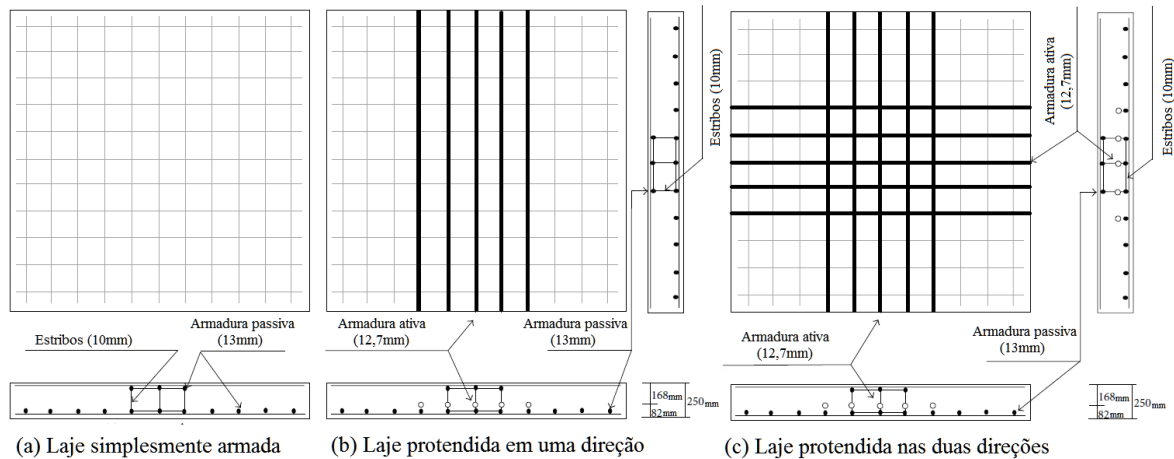
A ruptura das lajes ensaiadas se deu por esmagamento do concreto (na face superior da laje) que aconteceu na região abaixo de uma das placas centrais de distribuição de carregamento, onde foi formada uma rótula plástica. O modo de ruptura observado para laje com protensão não aderente foi frágil, enquanto, as lajes com protensão aderente tiveram ruptura dúctil com a formação de fissuras secundárias na região de momento máximo no meio do vão.

Através dos resultados experimentais apresentados, os autores Bailey e Ellobody (2009) indicaram que as lajes com protensão aderente tem comportamento mais dúctil e maior resistência última à flexão do que as lajes com protensão não aderente, para condição de temperatura ambiente. Os ensaios em situação de incêndio realizados pelos mesmos autores também indicaram um melhor comportamento das lajes com protensão aderente, que conseguiram atingir a sua resistência ao fogo especificada de 90 minutos, o que não foi observado para lajes com protensão não aderente.

Outro estudo experimental mais recente que se destaca foi desenvolvido por Kim e Lee (2016) que buscou avaliar o comportamento à flexão e deslocamento de lajes protendidas com diferentes disposições de cabos em planta. Para tanto foram ensaiadas uma laje de concreto armado, uma laje com disposição de cabos concentrados nas duas direções e uma laje com

disposição de cabos concentrados em uma única direção. Todos os modelos tiveram dimensões de 3m por 3m com 250mm de altura. As disposições de armaduras nas plantas estão indicadas na Figura 46.

Figura 46: Lajes ensaiadas por Kim e Lee (2016)



(Fonte: adaptada de Kim e Lee, 2016)

Foram utilizadas barras de 13mm de diâmetro como armadura longitudinal passiva (com 400MPa de tensão de escoamento de cálculo), monocordoalhas engraxadas de 12,7mm de diâmetro como armadura ativa (com 1860MPa de tensão de escoamento de cálculo) e barras de 10 mm como estribos. O concreto utilizado teve resistência característica à compressão de projeto igual a 35MPa e a resistência média obtida no ensaio de corpos de prova aos 28 dias foi de 36,7MPa. As armaduras ativas tiveram excentricidade constante de 43mm, com espaçamento de 350mm. Foi utilizada uma taxa de armadura de 0,19% para armadura passiva em todos os modelos e estribos distribuídos para evitar falha por punção antes da flexão. A tensão medida na armadura ativa foi de 1480MPa, o que resulta em uma força atuante nas armaduras de 146,52kN e uma razão de pré-compressão média de  $P_{méd}/A_c = 0,98MPa$ .

O carregamento foi aplicado por um macaco hidráulico de 5000kN de capacidade máxima sobre placas de distribuição de 500mm por 500mm localizadas no meio dos modelos. Para induzir a ruptura por flexão as lajes foram simplesmente apoiadas nos seus 4 lados. Os carregamentos máximos aplicados no macaco que provocaram a falha dos modelos foram de 520kN para laje de concreto armado, 718,8kN para laje protendida em uma direção e de 756,72kN para laje protendida nas duas direções.

Nesse estudo foi concluído que, para as lajes protendidas, as fissuras se espalharam diagonalmente na direção dos cantos das lajes, enquanto, para a laje de concreto armado, as fissuras ocorreram intensamente próximas ao centro da laje. Os carregamentos máximos suportados pelas lajes protendidas aumentaram em 38%, para laje protendida em uma direção,

e 45%, para laje protendida nas duas direções, em relação à laje de concreto armado. Isso indicou que o uso da protensão em duas direções não provocou um acréscimo considerável de aumento de resistência em relação ao uso de protensão em apenas uma direção. Foi observado também que, enquanto as fissuras se distribuíram uniformemente para laje protendida nas duas direções, ocorreram fissuras concentradas e mais profundas para a laje protendida em apenas uma direção. Isso demonstrou um melhor comportamento das lajes protendidas nas duas direções quanto à fissuração.

Além dos estudos comentados, muitos outros têm sido realizados afim de avaliar o comportamento de lajes protendidas quanto à flexão e também quanto à punção. Os estudos experimentais têm importância fundamental na consideração dos sistemas estruturais sob diferentes perspectivas e considerando diferentes parâmetros. Pelo concreto protendido se tratar de um sistema recente, em comparação com o concreto armado, pode-se dizer que o seu estudo experimental sob diversas condições é necessário e de crescente interesse científico.

### 3 REVISÃO COMPARATIVA ENTRE PRESCRIÇÕES NORMATIVAS

Neste capítulo, está apresentada uma revisão comparativa entre as prescrições normativas utilizadas pelas normas NBR6118:2014, ACI318-14 e EN1992-1-1:2004 para o dimensionamento à flexão de lajes protendidas pós-tracionadas com armadura aderente e não aderente. Para tanto, foram avaliados os parâmetros de cada norma relativos à cada etapa de cálculo envolvida no dimensionamento da laje. Observa-se que algumas prescrições das normas internacionais estudadas são bastante parecidas com o apresentado para a NBR6118:2014, além de serem válidos os mesmos princípios da resistência dos materiais para todas elas. Nesse sentido, os princípios gerais serão apresentados nas discussões relativas à norma brasileira e, nos itens relativos às outras normas, serão discutidas apenas os parâmetros que tenham valores diferentes dessa.

#### 3.1 Propriedades do concreto

Neste item e subitens que seguem serão abordadas as propriedades do concreto conforme prescrito pelas três referências normativas estudadas. Existem muitas propriedades que devem ser consideradas para o material concreto, contudo, neste trabalho serão discutidas apenas as propriedades que são utilizadas para o dimensionamento e verificação de lajes protendidas solicitadas à flexão.

##### 3.1.1 Critérios da NBR6118:2014

A resistência característica à compressão do concreto ( $f_{ck}$ ) é definida pela NBR6118:2014 (item 8.2.4) como sendo aquela obtida por meio de ensaio de corpos cilíndricos aos 28 dias de ensaio, em que, pelo menos, 95% dos exemplares devem apresentar resistência superior ao especificado. O máximo valor admitido para o  $f_{ck}$ , de acordo com a NBR6118:2014 é de 90MPa.

O valor para resistência à compressão para uma idade ( $j$ ) diferente de 28 dias ( $f_{ckj}$ ) pode ser estimado através da equação:

$$f_{ckj} = \beta_1 \cdot f_{ck} \quad \text{Eq. 3.1}$$

para:

$$\beta_1 = \exp \left\{ s \left[ 1 - \left( \frac{28}{t} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \right\} \quad \text{Eq. 3.2}$$

onde:

$s = 0,38$ , para concreto de cimento CPIII e IV;

$s = 0,25$ , para concreto de cimento CPI e II;

$s = 0,20$ , para concreto de cimento CPV-ARI;

$t$  é a idade efetiva do concreto, expressa em dias.

O valor da resistência característica à compressão de cálculo do concreto ( $f_{cd}$ ) é dado por:

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad \text{Eq. 3.3}$$

onde  $\gamma_c$  é o coeficiente de ponderação da resistência do concreto dado por 1,4, para combinações normais, e 1,2, para combinações especiais ou excepcionais.

A resistência à tração característica direta do concreto ( $f_{ctk}$ ) é definida, conforme especificado no item 8.2.5 da NBR6118:2014, através de seus valores: superior ( $f_{ctk,sup}$ ), inferior ( $f_{ctk,inf}$ ) e médio ( $f_{ct,m}$ ). Esses valores são dados por:

$$f_{ctk,inf} = 0,7 \cdot f_{ct,m} \quad \text{Eq. 3.4}$$

$$f_{ctk,sup} = 1,3 \cdot f_{ct,m} \quad \text{Eq. 3.5}$$

- para  $f_{ck} \leq 50\text{MPa}$ :

$$f_{ct,m} = 0,3 \cdot f_{ck}^{(2/3)} \quad \text{Eq. 3.6}$$

- para  $50\text{MPa} < f_{ck} \leq 90\text{MPa}$ :

$$f_{ct,m} = 2,12 \cdot \ln(1 + 0,11 \cdot f_{ck}) \quad \text{Eq. 3.7}$$

Os valores acima também podem ser usados para calcular a resistência à tração em uma idade ( $j$ ) se  $f_{ckj} \geq 7\text{MPa}$ . Os valores dos parâmetros das fórmulas devem ser expressos em MPa.

O valor da resistência característica à tração de cálculo do concreto ( $f_{ctd}$ ) é dado por:

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c} \quad \text{Eq. 3.8}$$

Os valores de cálculo das resistências devem ser utilizados para verificações no ELU.

Conforme definido no item 17.3.1 da NBR6118:2014, a resistência à tração na flexão do concreto ( $f_{ct,f}$ ) se relaciona com a sua resistência à tração ( $f_{ctk,inf}$ ) através do fator  $\alpha$ , tal

que  $f_{ct,f} = \alpha \cdot f_{ctk,inf}$ . O fator  $\alpha$  é dado como 1,2 para seção T ou duplo T, 1,3 para seção I ou T invertido e 1,5 para seções retangulares.

O módulo de elasticidade inicial do concreto ( $E_{ci}$ ) é dado, conforme item 8.2.8 da NBR6118:2014, através das expressões a seguir:

- para  $f_{ck} \leq 50MPa$ :

$$E_{ci} = \alpha_e \cdot 5600 \sqrt{f_{ck}} \quad \text{Eq. 3.9}$$

- para  $50MPa < f_{ck} \leq 90MPa$ :

$$E_{ci} = 21,5 \cdot 10^3 \cdot \alpha_e \cdot \left( \frac{f_{ck}}{10} + 1,25 \right)^{1/3} \quad \text{Eq. 3.10}$$

onde:

$\alpha_e = 1,2$ , para basalto e diabásio;

$\alpha_e = 1,0$ , para granito e gnaiss;

$\alpha_e = 0,9$ , para calcário;

$\alpha_e = 0,7$ , para arenito.

Os valores dos parâmetros das fórmulas devem ser expressos em MPa.

O módulo de elasticidade secante ( $E_{cs}$ ) é dado por:

$$E_{cs} = \alpha_i \cdot E_{ci} \quad \text{Eq. 3.11}$$

sendo:

$$\alpha_i = 0,8 + 0,2 \cdot \frac{f_{ck}}{80} \leq 1,0 \quad \text{Eq. 3.12}$$

Para uma idade ( $j$ ) inferior a 28 dias, pode-se avaliar o  $E_{cij}$  através das seguintes expressões:

- para  $f_{ck} \leq 50MPa$ :

$$E_{cij} = \left[ \frac{f_{ckj}}{f_{ck}} \right]^{0,5} \cdot E_{ci} \quad \text{Eq. 3.13}$$

- para  $50MPa < f_{ck} \leq 90MPa$ :

$$E_{cij} = \left[ \frac{f_{ckj}}{f_{ck}} \right]^{0,3} \cdot E_{ci} \quad \text{Eq. 3.14}$$

A NBR6118:2014 define no item 8.2.10.1 que o diagrama tensão-deformação pode ser considerado linear caso as tensões de compressão na seção sejam inferiores à 50% da sua resistência à compressão, nesse caso, considera-se o  $E_{cs}$  para verificações. No ELU, pode-se empregar o diagrama parábola retângulo, conforme ilustrado na Figura 47.

A equação que define a tensão em função da deformação no trecho parabólico do diagrama é dada por:

$$\sigma_c = 0,85 f_{cd} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} \right)^n \right] \quad \text{Eq. 3.15}$$

Os valores adotados para  $n$ , para deformação específica de encurtamento do concreto no início do patamar plástico ( $\varepsilon_{c2}$ ) e para deformação específica de encurtamento do concreto na ruptura ( $\varepsilon_{cu}$ ) são definidos em função da resistência à compressão do concreto de acordo com:

- para  $f_{ck} \leq 50 \text{MPa}$ :

$$n = 2 \quad \text{Eq. 3.16}$$

$$\varepsilon_{c2} = 2 \text{‰} \quad \text{Eq. 3.17}$$

$$\varepsilon_{cu} = 3,5 \text{‰} \quad \text{Eq. 3.18}$$

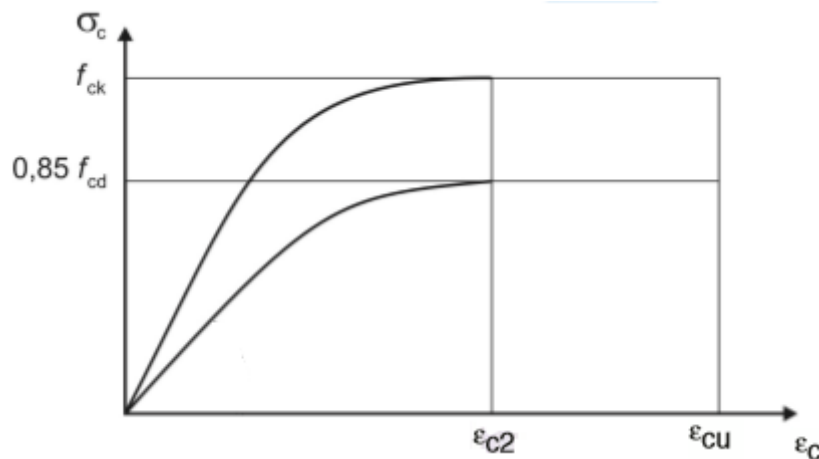
- para  $50 \text{MPa} < f_{ck} \leq 90 \text{MPa}$ :

$$n = 1,4 + 23,4[(90 - f_{ck})/100]^4 \quad \text{Eq. 3.19}$$

$$\varepsilon_{c2} = 2 \text{‰} + 0,085 \text{‰} \cdot (f_{ck} - 50)^{0,53} \quad \text{Eq. 3.20}$$

$$\varepsilon_{cu} = 2,6 \text{‰} + 35 \text{‰} \cdot \left( \frac{90 - f_{ck}}{100} \right)^4 \quad \text{Eq. 3.21}$$

Figura 47: Diagrama parábola-retângulo de tensões



(Fonte: adaptada da NBR6118:2014)

Visando a simplificação matemática dos cálculos, a NBR6118:2014 permite, no item 17.2.2, que o diagrama parábola retângulo seja substituído por um diagrama retangular simplificado de profundidade  $y = \lambda \cdot x$  (onde  $x$  é a profundidade da linha neutra) e tensão constante igual a  $\alpha_c \cdot f_{cd}$ , quando a seção não diminui em relação à borda comprimida, ou  $0,9 \cdot \alpha_c \cdot f_{cd}$ , caso contrário. Os parâmetros  $\lambda$  e  $\alpha_c$  podem ser calculados por:



- para  $f_{ck} \leq 50\text{MPa}$ :

$$\lambda = 0,8 \quad \text{Eq. 3.22}$$

$$\alpha_c = 0,85 \quad \text{Eq. 3.23}$$

- para  $50\text{MPa} < f_{ck} \leq 90\text{MPa}$ :

$$\lambda = 0,8 - \frac{f_{ck} - 50}{400} \quad \text{Eq. 3.24}$$

$$\alpha_c = 0,85 \cdot [1 - (f_{ck} - 50)/200] \quad \text{Eq. 3.25}$$

Para as verificações ao ELU realizadas neste trabalho será adotado o diagrama retangular simplificado.

### 3.1.2 Critérios do EN1992-1-1:2004

Para norma EN1992-1-1:2004, item 3.1.2, os valores da resistência característica à compressão do concreto ( $f_{ck}$ ) é definido da mesma maneira adotada para NBR6118:2014. O máximo valor admitido para o  $f_{ck}$ , de acordo com o EN1992-1-1:2004 é de 90MPa.

O valor da resistência característica à compressão de cálculo do concreto ( $f_{cd}$ ) é dado por:

$$f_{cd} = \alpha_{cc} \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad \text{Eq. 3.26}$$

onde  $\alpha_{cc}$  é o coeficiente que leva em consideração o efeito ao longo do tempo na resistência à compressão (recomendado como 1,0 pela norma EN1992-1-1:2004, item 3.16) e  $\gamma_c$  é o coeficiente de ponderação da resistência do concreto dado por 1,5, para combinações normais e especiais, e 1,2, para combinações excepcionais.

A norma EN1992-1-1:2004 define também um valor para resistência média à compressão ( $f_{cm}$ ) que se relaciona com o  $f_{ck}$  através de:

$$f_{cm} = f_{ck} + 8 \quad \text{Eq. 3.27}$$

para valores em MPa.

O valor da resistência média à compressão do concreto em uma idade ( $t$ ) é dado por:

$$f_{cm}(t) = \beta_{cc}(t) \cdot f_{ctm} \quad \text{Eq. 3.28}$$

para:

$$\beta_{cc}(t) = \exp \left\{ s \left[ 1 - \left( \frac{28}{t} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \right\} \quad \text{Eq. 3.29}$$

onde:

$s = 0,38$ , para concreto de cimento classe R;

$s = 0,25$ , para concreto de cimento classe N;

$s = 0,20$ , para concreto de cimento classe S;

$t$  é a idade efetiva do concreto, expressa em dias.

Observa-se que o parâmetro “ $\beta_{cc}(t)$ ” do EN1992-1-1:2004 corresponde ao parâmetro “ $\beta_1$ ” da NBR6118:2014. Os cimentos indicados pela norma EN1992-1-1:2004 como referência para o parâmetro “ $s$ ” são equivalentes aos indicados pela NBR6118:2014.

O valor da resistência característica à compressão em uma idade ( $t$ ) ( $f_{ctk}(t)$ ) pode ser calculado através de  $f_{cm}(t)$  por:

$$f_{ck}(t) = 8 + f_{cm}(t) \quad \text{Eq. 3.30}$$

A resistência à tração característica direta do concreto ( $f_{ct}$ ) é definida como a maior tensão suportada sobre carga centrada de tração. As expressões utilizadas para o cálculo dos limites superior e inferior da tensão de tração e do seu valor médio ( $f_{ctk,0,95}$ ,  $f_{ctk,0,05}$  e  $f_{ctm}$ , conforme nomenclatura da EN1992-1-1:2004, ou  $f_{ctk,sup}$ ,  $f_{ctk,inf}$  e  $f_{ct,m}$ , conforme nomenclatura da NBR6118:2014) também correspondem ao adotado pela norma brasileira. Contudo, para o cálculo da resistência à tração média em uma idade ( $t$ ) deve-se utilizar a seguinte expressão:

$$f_{ctm}(t) = (\beta_{cc})^\alpha \cdot f_{ctm} \quad \text{Eq. 3.31}$$

sendo:

$\alpha = 1$ , para  $t < 28$ ;

$\alpha = 2/3$ , para  $t \geq 28$ .

O valor da resistência característica à tração de cálculo do concreto ( $f_{ctd}$ ) é dado por:

$$f_{ctd} = \alpha_{ct} \frac{f_{ctk,0,05}}{\gamma_c} \quad \text{Eq. 3.32}$$

onde  $\alpha_{ct}$  é o coeficiente que leva em consideração o efeito ao longo do tempo na resistência à tração, recomendado como 1,0 pela norma EN1992-1-1:2004, item 3.16.

A resistência à tração na flexão do concreto ( $f_{ctm,fl}$ ) se relaciona com a resistência à tração média ( $f_{ctm}$ ) através de:

$$f_{ctm,fl} = \max \left\{ \left( 1,6 - \frac{h}{1000} \right) \cdot f_{ctm} \right. \\ \left. f_{ctm} \right. \quad \text{Eq. 3.33}$$

onde  $h$  é a altura do elemento em milímetros.

O módulo de elasticidade especificado na norma é o secante, identificado como  $E_{cm}$ . O valor desse parâmetro é dado através da expressão:

$$E_{cm} = 22000 \left[ \frac{f_{cm}}{10} \right]^{1/3} \quad \text{Eq. 3.34}$$

contudo, assim como para NBR6118:2014, o valor de  $E_{cm}$  deve ser multiplicado por: 1,2 para basalto e diabásio, 0,9 para calcário e 0,7 para arenito.

Para uma idade ( $t$ ), pode-se avaliar o  $E_{cm}$  através da seguinte expressão:

$$E_{cm}(t) = \left[ \frac{f_{cm}(t)}{f_{cm}} \right]^{0,3} \cdot E_{cm} \quad \text{Eq. 3.35}$$

A norma EN1992-1-1:2004 define, no item 3.1.7, diagramas tensão-deformação para o concreto que pode ser do tipo parábola-retângulo, bi-linear ou retangular. O diagrama retangular é definido com profundidade  $y = \lambda \cdot x$  e tensão constante igual a  $\eta \cdot f_{cd}$ , quando a seção não diminui em relação à borda comprimida, ou  $0,9 \cdot \eta \cdot f_{cd}$ , caso contrário. Os parâmetros  $\lambda$  e  $\eta$  podem ser calculados por:

- para  $f_{ck} \leq 50MPa$ :

$$\lambda = 0,8 \quad \text{Eq. 3.36}$$

$$\eta = 1,0 \quad \text{Eq. 3.37}$$

- para  $50MPa < f_{ck} \leq 90MPa$ :

$$\lambda = 0,8 - \frac{f_{ck} - 50}{400} \quad \text{Eq. 3.38}$$

$$\eta = 1,0 \cdot [1 - (f_{ck} - 50)/200] \quad \text{Eq. 3.39}$$

### 3.1.3 Critérios do ACI318-14

A resistência à compressão especificada do concreto ( $f'_c$ ) é definida pelo ACI318-14 (item 26.12.3.1) como sendo aquela obtida por meio de ensaio de corpos cilíndricos aos 28 dias de idade em que a média aritmética de quaisquer três resultados de resistência consecutivos deve ser igual ou maior que  $f'_c$  e que, se  $f'_c \leq 35$ , nenhum resultado deve ser menor que  $f'_c$  por mais de 3,5MPa ou, se  $f'_c > 35$ , nenhum resultado deve ser menor que  $f'_c$  por mais de  $0,10f'_c$ . O trabalho de Souza e Bittencourt (2003) investigou a relação entre  $f'_c$  e  $f_{ck}$  (utilizado pela norma brasileira e europeia) e propôs a seguinte equação de correlação:

$$f'_c = f_{ck} - 2,04 \quad \text{Eq. 3.40}$$

essa equação será utilizada neste trabalho para correlacionar resistências nos exemplos de cálculo que serão desenvolvidos.

Não existe uma limitação para o máximo valor de  $f_{ck}$  para concretos de peso normal, de acordo com o ACI318-14, item 19.2.1.

A norma especifica um parâmetro para resistência à compressão do concreto na idade de protensão inicial ( $f_{ci}'$ ), contudo não é feita uma correlação que permita o cálculo do valor para resistência à compressão para uma idade ( $j$ ) diferente de 28 dias.

O valor de  $f_c'$  é utilizado para o cálculo dos esforços resistentes nominais da seção (momento, cortante, etc...) que são então multiplicados por um coeficiente de redução  $\phi$  a depender do tipo de sollicitação, conforme será melhor discutido no item 3.6.3 deste trabalho para o dimensionamento ao ELU. Sendo assim, não existe uma definição para resistência de cálculo do concreto nessa norma.

A resistência à tração é definida pelo ACI318-14 a partir do valor do módulo de ruptura ( $f_r$ ), que corresponde à resistência à tração na flexão. Esse parâmetro, para concretos normais, é dado por:

$$f_r = 0,62 \cdot \sqrt{f_c'} \quad \text{Eq. 3.41}$$

O módulo de elasticidade do concreto ( $E_c$ ) é dado pelo seu valor secante conforme item 19.2.2.1 do ACI318-14, através da expressão:

$$E_c = 4700 \sqrt{f_c'} \quad \text{Eq. 3.42}$$

A relação tensão-deformação para o concreto pode ser assumida parabólica, retangular trapezoidal ou de qualquer outra forma que gere resultados de resistência coerentes com os resultados experimentais (item 22.2.2.3 do ACI318-14). Para o diagrama retangular, a profundidade é definida por  $\alpha = \beta_1 \cdot c$  (onde  $c$  é a profundidade da linha neutra) e a tensão constante é dada por  $0,85 \cdot f_c'$ . O parâmetro  $\beta_1$  pode ser calculado por:

- para  $17 \leq f_c' \leq 28 \text{MPa}$ :

$$\beta_1 = 0,85 \quad \text{Eq. 3.43}$$

- para  $28 \leq f_c' \leq 55 \text{MPa}$ :

$$\beta_1 = 0,85 - \frac{0,05 \cdot (f_c' - 28)}{7} \quad \text{Eq. 3.44}$$

- para  $f_c' \geq 55 \text{MPa}$ :

$$\beta_1 = 0,65 \quad \text{Eq. 3.45}$$

### 3.2 Propriedades das armaduras passiva e ativa

Neste item serão abordadas as propriedades das armaduras passiva e ativa conforme prescrito pelas três referências normativas estudadas. Assim como definido para o material concreto, serão discutidas apenas as propriedades que são utilizadas para o dimensionamento e verificação de lajes protendidas solicitadas à flexão. Em exemplos desenvolvidos neste trabalho serão consideradas, independente da norma, as armaduras usuais empregadas para o dimensionamento de lajes à flexão no Brasil, que terão as suas propriedades nominais definidas conforme fabricante e as suas propriedades de cálculo modificadas a partir das expressões fornecidas pelas normas.

#### 3.2.1 Critérios da NBR6118:2014

A NBR6118:2014 (item 8.3.6) classifica o tipo de aço utilizado para armadura passiva conforme o valor característico da sua tensão de escoamento ( $f_{yk}$ ) como CA-25 (armadura para concreto armado com  $f_{yk} = 250\text{MPa}$ ), CA-50 e CA-60. A nomenclatura das armaduras passivas recebe ainda o sufixo “A” ou “B” de acordo com o tratamento que recebe, aços do tipo “A” apresentam patamar de escoamento definido enquanto os aços do tipo “B” não o apresentam. Para o aço do tipo “B” o valor de  $f_{yk}$  é o valor da tensão correspondente à deformação de 0,2%.

A tensão de escoamento de cálculo ( $f_{yd}$ ) da armadura passiva é dada por:

$$f_{yd} = f_{yk} / \gamma_s \quad \text{Eq. 3.46}$$

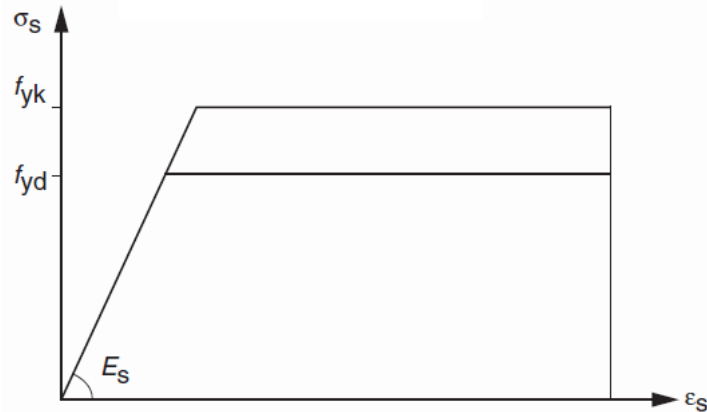
onde  $\gamma_s$  é o coeficiente de ponderação da resistência da armadura passiva dada por 1,15, para combinações normais ou especiais, e 1,0, para combinações excepcionais.

O módulo de elasticidade da armadura passiva ( $E_s$ ) pode ser admitido como  $210\text{GPa}$ .

Para cálculos nos ELS e ELU, pode-se utilizar o diagrama simplificado ilustrado na Figura 48.

A classificação do tipo de aço utilizado para armadura ativa é feita conforme o valor característico da sua tensão de ruptura ( $f_{ptk}$ ) como CP-190 (armadura para concreto protendido com  $f_{ptk} = 1900\text{MPa}$ ) ou como CP-210. A nomenclatura dos aços de protensão recebe ainda o sufixo “RB” para relaxação baixa ou “RN” para relaxação normal.

Figura 48: Diagrama tensão-deformação da armadura passiva



(Fonte: NBR6118:2014)

Na norma, não é definido uma expressão ou valor para a tensão característica de escoamento ( $f_{pyk}$ ), contudo, segundo o exposto em outras referências e especificações técnicas brasileiras, essa tensão corresponde à provocada pela carga mínima a 1% de deformação. A tensão de escoamento de cálculo ( $f_{pyd}$ ) da armadura ativa é dada por:

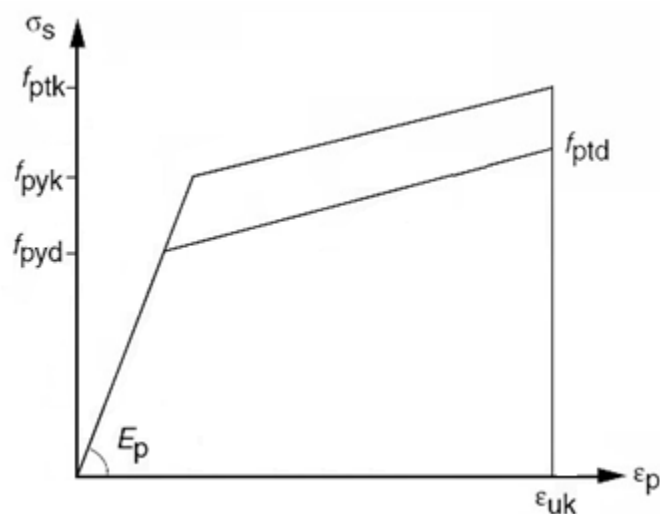
$$f_{pyd} = f_{pyk} / \gamma_s \quad \text{Eq. 3.47}$$

onde  $\gamma_s$  é o coeficiente de ponderação conforme definido para armadura passiva.

O módulo de elasticidade da armadura ativa ( $E_p$ ), na falta de ensaios disponíveis, pode ser admitido como  $200GPa$ .

Para cálculos nos ELS e ELU, pode-se utilizar o diagrama simplificado ilustrado na Figura 49.

Figura 49: Diagrama tensão-deformação da armadura ativa



(Fonte: NBR6118:2014)

### 3.2.2 Critérios do EN1992-1-1:2004

Para norma EN1992-1-1:2004, a tensão de escoamento de cálculo da armadura passiva ( $f_{yd}$ ) é dada por:

$$f_{yd} = f_{yk}/\gamma_s \quad \text{Eq. 3.48}$$

onde  $\gamma_s$  é o coeficiente de ponderação da resistência da armadura passiva dada por 1,15, para combinações normais ou especiais, e 1,0, para combinações excepcionais.

O módulo de elasticidade da armadura passiva ( $E_s$ ) pode ser admitido como  $200GPa$ .

Para cálculos nos ELS e ELU, assim como para NBR6118:2014 pode-se utilizar o diagrama simplificado ilustrado na Figura 48.

O valor da tensão característica de ruptura é definido como  $f_{pk}$  e o valor da tensão correspondente à carga mínima a 1% de deformação como  $f_{p0,1k}$ . A tensão  $f_{p0,1k}$  também é utilizada como um limite a partir do qual pode-se considerar o escoamento da armadura. A tensão de escoamento de cálculo ( $f_{pd}$ ) da armadura ativa é dada por:

$$f_{pd} = f_{p0,1k}/\gamma_s \quad \text{Eq. 3.49}$$

O módulo de elasticidade da armadura ativa ( $E_p$ ) pode ser admitido como  $205GPa$ .

Para cálculos nos ELS e ELU, assim como para NBR6118:2014, pode-se utilizar o diagrama simplificado similar ao ilustrado na Figura 49 apenas com a deformação última na armadura de protensão limitada ao seu valor de cálculo ( $\varepsilon_{ud}$ ) e não ao seu valor característico ( $\varepsilon_{uk}$ ). O valor de  $\varepsilon_{ud}$  sugerido pela norma é de  $0,9 * \varepsilon_{uk}$ .

### 3.2.3 Critérios do ACI318-14

Para norma ACI318-14, a tensão de escoamento nominal da armadura passiva ( $f_y$ ) é utilizada para os cálculos de esforços resistentes. Essa tensão é limitada a um valor máximo de  $550MPa$ . Não é feita uma minoração da resistência da armadura para cálculos de esforços resistentes. Esses são minorados em seu valor final a depender da sua tipologia.

O módulo de elasticidade da armadura passiva ( $E_s$ ) pode ser admitido como  $200GPa$ .

Para cálculos nos ELS e ELU, assim como para as outras normas, pode-se utilizar o diagrama simplificado ilustrado na Figura 48.

O valor da tensão última da armadura de protensão é definida como  $f_{pu}$ , sendo o valor máximo de  $f_{pu}$  de projeto igual a  $1860MPa$  para cordoalhas de relaxação baixa. Assim como

na NBR6118, não é feita uma descrição precisa do valor que deve ser adotado para a tensão nominal de escoamento ( $f_{py}$ ).

O módulo de elasticidade da armadura ativa ( $E_p$ ) deve ser definido conforme indicado pelo fabricante, a norma cita que esse valor usualmente está entre 197GPa e 200GPa.

A norma não indica um diagrama tensão deformação idealizado para uso, mas fornece equações que devem ser utilizadas para o cálculo de tensões, conforme será descrito no item 3.6.3 deste trabalho.

### 3.3 Seleção da classe de concreto e do cobrimento da armadura

Os parâmetros relativos à classe de concreto e ao cobrimento da armadura são de fundamental importância para o critério de Durabilidade das estruturas, uma vez que a durabilidade é diretamente impactada pela capacidade do concreto de resistir à penetração de fluidos. Esses parâmetros devem ser selecionados conforme prescrições normativas que os relacionam com a Classe de Agressividade Ambiental (CAA) em que a estrutura se encontra, conforme será apresentado a seguir.

#### 3.3.1 Critérios da NBR6118:2014

De acordo com as prescrições da NBR6118:2014, as estruturas devem ser classificadas quanto a sua CAA de acordo com o apresentado na Tabela 4. Observa-se que, de acordo com a observação “a” da referida Tabela, pode-se admitir uma classe de agressividade mais branda para ambientes internos secos, o que, usualmente, caracteriza os elementos de Lajes.

A qualidade do concreto é dada pela classe de concreto e pela relação água/cimento, esses parâmetros dependem da CAA e do tipo de concreto, concreto armado (CA) ou concreto protendido (CP), conforme apresentado na Tabela 5.

O cobrimento da armadura nominal ( $c_{nom}$ ) é definido pela norma como sendo aquele que deve ser considerado para projeto afim de garantir um cobrimento mínimo ( $c_{min}$ ) que deve ser respeitado ao longo de todo elemento considerado. Sendo assim,  $c_{nom} = c_{min} + \Delta_c$ , onde  $\Delta_c$  corresponde à tolerância de execução, usualmente considerada igual a 10mm para obras correntes ou, quando houver um controle adequado de qualidade e limites rígidos de tolerância de variabilidade de medidas durante a execução, considerada igual a 5mm. Os valores mínimos para cobrimento nominal (considerando  $\Delta_c=10mm$ ) para cada CAA estão apresentados na



Tabela 6. Além do estabelecido na Tabela 6, os cobrimentos nominais também devem ser superiores ao diâmetro da barra (ou do feixe de barras) e à metade do diâmetro da bainha.

Tabela 4: Classe de agressividade ambiental - NBR6118:2014

Classe de agressividade ambiental	Agressividade	Classificação geral do tipo de ambiente para efeito de projeto	Risco de deterioração da estrutura
I	Fraca	Rural, Submersa	Insignificante
II	Moderada	Urbana <sup>a,b</sup>	Pequeno
III	Forte	Marinha <sup>a</sup> , Industrial <sup>a,b</sup>	Grande
IV	Muito Forte	Industrial <sup>a,c</sup> , Respingos de maré	Elevado
<sup>a</sup> Pode-se admitir um microclima com uma classe de agressividade mais branda (uma classe acima) para ambientes internos secos (salas, dormitórios, banheiros, cozinhas e áreas de serviço de apartamentos residenciais e conjuntos comerciais ou ambientes com concreto revestido com argamassa e pintura).			
<sup>b</sup> Pode-se admitir uma classe de agressividade mais branda (uma classe acima) em obras em regiões de clima seco, com umidade média relativa do ar menor ou igual a 65%, partes da estrutura protegidas de chuva em ambientes predominantemente secos ou regiões onde raramente chove.			
<sup>c</sup> Ambientes quimicamente agressivos, tanques industriais, galvanoplastia, branqueamento em indústrias de celulose e papel, armazéns de fertilizantes, indústrias químicas.			

(Fonte: adaptada da Tabela 6.1 da NBR6118:2014)

Tabela 5: Classe de concreto e relação água/cimento - NBR6118:2014

	Tipo de concreto	Classe de agressividade ambiental			
		I	II	III	IV
Relação água/cimento	CA	≤ 0,65	≤ 0,60	≤ 0,55	≤ 0,45
	CP	≤ 0,60	≤ 0,55	≤ 0,50	≤ 0,45
Classe de concreto	CA	≥ C20	≥ C25	≥ C30	≥ C40
	CP	≥ C25	≥ C30	≥ C35	≥ C40

(Fonte: adaptada da Tabela 7.1 da NBR6118:2014)

Tabela 6: Cobrimento da armadura - NBR6118:2014

Tipo de estrutura	Componente ou elemento	Classe de agressividade ambiental			
		I	II	III	IV
		Cobrimento nominal (mm)			
Concreto armado	Laje	20	25	35	45
	Viga/pilar	25	30	40	50
	Elementos estruturais em contato com o solo	30		40	50
Concreto protendido <sup>a</sup>	Laje	25	30	40	50
	Viga/pilar	30	35	45	55
<sup>a</sup> Cobrimento nominal da bainha ou dos fios, cabos e cordoalhas. O cobrimento da armadura passiva deve respeitar os cobrimentos para concreto armado.					

(Fonte: adaptada da Tabela 7.2 da NBR6118:2014)

## 3.3.2 Critérios do EN1992-1-1:2004

A classificação quanto à agressividade ambiental pelo EN1992-1-1:2004 é feita similarmente ao apresentado pelo ACI318-14 com a divisão de categorias e subcategorias conforme mecanismo de deterioração da estrutura. Essa classificação deve ser feita conforme indicações apresentadas na Tabela 7. A norma EN1992-1-1:2004, assim como o ACI318-14, não faz distinção entre concretos armado ou protendido para determinação da classe mínima de concreto. Essa deve ser determinada conforme apresentado na Tabela 8.

Tabela 7: Classe de agressividade ambiental - EN1992-1-1:2004

(continua)

Classe de agressividade ambiental	Descrição do ambiente	Exemplos informativos onde as classes de agressividade ocorrem
1 Sem risco de corrosão ou ataque		
X0	Para concreto simples exceto quando houver ciclo de gelo e degelo, abrasão ou ataque químico; para concreto armado em ambientes muito secos	Concreto no interior de edificações com umidade do ar muito baixa
2 Corrosão induzida por carbonatação		
XC1	Seco ou permanentemente molhado	Concreto dentro de edificações com baixa umidade do ar ou concreto submerso em água
XC2	Molhado, raramente seco	Superfícies de concreto submetidas a um contato a longo termo com água; muitas fundações
XC3	Umidade moderada	Concreto dentro de edificações com umidade do ar moderada ou alta; concreto externo protegido da chuva
XC4	Ciclos molhado e seco	Superfícies de concreto submetidas ao contato cíclico com água
3 Corrosão induzida por cloretos		
XD1	Umidade moderada	Superfícies de concreto expostas a cloretos no ar
XD2	Molhado, raramente seco	Piscinas; componentes de concreto expostos a águas industriais contendo cloreto
XD3	Ciclos molhado e seca	Partes de pontes expostas a spray contendo cloretos; pavimentos; lajes de estacionamento de carros
3 Corrosão induzida por cloretos da água do mar		
XS1	Exposto a cloretos no ar mas não em contato direto com a água do mar	Estruturas próximas ou na costa
XS2	Permanentemente submerso	Partes de estruturas marinhas
XS3	Respingos de maré	Partes de estruturas marinhas

Tabela 7: Classe de agressividade ambiental – EN1992-1-1:2004

(conclusão)

Classe de agressividade ambiental	Descrição do ambiente	Exemplos informativos onde as classes de agressividade ocorrem
4 Ataque do ciclo gelo e degelo		
XF1	Água de saturação moderada sem agente de degelo	Superfícies de concreto verticais expostas a chuva e congelamento
XF2	Água de saturação moderada com agente de degelo	Superfícies de concreto verticais de estruturas viárias expostas a congelamento e agentes de degelo no ar
XF3	Água de saturação alta sem agente de degelo	Superfícies de concreto horizontais expostas a chuva e congelamento
XF4	Água de saturação alta com agente de degelo	Lajes de pontes e estradas expostas a agentes de degelo; Estruturas de concreto expostas ao spray direto de agentes de degelo e zonas de estruturas marinhas expostas ao congelamento
5 Ataques químicos		
XA1	Ambiente químico fracamente agressivo	Solos naturais e água no solo
XA2	Ambiente químico moderadamente agressivo	Solos naturais e água no solo
XA3	Ambiente químico altamente agressivo	Solos naturais e água no solo

(Fonte: adaptada da Tabela 4.1 do EN1992-1-1:2004)

Tabela 8: Classe de concreto - EN1992-1-1:2004

Classe de agressividade ambiental	Mínima classe de concreto
X0	12
XF1	30
XF2	25
XF3	30
XA1	30
XA2	30
XA3	35
XC1	20
XC2	25
XC3	30
XC4	30
XD1	30
XD2	30
XD3	35
XS1	30
XS2	35
XS3	35

(Fonte: adaptada da Tabela E.1N do EN1992-1-1:2004)

O cobrimento da armadura nominal ( $c_{nom}$ ) é definido pela norma EN1992-1-1:2004, da mesma forma como apresentado pela NBR6118:2014, como sendo aquele que deve ser considerado para projeto afim de garantir um cobrimento mínimo ( $c_{min}$ ) considerando uma tolerância de execução ( $\Delta_c$ ) onde  $c_{nom} = c_{min} + \Delta_c$ . O valor de  $\Delta_c$  recomendado pela norma é de 10mm. Assim como para NBR6118:2014 é possível diminuir  $\Delta_c$  de 5mm quando houver um controle adequado de qualidade e limites rígidos de tolerância de variabilidade de medidas. Os valores mínimos para cobrimento nominal (considerando  $\Delta_c=10\text{mm}$ ) para cada CAA e considerando uma vida útil de 50 anos estão apresentados na Tabela 9 para armaduras passivas e ativas com aderência. Contudo, a norma não indica cobrimentos mínimos para as classes “XF” e “XA”, comenta apenas que uma atenção especial deve ser dada para essas classes, e que, normalmente os cobrimentos das classes “XD” e “XS” serão o suficiente. Além do estabelecido na Tabela 9, os cobrimentos nominais também devem ser superiores ao diâmetro da barra (ou do feixe de barras). A norma ainda que o cobrimento de bainhas retangulares seja o maior entre a menor dimensão da bainha e a metade da maior dimensão da bainha, não sendo necessário ultrapassar 80mm. Para lajes com monocordoalhas engraxadas os cobrimentos devem ser obtidos segundo a Aprovação Técnica Europeia, ou *European Technical Approval* (ETA), que são regulações das empresas aprovadas para uso. Segundo o ETA da empresa Dywidag, o cobrimento da monocordoalha não deve ser inferior a 20mm ou ao cobrimento da armadura passiva na mesma seção (DYWIDAG, 2013). Para membros com geometria de laje pode-se reduzir uma classe de agressividade.

Tabela 9: Cobrimento da armadura - EN1992-1-1:2004

Classe de agressividade ambiental	Armadura passiva	Armadura ativa com aderência
X0	20	20
XC1	25	35
XC2/XC3	35	45
XC4	40	50
XD1/XS1	45	55
XD2/XS2	50	60
XD3/XS3	55	65

(Fonte: adaptada das Tabelas 4.4N e 4.5N do EN1992-1-1:2004)

### 3.3.3 Critérios do ACI318-14

De acordo com as prescrições do ACI318-14, as estruturas devem ser classificadas quanto a sua CAA, ou *Exposure class*, de acordo com a severidade da exposição do meio, conforme apresentado na Tabela 10. Observa-se que existem categorias (F, S, W, C) de exposição que se dividem em classes de agressividade de acordo com o grau esperado de agressão no ambiente da categoria. A categoria “F” destina-se a concretos exteriores que são expostos à umidade e ciclos de gelo e degelo; a categoria “S” destina-se a concretos em contato com o solo ou água contendo uma quantidade prejudicial de íons solúveis de sulfato; a categoria “W” destina-se a concretos em contato com a água mas não exposto a ciclos de gelo e degelo, cloretos ou sulfetos; por fim, a categoria “C” é aplicada a concretos armado ou protendido expostos a condições que requerem proteção adicional contra a corrosão da armadura.

Tabela 10: Classe de agressividade ambiental - ACI318-14

Categoria	Classe de agressividade ambiental	Condição	
Gelo e degelo (F)	F0	Concreto não exposto a ciclos de gelo e degelo	
	F1	Concreto exposto a ciclos de gelo e degelo com exposição limitada à água	
	F2	Concreto não exposto a ciclos de gelo e degelo com exposição frequente à água	
	F3	Concreto não exposto a ciclos de gelo e degelo com exposição frequente à água e produtos químicos do degelo	
Sulfato (S)		Percentual em massa de sulfato ( $SO_4^{2-}$ ) solúvel em água no solo	Sulfato ( $SO_4^{2-}$ ) dissolvido em água em ppm
	S0	$SO_4^{2-} < 0,10$	$SO_4^{2-} < 150$
	S1	$0,10 \leq SO_4^{2-} < 0,20$	$150 \leq SO_4^{2-} < 1500$ ou água do mar
	S2	$0,20 \leq SO_4^{2-} \leq 2,00$	$1500 \leq SO_4^{2-} \leq 10.000$
	S3	$SO_4^{2-} > 2,00$	$SO_4^{2-} > 10.000$
Em contato com água (W)	W0	Concreto seco em serviço; concreto em contato com a água sem necessidade de baixa permeabilidade	
	W1	Concreto em contato com a água com necessidade de baixa permeabilidade	
Proteção da corrosão da armadura (C)	C0	Concreto seco e protegido da umidade	
	C1	Concreto exposto à umidade, mas protegido de fonte externa de cloretos	
	C2	Concreto exposto à umidade e exposto à uma fonte externa de cloretos (como degelo, sal, água salobre, água do mar ou respingos dessas fontes)	

(Fonte: adaptada da Tabela 19.3.1.1 do ACI318-14)

A norma ACI318-14 não faz distinção entre concretos armado ou protendido para determinação de parâmetros mínimas para resistência à compressão característica especificada ( $f'_c$ ) e relação água/cimento. Esses devem ser determinados conforme apresentado na Tabela 11. A referida norma apresenta ainda outras prescrições específicas para os materiais empregados na composição do concreto para cada classe de agressividade, que não serão discutidas aqui, mas que podem ser encontradas no Capítulo 19 da norma.

Tabela 11: Classe de concreto e relação água/cimento - ACI318-14

Classe de agressividade ambiental	Mínima relação água/cimento	Mínimo $f'_c$
F0	Não disponível	17
F1	0,55	24
F2	0,45	31
F3	0,40	35
S0	Não disponível	17
S1	0,50	28
S2	0,45	31
S3	0,45	31
W0	Não disponível	17
W1	0,50	28
C0	Não disponível	17
C1	Não disponível	17
C2	0,40	35

(Fonte: adaptada da Tabela 19.3.2.1 do ACI318-14)

O cobrimento da armadura especificado é definido pela norma como sendo aquele que deve ser considerado para projeto já considerando uma tolerância do menor entre 10mm e 1/3 do cobrimento especificado, para peças com altura útil menor ou igual a 20cm, e uma tolerância do menor entre 13mm e 1/3 do cobrimento especificado, para peças com altura útil maior que 20cm. Para peças não protendidas, os cobrimentos especificados estão apresentados na Tabela 12 e, para peças protendidas moldadas no local, esses estão especificados na Tabela 13. Os valores especificados na Tabela 13 devem ser considerados para armadura de reforço ou bainha. A norma permite que a camada de finalização da laje seja considerada como parte do cobrimento. Além disso, para feixe de barras o cobrimento deve respeitar pelo menos o diâmetro equivalente do feixe, 50mm ou 75mm para concreto permanentemente em contato com o solo.

Tabela 12: Cobrimento da armadura para peças não protendidas - ACI318-14

Exposição do concreto	Elementos	Tipo de armadura	Cobrimento especificado (mm)
Concretado sobre e em contato permanente com o solo	Todos	Todas	75
Exposto a condições climáticas ou em contato com o solo	Todos	Barras com 19 a 57mm de diâmetro	50
		Barras com diâmetro menor ou igual a 16mm	40
Não exposto a condições climáticas e sem contato com o solo	Lajes, vigas intermediárias e paredes	Barras com 43 e 57mm de diâmetro	40
		Barras com diâmetro menor ou igual a 36mm	20
	Vigas principais, pilares e tirantes	Armaduras principais, estribos, laços, espirais e aros	40

(Fonte: adaptada da Tabela 20.6.1.3.1 do ACI318-14)

Tabela 13: Cobrimento da armadura para peças protendidas moldadas no local - ACI318-14

Exposição do concreto	Elementos	Tipo de armadura	Cobrimento especificado (mm)
Concretado sobre e em contato permanente com o solo	Todos	Todas	75
Exposto a condições climáticas ou em contato com o solo	Lajes, vigas intermediárias e paredes	Todas	25
	Demais elementos	Todas	40
Não exposto a condições climáticas e sem contato com o solo	Lajes, vigas intermediárias e paredes	Todas	20
	Vigas principais, pilares e tirantes	Armaduras principais	40
		Estribos, laços, espirais e aros	25

(Fonte: adaptada da Tabela 20.6.1.3.2 do ACI318-14)

### 3.4 Determinação das forças e das perdas de protensão

A seguir, serão apresentadas as prescrições das três normas estudadas para determinação das forças e das perdas de protensão envolvidas em elementos pós-tracionados.

#### 3.4.1 Critérios da NBR6118:2014

A NBR6118:2014 define, no item 9.6.1, que o valor de força máxima a ser aplicada na operação de protensão (Força inicial ou  $P_i$ ) é calculado a partir da tensão limite inicial ( $\sigma_{pi,lim}$ ) e da área da armadura de protensão ( $A_p$ ) através de:

$$P_i = \sigma_{pi,lim} \cdot A_p \quad \text{Eq. 3.50}$$

onde  $\sigma_{pi,lim}$  deve respeitar os seguintes valores:

- para armaduras aderentes:

$$\sigma_{pi,lim} \leq \begin{cases} 0,74 \cdot f_{ptk} \\ 0,82 \cdot f_{pyk} \end{cases} \quad \text{Eq. 3.51}$$

- para armaduras não aderentes:

$$\sigma_{pi,lim} \leq \begin{cases} 0,80 \cdot f_{ptk} \\ 0,88 \cdot f_{pyk} \end{cases} \quad \text{Eq. 3.52}$$

A força de protensão no instante logo após a aplicação da protensão na abscissa considerada ( $P_0(x)$ ) é calculada considerando a força  $P_i$  subtraída das perdas imediatas de protensão nessa abscissa ( $\Delta P_0(x)$ ), tal que:

$$P_0(x) = P_i - \Delta P_0(x) \quad \text{Eq. 3.53}$$

Já a força de protensão na situação em serviço da estrutura, após todas as perdas, é definida como  $P_\infty(x)$  e é calculada considerando a força  $P_0(x)$  subtraída das perdas progressivas de protensão ( $\Delta P_\infty(x)$ ), tudo considerando uma abscissa ( $x$ ), tal que:

$$P_\infty(x) = P_0(x) - \Delta P_\infty(x) \quad \text{Eq. 3.54}$$

De acordo com o item 20.3.2.1 da NBR6118:2014, a razão mínima entre a força de protensão efetiva (após todas as perdas) e a área da laje, para cada seção de cálculo considerada, não deve ser inferior a 1MPa.

As perdas de protensão iniciais são dadas pelo atrito entre cabos de protensão e bainhas (ou camada plástica para monocordoalha engraxada), acomodação dos cabos na ancoragem e encurtamento elástico do concreto. A perda por atrito é definida no item 9.6.3.3.2.2 da NBR6118:2014 através de:

$$\Delta P(x) = P_i [1 - e^{-(\mu \cdot \Sigma \alpha + k \cdot x)}] \quad \text{Eq. 3.55}$$

onde:

$P_i$  é a força de protensão inicial;

$x$  é a abscissa do ponto onde se calcula  $\Delta P$ , medida a partir da ancoragem, em metros;

$\Sigma \alpha$  é a soma dos ângulos de desvio entre a ancoragem e o ponto de abscissa  $x$ , em radianos;

$\mu$  é o coeficiente de atrito aparente entre o cabo e a bainha, em 1/radianos;

$k$  é o coeficiente de perda por metro provocada por curvaturas não intencionais do cabo.

Na falta de valores experimentais, adota-se  $k = 0,01 \cdot \mu$  em 1/metros, e  $\mu = 0,20$  entre cordoalha e bainha metálica ou  $\mu = 0,05$  entre cordoalha e bainha de polipropileno lubrificada.



O valor de  $\sum \alpha$  para vigas com traçado parabólico pode ser calculado subdividindo-se a viga em um número  $n$  de trechos curvos, sendo o comprimento de cada trecho dado por  $l_i$  e a diferença entre ordenadas de cada trecho dada por  $\Delta y_i$ , através da seguinte equação:

$$\sum \alpha = \sum_{i=1}^n \tan^{-1} \left( \frac{2 \cdot \Delta y_i}{l_i} \right) \quad \text{Eq. 3.56}$$

O alongamento total ( $\Delta L$ ) das armaduras pode ser calculado como a soma de contribuições de alongamento de cada trecho ( $P_{med}$ ) utilizando a força média ( $P_{med} = (P_{i+1} - P_i)/2$ ), através da seguinte expressão:

$$\Delta L_{i+1} = \Delta L_i + \frac{P_{med} \cdot l_i}{E_p \cdot A_p} \quad \text{Eq. 3.57}$$

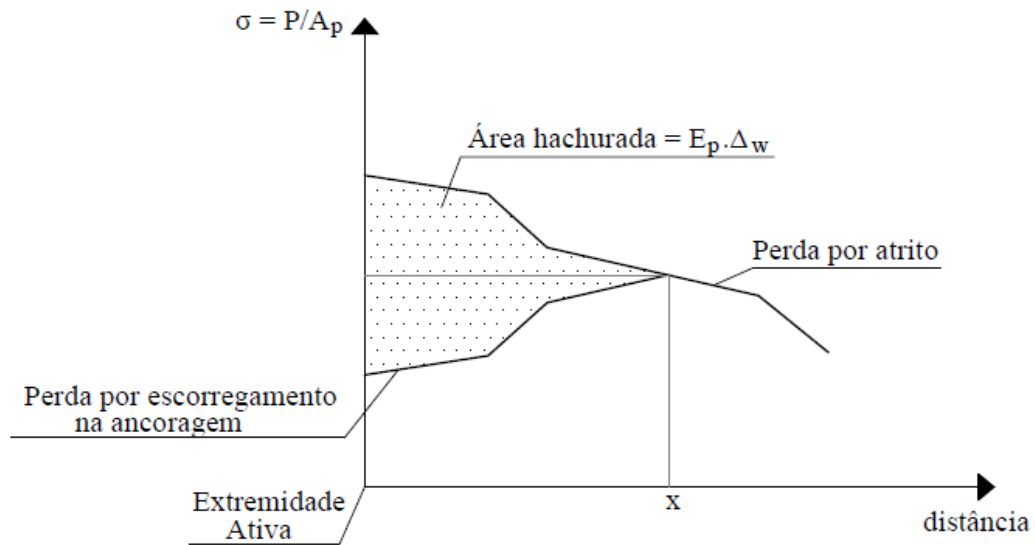
A perda por deslizamento da armadura na ancoragem é apenas indicada no item 9.6.3.3.2.3 da NBR6118:2014, que diz que essa deve ser calculada conforme valores indicados pelos fabricantes dos dispositivos de ancoragem. Esse tipo de perda ocorre devido à um deslocamento de retorno da armadura ( $\Delta_w$ ) permitido pelas cunhas, sendo que o valor de  $\Delta_w$  varia entre 2 e 6mm aproximadamente (CHOLFE e BONILHA, 2015). Esse deslocamento da armadura provoca forças de atrito da mesma natureza que as provocadas durante o estiramento, contudo, em sentido contrário e essa perda de protensão se propaga até um determinado ponto de equilíbrio, onde deixa de existir. Na determinação do ponto de equilíbrio ( $w$ ), considera-se a condição de compatibilidade geométrica de que o encurtamento do cabo deve ser igual ao deslocamento  $\Delta_w$  ocorrido, ou seja:

$$\Delta_w = \frac{\int_0^w \Delta \sigma(x) \cdot dx}{E_p} \quad \text{Eq. 3.58}$$

onde a integral  $\int_0^w \Delta \sigma(x) \cdot dx$  corresponde à área do gráfico que correlaciona tensão e abscissa do elemento. Essa área está hachurada na Figura 50, que ilustra uma situação usual, que será utilizada neste trabalho, consistindo em cabos parabólicos com diferentes inclinações no perfil do cabo e uma extremidade ativa.

Observa-se na Figura 50 que os valores de tensão e força provocados pela força de atrito dependem da inclinação do cabo em cada trecho da viga e já estão calculados quando busca-se obter a perda por escorregamento na ancoragem ativa. Para determinar o valor de  $x$  até onde se propaga a perda por escorregamento da ancoragem, partiu-se do princípio de que a área entre o gráfico de tensões considerando a perda por atrito e o eixo horizontal que passa por  $\sigma(x)$  corresponde a  $E_p \cdot \Delta_w / 2$ , cujo valor é conhecido.

Figura 50: Região influenciada pelo deslizamento na ancoragem



(Fonte: elaborada pela Autora)

A inclinação  $\beta$  em cada trecho do diagrama de tensões entre os pontos genéricos  $i$  e  $j$ , pode ser calculada a partir dos valores disponíveis para força com perda por atrito nesses pontos ( $P_i$  e  $P_j$ ) e a distância entre esses pontos ( $x_{i,j}$ ) através de:

$$\beta = \frac{P_i - P_j}{A_p \cdot x_{i,j}} \quad \text{Eq. 3.59}$$

A área do triângulo formado entre os pontos  $i$  e  $j$  e a reta horizontal que passa por  $\sigma(j)$  é:

$$A = \frac{(P(i) - P(j)) \cdot x_{i,j}}{A_p \cdot 2} = \frac{(2 \cdot \beta \cdot x_{i,j}) \cdot x_{i,j}}{2} = \beta \cdot x_{i,j}^2 \quad \text{Eq. 3.60}$$

Caso essa área não corresponda ao valor de  $E_p \cdot \Delta_w / 2$ , isso significa que o valor de  $x$  é superior à  $x(j)$ , nesse caso calcula-se a área triangular do próximo trecho do diagrama entre os pontos genéricos  $j$  e  $k$ , que deve ser acrescido à área anterior (triangular) somada ao retângulo de base  $x_{i,j}$  e altura  $\sigma(j) - \sigma(k)$ . Esse procedimento deve ser repetido para os próximos trechos até que a área total calculada corresponda a um valor maior que  $E_p \cdot \Delta_w / 2$ , sabe-se então que  $x$  pertence ao intervalo de pontos exatamente anterior. Uma vez determinado o intervalo ao qual  $x$  pertence e considerando a inclinação desse intervalo,  $x$  é calculado considerando a área complementar necessária. A partir do valor de  $x$ , calcula-se a tensão final na ancoragem ativa e todas as tensões intermediárias.

As perdas por encurtamento imediato do concreto são causadas quando um ou mais cabos são protendidos sucessivamente, uma vez que a protensão de cabos adicionais causa um encurtamento do concreto e consequente afrouxamento dos cabos já protendidos. A

NBR6118:2014 define no item 9.6.3.3.2.1 pode-se considerar uma perda média na tensão das armaduras de protensão para todos os cabos dada por:

$$\Delta\sigma_p = \frac{\alpha_p \cdot (\sigma_{cp} + \sigma_{cg}) \cdot (n - 1)}{2n} \quad \text{Eq. 3.61}$$

onde:

$n$  é o número de cabos protendidos sucessivamente;

$\alpha = E_p/E_{ci}$  é a relação entre módulos de elasticidade do aço e do concreto;

$\sigma_{cp}$  é a tensão no concreto no nível do centro de gravidade da armadura de protensão, devida à protensão simultânea de  $n$  cabos;

$\sigma_{cg}$  é a tensão no concreto no nível do centro de gravidade da armadura de protensão, devida à ação de cargas permanentes mobilizadas pela protensão.

De acordo com as prescrições da ACI423.10R-16 (que serão utilizadas para as demais normas), quando considerada a pós-tração deve-se desconsiderar o efeito do momento devido ao peso próprio mobilizado pela protensão. Esse momento é compensado simultaneamente com a protensão dos primeiros cabos que tendem a levantar a laje do seu suporte, de modo que o encurtamento elástico dos demais cabos dependem apenas da força de protensão. Além disso, como no instante de protensão os cabos são não aderentes, independentemente do sistema de pós-tração utilizado, deve-se desconsiderar a área da seção transversal ocupada pelos cabos (ou bainhas) no cálculo da tensão no concreto. Para esse cálculo, deve-se considerar uma força média de protensão (depois das perdas por atrito e ancoragens) no centro de gravidade da seção. Não é necessário considerar a excentricidade dos cabos uma vez que não existe aderência entre as seções.

As perdas de protensão progressivas são aquelas provocadas pela relaxação da armadura e pela fluência e retração do concreto. Essas perdas acontecem ao longo do tempo, desde o instante logo após à aplicação da protensão ( $t_0$ ), em que já ocorreram as perdas imediatas, até a situação em serviço da estrutura ( $t_\infty$ ), em que se imagina que ocorreram também as perdas progressivas.

Para elementos em que as fases de protensão são executadas em tempos suficientemente próximos, de modo que se desprezem os efeitos recíprocos de uma fase sobre a outra, e para cabos que possuem entre si afastamentos suficientemente pequenos em relação à altura da seção do elemento, de modo que possam ser considerados como um cabo resultante, é permitido que seja utilizado o processo simplificado do item 9.6.3.4.2 da NBR6118:2014 para o cálculo da

perda progressiva de protensão. Nesse caso, tem-se que a variação uniforme de tensão provocada pelas perdas progressivas  $\Delta\sigma_p(t_\infty, t_0)$  é dada por:

$$\Delta\sigma_p(t_\infty, t_0) = \frac{\varepsilon_{cs}(t_\infty, t_0) \cdot E_p - \alpha_p \cdot \sigma_{c,p0g} \cdot \varphi(t_\infty, t_0) - \sigma_{p0} \cdot \chi(t_\infty, t_0)}{\chi_p + \chi_c \cdot \alpha_p \cdot \eta \rho_p} \quad \text{Eq. 3.62}$$

sendo:

$$\chi(t_\infty, t_0) = -\ln[1 - \psi(t_\infty, t_0)] \quad \text{Eq. 3.63}$$

$$\chi_c = 1 + 0,5 \cdot \varphi(t_\infty, t_0) \quad \text{Eq. 3.64}$$

$$\chi_p = 1 + \chi(t_\infty, t_0) \quad \text{Eq. 3.65}$$

$$\eta = 1 + e_p^2 \cdot \frac{A_c}{I_c} \quad \text{Eq. 3.66}$$

$$\rho_p = A_p/A_c \quad \text{Eq. 3.67}$$

$$\alpha_p = \frac{E_p}{E_{ci28}} \quad \text{Eq. 3.68}$$

onde:

$\sigma_{c,p0g}$  é a tensão no concreto adjacente ao cabo resultante, provocada pela protensão e pela carga permanente mobilizada no instante  $t_0$ , sendo positiva se for de compressão;

$\varphi(t_\infty, t_0)$  é o coeficiente de fluência do concreto no instante  $t_\infty$  para protensão e carga permanente aplicadas no instante  $t_0$ ;

$\sigma_{p0}$  é a tensão na armadura ativa devida à protensão e à carga permanente mobilizada no instante  $t_0$ , positiva se for de tração;

$\chi(t_\infty, t_0)$  é o coeficiente de fluência do aço;

$\varepsilon_{cs}(t_\infty, t_0)$  é a deformação de retração no instante  $t_\infty$ ;

$\psi(t_\infty, t_0)$  é o coeficiente de relaxação do aço no instante  $t_\infty$  para protensão e carga permanente mobilizada no instante  $t_0$ ;

$\rho_p$  é a taxa geométrica da armadura de protensão;

$e_p$  é a excentricidade do cabo resultante em relação ao baricentro da seção do concreto;

$A_p$  é a área da seção transversal do cabo resultante;

$A_c$  é a área da seção transversal do concreto;

$I_c$  é o momento central de inércia na seção do concreto.

### 3.4.2 Critérios do EN1992-1-1:2004

A força máxima aplicada na operação de protensão (Força inicial ou  $P_{max}$ ), é calculado a partir da tensão limite inicial ( $\sigma_{p,max}$ ) e da área da armadura de protensão ( $A_p$ ) através de:

$$P_{max} = \sigma_{p,max} \cdot A_p \quad \text{Eq. 3.69}$$

onde  $\sigma_{p,max}$  deve respeitar os seguintes valores:

$$\sigma_{p,max} \leq \begin{cases} 0,80 \cdot f_{pk} \\ 0,90 \cdot f_{p0,1k} \end{cases} \quad \text{Eq. 3.70}$$

A força de protensão no instante logo após a aplicação da protensão na abscissa considerada ( $P_{m0}(x)$ ) é calculada considerando a força  $P_{max}$  subtraída das perdas imediatas de protensão nessa abscissa ( $\Delta P_i(x)$ ), tal que:

$$P_{m0}(x) = P_{max} - \Delta P_i(x) \quad \text{Eq. 3.71}$$

Essa força não deve exceder o valor dado conforme a sua tensão limite ( $\sigma_{pm0}(x)$ ), tal que:

$$P_{m0}(x) \leq A_p * \sigma_{pm0}(x) \quad \text{Eq. 3.72}$$

$$\sigma_{pm0}(x) \leq \begin{cases} 0,75 \cdot f_{pk} \\ 0,85 \cdot f_{p0,1k} \end{cases} \quad \text{Eq. 3.73}$$

Já a força de protensão na situação em serviço da estrutura, após todas as perdas, é definida como  $P_{m,\infty}(x)$  e é calculada considerando a força  $P_{m0}(x)$  subtraída das perdas progressivas de protensão ( $\Delta P_\infty(x)$ ), tudo considerando uma abscissa ( $x$ ), tal que:

$$P_{m,\infty}(x) = P_{m0}(x) - \Delta P_\infty(x) \quad \text{Eq. 3.74}$$

A norma EN1992-1-1:2004, diferentemente das outras normas estudadas, não indica uma razão mínima entre a força de protensão efetiva (após todas as perdas) e a área da laje.

As perdas de protensão iniciais causadas pelo atrito, pela acomodação dos cabos na ancoragem e encurtamento elástico são definidas com fórmulas equivalentes ao adotado pela NB6118:2014, devendo os valores dos coeficientes de atrito e curvatura não intencional ( $\mu$  e  $k$ ) serem escolhidos com base na informação de fabricantes.

Conforme item 5.10.6 do EN1992-1-1:2004, a variação na tensão da armadura de protensão devido às perdas progressivas ( $\Delta \sigma_{p,c+s+r}$ ), provocadas pela relaxação da armadura e pelas fluência e retração do concreto, pode ser calculada a partir da seguinte expressão:

$$\Delta\sigma_{p,c+s+r} = \frac{\varepsilon_{cs}E_p + 0,8 \cdot \Delta\sigma_{pr} + \frac{E_p}{E_{cm}} \cdot \varphi(t_\infty, t_0) \cdot \sigma_{c,QP}}{1 + \frac{E_p}{E_{cm}} \cdot \frac{A_p}{A_c} \left(1 + \frac{A_c}{I_c} \cdot z_{cp}^2\right) \cdot [1 + 0,8 \cdot \varphi(t_\infty, t_0)]} \quad \text{Eq. 3.75}$$

onde:

$\varepsilon_{cs}$  é a deformação de retração em valor absoluto;

$E_p$  é o módulo de elasticidade da armadura de protensão;

$E_{cm}$  é o módulo de elasticidade do concreto;

$\Delta\sigma_{pr}$  é a variação absoluta na tensão dos cabos em uma localização  $x$ , em um tempo  $t$ , devido à relaxação da armadura de protensão;

$\varphi(t_\infty, t_0)$  é o coeficiente de fluência do concreto no instante  $t_\infty$  para protensão e carga permanente aplicadas no instante  $t_0$ ;

$\sigma_{p0}$  é a tensão na armadura ativa devida à protensão e à carga permanente mobilizada no instante

$\sigma_{c,QP}$  é a tensão no concreto adjacente aos cabos, devido ao peso próprio, protensão inicial e outras ações quase permanentes, quando relevantes;

$A_p$  é a área da seção transversal do cabo resultante;

$A_c$  é a área da seção transversal do concreto;

$I_c$  é o momento central de inércia na seção do concreto;

$z_{cp}$  é a distância entre o centro de gravidade da seção de concreto e da armadura de protensão.

### 3.4.3 Critérios do ACI318-14

Para determinação de forças e perdas de protensão, a norma ACI318-14 recomenda que sejam utilizadas as prescrições da sua norma auxiliar ACI423.10R-16, que será utilizada para as explicações e fórmulas seguintes.

A força máxima aplicada na operação de protensão ( $P_j$ ), é calculado a partir da tensão limite no macaco de protensão ( $f_{jack}$ ) e da área da armadura de protensão ( $A_p$ ) através de:

$$P_j = f_{jack} \cdot A_p \quad \text{Eq. 3.76}$$

onde  $f_{jack}$  deve respeitar os seguintes valores:

$$f_{jack} \leq \begin{cases} 0,80 \cdot f_{pu} \\ 0,94 \cdot f_{py} \end{cases} \quad \text{Eq. 3.77}$$

A força de protensão no instante logo após a aplicação da protensão na abscissa considerada ( $P_i(x)$ ) é calculada considerando a força  $P_j$  subtraída das perdas imediatas de protensão nessa abscissa ( $\Delta P_i(x)$ ), tal que:

$$P_i(x) = P_j - \Delta P_i(x) \quad \text{Eq. 3.78}$$

Essa força não deve exceder o valor dado conforme a sua tensão limite ( $f_{pi}(x)$ ), tal que:

$$P_i(x) \leq A_p \cdot f_{pi}(x) \quad \text{Eq. 3.79}$$

$$f_{pi} \geq 0,70 \cdot f_{pu} \quad \text{Eq. 3.80}$$

Já a força de protensão efetiva na situação em serviço da estrutura, após todas as perdas, é definida como  $P_{pe}(x)$  e é calculada considerando a força  $P_i(x)$  subtraída das perdas progressivas de protensão ( $\Delta P_{\infty}(x)$ ), tudo considerando uma abscissa ( $x$ ), tal que:

$$P_{pe}(x) = P_i(x) - \Delta P_{\infty}(x) \quad \text{Eq. 3.81}$$

De acordo com o item 8.2.3 do ACI318-14, a razão mínima entre a força de protensão efetiva (após todas as perdas) e a área da laje, para cada seção de cálculo considerada, não deve ser inferior a 0,9MPa.

As perdas de protensão iniciais causadas pelo atrito, pela acomodação dos cabos na ancoragem e encurtamento elástico são definidas com fórmulas equivalentes ao adotado pela NB6118:2014, devendo os valores dos coeficientes de atrito e curvatura não intencional ( $\mu$  e  $k$ ) serem escolhidos com base na informação de fabricantes.

Conforme item 5 do ACI423.10R-16, são utilizadas equações separadas para o cálculo das perdas de tensão ao longo do tempo devido à fluência do concreto ( $\Delta f_{pCR}$ ), à retração do concreto ( $\Delta f_{pSH}$ ) e à relaxação da armadura ( $\Delta f_{pRE}$ ). Essas fórmulas são baseadas no trabalho de Zia *et al.* (1979) e foram desenvolvidas a partir de ensaios, fornecendo resultados próximos à realidade.

A variação na tensão da armadura de protensão devido à perda por fluência  $\Delta f_{pCR}$  para armaduras ativas aderentes é dada por:

$$\Delta f_{pCR} = K_{cr} \cdot \left( \frac{E_p}{E_c} \right) \cdot (f_{cir} - f_{cds}) \quad \text{Eq. 3.82}$$

onde:

$K_{cr}$  é um coeficiente que corresponde a 1,6 para membros pós-tracionados e concreto de peso normal;

$E_p$  é o módulo de elasticidade da armadura de protensão;

$E_c$  é o módulo de elasticidade do concreto;

$f_{cir}$  é a tensão de compressão no concreto na altura do centro de gravidade da armadura protendida logo após a aplicação da protensão;

$f_{cds}$  é a tensão de compressão no concreto na altura do centro de gravidade da armadura protendida devido a todas as cargas permanentes aplicadas no elemento após a sua protensão.

Para armaduras ativas não aderentes, como não existe uma compatibilidade de deformações entre a armadura e o concreto em seu entorno, utiliza-se uma tensão média de compressão no centro de gravidade da armadura de protensão logo após a transferência da protensão ( $f_{cpa}$ ) para avaliar a perda progressiva por fluência, dada por:

$$\Delta f_{pCR} = K_{cr} \cdot \left( \frac{E_p}{E_c} \right) \cdot f_{cpa} \quad \text{Eq. 3.83}$$

A variação na tensão da armadura de protensão devido à perda por retração  $\Delta f_{pSH}$  é dada por:

$$\Delta f_{pSH} = 8,2 \cdot 10^{-6} \cdot K_{sh} \cdot E_p \cdot \left( 1 - 0,0024 \cdot \frac{V}{S} \right) * (100 - RH) \quad \text{Eq. 3.84}$$

onde:

$V/S$  é a razão entre volume e superfície, em mm;

$RH$  é a umidade relativa média anual;

$E_p$  é o módulo de elasticidade da armadura de protensão, em MPa;

$E_c$  é o módulo de elasticidade do concreto;

$K_{sh}$  é um coeficiente dado conforme a Tabela 14 abaixo:

Tabela 14: Valor de  $K_{sh}$  em função do número de dias após a cura

Tempo depois do fim da cura até a aplicação da protensão, em dias	1	3	5	7	10	20	30	60
$K_{sh}$	0,92	0,85	0,80	0,77	0,73	0,64	0,58	0,45

(Fonte: adaptada da Tabela 19.3.1.1 do ACI318-14)

A avaliação da perda por relaxação sofre influência das outras perdas, uma vez que essas contribuem para oscilações na tensão da armadura, o que por sua vez altera a perda por relaxação. Sendo assim, a variação na tensão da armadura de protensão devido à perda por relaxação  $\Delta f_{pRE}$  é dada por:

$$\Delta f_{pRE} = [K_{re} - J \cdot (\Delta f_{pSH} + \Delta f_{pCR} + \Delta f_{pES})] \cdot C \quad \text{Eq. 3.85}$$

onde:

para  $f_{pi}/f_{pu} \geq 0,54$ :



$$C = [(f_{pi}/f_{pu})/0,21] \cdot (f_{pi}/f_{pu})/0,9 - 0,55] \quad \text{Eq. 3.86}$$

para  $f_{pi}/f_{pu} \leq 0,54$ :

$$C = (f_{pi}/f_{pu})/0,425 \quad \text{Eq. 3.87}$$

sendo:

$\Delta_{fpSH}$  é a perda de tensão devido à retração;

$\Delta_{fpCR}$  é a perda de tensão devido à fluência;

$\Delta_{fpES}$  é a perda de tensão devido ao encurtamento elástico do concreto;

$K_{re}$  é  $34MPa$ , para aços com tensão última de  $1900MPa$  e relaxação baixa;

$J$  é  $0,04$ , para aços com tensão última de  $1900MPa$  e relaxação baixa;

$f_{pi}$  é a tensão após as perdas iniciais na armadura;

$f_{pu}$  é a tensão última da armadura de protensão.

### 3.5 Verificação em serviço e nível de protensão

O nível de protensão, conforme discutido no item 2.7 deste trabalho, é um parâmetro que se relaciona com ao grau de fissuração permitido para as estruturas e conseqüentemente à sua durabilidade. As verificações em serviço devem ser realizadas, para garantir o nível de protensão necessário e outros requisitos relativos à durabilidade e boa utilização da estrutura. A seguir, serão apresentadas as prescrições das três normas estudadas para verificação das peças em serviço e determinação do seu nível de protensão.

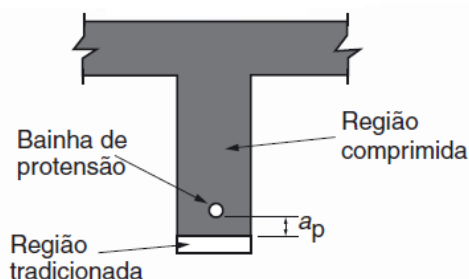
#### 3.5.1 Critérios da NBR6118:2014

Os Estados Limites de Serviço (ELS) são aqueles que se relacionam ao conforto do usuário, à durabilidade, à aparência e boa utilização das estruturas em relação aos usuários e equipamentos suportados pelas estruturas (item 10.4 da NBR6118:2014). De acordo com as prescrições da norma brasileira, devem-se verificar os estados limites:

- Estado Limite de Compressão Excessiva (ELS-CE): estado em que as tensões de compressão atingem o limite convencional estabelecido, usualmente empregado para verificação do concreto protendido na ocasião de aplicação da protensão;
- Estado Limite de Vibrações Excessivas (ELS-VE): Estado em que as vibrações atingem os limites estabelecidos para utilização normal da construção;

- Estado Limite de Formação de Fissuras (ELS-F): estado em que se inicia a formação de fissuras, atingido quando a tensão de tração máxima na seção transversal se iguala à resistência à tração na flexão do concreto;
- Estado Limite de Abertura das Fissuras (ELS-W): estado em que as fissuras se apresentam com aberturas iguais aos máximos especificados;
- Estado Limite de Deformações Excessivas (ELS-DEF): estado em que as deformações atingem os limites estabelecidos para utilização normal;
- Estado Limite de Descompressão (ELS-D): estado no qual um ou mais pontos da seção transversal apresentam tensão nula, não havendo tração no restante da seção;
- Estado Limite de Descompressão Parcial (ELS-DP): estado no qual garante-se a compressão na seção transversal numa região que se estende até uma distância  $a_p$  da armadura ativa, conforme ilustrado na Figura 51 a seguir.

Figura 51: Estado Limite de Descompressão Parcial



(Fonte: NBR6118:2014)

As combinações de ações contemplando a força de protensão ( $F_p$ ), as forças permanentes ( $F_g$ ) e as forças variáveis ( $F_q$ ) que são utilizadas para as verificações no ELS estão listadas na Tabela 15. Para o ELS, deve-se considerar a probabilidade reduzida de ação conjunta das diferentes ações, o que é realizado através dos coeficientes de redução das ações frequentes ( $\psi_1$ ) e quase permanentes ( $\psi_2$ ). Considerando a verificação isolada dos elementos de laje, os coeficientes de redução das ações referem-se às cargas variáveis atuando nos pisos da estrutura e são dados como:

- para locais em que não há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, nem de elevadas concentrações de pessoas:  
 $\psi_1 = 0,4$  e  $\psi_2 = 0,3$ ;
- para locais em que há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, ou de elevadas concentrações de pessoas:  
 $\psi_1 = 0,6$  e  $\psi_2 = 0,4$

- para bibliotecas, arquivos, oficinas e garagens:

$$\psi_1 = 0,7 \text{ e } \psi_2 = 0,6$$

Tabela 15: Combinações de ações para o ELS - NBR6118:2014

Combinações de serviço (ELS)	Descrição	Solicitações de cálculo
Combinações quase permanentes de serviço (CQP)	Nas combinações quase permanentes de serviço, todas as ações variáveis são consideradas com seus valores quase permanentes	$F_{d,ser} = F_p + \sum F_{gik} + \sum \psi_{2j} F_{qjk}$
Combinações frequentes de serviço (CF)	Nas combinações frequentes de serviço, a ação variável principal $F_{q1}$ é tomada com seu valor frequente $\psi_1 \cdot F_{q1k}$ e todas as demais ações variáveis são tomadas com seus valores quase permanentes $\psi_2 \cdot F_{qk}$	$F_{d,ser} = F_p + \sum F_{gik} + \psi_1 F_{q1k} + \sum \psi_{2j} F_{qjk}$
Combinações raras de serviço (CR)	Nas combinações raras de serviço, de serviço a ação variável principal $F_{q1}$ é tomada com seu valor característico $F_{q1k}$ e todas as demais ações variáveis são tomadas com seus valores frequentes $\psi_1 \cdot F_{qk}$	$F_{d,ser} = F_p + \sum F_{gik} + F_{q1k} + \sum \psi_{1j} F_{qj,k}$

(Fonte: adaptada da Tabela 11.4 da NBR6118:2014)

De acordo com as prescrições da NBR6118:2014, as estruturas protendidas têm o seu nível de protensão definido a depender da CAA do meio em que se encontram, de acordo com o apresentado na Tabela 16. Nessa tabela também são indicadas as verificações em serviço quanto à fissuração que devem ser realizadas e a combinação de carregamentos que deve ser considerada em cada verificação. A Tabela 16 apresenta requisitos mínimos para o nível de protensão. Contudo, é possível utilizar um nível maior do que o exigido para CAA e tipo de protensão se, para um caso específico, julgar-se necessário oferecer uma proteção maior à armadura. Observa-se que, para a protensão parcial, o dimensionamento é feito considerando o ELU e verifica-se o ELS-W para uma abertura de fissura ( $w_k$ ) máxima de 0,2mm. Já para a protensão limitada e para a protensão completa, o dimensionamento é feito considerando o ELS-F ou o ELS-D e o ELU é verificado.

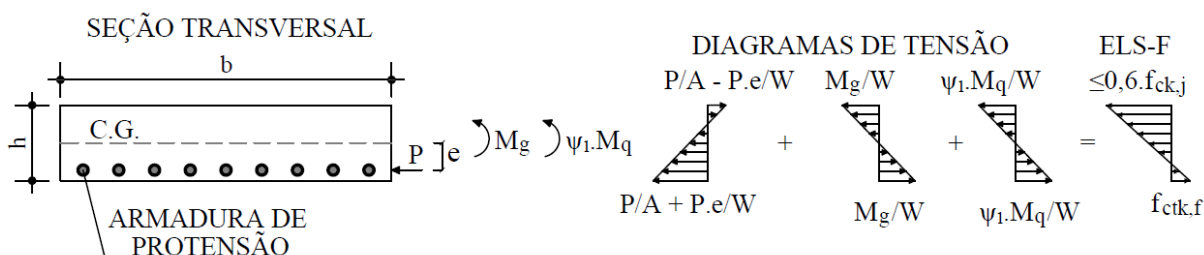
Conforme apresentado na nota 2 da Tabela 16, para as lajes lisas é suficiente atender a verificação ao ELS-F para combinação frequente de carregamentos, o que é condizente com o nível de protensão limitada que será utilizado para dimensionamentos realizados neste trabalho. A Figura 52 ilustra a distribuição de tensões na seção transversal considerando a combinação frequente de ações.

Tabela 16: Nível de protensão e verificações - NBR6118:2014

Nível de protensão	Agressividade	Exigências relativas à fissuração	Combinação de ações em serviço a utilizar
Nível 1 (Protensão parcial)	Pré-tração com CAA I ou pós-tração com CAA I e II	ELS-W: $w_k \leq 0,2\text{mm}$	Combinação frequente
Nível 2 (Protensão limitada)	Pré-tração com CAA II ou pós-tração com CAA III e IV	Verificar as duas condições abaixo:	
		ELS-F	Combinação frequente
Nível 3 (Protensão completa)	Pré-tração com CAA III e IV	Verificar as duas condições abaixo:	
		ELS-D <sup>a</sup>	Combinação quase permanente
<sup>a</sup> A critério do projetista, o ELD-D pode ser substituído pelo ELS-DP com $a_p=50\text{mm}$ NOTAS: 1 Para as CAA III e CAA IV, exige-se que as cordoalhas não aderentes tenham proteção especial na região de suas ancoragens; 2 No projeto de lajes lisas e cogumelo protendidas, basta ser atendido o ELS-F para combinação frequente das ações, em todas as classes de agressividade ambiental.			

(Fonte: adaptada da Tabela 13.4 da NBR6118:2014)

Figura 52: Diagramas de tensão no ELS-F



(Fonte: elaboração da autora)

O dimensionamento das peças ao ELS-F é feito igualando a tensão na borda inferior da seção (devido à protensão, carregamento permanente e variável) com a resistência característica do concreto à tração na flexão ( $f_{ctk,f}$ ), que é a limitação para o início da formação de fissuras. Considerando que as ações externas são conhecidas, a força de protensão necessária é calculada para satisfazer a tensão final igual ao  $f_{ctk,f}$ , considerando a máxima excentricidade possível para seção. A partir daí a área de aço ativa necessária é calculada. Não foi encontrada indicação na norma brasileira para tensão de compressão máxima na borda superior permitida no ELS-F, contudo, seguindo indicação apresentada em livros (a exemplo de CHOLFE e BONILHA, 2013) adota-se o limite de  $0,6f_{ck}$ , em que se considera que a microfissuração do concreto não esteja acentuada. Quando as peças são dimensionadas a partir do equilíbrio de carregamentos e a área de protensão já foi determinada, o ELS-F deve ser apenas verificado, nesse caso a carga

balanceada de protensão já entra na combinação de ações lançada no pórtico e verifica-se apenas a tensão obtida para o momento máximo provocado por todas as ações fatoradas.

A verificação ao ELS-CE é feita através da limitação da tensão máxima de compressão à  $0,7 \cdot f_{ckj}$  na verificação do ELU no ato da protensão (idade  $t_0$ ). Essa verificação é feita considerando a peça no Estádio I, sendo a tensão máxima de tração no concreto limitada à  $1,2 \cdot f_{ctm,j}$ , a ação da protensão majorada por  $\gamma_p = 1,1$  e demais ações com seu valor característico. A norma brasileira (item 17.2.4.3.2) indica que quando existirem tensões de tração nas seções transversais (mesmo que essas não superem as tensões limites), deve haver uma armadura de tração calculada no Estádio II, sendo a força na armadura igual à resultante das tensões de tração no concreto no Estádio I e a tração na armadura limitada a 150MPa em barras lisas e 250MPa em barras nervuradas.

A verificação ao ELS-DEF é realizada a partir do cálculo da flecha máxima da laje que deve ser inferior aos limites especificados para aceitabilidade sensorial dados pelo vão/250, considerando o deslocamento total (calculado para combinação quase permanente), e pelo vão/350, considerando a flecha provocada apenas pelos carregamentos variáveis. O cálculo da flecha imediata em um ponto, para lajes calculadas através do Método dos Pórticos Equivalentes, é feito de maneira simplificada através da soma das flechas dos dois pórticos equivalentes que se cruzam naquele ponto (EMERICK, 2005). Para o cálculo de flechas de peças com armaduras ativas, item 17.3.2.1.3 da NBR6118:2014, pode-se considerar a rigidez equivalente ( $E \cdot I_{eq}$ ) como sendo igual à rigidez oferecida pelo módulo de elasticidade secante do concreto e a inércia da seção bruta de concreto ( $E_{cs} \cdot I_c$ ), se não for ultrapassado o ELS-F, caso da protensão limitada. Para considerar o efeito ao longo do tempo, multiplica-se a parcela permanente da flecha imediata por  $(1 + \varphi)$ , onde  $\varphi$  é o coeficiente de fluência.

### 3.5.2 Critérios do EN1992-1-1:2004

De acordo com a norma EN1992-1-1:2004, item 5.10.9, para o ELS, deve-se considerar dois valores característicos para a força de protensão. Para pós-tração aderente, um valor corresponde a 0,90 da força média e o outro a 1,10 dessa. Para pós-tração não aderente, um valor corresponde a 0,95 da força média e o outro a 1,05 dessa. A norma EN1992-1-1:2004 indica que sejam utilizadas as prescrições do EN1990:2002 para o cálculo de combinações de ações. De acordo com o item 6.5.3 do EN1990:2002, as combinações de ações contemplando a força de protensão ( $F_p$ ), as forças permanentes ( $F_g$ ) e as forças variáveis ( $F_q$ ) que são utilizadas

para as verificações no ELS estão listadas na Tabela 17. Os coeficientes de redução das ações  $\psi_0$ ,  $\psi_1$  e  $\psi_2$ , considerando a o tipo de carga acidental da edificação, são dados como:

- para áreas residenciais e escritórios:  
 $\psi_0 = 0,7$ ,  $\psi_1 = 0,5$  e  $\psi_2 = 0,3$ ;
- para áreas de congregação, áreas de shopping e áreas de tráfego de veículos com peso inferior a 30kN:  
 $\psi_0 = 0,7$ ,  $\psi_1 = 0,7$  e  $\psi_2 = 0,6$ ;
- para áreas de congregação, áreas de shopping e áreas de tráfego de veículos com peso superior a 30kN:  
 $\psi_0 = 0,7$ ,  $\psi_1 = 0,5$  e  $\psi_2 = 0,3$ ;
- ara áreas de depósitos:  
 $\psi_0 = 1,0$ ,  $\psi_1 = 0,9$  e  $\psi_2 = 0,8$ .

Tabela 17: Combinações de ações para o ELS - EN1992-1-1:2004

Combinações de serviço (ELS)	Solicitações de cálculo
Combinação característica	$F_{d,ser} = F_p + \sum F_{gik} + F_{q1k} + \sum \psi_{0j} F_{qj,k}$
Combinação quase permanente	$F_{d,ser} = F_p + \sum F_{gik} + \sum \psi_{2j} F_{qjk}$
Combinação frequente	$F_{d,ser} = F_p + \sum F_{gik} + \psi_1 F_{q1k} + \sum \psi_{2j} F_{qjk}$

(Fonte: item 6.5.3 do EN1990:2002)

A norma EN1992-1-1:2004 não contempla um parâmetro que defina níveis de protensão. Contudo, essa norma impõe os limites de fissuração apresentado na Tabela 18.

Tabela 18: Limites de fissuração – EN1992-1-1:2004

Classe de agressividade	Concreto armado ou protendido com armadura não aderente	Concreto protendido com armadura aderente
	Combinação quase permanente	Combinação frequente
X0, XC1	$w_{max} = 0,4^1$	$w_{max} = 0,2$
XC2, XC3, XC4	$w_{max} = 0,3$	$w_{max} = 0,2^2$
XD1, XD2, XD3, XS1, XS2, XS3		Descompressão

<sup>1</sup> Para as classes X0 e XC1, a fissura tem pouca influência na durabilidade e esse limite é estabelecido por critérios gerais de aceitação da estética

<sup>2</sup> Para essas classes, deve-se verificar também a descompressão sobre o carregamento quase permanente

(Fonte: Tabela 7.1N do EN1990:2002)

O estado de descompressão prescrito pela EN1992-1-1:2004, corresponde ao ELS-DP da NBR6118:2014, sendo a medida  $a_p$  exigida entre a parte mais externa do cabo e ponto de tensão nula igual a 25mm. Para que seja possível realizar a comparação entre normas, será considerado de maneira geral a protensão limitada estabelecida pela norma brasileira que tem critérios similares ao apresentado para classe XC2, XC3 e XC4 do EN1992-1-1:2004. Nesse caso, é preciso respeitar a abertura de fissuras máxima de 0,2mm para pós-tração aderente e de 0,3mm para pós-tração não aderente. Conservadoramente, será adotado o critério de verificar a formação de fissuras para combinação frequente (o mesmo critério adotado pela NBR6118:2014) para ambos os sistemas de protensão, conforme também o foi adotado pelas bibliografias de Gilbert *et al.* (2017) e Aalami (2014). Esse critério é compatível com a consideração da seção não fissurada utilizada para o cálculo de tensões, deformações e inércia da seção. Apesar de a norma prescrever a verificação ao ELS-DP na nota 2 da Tabela 18, em comentário sobre a tabela é informado que é satisfatório atender à abertura de fissuras máximas para a combinação frequente.

Segundo o item 7.1.2 do EN1992-1-1:2004, para que a seção seja considerada não fissurada para o cálculo de tensões e deformações é preciso que a sua tensão de tração máxima não exceda  $f_{ct,eff}$ . O valor de  $f_{ct,eff}$  pode ser tomado como  $f_{ctm}$  ou  $f_{ctm,fl}$ , contanto que o mesmo valor adotado seja considerado para o cálculo da armadura mínima. Apesar de o item 7.1.2 do EN1992-1-1:2004 estabelecer o critério para controle de fissuração, ele não estabelece uma combinação de ações para que esse seja verificado. Entende-se, no entanto, que, por se tratar de um estado limite de fissuração, deve-se utilizar a combinação frequente de ações. Adota-se neste trabalho o valor de  $f_{ct,eff} = f_{ctm}$  para verificação do ELS-F, uma vez que esse valor se aproxima mais dos limites de tensão prescritos pelas outras referências (o valor de  $f_{ctm,fl}$  é consideravelmente superior aos demais limites).

O item 7.2 do EN1992-1-1:2004 enuncia as limitações de tensões que devem ser consideradas para o estado limite de serviço. Para combinações características de ações, nas situações em serviço e no ato da protensão, a tensão no concreto deve ser limitada a 0,6 de  $f_{ck}$ , para evitar fissuras longitudinais. Se a tensão no concreto for superior a 0,45 de  $f_{ck}$  para combinações quase permanentes, a fluência não linear deve ser considerada. Apesar de não ser explicitamente imposto pela referência normativa, considera-se que no ato de protensão a tensão de tração deve respeitar o limite de  $f_{ctm,j}$  para evitar a fissuração.

De acordo com o item 5.10.9 do EN1992-1-1:2004, o valor da força de protensão deve considerar possíveis variações no ELS. Para pós-tração aderente, considera-se coeficientes

multiplicadores de 1,1 ou 0,9 para força de protensão característica e, para pós-tração não aderente, considera-se os coeficientes multiplicadores de 1,05 e 0,95.

A verificação de deslocamentos é contemplada no item 7.4.1 do EN1992-1-1:2004. A flecha máxima deve respeitar o limite de aceitabilidade sensorial dados pelo  $v_{\text{vão}}/250$ , considerando a combinação quase permanente de ações.

### 3.5.3 Critérios do ACI318-14

Para verificação do ELS duas combinações de ações são indicadas pelo ACI318-14: a primeira é a combinação total (ou característica) e a segunda é a combinação mantida, ou *sustained*, conforme nomenclatura do ACI318-14, que equivale à combinação quase permanente das outras normas.

Para combinação característica em serviço, tem-se:

$$F_{d,ser} = F_p + \sum F_{gik} + F_{q1k} \quad \text{Eq. 3.88}$$

Já para combinação característica no instante inicial, adota-se o coeficiente majorador de 1,15 para protensão, conforme recomendação de Aalami (2014), assim, tem-se:

$$F_{d,ser} = 1,15 * F_p + F_{g1} \quad \text{Eq. 3.89}$$

A referida norma define que a combinação mantida deve considerar uma parcela da carga acidental que permaneça atuando durante a maior parte da vida útil da edificação, contudo o valor dessa parcela não é especificado. Adotando o valor indicado por Aalami (2014), tem-se para essa combinação que:

$$F_{d,ser} = F_p + \sum F_{gik} + 0,3 * F_{q1k} \quad \text{Eq. 3.90}$$

O critério da norma ACI318-14 que se assemelha ao nível de protensão é a classificação da estrutura quanto a sua tensão de tração na fibra mais externa ( $f_t$ ) em Fissurada, ou *cracked* (C), não fissurada, ou *uncracked* (U) e de transição entre não fissurada e fissurada, ou *transition between uncracked and cracked* (T). Os limites de tensão que dividem os elementos de flexão em geral nas classes “C”, “U” e “T” estão apresentados na Tabela 19. Contudo, os elementos de lajes protendidas bidirecionais só podem ser projetados como classe “U” e a sua tensão de tração limite é  $f_t \leq 0,50\sqrt{f'_c}$ , cujo valor é ainda menor do que a especificada na Tabela 19 para os demais elementos. Esse limite deve ser respeitado tanto para combinação mantida quanto para combinação característica. A referida norma indica (no item R.24.5.2.1) que as fissuras devem ser melhor controladas em ambientes agressivos, mas não impõe limites que relacionem classes de agressividade e fissuração. Para situação em serviço, a tensão no concreto



comprimido deve ser limitada a um valor de  $0,45.f'_{ci}$ , considerando o carregamento mantido, ou de  $0,60.f'_{ci}$ , considerando o carregamento característico.

Tabela 19: Classificação de elementos protendidos com base em  $f_t$  - ACI318-14

Comportamento	Limite de $f_t$
U	$f_t \leq 0,62\sqrt{f'_c}$
T	$0,62\sqrt{f'_c} < f_t \leq 1,00\sqrt{f'_c}$
C	$f_t > 1,00\sqrt{f'_c}$

(Fonte: adaptada da Tabela 19.3.1.1 do ACI318-14)

No instante de aplicação da protensão, apesar de a norma não especificar uma combinação a tensão no concreto comprimido deve ser limitada com base na sua resistência especificada nessa idade ( $f'_{ci}$ ) a um valor de  $0,70.f'_{ci}$ , para extremidades de lajes sem restrição de rotação imposta por elementos contínuos nas suas bordas (pilares-parede ou vigas), ou  $0,60.f'_{ci}$ , em outras localidades. Já a tensão no concreto tracionado, para mesma idade, é limitada a  $0,50.\sqrt{f'_c}$ , para extremidades sem restrição de rotação, ou  $0,25.\sqrt{f'_c}$ , em outras localidades. Caso a tensão limite do concreto na tração seja ultrapassada, a armadura passiva no Estádio II deve ser calculada, seguindo o mesmo procedimento adotado pelo ELU no ato da protensão da NBR6118:2014.

A verificação ao quanto aos deslocamentos (item 24.2 do ACI318-14) é realizada a partir do cálculo da flecha máxima da laje que deve ser inferior aos limites especificados pelo vão/360, considerando a flecha provocada pelos carregamentos variáveis, e pelo vão/240, considerando o carregamento mantido.

### 3.6 Verificação na ruptura

As verificações na ruptura devem ser realizadas, para garantir a integridade e segurança da estrutura sobre todas as possibilidades para as suas máximas ações solicitantes. A seguir, serão apresentadas as prescrições das três normas estudadas para verificação das peças na ruptura.

### 3.6.1 Critérios da NBR6118:2014

Os Estados Limites Últimos (ELU) são aqueles que se relacionam ao colapso, ou a qualquer outra forma de ruína estrutural, que determina a paralisação do uso da estrutura (item 3.2.1 da NBR6118:2014). De acordo com as prescrições da norma brasileira, devem-se verificar os estados limites:

- ELU da perda do equilíbrio da estrutura, admitida como corpo rígido;
- ELU de esgotamento da capacidade resistente da estrutura, no seu todo ou em parte, devido às solicitações normais e tangenciais;
- ELU de esgotamento da capacidade resistente da estrutura, no seu todo ou em parte, considerando os efeitos de segunda ordem;
- ELU provocado por solicitações dinâmicas;
- ELU de colapso progressivo;
- ELU de esgotamento da capacidade resistente da estrutura no seu todo ou em parte, considerando exposição ao fogo;
- ELU de esgotamento da capacidade resistente da estrutura, considerando ações sísmicas;
- outros ELUs que eventualmente possam ocorrer em casos especiais.

De maneira isolada, para verificação de lajes protendidas solicitadas à flexão, este trabalho trata apenas do ELU de esgotamento da capacidade resistente da estrutura à flexão. Esse ELU deve ser verificado no instante de aplicação da protensão, conforme descrito no item 3.5.1 para verificação do ELS-CE, e no tempo infinito onde imagina-se que tenham ocorrido as perdas progressivas, conforme será discutido a seguir.

A combinação normal de ações contemplando a força de protensão ( $F_p$ ), as ações permanentes diretas ( $F_g$ ) e indiretas ( $F_{\varepsilon gk}$ ), e as ações variáveis diretas ( $F_q$ ) e indiretas ( $F_{\varepsilon qk}$ ), que é utilizada para a verificação do esgotamento da capacidade resistente no ELU é dada por:

$$F_d = \gamma_p \cdot F_p + \gamma_g \cdot F_{gk} + \gamma_{\varepsilon g} \cdot F_{\varepsilon gk} + \gamma_q (F_{q1k} + \sum \psi_{0j} \cdot F_{qjk}) + \gamma_{\varepsilon q} \cdot \psi_{0\varepsilon} \cdot F_{\varepsilon qk} \quad \text{Eq. 3.91}$$

onde:

$\gamma_p$  é 1,2 para ação desfavorável e 0,9 para ação favorável;

$\gamma_g$  é 1,4 para ação desfavorável e 1,0 para ação favorável;

$\gamma_q$  é 1,4 para cargas variáveis em geral, exceto temperatura.

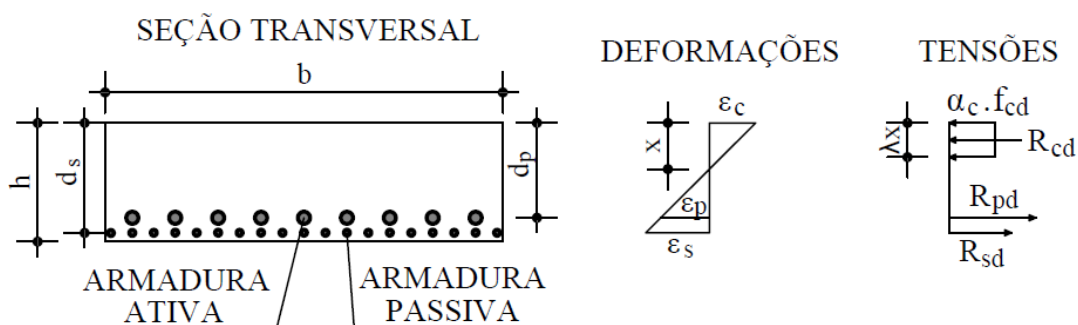
e o valor de  $\psi_0$  é dado, considerando a permanência de cargas acidentais, de acordo com a tabela 11.2 da NBR6118:2014, por:

- para locais em que não há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, nem de elevadas concentrações de pessoas:  
 $\psi_0 = 0,5$ ;
- para locais em que há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, ou de elevadas concentrações de pessoas:  
 $\psi_0 = 0,7$ ;
- para bibliotecas, arquivos, oficinas e garagens:  
 $\psi_0 = 0,8$ .

A solicitação de cálculo no ELU não deve considerar a ação da ação isostática da protensão (alívio de carregamentos), uma vez que a contribuição da força de protensão será avaliada para o equilíbrio das seções. Contudo, os efeitos hiperestáticos da protensão devem ser calculados separadamente pois fazem parte do sistema global da estrutura. Os momentos hiperestáticos podem ser obtidos a partir da subtração do momento isostático ( $P.e$ ) dos momentos obtidos considerando apenas as forças de alívio (ou carregamentos equilibrados) no pórtico. As reações hiperestáticas provocadas, devem ser acrescentadas ao dimensionamento de pilares.

A Figura 53 ilustra a distribuição de deformações e tensões no ELU em uma seção transversal com armadura ativa conhecida (calculada para o ELS) e passiva desconhecida.

Figura 53: Distribuição de deformações e tensões no ELU



(Fonte: elaboração da autora)

De acordo com o ilustrado na Figura 53, as forças normais de cálculo para compressão no concreto ( $R_{cd}$ ), tração na armadura passiva ( $R_{sd}$ ) e tração na armadura ativa ( $R_{pd}$ ) são dadas por:

$$R_{cd} = b \cdot \alpha_c \cdot f_{cd} \cdot \lambda \cdot x \quad \text{Eq. 3.92}$$

$$R_{sd} = \sigma_{sd} \cdot A_s \quad \text{Eq. 3.93}$$

$$R_{pd} = \sigma_{pd} \cdot A_p \quad \text{Eq. 3.94}$$

onde:

$f_{cd}$  é a resistência à compressão de cálculo do concreto;

$\sigma_{sd}$  é a tensão de cálculo atuando na armadura passiva;

$\sigma_{pd}$  é a tensão de cálculo atuando na armadura ativa;

$b_w$  é a base da seção;

$\lambda$  e  $\alpha_c$  são os parâmetros de ajuste do diagrama retangular;

$x$  é a profundidade da linha neutra;

$A_s$  é a área de aço da armadura ativa;

$A_p$  é a área de aço da armadura passiva.

Fazendo o somatório de momentos em torno do centro de gravidade da peça (ver Figura 53) tem-se que:

$$M_{rd} = R_{cd} \cdot \left( \frac{h}{2} - 0,4 \cdot x \right) + R_{sd} \cdot \left( d_s - \frac{h}{2} \right) + R_{pd} \cdot \left( d_p - \frac{h}{2} \right) \quad \text{Eq. 3.95}$$

onde:

$M_{rd}$  é o momento resistente de cálculo da seção;

$h$  é a altura da seção;

$d_p$  é a distância da fibra mais comprimida até o centro de gravidade da armadura ativa;

$d_s$  é a distância da fibra mais comprimida até o centro de gravidade da armadura passiva.

Seja  $N_{rd}$  o esforço normal resistente de cálculo da seção e  $N_{sd}$  é o esforço normal solicitante de cálculo da seção, com o equilíbrio de  $N_{rd}$  e  $N_{sd}$ , para flexão simples, tem-se:

$$N_{rd} = N_{sd} \rightarrow R_{cd} - R_{sd} - R_{pd} = 0 \quad \text{Eq. 3.96}$$

ou melhor:

$$R_{sd} = R_{cd} - R_{pd} \quad \text{Eq. 3.97}$$

Substituindo o valor de  $R_{sd}$ , obtido na Eq. 3.97, na Eq. 3.95, tem-se:

$$M_{rd} = R_{cd} \cdot \left( \frac{h}{2} - 0,4 \cdot x \right) + (R_{cd} - R_{pd}) \cdot \left( d_s - \frac{h}{2} \right) + R_{pd} \cdot \left( d_p - \frac{h}{2} \right) \quad \text{Eq. 3.98}$$

Na Eq. 3.98, pode-se calcular iterativamente  $x$  para respeitar a condição de equilíbrio  $M_{rd} = M_{sd}$ , onde a deformação, tensão e força nas armaduras dependem do estado de deformação na peça que é influenciado por  $x$ . Esse cálculo iterativo pode ser realizado com facilidade através de mecanismos de programação como a função “Atingir meta” do programa

Excel, que utiliza internamente o processo de Newton-Raphson. Se não puder ser encontrado um valor para  $x$  as dimensões da seção devem ser revisadas.

Com o valor de  $x$  calculado, pode-se calcular a força necessária de cálculo na armadura passiva a partir da Eq. 3.97. Se essa força for negativa, a protensão sozinha já foi suficiente para equilibrar a seção no ELU e utiliza-se uma mínima armadura passiva, se essa força for positiva, a armadura passiva necessária é dada por:

$$A_s = R_{sd}/\sigma_{sd} \quad \text{Eq. 3.99}$$

O cálculo da força atuando na armadura de protensão no ELU é feito, para pós-tração aderente considerando o pré-alongamento da armadura a compatibilidade de deformações na seção. O pré-alongamento consiste na deformação já existente na armadura até o ponto em que o concreto, na altura do centro de gravidade da armadura, atinge a tensão nula devido à ação dos carregamentos externos, considerando que esse inicialmente sofria compressão devido à ação da protensão. Nesse ponto o concreto está no limite de sofrer tensões de tração e, a partir daí, considera-se que existe a compatibilidade de deformações dentro de um dos domínios de flexão estabelecidos no item 17.2.2 da NBR6118:2014. O valor da deformação de pré-alongamento ( $\varepsilon_{pn}$ ) é dado por:

$$\varepsilon_{pn} = \gamma_p \cdot \frac{(P_\infty + \alpha_p \cdot A_p \cdot \sigma_{cp})}{E_p \cdot A_p} \quad \text{Eq. 3.100}$$

onde:

$P_\infty$  é a força de protensão após todas as perdas;

$\alpha_p$  é a relação entre módulos de elasticidade da armadura e do concreto;

$A_p$  é a área da armadura de protensão;

$E_p$  é o módulo de elasticidade do concreto;

$\sigma_{cp}$  é a tensão do concreto na altura da armadura de protensão considerando a isolada de  $P_\infty$ ;

$\gamma_p = 0,9$  considerando que o pré-alongamento é um efeito favorável ao ELU.

Assim a deformação total na armadura ativa para pós-tração aderente é calculada considerando o pré-alongamento e a deformação adicional da seção ( $\varepsilon_{p1}$ ) que se comporta dentro dos domínios de flexão, através de:

$$\varepsilon_{pd} = \varepsilon_{pn} + \varepsilon_{p1} \quad \text{Eq. 3.101}$$

Os domínios de flexão utilizados para o dimensionamento de lajes são os domínios 2 e 3. No domínio 2, considera-se a ruptura causada pela deformação plástica excessiva da armadura, sendo a deformação na armadura passiva de 10‰ e a deformação do concreto

variando entre 0 e  $\varepsilon_{cu}$  (deformação última a depender da classe do concreto). Os valores da altura da linha neutra ( $x$ ) que pertencem a esse domínio, são limitados por:

$$0 \leq x \leq \frac{\varepsilon_{cu}}{10\text{‰} + \varepsilon_{cu}} \cdot d_s \quad \text{Eq. 3.102}$$

Nesse domínio a deformação na armadura ativa é dada por:

$$\varepsilon_{p1} = \frac{10(d_p - x)}{d_s - x} \text{‰} \quad \text{Eq. 3.103}$$

Já para o domínio 3, considera-se a ruptura causada pelo encurtamento do concreto, sendo a deformação na borda mais comprimida do concreto de  $\varepsilon_{cu}$  e a deformação na armadura passiva variando de  $\varepsilon_{yd}$  (deformação de escoamento de cálculo) e 10‰. Os valores da altura da linha neutra ( $x$ ) que pertencem a esse domínio, são limitados por:

$$\frac{\varepsilon_{cu}}{10\text{‰} + \varepsilon_{cu}} \cdot d_s \leq x \leq \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{yd}} \cdot d_s \quad \text{Eq. 3.104}$$

sendo o valor de  $x$  limitado ainda por  $0,45d_s$ , para concretos com  $f_{ck} \leq 50\text{MPa}$ , e  $0,35d_s$ , para concretos com  $50\text{MPa} < f_{ck} \leq 90\text{MPa}$ , conforme estabelecido no item 14.6.4.3 da NBR6118:2014.

Nesse domínio a deformação na armadura ativa é dada por:

$$\varepsilon_{p1} = \frac{3,5(d_p - x)}{x} \text{‰} \quad \text{Eq. 3.105}$$

Já o cálculo da força atuante na armadura de protensão no ELU para pós-tração não-aderente é feito considerando uma expressão aproximada da norma para o acréscimo de tensão que a armadura sofre no ELU. Nesse tipo de protensão não existe compatibilidade de deformações para cada seção transversal, uma vez que a armadura desliza entre o concreto e só existe aderência nas ancoragens. A NBR6118:2014 utiliza os mesmos valores adotados pela norma ACI318-14 para o acréscimo de tensões, sendo esse valor equacionado a partir de resultados de ensaios. Esse acréscimo de tensões ( $\Delta\sigma_p$ ) é estabelecido, no item 17.2.2, como sendo:

- para vão/altura útil  $\leq 35$ :

$$\Delta\sigma_p = 70 + \frac{f_{ck}}{100 \cdot \rho_p} \leq 420\text{MPa} \quad \text{Eq. 3.106}$$

- para vão/altura útil  $> 35$ :

$$\Delta\sigma_p = 70 + \frac{f_{ck}}{300 \cdot \rho_p} \leq 210\text{MPa} \quad \text{Eq. 3.107}$$

onde  $\rho_p$  é a taxa de armadura de protensão na seção:  $\rho_p = A_p/(b \cdot d_p)$ .

Assim a tensão total na armadura ativa para pós-tração não-aderente é calculada por:

$$\sigma_{pd} = \frac{P_\infty}{A_p} + \Delta\sigma_p \quad \text{Eq. 3.108}$$

Esse valor pode ser utilizado diretamente na Eq. 3.94 para o cálculo da força atuando na armadura de protensão. Como a deformação na armadura não aderente é uma média entre as duas extremidades, sugere-se que o valor de  $P_\infty$  utilizado na Eq. 3.108 seja um valor médio obtido para a faixa considerada.

### 3.6.2 Critérios do EN1992-1-1:2004

A norma EN1992-1-1:2004 indica que sejam utilizadas as prescrições do EN1990:2002 para o cálculo de combinações de ações. No item 6.4.3.2 do EN1990:2002 é definida uma combinação de ações normais para o ELU no mesmo formato prescrito pela NBR6118:2014, conforme apresentado item 3.6.1 deste trabalho. Contudo, o valor dos coeficientes de ponderação das ações utilizados para a EN1990:2002 são diferentes, sendo dados por:

$\gamma_p$  é 1,2 para ação desfavorável e 1,0 para ação favorável;

$\gamma_g$  é 1,35 para ação desfavorável e 1,0 para ação favorável;

$\gamma_q$  é 1,5 para cargas variáveis em geral, exceto temperatura.

e o valor de  $\psi_0$  é dado, considerando a o tipo de carga acidental da edificação, de acordo com a tabela A1.1 do EN1990:2002 por:

- para áreas residenciais, escritórios, áreas de congregação, áreas de shopping, áreas de tráfego de veículos:

$$\psi_0 = 0,5;$$

- para áreas de depósitos:

$$\psi_0 = 1,0$$

O acréscimo de tensões para armadura ativa não-aderente é estabelecido, no item 5.10.8 da referida norma, como podendo ser considerado igual a  $100MPa$ , na falta de resultados mais precisos em que se considere a deformação de toda estrutura para calcular a deformação na armadura ativa não-aderente.

Diferentemente da norma brasileira, em que a deformação da armadura passiva é limitada no valor de 10‰, na norma EN1992-1-1:2004 a deformação da armadura passiva deve ser inferior apenas à sua deformação última de cálculo (item 6.1 da EN1992-1-1:2004).

Contudo, a deformação última do concreto especificada pela referida norma ( $\varepsilon_{c3}$ ) é definida e o seu valor é idêntico ao apresentado para deformação última do concreto ( $\varepsilon_{cu}$ ) da NBR6118:2014 (indicado no item 3.1.1 deste trabalho). Nesse caso, apesar da EN1992-1-1:2004 permitir, no ELU, variações na deformação do concreto desde a deformação nula até a deformação  $\varepsilon_{c3}$ , a maioria dos livros e materiais didáticos (CONCRETE SOCIETY, 2005; GILBERT *et al.*, 2017) fixa essa deformação no concreto no ELU para o cálculo da resistência das seções.

Neste trabalho, segue-se a recomendação das bibliografias e considera-se a deformação do concreto comprimido como fixa em  $\varepsilon_{c3}$ , o que seria equivalente ao domínio 3 da NBR6118:2014. Apesar da deformação na armadura passiva não ter um limite rígido, essa é limitada, indiretamente, na medida em que se controla a altura máxima da linha neutra com o parâmetro ( $x/d_s$ ), que também possui limites iguais ao apresentado pela NBR6118:2014. A deformação na armadura ativa é limitada a  $0,9 * \varepsilon_{uk}$ , sendo  $\varepsilon_{uk}$  igual à sua deformação última de cálculo. Caso, durante o cálculo do momento resistente essa deformação seja ultrapassada, será considerado um caso análogo ao do domínio 2 da NBR6118:2014, em que essa será fixa e a deformação do concreto varia entre 0 e  $\varepsilon_{c3}$ .

### 3.6.3 Critérios do ACI318-14

A combinação de ações última, ou resistência requerida ( $U$ ), estabelecida pela norma ACI318-14 deve considerar os efeitos das cargas permanentes ( $D$ ), cargas variáveis ( $L$ ), cargas de vento ( $W$ ), cargas de acúmulo de neve ( $S$ ) carga de acúmulo de chuva ( $R$ ), carga de terremotos ( $E$ ), entre outros tipos de cargas. A norma ACI318-14 indica também, no item 5.3.11, que a resistência requerida deve considerar também cargas internas induzidas pelo efeito hiperestático da protensão ( $H$ ) com seu valor característico. Para lajes protendidas solicitadas à flexão, considerando as ações isoladas de cargas permanentes, acidentais e hiperestática, a resistência requerida  $U$  pode ser calculada por:

$$U \leq \begin{cases} 1,4 * D + 1,0 * H \\ 1,2 * D + 1,6 * L + 1,0 * H \end{cases} \quad \text{Eq. 3.109}$$

O acréscimo de tensões para armadura ativa não-aderente é estabelecido, no item 5.10.8 da referida norma, como podendo ser considerado igual a  $100MPa$ , na falta de resultados mais precisos em que se considere a deformação de toda estrutura para calcular a deformação na armadura ativa não-aderente.



Diferentemente da norma brasileira, assim como apresentado para EN1992-1-1:2004, o ACI318-14 limita a deformação da armadura passiva apenas à sua deformação última de cálculo. A deformação última do concreto especificada pela referida norma corresponde à deformação de 3‰, independentemente da classe de concreto utilizada. Essa deformação máxima no concreto é fixa no ELU para o cálculo da resistência das seções a partir da compatibilidade entre deformações (item R.21.2.2 do ACI318-14).

As seções são classificadas quanto à sua ruptura pelo ACI318-14 como sendo controladas pela tração, controladas pela compressão ou transicionais. Peças controladas pela tração tem uma maior ductilidade antes da ruptura, sendo a sua deformação na armadura mais externa ( $\varepsilon_t$ ) maior ou igual a 5‰, ou a relação entre linha neutra e altura útil da armadura mais tracionada ( $c/d_t$ ) menor ou igual a 0,375, Para que se possa considerar a redistribuição de esforços na seção  $\varepsilon_t$  deve ser maior ou igual a 7,5‰. Peças controladas pela compressão tem ruptura frágil sendo  $\varepsilon_t$  menor ou igual à deformação de escoamento da armadura ( $\varepsilon_{ty}$ ), ou ( $c/d_t$ ) maior ou igual a 0,6. Peças que tem deformação  $\varepsilon_t$  entre os limites de  $\varepsilon_{ty}$  e 5‰ são denominadas transicionais.

Essa divisão das estruturas quanto a sua forma de ruptura é utilizada para o cálculo do fator de redução da resistência da seção ( $\phi$ ) que, na flexão, corresponde a 0,90 para seções controladas à tração, 0,65 para seções controladas à compressão e valores interpolados a depender de  $\varepsilon_t$  para peças transicionais. Lajes e vigas são usualmente dimensionadas como peças controladas à tração, enquanto pilares são normalmente pelas controladas à compressão.

Desse modo o valor do momento resistente ( $M_u$ ) de Lajes é calculado a partir do momento nominal ( $M_n$ ), obtido com as equações de equilíbrio, por:

$$M_u = (\phi = 0,90) \cdot M_n \quad \text{Eq. 3.110}$$

A tensão última na armadura ativa ( $f_{ps}$ ), para pós-tração aderente, pode ser calculada com base na compatibilidade de deformações, assim como para as outras normas, ou, se a tensão efetiva na armadura no tempo infinito ( $f_{se}$ ) for maior que metade da sua tensão última ( $f_{pu}$ ), pode-se calcular  $f_{ps}$  a partir de:

$$f_{ps} = f_{pu} \cdot \left\{ 1 - \frac{\gamma_p}{\beta_1} \left[ \rho_p \cdot \frac{f_{pu}}{f'_c} + \frac{d}{d_p} \cdot \frac{f_y}{f'_c} \cdot (\rho - \rho') \right] \right\} \quad \text{Eq. 3.111}$$

onde:

$\gamma_p$  é 0,28 para aços de relaxação baixa ( $f_{py}/f_{pu} \geq 0,9$ );

$f_{py}$  é a tensão de escoamento da armadura ativa;

$\beta_1$  é o fator relativo à altura do diagrama retangular de tensões, ver item 3.1.3;

$\rho_p$  é a taxa da armadura ativa na seção;

$f'_c$  é a resistência especificada do concreto;

$d$  é a distância da fibra mais comprimida até o centro da armadura longitudinal de tração;

$d_p$  é a distância da fibra mais comprimida até o centro da armadura de protensão;

$f_y$  é a tensão de escoamento da armadura passiva;

$\rho$  é a taxa da armadura passiva de tração na seção;

$\rho'$  é a taxa da armadura passiva de compressão na seção.

A tensão última na armadura ativa ( $f_{ps}$ ), para pós-tração não aderente, pode ser calculada com base em procedimento mais rigoroso de cálculo ou, ou, se  $f_{se}$  for maior que metade de  $f_{pu}$ , pode-se calcular  $f_{ps}$  a partir de:

- para vão/altura da laje  $\leq 35$ :

$$f_{ps} \leq \begin{cases} f_{se} + 70 + f'_c / (100 \cdot \rho_p) \\ f_{se} + 420 \\ f_{py} \end{cases} \quad \text{Eq. 3.112}$$

- para vão/altura da laje  $> 35$ :

$$f_{ps} \leq \begin{cases} f_{se} + 70 + f'_c / (300 \cdot \rho_p) \\ f_{se} + 210 \\ f_{py} \end{cases} \quad \text{Eq. 3.113}$$

onde:

$f_{py}$  é a tensão de escoamento da armadura ativa;

$\rho_p$  é a taxa da armadura ativa na seção;

$f'_c$  é a resistência especificada do concreto.

### 3.7 Armaduras mínimas

A seguir serão apresentadas as prescrições normativas das referências estudadas para armaduras mínimas e detalhamento de armaduras de flexão de lajes protendidas pós-tracionadas.

#### 3.7.1 Critérios da NBR6118:2014

A NBR6118:2014 enuncia no item 19.3.3 os critérios para a definição de armaduras passivas mínimas para lajes, conforme apresentado na Tabela 20 a seguir.

Tabela 20: Armaduras passivas mínimas

Armadura	Elementos estruturais com armadura ativa aderente	Elementos estruturais com armadura ativa não aderente
Armaduras negativas	$\rho_s \geq \rho_{min} - \rho_p \geq 0,67\rho_{min}$	$\rho_s \geq \rho_{min} - 0,5 * \rho_p \geq 0,67\rho_{min}$
Armaduras negativas de bordas sem continuidade	$\rho_s \geq 0,67\rho_{min}$	$\rho_s \geq 0,67\rho_{min}$
Armaduras positivas de lajes armadas nas duas direções	$\rho_s \geq 0,67\rho_{min} - \rho_p \geq 0,5\rho_{min}$	$\rho_s \geq \rho_{min} - 0,5\rho_p \geq 0,5\rho_{min}$

(Fonte: adaptada da Tabela 19.1 da NBR6118:2014)

Na Tabela 20, tem-se que  $\rho_s = A_s/A_c$  é a taxa de armadura passiva,  $\rho_p = A_p/A_c$  é a taxa de armadura ativa e  $\rho_{min}$  é a taxa de armadura mínima definida, para seções retangulares, conforme apresentado na Tabela 21 a seguir.

Tabela 21: Taxa de armadura mínima para seções retangulares

$f_{ck}$	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90
$\rho_{min}(\%)$	0,15	0,15	0,15	0,164	0,179	0,194	0,208	0,211	0,219	0,226	0,233	0,239	0,245	0,251	0,256

(Fonte: adaptada da Tabela 17.3 da NBR6118:2014)

Para lajes pós-tracionadas não aderentes deve-se respeitar uma armadura mínima negativa sobre os apoios dada por:

$$A_s \geq 0,00075 * h * l \quad \text{Eq. 3.114}$$

sendo:

$h$  a altura da laje;

$l$  o vão médio da laje medido na direção da armadura a ser colocada.

Essa armadura mínima sobre apoios deve cobrir a região transversal a ela, compreendida pela dimensão dos apoios, acrescida de  $1,5 * h$  para cada lado.

### 3.7.2 Critérios do EN1992-1-1:2004

Conforme apontado no item 3.5.2, o atendimento da tensão de tração limite para combinação frequente é considerado suficiente para o controle de fissuras nas peças causado pelos carregamentos atuantes. Caso essa condição não fosse atendida, para peças fissuradas de concreto armado ou peças com protensão parcial, seria necessário o cálculo da armadura contra

fissuração causada pelos carregamentos (conforme apresentado no item 7.2 do EN1992-1-1:2004).

O item 9.2 do EN1992-1-1 trata sobre as armaduras mínimas longitudinais necessárias para lajes planas e vigas. Essa armadura é dada por:

$$A_{s,min} = \frac{0,26 * b_t * d * f_{ctm}}{f_{yk}} \geq 0,0013 * b_t * d \quad \text{Eq. 3.115}$$

sendo:

$d$  a altura útil da seção considerando a armadura passiva;

$b_t$  é a largura média da zona tracionada;

$f_{ctm}$  é a resistência média à tração;

$f_{yk}$  é a tensão de escoamento da armadura passiva.

Como não é feita indicação na norma sobre se a área de aço mínima deve ser utilizada para região de momentos positivos ou negativos, considera-se a mesma para ambas. De acordo com o item 7.3.2.4 do EN1992-1-1:2004, em elementos de concreto protendido, não é necessária nenhuma armadura mínima na seção quando, sob combinações características de ação, a máxima tensão de tração for inferior a  $f_{ctm}$ .

Diferentemente das outras normas, a norma EN1992-1-1:2004 não faz indicação para armadura mínima sobre colunas para pós-tração não aderente.

Outro critério da EN1992-1-1:2004 é que, para lajes protendidas com cabos não aderentes, a resistência última à flexão deve ser superior a 1,15 vezes o momento de fissuração ( $M_{cr}$ ), dado por:

$$M_{cr} = \left( f_{ct,f} + \frac{P}{A} \right) * w \quad \text{Eq. 3.116}$$

sendo:

$f_{ct,f}$  a resistência à tração na flexão;

$P/A$  a razão de compressão;

$w = I/y$  o módulo resistente da seção.

### 3.7.3 Critérios do ACI318-14

O item 8.6.2 do ACI318-14 prescreve as armaduras mínimas em lajes protendidas. Para lajes com pós-tração aderente as áreas de aço passiva e ativa devem ser minimamente suficientes para suportar um momento de 1,2 vezes o de fissuração ( $M_{cr}$ ), dado por:

$$M_{cr} = \left( f_r + \frac{P}{A} \right) * w \quad \text{Eq. 3.117}$$

sendo:

$f_r = 0,62 * \sqrt{f'_c}$  a resistência à tração na flexão;

$P/A$  a razão de compressão;

$w = I/y$  o módulo resistente da seção.

Nesse caso, se a armadura ativa não for suficiente para resistir a  $1,2 * M_{cr}$ , deve-se complementá-la com armadura passiva.

A Tabela 22 ilustra os critérios do ACI318-14, para área de aço mínima com base na tensão máxima de tração no concreto calculada para carregamentos em serviço ( $f_t$ ).

Tabela 22: Armadura passiva mínima para lajes protendidas armadas em duas direções

Região	$f_t$ em serviço	$A_{s,min}$
Momento Positivo	$f_t \leq 0,17 * \sqrt{f'_c}$	Não necessária
	$0,17 * \sqrt{f'_c} \leq f_t \leq 0,5 * \sqrt{f'_c}$	$\left( \frac{N_c}{0,5 * f_y} \right)^{[1],[2],[4]}$
Momento Negativo	$\leq 0,5 * \sqrt{f'_c}$	$(0,00075 * A_{cf})^{[3],[4]}$

[1] O valor da tensão de escoamento da armadura passiva  $f_y$  não deve exceder 420 MPa;  
 [2]  $N_c$  é a força de tração resultante atuando na porção de concreto tracionado na seção transversal devido à ação conjunta do carregamento de serviço e protensão;  
 [3]  $A_{cf}$  é a maior área da seção transversal de dois pórticos equivalentes que se cruzam em direções ortogonais sobre o pilar;  
 [4] Para lajes com protensão aderente, pode-se reduzir de  $A_{s,min}$  a área de armaduras de protensão localizada dentro da região de cálculo de  $N_c$ , para momentos positivos, ou dentro da região da coluna acrescida de  $1,5*h$ (laje) para cada um de seus lados, para momentos negativos.

(Fonte: adaptada da Tabela 8.6.2.3 do ACI318-14)

Quando necessária, a mínima armadura positiva é dada por:

$$A_{s,pos} = \frac{N_c}{0,5 * f_y} \quad \text{Eq. 3.118}$$

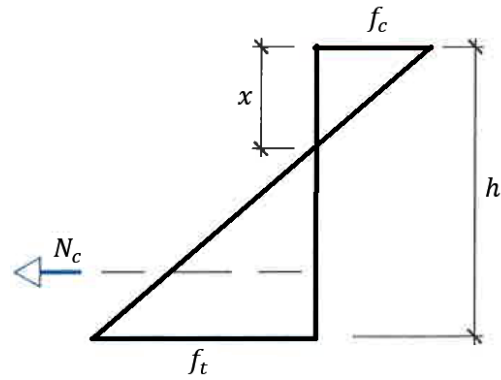
sendo:

$N_c$  a força de tração resultante atuando na porção do concreto tracionado na seção;

$f_y$  a tensão de escoamento da armadura passiva.

A força  $N_c$  é calculada para o instante imediatamente anterior ao início da fissuração, cujo estado de tensão está ilustrado da Figura 54.

Figura 54: Estado de tensão imediatamente anterior à formação da fissura



(Fonte: adaptada de ALLAMI, 2014)

Pela Figura 54, observa-se que  $x$  e  $N_c$  são calculados por:

$$x = \frac{f_c * h}{f_c + f_t} \quad \text{Eq. 3.119}$$

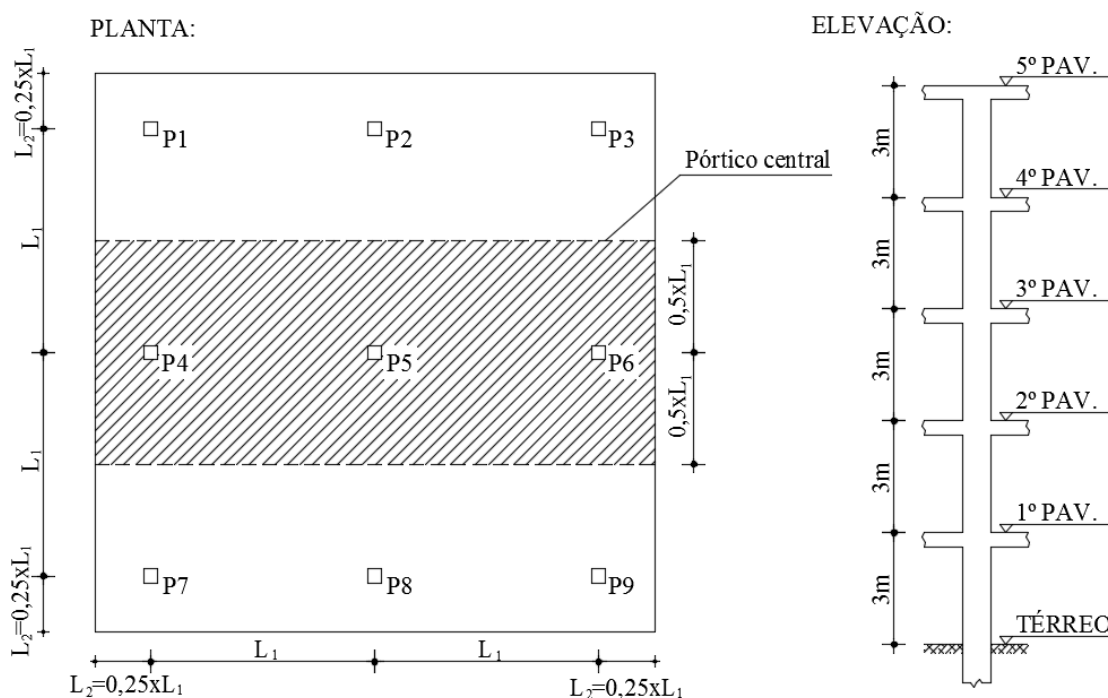
$$N_c = b * (h - x) * f_t / 2 \quad \text{Eq. 3.120}$$

sendo  $b$  a largura da faixa considerada.

#### 4 EXEMPLOS COMPARATIVOS ENTRE NORMAS

Neste capítulo, serão apresentados os resultados de exemplos de cálculo comparativos elaborados segundo as prescrições normativas das normas NBR6118:2014, ACI318-14 e EN1992-1-1:2004. A metodologia adotada segue a indicada por Emerick (2005) para o Método dos Pórticos Equivalentes (MPE). Para tanto, foi considerada a região da laje pertencente ao pórtico central da planta modelo indicada na Figura 55, para valores  $L_1$  variando entre 8m e 12m. Essa mesma configuração de planta será considerada posteriormente, no Capítulo 5, para resolução de exemplos de cálculo utilizando o Método de Analogia de Grelha (MAG).

Figura 55: Planta modelo



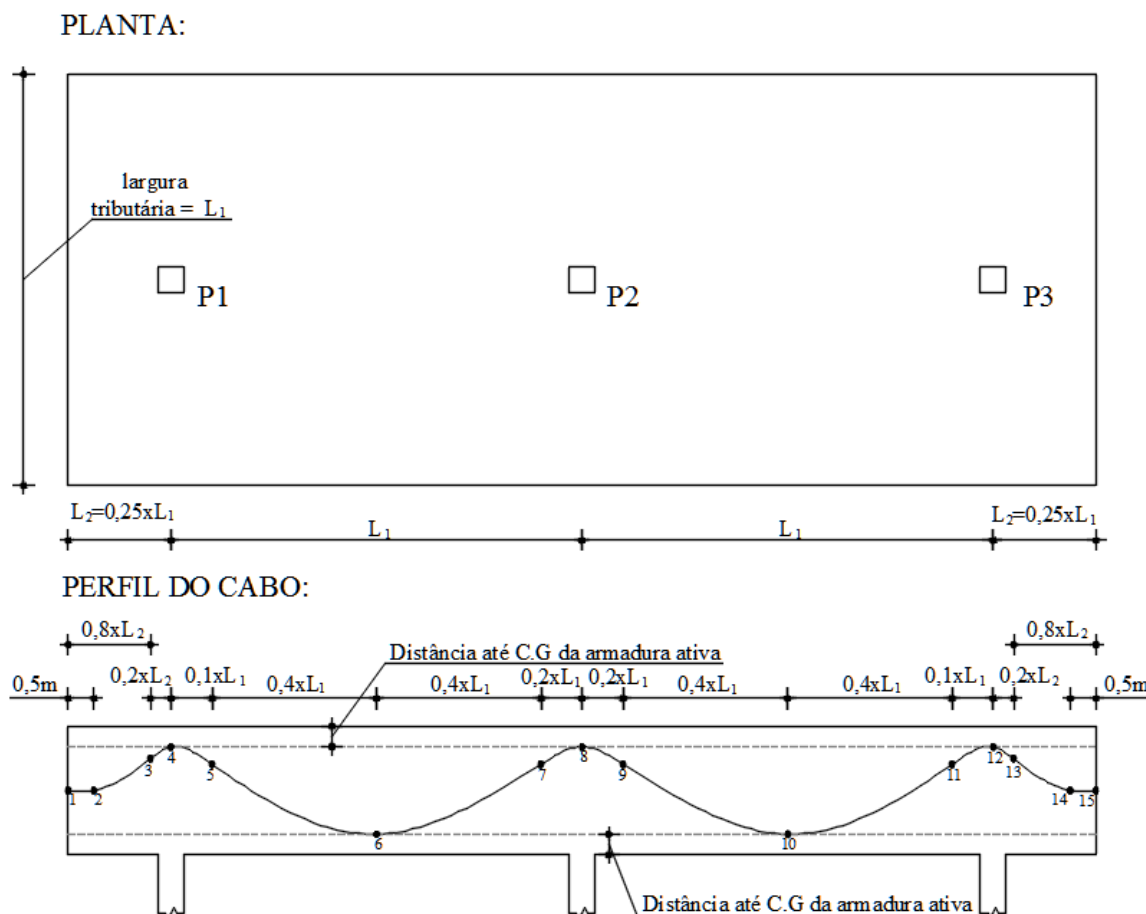
(Fonte: elaborada pela Autora)

A Figura 56 ilustra a correlação entre as dimensões da planta da faixa de laje e o perfil do cabo considerado. Observa-se que as ordenadas dos pontos de inflexão não indicadas na Figura 56 foram calculadas de acordo com a Eq. 2.3. Para o perfil adotado, buscou-se aproveitar o máximo da excentricidade possível em cada vão.

Para a faixa de laje analisada, conforme foram variados os valores de  $L_1$  (de 8 a 12m), variou-se também as demais dimensões, seguindo indicações apresentadas na Figura 56. O pilar central foi pré-dimensionado considerando um carregamento total de  $12\text{kN/m}^2$  e uma edificação de 5 pavimentos. Para os demais pilares foi considerada a mesma dimensão. Sendo assim, foram

adotados pilares de 45x45 para  $L_1 = 8m$ , 50x50 para  $L_1 = 9m$ , 55x55 para  $L_1 = 10m$ , 63x63 para  $L_1 = 11m$  e 70x70 para  $L_1 = 12m$ .

Figura 56: Perfil de cabos para a faixa de laje



Como dados gerais adotados em todos os exemplos definiu-se:

- Distância piso a piso =  $3m$ ;
- $f_{ck} = 35MPa$ ;
- $f_c' = 33MPa$ ;
- Armadura passiva CA50, cobrimento mínimo de 25mm;
- Armadura ativa CP190RB, cobrimento mínimo de 30mm;
- Idade de aplicação da protensão ( $t_0$ ) = 7 dias;
- Cimento CPII;
- Agregado graúdo de granito;
- Umidade relativa do ambiente igual a 70%;
- Temperatura média anual igual a  $26^\circ C$ .



As definições de classe de concreto e cobrimento de armadura estão melhor apresentadas no item 4.2.

Os carregamentos adotados foram condizentes com a classificação de edifícios comerciais de escritórios, dados por:

- Peso próprio ( $g_1$ ): calculado conforme altura da laje;
- Revestimento e divisórias leves ( $g_2$ ) = 2,0kN/m<sup>2</sup>;
- Alvenaria no contorno da laje com espessura de 14cm ( $G_2$ ) = 5,8kN/m;
- Carga acidental ( $q$ ) = 2kN/m<sup>2</sup>.

A seguir serão apresentados os cálculos detalhados para a situação de  $L_1 = 10m$ . Para as outras situações serão apresentados apenas os resultados ao fim do capítulo.

#### 4.1 Pré-dimensionamento da altura da laje

Conforme recomendação de diversos autores, a exemplo de Emerick (2005), ACI318-14 e do Cement & Concrete Association of Australia (2003), para uma carga acidental de 2,0kN/m<sup>2</sup>, deve-se adotar a razão Vão / Altura = 40. Sendo assim, adota-se a altura dada por:

$$\frac{1000}{h} = 40 \rightarrow h = 25cm$$

#### 4.2 Seleção da classe de concreto e do cobrimento da armadura

A norma ACI318-14 não permite que seja utilizada a protensão parcial, pois de acordo com as prescrições da referida norma, para lajes, deve-se adotar a categoria “*Uncracked*”. Sendo assim, para uma comparação efetiva entre referências normativas, é preciso que os critérios utilizados pelas demais normas estudadas sejam referentes à Protensão limitada. Conforme discutido no item 3.5 deste trabalho, para verificação em serviço da NBR6118:2014, será verificado o ELS-F para combinação frequente e, para verificação em serviço do EN1992-1-1:2004 será verificado o ELS-DP (com  $a_p = 25mm$ ) também para combinação frequente.

A Classe de Agressividade Ambiental da NBR6118:2014 que corresponde à pós-tração limitada é a CAIII, que seria a classe forte correspondente a ambientes próximos ao mar. Contudo, considerando ambientes internos secos, pode-se utilizar os critérios mínimos da CAII. Sendo assim, a mínima resistência característica do concreto especificada para lajes de concreto protendido na CAII é 30MPa (correspondente ao mínimo necessário para os demais

elementos não protendidos na CAIII) e, o mínimo cobrimento nominal da armadura ativa é dado por 30mm e da armadura passiva é dado por 25mm.

Para Classe de Agressividade XC3 do EN1992-1-1:2004 correspondente a concreto dentro de edificações com umidade do ar moderada ou alta (similar à situação de lajes na CAIII da NBR6118:2014), tem-se que a mínima resistência característica do concreto é 30MPa e o mínimo cobrimento nominal (diminuindo uma classe por apresentar geometria de laje) é de 25mm para armadura passiva ou ativa não aderente e de 35mm para armadura ativa aderente.

Para Classe de Agressividade C1 do ACI318-14 correspondente a concreto exposto à umidade, mas protegido de fonte externa de cloretos (similar ao adotado para as outras normas), tem-se que a mínima resistência especificada é de  $f'_c = 17MPa$  e o mínimo cobrimento, independente da CAA, para armaduras ativas e passivas de lajes protendidas não expostas a condições climáticas e sem contato com o solo é de 20mm.

Observa-se que, para pós-tração aderente, os critérios da EN1992-1-1:2004 são um pouco mais conservadores e, para ambos os sistemas de pós-tração, os critérios do ACI318-14 são menos conservadores. Para que as lajes analisadas sejam equivalentes, serão utilizados os critérios da NBR6118:2014 para todas, sendo o cobrimento mínimo de 30mm, para armadura ativa, e de 25mm, para armadura passiva. Apesar do mínimo  $f_{ck}$  permitido ser o de 30MPa, adota-se o  $f_{ck}$  de 35MPa para aumentar a resistência da estrutura e melhorar o seu comportamento em serviço. A resistência especificada para o concreto pelo ACI318-14 é calculada pela Eq. 3.40 como sendo  $f'_c = 33MPa$ .

### 4.3 Cálculo da distância entre a borda da laje e o centro das armaduras

Conforme definido, o cobrimento mínimo da armadura passiva é de 25mm ( $cob_s$ ) e da armadura ativa de 30mm ( $cob_p$ ). Admite-se que a altura da bainha seja de  $\phi_b = 19mm$  para arranjos de até 4 cordoalhas, como informado em Protende (2013). Além disso, admite-se que exista apenas uma camada de armadura passiva entre o cobrimento e a armadura ativa, estando a armadura passiva da outra direção distribuída com espaçamento suficiente para não impedir o posicionamento da armadura ativa. O máximo diâmetro adotado para armadura passiva é de  $\phi_s = 10mm$  e o diâmetro adotado para armadura ativa é de  $\phi_p = 12,7mm$ .

Assim, para armadura passiva, tem-se que a distância da borda da laje mais próxima até o centro de gravidade da armadura ( $d_s$ ) é dado por:

$$d_s = cob_s + \phi_s/2 = 25 + 10/2 = 30mm$$

Para armadura ativa não aderente, tem-se que a distância da borda da laje mais próxima até o centro de gravidade da armadura ( $d_{p,NA}$ ) é dado por:

$$d_{p,NA} \geq \begin{cases} cob_s + \phi_s + \phi_p/2 = 25 + 10 + 12,7/2 = 41,35 \\ cob_p + \phi_p/2 = 30 + 12,7/2 = 36,35 \end{cases} = 41,35 \simeq 42mm$$

Para armadura ativa aderente, tem-se que quando essa é protendida, ela se aproxima da borda da bainha mais afastada da borda de laje mais próxima, sendo assim, tem-se que a distância da borda da laje mais próxima até o centro de gravidade da armadura aderente ( $d_{p,A}$ ) é dado por:

$$d_{p,A} \geq \begin{cases} cob_s + \phi_s + \phi_b - \phi_p/2 = 25 + 10 + 19 - 12,7/2 = 47,65 \\ cob_p + \phi_b + \phi_p/2 = 30 + 19 - 12,7/2 = 42,65 \end{cases} = 47,65 \simeq 48mm$$

Observa-se que a distância da borda mais próxima de laje até o centro de gravidade da armadura ativa aderente é maior do que a da não aderente em 6mm. Isso impacta diretamente no dimensionamento dos sistemas uma vez que a excentricidade do sistema aderente se torna menor do que a do sistema não aderente.

#### 4.4 Propriedades do concreto

Neste item serão apresentadas as propriedades do concreto para as três normas.

##### 4.4.1 Critérios da NBR6118:2014

Conforme definido anteriormente, a resistência característica aos 28 dias é dada por  $f_{ck} = 35MPa$ . Para o cálculo da resistência na idade de 7 dias ( $f_{ck,7}$ ), considerando cimento do tipo CPII, tem-se:

$$f_{ck,7} = 35 * \beta_1 = 35 * \exp \left\{ 0,25 \left[ 1 - \left( \frac{28}{7} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \right\} = 27,26 MPa$$

O valor da resistência característica à compressão de cálculo do concreto ( $f_{cd}$ ) é dado por:

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{35}{1,4} = 25,00 MPa$$

As resistências à tração características média ( $f_{ct,m}$ ), superior ( $f_{ctk,sup}$ ), inferior ( $f_{ctk,inf}$ ) e na flexão  $f_{ct,f}$  são dadas por:

$$f_{ct,m} = 0,3 * f_{ck}^{(2/3)} = 0,3 * 35^{(2/3)} = 3,21 \text{ MPa}$$

$$f_{ctk,inf} = 0,7 * f_{ct,m} = 0,7 * 3,21 = 2,25 \text{ MPa}$$

$$f_{ctk,sup} = 1,3 * f_{ct,m} = 1,3 * 3,21 = 4,17 \text{ MPa}$$

$$f_{ct,f} = \alpha * f_{ctk,inf} = 1,5 * 2,25 = 3,37 \text{ MPa}$$

O valor da resistência característica à tração de cálculo do concreto ( $f_{ctd}$ ) é dado por:

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c} = \frac{2,25}{1,4} = 1,60$$

Os módulos de elasticidade inicial ( $E_{ci}$ ) e secante ( $E_{cs}$ ) do concreto são dados por:

$$E_{ci} = \alpha_e * 5600 * \sqrt{f_{ck}} = 1,0 * 5600 * \sqrt{35} = 33.130,05 \text{ MPa}$$

$$E_{cs} = \alpha_i * E_{ci} = \left(0,8 + 0,2 * \frac{35}{80}\right) * 33.130,05 = 29.402,92 \text{ MPa}$$

O módulo de elasticidade inicial a 7 dias ( $E_{ci,7}$ ) é dado por:

$$E_{ci,7} = \left[\frac{f_{ck,7}}{f_{ck}}\right]^{0,5} * E_{ci} = \left[\frac{27,26}{35}\right]^{0,5} * 33.130,05 = 29.237,16 \text{ MPa}$$

#### 4.4.2 Critérios do EN1992-1-1:2004

Assim como para NBR6118:2014, tem-se:

$$f_{ck} = 35 \text{ MPa}$$

$$f_{ck,7} = 27,26 \text{ MPa}$$

$$f_{ctm} = 3,21 \text{ MPa}$$

$$f_{ctk,inf} = 2,25 \text{ MPa}$$

$$f_{ctk,sup} = 4,17 \text{ MPa}$$

O valor da resistência média à compressão do concreto ( $f_{cm}$ ) é dado por:

$$f_{cm} = f_{ck} - 8 = 35 - 8 = 27 \text{ MPa}$$

O valor da resistência característica à compressão de cálculo do concreto ( $f_{cd}$ ) é dado por:

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{35}{1,5} = 23,30 \text{ MPa}$$

O valor da resistência característica à tração de cálculo do concreto ( $f_{ctd}$ ) é dado por:

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c} = \frac{2,25}{1,5} = 1,50$$

A resistência à tração na flexão do concreto ( $f_{ctm,fl}$ ) é calculada através de:

$$f_{ctm,fl} = \max \left\{ \left( 1,6 - \frac{h}{1000} \right) * f_{ctm} = \max \left\{ \left( 1,6 - \frac{250}{1000} \right) * 3,21 = 4,33 MPa \right. \right.$$

Considera-se, no entanto, o valor de  $f_{ctm}$  para verificação de tensões em serviço, por esse estar mais próximo do requerido pelas outras referências e, portanto, fornecer dimensionamentos equivalentes. O valor de  $f_{ctm}$  também foi adotado para verificações em serviço feitas nos trabalhos de Gilbert *et al.* (2017) e Aalami (2014).

Os módulos de elasticidade secante ( $E_{cs}$ ) do concreto é dado por:

$$E_{cs} = 22.000 * \left[ \frac{f_{cm}}{10} \right]^{\frac{1}{3}} = 22.000 * \left[ \frac{27}{10} \right]^{\frac{1}{3}} = 30.643,49 MPa$$

O módulo de elasticidade secante inicial a 7 dias ( $E_{cs,7}$ ) é dado por:

$$E_{cs,7} = \left[ \frac{f_{cm}(t)}{f_{cm}} \right]^{0,3} * E_{cm} = \left[ \frac{27,26 - 8}{22} \right]^{0,3} * 30.643,49 = 27.681,21 MPa$$

#### 4.4.3 Critérios do ACI318-14

Conforme definido anteriormente, a resistência especificada aos 28 dias é dada por  $f'_c = 33 MPa$ . Como não é definida pela norma ACI318-14 uma equação para o cálculo da resistência na idade de 7 dias ( $f'_{c,7}$ ), considera-se a correlação com o  $f_{ck,7}$  calculado pelas outras normas, assim, tem-se:

$$f'_{c,7} = f_{ck,7} - 2,04 = 27,26 - 2,04 = 25,22 MPa$$

O módulo de ruptura (resistência à tração na flexão) é dado por:

$$f_r = 0,62 * \sqrt{f'_c} = 0,62 * \sqrt{33} = 3,56 MPa$$

Para lajes, que devem ser dimensionadas na categoria não fissurada, a máxima tensão de tração na flexão permitida é ainda diminuída para:

$$f_t = 0,50 * \sqrt{f'_c} = 0,62 * \sqrt{33} = 2,87 MPa$$

O módulo de elasticidade secante do concreto na idade de 28 dias ( $E_c$ ) é dado por:

$$E_c = 4700 * \sqrt{f'_c} = 4700 * \sqrt{33} = 26.999,44$$

O módulo de elasticidade secante do concreto na idade de 7 dias ( $E_{c,7}$ ) é dado por:

$$E_c = 4700 * \sqrt{f'_c} = 4700 * \sqrt{25,22} = 23.602,25$$

#### 4.5 Propriedades das armaduras passiva e ativa

Neste item são apresentadas as propriedades das armaduras para as três normas estudadas, conjuntamente, uma vez que, independente da norma, serão utilizadas as armaduras usuais empregadas para o dimensionamento de lajes à flexão no Brasil.

Para os dimensionamentos realizados, será utilizada a armadura passiva do tipo CA-50, cuja resistência característica ao escoamento ( $f_{yk}$ ) corresponde a 500MPa.

A resistência de cálculo da armadura passiva, para NBR6118:2014 e para o EN1992-1-1:2004, é dada por:

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{500}{1,15} = 434,78 \text{ MPa}$$

O módulo de elasticidade da armadura passiva ( $E_s$ ) corresponde a 210GPa.

A armadura ativa utilizada é do tipo CP190RB com diâmetro de 12,7mm, cujo valor da resistência característica à ruptura ( $f_{ptk}$ ) corresponde a 1900MPa. Esse valor é considerado para as normas NBR6118:2014 e EN1992-1-1:2004, contudo, conforme definido no item 3.2.3 deste trabalho, o máximo valor de  $f_{ptk}$  que pode ser adotado para o ACI318-14 é de 1860MPa. Conforme dados apresentados em Protende (2013), a resistência característica ao escoamento é calculada considerando a carga a 1% de deformação e a área da cordoalha através de:

$$f_{pyk} = \frac{P_{1\%deformação}}{A} = \frac{168,6kN}{99mm^2} = 1703,03 \text{ MPa}$$

A tensão de escoamento de cálculo ( $f_{pyd}$ ), para NBR6118:2014 e para o EN1992-1-1:2004, da armadura ativa é dada por:

$$f_{pyd} = \frac{f_{pyk}}{\gamma_s} = \frac{1703,03}{1,15} = 1480,90 \text{ MPa}$$

O módulo de elasticidade da armadura ativa ( $E_p$ ) é admitido como 200GPa e a deformação última como 3,5‰.

Observa-se que, para a norma ACI318-14 não são utilizadas resistências de cálculo minoradas para os materiais. Essa norma considera a resistência característica para o cálculo de esforços e os esforços resistentes são multiplicados por um coeficiente de segurança  $\phi$ .

#### 4.6 Modelagem do Pórtico Equivalente

Para a modelagem do pórtico foram consideradas as prescrições do ACI318-14 que contam com a modificação da inércia da laje na região do pilar (para considerar a rigidez da ligação) e com o uso de um comprimento equivalente do pilar (para considerar rotação conjunta do pilar e elemento torcional da laje), conforme melhor explicado no item 2.13 deste trabalho. Entende-se que, pelo fato das adaptações impostas ao pórtico equivalente pelo ACI318-14 buscarem considerar o comportamento bidirecional das lajes, essas devem ser incorporadas mesmo no estudo das outras normas. Seguindo a metodologia e equações apresentadas no item 2.13 deste trabalho, prossegue-se com os cálculos necessários para o método do pórtico equivalente.

As seções das barras de laje (não pertencentes à ligação com o pilar) são de 10m de largura por 0,25m de altura e as seções dos pilares são de 0,55m de largura por 0,55m de altura. A inércia dessas seções retangulares é calculada conforme as suas dimensões. Contudo, seguindo a recomendação do ACI318-14, a inércia da faixa de laje que se conecta ao pilar foi modificada para:

$$I_{lc} = \frac{I_l}{\left(1 - \frac{c_2}{l_2}\right)^2} = \frac{10 * 0,25^3 / 12}{\left(1 - \frac{0,55}{10}\right)^2} = 1,46 * 10^{-2} m^4$$

essa modificação foi feita através da utilização de uma altura equivalente ( $h_{eq}$ ) dada por:

$$\frac{10 * h_{eq}^3}{12} = 0,01458 \rightarrow h_{eq} = 0,26m$$

O comprimento equivalente das colunas foi calculado através de:

$$C = \left(1 - 0,63 \frac{x}{y}\right) * \frac{x^3 y}{3} = \left(1 - 0,63 \frac{0,25}{0,55}\right) * \frac{0,25^3 * 0,55}{3} = 2,044 * 10^{-3} m^4$$

$$K_t = \sum \frac{9 * C}{l_2 \left(1 - \frac{c_2}{l_2}\right)^3} * E_c = 2 * \frac{9 * 2,044 * 10^{-3}}{10 \left(1 - \frac{0,55}{10}\right)^3} * E_c = 4,36 * 10^{-3} * E_c$$

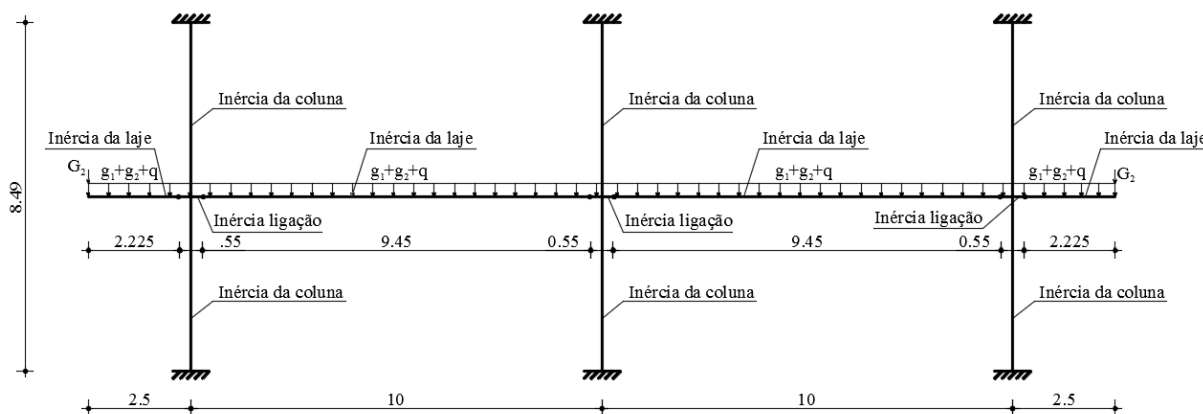
$$K_c = 2 * \frac{4I_c}{L} * E_c = 2 * \frac{4 * \left(\frac{0,55^4}{12}\right)}{3} * E_c = 2,03 * 10^{-2} * E_c$$

$$\frac{1}{K_{ec}} = \frac{1}{\sum K_c} + \frac{1}{K_t} = \frac{1}{2,03 * 10^{-2} * E_c} + \frac{1}{4,36 * 10^{-3} * E_c} \rightarrow K_{ec} = 3,59 * 10^{-3} * E_c$$

$$L_{ec} = \frac{4E_c I_c}{K_{ec}} = \frac{4 * 0,55 * 0,55^3 / 12}{3,59 * 10^{-3}} = 8,49 m$$

Para a modelagem do pórtico foi utilizado o programa FTOOL versão 4.0. A Figura 57 ilustra o pórtico com a distribuição de inércias nas barras e com a distribuição de carregamentos externos.

Figura 57: Pórtico equivalente



(Fonte: elaborada pela Autora)

Como se trata de um pórtico plano, os carregamentos distribuídos aplicados na área da laje ( $g_1, g_2$  e  $q$ ) devem ser transformados em carregamentos lineares atuando em toda a largura colaborante e o carregamento linear atuando na borda da laje ( $G_2$ ) deve ser transformado em uma carga pontual. Sendo assim, os carregamentos atuantes no pórtico são dados por:

- $g_1 = 6,25 * 10 = 62,5kN/m$
- $g_2 = 2 * 10 = 20kN/m$
- $G_2 = 5,8 * 10 = 58kN$
- $q = 2 * 10 = 20kN/m$

Devido ao perfil parabólico dos cabos são gerados carregamentos equivalentes pela protensão. A distribuição desses carregamentos no pórtico deve ser feita conforme indicado na Figura 58. Os carregamentos equivalentes, ilustrados na Figura 58, são calculados utilizando as equações indicadas no item 2.10 deste trabalho para os dados do perfil, considerando as excentricidades em cada trecho e sistema de protensão. Esses carregamentos são dados, conforme indicado a seguir, sendo o valor de  $p$  dado em  $kN/m$  e o valor de  $P$  (correspondente à força de protensão de todos os cabos no instante considerado) dado em  $kN$ .

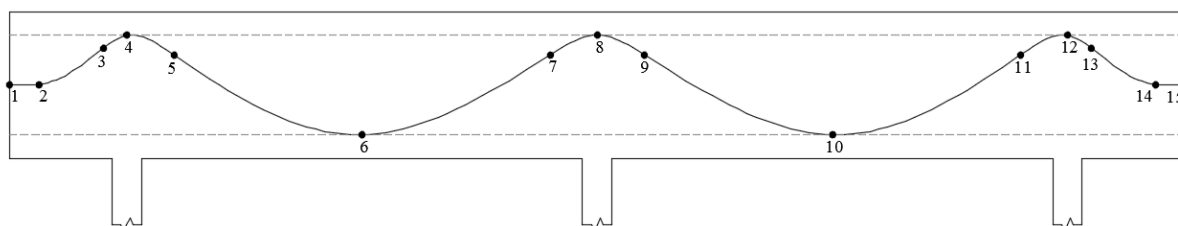
- Para pós-tração aderente:
  - $p_1 = 5,13 * 10^{-2} * P$
  - $p_2 = 1,54 * 10^{-1} * P$
  - $p_3 = 6,16 * 10^{-2} * P$
  - $p_4 = 1,54 * 10^{-2} * P$



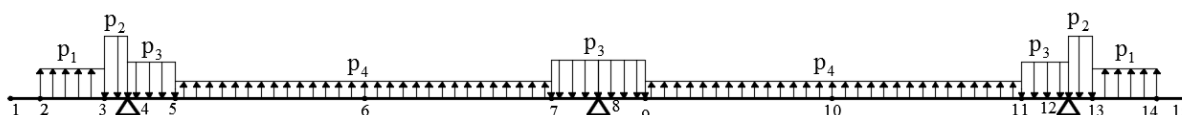
- Para pós-tração não aderente:
  - $p_1 = 5,53 * 10^{-2} * P$
  - $p_2 = 1,66 * 10^{-1} * P$
  - $p_3 = 6,64 * 10^{-2} * P$
  - $p_4 = 1,66 * 10^{-2} * P$

Figura 58: Distribuição do carregamento equivalente no pórtico

PERFIL DO CABO:



CARREGAMENTO EQUIVALENTE NO PÓRTICO:



(Fonte: elaborada pela Autora)

#### 4.7 Definição do carregamento a ser equilibrado

Para evitar problemas de fissuração na estrutura logo após concretagem, adota-se aqui o critério de balancear apenas o peso próprio da estrutura dado por:

$$g_1 = 25 \times 0,25 = 6,25 \text{ kN/m}^2$$

#### 4.8 Determinação da força de protensão necessária e quantidade de cabos

A seguir serão apresentados os cálculos da força de protensão e quantidade de cabos necessários para os processos de pós-tração aderente e não aderente. Esses cálculos foram feitos de acordo com as equações e parâmetros apresentados no item 2.11 deste trabalho.

#### 4.8.1 Pós-tração aderente

Para armadura ativa aderente, a força de protensão necessária para o balanço é de:

$$P = \frac{g_1 * l_1^2}{2 * f_1} + \frac{G_2 * l_1}{f_1} = \frac{6,25 * 2,5^2}{2 * (0,25/2 - 0,048)} + \frac{5,8 * 2,5}{(0,25/2 - 0,048)} = 432,22kN/m$$

e a força de protensão necessária para o vão interno é de:

$$P = \frac{g_1 * l_2^2}{8 * f_2} = \frac{6,25 * 10^2}{8 * (0,25 - 2 * 0,048)} = 507,31kN/m$$

Adota-se o maior valor, uma vez que a diferença entre os dois valores não é tão expressiva. Isso resulta na força total necessária para largura colaborante de 10m igual a:

$$P_{nec} = 10 * 507,31 = 5073,1kN$$

A tensão limite inicial da armadura de protensão aderente ( $\sigma_{pi,lim}$ ) e a força inicial na armadura ( $P_i$ ) para cada norma são dadas por:

- NBR6118:2014

$$\sigma_{pi,lim} \leq \begin{cases} 0,74 * f_{ptk} = 0,74 * 1900 = 1406 \\ 0,82 * f_{pyk} = 0,82 * 1703,03 = 1396,50 \end{cases} = 1396,5MPa$$

$$P_i = \sigma_{pi,lim} * A_p = 1396,5N/mm^2 * 99mm^2 * 10^{-3}kN/N = 138,25kN$$

- EN1992-1-1:2004

$$\sigma_{pi,lim} \leq \begin{cases} 0,80 * f_{ptk} = 0,80 * 1900 = 1520 \\ 0,90 * f_{pyk} = 0,90 * 1703,03 = 1532,77 \end{cases} = 1520MPa$$

$$P_i = \sigma_{pi,lim} * A_p = 1520N/mm^2 * 99mm^2 * 10^{-3}kN/N = 150,48kN$$

- ACI318-14

$$\sigma_{pi,lim} \leq \begin{cases} 0,80 * f_{ptk} = 0,80 * 1860 = 1488 \\ 0,94 * f_{pyk} = 0,94 * 1703,03 = 1600,85 \end{cases} = 1488MPa$$

$$P_i = \sigma_{pi,lim} * A_p = 1488N/mm^2 * 99mm^2 * 10^{-3}kN/N = 147,31kN$$

Adotando uma perda entre a força  $P_i$  e a força no tempo infinito após todas as perdas ( $P_\infty$ ) de 23% para todas as normas, calcula-se, para cada norma, o valor de  $P_\infty$ , o número de cordoalhas necessárias ( $N_{nec}$ ) e a razão de compressão efetiva ( $P/A_c$ ) através de:

- NBR6118:2014

$$P_\infty = P_i * (1 - 0,23) = 138,25 * 0,77 = 106,45kN$$

$$N_{nec} = P_{nec}/P_\infty = 5073,1/106,45 = 47,66 \rightarrow 47$$

$$P/A_c = \frac{47 * 106,45}{0,25 * 10} = 2001,26kN/m^2 = 2,00MPa$$

- EN1992-1-1:2004

$$P_{\infty} = P_i * (1 - 0,23) = 150,48 * 0,77 = 115,87kN$$

$$N_{nec} = P_{nec}/P_{\infty} = 5073,1/115,87 = 43,78 \rightarrow 43$$

$$P/A_c = \frac{43 * 115,87}{0,25 * 10} = 1992,96kN/m^2 = 1,99MPa$$

- ACI318-14

$$P_{\infty} = P_i * (1 - 0,23) = 147,31 * 0,77 = 113,43kN$$

$$N_{nec} = P_{nec}/P_{\infty} = 5073,1/113,43 = 44,72 \rightarrow 44$$

$$P/A_c = \frac{44 * 113,43}{0,25 * 10} = 1996,38kN/m^2 = 2,00MPa$$

Observa-se que o número de cordoalhas adotado é aproximado para menos, se fosse aproximado para mais aumentaria a quantidade do carregamento balanceado. Nota-se também que a razão de compressão efetiva está superior ao mínimo de 1MPa especificado pelas normas.

#### 4.8.2 Pós-tração não aderente

Para armadura ativa não aderente, a força de protensão necessária para o balanço é de:

$$P = \frac{g_1 * l_1^2}{2 * f_1} + \frac{G_2 * l_1}{f_1} = \frac{6,25 * 2,5^2}{2 * (0,25/2 - 0,042)} + \frac{5,8 * 2,5}{(0,25/2 - 0,042)} = 410,15kN/m$$

e a força de protensão necessária para o vão interno é de:

$$P = \frac{g_1 * l_2^2}{8 * f_2} = \frac{6,25 * 10^2}{8 * (0,25 - 2 * 0,042)} = 470,63kN/m$$

Adota-se o maior valor, uma vez que a diferença entre os dois valores não é tão expressiva. Isso resulta na força total necessária para largura colaborante de 10m igual a:

$$P_{nec} = 10 * 470,36 = 4706,33kN$$

A tensão limite inicial da armadura de protensão não aderente ( $\sigma_{pi,lim}$ ) e a força inicial na armadura ( $P_i$ ) para cada norma são dadas por:

- NBR6118:2014

$$\sigma_{pi,lim} \leq \begin{cases} 0,80 * f_{ptk} = 0,80 * 1900 = 1520 \\ 0,88 * f_{pyk} = 0,88 * 1703,03 = 1498,67 \end{cases} = 1498,67MPa$$

$$P_i = \sigma_{pi,lim} * A_p = 1498,67N/mm^2 * 99mm^2 * 10^{-3}kN/N = 148,37kN$$

- EN1992-1-1:2004 – valores iguais ao da protensão aderente:

$$\sigma_{pi,lim} = 1520MPa$$

$$P_i = 150,48kN$$

- ACI318-14 – valores iguais ao da protensão aderente

$$\sigma_{pi,lim} = 1488MPa$$

$$P_i = 147,31kN$$

Adotando uma perda entre a força  $P_i$  e a força no tempo infinito após todas as perdas ( $P_\infty$ ) de 14% para todas as normas, calcula-se para cada norma o valor de  $P_\infty$ , o número de cordoalhas necessárias ( $N_{nec}$ ) e a razão de compressão efetiva ( $P/A_c$ ) através de:

- NBR6118:2014

$$P_\infty = P_i * (1 - 0,14) = 148,37 * 0,86 = 127,60kN$$

$$N_{nec} = P_{nec}/P_\infty = 4706,33/127,60 = 36,88 \rightarrow 36$$

$$P/A_c = \frac{36 * 127,60}{0,25 * 10} = 1837,44kN/m^2 = 1,84MPa$$

- EN1992-1-1:2004

$$P_\infty = P_i * (1 - 0,14) = 150,48 * 0,86 = 129,41kN$$

$$N_{nec} = P_{nec}/P_\infty = 4706,33/129,41 = 36,37 \rightarrow 36$$

$$P/A_c = \frac{36 * 129,41}{0,25 * 10} = 1863,50kN/m^2 = 1,86MPa$$

- ACI318-14

$$P_\infty = P_i * (1 - 0,14) = 147,31 * 0,86 = 126,69kN$$

$$N_{nec} = P_{nec}/P_\infty = 4706,33/126,69 = 37,15 \rightarrow 37$$

$$P/A_c = \frac{37 * 126,69}{0,25 * 10} = 1875,01kN/m^2 = 1,88MPa$$

Observa-se que o número de cordoalhas adotado foi aproximado para menos, para não aumentar a quantidade do carregamento balanceado. Nota-se também que a razão de compressão efetiva está superior ao mínimo de 1MPa especificado pelas normas.

#### 4.9 Determinação das perdas de protensão imediatas

Para o cálculo das perdas imediatas, foram considerados os procedimentos detalhados no item 3.4.1, que são válidos tanto para NBR6118:2014, como também para as outras normas estudadas. Os coeficientes envolvidos no cálculo de perdas por atrito e ancoragem foram adotados, segundo informações apresentadas em Protende (2013), como sendo  $\mu = 0,20$ ,  $k = 0,003rad/m$  e  $\Delta_w = 6mm$ , para pós-tração aderente, e  $\mu = 0,06$ ,  $k = 0,003rad/m$  e  $\Delta_w = 4,5mm$ , para pós-tração não aderente.

Os valores obtidos para a força após perda por atrito ( $P_{at}$ ), a força após perda por escorregamento das ancoragens ( $P_{anc}$ ), a força após perda por encurtamento imediato ( $P_{enc}$ ) e a força média após perda imediata em cada intervalo entre dois pontos consecutivos ( $P_{0,med}$ ) nos 15 pontos principais do perfil (indicados na Figura 56), para pós-tração aderente, estão apresentados na Tabela 23, na Tabela 24 e na Tabela 25 para as normas NBR6118:2014, EN1992-1-1:2004 e ACI318-14, respectivamente.

Tabela 23: Perda de protensão inicial para pós-tração aderente – NBR6118:2014

Ponto	$x$	$y$	$\Delta x$	$\Delta y$	$\alpha$ (rad)	$\Sigma\alpha$	$P_{at}$ (kN)	$P_{anc}$ (kN)	$P_{enc}$ (kN)	$P_{0,med}$ (kN)
1	0,00	0,125	0,00	0,000	0,000	0,00	6497,84	5210,91	5183,20	0,00
2	0,50	0,125	0,50	0,000	0,000	0,00	6488,10	5220,65	5192,89	5188,04
3	2,00	0,183	1,50	0,058	0,077	0,08	6360,46	5348,30	5319,85	5256,37
4	2,50	0,202	0,50	0,019	0,077	0,15	6254,06	5454,70	5425,68	5309,29
5	3,50	0,171	1,00	0,031	0,062	0,22	6159,08	5549,68	5520,17	5472,93
6	7,50	0,048	4,00	0,123	0,062	0,28	6011,19	5697,57	5667,27	5593,72
7	11,50	0,171	4,00	0,123	0,062	0,34	5866,85	5841,91	5810,84	5739,05
8	12,50	0,202	1,00	0,031	0,062	0,40	5777,74	5777,74	5747,01	5778,93
9	13,50	0,171	1,00	0,031	0,062	0,46	5689,99	5689,99	5659,73	5703,37
10	17,50	0,048	4,00	0,123	0,062	0,52	5553,37	5553,37	5523,83	5591,78
11	21,50	0,171	4,00	0,123	0,062	0,58	5420,02	5420,02	5391,20	5457,51
12	22,50	0,202	1,00	0,031	0,062	0,65	5337,70	5337,70	5309,31	5350,25
13	23,00	0,183	0,50	0,019	0,077	0,72	5248,41	5248,41	5220,50	5264,91
14	24,50	0,125	1,50	0,058	0,077	0,80	5145,16	5145,16	5117,79	5169,15
15	25,00	0,125	0,50	0,000	0,000	0,80	5137,45	5137,45	5110,12	5165,31

(Fonte: elaborada pela autora)

Tabela 24: Perda de protensão inicial para pós-tração aderente – EN1992-1-1:2004

Ponto	$x$	$y$	$\Delta x$	$\Delta y$	$\alpha$ (rad)	$\Sigma\alpha$	$P_{at}$ (kN)	$P_{anc}$ (kN)	$P_{enc}$ (kN)	$P_{0,med}$ (kN)
1	0,00	0,125	0,00	0,000	0,00	0,00	6470,64	5268,75	5241,39	0,00
2	0,50	0,125	0,50	0,000	0,00	0,00	6460,94	5278,44	5251,04	5246,22
3	2,00	0,183	1,50	0,058	0,08	0,08	6333,83	5405,55	5377,49	5314,27
4	2,50	0,202	0,50	0,019	0,08	0,15	6227,88	5511,51	5482,89	5430,19
5	3,50	0,171	1,00	0,031	0,06	0,22	6133,29	5606,10	5576,99	5529,94
6	7,50	0,048	4,00	0,123	0,06	0,28	5986,02	5753,37	5723,50	5650,24
7	11,50	0,171	4,00	0,123	0,06	0,34	5842,29	5842,29	5811,96	5767,73
8	12,50	0,202	1,00	0,031	0,06	0,40	5753,55	5753,55	5723,68	5767,82
9	13,50	0,171	1,00	0,031	0,06	0,46	5666,17	5666,17	5636,75	5680,22
10	17,50	0,048	4,00	0,123	0,06	0,52	5530,12	5530,12	5501,41	5569,08
11	21,50	0,171	4,00	0,123	0,06	0,58	5397,33	5397,33	5369,31	5435,36
12	22,50	0,202	1,00	0,031	0,06	0,65	5315,36	5315,36	5287,76	5328,54
13	23,00	0,183	0,50	0,019	0,08	0,72	5226,44	5226,44	5199,31	5243,53
14	24,50	0,125	1,50	0,058	0,08	0,80	5123,62	5123,62	5097,02	5148,16
15	25,00	0,125	0,50	0,000	0,00	0,80	5115,94	5115,94	5089,38	5093,20

(Fonte: elaborada pela autora)

Tabela 25: Perda de protensão inicial para pós-tração aderente – ACI318-14

Ponto	$x$	$y$	$\Delta x$	$\Delta y$	$\alpha$ (rad)	$\Sigma\alpha$	$P_{at}$ (kN)	$P_{anc}$ (kN)	$P_{enc}$ (kN)	$P_{0,med}$ (kN)
1	0,00	0,125	0,00	0,000	0,00	0,00	6481,73	5267,59	5234,02	0,00
2	0,50	0,125	0,50	0,000	0,00	0,00	6472,01	5277,31	5243,67	5238,84
3	2,00	0,183	1,50	0,058	0,08	0,08	6344,69	5404,64	5370,19	5306,93
4	2,50	0,202	0,50	0,019	0,08	0,15	6238,55	5510,77	5475,64	5422,92
5	3,50	0,171	1,00	0,031	0,06	0,22	6143,80	5605,52	5569,79	5522,72
6	7,50	0,048	4,00	0,123	0,06	0,28	5996,28	5753,04	5716,37	5643,08
7	11,50	0,171	4,00	0,123	0,06	0,34	5852,30	5852,30	5815,00	5765,68
8	12,50	0,202	1,00	0,031	0,06	0,40	5763,41	5763,41	5726,68	5770,84
9	13,50	0,171	1,00	0,031	0,06	0,46	5675,88	5675,88	5639,70	5683,19
10	17,50	0,048	4,00	0,123	0,06	0,52	5539,59	5539,59	5504,28	5571,99
11	21,50	0,171	4,00	0,123	0,06	0,58	5406,58	5406,58	5372,12	5438,20
12	22,50	0,202	1,00	0,031	0,06	0,65	5324,46	5324,46	5290,53	5331,32
13	23,00	0,183	0,50	0,019	0,08	0,72	5235,40	5235,40	5202,03	5246,28
14	24,50	0,125	1,50	0,058	0,08	0,80	5132,40	5132,40	5099,68	5150,85
15	25,00	0,125	0,50	0,000	0,00	0,80	5124,70	5124,70	5092,04	5095,86

(Fonte: elaborada pela autora)

Os valores de  $P_{at}$ ,  $P_{anc}$ ,  $P_{enc}$  e  $P_{0,med}$ , para pós-tração não aderente, estão apresentados na Tabela 26, na Tabela 27 e na Tabela 28 para as normas NBR6118:2014, EN1992-1-1:2004 e ACI318-14, respectivamente.

Tabela 26: Perda de protensão inicial para pós-tração não aderente – NBR6118:2014

Ponto	$x$	$y$	$\Delta x$	$\Delta y$	$\alpha$ (rad)	$\Sigma\alpha$	$P_{at}$ (kN)	$P_{anc}$ (kN)	$P_{enc}$ (kN)	$P_{0,med}$ (kN)
1	0,00	0,125	0,00	0,000	0,000	0,00	5341,25	4721,29	4700,84	0,00
2	0,50	0,125	0,50	0,000	0,000	0,00	5333,24	4729,30	4708,81	4704,82
3	2,00	0,187	1,50	0,062	0,083	0,08	5282,98	4779,56	4758,85	4733,83
4	2,50	0,208	0,50	0,021	0,083	0,17	5248,92	4813,62	4792,77	4750,79
5	3,50	0,175	1,00	0,033	0,066	0,23	5212,42	4850,12	4829,11	4810,94
6	7,50	0,042	4,00	0,133	0,066	0,30	5129,80	4932,75	4911,37	4870,24
7	11,50	0,175	4,00	0,133	0,066	0,36	5048,48	5014,06	4992,34	4951,85
8	12,50	0,208	1,00	0,033	0,066	0,43	5013,38	5013,38	4991,65	4991,99
9	13,50	0,175	1,00	0,033	0,066	0,50	4978,51	4978,51	4956,94	4974,30
10	17,50	0,042	4,00	0,133	0,066	0,56	4899,60	4899,60	4878,37	4917,66
11	21,50	0,175	4,00	0,133	0,066	0,63	4821,93	4821,93	4801,04	4839,71
12	22,50	0,208	1,00	0,033	0,066	0,70	4788,40	4788,40	4767,66	4784,35
13	23,00	0,187	0,50	0,021	0,083	0,78	4757,53	4757,53	4736,92	4752,29
14	24,50	0,125	1,50	0,062	0,083	0,86	4712,69	4712,69	4692,28	4714,60
15	25,00	0,125	0,50	0,000	0,000	0,86	4705,63	4705,63	4685,24	4711,08

(Fonte: elaborada pela autora)

Tabela 27: Perda de protensão inicial para pós-tração não aderente – EN1992-1-1:2004

Ponto	$x$	$y$	$\Delta x$	$\Delta y$	$\alpha$ (rad)	$\Sigma\alpha$	$P_{at}$ (kN)	$P_{anc}$ (kN)	$P_{enc}$ (kN)	$P_{0,med}$ (kN)
1	0,00	0,125	0,00	0,000	0,00	0,00	5417,28	4805,37	4781,99	0,00
2	0,50	0,125	0,50	0,000	0,00	0,00	5409,16	4813,49	4790,07	4786,03
3	2,00	0,187	1,50	0,062	0,08	0,08	5358,18	4864,47	4840,80	4815,43
4	2,50	0,208	0,50	0,021	0,08	0,17	5323,64	4899,01	4875,18	4857,99
5	3,50	0,175	1,00	0,033	0,07	0,23	5286,62	4936,03	4912,02	4893,60
6	7,50	0,042	4,00	0,133	0,07	0,30	5202,82	5019,83	4995,41	4953,71
7	11,50	0,175	4,00	0,133	0,07	0,36	5120,35	5102,30	5077,48	5036,44
8	12,50	0,208	1,00	0,033	0,07	0,43	5084,74	5084,74	5060,00	5068,74
9	13,50	0,175	1,00	0,033	0,07	0,50	5049,38	5049,38	5024,81	5042,41
10	17,50	0,042	4,00	0,133	0,07	0,56	4969,34	4969,34	4945,16	4984,99
11	21,50	0,175	4,00	0,133	0,07	0,63	4890,57	4890,57	4866,78	4905,97
12	22,50	0,208	1,00	0,033	0,07	0,70	4856,56	4856,56	4832,93	4849,86
13	23,00	0,187	0,50	0,021	0,08	0,78	4825,25	4825,25	4801,77	4817,35
14	24,50	0,125	1,50	0,062	0,08	0,86	4779,78	4779,78	4756,52	4779,15
15	25,00	0,125	0,50	0,000	0,00	0,86	4772,61	4772,61	4749,39	4752,96

(Fonte: elaborada pela autora)

Tabela 28: Perda de protensão inicial para pós-tração não aderente – ACI318-14

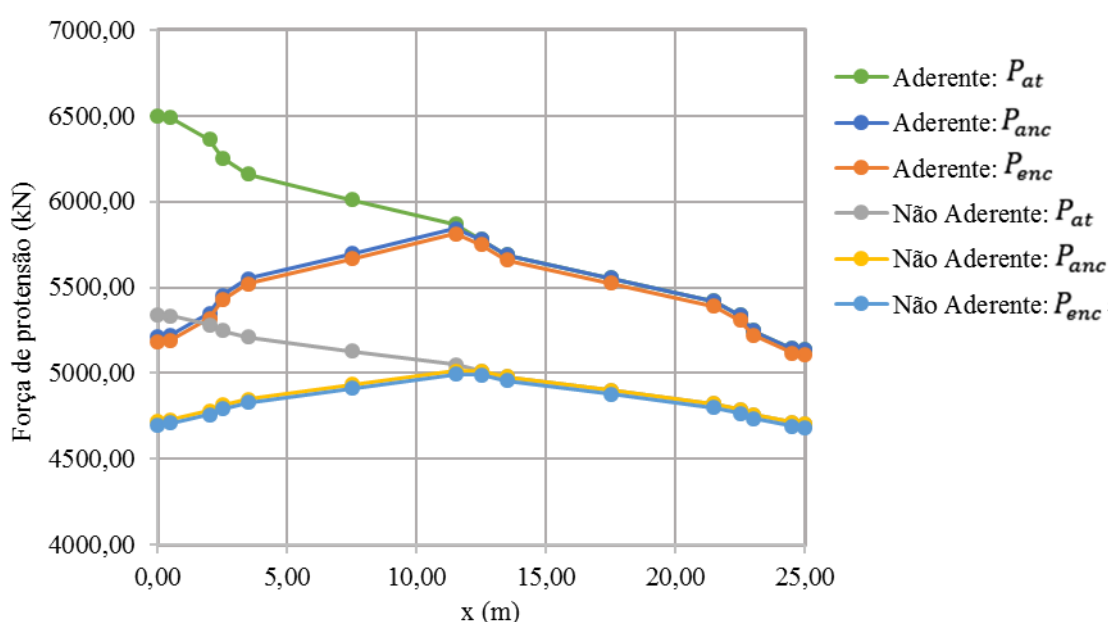
Ponto	$x$	$y$	$\Delta x$	$\Delta y$	$\alpha$ (rad)	$\Sigma\alpha$	$P_{at}$ (kN)	$P_{anc}$ (kN)	$P_{enc}$ (kN)	$P_{0,med}$ (kN)
1	0,00	0,125	0,00	0,000	0,00	0,00	5450,54	4828,99	4801,49	0,00
2	0,50	0,125	0,50	0,000	0,00	0,00	5442,37	4837,16	4809,61	4805,55
3	2,00	0,187	1,50	0,062	0,08	0,08	5391,09	4888,45	4860,61	4835,11
4	2,50	0,208	0,50	0,021	0,08	0,17	5356,33	4923,21	4895,17	4877,89
5	3,50	0,175	1,00	0,033	0,07	0,23	5319,08	4960,46	4932,20	4913,69
6	7,50	0,042	4,00	0,133	0,07	0,30	5234,76	5044,77	5016,04	4974,12
7	11,50	0,175	4,00	0,133	0,07	0,36	5151,79	5127,75	5098,54	5057,29
8	12,50	0,208	1,00	0,033	0,07	0,43	5115,96	5115,96	5086,82	5092,68
9	13,50	0,175	1,00	0,033	0,07	0,50	5080,39	5080,39	5051,45	5069,14
10	17,50	0,042	4,00	0,133	0,07	0,56	4999,86	4999,86	4971,38	5011,41
11	21,50	0,175	4,00	0,133	0,07	0,63	4920,60	4920,60	4892,58	4931,98
12	22,50	0,208	1,00	0,033	0,07	0,70	4886,39	4886,39	4858,55	4875,57
13	23,00	0,187	0,50	0,021	0,08	0,78	4854,88	4854,88	4827,23	4842,89
14	24,50	0,125	1,50	0,062	0,08	0,86	4809,13	4809,13	4781,74	4804,48
15	25,00	0,125	0,50	0,000	0,00	0,86	4801,92	4801,92	4774,57	4778,15

(Fonte: elaborada pela autora)

O Gráfico 1 ilustra a distribuição das forças  $P_{at}$ ,  $P_{anc}$  e  $P_{enc}$  conforme abscissa ( $x$ ) da laje para os casos de pós-tração aderente e não aderente da NBR6118:2014. Nota-se que as forças calculadas para pós-tração não aderente foram consideravelmente inferiores às da pós-tração aderente uma vez que se espera obter uma perda total menor para as últimas, de modo

que, no tempo infinito as forças de ambos os sistemas seriam equivalentes. As outras normas estudadas apresentam perdas iniciais com valores percentuais muito próximos ao obtido para NBR6118:2014, conforme será melhor explicado no item 4.9.1 a seguir. Sendo assim, a correlação entre perdas iniciais para ambos os sistemas pelas normas EN1992-1-1:2004 e ACI318-14 segue o mesmo comportamento disposto no Gráfico 1, com valores pouco diferentes do apresentado para NBR6118:2014.

Gráfico 1: Distribuição de forças conforme abscissa da laje para casos da NBR6118:2014



(Fonte: elaborada pela autora)

#### 4.9.1 Resultados comparativos para perdas imediatas

A partir dos valores de  $P_{0,med}$ , obtidos para cada trecho de comprimento  $\Delta_{xi}$ , calcula-se um valor médio da força inicial ( $P_0$ ) para todos os trechos da laje, fazendo:

$$P_0 = \frac{\sum P_{0,med} * \Delta_{xi}}{\sum \Delta_{xi}}$$

com o valor de  $P_0$ , pode-se calcular a perda média inicial ( $\Delta_{P_0}$ ) através de:

$$\Delta_{P_0} = \frac{P_i - P_0}{P_i}$$

onde  $P_i$  é o valor da força de protensão inicial aplicada no macaco.

A Tabela 29 ilustra um resumo comparativo entre os valores do número de cordoalhas necessário ( $N_{nec}$ ), da força inicial de protensão ( $P_i$ ), da força média de protensão após perdas



iniciais ( $P_0$ ) e da perda inicial média ( $\Delta_{P_0}$ ) obtidos para as normas estudadas considerando a pós-tração aderente. A Tabela 30 apresenta os mesmos resultados para pós tração não aderente.

Tabela 29: Resumo comparativo entre normas para pós-tração aderente com perdas iniciais

Parâmetro	NBR6118:2014	EN1992-1-1:2004	ACI318-14
$N_{nec}$	47	43	44
$P_i$	6497,84	6470,64	6481,73
$P_0$	5517,43	5527,85	5526,90
$\Delta_{P_0}$	15,1%	14,6%	14,7%

(Fonte: elaborada pela autora)

Tabela 30: Resumo comparativo entre normas para pós-tração não aderente com perdas iniciais

Parâmetro	NBR6118:2014	EN1992-1-1:2004	ACI318-14
$N_{nec}$	36	36	37
$P_i$	5341,25	5417,28	5450,54
$P_0$	4860,46	4935,12	4958,48
$\Delta_{P_0}$	9,0%	8,9%	9,0%

(Fonte: elaborada pela autora)

Observa-se que os valores obtidos para  $\Delta_{P_0}$  na Tabela 29 e na Tabela 30 foram bastante similares. Isso já era esperado uma vez que as normas apresentam os mesmos procedimentos de cálculo para perdas imediatas. As poucas variações entre os resultados se devem às diferenças nas propriedades dos materiais adotadas pelas diferentes normas.

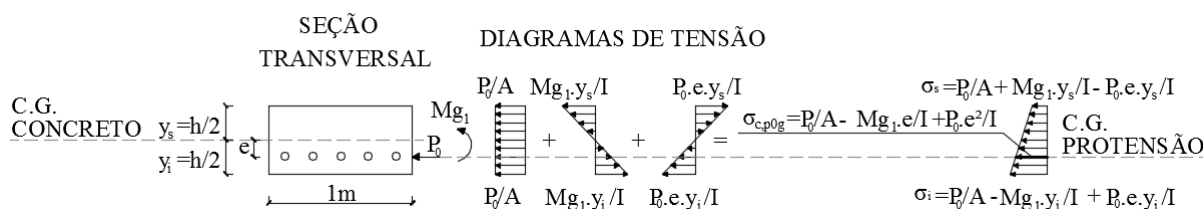
#### 4.10 Determinação das perdas de protensão progressivas

O cálculo das perdas progressivas de protensão é influenciado pela tensão do concreto adjacente ao centro de gravidade do cabo, que contribui para o fenômeno da fluência. Para o cálculo dessa tensão, são considerados diferentes procedimentos a depender do sistema de pós-tração.

Para pós-tração aderente essa tensão pode ser calculada pontualmente considerando a compressão causada pela força de protensão ( $P_0/A_p$ ), a tensão gerada pelo momento de protensão ( $P_0 * e_p^2/I_c$ ) e a tensão gerada pelo momento devido a outros carregamentos que devam ser considerados. Esses carregamentos são definidos nas normas e, usualmente, correspondem ao peso próprio da laje, podendo esse ser acrescido de outros carregamentos permanentes. A tensão desses carregamentos é dada por  $M * e_p/I_c$ , sendo  $M$  o momento obtido na seção considerada para o pórtico analisado sob tais carregamentos.

A Figura 60 ilustra o diagrama de tensões no instante inicial para pós-tração aderente. Considera-se o momento aplicado igual ao causado pelo peso próprio ( $g_1$ ) apenas, conforme prescrito pela NBR6118:2014. A tensão no concreto adjacente à armadura é denominada  $\sigma_{c,p0g}$ .

Figura 59: Diagrama de tensões no instante inicial para pós-tração aderente



(Fonte: elaborada pela autora)

Já para pós-tração não aderente, não existe a compatibilidade de deformações em todas as seções e, portanto, a tensão atuando no concreto é calculada apenas para a compressão média causada pela força de protensão ( $P_0/A_p$ ).

Como o intuito deste capítulo é o de comparar normas para o Método dos Pórticos Equivalentes, será estimada uma perda progressiva única para toda a laje para que essa possa ser aplicada no pórtico. Para pós tração não aderente, a perda estimada já é única para todos os pontos. Para pós-tração aderente, será utilizado um ponto como referência para o cálculo da tensão no concreto, sendo esse localizado centralmente entre os dois primeiros apoios (Ponto 6 da Figura 56).

Para o cálculo das perdas progressivas será considerado o intervalo de tempo dado para o tempo inicial fictício ( $t_{o, fic}$ ) e o tempo infinito ( $t_{\infty}$ ) correspondente a 50 anos (aproximadamente 18,250 dias ou 438,000 horas), correspondente à vida útil da edificação. Para o cálculo da deformação por retração, considera-se  $U=70\%$  (umidade média) e o abatimento de cone (slump) de 12cm.

A seguir serão apresentados os cálculos das perdas progressivas para as normas estudadas.

#### 4.10.1 Critérios da NBR6118:2014

Para o cálculo das perdas progressivas será utilizada a formulação apresentada no item 3.4.1 deste trabalho. Para tanto são calculados os parâmetros necessários de cálculo conforme definido na NBR6118:2014.

- Cálculo das propriedades da seção:

$$A_c = 0,25 * 10 = 2,5 \text{ m}^2$$

$$I_c = 10 * 0,25^3 / 12 = 0,01302 \text{ m}^4$$

$$e_p = 0,077 \text{ (Aderente)}$$

$$e_p = 0,083 \text{ (N\~{a}o aderente)}$$

$$A_p = n_{cord} * A_{p1cord} = 47 * 99 * 10^{-6} = 0,004653 \text{ m}^2 \text{ (Aderente)}$$

$$A_p = n_{cord} * A_{p1cord} = 36 * 99 * 10^{-6} = 0,003564 \text{ m}^2 \text{ (N\~{a}o aderente)}$$

$$\rho_p = A_p / A_c = 0,004653 / 2,5 = 0,00186 \text{ (Aderente)}$$

$$\rho_p = A_p / A_c = 0,003564 / 2,5 = 0,00143 \text{ (N\~{a}o aderente)}$$

$$\eta = 1 + e_p^2 * \frac{A_c}{I_c} = 1 + 0,077^2 * \frac{2,5}{0,01302} = 2,14 \text{ (Aderente)}$$

$$\eta = 1 + e_p^2 * \frac{A_c}{I_c} = 1 + 0,083^2 * \frac{2,5}{0,01302} = 2,32 \text{ (N\~{a}o aderente)}$$

- Relação entre módulos de elasticidade dos materiais:

$$E_c = E_{ci,28} = 33.130,05 \text{ MPa}$$

$$E_p = 200 * 10^3 \text{ MPa}$$

$$\alpha_p = \frac{E_p}{E_{ci}} = \frac{200 * 10^3}{33.130,05} = 6,04$$

- Cálculo da tensão do concreto no nível da armadura:

De acordo com as prescrições da NBR6118:2014,  $\sigma_{c,p0g}$  corresponde à tensão do concreto localizado no mesmo nível do centro de gravidade da armadura (ver Figura 59). Considerando inicialmente a pós-tração aderente, tem-se que o momento obtido pela análise do pórtico submetido apenas ao peso próprio ( $g_1$ ) no ponto de referência é dado por  $M_{g1} = 279,31 \text{ kN.m}$ . A força após perdas iniciais ( $P_0$ ) na seção de referência é dada por  $5667,27 \text{ kN}$  (ver ponto 6 na Tabela 23). Assim, para  $A_c = 2,5 \text{ m}^2$ ,  $I_c = 0,01302 \text{ m}^4$  e  $e_p = 0,077$ , tem-se:

$$\sigma_{c,p0g} = \frac{P_0}{A_c} + \frac{P_0 * e_p^2}{I_c} - \frac{M_{g1} * e_p}{I_c}$$

$$\sigma_{c,p0g} = \frac{5667,27}{2,5} + \frac{5667,27 * 0,077^2}{0,01302} - \frac{279,31 * 0,077}{0,01302} = 3195,75 \text{ kN/m}^2 = 3,20 \text{ MPa}$$

Já para pós tração não aderente, considera-se apenas a compressão média causada pela força de protensão. A força média atuando na viga após perdas iniciais ( $P_0$ ) é dada por  $4860,46 \text{ kN}$  (ver Tabela 30). Assim, para  $A_c = 2,5 \text{ m}^2$ , tem-se

$$\sigma_{c,p0g} = \frac{4860,46}{2,5} = 1944,2 \text{ kN/m}^2 = 1,94 \text{ MPa}$$

- Cálculo da altura fictícia ( $h_{fic}$ ) e da idade inicial fictícia ( $t_{0,fic}$ ):

Seguindo o procedimento apresentado no anexo A da NBR6118:2014, tem-se que para o cálculo da retração e fluência deve-se utilizar valores para altura fictícia da laje ( $h_{fic}$ ) e da idade inicial fictícia ( $t_{0,fic}$ ) da aplicação do carregamento que considerem as condições de exposição da estrutura e a sua temperatura média.

A altura fictícia deve ser calculada por:

$$h_{fic} = \gamma * \frac{2 \cdot A_c}{u_{ar}}$$

sendo:

$\gamma$  o coeficiente que depende da umidade relativa do ambiente, dado por:

$$\gamma = 1 + e^{(-7,8+0,1*U)} = 1 + e^{(-7,8+0,1*70)} = 1,45$$

$A_c$  a área da seção transversal da peça, cujo valor já calculado é  $2,5m^2$ ;

$u_{ar}$  o perímetro da estrutura em contato com o ar, considera-se que na pior situação, durante a construção, esse seja correspondente às faces superior e inferior da laje, tal que:

$$u_{ar} = 10 + 10 = 20m$$

tem-se então que:

$$h_{fic} = 1,45 * \frac{2 * 2,5}{20} = 0,3653 m = 36,53cm$$

Para cálculos envolvendo fluência, a idade inicial fictícia considerando a temperatura média anual ( $T_m$ ) de  $26^\circ C$  e cimento do tipo CII é dada por:

$$t_{0,fic} = 2 * \frac{T_m + 10}{30} * t_0 = 2 * \frac{26 + 10}{30} * 7 = 16,8 \text{ dias}$$

Para cálculos envolvendo retração, a idade inicial fictícia considerando a temperatura média anual ( $T_m$ ) de  $26^\circ C$  e cimento do tipo CII é dada por:

$$t_{0,fic} = \frac{T_m + 10}{30} * t_0 = 2 * \frac{26 + 10}{30} * 7 = 8,4 \text{ dias}$$

- Cálculo da deformação por retração  $\varepsilon_{cs}(t_\infty, t_{0,fic})$ :

Seguindo o procedimento apresentado no anexo A.2.3 da NBR6118:2014, tem-se que a deformação por retração entre o tempo inicial fictício ( $t_{0,fic}$ ) e o tempo infinito ( $t_\infty$ ) é dada por:

$$\varepsilon_{cs}(t_\infty, t_{0,fic}) = \varepsilon_{cs\infty} \cdot [\beta_s(t_\infty) - \beta_s(t_{0,fic})]$$

onde:

$\varepsilon_{cs\infty} = \varepsilon_{1s} \cdot \varepsilon_{2s}$ , é a deformação final por retração;

$\varepsilon_{1s}$  é o coeficiente dependente da umidade relativa do meio ambiente e da consistência do concreto;

$\varepsilon_{2s}$  é o coeficiente dependente da espessura fictícia da peça ( $h_{fic}$ );

$\beta_s$  é o coeficiente relativo à retração no tempo.

O valor de  $\varepsilon_{1s}$  para valores de umidade de 40 a 90% e valores de abatimento de 10 a 15cm, é dado por:

$$\varepsilon_{1s} = 1,25 * 10^{-4} * [-8,09 + (U/15) - (U^2/2284) - (U^3/133765) + (U^4/7608150)]$$

$$\varepsilon_{1s} = 1,25 * 10^{-4} * [-8,09 + (70/15) - (70^2/2284) - (70^3/133765) + (70^4/7608150)]$$

$$\varepsilon_{1s} = -6,2 * 10^{-4}$$

O valor de  $\varepsilon_{2s}$  é dado por:

$$\varepsilon_{2s} = \frac{33 + 2 * h_{fic}}{20,8 + 3 * h_{fic}}$$

onde a altura fictícia deve ser expressa em cm, tal como:

$$\varepsilon_{2s} = \frac{33 + 2 * 36,53}{20,8 + 3 * 36,53} = 0,81$$

Calcula-se  $\varepsilon_{cs\infty}$ , através de:

$$\varepsilon_{cs\infty} = -6,2 * 10^{-4} * 0,81 = -5,07 * 10^{-4}$$

O valor de  $\beta_s(t)$  é calculado considerando a altura fictícia da peça através de:

$$\beta_s(t) = \frac{\left(\frac{t}{100}\right)^3 + A * \left(\frac{t}{100}\right)^2 + B * \left(\frac{t}{100}\right)}{\left(\frac{t}{100}\right)^3 + C * \left(\frac{t}{100}\right)^2 + D * \left(\frac{t}{100}\right) + E}$$

onde:

$$A = 40$$

$$B = 116 * h_{fic}^3 - 282 * h_{fic}^2 + 220 * h_{fic} - 4,8$$

$$C = 2,5 * h_{fic}^3 - 8,8 * h_{fic} + 40,7$$

$$D = -75 * h_{fic}^3 + 585 * h_{fic}^2 + 496 * h_{fic} - 6,8$$

$$E = -169 * h_{fic}^4 + 88 * h_{fic}^3 + 584 * h_{fic}^2 - 39 * h_{fic} + 0,8$$

sendo  $h_{fic}$  expressa em metros.

Assim, para  $h_{fic} = 0,3653$ , tem-se:  $A = 40$ ,  $B = 43,41$ ,  $C = 37,63$ ,  $D = 246,15$  e  $E = 64,61$ . Desse modo, calcula-se:

$$\beta_s(t_{0, fic}) = \frac{\left(\frac{8,4}{100}\right)^3 + 40 * \left(\frac{8,4}{100}\right)^2 + 43,41 * \left(\frac{8,4}{100}\right)}{\left(\frac{8,4}{100}\right)^3 + 37,63 * \left(\frac{8,4}{100}\right)^2 + 246,15 * \left(\frac{8,4}{100}\right) + 64,61} = 0,046$$

$$\beta_s(t_{\infty}) = \frac{\left(\frac{18250}{100}\right)^3 + 40 * \left(\frac{18250}{100}\right)^2 + 43,41 * \left(\frac{18250}{100}\right)}{\left(\frac{18250}{100}\right)^3 + 37,63 * \left(\frac{18250}{100}\right)^2 + 246,15 * \left(\frac{18250}{100}\right) + 64,61} = 1$$

Finalmente, calcula-se a deformação por retração entre o tempo inicial fictício ( $t_{0, fic}$ ) e o tempo infinito ( $t_{\infty}$ ) é através de:

$$\varepsilon_{cs}(t_{\infty}, t_{0, fic}) = -5,07 * 10^{-4} * [1 - 0,046] = -4,83 * 10^{-4}$$

- Cálculo do coeficiente de fluência  $\varphi(t_{\infty}, t_0)$ :

Seguindo o procedimento apresentado no anexo A.2.2 da NBR6118:2014, tem-se que o coeficiente de fluência entre o tempo inicial fictício ( $t_{0, fic}$ ) e o tempo infinito ( $t_{\infty}$ ) é dado por:

$$\varphi(t_{\infty}, t_{0, fic}) = \varphi_a + \varphi_{f\infty} * [\beta_f(t_{\infty}) - \beta_f(t_{0, fic})] + \phi_{d\infty} * \beta_d$$

onde:

$\varphi_a$  é o coeficiente de fluência rápida;

$\varphi_{f\infty}$  é o valor final do coeficiente de deformação lenta irreversível para concretos de classe C20 a C45;

$\beta_f$  é o coeficiente relativo à deformação lenta irreversível no tempo;

$\phi_{d\infty}$  é o valor final do coeficiente de deformação lenta reversível que é considerado igual a 0,4;

$\beta_d$  é o coeficiente relativo à deformação lenta reversível no tempo.

O valor de  $\varphi_a$  para concretos de classes C20 a C45 é dado por:

$$\varphi_a = 0,8 \left[ 1 - \frac{f_c(t_{0, fic})}{f_c(t_{\infty})} \right]$$

onde:

$$f_c(t_{0, fic}) = 35 * \exp \left\{ 0,38 \left[ 1 - \left( \frac{28}{16,8} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \right\} = 32,54 MPa$$

calcula-se  $\varphi_a$  por:

$$\frac{f_c(t_{0, fic})}{f_c(t_{\infty})} = \frac{32,54}{35} = 0,93$$

tem-se então que:

$$\varphi_a = 0,8[1 - 0,93] = 0,056$$

O valor de  $\varphi_{f\infty}$  para concretos de classes C20 a C45 é dado por:

$$\phi_{f\infty} = \phi_{1c} * \phi_{2c}$$

sendo:

$$\phi_{2c} = \frac{42 + h_{fic}}{20 + h_{fic}} = \frac{42 + 36,53}{20 + 36,53} = 1,389$$

e, para abatimentos no intervalo entre 10 e 15cm e  $U \leq 90\%$ , tem-se:

$$\phi_{1c} = 1,25 * (4,45 - 0,035 * U)$$

$$\phi_{1c} = 1,25 * (4,45 - 0,035 * 70) = 2,5$$

tem-se então que:

$$\phi_{f\infty} = 2,5 * 1,389 = 3,48$$

O valor de  $\beta_f(t)$  é calculado considerando a altura fictícia da peça através de:

$$\beta_f(t) = \frac{t^2 + A * t + B}{t^2 + C * t + D}$$

onde:

$$A = 42h_{fic}^3 - 350 * h_{fic}^2 + 588 * h_{fic} + 113$$

$$B = 768 * h_{fic}^3 - 3060 * h_{fic}^2 + 3234 * h_{fic} - 23$$

$$C = -200 * h_{fic}^3 + 13 * h_{fic}^2 + 1090 * h_{fic} + 183$$

$$D = 7579 * h_{fic}^3 - 31916 * h_{fic}^2 + 35343 * h_{fic} + 1931$$

sendo  $h_{fic}$  expressa em metros.

Assim, para  $h_{fic} = 0,3653$ , tem-se:  $A = 282,10$ ,  $B = 783,58$ ,  $C = 570,14$  e  $D = 10907,35$ . Desse modo, calcula-se:

$$\beta_f(t_{0,fic}) = \frac{16,8^2 + 282,10 * 16,8 + 783,58}{16,8^2 + 570,14 * 16,8 + 10907,35} = 0,28$$

$$\beta_f(t_{\infty}) = \frac{18250^2 + 282,10 * 18250 + 783,58}{18250^2 + 570,14 * 18250 + 10907,35} = 0,98$$

O valor de  $\beta_d$  é dado por:

$$\beta_d = \frac{t_{\infty} - t_{0,fic} + 20}{t_{\infty} - t_{0,fic} + 70}$$

$$\beta_d = \frac{18250 - 16,8 + 20}{18250 - 16,8 + 70} = 0,997$$

Finalmente, calcula-se  $\varphi(t_{\infty}, t_{0,fic})$ , através de:

$$\varphi(t_{\infty}, t_{0,fic}) = 0,056 + 3,48 * (0,98 - 0,28) + 0,4 * 0,997 = 2,91$$

- Cálculo do coeficiente de relaxação  $\psi(t_\infty, t_0)$ :

De acordo com o item 9.6.3.4.5 da NBR6118:2014, o coeficiente de relaxação entre o tempo infinito ( $t_\infty$ ) e o tempo inicial ( $t_0$ ) é dado por:

$$\psi(t_\infty, t_0) = \psi_{1000} \left( \frac{t_\infty - t_0}{41,67} \right)^{0,15}$$

$$\psi(t_\infty, t_0) = \psi_{1000} \left( \frac{18250 - 7}{41,67} \right)^{0,15} = 2,49 * \psi_{1000}$$

sendo o valor de  $\psi_{1000}$  o coeficiente de relaxação medido após 1000h à temperatura constante de 20°C.

O valor de  $\psi_{1000}$  é estabelecido na Tabela 8.4 da NBR6118:2014 e o seu valor depende da relação entre a tensão na armadura após perdas iniciais ( $\sigma_{p0}$ ) e a sua tensão última de cálculo ( $f_{ptk}$ ). Para cordoalhas de relaxação baixa, se  $\sigma_{p0} = 0,5f_{ptk}$ ,  $\psi_{1000} = 0$ , se  $\sigma_{p0} = 0,6f_{ptk}$ ,  $\psi_{1000} = 1,3\%$ , se  $\sigma_{p0} = 0,7f_{ptk}$ ,  $\psi_{1000} = 2,5\%$  e, se  $\sigma_{p0} = 0,8f_{ptk}$ ,  $\psi_{1000} = 3,5\%$ . Para valores intermediários, deve-se interpolar o valor de  $\psi_{1000}$ .

Para o caso da pós-tração aderente, onde  $P_0 = 5667,27\text{kN}$ , a tensão  $\sigma_{p0}$  é dada por:

$$\sigma_{p0} = \frac{P_0}{A_p} = \frac{5667,27}{0,004653} = 1.217.980,0\text{kN/m}^2 = 1217,98\text{ MPa}$$

a razão  $\sigma_{p0}/f_{ptk}$  vale:

$$\frac{\sigma_{p0}}{f_{ptk}} = \frac{1217,98}{1900} = 0,641$$

tem-se então que:

$$\psi_{1000} = 1,3 + (2,5 - 1,3) * \frac{0,641 - 0,6}{0,7 - 0,6} = 1,79\%$$

Finalmente, calcula-se  $\psi(t_\infty, t_0)$  através de:

$$\psi(t_\infty, t_0) = 2,49 * 1,79\% = 4,46\%$$

Para o caso da pós-tração não aderente, onde  $P_0 = 4860,46\text{ kN}$ , a tensão  $\sigma_{p0}$  é dada por:

$$\sigma_{p0} = \frac{P_0}{A_p} = \frac{4860,46}{0,003564} = 1.363.770,0\text{kN/m}^2 = 1363,77\text{ MPa}$$

a razão  $\sigma_{p0}/f_{ptk}$  vale:

$$\frac{\sigma_{p0}}{f_{ptk}} = \frac{1363,77}{1900} = 0,7178$$

tem-se então que:

$$\psi_{1000} = 2,5 + (3,5 - 2,5) * \frac{0,7178 - 0,7}{0,8 - 0,7} = 2,68\%$$



Finalmente, calcula-se  $\psi(t_\infty, t_0)$  através de:

$$\psi(t_\infty, t_0) = 2,49 * 2,68\% = 6,67\%$$

- Cálculo dos coeficientes  $\chi(t_\infty, t_0)$ ,  $\chi_c$  e  $\chi_p$ :

O coeficiente  $\chi(t_\infty, t_0)$  é dado por:

$$\chi(t_\infty, t_0) = -\ln[1 - \psi(t_\infty, t_0)]$$

assim, para pós-tração aderente, tem-se:

$$\chi(t_\infty, t_0) = -\ln[1 - 4,46\%] = 4,57 * 10^{-2}$$

e, para pós tração não aderente, tem-se:

$$\chi(t_\infty, t_0) = -\ln[1 - 6,67\%] = 6,90 * 10^{-2}$$

O coeficiente  $\chi_p$  é dado por:

$$\chi_p = 1 + \chi(t_\infty, t_0)$$

assim, para pós-tração aderente, tem-se:

$$\chi_p = 1 + 4,57 * 10^{-2} = 1,0457$$

e, para pós tração não aderente, tem-se:

$$\chi_p = 1 + 6,90 * 10^{-2} = 1,0690$$

O coeficiente  $\chi_c$  é calculado por:

$$\chi_c = 1 + 0,5 * \varphi(t_\infty, t_0)$$

$$\chi_c = 1 + 0,5 * 2,91 = 2,45$$

- Cálculo de  $\Delta\sigma_p(t_\infty, t_0)$ :

A partir dos parâmetros já definidos, calcula-se a perda progressiva de protensão  $\Delta\sigma_p(t_\infty, t_0)$  a partir de:

$$\Delta\sigma_p(t_\infty, t_0) = \frac{\varepsilon_{cs}(t_\infty, t_0) * E_p - \alpha_p * \sigma_{c,p0g} * \varphi(t_\infty, t_0) - \sigma_{p0} * \chi(t_\infty, t_0)}{\chi_p + \chi_c * \alpha_p * \eta * \rho_p}$$

para pós-tração aderente, tem-se:

$$\Delta\sigma_p(t_\infty, t_0) = \frac{-4,83 * 10^{-4} * 200 * 10^3 - 6,04 * 3,20 * 2,91 - 1217,98 * 4,57 * 10^{-2}}{1,0457 + 2,45 * 6,04 * 2,14 * 0,00186}$$

$$\Delta\sigma_p(t_\infty, t_0) = -188,65MPa$$

$$\frac{\Delta\sigma_p(t_\infty, t_0)}{\sigma_{p0}} = \frac{188,65}{1217,98} = 15,50\%$$

já para pós-tração não aderente, tem-se

$$\Delta\sigma_p(t_\infty, t_0) = \frac{-4,83 * 10^{-4} * 200 * 10^3 - 6,04 * 1,94 * 2,91 - 1363,77 * 6,90 * 10^{-2}}{1,0690 + 2,45 * 6,04 * 2,32 * 0,00143}$$

$$\Delta\sigma_p(t_\infty, t_0) = -198,19MPa$$

$$\frac{\Delta\sigma_p(t_\infty, t_0)}{\sigma_{p0}} = \frac{198,19}{1363,77} = 14,53\%$$

#### 4.10.2 Critérios do EN1992-1-1:2004

Para o cálculo das perdas progressivas será utilizada a formulação apresentada no item 3.4.2 deste trabalho. Para tanto são calculados os parâmetros necessários de cálculo conforme definido no EN1992-1-1:2004. Cálculos cujos valores sejam iguais ao apresentado para NBR6118:2014, terão apenas as respostas finais indicadas.

- Cálculo das propriedades da seção:

$$A_c = 2,5m^2$$

$$I_c = 0,01302 m^4$$

$$e_p = 0,077 \text{ (Aderente)}$$

$$e_p = 0,083 \text{ (Não aderente)}$$

$$A_p = n_{cord} * A_{p1cord} = 43 * 99 * 10^{-6} = 0,004260 m^2 \text{ (Aderente)}$$

$$A_p = n_{cord} * A_{p1cord} = 36 * 99 * 10^{-6} = 0,003564 m^2 \text{ (Não aderente)}$$

$$\rho_p = A_p/A_c = 0,004260/2,5 = 0,001703 \text{ (Aderente)}$$

$$\rho_p = A_p/A_c = 0,003564/2,5 = 0,00143 \text{ (Não aderente)}$$

- Relação entre módulos de elasticidade dos materiais:

$$E_c = E_{cm} = 30.634,49 MPa$$

$$E_p = 200 * 10^3 MPa$$

$$\alpha_p = \frac{E_p}{E_{cm}} = \frac{200 * 10^3}{30.643,49} = 6,52$$

- Cálculo da tensão do concreto no nível da armadura:

A norma EN1992-1-1:2004 estabelece que  $\sigma_{c,QP}$  é a tensão no concreto adjacente aos cabos, devido ao peso próprio, protensão inicial e outras ações quase permanentes, quando relevantes. Nesse caso, considera-se que no instante de aplicação da protensão não existam outros carregamentos quase permanentes de modo que o  $\sigma_{c,QP}$  do EN1992-1-1:2004 se torna igual ao  $\sigma_{c,p0g}$  da NBR6118:2014 (ver Figura 59).

Considerando inicialmente a pós-tração aderente, tem-se que o momento obtido pela análise do pórtico submetido apenas ao peso próprio ( $g_1$ ) no ponto de referência é dado por  $M_{g1} = 279,31kN.m$ . A força após perdas iniciais ( $P_0$ ) na seção de referência é dada por

5723,50kN (ver ponto 6 na Tabela 24). Assim, para  $A_c = 2,5m^2$ ,  $I_c = 0,01302 m^4$  e  $e_p = 0,077$ , tem-se:

$$\sigma_{c,QP} = \frac{P_0}{A_c} + \frac{P_0 * e_p^2}{I_c} - \frac{M_{g1} * e_p}{I_c}$$

$$\sigma_{c,QP} = \frac{5723,50}{2,5} + \frac{5723,50 * 0,077^2}{0,01302} - \frac{279,31 * 0,077}{0,01302} = 3537,12kN/m^2 = 3,54MPa$$

Já para pós tração não aderente, considera-se apenas a compressão média causada pela força de protensão. A força média atuando na viga após perdas iniciais ( $P_0$ ) é dada por 4935,12 (ver Tabela 30). Assim, para  $A_c = 2,5m^2$ , tem-se:

$$\sigma_{c,QP} = \frac{4935,12}{2,5} = 1975,05kN/m^2 = 1,98MPa$$

- Cálculo da altura fictícia ( $h_{fic}$ ) e da idade inicial fictícia ( $t_{0,fic}$ ):

Seguindo o procedimento apresentado no anexo B do EN1992-1-1:2004, assim como apresentado pela NBR6118:2014, tem-se que, para o cálculo da retração e fluência, deve-se utilizar valores para altura fictícia da laje ( $h_{fic}$ ) e da idade inicial fictícia ( $t_{0,fic}$ ) da aplicação do carregamento.

A altura fictícia deve ser calculada, com base na área da seção transversal ( $A_c$ ) e no perímetro da estrutura em contato com o ar, através de:

$$h_{fic} = \frac{2 * A_c}{u_{ar}} = \frac{2 * 2,5}{20} = 0,25m = 250mm$$

Logo, a altura fictícia do elemento foi igual à sua altura inicial.

Diferentemente do prescrito pela norma NBR6118:2014, o EN1992-1-1:2004 recomenda o uso de uma idade inicial fictícia apenas para cálculos envolvidos no fenômeno da fluência. Para o cálculo da retração, considera-se a idade  $t_s$  que representa o tempo em dias em que é finalizada a cura e se inicia a retração por secagem.

A idade inicial fictícia ajustada para temperatura ( $t_{0,t}$ ), considerando a temperatura média anual ( $T_m$ ) de 26°C, é dada por:

$$t_{0,t} = e^{-(4000/[273+T_m]-13,65)} * t_0$$

$$t_{0,t} = e^{-(4000/[273+26]-13,65)} * 7 = 9,19 \text{ dias}$$

Caso fossem utilizados cimentos do tipo CPIII ou CPV, seria necessário aplicar modificações em  $t_{0t}$  para considerar o endurecimento lento e rápido do concreto, respectivamente. Como foi utilizado cimento do tipo CPII, a idade fictícia final ( $t_{0,fic}$ ), é dada através de:

$$t_{0, fic} = t_{0,t} = 9,19 \text{ dias}$$

- Cálculo da deformação por retração  $\varepsilon_{cs}(t_{\infty}, t_{0, fic})$ :

Seguindo o procedimento apresentado no item 3.1.4 do EN1992-1-1:2004, tem-se que a deformação de retração total deve ser calculada por:

$$\varepsilon_{cs} = \varepsilon_{cd} + \varepsilon_{ca}$$

sendo:

$\varepsilon_{cd}$  a deformação de retração devido à secagem;

$\varepsilon_{ca}$  a deformação autógena de retração;

A deformação autógena ocorre durante o endurecimento do concreto durante os primeiros dias de cura. Sendo assim, essa será desconsiderada para o cálculo de perdas progressivas.

O valor de  $\varepsilon_{cd}$  entre deve ser calculado entre tempo inicial de início da secagem ( $t_s$ ) e o tempo infinito ( $t_{\infty}$ ). Considera-se que o tempo inicial de secagem ( $t_s$ ) seja de 7 dias que é até quando, usualmente, realiza-se o processo da cura. Assim,  $\varepsilon_{cd}(t_{\infty}, t_s)$  é dada por:

$$\varepsilon_{cd}(t_{\infty}, t_s) = \beta_{ds}(t_{\infty}, t_s) * k_h * \varepsilon_{cd,0}$$

onde:

$\beta_{ds}(t_{\infty}, t_s)$  é um coeficiente que relaciona a deformação de retração por secagem com o tempo;

$k_h$  é um coeficiente que depende da altura fictícia;

$\varepsilon_{cd,0}$  é a deformação total de retração por secagem.

Calcula-se  $\beta_{ds}(t_{\infty}, t_s)$  através de:

$$\beta_{ds}(t_{\infty}, t_s) = \frac{t_{\infty} - t_s}{(t_{\infty} - t_s) + 0,04 \sqrt{h_{fic}^3}}$$

sendo a altura fictícia expressa em mm, logo:

$$\beta_{ds}(t_{\infty}, t_s) = \frac{18250 - 7}{(18250 - 7) + 0,04 \sqrt{250^3}} = 0,99$$

Tem-se que  $k_h = 1$ , para  $h_{fic} = 0,1m$ ,  $k_h = 0,85$ , para  $h_{fic} = 0,2m$ ,  $k_h = 0,75$ , para  $h_{fic} = 0,3m$ ,  $k_h = 0,7$  para  $h_{fic} \geq 0,5m$ . Para valores intermediários, deve-se interpolar. Assim, calcula-se  $k_h$  através de:

$$k_h = 0,75 + (0,85 - 0,75) * \frac{0,25 - 0,2}{0,3 - 0,2} = 0,8$$

O valor de  $\varepsilon_{cd,0}$  é dado por:

$$\varepsilon_{cd,0} = 0,85 * \left[ (220 + 110 * \alpha_{ds1}) * \exp\left(-\alpha_{ds2} * \frac{f_{cm}}{f_{cm0}}\right) \right] * 10^{-6} * \beta_{RH}$$

para:

$$\beta_{RH} = 1,55 \left( 1 - \left( \frac{RH}{RH_0} \right)^3 \right)$$

sendo;

$f_{cm} = 27$ , a resistência média à compressão do concreto;

$f_{cm0} = 10MPa$ ;

$\alpha_{ds1} = 4$ , para cimento do tipo CII;

$\alpha_{ds2} = 0,12$ , para cimento do tipo CII;

$RH = U\%$ , umidade relativa do ambiente;

$RH_0 = 100\%$ ;

tem-se então que:

$$\beta_{RH} = 1,55 \left( 1 - \left( \frac{70}{100} \right)^3 \right) = 1,02$$

$$\varepsilon_{cd,0} = 0,85 * \left[ (220 + 110 * 4) * \exp\left(-0,12 * \frac{27}{10}\right) \right] * 10^{-6} * 1,02 = 4,13 * 10^{-4}$$

Calcula-se  $\varepsilon_{cs}(t_{\infty}, t_s) = \varepsilon_{cd}(t_{\infty}, t_s)$  através de:

$$\varepsilon_{cs}(t_{\infty}, t_s) = \varepsilon_{cd}(t_{\infty}, t_s) = 0,99 * 0,8 * 4,13 * 10^{-4} = 3,28 * 10^{-4}$$

- Cálculo do coeficiente de fluência  $\varphi(t_{\infty}, t_0)$ :

Seguindo o procedimento apresentado no anexo B do EN1992-1-1:2004, tem-se que o coeficiente de fluência entre o tempo inicial fictício ( $t_{0,fic}$ ) e o tempo infinito ( $t_{\infty}$ ) é dado por:

$$\varphi(t_{\infty}, t_{0,fic}) = \varphi_0 * \beta_c(t_{0,fic}, t_{\infty})$$

onde:

$\varphi_0$  é o coeficiente de fluência total;

$\beta_c(t_{0,fic}, t_{\infty})$  é o coeficiente que relaciona fluência com o tempo.

O valor de  $\varphi_0$  é dado por:

$$\varphi_0 = \phi_{RH} * \beta(f_{cm}) * \beta(t_{0,fic})$$

sendo:

$\phi_{RH}$  o coeficiente que considera a umidade relativa e a altura fictícia;

$\beta(f_{cm})$  o coeficiente que relaciona a resistência do concreto com a fluência;

$\beta(t_{0,fic})$  o coeficiente que considera a idade do concreto no início do carregamento.

$\phi_{RH}$  é dado, para  $f_{cm} \leq 35$ , como:

$$\phi_{RH} = 1 + \frac{1 - RH/100}{0,1 * \sqrt[3]{h_{fic}}}$$

sendo  $h_{fic}$  expressa em mm e RH em %, tem-se então:

$$\phi_{RH} = 1 + \frac{1 - 70/100}{0,1 * \sqrt[3]{250}} = 1,48$$

O valor de  $\beta(f_{cm})$  é dado por:

$$\beta(f_{cm}) = \frac{16,8}{\sqrt{f_{cm}}} = \frac{16,8}{\sqrt{27}} = 3,23$$

O valor de  $\beta(t_{0,fic})$  é dado por:

$$\beta(t_{0,fic}) = \frac{1}{0,1 + t_{0,fic}^{0,2}} = \frac{1}{0,1 + 9,12^{0,2}} = 0,60$$

Calcula-se, então:

$$\phi_0 = 1,48 * 3,23 * 0,60 = 2,88$$

O valor de  $\beta_c(t_{0,fic}, t_{\infty})$  é dado por

$$\beta_c(t_{0,fic}, t_{\infty}) = \left( \frac{t_{\infty} - t_{0,fic}}{\beta_H + t_{\infty} - t_{0,fic}} \right)^{0,3}$$

onde, para  $f_{cm} \leq 35$ :

$$\beta_H = 1,5[1 + (0,012 * RH)^{18}] * h_{fic} + 250 \leq 1500$$

$$\beta_H = 1,5[1 + (0,012 * 70)^{18}] * 250 + 250 = 641,25$$

tem-se então que:

$$\beta_c(t_{0,fic}, t_{\infty}) = \left( \frac{18250 - 9,19}{641,25 + 18250 - 9,19} \right)^{0,3} = 0,99$$

Finalmente, calcula-se  $\varphi(t_{\infty}, t_{0,fic})$  através de:

$$\varphi(t_{\infty}, t_{0,fic}) = 2,88 * 0,99 = 2,85$$

- Cálculo da perda por relaxação  $\Delta\sigma_{pr}$ :

De acordo com o item 3.3.2 do EN1992-1-1:2004, o valor da perda por relaxação total ( $\Delta\sigma_{pr}$ ) pode ser calculado, para aços de relaxação baixa, como:

$$\Delta\sigma_{pr} = \sigma_{P0} * \left[ 0,66 * \rho_{1000} * e^{9,1\mu} * \left( \frac{t}{1000} \right)^{0,75 \cdot (1-\mu)} * 10^{-5} \right]$$

onde:

$\rho_{1000}$  (%) é o coeficiente de relaxação medido após 1000h à temperatura constante de 20°C;

$t$  é o tempo após a protensão em horas;

$\sigma_{p0}$  é o valor da tensão após perdas iniciais;

$\mu = \sigma_{p0}/f_{ptk}$ , sendo  $f_{ptk}$  a resistência última característica da armadura;

Para o cálculo dessa perda, a norma indica que, para aços de relaxação baixa, pode-se considerar  $\rho_{1000} = 2,5\%$ . O tempo  $t$  após a protensão é dado por:

$$t = t_{\infty} - t_0 = (18250 - 7) * 24 = 437.832 \text{ horas}$$

Para o caso da pós-tração aderente, onde  $P_0 = 5723,50\text{kN}$ , a tensão  $\sigma_{p0}$  é dada por:

$$\sigma_{p0} = \frac{P_0}{A_p} = \frac{5723,50}{0,004257} = 1.344.490\text{kN/m}^2 = 1344,49 \text{ MPa}$$

a razão  $\mu = \sigma_{p0}/f_{ptk}$  vale:

$$\mu = \frac{\sigma_{p0}}{f_{ptk}} = \frac{1344,49}{1900} = 0,708$$

tem-se então que:

$$\Delta\sigma_{pr} = 1344,49 * \left[ 0,66 * 2,5 * e^{9,1*0,708} * \left( \frac{437.832}{1000} \right)^{0,75*(1-0,708)} * 10^{-5} \right] = 52,70 \text{ MPa}$$

Para o caso da pós-tração não aderente, onde  $P_0 = 4935,12\text{kN}$ , a tensão a tensão  $\sigma_{p0}$  é dada por:

$$\sigma_{p0} = \frac{P_0}{A_p} = \frac{4935,12}{0,003564} = 1.384.710\text{kN/m}^2 = 1384,71 \text{ MPa}$$

a razão  $\mu = \sigma_{p0}/f_{ptk}$  vale:

$$\mu = \frac{\sigma_{p0}}{f_{ptk}} = \frac{1384,71}{1900} = 0,729$$

tem-se então que:

$$\Delta\sigma_{pr} = 1343,71 * \left[ 0,66 * 2,5 * e^{9,1*0,729} * \left( \frac{437.832}{1000} \right)^{0,75*(1-0,729)} * 10^{-5} \right] = 59,75 \text{ MPa}$$

- Cálculo de  $\Delta\sigma_p(t_{\infty}, t_0)$ :

A partir dos parâmetros já definidos, calcula-se a perda progressiva de protensão  $\Delta\sigma_p(t_{\infty}, t_0)$  a partir de:

$$\Delta\sigma_p(t_{\infty}, t_0) = \frac{\varepsilon_{cs} E_p + 0,8 * \Delta\sigma_{pr} + \frac{E_p}{E_{cm}} * \varphi(t_{\infty}, t_0) * \sigma_{c,QP}}{1 + \frac{E_p}{E_{cm}} * \frac{A_p}{A_c} \left( 1 + \frac{A_c}{I_c} * z_{cp}^2 \right) * [1 + 0,8 * \varphi(t_{\infty}, t_0)]}$$

para pós-tração aderente, tem-se:

$$\Delta\sigma_p(t_{\infty}, t_0) = \frac{3,28 * 10^{-4} * 200 * 10^3 + 0,8 * 52,70 + 6,52 * 2,85 * 3,54}{1 + 6,52 * \frac{0,004260}{2,5} \left( 1 + \frac{2,5}{0,01302} * 0,077^2 \right) * [1 + 0,8 * 2,85]}$$

$$\Delta\sigma_p(t_\infty, t_0) = 160,15 \text{ MPa}$$

$$\frac{\Delta\sigma_p(t_\infty, t_0)}{\sigma_{p0}} = \frac{160,15}{1344,49} = 11,91\%$$

já para pós-tração não aderente, tem-se

$$\Delta\sigma_p(t_\infty, t_0) = \frac{3,28 * 10^{-4} * 200 * 10^3 + 0,8 * 59,75 + 6,52 * 2,85 * 1,97}{1 + 6,52 * \frac{0,003564}{2,5} \left(1 + \frac{2,5}{0,01302} * 0,083^2\right) * [1 + 0,8 * 2,85]}$$

$$\Delta\sigma_p(t_\infty, t_0) = 140,12 \text{ MPa}$$

$$\frac{\Delta\sigma_p(t_\infty, t_0)}{\sigma_{p0}} = \frac{140,12}{1384,71} = 10,12\%$$

#### 4.10.3 Critérios do ACI318-14

Para o cálculo das perdas progressivas será utilizada a formulação apresentada no item 3.4.3 deste trabalho. Para tanto são calculados os parâmetros necessários de cálculo conforme definido na norma auxiliar ACI423.10-R-16. Cálculos cujos valores sejam iguais ao apresentado para NBR6118:2014, terão apenas as respostas finais indicadas.

- Cálculo das propriedades da seção:

$$A_c = 2,5 \text{ m}^2$$

$$I_c = 0,01302 \text{ m}^4$$

$$e_p = 0,077 \text{ (Aderente)}$$

$$e_p = 0,083 \text{ (Não aderente)}$$

$$A_p = n_{cord} * A_{p1cord} = 44 * 99 * 10^{-6} = 0,00436 \text{ m}^2 \text{ (Aderente)}$$

$$A_p = n_{cord} * A_{p1cord} = 37 * 99 * 10^{-6} = 0,00366 \text{ m}^2 \text{ (Não aderente)}$$

$$\rho_p = A_p/A_c = 0,00436/2,5 = 0,00174 \text{ (Aderente)}$$

$$\rho_p = A_p/A_c = 0,00366/2,5 = 0,00147 \text{ (Não aderente)}$$

- Relação entre módulos de elasticidade dos materiais:

$$E_c = 26999,44 \text{ MPa}$$

$$E_p = 200 * 10^3 \text{ MPa}$$

$$\alpha_p = \frac{E_p}{E_c} = \frac{200 * 10^3}{26999,44} = 7,40$$

- Cálculo da tensão do concreto no nível da armadura:

A norma ACI421.10R-16 estabelece que para cálculos envolvidos na perda por fluência para pós-tração aderente deve-se considerar a tensão dada por:



$$f_{cir} - f_{cds}$$

onde:

$f_{cir}$  é a tensão de compressão no concreto na altura do centro de gravidade da armadura protendida logo após a aplicação da protensão;

$f_{cds}$  é a tensão de compressão no concreto na altura do centro de gravidade da armadura protendida devido a todas as cargas permanentes aplicadas no elemento após a sua protensão.

O valor de  $f_{cir}$  é calculado por:

$$f_{cir} = K_{cir} * \left( \frac{P_0}{A_c} + P_0 * e_p^2 \right) - \frac{M_{g1} * e_p}{I_c}$$

onde  $K_{cir} = 0,9$ , caso as perdas por encurtamento imediato não tenham sido calculadas para  $P_0$ . Como, neste trabalho, essa perda foi calculada, será considerado  $K_{cir} = 1,0$ .

O valor de  $f_{cds}$  é calculado por:

$$f_{cds} = \frac{M_{g2} * e_p}{I_c}$$

onde  $M_{g2}$  é o momento devido às cargas permanentes aplicadas após a protensão.

Para pós-tração não aderente, considera-se a tensão de compressão média causada pela força de protensão, dada por:

$$f_{cpa} = P_0 / A_c$$

Considerando inicialmente a pós-tração aderente, tem-se que o momento obtido pela análise do pórtico submetido apenas ao peso próprio ( $g_1$ ) no ponto de referência  $M_{g1} = 279,31kN$ . Já o momento obtido considerando os carregamentos permanentes adicionais ( $g_2$  e  $G_2$ ) é dado por  $M_{g2} = 79,99kN$ . A força após perdas iniciais ( $P_0$ ) na seção de referência é dada por  $5715,37kN$  (ver ponto 6 na Tabela 25). Assim, para  $A_c = 2,5m^2$ ,  $I_c = 0,01302 m^4$  e  $e_p = 0,077$ , tem-se:

$$\begin{aligned} f_{cir} - f_{cds} &= \frac{P_0}{A_c} + P_0 * e_p^2 - \frac{M_{g1} * e_p}{I_c} - \frac{M_{g2} * e_p}{I_c} \\ f_{cir} - f_{cds} &= \frac{5715,37}{2,5} + \frac{5715,37 * 0,077^2}{0,01302} - \frac{277,31 * 0,077}{0,01302} - \frac{79,99 * 0,077}{0,01302} \\ f_{cir} - f_{cds} &= 3019,69kN/m^2 = 3,02MPa \end{aligned}$$

Já para pós tração não aderente, a força média atuando na viga após perdas iniciais ( $P_0$ ) é dada por  $4958,48$  (ver Tabela 30). Assim, para  $A_c = 2,5m^2$ , tem-se:

$$f_{cpa} = \frac{4958,48}{2,5} = 1983,39kN/m^2 = 1,98MPa$$

- Cálculo da perda de protensão por retração  $\Delta f_{pSH}$ :

Seguindo o procedimento apresentado no ACI423.10-R-16, tem-se:

$$\Delta f_{pSH} = 8,2 * 10^{-6} * K_{sh} * E_p * (1 - 0,0024 * V/S) * (100 - RH)$$

onde  $RH = 70\%$ ,  $K_{sh} = 1,00$  e a razão  $V/S$  é dada por:

$$\frac{V}{S} = \frac{10 * 25 * 0,25}{2 * 25 * 10} = 0,125m = 125mm$$

tem-se então que:

$$\Delta f_{pSH} = 8,2 * 10^{-6} * 1,00 * 200 * 10^3 * (1 - 0,0024 * 125) * (100 - 70) = 34,44MPa$$

- Cálculo da perda de protensão por fluência  $\Delta f_{pCR}$ :

Seguindo o procedimento apresentado no ACI423.10-R-16, para pós-tração aderente, tem-se:

$$\Delta f_{pCR} = K_{cr} * \left(\frac{E_p}{E_c}\right) * (f_{cir} - f_{cds})$$

onde  $K_{cr} = 1,6$ ,  $E_p/E_c = 7,40$  e  $(f_{cir} - f_{cds}) = 3,02MPa$ , tem-se então que:

$$\Delta f_{pCR} = 1,6 * 7,40 * 3,02 = 36,12MPa$$

Já para pós-tração não aderente, tem-se:

$$\Delta f_{pCR} = K_{cr} * \left(\frac{E_p}{E_c}\right) * (f_{cpa})$$

onde  $K_{cr} = 1,6$ ,  $E_p/E_c = 7,40$  e  $f_{cpa} = 1,98MPa$ , tem-se então que:

$$\Delta f_{pCR} = 1,6 * 7,40 * 1,98 = 23,51MPa$$

- Cálculo da perda por relaxação  $\Delta f_{pRE}$ :

Seguindo o procedimento apresentado no ACI423.10-R-16, para pós-tração aderente, onde  $P_0 = 5716,37kN$ , tem-se que a tensão na armadura após perdas iniciais  $f_{pi}$  é dada por:

$$f_{pi} = P_0/A_p = 5716,37/0,00436 = 1.312.300kN/m^2 = 1312,30MPa$$

a razão  $f_{pi}/f_{pu}$  vale:

$$f_{pi}/f_{pu} = 1312,30/1860 = 0,71$$

como  $f_{pi}/f_{pu} \geq 0,54$ , tem-se que a perda por relaxação  $\Delta f_{pRE}$  é dada por:

$$\Delta f_{pRE} = [K_{re} - J * (\Delta f_{pSH} + \Delta f_{pCR} + \Delta f_{pES})] * C$$

onde  $K_{re} = 34MPa$ ,  $J = 0,04$ ,  $\Delta f_{pCR} = 36,12MPa$ ,  $\Delta f_{pSH} = 34,44MPa$ ,  $\Delta f_{pES} = 9,48MPa$  e  $C$  é dado por:

$$C = [(f_{pi}/f_{pu})/0,21] * (f_{pi}/f_{pu})/0,9 - 0,55]$$

$$C = [(0,71)/0,21] * (0,71)/0,9 - 0,55] = 0,79$$

tem-se então que:

$$\Delta f_{PRE} = [34 - 0,04 * (34,44 + 36,12 + 9,48)] * 0,79 = 26,42MPa$$

Já para pós-tração não aderente, onde  $P_0 = 4958,48kN$ , tem-se que a tensão na armadura após perdas iniciais  $f_{pi}$  é dada por:

$$f_{pi} = P_0/A_p = 4958,48/0,00436 = 1.353.670kN/m^2 = 1353,67MPa$$

a razão  $f_{pi}/f_{pu}$  vale:

$$f_{pi}/f_{pu} = 1353,67/1860 = 0,73$$

como  $f_{pi}/f_{pu} \geq 0,54$ , tem-se que a perda por relaxação  $\Delta f_{PRE}$  é dada por:

$$\Delta f_{PRE} = [K_{re} - J * (\Delta f_{pSH} + \Delta f_{pCR} + \Delta f_{pES})] * C$$

onde  $K_{re} = 34MPa$ ,  $J = 0,04$ ,  $\Delta f_{pCR} = 23,51MPa$ ,  $\Delta f_{pSH} = 34,44MPa$ ,  $\Delta f_{pES} = 8,47MPa$

e  $C$  é dado por:

$$C = [(f_{pi}/f_{pu})/0,21] * (f_{pi}/f_{pu})/0,9 - 0,55]$$

$$C = [(0,73)/0,21] * (0,73)/0,9 - 0,55] = 0,90$$

tem-se então que:

$$\Delta f_{PRE} = [34 - 0,04 * (34,44 + 23,51 + 8,47)] * 0,90 = 30,17MPa$$

- Cálculo de  $\Delta\sigma_p(t_\infty, t_0)$ :

A partir dos parâmetros já definidos, calcula-se a perda progressiva de protensão  $\Delta\sigma_p(t_\infty, t_0)$  a partir de:

$$\Delta\sigma_p(t_\infty, t_0) = \Delta f_{pSH} + \Delta f_{pCR} + \Delta f_{PRE}$$

Para pós-tração aderente, tem-se:

$$\Delta\sigma_p(t_\infty, t_0) = 34,44 + 36,12 + 26,42 = 96,98MPa$$

$$\frac{\Delta\sigma_p(t_\infty, t_0)}{\sigma_{p0}} = \frac{96,98}{1312,30} = 7,34\%$$

Já para pós-tração não aderente, tem-se:

$$\Delta\sigma_p(t_\infty, t_0) = 34,44 + 23,51 + 30,17 = 88,12MPa$$

$$\frac{\Delta\sigma_p(t_\infty, t_0)}{\sigma_{p0}} = \frac{88,12}{1353,67} = 6,51\%$$

## 4.10.4 Resultados comparativos para perdas progressivas

Os valores das perdas progressivas percentuais da força de protensão ( $\Delta P_{\infty}$ ) correspondem àqueles calculados para perda de tensão percentual em relação à tensão na armadura após perdas iniciais:  $\Delta\sigma_p(t_{\infty}, t_0)/\sigma_{p0}$ . A Tabela 31 apresenta um resumo comparativo para os valores de  $\Delta\sigma_p(t_{\infty}, t_0)/\sigma_{p0}$  obtidos para cada sistema de protensão considerando as normas estudadas:

Tabela 31: Resumo comparativo entre normas com perdas progressivas

$\Delta\sigma_p(t_{\infty}, t_0)/\sigma_{p0}$	NBR6118:2014	EN1992-1-1:2004	ACI318-14
Pós-tração aderente	15,5%	11,91%	7,34%
Pós-tração não aderente	14,53%	10,12%	6,51%

(Fonte: elaborada pela autora)

Observa-se que, em todos os casos, as perdas calculadas com as prescrições do ACI318-14 foram consideravelmente menores do que as obtidas pelas outras referências. Essas perdas foram aplicadas às forças nos pontos de referência para obtenção da força de protensão no tempo infinito. Os valores obtidos para a força pontual ( $P_{\infty,i}$ ) e média em cada trecho ( $P_{\infty,med}$ ) após a perda progressiva nos 15 pontos principais do perfil (Figura 56) estão apresentados na Tabela 32 e na

Tabela 33, respectivamente, para pós-tração aderente e não aderente.

Tabela 32: Perda de protensão final para pós-tração aderente

Ponto	x	y	Norma: NBR6118:2014		EN1992-1-1:2004		ACI318-14	
			$P_{\infty,i}$ (kN)	$P_{\infty,med}$ (kN)	$P_{\infty,i}$ (kN)	$P_{\infty,med}$ (kN)	$P_{\infty,i}$ (kN)	$P_{\infty,med}$ (kN)
1	0,00	0,13	4379,61	0,00	4617,06	0,00	4847,23	0,00
2	0,50	0,13	4387,80	4383,71	4625,56	4621,31	4856,17	4851,70
3	2,00	0,18	4495,08	4441,44	4736,94	4681,25	4973,34	4914,75
4	2,50	0,20	4584,51	4486,15	4829,79	4783,37	5071,00	5022,17
5	3,50	0,17	4664,34	4624,42	4912,68	4871,24	5158,19	5114,60
6	7,50	0,05	4788,63	4726,49	5041,73	4977,21	5293,94	5226,07
7	11,50	0,17	4909,95	4849,29	5119,66	5080,70	5385,28	5339,61
8	12,50	0,20	4856,02	4882,98	5041,90	5080,78	5303,48	5344,38
9	13,50	0,17	4782,26	4819,14	4965,32	5003,61	5222,93	5263,21
10	17,50	0,05	4667,43	4724,85	4846,10	4905,71	5097,52	5160,23
11	21,50	0,17	4555,36	4611,40	4729,74	4787,92	4975,13	5036,32
12	22,50	0,20	4486,18	4520,77	4657,90	4693,82	4899,56	4937,34
13	23,00	0,18	4411,13	4448,65	4579,98	4618,94	4817,60	4858,58
14	24,50	0,13	4324,35	4367,74	4489,88	4534,93	4722,82	4770,21
15	25,00	0,13	4317,87	4364,50	4483,15	4486,51	4715,74	4719,28

(Fonte: elaborada pela autora)

Tabela 33: Perda de protensão final para pós-tração não aderente

Ponto	x	y	Norma: NBR6118:2014		EN1992-1-1:2004		ACI318-14	
			$P_{\infty,i}$ (kN)	$P_{\infty,med}$ (kN)	$P_{\infty,i}$ (kN)	$P_{\infty,med}$ (kN)	$P_{\infty,i}$ (kN)	$P_{\infty,med}$ (kN)
1	0,00	0,13	4017,70	0,00	4298,09	0,00	4488,93	0,00
2	0,50	0,13	4024,51	4021,10	4305,35	4301,72	4496,53	4492,73
3	2,00	0,18	4067,28	4045,89	4350,94	4328,15	4544,20	4520,37
4	2,50	0,20	4096,27	4060,39	4381,85	4366,40	4576,52	4560,36
5	3,50	0,17	4127,33	4111,80	4414,96	4398,40	4611,14	4593,83
6	7,50	0,05	4197,64	4162,48	4489,91	4452,43	4689,52	4650,33
7	11,50	0,17	4266,83	4232,23	4563,67	4526,79	4766,65	4728,08
8	12,50	0,20	4266,25	4266,54	4547,97	4555,82	4755,69	4761,17
9	13,50	0,17	4236,58	4251,42	4516,34	4532,15	4722,62	4739,16
10	17,50	0,05	4169,43	4203,01	4444,75	4480,55	4647,77	4685,19
11	21,50	0,17	4103,34	4136,38	4374,30	4409,52	4574,09	4610,93
12	22,50	0,20	4074,80	4089,07	4343,88	4359,09	4542,28	4558,19
13	23,00	0,18	4048,53	4061,67	4315,87	4329,87	4513,00	4527,64
14	24,50	0,13	4010,38	4029,45	4275,20	4295,53	4470,47	4491,73
15	25,00	0,13	4004,37	4026,45	4268,79	4271,99	4463,77	4467,12

(Fonte: elaborada pela autora)

Seguindo o mesmo procedimento apresentado para perdas iniciais de protensão, calcula-se um valor médio da força no tempo infinito ( $P_{\infty}$ ), para todos os trechos da laje, e o valor da perda percentual total ( $\Delta_{P_{\infty}}$ ) em relação à força de protensão aplicada no macaco ( $P_i$ ), fazendo:

$$P_{\infty} = \frac{\sum P_{\infty,med} \cdot \Delta_{xi}}{\sum \Delta_{xi}} \quad e \quad \Delta_{P_{\infty}} = \frac{P_i - P_{\infty}}{P_i}$$

A Tabela 34 ilustra um resumo comparativo entre a perda de protensão percentual total ( $\Delta_{P_{\infty}}$ ), a força no tempo infinito calculada  $P_{\infty}$ , a força no tempo infinito estimada  $P_{\infty,est}$  e a diferença percentual ( $Dif\%$ ) entre as últimas ( $Dif\% = |P_{\infty,est} - P_{\infty}|/P_{\infty,est}$ ) obtidas para pós tração aderente. A Tabela 35 apresenta os mesmos resultados para pós tração não aderente.

Tabela 34: Resumo comparativo entre normas para pós-tração aderente com perdas totais

Parâmetro	NBR6118:2014	EN1992-1-1:2004	ACI318-14
$\Delta_{P_{\infty}}$	28,25%	24,75%	21,03%
$P_{\infty}$ (kN)	4662,03	4869,40	5118,47
$P_{\infty,est}$ (kN)	5003,34	4982,39	4990,93
$Dif\%$	6,82%	2,27%	2,56%

(Fonte: elaborada pela autora)

Tabela 35: Resumo comparativo entre normas para pós-tração não aderente com perdas totais

Parâmetro	NBR6118:2014	EN1992-1-1:2004	ACI318-14
$\Delta_{P_{\infty}}$	22,23%	18,12%	14,95%
$P_{\infty}$ (kN)	4154,12	4435,73	4635,70
$P_{\infty,est}$ (kN)	4593,47	4658,86	4687,47
$Dif\%$	9,56%	5,03%	1,12%

(Fonte: elaborada pela autora)

Observa-se que, apesar dos valores encontrados para as perdas ocorrendo entre os instantes  $t_0$  e  $t_\infty$  entre as diferentes normas ter sido relevante. A diferença entre a perda estimada total e a perda calculada total, para cada norma em particular, não foi considerável (todas abaixo de 10%). Assim, é mantido o número de cordoalhas inicial estimado. Para análise do pórtico, os carregamentos equivalentes são calculados considerando a força média após perdas iniciais ( $P_0$ ) e a força média após perdas totais ( $P_\infty$ ).

#### 4.11 Análise de momentos solicitantes no pórtico

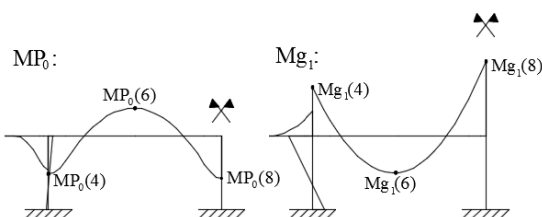
Para análise do ELS e ELU da laje, foram avaliados os momentos obtidos para cada carregamento isolado ( $g_1$ ,  $g_2$ ,  $G_2$ ,  $q$ ,  $P_0$ ,  $P_\infty$ ) nas posições correspondentes aos pontos de referência 4, 6 e 8 do perfil (indicados na Figura 58). Para todas as normas, as diferenças nos módulos de elasticidade indicados não contribuíram significativamente para alteração dos momentos no pórtico, sendo assim, os momentos obtidos para  $g_1$ ,  $g_2$ ,  $G_2$  e  $q$  foram considerados iguais independente da referência adotada. O pórtico rodado no instante inicial adotou o módulo de elasticidade  $E_{cs,5}$  da NBR6118:2014 e o pórtico rodado no instante em serviço adotou o  $E_{cs,28}$  da NBR6118:2014. Os momentos obtidos para os carregamentos  $P_0$  e  $P_\infty$  foram levemente diferentes para cada norma, uma vez que as perdas são diferentes. Os valores adotados para  $P_0$  e  $P_\infty$  são os médios para o perfil e estão apresentados na Tabela 36.

Tabela 36: Resumo comparativo entre forças de protensão médias no instante inicial e final

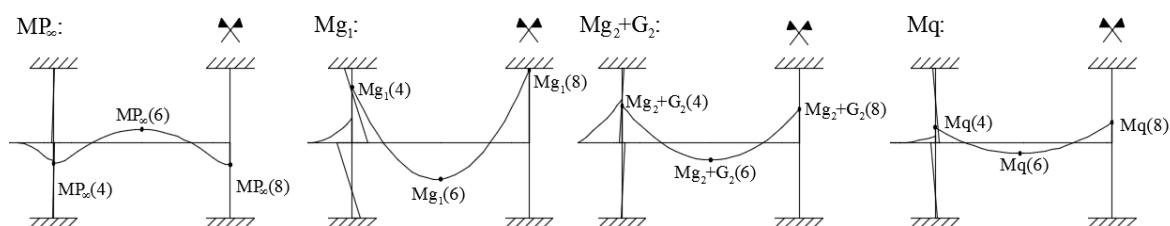
Sistema de pós-tração	Força	NBR6118:2014	EN1992-1-1:2004	ACI318-14
Aderente	$P_0$ (kN)	5517,43	5527,85	5526,90
	$P_\infty$ (kN)	4662,03	4869,40	5118,47
Não aderente	$P_0$ (kN)	5341,25	5417,28	5450,54
	$P_\infty$ (kN)	4154,12	4435,73	4635,70

(Fonte: elaborada pela autora)

Para análise do tempo inicial ( $t_0$ ), não foi considerada a rigidez oferecida pelo pilar do nível superior da laje, uma vez que se imagina que esse ainda não tenha sido concretado. Nesse caso, foram considerados os carregamentos da força de protensão após perdas iniciais ( $P_0$ ) e do peso próprio ( $g_1$ ), conforme ilustrado na Figura 60. Para análise do tempo em serviço ( $t_\infty$ ), foram considerados os carregamentos da força de protensão após perdas totais ( $P_\infty$ ), do peso próprio ( $g_1$ ), da ação conjunta dos carregamentos permanentes adicionais ( $g_2$  e  $G_2$ ) e da carga acidental ( $q$ ) conforme ilustrado na Figura 61.

Figura 60: Diagramas de momentos no tempo  $t_0$ 

(Fonte: elaborada pela Autora)

Figura 61: Diagramas de momentos no tempo  $t_\infty$ 

(Fonte: elaborada pela Autora)

A Tabela 37 ilustra os valores obtidos para os momentos nos pontos 4, 6 e 8 para o carregamento  $g_1$  (adotado por todas as normas) e para os carregamentos  $P_0$  obtidos para o sistema de protensão aderente e para o não aderente (conforme perdas calculadas para cada norma).

Tabela 37: Momentos no tempo  $t_0$ 

		Momentos (kN.m)		
Sistema de póstração	Carregamento	Ponto 4	Ponto 6	Ponto 8
Ambos	$g_1$	-385,81	292,17	-592,35
	$P_0$ (NBR)	475,75	-345,92	531,81
Aderente	$P_0$ (EN)	476,62	-346,57	532,82
	$P_0$ (ACI)	476,54	-346,51	532,73
	$P_0$ (NBR)	451,73	-328,47	504,99
Não aderente	$P_0$ (EN)	458,67	-333,52	512,75
	$P_0$ (ACI)	460,84	-335,10	515,18

(Fonte: elaborada pela autora)

A Tabela 38 ilustra os valores obtidos para os momentos nos pontos 4, 6 e 8 para os carregamentos  $g_1$ ,  $g_2 + G_2$  e  $q$  (adotado por todas as normas) e para os carregamentos  $P_\infty$  obtidos para o sistema de protensão aderente e para o não aderente (conforme perdas calculadas para cada norma).

A partir dos momentos obtidos, pode-se combiná-los conforme necessário para análises ao ELS e ao ELU. Prossegue-se então com as verificações de tensões em serviço.

Tabela 38: Momentos no tempo  $t_{\infty}$ 

Sistema de pós-tração		Momentos (kN.m)		
		Carregamento	Ponto 4	Ponto 6
Ambos	$g_1$	-436,37	279,31	-567,51
	$g_2 + G_2$	-178,34	79,99	-162,34
	$q$	-139,64	89,38	-181,60
Aderente	$P_{\infty}$ (NBR)	413,52	-289,40	443,59
	$P_{\infty}$ (EN)	431,92	-302,27	463,32
	$P_{\infty}$ (ACI)	454,01	-317,73	487,02
Não aderente	$P_{\infty}$ (NBR)	397,18	-277,96	426,06
	$P_{\infty}$ (EN)	424,11	-296,81	454,94
	$P_{\infty}$ (ACI)	443,23	-310,19	475,45

(Fonte: elaborada pela autora)

#### 4.12 Verificações de tensões

Para o cálculo de tensões, inicialmente, calcula-se o momento do pórtico relativo à combinação considerada. Os momentos calculados no Pórtico são então distribuídos para as faixas internas (vão) e externas (pilares) seguindo a recomendação da ACI318-14 para todas as normas, conforme Eq. 2.28, Eq. 2.29, Eq. 2.30 e Eq. 2.31 do item 2.13 deste trabalho. Adota-se a recomendação da norma americana uma vez que essa difere da brasileira apenas ao considerar uma maior distribuição de momentos positivos para cada uma das faixas de pilares (30% contra os 27,5% adotado pela NBR6118:2014). Considera-se que essa distribuição é condizente com a maior rigidez que essas faixas de pilares possuem.

Os momentos obtidos em cada faixa são dados na unidade kN.m/m. Considera-se então, para o cálculo de tensões, uma faixa de 1m de laje, cujas propriedades geométricas são:

$$A = b * h = 1 * 0,25 = 0,25m^2$$

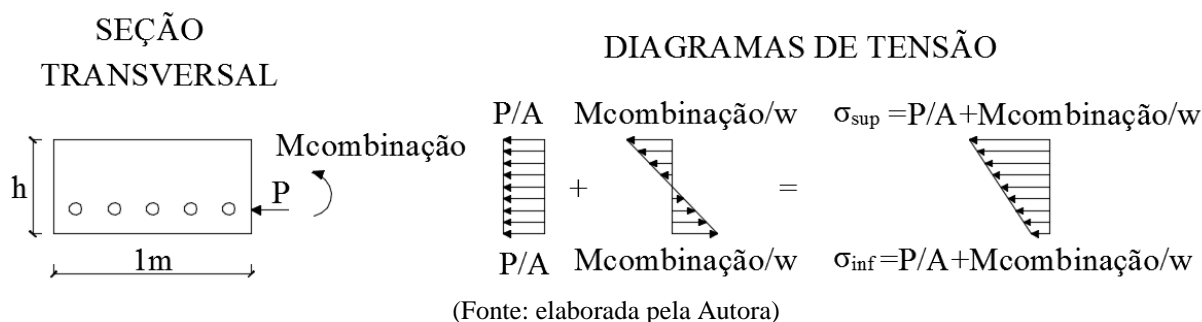
$$I = \frac{b * h^3}{12} = \frac{1 * 0,25^3}{12} = 1,302 * 10^{-3}m^4$$

$$w = I/(h/2) = 1,302 * 10^{-3}/(0,25/2) = 1,042 * 10^{-2}m^3$$

Calcula-se as tensões nas bordas superior ( $\sigma_{sup}$ ) e inferior ( $\sigma_{inf}$ ) a partir dos momentos obtidos para combinação de ações considerada ( $M_{combinação}$ ) e força de protensão no instante considerado ( $P$ ), conforme indicado na Figura 62. Observa-se que o efeito da excentricidade da protensão para os diagramas de tensão, já foi considerado pelo carregamento equivalente da protensão. Considera-se as convenções de tensão de compressão positiva e momento positivo ao que traciona a borda inferior.



Figura 62: Diagramas de tensão para força de protensão e momento da combinação



As verificações de tensões em serviço são conduzidas conforme descrito no item 3.5 deste trabalho sendo a tensão de compressão limite denominada  $\sigma_{c,lim}$  (positiva pela convenção) e a tensão de tração limite denominada  $\sigma_{t,lim}$  (negativa pela convenção). A seguir serão apresentadas as verificações necessárias para cada referência normativa estudada considerando o número de cordoalha calculado pelo equilíbrio de carregamentos. Para as situações em que seja necessário corrigir o número de cordoalhas, serão feitas as devidas correções nas forças de protensão e nos momentos do pórtico e serão apresentadas as novas verificações em serviço (item 4.13).

#### 4.12.1 Critérios da NBR6118:2014

De acordo com as prescrições da norma brasileira é necessário verificar os seguintes limites de tensões:

1) Para combinação frequente (ELS-F):

- $\sigma_{t,lim} = -f_{ct,f} = -3,37MPa$
- $\sigma_{c,lim} = 0,6 * f_{ck} = 0,6 * 35 = 21MPa$

2) Para combinação  $1,1 * M_{pi} + M_{g1}$  (ELU- ato da protensão, ELS-CE):

- $\sigma_{t,lim} = -1,2 * f_{ctm,j} = -1,2 * 0,3 * f_{ck,j}^{(2/3)} = -3,26MPa$
- $\sigma_{c,lim} = 0,7 * f_{ck,j} = 0,7 * 27,26 = 19,08MPa$

Para verificação 1) tem-se que, considerando locais em que não há predominância de pesos de equipamentos e nem elevadas concentrações de pessoas,  $\psi_1 = 0,4$  e  $\psi_2 = 0,3$ . Sendo assim, o momento obtido para combinação frequente (CF) é dado por:

$$M(CF) = M_{g1} + M(g_2 + G_2) + MP_{\infty} + 0,4 * M_q$$

A Tabela 39 ilustra, para o caso da pós-tração aderente, os momentos obtidos no pórtico para CF, os momentos distribuídos nas faixas interna e externa e a tensão na borda superior ( $\sigma_s$ )

e na borda inferior ( $\sigma_i$ ) da laje. A Tabela 40 ilustra as informações correspondentes para o caso da pós tração não aderente.

Tabela 39: Verificação de tensões CF - pós-tração aderente

Ponto	$M(CF)$ (kN.m)	Faixa interna			Faixa externa		
		Momento (kN.m/m)	$\sigma_s$ (MPa)	$\sigma_i$ (MPa)	Momento (kN.m/m)	$\sigma_s$ (MPa)	$\sigma_i$ (MPa)
P4	-257,05	-12,85	0,63	3,10	-38,56	-1,84	5,57
P6	105,65	8,45	2,68	1,05	12,678	3,08	0,65
P8	-358,90	-17,95	0,14	3,59	-53,84	-3,30	7,03

(Fonte: elaborada pela autora)

Tabela 40: Verificação de tensões CF - pós-tração não aderente

Ponto	$M(CF)$ (kN.m)	Faixa interna			Faixa externa		
		Momento (kN.m/m)	$\sigma_s$ (MPa)	$\sigma_i$ (MPa)	Momento (kN.m/m)	$\sigma_s$ (MPa)	$\sigma_i$ (MPa)
P4	-273,39	-13,70	0,35	2,97	-41,01	-2,28	5,60
P6	117,09	9,37	2,56	0,76	14,05	3,01	0,31
P8	-376,43	-18,82	-0,15	3,47	-56,46	-3,76	7,08

(Fonte: elaborada pela autora)

Observa-se que o único limite de tensões não atendido foi o de tração para borda superior do pilar central (ponto 8) para o caso da pós-tração não aderente. Isso indica que seria necessário aumentar o número de cordoalhas. Para esse caso, calculou-se que seriam necessárias 38 cordoalhas. A próxima verificação será realizada ainda com o número de cordoalhas calculado segundo o critério de equilíbrio de carregamentos. As novas verificações serão apresentadas no item 4.13.1.

Para verificação 2), utiliza-se a combinação do ELU – Ato da protensão, cujo momento é calculado por:

$$M(ELU - Ato) = 1,1 * M_{pi} + M_{g1}.$$

A Tabela 41 ilustra, para o caso da pós-tração aderente, os momentos obtidos no pórtico para combinação do ELU no ato da protensão  $M(ELU - Ato)$ , os momentos distribuídos nas faixas interna e externa e a tensão na borda superior ( $\sigma_s$ ) e na borda inferior ( $\sigma_i$ ) da laje. A Tabela 42 ilustra as informações correspondentes para o caso da pós tração não aderente.

Tabela 41: Verificação de tensões ELU – Ato da protensão - pós-tração aderente

Ponto	$M(ELU - Ato)$ (kN.m)	Faixa interna			Faixa externa		
		Momento (kN.m/m)	$\sigma_s$ (MPa)	$\sigma_i$ (MPa)	Momento (kN.m/m)	$\sigma_s$ (MPa)	$\sigma_i$ (MPa)
P4	137,52	11,00	3,26	1,15	16,50	3,79	0,62
P6	-88,34	-4,41	1,78	2,63	-13,25	0,93	3,48
P8	-7,36	-0,37	2,17	2,24	-1,10	2,10	2,31

(Fonte: elaborada pela autora)

Tabela 42: Verificação de tensões ELU – Ato da protensão - pós-tração não aderente

Ponto	$M(ELU - Ato)$ (kN.m)	Faixa interna			Faixa externa		
		Momento (kN.m/m)	$\sigma_s$ (MPa)	$\sigma_i$ (MPa)	Momento (kN.m/m)	$\sigma_s$ (MPa)	$\sigma_i$ (MPa)
P4	111,09	8,89	2,80	1,09	13,33	3,22	0,66
P6	-69,15	-3,46	1,61	2,28	-10,37	0,95	2,94
P8	-36,86	-1,84	1,77	2,12	-5,53	1,41	2,47

(Fonte: elaborada pela autora)

Nota-se que em nenhum dos casos os limites de tensão  $\sigma_{t,lim}$  e  $\sigma_{c,lim}$  foram ultrapassados.

#### 4.12.2 Critérios do EN1992-1-1:2004

De acordo com as prescrições da norma europeia é necessário verificar os seguintes limites de tensões:

- 1) Para combinação característica no ato da protensão:
  - $\sigma_{c,lim} = 0,6 * f_{cj} = 0,6 * 27,26 = 16,35MPa$
  - $\sigma_{t,lim} = -f_{ctm,j} = -0,3 * 27,26^{(2/3)} = -2,71MPa$
- 2) Para combinação característica em serviço:
  - $\sigma_{c,lim} = 0,6 * f_{ck} = 0,6 * 35 = 21MPa$
- 3) Para combinação frequente:
  - $\sigma_{t,lim} = -f_{ctm} = -3,21MPa$
- 4) Para combinação quase permanente:
  - $\sigma_{c,lim} = 0,45 * f_{ck} = 0,45 * 35 = 15,75MPa$

Para todas as combinações, considerando áreas de escritórios, tem-se:  $\psi_0 = 0,7$ ,  $\psi_1 = 0,5$  e  $\psi_2 = 0,3$ . Como a norma prescreve que sejam consideradas variações na força de protensão em serviço (ver item 3.5.2), as combinações dadas a seguir já consideram os coeficientes multiplicadores mais desfavoráveis para força de protensão em cada caso.

Para verificação 1), o momento obtido para combinação característica no ato da protensão é dado por:

$$M(CC - Ato) = \gamma * MP_i + Mg_1$$

sendo  $\gamma = 1,1$  para pós-tração aderente e  $\gamma = 1,05$  para pós-tração não aderente.

A Tabela 43 ilustra, para o caso da pós-tração aderente, os momentos obtidos no pórtico para a combinação característica no ato da protensão  $M(CC - Ato)$ , os momentos distribuídos

nas faixas interna e externa e a tensão na borda superior ( $\sigma_s$ ) e na borda inferior ( $\sigma_i$ ) da laje. A Tabela 44 ilustra as informações correspondentes para o caso da pós tração não aderente.

Tabela 43: Verificação de tensões CC – Ato da protensão - pós-tração aderente

Ponto	$M(CC - Ato)$ (kN.m)	Faixa interna			Faixa externa		
		Momento (kN.m/m)	$\sigma_s$ (MPa)	$\sigma_i$ (MPa)	Momento (kN.m/m)	$\sigma_s$ (MPa)	$\sigma_i$ (MPa)
P4	138,47	11,08	3,27	1,15	16,62	3,81	0,62
P6	-89,06	-4,45	1,78	2,64	-13,36	0,93	3,49
P8	-6,25	-0,31	2,18	2,24	-0,94	2,12	2,30

(Fonte: elaborada pela autora)

Tabela 44: Verificação de tensões CC – Ato da protensão - pós-tração não aderente

Ponto	$M(CC - Ato)$ (kN.m)	Faixa interna			Faixa externa		
		Momento (kN.m/m)	$\sigma_s$ (MPa)	$\sigma_i$ (MPa)	Momento (kN.m/m)	$\sigma_s$ (MPa)	$\sigma_i$ (MPa)
P4	95,79	7,66	2,71	1,24	11,50	3,08	0,87
P6	-58,03	-2,90	1,70	2,25	-8,70	1,14	2,81
P8	-53,96	-2,70	1,72	2,23	-8,09	1,20	2,75

(Fonte: elaborada pela autora)

Nota-se que em nenhum dos casos os limites de tensão  $\sigma_{t,lim}$  e  $\sigma_{c,lim}$  foram ultrapassados.

Para verificação 2), o momento obtido para combinação característica em serviço é dado através de:

$$M(CC - Serv.) = \gamma * MP_{\infty} + Mg_1 + M(g_2 + G_2) + MP_{\infty} + Mq$$

sendo  $\gamma = 0,9$  para pós-tração aderente e  $\gamma = 0,95$  para pós-tração não aderente.

A Tabela 45 ilustra, para o caso da pós-tração aderente, os momentos obtidos no pórtico para a combinação característica em serviço  $M(CC - Serv.)$ , os momentos distribuídos nas faixas interna e externa e a tensão na borda superior ( $\sigma_s$ ) e na borda inferior ( $\sigma_i$ ) da laje. A Tabela 46 ilustra as informações correspondentes para o caso da pós tração não aderente.

Tabela 45: Verificação de tensões CC – Serviço - pós-tração aderente

Ponto	$M(CC - Serv.)$ (kN.m)	Faixa interna			Faixa externa		
		Momento (kN.m/m)	$\sigma_s$ (MPa)	$\sigma_i$ (MPa)	Momento (kN.m/m)	$\sigma_s$ (MPa)	$\sigma_i$ (MPa)
P4	-365,62	-18,28	0,19	3,70	-54,84	-3,32	7,21
P6	176,64	14,13	3,30	0,59	21,20	3,98	-0,09
P8	-494,46	-24,72	-0,43	4,32	-74,17	-5,17	9,07

(Fonte: elaborada pela autora)

Tabela 46: Verificação de tensões CC – Serviço - pós-tração não aderente

Ponto	$M(CC - Serv.)$ (kN.m)	Faixa interna			Faixa externa		
		Momento (kN.m/m)	$\sigma_s$ (MPa)	$\sigma_i$ (MPa)	Momento (kN.m/m)	$\sigma_s$ (MPa)	$\sigma_i$ (MPa)
P4	-351,45	-17,57	0,09	3,46	-52,72	-3,29	6,84
P6	166,71	13,34	3,05	0,49	20,01	3,69	-0,15
P8	-479,26	-23,96	-0,53	4,07	-71,89	-5,13	8,68

(Fonte: elaborada pela autora)

Nota-se que em nenhum dos casos o limite de tensão  $\sigma_{c,lim}$  foi ultrapassado.

Para verificação 3), o momento obtido para combinação frequente é dado através de:

$$M(CF) = \gamma * MP_{\infty} + Mg_1 + M(g_2 + G_2) + MP_{\infty} + 0,5 * Mq$$

sendo  $\gamma = 0,9$  para pós-tração aderente e  $\gamma = 0,95$  para pós-tração não aderente.

A Tabela 47 ilustra, para o caso da pós-tração aderente, os momentos obtidos no pórtico para a combinação frequente  $M(CF)$ , os momentos distribuídos nas faixas interna e externa e a tensão na borda superior ( $\sigma_s$ ) e na borda inferior ( $\sigma_i$ ) da laje. A Tabela 48 ilustra as informações correspondentes para o caso da pós tração não aderente.

Tabela 47: Verificação de tensões CF - pós-tração aderente

Ponto	$M(CF)$ (kN.m)	Faixa interna			Faixa externa		
		Momento (kN.m/m)	$\sigma_s$ (MPa)	$\sigma_i$ (MPa)	Momento (kN.m/m)	$\sigma_s$ (MPa)	$\sigma_i$ (MPa)
P4	-295,80	-14,79	0,53	3,37	-44,37	-2,31	6,21
P6	131,95	10,56	2,96	0,93	15,83	3,47	0,43
P8	-403,66	-20,18	0,01	3,89	-60,55	-3,86	7,76

(Fonte: elaborada pela autora)

Tabela 48: Verificação de tensões CF – Serviço - pós-tração não aderente

Ponto	$M(CF)$ (kN.m)	Faixa interna			Faixa externa		
		Momento (kN.m/m)	$\sigma_s$ (MPa)	$\sigma_i$ (MPa)	Momento (kN.m/m)	$\sigma_s$ (MPa)	$\sigma_i$ (MPa)
P4	-281,63	-14,08	0,42	3,13	-42,24	-2,28	5,83
P6	122,02	9,76	2,71	0,84	14,64	3,18	0,37
P8	-388,46	-19,42	-0,09	3,64	-58,27	-3,82	7,37

(Fonte: elaborada pela autora)

Nota-se que em ambos os sistemas de pós-tração não foram atendidos os limites de tensão  $\sigma_{t,lim}$  no ponto de referência 8 na fibra superior. Para que essa verificação fosse atendida seriam necessárias 47 cordoalhas para o sistema aderente e 39 cordoalhas para o sistema não aderente. A próxima verificação será realizada ainda com o número de cordoalhas calculado segundo o critério de equilíbrio de carregamentos. As novas verificações serão apresentadas no item 4.13.3.

Para verificação 4), o momento obtido para combinação quase permanente é dado através de:

$$M(CQP) = \gamma * MP_{\infty} + Mg_1 + M(g_2 + G_2) + MP_{\infty} + 0,3 * Mq$$

sendo  $\gamma = 0,9$  para pós-tração aderente e  $\gamma = 0,95$  para pós-tração não aderente.

A Tabela 49 ilustra, para o caso da pós-tração aderente, os momentos obtidos no pórtico para a combinação frequente  $M(CQP)$ , os momentos distribuídos nas faixas interna e externa e a tensão na borda superior ( $\sigma_s$ ) e na borda inferior ( $\sigma_i$ ) da laje. A Tabela 50 ilustra as informações correspondentes para o caso da pós tração não aderente.

Tabela 49: Verificação de tensões CQP - pós-tração aderente

Ponto	$M(CQP)$ (kN.m)	Faixa interna			Faixa externa		
		Momento (kN.m/m)	$\sigma_s$ (MPa)	$\sigma_i$ (MPa)	Momento (kN.m/m)	$\sigma_s$ (MPa)	$\sigma_i$ (MPa)
P4	-267,87	-13,39	0,66	3,23	-40,18	-1,91	5,81
P6	114,07	9,13	2,82	1,07	13,69	3,26	0,63
P8	-367,34	-18,37	0,18	3,71	-55,10	-3,34	7,24

(Fonte: elaborada pela autora)

Tabela 50: Verificação de tensões CQP – Serviço - pós-tração não aderente

Ponto	$M(CQP)$ (kN.m)	Faixa interna			Faixa externa		
		Momento (kN.m/m)	$\sigma_s$ (MPa)	$\sigma_i$ (MPa)	Momento (kN.m/m)	$\sigma_s$ (MPa)	$\sigma_i$ (MPa)
P4	-253,70	-12,68	0,56	2,99	-38,05	-1,88	5,43
P6	104,14	8,33	2,57	0,97	12,50	2,97	0,57
P8	-352,14	-17,61	0,08	3,46	-52,82	-3,30	6,85

(Fonte: elaborada pela autora)

Nota-se que em nenhum dos casos o limite de tensão  $\sigma_{c,lim}$  foi ultrapassado.

#### 4.12.3 Critérios do ACI318-14

De acordo com as prescrições da norma americana é necessário verificar os seguintes limites de tensões:

1) Para combinação característica no ato da protensão:

- $\sigma_{clim} = 0,6 * f'_{ci} = 0,6 * 25,22 = 15,13MPa$
- $\sigma_{t,lim} = 0,25 * \sqrt{f'_{ci}} = 0,25 * \sqrt{25,22} = -1,25MPa$

2) Para combinação característica em serviço:

- $\sigma_{clim} = 0,60 * f'_c = 0,60 * 33 = 19,80MPa$
- $\sigma_{t,lim} = 0,50 * \sqrt{f'_c} = 0,50 * \sqrt{33} = 2,87MPa$

3) Para combinação mantida em serviço:

- $\sigma_{clim} = 0,45 * f'_c = 0,45 * 33 = 14,85 MPa$
- $\sigma_{t,lim} = 0,50 * \sqrt{f'_c} = 0,50 * \sqrt{33} = 2,87 MPa$

Para verificação 1), o momento obtido para combinação característica no ato da protensão é dado por:

$$M(CC - Ato) = 1,15 * MP_i + Mg_1$$

A Tabela 51 ilustra, para o caso da pós-tração aderente, os momentos obtidos no pórtico para a combinação característica no ato da protensão  $M(CC - Ato)$ , os momentos distribuídos nas faixas interna e externa e a tensão na borda superior ( $\sigma_s$ ) e na borda inferior ( $\sigma_i$ ) da laje. A

Tabela 52

Tabela 52 ilustra as informações correspondentes para o caso da pós tração não aderente.

Tabela 51: Verificação de tensões CC – Ato da protensão - pós-tração aderente

Ponto	$M(CC - Ato)$ (kN.m)	Faixa interna			Faixa externa		
		Momento (kN.m/m)	$\sigma_s$ (MPa)	$\sigma_i$ (MPa)	Momento (kN.m/m)	$\sigma_s$ (MPa)	$\sigma_i$ (MPa)
P4	162,21	12,98	3,46	0,96	19,47	4,08	0,34
P6	-106,32	-5,32	1,70	2,72	-15,95	0,68	3,74
P8	20,29	1,62	2,37	2,05	2,43	2,44	1,98

(Fonte: elaborada pela autora)

Tabela 52: Verificação de tensões CC – Ato da protensão - pós-tração não aderente

Ponto	$M(CC - Ato)$ (kN.m)	Faixa interna			Faixa externa		
		Momento (kN.m/m)	$\sigma_s$ (MPa)	$\sigma_i$ (MPa)	Momento (kN.m/m)	$\sigma_s$ (MPa)	$\sigma_i$ (MPa)
P4	305,45	24,44	4,33	-0,36	36,65	5,50	-1,54
P6	-210,48	-10,52	0,97	2,99	-31,57	-1,05	5,01
P8	180,42	14,43	3,37	0,60	21,65	4,06	-0,10

(Fonte: elaborada pela autora)

Nota-se que em nenhum dos casos os limites de tensão  $\sigma_{t,lim}$  e  $\sigma_{c,lim}$  foram ultrapassados.

Para verificação 2), o momento obtido para combinação característica em serviço é dado através de:

$$M(CC - Serv.) = MP_\infty + Mg_1 + M(g_2 + G_2) + MP_\infty + Mq$$

A Tabela 53 ilustra, para o caso da pós-tração aderente, os momentos obtidos no pórtico para a combinação característica em serviço  $M(CC - Serv.)$ , os momentos distribuídos nas faixas interna e externa e a tensão na borda superior ( $\sigma_s$ ) e na borda inferior ( $\sigma_i$ ) da laje. A Tabela 54 ilustra as informações correspondentes para o caso da pós tração não aderente.

Tabela 53: Verificação de tensões CC – Serviço - pós-tração aderente

Ponto	$M(CC - Serv.)$ (kN.m)	Faixa interna			Faixa externa		
		Momento (kN.m/m)	$\sigma_s$ (MPa)	$\sigma_i$ (MPa)	Momento (kN.m/m)	$\sigma_s$ (MPa)	$\sigma_i$ (MPa)
P4	-300,34	-15,02	0,61	3,49	-45,05	-2,28	6,37
P6	130,95	10,48	3,05	1,04	15,71	3,56	0,54
P8	-424,43	-21,22	0,01	4,08	-63,66	-4,06	8,16

(Fonte: elaborada pela autora)

Tabela 54: Verificação de tensões CC – Serviço - pós-tração não aderente

Ponto	$M(CC - Serv.)$ (kN.m)	Faixa interna			Faixa externa		
		Momento (kN.m/m)	$\sigma_s$ (MPa)	$\sigma_i$ (MPa)	Momento (kN.m/m)	$\sigma_s$ (MPa)	$\sigma_i$ (MPa)
P4	-311,12	-15,56	0,36	3,35	-46,67	-2,63	6,33
P6	138,49	11,08	2,92	0,79	16,62	3,45	0,26
P8	-436,00	-21,80	-0,24	3,95	-65,40	-4,42	8,13

(Fonte: elaborada pela autora)

Nota-se que em ambos os sistemas de pós-tração não foram atendidos os limites de tensão  $\sigma_{t,lim}$  no ponto de referência 8 na fibra superior. Para que essa verificação fosse atendida seriam necessárias 51 cordoalhas para o sistema aderente e 44 cordoalhas para o sistema não aderente. A próxima verificação será realizada ainda com o número de cordoalhas calculado segundo o critério de equilíbrio de carregamentos. As novas verificações serão apresentadas no item 4.13.3.

Para verificação 3), o momento obtido para combinação mantida é dado através de:

$$M(CM) = MP_{\infty} + Mg_1 + M(g_2 + G_2) + MP_{\infty} + 0,3 * Mq$$

A Tabela 55 ilustra, para o caso da pós-tração aderente, os momentos obtidos no pórtico para a combinação mantida em serviço  $M(CM)$ , os momentos distribuídos nas faixas interna e externa e a tensão na borda superior ( $\sigma_s$ ) e na borda inferior ( $\sigma_i$ ) da laje. A Tabela 56 ilustra as informações correspondentes para o caso da pós tração não aderente. Nota-se que em nenhum dos casos os limites de tensão  $\sigma_{t,lim}$  e  $\sigma_{c,lim}$  foram ultrapassados.

Tabela 55: Verificação de tensões CM - pós-tração aderente

Ponto	$M(CM)$ (kN.m)	Faixa interna			Faixa externa		
		Momento (kN.m/m)	$\sigma_s$ (MPa)	$\sigma_i$ (MPa)	Momento (kN.m/m)	$\sigma_s$ (MPa)	$\sigma_i$ (MPa)
P4	-202,59	-10,13	1,07	3,02	-30,39	-0,87	4,96
P6	68,38	5,47	2,57	1,52	8,21	2,84	1,26
P8	-297,31	-14,87	0,62	3,47	-44,60	-2,23	6,33

(Fonte: elaborada pela autora)



Tabela 56: Verificação de tensões CM – Serviço - pós-tração não aderente

Ponto	$M(CM)$ (kN.m)	Faixa interna			Faixa externa		
		Momento (kN.m/m)	$\sigma_s$ (MPa)	$\sigma_i$ (MPa)	Momento (kN.m/m)	$\sigma_s$ (MPa)	$\sigma_i$ (MPa)
P4	-213,37	-10,67	0,83	2,88	-32,01	-1,22	4,93
P6	75,92	6,07	2,44	1,27	9,11	2,73	0,98
P8	-308,88	-15,44	0,37	3,34	-46,33	-2,59	6,30

(Fonte: elaborada pela autora)

#### 4.13 Correção no número de cordoalhas e novas verificações

Para atender às verificações ao ELS, seria necessário aumentar o número de cordoalhas utilizados para os seguintes casos:

- NBR6118:2014: Pós-tração não aderente: de 36 para 38 cordoalhas;
- EN1992-1-1:2004: Pós-tração aderente: de 43 cordoalhas para 47 cordoalhas;
- EN1992-1-1:2004: Pós-tração não aderente: de 36 cordoalhas para 39 cordoalhas.
- ACI318-14: Pós-tração aderente: de 44 cordoalhas para 51 cordoalhas;
- ACI318-14: Pós-tração não aderente: de 37 cordoalhas para 44 cordoalhas.

Nota-se que o número de cordoalhas necessários pela norma americana foi significativamente superior ao necessário pelas outras normas uma vez que essa adota uma tensão de tração limite inferior (de 2,87MPa contra 3,37MPa da NBR6118:2014 e contra 3,21MPa da EN1992-1-1:2004) e impõe o atendimento dessa tensão de tração limite para combinação de ações característica. As outras normas impõem o atendimento da tensão de tração limite para a combinação frequente em que não se considera a totalidade de ações variáveis.

Corrigido o número de cordoalhas, foram recalculadas as forças pontuais de protensão após as perdas imediatas. Com isso, a Tabela 57 apresenta um resumo comparativo entre normas para as perdas iniciais considerando o número corrigido de cordoalhas e o sistema de pós-tração aderente. A Tabela 58 apresenta os mesmos dados para o sistema de pós-tração não aderente.

Tabela 57: Correção do resumo comparativo entre normas para pós-tração aderente com perdas iniciais

Parâmetro	NBR6118:2014	EN1992-1-1:2004	ACI318-14
$N_{nec}$	47	47	51
$P_i$	6497,84	7072,56	7512,91
$P_0$	5517,43	6039,07	6399,64
$\Delta_{P_0}$	15,1%	14,6%	14,8%

(Fonte: elaborada pela autora)

Tabela 58: Correção do resumo comparativo entre normas para pós-tração não aderente com perdas iniciais

Parâmetro	NBR6118:2014	EN1992-1-1:2004	ACI318-14
$N_{nec}$	38	39	44
$P_i$	5341,25	5868,72	6481,73
$P_0$	4860,46	5344,14	5890,18
$\Delta_{P_0}$	9,0%	8,9%	9,1%

(Fonte: elaborada pela autora)

A Tabela 59 apresenta um resumo comparativo corrigido para as perdas de protensão entre o instante  $t_0$  e o instante  $t_\infty$ .

Tabela 59: Resumo comparativo entre normas corrigido com perdas progressivas

$\Delta\sigma_p(t_\infty, t_0)/\sigma_{p0}$	NBR6118:2014	EN1992-1-1:2004	ACI318-14
Pós-tração aderente	15,5%	12,45%	8,14%
Pós-tração não aderente	14,62%	10,27%	6,83%

(Fonte: elaborada pela autora)

A Tabela 60 apresenta, para o sistema aderente, um resumo comparativo corrigido entre os valores da perda total  $\Delta_{P_\infty}$ , da força de protensão média no tempo infinito calculada ( $P_\infty$ ) e do valor estimado dessa força ( $P_{\infty,est}$ ). A Tabela 61 apresenta os mesmos dados para o sistema não aderente.

Tabela 60: Resumo comparativo entre normas corrigido para pós-tração aderente com perdas totais

Parâmetro	NBR6118:2014	EN1992-1-1:2004	ACI318-14
$\Delta_{P_\infty}$	28,25%	25,24%	21,75%
$P_\infty$ (kN)	4662,03	5287,29	5878,52
$P_{\infty,est}$ (kN)	5003,34	5445,87	5784,94
<i>Dif</i> %	6,82%	2,91%	1,62%

(Fonte: elaborada pela autora)

Tabela 61: Resumo comparativo entre normas corrigido para pós-tração não aderente com perdas totais

Parâmetro	NBR6118:2014	EN1992-1-1:2004	ACI318-14
$\Delta_{P_\infty}$	22,32%	18,29%	15,33%
$P_\infty$ (kN)	4379,38	4795,50	5487,93
$P_{\infty,est}$ (kN)	4848,67	5047,10	5574,29
<i>Dif</i> %	9,68%	5,25%	1,57%

(Fonte: elaborada pela autora)

A Tabela 62 apresenta um resumo comparativo corrigido para as forças médias no perfil calculadas no instante  $t_0$  e no instante  $t_\infty$ .

A partir das novas forças médias de protensão, os pórticos foram analisados novamente para consideração de momentos atualizados. Essa consideração é necessária para que possam ser realizadas as novas verificações em serviço.

Tabela 62: Resumo comparativo corrigido entre forças de protensão médias nos instantes inicial e final

Sistema de pós-tração	Força	NBR6118:2014	EN1992-1-1:2004	ACI318-14
Aderente	$P_0$ (kN)	5517,43	6039,07	6399,64
	$P_\infty$ (kN)	4662,03	5287,29	5878,52
Não aderente	$P_0$ (kN)	5129,21	5344,14	5890,18
	$P_\infty$ (kN)	4379,38	4795,50	5487,93

(Fonte: elaborada pela autora)

A Tabela 63 apresenta a correção dos momentos no pórtico para o instante  $t_0$  e a Tabela 64 apresenta essa correção para o instante  $t_\infty$ .

Tabela 63: Momentos no tempo  $t_0$ 

		Momentos (kN.m)		
Sistema de pós-tração	Carregamento	Ponto 4	Ponto 6	Ponto 8
Ambos	$g_1$	-385,81	292,17	-592,35
	$P_0$ (NBR)	475,75	-345,92	531,81
Aderente	$P_0$ (EN)	520,77	-378,50	582,27
	$P_0$ (ACI)	551,86	-401,10	617,04
Não aderente	$P_0$ (NBR)	476,77	-346,71	533,08
	$P_0$ (EN)	496,75	-361,11	555,42
	$P_0$ (ACI)	547,49	-397,92	612,15

(Fonte: elaborada pela autora)

Tabela 64: Momentos no tempo  $t_\infty$ 

		Momentos (kN.m)		
Sistema de pós-tração	Carregamento	Ponto 4	Ponto 6	Ponto 8
Ambos	$g_1$	-436,37	279,31	-567,51
	$g_2 + G_2$	-178,34	79,99	-162,34
	$q$	-139,64	89,38	-181,60
Aderente	$P_\infty$ (NBR)	413,52	-289,40	443,59
	$P_\infty$ (EN)	469,06	-328,10	503,23
	$P_\infty$ (ACI)	521,51	-364,69	559,50
Não aderente	$P_\infty$ (NBR)	418,79	-292,93	449,30
	$P_\infty$ (EN)	458,58	-320,77	491,99
	$P_\infty$ (ACI)	524,80	-367,08	563,03

(Fonte: elaborada pela autora)

A seguir, serão verificadas as novas tensões em serviço para a pós-tração não aderente da NBR6118:2014 e para ambos os sistemas para o EN1992-1-1:2004 e para o ACI318-14.

## 4.13.1 Critérios da NBR6118:2014

Conforme já definido, para norma brasileira, é preciso atender as duas verificações enunciadas a seguir:

1) Para combinação frequente (ELS-F):

- $\sigma_{t,lim} = -f_{ct,f} = -3,37MPa$
- $\sigma_{c,lim} = 0,6 * f_{ck} = 0,6 * 35 = 21MPa$

2) Para combinação  $1,1 * M_{pi} + M_{g1}$  (ELU- ato da protensão, ELS-CE):

- $\sigma_{t,lim} = -1,2 * f_{ctm,j} = -1,2 * 0,3 * f_{ck,j}^{(2/3)} = -3,26MPa$
- $\sigma_{c,lim} = 0,7 * f_{ck,j} = 0,7 * 27,26 = 19,08MPa$

Para verificação 1) calculam-se os momentos obtidos no pórtico para combinação frequente, os momentos distribuídos nas faixas interna e externa e a tensão na borda superior ( $\sigma_s$ ) e na borda inferior ( $\sigma_i$ ) da laje, conforme ilustrado na Tabela 65 para pós-tração não aderente.

Tabela 65: Verificação de tensões CF - pós-tração não aderente

Ponto	$M(CF)$ (kN.m)	Faixa interna			Faixa externa		
		Momento (kN.m/m)	$\sigma_s$ (MPa)	$\sigma_i$ (MPa)	Momento (kN.m/m)	$\sigma_s$ (MPa)	$\sigma_i$ (MPa)
P4	-251,78	-12,59	0,54	2,96	-37,77	-1,87	5,38
P6	102,12	8,17	2,54	0,97	12,25	2,93	0,58
P8	-353,19	-17,66	0,06	3,45	-52,98	-3,33	6,84

(Fonte: elaborada pela autora)

Nota-se que em nenhum dos casos os limites de tensão  $\sigma_{t,lim}$  e  $\sigma_{c,lim}$  foram ultrapassados.

Para verificação 2), calculam-se os momentos obtidos no pórtico para combinação do ELU no ato da protensão  $M(ELU - Ato)$ , os momentos distribuídos nas faixas interna e externa e a tensão na borda superior ( $\sigma_s$ ) e na borda inferior ( $\sigma_i$ ) da laje, conforme ilustrado na Tabela 66 para pós-tração não aderente. Nota-se que em nenhum dos casos os limites de tensão  $\sigma_{t,lim}$  e  $\sigma_{c,lim}$  foram ultrapassados.

Tabela 66: Verificação de tensões ELU – Ato da protensão - pós-tração não aderente

Ponto	$M(ELU - Ato)$ (kN.m)	Faixa interna			Faixa externa		
		Momento (kN.m/m)	$\sigma_s$ (MPa)	$\sigma_i$ (MPa)	Momento (kN.m/m)	$\sigma_s$ (MPa)	$\sigma_i$ (MPa)
P4	138,64	11,09	3,12	0,99	16,64	3,65	0,45
P6	-89,21	-4,46	1,62	2,48	-13,38	0,77	3,34
P8	-5,96	-0,30	2,02	2,08	-0,89	1,97	2,14

(Fonte: elaborada pela autora)

## 4.13.2 Critérios do EN1992-1-1:2004

De acordo com as prescrições da norma europeia é necessário verificar os seguintes limites de tensões:

- 1) Para combinação característica no ato da protensão:
  - $\sigma_{clim} = 0,6 * f_{cj} = 0,6 * 27,26 = 16,35MPa$
  - $\sigma_{t,lim} = -f_{ctm,j} = -0,3 * 27,26^{(2/3)} = -2,71MPa$
- 2) Para combinação característica em serviço:
  - $\sigma_{clim} = 0,6 * f_{ck} = 0,6 * 35 = 21MPa$
- 3) Para combinação frequente:
  - $\sigma_{t,lim} = -f_{ctm} = -3,21MPa$
- 4) Para combinação quase permanente:
  - $\sigma_{clim} = 0,45 * f_{ck} = 0,45 * 35 = 15,75MPa$

Para todas as combinações, considerando áreas de escritórios, tem-se:  $\psi_0 = 0,7$ ,  $\psi_1 = 0,5$  e  $\psi_2 = 0,3$ . Como a norma prescreve que sejam consideradas variações na força de protensão em serviço (ver item 3.5.2), as combinações dadas a seguir já consideram os coeficientes multiplicadores mais desfavoráveis para força de protensão em cada caso.

Para verificação 1), o momento obtido para combinação característica no ato da protensão é dado por:

$$M(CC - Ato) = \gamma * MP_i + Mg_1$$

sendo  $\gamma = 1,1$  para pós-tração aderente e  $\gamma = 1,05$  para pós-tração não aderente.

A Tabela 67 ilustra, para o caso da pós-tração aderente, os momentos obtidos no pórtico para a combinação característica no ato da protensão  $M(CC - Ato)$ , os momentos distribuídos nas faixas interna e externa e a tensão na borda superior ( $\sigma_s$ ) e na borda inferior ( $\sigma_i$ ) da laje. A Tabela 68 ilustra as informações correspondentes para o caso da pós tração não aderente.

Tabela 67: Verificação de tensões CC – Ato da protensão - pós-tração aderente

Ponto	$M(CC - Ato)$ (kN.m)	Faixa interna			Faixa externa		
		Momento (kN.m/m)	$\sigma_s$ (MPa)	$\sigma_i$ (MPa)	Momento (kN.m/m)	$\sigma_s$ (MPa)	$\sigma_i$ (MPa)
P4	187,04	14,96	3,85	0,98	22,44	4,57	0,26
P6	-124,18	-6,21	1,82	3,01	-18,63	0,63	4,20
P8	48,15	3,85	2,79	2,05	5,78	2,97	1,86

(Fonte: elaborada pela autora)

Tabela 68: Verificação de tensões CC – Ato da protensão - pós-tração não aderente

Ponto	$M(CC - Ato)$ (kN.m)	Faixa interna			Faixa externa		
		Momento (kN.m/m)	$\sigma_s$ (MPa)	$\sigma_i$ (MPa)	Momento (kN.m/m)	$\sigma_s$ (MPa)	$\sigma_i$ (MPa)
P4	135,78	10,86	3,18	1,09	16,29	3,70	0,57
P6	-87,00	-4,35	1,72	2,56	-13,05	0,88	3,39
P8	-9,16	-0,46	2,09	2,18	-1,37	2,01	2,27

(Fonte: elaborada pela autora)

Nota-se que em nenhum dos casos os limites de tensão  $\sigma_{t,lim}$  e  $\sigma_{c,lim}$  foram ultrapassados.

Para verificação 2), o momento obtido para combinação característica em serviço é dado através de:

$$M(CC - Serv.) = \gamma * MP_{\infty} + Mg_1 + M(g_2 + G_2) + MP_{\infty} + Mq$$

sendo  $\gamma = 0,9$  para pós-tração aderente e  $\gamma = 0,95$  para pós-tração não aderente.

A Tabela 69 ilustra, para o caso da pós-tração aderente, os momentos obtidos no pórtico para a combinação característica em serviço  $M(CC - Serv.)$ , os momentos distribuídos nas faixas interna e externa e a tensão na borda superior ( $\sigma_s$ ) e na borda inferior ( $\sigma_i$ ) da laje. A Tabela 70 ilustra as informações correspondentes para o caso da pós tração não aderente.

Tabela 69: Verificação de tensões CC – Serviço - pós-tração aderente

Ponto	$M(CC - Serv.)$ (kN.m)	Faixa interna			Faixa externa		
		Momento (kN.m/m)	$\sigma_s$ (MPa)	$\sigma_i$ (MPa)	Momento (kN.m/m)	$\sigma_s$ (MPa)	$\sigma_i$ (MPa)
P4	-332,20	-16,61	0,52	3,71	-49,83	-2,67	6,90
P6	153,39	12,27	3,29	0,94	18,41	3,88	0,35
P8	-458,54	-22,93	-0,09	4,32	-68,78	-4,49	8,72

(Fonte: elaborada pela autora)

Tabela 70: Verificação de tensões CC – Serviço - pós-tração não aderente

Ponto	$M(CC - Serv.)$ (kN.m)	Faixa interna			Faixa externa		
		Momento (kN.m/m)	$\sigma_s$ (MPa)	$\sigma_i$ (MPa)	Momento (kN.m/m)	$\sigma_s$ (MPa)	$\sigma_i$ (MPa)
P4	-318,70	-15,93	0,39	3,45	-47,80	-2,67	6,51
P6	143,95	11,52	3,02	0,81	17,27	3,58	0,26
P8	-444,06	-22,20	-0,21	4,05	-66,61	-4,48	8,31

(Fonte: elaborada pela autora)

Nota-se que em nenhum dos casos o limite de tensão  $\sigma_{c,lim}$  foi ultrapassado. Nota-se também que a tensão de tração superou  $f_{ctm}$  apenas na borda superior da faixa externa do ponto 8 para ambos os sistemas de pós tração. Esse é o único ponto que necessitará de armadura mínima.

Para verificação 3), o momento obtido para combinação frequente é dado através de:

$$M(CF) = \gamma * MP_{\infty} + Mg_1 + M(g_2 + G_2) + MP_{\infty} + 0,5 * Mq$$

sendo  $\gamma = 0,9$  para pós-tração aderente e  $\gamma = 0,95$  para pós-tração não aderente.

A Tabela 71 ilustra, para o caso da pós-tração aderente, os momentos obtidos no pórtico para a combinação frequente  $M(CF)$ , os momentos distribuídos nas faixas interna e externa e a tensão na borda superior ( $\sigma_s$ ) e na borda inferior ( $\sigma_i$ ) da laje. A Tabela 72 ilustra as informações correspondentes para o caso da pós tração não aderente.

Tabela 71: Verificação de tensões CF - pós-tração aderente

Ponto	$M(CF)$ (kN.m)	Faixa interna			Faixa externa		
		Momento (kN.m/m)	$\sigma_s$ (MPa)	$\sigma_i$ (MPa)	Momento (kN.m/m)	$\sigma_s$ (MPa)	$\sigma_i$ (MPa)
P4	-262,38	-13,12	0,86	3,37	-39,36	-1,66	5,89
P6	108,70	8,70	2,95	1,28	13,04	3,37	0,86
P8	-367,74	-18,39	0,35	3,88	-55,16	-3,18	7,41

(Fonte: elaborada pela autora)

Tabela 72: Verificação de tensões CF – Serviço - pós-tração não aderente

Ponto	$M(CF)$ (kN.m)	Faixa interna			Faixa externa		
		Momento (kN.m/m)	$\sigma_s$ (MPa)	$\sigma_i$ (MPa)	Momento (kN.m/m)	$\sigma_s$ (MPa)	$\sigma_i$ (MPa)
P4	-248,88	-12,44	0,72	3,11	-37,33	-1,67	5,50
P6	99,26	7,94	2,68	1,16	11,91	3,06	0,77
P8	-353,26	-17,66	0,22	3,61	-52,99	-3,17	7,01

(Fonte: elaborada pela autora)

Nota-se que em nenhum dos casos o limite de tensão  $\sigma_{t,lim}$  foi ultrapassado.

Para verificação 4), o momento obtido para combinação quase permanente é dado através de:

$$M(CQP) = \gamma * MP_{\infty} + Mg_1 + M(g_2 + G_2) + MP_{\infty} + 0,3 * Mq$$

sendo  $\gamma = 0,9$  para pós-tração aderente e  $\gamma = 0,95$  para pós-tração não aderente.

A Tabela 73 ilustra, para o caso da pós-tração aderente, os momentos obtidos no pórtico para a combinação frequente  $M(CQP)$ , os momentos distribuídos nas faixas interna e externa e a tensão na borda superior ( $\sigma_s$ ) e na borda inferior ( $\sigma_i$ ) da laje. A Tabela 74 ilustra as informações correspondentes para o caso da pós tração não aderente.

Tabela 73: Verificação de tensões CQP - pós-tração aderente

Ponto	$M(CQP)$ (kN.m)	Faixa interna			Faixa externa		
		Momento (kN.m/m)	$\sigma_s$ (MPa)	$\sigma_i$ (MPa)	Momento (kN.m/m)	$\sigma_s$ (MPa)	$\sigma_i$ (MPa)
P4	-234,45	-11,72	0,99	3,24	-35,17	-1,26	5,49
P6	90,82	7,27	2,81	1,42	10,90	3,16	1,07
P8	-331,42	-16,57	0,52	3,71	-49,71	-2,66	6,89

(Fonte: elaborada pela autora)

Tabela 74: Verificação de tensões CQP – Serviço - pós-tração não aderente

Ponto	$M(CQP)$ (kN.m)	Faixa interna			Faixa externa		
		Momento (kN.m/m)	$\sigma_s$ (MPa)	$\sigma_i$ (MPa)	Momento (kN.m/m)	$\sigma_s$ (MPa)	$\sigma_i$ (MPa)
P4	-220,95	-11,05	0,86	2,98	-33,14	-1,26	5,10
P6	81,38	6,51	2,54	1,29	9,77	2,86	0,98
P8	-316,94	-15,85	0,40	3,44	-47,54	-2,65	6,48

(Fonte: elaborada pela autora)

Nota-se que em nenhum dos casos o limite de tensão  $\sigma_{c,lim}$  foi ultrapassado.

#### 4.13.3 Critérios do ACI318-14

Conforme já definido, para norma americana, é preciso atender as três verificações enunciadas a seguir:

- 1) Para combinação característica no ato da protensão:
  - $\sigma_{clim} = 0,6 * f'_{ci} = 0,6 * 25,22 = 15,13MPa$
  - $\sigma_{t,lim} = 0,25 * \sqrt{f'_{ci}} = 0,25 * \sqrt{25,22} = -1,25MPa$
- 2) Para combinação característica em serviço:
  - $\sigma_{clim} = 0,60 * f'_c = 0,60 * 33 = 19,80MPa$
  - $\sigma_{t,lim} = 0,50 * \sqrt{f'_c} = 0,50 * \sqrt{33} = 2,87MPa$
- 3) Para combinação mantida em serviço:
  - $\sigma_{clim} = 0,45 * f'_c = 0,45 * 33 = 14,85MPa$
  - $\sigma_{t,lim} = 0,50 * \sqrt{f'_c} = 0,50 * \sqrt{33} = 2,87MPa$

Para verificação 1), calculam-se os momentos obtidos no pórtico para combinação característica no ato da protensão, os momentos distribuídos nas faixas interna e externa e a tensão na borda superior ( $\sigma_s$ ) e na borda inferior ( $\sigma_i$ ) da laje, conforme ilustrado na Tabela 75, para pós-tração aderente, e na Tabela 76, para pós tração não aderente.

Tabela 75: Verificação de tensões CC – Ato da protensão - pós-tração aderente

Ponto	$M(CC - Ato)$ (kN.m)	Faixa interna			Faixa externa		
		Momento (kN.m/m)	$\sigma_s$ (MPa)	$\sigma_i$ (MPa)	Momento (kN.m/m)	$\sigma_s$ (MPa)	$\sigma_i$ (MPa)
P4	248,83	19,91	4,47	0,65	29,86	5,43	-0,31
P6	-169,10	-8,45	1,75	3,37	-25,36	0,12	4,99
P8	117,25	9,38	3,46	1,66	14,07	3,91	1,21

(Fonte: elaborada pela autora)



Tabela 76: Verificação de tensões CC – Ato da protensão - pós-tração não aderente

Ponto	$M(CC - Ato)$ (kN.m)	Faixa interna			Faixa externa		
		Momento (kN.m/m)	$\sigma_s$ (MPa)	$\sigma_i$ (MPa)	Momento (kN.m/m)	$\sigma_s$ (MPa)	$\sigma_i$ (MPa)
P4	243,80	19,50	4,23	0,48	29,26	5,16	-0,45
P6	-165,44	-8,27	1,56	3,15	-24,82	-0,03	4,74
P8	111,62	8,93	3,21	1,50	13,39	3,64	1,07

(Fonte: elaborada pela autora)

Nota-se que em nenhum dos casos os limites de tensão  $\sigma_{t,lim}$  e  $\sigma_{c,lim}$  foram ultrapassados.

Para verificação 2), calculam-se os momentos obtidos no pórtico para combinação característica em serviço, os momentos distribuídos nas faixas interna e externa e a tensão na borda superior ( $\sigma_s$ ) e na borda inferior ( $\sigma_i$ ) da laje, conforme ilustrado na Tabela 77, para pós-tração aderente, e na Tabela 78, para pós tração não aderente.

Tabela 77: Verificação de tensões CC – Serviço - pós-tração aderente

Ponto	$M(CC - Serv.)$ (kN.m)	Faixa interna			Faixa externa		
		Momento (kN.m/m)	$\sigma_s$ (MPa)	$\sigma_i$ (MPa)	Momento (kN.m/m)	$\sigma_s$ (MPa)	$\sigma_i$ (MPa)
P4	-232,84	-11,64	1,23	3,47	-34,93	-1,00	5,70
P6	83,99	6,72	3,00	1,71	10,08	3,32	1,38
P8	-351,95	-17,60	0,66	4,04	-52,79	-2,72	7,42

(Fonte: elaborada pela autora)

Tabela 78: Verificação de tensões CC – Serviço - pós-tração não aderente

Ponto	$M(CC - Serv.)$ (kN.m)	Faixa interna			Faixa externa		
		Momento (kN.m/m)	$\sigma_s$ (MPa)	$\sigma_i$ (MPa)	Momento (kN.m/m)	$\sigma_s$ (MPa)	$\sigma_i$ (MPa)
P4	-229,55	-11,48	1,09	3,30	-34,43	-1,11	5,50
P6	81,60	6,53	2,82	1,57	9,79	3,14	1,26
P8	-348,42	-17,42	0,52	3,87	-52,26	-2,82	7,21

(Fonte: elaborada pela autora)

Nota-se que em nenhum dos casos os limites de tensão  $\sigma_{t,lim}$  e  $\sigma_{c,lim}$  foram ultrapassados.

Para verificação 3), calculam-se os momentos obtidos no pórtico para combinação mantida em serviço, os momentos distribuídos nas faixas interna e externa e a tensão na borda superior ( $\sigma_s$ ) e na borda inferior ( $\sigma_i$ ) da laje, conforme ilustrado na Tabela 79, para pós-tração aderente, e na Tabela 80, para pós tração não aderente.

Nota-se que em nenhum dos casos os limites de tensão  $\sigma_{t,lim}$  e  $\sigma_{c,lim}$  foram ultrapassados.

Tabela 79: Verificação de tensões CM - pós-tração aderente

Ponto	$M(CM)$ (kN.m)	Faixa interna			Faixa externa		
		Momento (kN.m/m)	$\sigma_s$ (MPa)	$\sigma_i$ (MPa)	Momento (kN.m/m)	$\sigma_s$ (MPa)	$\sigma_i$ (MPa)
P4	-135,09	-6,75	1,70	3,00	-20,26	0,41	4,30
P6	21,42	1,71	2,52	2,19	2,57	2,60	2,10
P8	-224,83	-11,24	1,27	3,43	-33,72	-0,89	5,59

(Fonte: elaborada pela autora)

Tabela 80: Verificação de tensões CM – Serviço - pós-tração não aderente

Ponto	$M(CM)$ (kN.m)	Faixa interna			Faixa externa		
		Momento (kN.m/m)	$\sigma_s$ (MPa)	$\sigma_i$ (MPa)	Momento (kN.m/m)	$\sigma_s$ (MPa)	$\sigma_i$ (MPa)
P4	-131,80	-6,59	1,56	2,83	-19,77	0,30	4,09
P6	19,03	1,52	2,34	2,05	2,28	2,41	1,98
P8	-221,30	-11,07	1,13	3,26	-33,20	-0,99	5,38

(Fonte: elaborada pela autora)

#### 4.14 Verificações de deslocamentos

Para as verificações de deslocamentos, calculam-se as flechas provocadas pelos carregamentos  $g_1$  ( $\delta_{g_1}$ ),  $p$  ( $\delta_p$ ),  $g_2 + G_2$  ( $\delta_{g_2+G_2}$ ) e  $q$  ( $\delta_q$ ). Para esse cálculo, considera-se o módulo de elasticidade secante de cada norma na idade de 28 dias. As flechas são calculadas no centro do vão (Ponto de referência 6) e na extremidade do balanço (Ponto de referência 1). Convencionam-se o sinal positivo para flechas que deslocam a estrutura para baixo e o sinal negativo no caso contrário. A Tabela 81 apresenta os resultados obtidos para os deslocamentos obtidos para a norma NBR6118:2014. A Tabela 82 e a Tabela 83 apresentam os resultados equivalentes obtidos para as normas EN1992-1-1:2004 e ACI318-14, respectivamente.

Tabela 81: Deslocamentos – NBR6118:2014

Sistema de pós-tração	Carregamento	Deslocamentos (mm)	
		Ponto 1	Ponto 6
Ambos	$g_1$	0,56	-5,03
	$g_2 + G_2$	-1,19	-1,30
	$q$	0,18	-1,61
Aderente	$p$	1,16	4,63
Não aderente	$p$	1,17	4,69

(Fonte: elaborada pela autora)

Tabela 82: Deslocamentos – EN1992-1-1:2004

Sistema de pós-tração	Carregamento	Deslocamentos (mm)	
		Ponto 1	Ponto 6
Ambos	$g_1$	0,53	-4,80
	$g_2 + G_2$	-1,18	-1,24
	$q$	0,17	-1,54
Aderente	$p$	1,25	5,01
Não aderente	$p$	1,22	4,91

(Fonte: elaborada pela autora)

Tabela 83: Deslocamentos – ACI318-14

Sistema de pós-tração	Carregamento	Deslocamentos (mm)	
		Ponto 1	Ponto 6
Ambos	$g_1$	0,60	-5,44
	$g_2 + G_2$	-1,34	-1,41
	$q$	0,19	-1,74
Aderente	$p$	1,57	6,32
Não aderente	$p$	1,59	6,36

(Fonte: elaborada pela autora)

A seguir serão apresentadas as verificações de deslocamentos para as três normas estudadas. Para todas as normas utiliza-se a recomendação da NBR6118:2014 de multiplicar os deslocamentos provocados por ações permanentes por  $(1 + \phi)$ . A favor da segurança, para estimar os deslocamentos progressivos, considera-se a aplicação conjunta de todas as ações permanentes, sendo  $\phi$  o coeficiente de fluência calculado entre o instante  $t_0$  e  $t_\infty$ . O coeficiente  $\phi$  obtido pela NBR6118:2014 foi de 2,91 e pelo EN1992-1-1:2004 foi de 2,85. Para o ACI318-14, apesar de não ser feita consideração específica pela norma para estruturas protendidas, considera-se  $\phi = 2$ , que é o valor indicado pela norma para estruturas de concreto armado, também utilizado pela bibliografia de Aalami (2014) para estruturas de concreto protendido. Os deslocamentos calculados para o pórtico são multiplicados por 2, considerando que sejam dois pórticos simétricos de uma mesma laje se cruzando.

#### 4.14.1 Critérios da NBR6118:2014

Para verificação das flechas ( $\delta$ ) segundo a NBR6118:2014, deve-se respeitar as seguintes condições:

1) Para combinação quase permanente:

$$\bullet \delta_{CQP} = 2 * [(1 + \phi) * (\delta_{g_1} + \delta_{g_2+G_2} + \delta_p) + 0,3 * \delta_q] \leq L/250$$

sendo  $L$  igual ao vão da laje ou duas vezes o vão do balanço, tem-se então que  $L/250$  é 40mm para o vão e 20mm para o balanço.

2) Para carregamentos variáveis:

- $\delta = 2 * \delta_q \leq L/350$

sendo  $L$  igual ao vão da laje ou duas vezes o vão do balanço, tem-se então que  $L/350$  é 29mm para o vão e 14mm para o balanço.

A Tabela 84 apresenta os deslocamentos calculados para as duas verificações da NBR6118:2014.

Tabela 84: Deslocamentos calculados – NBR6118:2014

Sistema de pós-tração	Carregamento	Deslocamentos (mm)	
		Ponto 1	Ponto 6
Aderente	CQP	4,25	-14,25
	Variável	0,36	-3,22
Não aderente	CQP	4,33	-13,78
	Variável	0,36	-3,22

(Fonte: elaborada pela autora)

Observa-se que todos os valores calculados estão dentro dos limites impostos, com uma margem alta de afastamento.

#### 4.14.2 Critérios do EN1992-1-1:2004

Para verificação das flechas ( $\delta$ ) segundo o EN1992-1-1:2004, deve-se respeitar a seguinte condição:

Para combinação quase permanente:

- $\delta_{CQP} = 2 * [(1 + \phi) * (\delta_{g_1} + \delta_{g_2+G_2} + \delta_p) + 0,3 * \delta_q] \leq L/250$

sendo  $L$  igual ao vão da laje ou duas vezes o vão do balanço, tem-se então que  $L/250$  é 40mm para o vão e 20mm para o balanço.

A Tabela 85 apresenta os deslocamentos calculados para a verificação do EN1992-1-1:2004.

Tabela 85: Deslocamentos calculados – EN1992-1-1:2004

Sistema de pós-tração	Carregamento	Deslocamentos (mm)	
		Ponto 1	Ponto 6
Aderente	CQP	4,72	-8,85
Não aderente	CQP	4,49	-9,62

(Fonte: elaborada pela autora)

Observa-se que todos os valores calculados estão dentro dos limites impostos, com uma margem alta de afastamento.

#### 4.14.3 Critérios do ACI318-14

Para verificação das flechas ( $\delta$ ) segundo a ACI318-14, deve-se respeitar as seguintes condições:

1) Para combinação mantida:

$$\bullet \delta_{CQP} = 2 * [(1 + \phi) * (\delta_{g_1} + \delta_{g_2+G_2} + \delta_p) + 0,3 * \delta_q] \leq L/240$$

sendo  $L$  igual ao vão da laje ou duas vezes o vão do balanço, tem-se então que  $L/240$  é 42mm para o vão e 21mm para o balanço.

2) Para carregamentos variáveis:

$$\bullet \delta = 2 * \delta_q \leq L/360$$

sendo  $L$  igual ao vão da laje ou duas vezes o vão do balanço, tem-se então que  $L/360$  é 28mm para o vão e 14mm para o balanço.

A Tabela 86 apresenta os deslocamentos calculados para as duas verificações do ACI318-14. Observa-se que todos os valores calculados estão dentro dos limites impostos, com uma margem alta de afastamento.

Tabela 86: Deslocamentos calculados – ACI318-14

Sistema de pós-tração	Carregamento	Deslocamentos (mm)	
		Ponto 1	Ponto 6
Aderente	CQP	5,09	-4,22
	Variável	0,38	-3,48
Não aderente	CQP	5,21	-4,88
	Variável	0,38	-3,48

(Fonte: elaborada pela autora)

#### 4.15 Armaduras mínimas

Para os cálculos a seguir consideram-se 65% dos cabos concentrados nas faixas de apoio (faixas externas) e 35% dos cabos concentrados nas faixas do vão (faixas internas). A distribuição de cordoalhas é feita conforme Tabela 87 a seguir.

Tabela 87: Distribuição de cordoalhas nas faixas internas e externas

Sistema de pós-tração	Faixa	Número de cordoalhas por faixa		
		NBR6118:2014	EN1992-1-1:2004	ACI 318-14
Aderente	Interna	16	15	17
	Externa	31	28	34
Não aderente	Interna	13	12	15
	Externa	25	24	29

(Fonte: elaborada pela autora)

A seguir serão apresentados os cálculos de armaduras mínimas para cada norma seguindo as formulações indicadas no item 3.7.

#### 4.15.1 Critérios da NBR6118:2014

A taxa de armadura mínima para um concreto de 35MPa é  $\rho_{min} = 0,164\%$ . Considerando a distribuição de armaduras indicada na Tabela 87, e fazendo  $\rho_p = A_p/d_p$  e  $\rho_s = A_s/d_s$ , para 1 metro de laje, calculam-se as armaduras mínimas apresentadas na Tabela 88.

Observa-se, pela Tabela 88, que independentemente do sistema de protensão, as armaduras mínimas são parecidas devido aos mínimos impostos por norma de  $0,67\rho_{min}$ , para armadura negativa, e de  $0,5\rho_{min}$ , para armadura positiva. Todas as armaduras negativas tiveram o mesmo valor ( $2,75\text{cm}^2/\text{m}$ ) enquanto a armadura positiva só teve o seu valor ( $2,05\text{cm}^2/\text{m}$ ) alterado na faixa interna da pós-tração não aderente ( $2,55\text{cm}^2/\text{m}$ ).

Tabela 88: Armaduras passivas mínimas – NBR6118:2014

Sistema de pós-tração	Faixa	Armadura positiva			Armadura negativa	
		$\rho_p$ (%)	$\rho_s$ (%)	$A_{s,min}$ ( $\text{cm}^2/\text{m}$ )	$\rho_s$ (%)	$A_{s,min}$ ( $\text{cm}^2/\text{m}$ )
Aderente	Interna	0,157	0,082	2,05	0,110	2,75
	Externa	0,304	0,082	2,05	0,110	2,75
Não aderente	Interna	0,124	0,102	2,55	0,110	2,75
	Externa	0,238	0,082	2,05	0,110	2,75

(Fonte: elaborada pela autora)

Para lajes pós-tracionadas não aderentes deve-se respeitar ainda uma armadura mínima negativa sobre os apoios dada por:

$$A_s = \frac{0,00075 * h * l}{\text{Dimensão do pilar} + 2 * 1,5 * h}$$

$$A_s = 0,00075 * \frac{25 * 10 * 10^2}{0,60 + 2 * 1,5 * 0,25} = 13,88\text{cm}^2/\text{m}$$

## 4.15.2 Critérios do EN1992-1-1:2004

A armadura longitudinal mínima do EN1992-1-1:2004 é dada por:

$$A_{smin} = \frac{0,26 * b_t * d * f_{ct,fl}}{f_{yk}} = \frac{0,26 * 100 * 22 * 4,33}{500} = 4,95 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{smin} \geq 0,0013 * b_t * d = 0,0013 * 100 * 22 = 2,86 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Para lajes com pós-tração não aderente, o momento resistente calculado deve ser superior a 1,15 vezes o momento de fissuração, cujo valor é dado por:

- Para faixa interna:

$$1,15 * M_{cr} = 1,15 * \left( f_{ct,fl} + \frac{P}{A} \right) * w$$

$$1,15 * M_{cr} = 1,15 * (4,33 * 10^3 + 1182,86) * 0,0104 = 66,08 \text{ kN.m}$$

- Para faixa externa:

$$1,15 * M_{cr} = \left( f_{ct,fl} + \frac{P}{A} \right) * w$$

$$1,15 * M_{cr} = 1,15 * (4,33 * 10^3 + 2365,72) * 0,0104 = 80,25 \text{ kN.m}$$

## 4.15.3 Critérios do ACI318-14

Para lajes com pós-tração aderente, o momento resistente calculado deve ser superior a 1,2 vezes o momento de fissuração, cujo valor é dado por:

- Para faixa interna:

$$1,2 * M_{cr} = 1,2 * \left( f_r + \frac{P}{A} \right) * w$$

$$1,2 * M_{cr} = 1,2 * (0,62 * \sqrt{33} * 10^3 + 1569,67) * 0,0104 = 64,14 \text{ kN.m}$$

- Para faixa externa:

$$1,2 * M_{cr} = 1,2 * \left( f_r + \frac{P}{A} \right) * w$$

$$1,2 * M_{cr} = 1,2 * (0,62 * \sqrt{33} * 10^3 + 3047,01) * 0,0104 = 82,61 \text{ kN.m}$$

De acordo com as verificações de tensões em serviço realizadas no item 4.13.3 tem-se que para as combinações em serviço as máximas tensões de tração ( $f_t$ ) e as correspondentes tensões de compressão na borda comprimida ( $f_c$ ) foram dadas por:

- Para pós-tração aderente:
  - Faixa interna: não houveram tensões de tração
  - Faixa externa:  $f_t = 2,72 \text{ MPa}$ ,  $f_c = 7,42 \text{ MPa}$

- Para pós-tração não aderente:
  - Faixa interna: não houveram tensões de tração
  - Faixa externa:  $f_t = 2,82MPa$ ,  $f_c = 7,21MPa$

Desse modo não é necessário armar as faixas internas com armadura mínima positiva ou negativas.

Para as faixas externas calculam-se as armaduras passivas mínimas positiva ( $A_{s,pos}$ ) e negativa ( $A_{s,neg}$ ) através de:

- Para pós-tração aderente com  $A_p = 6,53cm^2/m$  na faixa externa, tem-se:

$$x = \frac{f_c * h}{f_c + f_t} = \frac{7,42 * 0,25}{2,72 + 7,42} = 0,183m$$

$$N_c = b * (h - x) * f_t / 2 = 1 * (0,25 - 0,183) * 2,72 * 10^3 / 2 = 91,20kN/m$$

$$A_{s,pos} = \frac{N_c}{0,5 * f_y} - A_p = \frac{91,20}{0,5 * 500 * 10^3} * 10^4 - A_p$$

$$A_{s,pos} = 3,64cm^2/m - 6,53cm^2/m \rightarrow 0$$

$$A_{s,neg} = 13,88 \text{ (calculado pela NBR6118:2014)} - A_p = 13,88 - 6,53 = 7,35cm^2/m$$

- Para pós-tração não aderente:

$$x = \frac{f_c * h}{f_c + f_t} = \frac{7,21 * 0,25}{2,82 + 7,21} = 0,179m$$

$$N_c = b * (h - x) * f_t / 2 = 1 * (0,25 - 0,179) * 2,82 * 10^3 / 2 = 99,11kN/m$$

$$A_{s,pos} = \frac{N_c}{0,5 * f_y} = \frac{99,11}{0,5 * 500 * 10^3} * 10^4 = 3,96cm^2/m$$

$$A_{s,neg} = 13,88cm^2/m \text{ (calculado pela NBR6118:2014)}$$

#### 4.16 Verificação na ruptura

A seguir serão apresentadas as verificações na situação de ruptura para as referências normativas estudadas.

##### 4.16.1 Critérios da NBR6118:2014

Para verificação do Estado Limite Último pela norma brasileira, é necessário obter os momentos solicitantes de cálculo nos pontos de referência 4 (apoio esquerdo), 6 (centro do vão) e 8 (apoio central). Esses momentos são calculados através da combinação de ações normal dada por:



$$M_{sd} = \gamma_p * M_{hip} + 1,4 * (M_{g_1} + M_{g_2+G_2} + M_q)$$

sendo  $M_{hip}$  o momento hiperestático e  $\gamma_p$  igual a 1,2 para ação desfavorável e 0,9 para ação favorável. O momento hiperestático ( $M_{hip}$ ) é calculado através da subtração do momento isostático ( $M_{iso} = P * e$ ) do momento causado pelos carregamentos equilibrados da protensão no pórtico ( $M_p$ ).

A Tabela 89 ilustra os momentos de cálculo obtidos para pós-tração aderente ( $P_{\infty} = 4662,03kN$ ,  $e = \pm 0,077m$ ) e a Tabela 90 ilustra os mesmos dados para pós-tração não aderente ( $P_{\infty} = 4379,38$ ,  $e = \pm 0,083m$ ).

Tabela 89: Momentos solicitantes de cálculo - pós-tração aderente

Ponto	$M_{sd}$ (kN.m/m)						Faixa interna	Faixa externa
	$1,4(M_{g_1} + M_{g_2+G_2} + M_q)$ (kN.m/m)	$M_p$ (kN.m/m)	$M_{iso}$ (kN.m/m)	$M_{hip}$ (kN.m/m)	$\gamma_p$	Total		
P4	-1056,09	413,52	358,98	54,54	0,90	-1007,00	-50,35	-151,05
P6	628,15	-289,40	-358,98	69,58	1,20	711,64	56,93	85,40
P8	-1276,03	443,59	358,98	84,61	0,90	-1199,88	-59,99	-179,98

(Fonte: elaborada pela autora)

Tabela 90: Momentos solicitantes de cálculo - pós-tração não aderente

Ponto	$M_{sd}$ (kN.m/m)						Faixa interna	Faixa externa
	$1,4(M_{g_1} + M_{g_2+G_2} + M_q)$ (kN.m/m)	$M_p$ (kN.m/m)	$M_{iso}$ (kN.m/m)	$M_{hip}$ (kN.m/m)	$\gamma_p$	Total		
P4	-1056,09	418,79	363,49	55,30	0,90	-1006,32	-50,32	-150,95
P6	628,15	-292,93	-363,49	70,56	1,20	712,82	57,03	85,54
P8	-1276,03	449,30	363,49	85,81	0,90	-1198,80	-59,94	-179,82

(Fonte: elaborada pela autora)

Os momentos resistentes de cálculo foram calculados conforme metodologia apresentada no item 3.6.1. Inicialmente testou-se uma solução para seção sem armadura passiva igualando as forças resistentes no concreto e na armadura de protensão. Os momentos resistentes obtidos nessa análise, bem como os parâmetros intermediários para os seus cálculos, estão indicados na Tabela 91, para pós-tração aderente, e na Tabela 92, para pós-tração não aderente. Essas tabelas apresentam também a comparação desses momentos resistentes com os momentos solicitantes, sendo os valores de ambos apresentados em módulo.

Tabela 91: Momentos resistentes de cálculo - pós-tração aderente

Faixa	$M_{sd}$ (kN.m/m)											Ponto 4	Ponto 6	Ponto 8
	$A_p$ (cm <sup>2</sup> /m)	$P_{\infty}$ (kN/m)	$x$ (cm)	$x/d_s$	$\epsilon_{p1}$ ‰	$\epsilon_{pn}$ ‰	$\epsilon_p$ ‰	$\sigma_p$ (MPa)	$R_{cd} = R_{pd}$ (kN/m)	$M_{Rd}$ (kN.m/m)				
Interna	3,17	317,41	2,84	0,13	9,06	5,09	14,15	1522,79	482,42	91,97	50,35	56,93	59,99	
Externa	6,14	614,99	5,50	0,25	8,91	5,17	14,08	1522,33	934,41	168,21	151,05	85,40	<b>179,98</b>	

(Fonte: elaborada pela autora)

Tabela 92: Momentos resistentes de cálculo - pós-tração não aderente

Faixa	$A_p$ (cm <sup>2</sup> /m)	$P_\infty$ (kN/m)	$x$ (cm)	$x/d_s$	$\rho_p$ (%)	$\Delta\sigma_p$ (MPa)	$\sigma_p$ (MPa)	$R_{cd}$ = $R_{pd}$ (kN/m)	$M_{Rd}$ (kN.m/m)	$M_{sd}$ (kN.m/m)		
										Ponto 4	Ponto 6	Ponto 8
Interna	2,57	299,64	2,01	0,09	0,12	164,28	1328,38	341,93	68,37	50,32	57,03	59,94
Externa	4,95	576,23	3,74	0,17	0,24	119,02	1283,13	635,15	122,62	150,95	85,54	179,82

(Fonte: elaborada pela autora)

Observa-se que, para pós-tração aderente, seria necessário complementar a faixa externa do ponto 8 com armadura passiva para resistir ao momento. Já para pós-tração não aderente, seria necessário complementar as faixas externas dos pontos 4 e 8. Para os outros pontos seria necessário apenas armaduras mínimas de flexão. Para o cálculo da armadura passiva necessária, considera-se o equilíbrio de forças internas (do concreto, da protensão e da armadura passiva) obtido para a condição do momento resistente ser igual ao solicitante. As áreas de armadura passiva necessárias estão indicados na Tabela 93, para o caso relevante da pós tração aderente, e na Tabela 94, para os casos relevantes da pós-tração não aderente.

Tabela 93: Área de aço necessária - pós-tração aderente

Ponto	Faixa	$x$ (cm)	$x/d_s$	$\varepsilon_{p1}$ ‰	$\varepsilon_{pn}$ ‰	$\varepsilon_p$ ‰	$\sigma_p$ (MPa)	$R_{pd}$ (kN/m)	$R_{cd}$ (kN/m)	$R_{sd}$ (kN/m)	$A_s$ (cm <sup>2</sup> /m)	$M_{Rd} = M_{sd}$ (kN.m/m)
P8	Externa	5,89	0,27	8,50	5,17	13,67	1519,78	932,84	1001,75	68,91	1,58	179,98

(Fonte: elaborada pela autora)

Tabela 94: Área de aço necessária - pós-tração não aderente

Ponto	Faixa	$x$ (cm)	$x/d_s$	$\rho_p$ (%)	$\Delta\sigma_p$ (MPa)	$\sigma_p$ (MPa)	$R_{pd}$ (kN/m)	$R_{cd}$ (kN/m)	$R_{sd}$ (kN/m)	$A_s$ (cm <sup>2</sup> /m)	$M_{Rd} = M_{sd}$ (kN.m/m)
P4	Externa	4,63	0,21	0,24	119,02	1283,13	635,15	787,02	151,87	3,49	150,95
P8	Externa	5,58	0,25	0,24	119,02	1283,13	635,15	948,16	313,01	7,20	179,82

(Fonte: elaborada pela autora)

A Tabela 95 ilustra as armaduras passivas (necessárias ou mínimas, calculadas conforme item 4.15.1, o que for superior) obtidas para os sistemas de pós-tração aderente e não aderente. Observa-se que os pontos 4 e 8 correspondem aos pontos do perfil que interceptam os pilares na borda superior da laje, sendo contempladas as armaduras mínimas negativas. O ponto 6 corresponde ao ponto central do vão na borda inferior da laje, sendo contemplada a armadura mínima positiva.

Tabela 95: Armaduras passivas – pós-tração aderente

Ponto	Faixa	Sistema aderente	Sistema não aderente
		$A_s$ (cm <sup>2</sup> /m)	$A_s$ (cm <sup>2</sup> /m)
P4	Interna	2,75	2,75
	Externa	2,75	13,88
P6	Interna	2,05	2,55
	Externa	2,05	2,05
P8	Interna	2,75	2,75
	Externa	2,75	13,88

(Fonte: elaborada pela autora)

## 4.16.2 Critérios do EN1992-1-1:2004

Para verificação do Estado Limite Último pela norma europeia, é necessário obter os momentos solicitantes de cálculo nos pontos de referência 4 (apoio esquerdo), 6 (centro do vão) e 8 (apoio central). Esses momentos são calculados através da combinação de ações normal dada por:

$$M_{sd} = \gamma_p * M_{hip} + 1,35 * (M_{g_1} + M_{g_2+G_2}) + 1,5 * M_q$$

sendo  $M_{hip}$  o momento hiperestático e  $\gamma_p$  igual a 1,2 para ação desfavorável e 1,0 para ação favorável.

A Tabela 96 ilustra os momentos de cálculo obtidos para pós-tração aderente ( $P_\infty = 4869,40kN$ ,  $e = \pm 0,077m$ ) e a Tabela 97 ilustra os mesmos dados para pós-tração não aderente ( $P_\infty = 4435,73$   $e = \pm 0,083m$ ).

Tabela 96: Momentos solicitantes de cálculo - pós-tração aderente

Ponto	$1,35(M_{g_1} + M_{g_2+G_2}) + 1,5 * M_q$ (kN.m/m)	$M_p$ (kN.m/m)	$M_{iso}$ (kN.m/m)	$M_{hip}$ (kN.m/m)	$\gamma_p$	$M_{sd}$ (kN.m/m)		
						Total	Faixa interna	Faixa externa
P4	-1039,32	469,06	407,12	61,94	1,00	-977,38	-48,87	-146,61
P6	619,13	-328,10	-407,12	79,02	1,20	713,95	57,12	85,67
P8	-1257,70	503,23	407,12	96,11	1,00	-1161,59	-58,08	-174,24

(Fonte: elaborada pela autora)

Tabela 97: Momentos solicitantes de cálculo - pós-tração não aderente

Ponto	$1,35(M_{g_1} + M_{g_2+G_2}) + 1,5 * M_q$ (kN.m/m)	$M_p$ (kN.m/m)	$M_{iso}$ (kN.m/m)	$M_{hip}$ (kN.m/m)	$\gamma_p$	$M_{sd}$ (kN.m/m)		
						Total	Faixa interna	Faixa externa
P4	-1039,32	458,58	398,03	60,55	1,00	-978,76	-48,94	-146,81
P6	619,13	-320,77	-398,03	77,26	1,20	711,83	56,95	85,42
P8	-1257,70	491,99	398,03	93,96	1,00	-1163,73	-58,19	-174,56

(Fonte: elaborada pela autora)

Os momentos resistentes de cálculo foram calculados conforme indicações apresentadas no item 3.6.2, seguindo a mesma metodologia adotada para norma brasileira (inclusive para o cálculo de tensões da armadura aderente considerando a compatibilidade de deformações). Os momentos resistentes obtidos para seção sem armadura passiva, bem como os parâmetros intermediários para os seus cálculos, estão indicados na Tabela 98, para pós-tração aderente, e na Tabela 99, para pós-tração não aderente. Essas tabelas apresentam também a comparação desses momentos resistentes com os momentos solicitantes, sendo os valores de ambos apresentados em módulo.

Tabela 98: Momentos resistentes de cálculo - pós-tração aderente

Faixa	$A_p$ (cm <sup>2</sup> /m)	$P_{\infty}$ (kN/m)	$x$ (cm)	$x/d_s$	$\varepsilon_{p1}$ ‰	$\varepsilon_{pn}$ ‰	$\varepsilon_p$ ‰	$\sigma_p$ (MPa)	$R_{cd}$ = $R_{pd}$ (kN/m)	$M_{Rd}$ (kN.m/m)	$M_{Sd}$ (kN.m/m)		
											Ponto 4	Ponto 6	Ponto 8
Interna	3,17	359,99	3,20	0,15	18,61	5,77	24,38	1601,57	507,38	96,00	48,87	57,12	58,08
Externa	6,14	697,47	5,92	0,27	8,45	5,86	14,30	1529,93	939,07	167,46	146,61	85,67	174,24

(Fonte: elaborada pela autora)

Tabela 99: Momentos resistentes de cálculo - pós-tração não aderente

Faixa	$A_p$ (cm <sup>2</sup> /m)	$P_{\infty}$ (kN/m)	$x$ (cm)	$x/d_s$	$\rho_p$ (%)	$\Delta\sigma_p$ (MPa)	$\sigma_p$ (MPa)	$R_{cd}$ = $R_{pd}$ (kN/m)	$M_{Rd}$ (kN.m/m)	$M_{Sd}$ (kN.m/m)		
										Ponto 4	Ponto 6	Ponto 8
Interna	2,57	319,70	2,18	0,10	0,12	100,00	1342,03	345,44	68,84	48,94	56,95	58,19
Externa	5,15	639,40	4,35	0,20	0,25	100,00	100,00	690,88	131,67	146,81	85,42	174,56

(Fonte: elaborada pela autora)

Observa-se que, assim como o obtido para norma brasileira, para pós-tração aderente, seria necessário complementar a faixa externa do ponto 8 com armadura passiva e, para pós tração não aderente, seria necessário complementar as faixas externas dos pontos 4 e 8. Para os outros pontos seria necessário apenas armaduras mínimas de flexão. As áreas de armadura passiva necessárias, bem como os parâmetros intermediários para os seus cálculos, estão indicados na Tabela 100, para o caso relevante da pós tração aderente, e na Tabela 101, para os casos relevantes da pós-tração não aderente.

Tabela 100: Área de aço necessária - pós-tração aderente

Ponto	Faixa	$x$ (cm)	$x/d_s$	$\varepsilon_{p1}$ ‰	$\varepsilon_{pn}$ ‰	$\varepsilon_p$ ‰	$\sigma_p$ (MPa)	$R_{pd}$ (kN/m)	$R_{cd}$ (kN/m)	$R_{sd}$ (kN/m)	$A_s$ (cm <sup>2</sup> /m)	$M_{Rd} = M_{Sd}$ (kN.m/m)
P8	Externa	6,17	0,28	7,97	5,86	13,82	1526,52	936,98	978,33	41,36	0,95	174,24

(Fonte: elaborada pela autora)

Tabela 101: Área de aço necessária - pós-tração não aderente

Ponto	Faixa	$x$ (cm)	$x/d_s$	$\rho_p$ (%)	$\Delta\sigma_p$ (MPa)	$\sigma_p$ (MPa)	$R_{pd}$ (kN/m)	$R_{cd}$ (kN/m)	$R_{sd}$ (kN/m)	$A_s$ (cm <sup>2</sup> /m)	$M_{Rd} = M_{Sd}$ (kN.m/m)
P4	Externa	4,88	0,05	0,25	100,00	1342,03	690,88	773,60	82,72	1,90	146,81
P8	Externa	5,86	0,06	0,25	100,00	1342,03	690,88	930,32	239,44	5,51	174,56

(Fonte: elaborada pela autora)

Enquanto ao critério do momento de fissuração tem-se que, para lajes com pós-tração não aderente, o momento resistente calculado deve ser superior a 66,08kN.m/m para faixa interna e a 80,25kN.m/m para faixa externa. Esse critério é satisfeito para ambas as faixas.

A Tabela 102 ilustra as armaduras passivas (necessárias ou mínimas, calculadas conforme item 4.15.2, o que for superior) obtidas para os sistemas de pós-tração aderente e não aderente. Observa-se que, como o único ponto cuja tensão de tração superou  $f_{ctm}$  para combinações características em serviço foi a borda superior do ponto 8 (apoio central), esse é

o único trecho que necessita obrigatoriamente de armadura mínima. Contudo, essa foi empregada também no ponto 4 para pós-tração não aderente na faixa externa, por esse também precisar de reforço no ELU. A área de aço passiva só teve valor superior ao mínimo para faixa externa do ponto 8.

Tabela 102: Armaduras passivas – pós-tração aderente

Ponto	Faixa	Sistema aderente	Sistema não aderente
		$A_s$ (cm <sup>2</sup> /m)	$A_s$ (cm <sup>2</sup> /m)
P4	Interna	0,00	0,00
	Externa	0,00	2,86
P6	Interna	0,00	0,00
	Externa	0,00	0,00
P8	Interna	0,00	0,00
	Externa	2,86	5,51

(Fonte: elaborada pela autora)

#### 4.16.3 Critérios do ACI318-14

Para verificação do Estado Limite Último pela norma americana, é necessário obter os momentos solicitantes de cálculo nos pontos de referência 4 (apoio esquerdo), 6 (centro do vão) e 8 (apoio central). Esses momentos são calculados através das duas combinações indicadas a seguir:

$$M_{sd} \leq \begin{cases} M_{hip} + 1,40 * (M_{g_1} + M_{g_2+G_2}) \\ M_{hip} + 1,20 * (M_{g_1} + M_{g_2+G_2}) + 1,6 * M_q \end{cases}$$

sendo  $M_{hip}$  o momento hiperestático.

Foram calculados os momentos solicitantes de acordo com ambas as combinações, contudo, a combinação  $(M_{hip} + 1,20 * (M_{g_1} + M_{g_2+G_2}) + 1,6 * M_q)$  foi sempre a mais crítica. Desse modo, apenas os seus resultados serão apresentados e adotados para os cálculos neste item. De acordo com as prescrições do ACI318-14, compara-se o momento nominal solicitante ( $M_u$ ) com o momento resistente nominal multiplicado pelo coeficiente de segurança ( $\phi * M_n$ ). Para simplificação de nomenclatura com a utilizada pelas outras normas, nas tabelas que seguem  $M_u$  será indicado por  $M_{sd}$  (apesar de ser um valor nominal não majorado) e  $\phi * M_n$  será indicado por  $M_{Rd}$ .

A Tabela 103 ilustra os momentos de cálculo obtidos para pós-tração aderente ( $P_\infty = 5770,85kN$ ,  $e = \pm 0,077m$ ) e a Tabela 104 ilustra os mesmos dados para pós-tração não aderente ( $P_\infty = 5487,93kN$ ,  $e = \pm 0,083m$ ).

Tabela 103: Momentos solicitantes de cálculo - pós-tração aderente

Ponto	$1,20(M_{g_1} + M_{g_2+G_2}) + 1,6 * M_q$ (kN.m/m)	$M_p$ (kN.m/m)	$M_{iso}$ (kN.m/m)	$M_{hip}$ (kN.m/m)	$M_{Sd}$ (kN.m/m)		
					Total	Faixa interna	Faixa externa
P4	-961,08	521,51	452,65	68,86	-892,21	-44,61	-133,83
P6	574,17	-364,69	-452,65	87,96	662,12	52,97	79,45
P8	-1166,38	559,50	452,65	106,85	-1059,53	-52,98	-158,93

(Fonte: elaborada pela autora)

Tabela 104: Momentos solicitantes de cálculo - pós-tração não aderente

Ponto	$1,20(M_{g_1} + M_{g_2+G_2}) + 1,6 * M_q$ (kN.m/m)	$M_p$ (kN.m/m)	$M_{iso}$ (kN.m/m)	$M_{hip}$ (kN.m/m)	$M_{Sd}$ (kN.m/m)		
					Total	Faixa interna	Faixa externa
P4	-961,08	524,80	455,50	69,30	-891,77	-44,59	-133,77
P6	574,17	-367,08	-455,50	88,42	662,59	53,01	79,51
P8	-1166,38	563,03	455,50	107,53	-1058,85	-52,94	-158,83

(Fonte: elaborada pela autora)

Os momentos resistentes de cálculo foram calculados conforme indicações apresentadas no item 3.6.3, seguindo as equações sugeridas pela norma americana para o cálculo de tensões na armadura ativa aderente ou não aderente. Os momentos resistentes obtidos para seção sem armadura passiva, bem como os parâmetros intermediários para os seus cálculos, estão indicados na Tabela 105, para pós-tração aderente, e na Tabela 106, para pós-tração não aderente. Essas tabelas apresentam também a comparação desses momentos resistentes com os momentos solicitantes, sendo os valores de ambos apresentados em módulo. Observa-se que o valor de  $\varepsilon_{p1}$  apresentado na Tabela 105 corresponde à deformação na armadura ativa no ELU após o estado de descompressão. Esse valor só é calculado para confirmar que  $\varepsilon_{p1} \geq 5\text{‰}$ , que é a condição necessária para que a seção tenha ruptura governada pela tração, sendo o momento resistente de cálculo igual a 0,9 vezes o momento nominal de cálculo ( $0,9 * M_n$ ).

Tabela 105: Momentos resistentes de cálculo - pós-tração aderente

Faixa	$A_p$ (cm <sup>2</sup> /m)	$P_\infty$ (kN/m)	$x$ (cm)	$x/d_s$	$\varepsilon_{p1}$ ‰	$\rho_p$ (%)	$\sigma_p$	$R_{cd} = R_{pd}$ (kN/m)	$M_{Rd}$ (kN.m/m)	$M_{Sd}$ (kN.m/m)		
										Ponto 4	Ponto 6	Ponto 8
Interna	3,37	392,42	2,65	0,12	19,85	0,17	1799,93	605,86	104,26	44,61	52,97	52,98
Externa	6,53	761,75	4,99	0,23	9,15	0,32	1743,39	1139,13	186,28	133,83	79,45	158,93

(Fonte: elaborada pela autora)

Tabela 106: Momentos resistentes de cálculo - pós-tração não aderente

Faixa	$A_p$ (cm <sup>2</sup> /m)	$P_\infty$ (kN/m)	$x$ (cm)	$x/d_s$	$\rho_p$ (%)	$\Delta\sigma_p$ (MPa)	$\sigma_p$ (MPa)	$R_{cd} = R_{pd}$ (kN/m)	$M_{Rd}$ (kN.m/m)	$M_{Sd}$ (kN.m/m)		
										Ponto 4	Ponto 6	Ponto 8
Interna	2,97	374,18	1,83	0,08	0,14	147,04	1406,89	417,85	75,42	44,59	53,01	52,94
Externa	5,74	723,41	3,44	0,16	0,28	109,85	1369,70	786,48	137,31	133,77	79,51	158,83

(Fonte: elaborada pela autora)

Observa-se que, para pós-tração aderente, todas as verificações foram atendidas e que, para pós tração não aderente, seria necessário complementar a faixa externa do ponto 8 com armadura passiva. Para os outros pontos seria necessário apenas armaduras mínimas de flexão. A área de armadura passiva necessária e como os parâmetros intermediários para o seu cálculo estão indicados na Tabela 107, para o caso relevante da pós tração não aderente.

Tabela 107: Área de aço necessária - pós-tração não aderente

Ponto	Faixa	$x$ (cm)	$x/d_s$	$\rho_p$ (%)	$\Delta\sigma_p$ (MPa)	$\sigma_p$ (MPa)	$R_{pd}$ (kN/m)	$R_{cd}$ (kN/m)	$R_{sd}$ (kN/m)	$A_s$ (cm <sup>2</sup> /m)	$M_{Rd} = M_{Sd}$ (kN.m/m)
P8	Externa	4,00	0,18	0,28	109,85	1369,70	786,48	912,53	126,04	2,80	158,83

Enquanto ao critério do momento de fissuração tem-se que, para lajes com pós-tração aderente, o momento resistente calculado deve ser superior a 64,14kN.m/m para faixa interna e a 82,61kN.m/m para faixa externa. Esse critério foi satisfeito para ambas as faixas.

A Tabela 102 ilustra as armaduras passivas (necessárias ou mínimas, calculadas conforme item 4.15.3, o que for superior) obtidas para os sistemas de pós-tração aderente e não aderente. Observa-se que não foram necessárias armaduras mínimas nas faixas internas ou na faixa externa na região de momento positivo (ponto 6).

Tabela 108: Armaduras passivas – pós-tração aderente

Ponto	Faixa	Sistema aderente		Sistema não aderente	
		$A_s$ (cm <sup>2</sup> /m)	$A_s$ (cm <sup>2</sup> /m)	$A_s$ (cm <sup>2</sup> /m)	$A_s$ (cm <sup>2</sup> /m)
P4	Interna	0,00	0,00	0,00	0,00
	Externa	7,35	13,88	7,35	13,88
P6	Interna	0,00	0,00	0,00	0,00
	Externa	0,00	3,96	0,00	3,96
P8	Interna	0,00	0,00	0,00	0,00
	Externa	7,35	13,88	7,35	13,88

(Fonte: elaborada pela autora)

#### 4.17 Análise de lajes com vãos de 8 a 12m

No exemplo completo apresentado para o vão de 10m, foi observado que a condição dimensionante para Lajes com pós-tração limitada foi, como já era previsto, a verificação de tensões no ELS. Em particular, o atendimento da tensão de tração limite de cada norma na borda superior ( $\sigma_s$ ) do apoio central (ponto 8) foi o mais crítico e provocou o redimensionamento do número de cordoalhas em quase todos os casos (exceto para pós-tração aderente segundo as prescrições da NBR6118:2014). Esse aumento no número de cordoalhas provoca um acréscimo

na porcentagem do carregamento equilibrado, mas não ocasiona efeitos indesejados uma vez que são satisfeitas as verificações no tempo inicial.

Desse modo, para lajes com vãos variando entre 8 e 12m, ao invés da utilização do critério do balanceamento do peso próprio para o dimensionamento, foi utilizado o critério da seleção do número mínimo de cordoalhas necessário ao atendimento da tensão em serviço no ponto crítico (borda superior do apoio central). Neste item, para fins de simplificação, serão apresentados apenas os resultados finais das análises que foram conduzidas seguindo a mesma metodologia adotada no exemplo com 10m de vão. Para fins de comparação, os resultados obtidos para o vão de 10m, serão repetidos em conjunto com os demais resultados.

A Tabela 109 ilustra os valores de altura da laje (mesma razão de pré-dimensionamento do vão/40), lado do pilar, altura equivalente da laje na ligação com o pilar e comprimento equivalente do pilar utilizados para modelagem dos pórticos. O traçado do cabo e distribuição de carregamentos no pórtico foram feitos seguindo as indicações definidas nos itens 4 e 4.6 deste trabalho.

Tabela 109: Dados dos pórticos equivalentes

Vão (m)	Altura da laje (cm)	Lado do pilar (cm)	Altura equivalente da laje (cm)	Comprimento equivalente do pilar (m)
8	20	45	20,79	7,41
9	23	50	23,89	7,59
10	25	55	25,96	8,49
11	28	63	29,12	9,60
12	30	70	31,22	11,18

(Fonte: elaborada pela autora)

Para o cálculo do número de cordoalhas necessárias ( $N_{nec}$ ), foram consideradas iterativamente as forças de protensão obtidas para  $N_{nec}$ , utilizadas para análise do pórtico, que resultou nos momentos para  $P_{\infty}$ , utilizados para o cálculo de tensões. O número  $N_{nec}$  foi aumentado até que fosse atendida a tensão de tração limite na borda superior do ponto central (máxima para a laje).

A Tabela 110 ilustra comparativamente o número mínimo de cordoalhas necessárias ( $N_{nec}$ ) ao atendimento da tensão de tração limite, a tensão de tração calculada no referido ponto ( $\sigma_{calc}$ ) e a tensão de tração limite ( $\sigma_{lim}$ ). Para o cálculo das tensões foram consideradas a combinação característica de ações para norma ACI318-14 e a combinação frequente de ações para as normas NBR6118:2014 e EN1992-1-1:2004. Os momentos atuando nos pórticos (utilizados para o cálculo de tensões) estão indicados na Tabela 111.



Tabela 110: Resumo comparativo entre número de cordoalhas necessárias e tensões de tração calculada e limite

Vão (m)	Norma	Parâmetros do sistema aderente			Parâmetros do sistema não aderente		
		$N_{nec}$	$\sigma_{calc}$	$\sigma_{lim}$	$N_{nec}$	$\sigma_{calc}$	$\sigma_{lim}$
8	NBR	26	-3,36	-3,37	22	-3,13	-3,37
	EN	27	-3,14	-3,21	23	-2,92	-3,21
	ACI	30	-2,86	-2,87	26	-2,83	-2,87
9	NBR	35	-3,36	-3,37	28	-3,32	-3,37
	EN	36	-3,08	-3,21	29	-3,13	-3,21
	ACI	39	-2,80	-2,87	33	-2,87	-2,87
10	NBR	47	-3,30	-3,37	38	-3,33	-3,37
	EN	47	-3,18	-3,21	39	-3,17	-3,21
	ACI	51	-2,72	-2,87	44	-2,82	-2,87
11	NBR	59	-3,32	-3,37	48	-3,32	-3,37
	EN	59	-3,19	-3,21	49	-3,19	-3,21
	ACI	62	-2,86	-2,87	55	-2,72	-2,87
12	NBR	76	-3,34	-3,37	62	-3,32	-3,37
	EN	76	-3,19	-3,21	63	-3,17	-3,21
	ACI	79	-2,81	-2,87	69	-2,86	-2,87

(Fonte: elaborada pela autora)

Tabela 111: Momentos no tempo  $t_{\infty}$ 

Vão (m)	Sistema de pós-tração	Momentos (kN.m)				
		Carregamento	Ponto 4	Ponto 6	Ponto 8	
8	Ambos	$g_1$	-178,78	114,42	-232,38	
		$g_2 + G_2$	-96,22	39,69	-80,63	
		$q$	-71,51	45,77	-92,95	
	Aderente	$P_{\infty}$ (NBR)	157,94	-110,56	172,30	
		$P_{\infty}$ (EN)	185,58	-129,91	199,04	
		$P_{\infty}$ (ACI)	210,85	-147,60	226,14	
	Não aderente	$P_{\infty}$ (NBR)	170,03	-119,02	182,36	
		$P_{\infty}$ (EN)	189,12	-132,49	202,84	
		$P_{\infty}$ (ACI)	217,37	-152,16	233,14	
	9	Ambos	$g_1$	-291,76	187,59	-380,88
			$g_2 + G_2$	-133,25	57,40	-116,64
			$q$	-101,48	65,27	-132,48
Aderente		$P_{\infty}$ (NBR)	266,31	-185,69	283,22	
		$P_{\infty}$ (EN)	310,23	-216,25	329,94	
		$P_{\infty}$ (ACI)	344,41	-240,03	366,28	
Não aderente		$P_{\infty}$ (NBR)	274,90	-191,58	292,35	
		$P_{\infty}$ (EN)	303,47	-211,50	322,74	
		$P_{\infty}$ (ACI)	350,56	-244,36	372,83	

Tabela 111: Momentos no tempo  $t_{\infty}$ 

		(conclusão)				
		Momentos (kN.m)				
Vão (m)	Sistema de pós-tração	Carregamento	Ponto 4	Ponto 6	Ponto 8	
10	Ambos	$g_1$	-436,37	279,31	-567,51	
		$g_2 + G_2$	-178,34	79,99	-162,34	
		$q$	-139,64	89,38	-181,60	
	Aderente	$P_{\infty}$ (NBR)	413,52	-289,40	443,59	
		$P_{\infty}$ (EN)	469,06	-328,10	503,23	
		$P_{\infty}$ (ACI)	521,51	-364,69	559,50	
	Não aderente	$P_{\infty}$ (NBR)	418,79	-292,93	449,30	
		$P_{\infty}$ (EN)	458,58	-320,77	491,99	
		$P_{\infty}$ (ACI)	524,80	-367,08	563,03	
	11	Ambos	$g_1$	-658,21	413,83	-842,92
			$g_2 + G_2$	-232,22	107,28	-218,79
			$q$	-188,06	118,30	-240,83
Aderente		$P_{\infty}$ (NBR)	616,96	-429,54	659,36	
		$P_{\infty}$ (EN)	697,91	-485,91	745,88	
		$P_{\infty}$ (ACI)	755,23	-525,82	807,13	
Não aderente		$P_{\infty}$ (NBR)	625,00	-435,15	667,95	
		$P_{\infty}$ (EN)	679,21	-472,89	725,89	
		$P_{\infty}$ (ACI)	775,27	-539,77	828,56	
12		Ambos	$g_1$	-915,80	578,54	-1167,12
			$g_2 + G_2$	-295,96	141,27	-285,52
			$q$	-244,21	154,28	-311,23
	Aderente	$P_{\infty}$ (NBR)	873,02	-611,66	928,76	
		$P_{\infty}$ (EN)	985,74	-690,63	1049,90	
		$P_{\infty}$ (ACI)	1058,78	-741,81	1126,37	
	Não aderente	$P_{\infty}$ (NBR)	885,17	-610,17	941,68	
		$P_{\infty}$ (EN)	956,23	-669,96	1021,20	
		$P_{\infty}$ (ACI)	1067,19	-747,70	1135,32	

(Fonte: elaborada pela autora)

Em todas as análises, apesar de não estarem aqui indicadas, foram atendidas as verificações de tensões e deslocamentos em serviço e no tempo inicial. No Estado Limite Último alguns casos precisaram de complemento com armadura passiva, especialmente, o ponto localizado na face superior do apoio central que terá a sua armadura passiva calculada contemplada na análise.

Para análise comparativa entre normas foram avaliados os seguintes parâmetros:

- $N_{nec}$  – Número de cordoalhas necessário;
- $P_i$  – Força de protensão aplicada ao macaco;
- $P_0$  – Força média de protensão após perdas iniciais;

- $P_\infty$  – Força média de protensão após perdas totais;
- $\Delta P_0 = (P_i - P_0)/P_i$  – Perda de protensão média percentual entre  $t_i$  e  $t_0$ ;
- $\Delta P_{0,\infty} = \Delta\sigma_p(t_\infty, t_0)/\sigma_{p0}$  – Perda de protensão média percentual entre  $t_0$  e  $t_\infty$ ;
- $\Delta P_\infty = (P_\infty - P_i)/P_i$  – Perda de protensão total média percentual entre  $t_i$  e  $t_\infty$ ;
- $P_\infty/A_c$  – Razão de compressão média;
- $A_{s,nec}$  – Área de aço passiva necessária para borda superior do apoio central.

A Tabela 112, a Tabela 113 e a Tabela 114 ilustram os parâmetros analisados obtidos para o sistema de pós-tração aderente segundo as normas NBR6118:2014, ACI318-14 e EN1992-1-1:2004, respectivamente. A Tabela 115, a Tabela 116 e a Tabela 117 ilustram os mesmos dados para o sistema de pós tração não aderente, considerando as respectivas normas.

Tabela 112: Resumo de parâmetros analisados para pós-tração aderente – NBR6118:2014

Vão (m)	$N_{nec}$	$P_i$ (kN)	$P_0$ (kN)	$P_\infty$ (kN)	$\Delta P_0$	$\Delta P_{0,\infty}$	$\Delta P_\infty$	$P_\infty/A_c$ (MPa)	$A_{s,nec}$ (cm <sup>2</sup> /m)
8	26	3594,55	3082,46	2636,86	14,25%	14,46%	26,64%	1,65	2,17
9	35	4838,82	4116,31	3497,51	14,93%	15,03%	27,72%	1,69	1,92
10	47	6497,84	5517,43	4662,03	15,09%	15,50%	28,25%	1,86	1,58
11	59	8156,87	6875,67	5802,78	15,71%	15,60%	28,86%	1,88	1,44
12	76	10507,15	8833,63	7414,45	15,93%	16,07%	29,43%	2,06	1,19

(Fonte: elaborada pela autora)

Tabela 113: Resumo de parâmetros analisados para pós-tração aderente – EN1992-1-1:2004

Vão (m)	$N_{nec}$	$P_i$ (kN)	$P_0$ (kN)	$P_\infty$ (kN)	$\Delta P_0$	$\Delta P_{0,\infty}$	$\Delta P_\infty$	$P_\infty/A_c$ (MPa)	$A_{s,nec}$ (cm <sup>2</sup> /m)
8	27	4062,96	3505,59	3098,28	13,72%	11,62%	23,74%	1,94	1,11
9	36	5417,28	4637,27	4074,44	14,40%	12,14%	24,79%	1,97	0,72
10	47	7072,56	6039,07	5287,29	14,61%	12,45%	25,24%	2,11	0,95
11	59	8878,32	7527,33	6589,01	15,22%	12,47%	25,79%	2,14	0,69
12	76	11436,48	9674,37	8424,02	15,41%	12,92%	26,34%	2,34	0,31

(Fonte: elaborada pela autora)

Tabela 114: Resumo de parâmetros analisados para pós-tração aderente – ACI318-14

Vão (m)	$N_{nec}$	$P_i$ (kN)	$P_0$ (kN)	$P_\infty$ (kN)	$\Delta P_0$	$\Delta P_{0,\infty}$	$\Delta P_\infty$	$P_\infty/A_c$ (MPa)	$A_{s,nec}$ (cm <sup>2</sup> /m)
8	30	4419,36	3802,67	3520,12	13,95%	7,43%	20,35%	2,20	-
9	39	5745,17	4905,62	4523,24	14,61%	7,79%	21,27%	2,19	-
10	51	7512,91	6399,64	5878,52	14,82%	8,14%	21,75%	2,35	-
11	62	9133,34	7726,67	7103,26	15,40%	8,07%	22,23%	2,31	-
12	79	11637,65	9822,75	8992,03	15,60%	8,46%	22,73%	2,50	-

(Fonte: elaborada pela autora)

Tabela 115: Resumo de parâmetros analisados para pós-tração não aderente – NBR6118:2014

Vão (m)	$N_{nec}$	$P_i$ (kN)	$P_0$ (kN)	$P_\infty$ (kN)	$\Delta P_0$	$\Delta P_{0,\infty}$	$\Delta P_\infty$	$P_\infty/A_c$ (MPa)	$A_{s,nec}$ (cm <sup>2</sup> /m)
8	22	3264,10	2982,65	2545,01	8,62%	14,67%	22,03%	1,59	4,93
9	28	4154,30	3786,41	3236,84	8,86%	14,51%	22,08%	1,56	6,01
10	38	5637,98	5129,21	4379,38	9,02%	14,62%	22,32%	1,75	7,20
11	48	7121,66	6456,94	5518,47	9,33%	14,53%	22,51%	1,79	7,81
12	62	9198,82	8316,18	7100,40	9,60%	14,62%	22,81%	1,97	8,82

(Fonte: elaborada pela autora)

Tabela 116: Resumo de parâmetros analisados para pós-tração não aderente – EN1992-1-1:2004

Vão (m)	$N_{nec}$	$P_i$ (kN)	$P_0$ (kN)	$P_\infty$ (kN)	$\Delta P_0$	$\Delta P_{0,\infty}$	$\Delta P_\infty$	$P_\infty/A_c$ (MPa)	$A_{s,nec}$ (cm <sup>2</sup> /m)
8	23	3461,04	3165,49	2830,71	8,54%	10,58%	18,21%	1,77	4,20
9	29	4363,92	3981,18	3573,28	8,77%	10,25%	18,12%	1,73	5,13
10	39	5868,72	5344,14	4795,50	8,94%	10,27%	18,29%	1,92	5,51
11	49	7373,52	6690,70	6019,14	9,26%	10,04%	18,37%	1,95	6,47
12	63	9480,24	8578,68	7716,56	9,51%	10,05%	18,60%	2,14	7,14

(Fonte: elaborada pela autora)

Tabela 117: Resumo de parâmetros analisados para pós-tração não aderente – ACI318-14

Vão (m)	$N_{nec}$	$P_i$ (kN)	$P_0$ (kN)	$P_\infty$ (kN)	$\Delta P_0$	$\Delta P_{0,\infty}$	$\Delta P_\infty$	$P_\infty/A_c$ (MPa)	$A_{s,nec}$ (cm <sup>2</sup> /m)
8	26	3830,11	3495,09	3253,63	8,75%	6,91%	15,05%	2,03	2,19
9	33	4861,30	4425,78	4127,82	8,96%	6,73%	15,09%	1,99	2,46
10	44	6481,73	5890,18	5487,93	9,13%	6,83%	15,33%	2,20	2,80
11	55	8102,16	7337,87	6845,30	9,43%	6,71%	15,51%	2,22	3,15
12	69	10164,53	9181,02	8559,97	9,68%	6,76%	15,79%	2,38	3,79

(Fonte: elaborada pela autora)

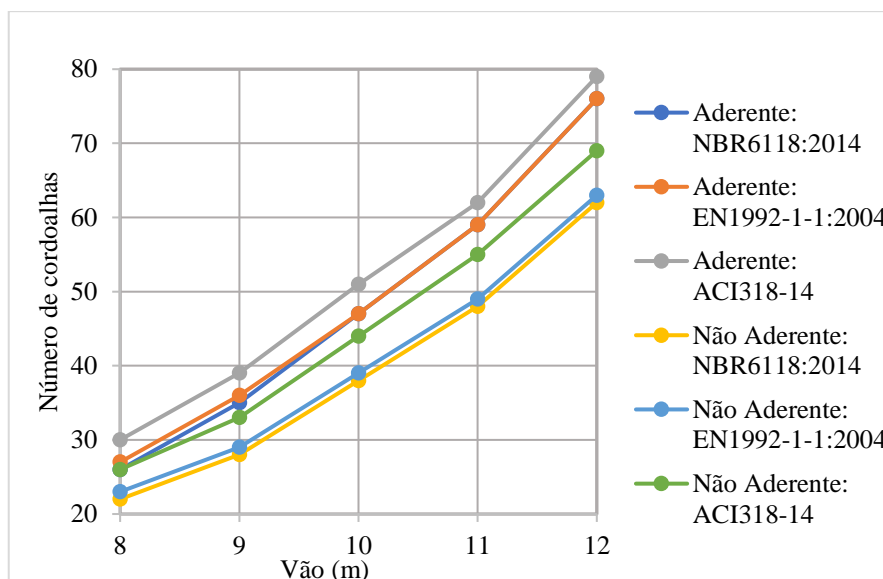
No item a seguir são apresentadas comparações entre resultados com duas finalidades principais: a primeira a de comparar as normas estudadas e a segunda a de comparar sistemas de protensão considerando apenas os resultados da norma brasileira. Para possibilitar uma melhor comparação entre os resultados obtidos, serão apresentados Gráficos e Tabelas que correlacionam os parâmetros estudados para os vãos de 8 a 12m.

#### 4.17.1 Comparação entre resultados

O Gráfico 2 ilustra uma comparação entre o número de cordoalhas necessário para as três referências normativas estudadas considerando ambos os sistemas de pós-tração e vãos variando de 8 a 12m. A Tabela 118 ilustra uma comparação entre o número de cordoalhas necessário ( $N_{nec}$ ) para as normas NBR6118:2014, EN1992-1-1:2004 e ACI318-14 e a diferença percentual dos valores obtidos para as normas estrangeiras em relação à norma brasileira

(*dif%*). Essa diferença percentual é calculada dividindo o módulo da diferença entre valores, pelo valor da norma brasileira.

Gráfico 2: Comparação entre número de cordoalhas necessárias



(Fonte: elaborada pela autora)

Tabela 118: Comparação entre número de cordoalhas necessárias para as normas estudadas

Sistema de pós-tração	Vão (m)	$N_{nec}$			<i>dif%</i>	
		NBR	EN	ACI	NBR/EN	NBR/ACI
Aderente	8	26	27	30	3,85%	15,38%
	9	35	36	39	2,86%	11,43%
	10	47	47	51	0,00%	8,51%
	11	59	59	62	0,00%	5,08%
	12	76	76	79	0,00%	3,95%
Não aderente	8	22	23	26	4,55%	18,18%
	9	28	29	33	3,57%	17,86%
	10	38	39	44	2,63%	15,79%
	11	48	49	55	2,08%	14,58%
	12	62	63	69	1,61%	11,29%

(Fonte: elaborada pela autora)

Observa-se conforme informações apresentadas no Gráfico 2 e na Tabela 118, que o número de cordoalhas necessário para as normas NBR6118:2014 e EN1992-1-1:2004 foi muito próximo ou coincidente para os vãos considerados (com uma diferença máxima de 4,55%). O número de cordoalhas do ACI318-14 foi consideravelmente superior ao das outras normas, chegando a cerca de 18% de diferença em relação à norma brasileira. Isso é motivado pelo fato do ACI318-14 admitir uma tensão de tração limite superior e exigir que essa seja respeitada

para combinação característica de ações que provoca momentos maiores do que a combinação frequente requerida pelas outras normas. Foi observado também que a diferença entre o número de cordoalhas diminuiu com o acréscimo do vão. Isso pode ter sido influenciado pela utilização de maiores excentricidades de cabos conforme crescimento do vão (e conseqüente aumento da espessura das lajes). O crescimento da excentricidade provoca maiores carregamentos equilibrados que atuam no sentido de diminuir a necessidade de protensão.

A Tabela 119 ilustra uma comparação entre o número de cordoalhas necessário ( $N_{nec}$ ) pela NBR6118:2014 para os sistemas de pós-tração aderente e não aderente e a diferença percentual entre eles ( $dif\%$ ). Essa diferença percentual é calculada dividindo o módulo da diferença entre valores, pelo valor do sistema não aderente.

Tabela 119: Comparação entre número de cordoalhas necessárias para a NBR6118:2014

Vão (m)	$N_{nec}$ para os sistemas:		
	Aderente	Não aderente	$dif\%$
8	26	22	18,18%
9	35	28	25,00%
10	47	38	23,68%
11	59	48	22,92%
12	76	62	22,58%

(Fonte: elaborada pela autora)

Observa-se pela Tabela 119 que, apesar de não existir uma relação linear entre o acréscimo do vão e a diferença percentual para os sistemas de pós-tração, o sistema de pós-tração aderente requer cerca de 22% de cordoalhas a mais do que o não aderente. A diferença entre sistemas foi menor para o vão de 8m, onde os momentos gerados pelos carregamentos ainda não são tão consideráveis e existe uma menor necessidade de protensão. A partir do vão de 9m a diferença entre os sistemas diminuiu com o acréscimo do vão. Novamente, a excentricidade dos cabos pode ter influenciado o resultado uma vez que, com o acréscimo da altura da laje, as excentricidades do sistema aderente e não aderente tornam-se mais próximas, diminuindo as suas diferenças.

Como foi necessário utilizar um número diferente de cordoalhas para as diferentes referências normativas para atender ao ELS, as forças  $P_i$ ,  $P_0$  e  $P_\infty$  não são comparáveis entre si. Contudo, devido ao limite de tensões iniciais tem-se que as forças máximas iniciais ( $P_l$ ) que podem ser aplicadas em cada armadura ( $\phi 12,7mm$ ) são dadas conforme Tabela 120 a seguir.

Tabela 120: Comparação entre a força de protensão inicial para a NBR6118:2014

Sistema de pós-tração	$P_i$ (kN)		
	NBR	EN	ACI
Aderente	138,25	150,48	147,31
Não aderente	148,37	150,48	147,31

(Fonte: elaborada pela autora)

Nota-se pela Tabela 120 que as forças iniciais em quase todos os casos são bastante similares exceto para o sistema aderente da NBR6118:2014. Isso contribui para que esse sistema já inicie o seu funcionamento com uma força inferior nas armaduras, o que pode ter um efeito favorável para perdas por relaxação, mas também ocasiona um número maior de armaduras necessárias considerando as outras perdas. Como, no instante de aplicação da pós-tração todos os sistemas são não aderentes, considera-se a limitação da NBR6118:2014 para pós-tração aderente conservadora.

Pela forma como foram dimensionadas as armaduras de pós-tração, ver Tabela 110, tem-se que nem sempre foi possível encontrar um número de cordoalhas que aproximasse exatamente a tensão de tração máxima solicitante à resistente. Por vezes foi necessário usar um número superior de cordoalhas que passou a atender ao ELS com uma folga maior. Isso causa uma variação na razão de compressão média das lajes (para vãos diferentes) o que contribui também para diferenças nos demais resultados.

A Tabela 121 ilustra uma comparação entre a razão de compressão média ( $P_{\infty}/A_c$ ) para as normas NBR6118:2014, EN1992-1-1:2004 e ACI318-14 e a diferença percentual dos valores obtidos para as normas estrangeiras em relação à norma brasileira (*dif%*). Essa diferença percentual é calculada dividindo o módulo da diferença entre valores, pelo valor da norma brasileira.

Observa-se pela Tabela 121, que todos os valores encontrados para razão de compressão são superiores ao mínimo de 1MPa. Devido ao maior número de cordoalhas que apresenta, era de se esperar que a razão de compressão do ACI318-14 fosse superior à das outras normas chegando a cerca de 30% de diferença em relação à norma brasileira. Como a tensão de tração máxima do EN1992-1-1:2004 é pouco inferior à da NBR (3,21MPa contra 3,37MPa), o número de cordoalhas dessa norma é levemente superior, o que contribui para que essa também tenha uma maior razão de compressão média.

Tabela 121: Comparação entre a razão de compressão obtida para as normas estudadas

Sistema de pós-tração	Vão (m)	$P_{\infty}/A_c$ (MPa)			dif%	
		NBR	EN	ACI	NBR/EN	NBR/ACI
Aderente	8	1,65	1,94	2,20	17,50%	33,50%
	9	1,69	1,97	2,19	16,50%	29,33%
	10	1,86	2,11	2,35	13,41%	26,09%
	11	1,88	2,14	2,31	13,55%	22,41%
	12	2,06	2,34	2,50	13,62%	21,28%
Não aderente	8	1,59	1,77	2,03	11,23%	27,84%
	9	1,56	1,73	1,99	10,39%	27,53%
	10	1,75	1,92	2,20	9,50%	25,31%
	11	1,79	1,95	2,22	9,07%	24,04%
	12	1,97	2,14	2,38	8,68%	20,56%

(Fonte: elaborada pela autora)

A Tabela 122 ilustra uma comparação entre a razão de compressão média ( $P_{\infty}/A_c$ ) obtida pela NBR6118:2014 para os sistemas de pós-tração aderente e não aderente e a diferença percentual entre eles (*dif%*). Essa diferença percentual é calculada dividindo o módulo da diferença entre valores, pelo valor do sistema não aderente.

Tabela 122: Comparação entre a razão de compressão para os sistemas de pós-tração pela NBR6118:2014

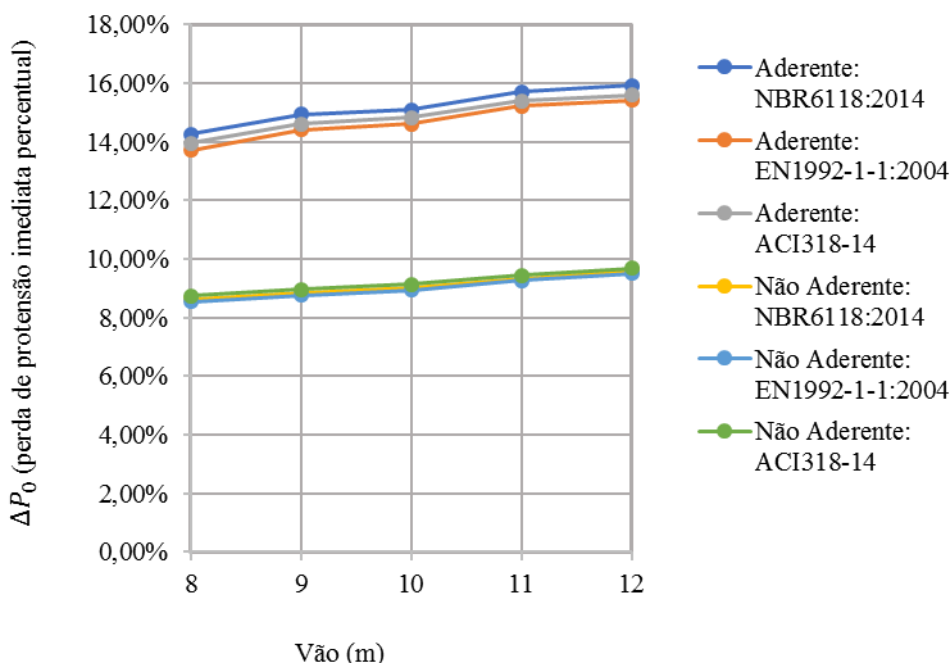
Vão (m)	$P_{\infty}/A_c$ (MPa)		dif%
	Aderente	Não aderente	
8	1,65	1,59	3,61%
9	1,69	1,56	8,05%
10	1,86	1,75	6,45%
11	1,88	1,79	5,15%
12	2,06	1,97	4,42%

(Fonte: elaborada pela autora)

Nota-se pela Tabela 122 que a diferença entre os sistemas aderente e não aderente é pequena (sendo de no máximo 8%) o que é justificável por ambos os sistemas terem de respeitar o mesmo limite de tensão de tração. A variação da razão de compressão média é análoga à variação do número de cordoalhas, o que era esperado uma vez que a força de protensão é uma função direta do número de cordoalhas.

Apesar das forças de protensão não poderem ser diretamente comparadas, pode-se comparar o valor das suas perdas percentuais médias. O Gráfico 3 ilustra uma comparação entre normas, sistemas de pós-tração e vão para a perda de protensão média percentual entre  $t_i$  e  $t_0$  ( $\Delta P_0 = (P_i - P_0)/P_i$ ).



Gráfico 3: Comparação entre a perda de protensão média percentual entre  $t_i$  e  $t_0$ 

(Fonte: elaborada pela autora)

Observa-se pelo Gráfico 3 que o valor da perda de protensão média percentual entre  $t_i$  e  $t_0$  ( $\Delta P_0$ ) foi bastante similar para as diferentes normas, o que era previsto uma vez que as formulações utilizadas para os cálculos são as mesmas. O valor de  $\Delta P_0$ , para pós-tração aderente, variou entre 14 a 15% e, para pós-tração não aderente, variou entre 8,5% e 10%. A tendência foi do acréscimo em  $\Delta P_0$  com o aumento do vão.

A Tabela 123 ilustra uma comparação entre  $\Delta P_0$  para as normas NBR6118:2014, EN1992-1-1:2004 e ACI318-14 e a diferença percentual dos valores obtidos para as normas estrangeiras em relação à norma brasileira (*dif%*). Essa diferença percentual é calculada dividindo o módulo da diferença entre valores, pelo valor da norma brasileira.

Pela Tabela 123 observa-se que, a diferença entre os valores de  $\Delta P_0$  calculados para as diferentes normas é bastante pequena sendo de no máximo de 3,71%.

A Tabela 124 ilustra uma comparação entre  $\Delta P_0$  obtido pela NBR6118:2014 para os sistemas de pós-tração aderente e não aderente e a diferença percentual entre eles (*dif%*). Essa diferença percentual é calculada dividindo o módulo da diferença entre valores, pelo valor do sistema não aderente.

Tabela 123: Comparação entre a perda de protensão média percentual entre  $t_i$  e  $t_0$ 

Sistema de pós-tração	Vão (m)	$\Delta P_0$			dif%							
		NBR	EN	ACI	NBR/EN	NBR/ACI						
Aderente	8	14,25%	13,72%	13,95%	3,71%	2,05%						
	9	14,93%	14,40%	14,61%	3,57%	2,13%						
	10	15,09%	14,61%	14,82%	3,15%	1,79%						
	11	15,71%	15,22%	15,40%	3,12%	1,95%						
	12	15,93%	15,41%	15,60%	3,26%	2,09%						
Sistema de pós-tração	Vão (m)	NBR	EN	ACI	NBR/EN	NBR/ACI						
							8	8,62%	8,54%	8,75%	0,97%	1,44%
							9	8,86%	8,77%	8,96%	0,96%	1,17%
							10	9,02%	8,94%	9,13%	0,95%	1,14%
							11	9,33%	9,26%	9,43%	0,79%	1,06%
Não aderente	12	9,60%	9,51%	9,68%	0,89%	0,84%						

(Fonte: elaborada pela autora)

Tabela 124: Comparação entre a perda de protensão média percentual entre  $t_i$  e  $t_0$  para a NBR6118:2014

Vão (m)	$\Delta P_0$		dif%
	Aderente	Não aderente	
8	14,25%	8,62%	65,22%
9	14,93%	8,86%	68,61%
10	15,09%	9,02%	67,20%
11	15,71%	9,33%	68,28%
12	15,93%	9,60%	66,00%

(Fonte: elaborada pela autora)

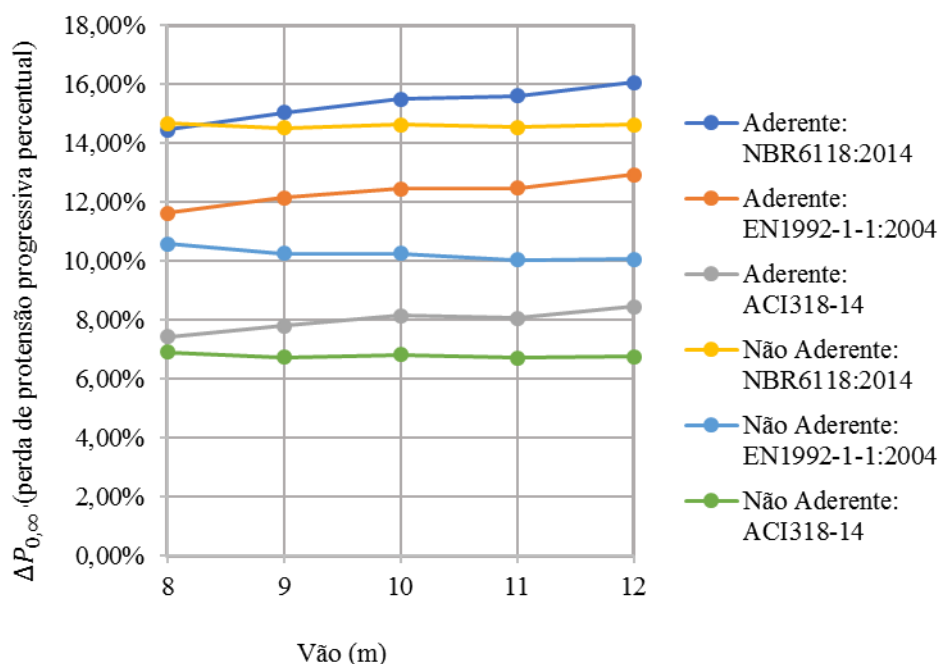
Nota-se na Tabela 124 que a diferença entre os valores de  $\Delta P_0$  obtidos para os sistemas aderente e não aderente é grande, chegando a 68%. Essa diferença não parece variar muito com o acréscimo do vão uma vez que as perdas se tornam mais elevadas para ambos os sistemas.

O Gráfico 4 ilustra uma comparação entre normas, sistemas de pós-tração e vão para a perda de protensão média percentual entre  $t_0$  e  $t_\infty$  ( $\Delta P_{0,\infty} = \Delta \sigma_p(t_\infty, t_0) / \sigma_{p0}$ ).

Observa-se pelo Gráfico 4 que o valor da a perda de protensão média percentual entre  $t_0$  e  $t_\infty$  ( $\Delta P_{0,\infty}$ ) variou para todos os casos, mas não parece, em cada caso, ser fortemente influenciada pelo acréscimo de vão (alguns casos tiveram um acréscimo gradual com o crescimento do vão e outros se mantiveram constantes). Nota-se que as diferentes formulações utilizadas por cada norma para o cálculo de perdas progressivas, tem um forte impacto em valores finais que não se aproximam. A norma ACI318-14 apresentou os menores percentuais de perdas progressivas (cerca de 8% para o sistema aderente e 6,5% para o sistema não aderente)

e a norma NBR6118:2014 apresentou os maiores percentuais de perdas progressivas (entre 14 a 16% para o sistema aderente e cerca de 14% para o sistema não aderente). A norma EN1992-1-1:2004 apresentou valores intermediários para perdas progressivas (entre 12 a 13% para o sistema aderente e 10% para o sistema não aderente).

Gráfico 4: Comparação entre a perda de protensão média percentual entre  $t_0$  e  $t_\infty$



(Fonte: elaborada pela autora)

A Tabela 125 ilustra uma comparação entre  $\Delta P_{0,\infty}$  para as normas NBR6118:2014, EN1992-1-1:2004 e ACI318-14 e a diferença percentual dos valores obtidos para as normas estrangeiras em relação à norma brasileira (*dif%*). Essa diferença percentual é calculada dividindo o módulo da diferença entre valores, pelo valor da norma brasileira.

Pela Tabela 125, observa-se que a diferença entre os valores de  $\Delta P_{0,\infty}$  calculados para as diferentes normas é significativa, chegando a 31% para norma EN1992-1-1:2004 e a 53% para a norma ACI318-14. Em todos os casos, o percentual de perdas calculado pela NBR6118:2014 está a favor da segurança em relação aos calculados pelas demais normas. Alguns motivos que contribuem para maiores perdas progressivas calculadas pela NBR6118:2014, são a consideração de valores maiores para o módulo de elasticidade e parâmetros relativos à fluência, retração e relaxação, conforme será melhor discutido no item 4.18.

Tabela 125: Comparação entre a perda de protensão média percentual entre  $t_0$  e  $t_\infty$ 

Sistema de pós-tração	Vão (m)	$\Delta P_{0,\infty}$			<i>dif%</i>	
		NBR	EN	ACI	NBR/EN	NBR/ACI
Aderente	8	14,46%	11,62%	7,43%	19,63%	48,60%
	9	15,03%	12,14%	7,79%	19,26%	48,15%
	10	15,50%	12,45%	8,14%	19,71%	47,48%
	11	15,60%	12,47%	8,07%	20,11%	48,29%
	12	16,07%	12,92%	8,46%	19,55%	47,36%
Não aderente	8	14,67%	10,58%	6,91%	27,92%	52,92%
	9	14,51%	10,25%	6,73%	29,41%	53,62%
	10	14,62%	10,27%	6,83%	29,77%	53,29%
	11	14,53%	10,04%	6,71%	30,94%	53,82%
	12	14,62%	10,05%	6,76%	31,26%	53,73%

(Fonte: elaborada pela autora)

A Tabela 126 ilustra uma comparação entre  $\Delta P_{0,\infty}$  obtido pela NBR6118:2014 para os sistemas de pós-tração aderente e não aderente e a diferença percentual entre eles (*dif%*). Essa diferença percentual é calculada dividindo o módulo da diferença entre valores, pelo valor do sistema não aderente.

Tabela 126: Comparação entre a perda de protensão média percentual entre  $t_0$  e  $t_\infty$  para a NBR6118:2014

Vão (m)	Aderente	Não aderente	<i>dif%</i>
8	14,46%	14,67%	1,48%
9	15,03%	14,51%	3,57%
10	15,50%	14,62%	6,05%
11	15,60%	14,53%	7,36%
12	16,07%	14,62%	9,89%

(Fonte: elaborada pela autora)

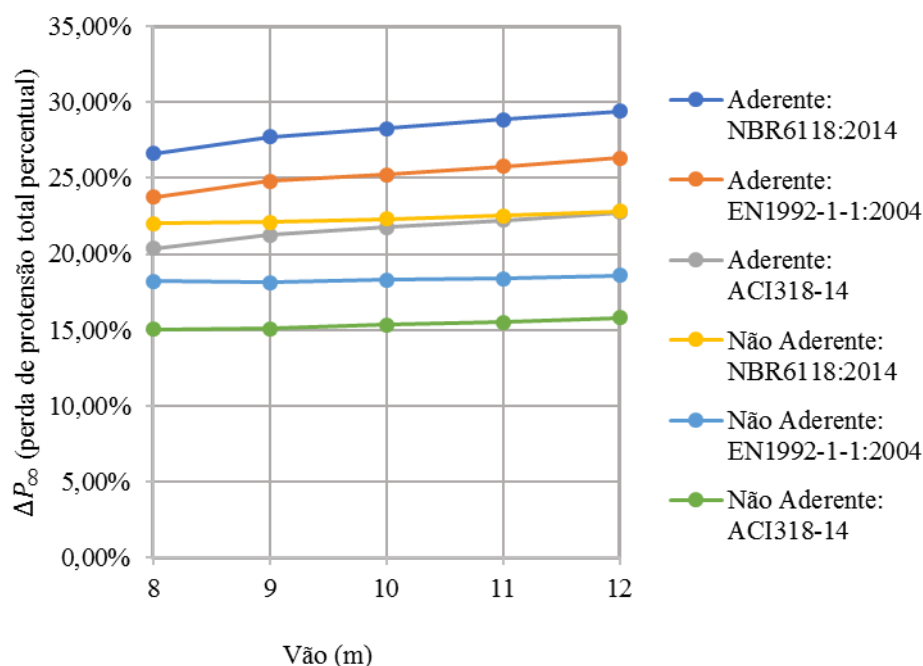
Nota-se na Tabela 126 que a diferença entre os valores de  $\Delta P_{0,\infty}$  obtidos para os sistemas aderente e não aderente é pequena, sendo inferior a 10%. Essa diferença se tornou maior com o acréscimo do vão. A diferença no cálculo da perda progressiva para ambos os casos foi resultado apenas da variação da tensão atuante no centro de gravidade da armadura ativa. Essa diferença não foi muito significativa o que justifica os resultados próximos para ambos os sistemas. As pequenas diferenças encontradas para as perdas progressivas considerando ambos os sistemas confirmam que, as perdas de maior impacto são efetivamente as iniciais.

O Gráfico 5 ilustra uma comparação entre normas, sistemas de pós-tração e vão para perda de protensão total média percentual entre  $t_i$  e  $t_\infty$  ( $\Delta P_\infty = (P_\infty - P_i)/P_i$ ).

Observa-se pelo Gráfico 5 que o valor da perda de protensão total média percentual entre  $t_i$  e  $t_\infty$  ( $\Delta P_\infty$ ) foi sempre maior conforme calculado pela NBR6118:2014, independente

do sistema de pós-tração. Inclusive, o valor da perda para o sistema não aderente da NBR6118:2014 chegou a coincidir, ou ficar muito próximo, do valor calculado para o sistema aderente do ACI318-14. Esperava-se, no entanto, que as perdas calculadas para sistema aderente fossem sempre superiores às calculadas para o sistema não aderente, independentemente da norma utilizada. Novamente, as prescrições da NBR6118:2014 são as mais conservadoras para o cálculo das perdas totais (entre 26% e 29% para o sistema aderente e cerca de 22% para o sistema não aderente), seguidas pelas do EN1992-1-1:2004 (entre 23% e 26% para o sistema aderente e cerca de 18% para o sistema não aderente) e o ACI318-14 apresenta os menores valores para perdas totais (entre 20% de 22% para o sistema aderente e 15% para o não aderente). As perdas aumentaram gradualmente com o crescimento do vão para o sistema aderente e se mantiveram aproximadamente constantes para o sistema não aderente.

Gráfico 5: Comparação entre a perda de protensão total média percentual entre  $t_i$  e  $t_\infty$



(Fonte: elaborada pela autora)

A Tabela 127 ilustra uma comparação entre  $\Delta P_\infty$  para as normas NBR6118:2014, EN1992-1-1:2004 e ACI318-14 e a diferença percentual dos valores obtidos para as normas estrangeiras em relação à norma brasileira (*dif%*). Essa diferença percentual é calculada dividindo o módulo da diferença entre valores, pelo valor da norma brasileira.

Tabela 127: Comparação entre a perda de protensão total média percentual entre  $t_i$  e  $t_\infty$ 

Sistema de pós-tração	Vão (m)	$\Delta P_\infty$			<i>dif</i> %	
		NBR	EN	ACI	NBR/EN	NBR/ACI
Aderente	8	26,64%	23,74%	20,35%	10,88%	23,63%
	9	27,72%	24,79%	21,27%	10,58%	23,27%
	10	28,25%	25,24%	21,75%	10,66%	23,00%
	11	28,86%	25,79%	22,23%	10,65%	22,98%
	12	29,43%	26,34%	22,73%	10,51%	22,77%
Não aderente	8	22,03%	18,21%	15,05%	17,33%	31,68%
	9	22,08%	18,12%	15,09%	17,96%	31,68%
	10	22,32%	18,29%	15,33%	18,08%	31,32%
	11	22,51%	18,37%	15,51%	18,41%	31,09%
	12	22,81%	18,60%	15,79%	18,45%	30,80%

(Fonte: elaborada pela autora)

Pela Tabela 127 observa-se que, a diferença entre os valores de  $\Delta P_\infty$  calculados para as diferentes normas é relevante. As perdas totais calculadas para o sistema aderente pela NBR6118:2014 são cerca de 10% superiores às calculadas pelo EN1992-1-1:2004 e cerca de 23% superiores às calculadas pelo ACI318-14. Já as perdas totais calculadas para o sistema não aderente pela NBR6118:2014 são cerca de 18% superiores às calculadas pelo EN1992-1-1:2004 e cerca de 31% superiores às calculadas pelo ACI318-14.

A Tabela 128 ilustra uma comparação entre  $\Delta P_\infty$  obtido pela NBR6118:2014 para os sistemas de pós-tração aderente e não aderente e a diferença percentual entre eles (*dif*%). Essa diferença percentual é calculada dividindo o módulo da diferença entre valores, pelo valor do sistema não aderente.

Tabela 128: Comparação entre a perda de protensão total média percentual entre  $t_i$  e  $t_\infty$  para a NBR6118:2014

Vão (m)	$\Delta P_\infty$		<i>dif</i> %
	Aderente	Não aderente	
8	26,64%	22,03%	20,94%
9	27,72%	22,08%	25,52%
10	28,25%	22,32%	26,56%
11	28,86%	22,51%	28,20%
12	29,43%	22,81%	29,03%

(Fonte: elaborada pela autora)

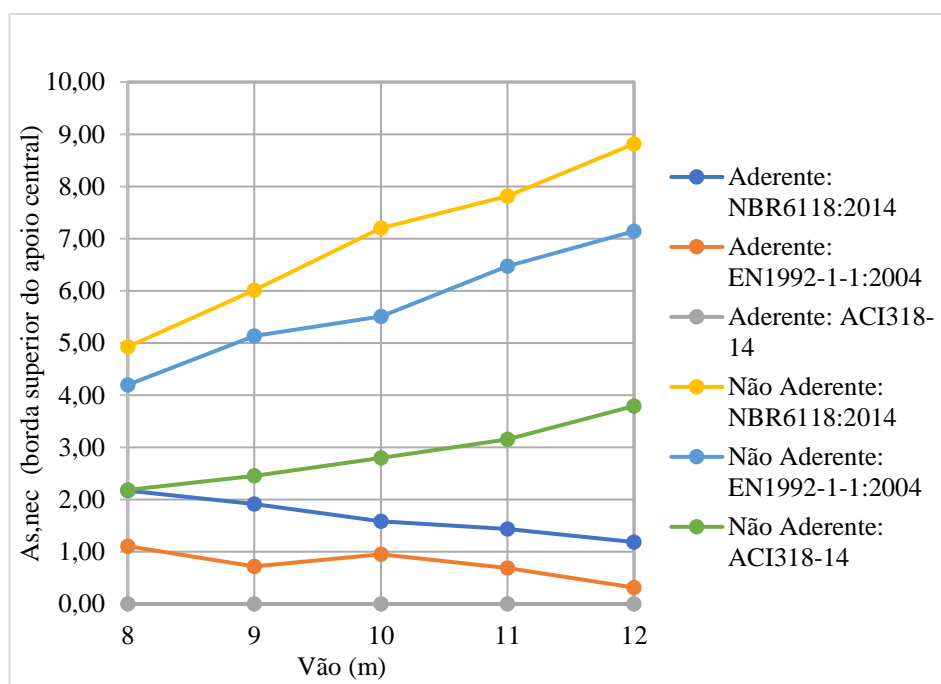
Nota-se na Tabela 128 que a diferença entre os valores de  $\Delta P_\infty$  obtidos para os sistemas aderente e não aderente é significativa, chegando a 29%. Essa diferença aumenta com o crescimento do vão de 20,94% até 29,03%. Como esse acréscimo é pequeno, inferior a 10%,

isso indica que, com o crescimento do vão, o sistema não aderente não se torna consideravelmente mais vantajoso do que o aderente, para os vãos considerados.

Conforme apontado para o exemplo completo de 10m de vão, as normas ACI318-14 e EN1992-1-1:2004 apresentam critérios que podem contar com a não utilização de qualquer armadura mínima, o que não é verificado pela NBR6118:2014. Em todos os casos e para todas as normas, é necessário reforçar com armadura passiva a borda superior do apoio central (ponto de referência 8). Por isso, esse ponto foi escolhido para comparação entre a área de aço passiva necessária ( $A_{s,nec}$ ) para as referências normativas e sistemas de pós-tração.

O Gráfico 6 ilustra uma comparação entre normas, sistemas de pós-tração e vão para a área de aço passiva necessária ( $A_{s,nec}$ ) para borda superior do apoio central (ponto de referência 8). Os valores de  $A_{s,nec}$  no gráfico estão expressos em  $cm^2/m$ .

Gráfico 6: Comparação da área de aço passiva necessária para borda superior do apoio central



(Fonte: elaborada pela autora)

Observa-se pelo Gráfico 6 que o valor a área de aço passiva necessária ( $A_{s,nec}$ ) teve valores que variaram para as diferentes normas, mas, de maneira geral observa-se um crescimento de  $A_{s,nec}$  com o acréscimo do vão para o sistema não aderente e uma diminuição de  $A_{s,nec}$  com o acréscimo do vão para o sistema aderente. Não foram necessárias armaduras passivas para o ACI318-14 considerando o sistema aderente. Observa-se uma discrepância na tendência de decréscimo da armadura passiva com o acréscimo do vão para o ponto correspondente a 9m de vão do EN1992-1-1:2004. Esse foi influenciado pelo fato de, nesse

caso, não ter sido possível encontrar um número de cordoalhas que aproximasse exatamente a tensão de tração calculada na borda superior do ponto 8 com a tensão limite, ver Tabela 110, nesse caso,  $\sigma_{calc} = -3,08MPa$  e  $\sigma_{lim} = -3,21MPa$ . Sendo assim esse caso ficou com uma maior influência da protensão e uma menor necessidade de armadura passiva.

A Tabela 129 ilustra uma comparação entre  $A_{s,nec}$  para as normas NBR6118:2014, EN1992-1-1:2004 e ACI318-14 e a diferença percentual dos valores obtidos para as normas estrangeiras em relação à norma brasileira ( $dif\%$ ). Essa diferença percentual é calculada dividindo o módulo da diferença entre valores, pelo valor da norma brasileira.

Pela Tabela 129 observa-se que, a diferença entre os valores de  $A_{s,nec}$  calculados para as diferentes normas é relevante. Os valores de  $A_{s,nec}$  calculadas para o sistema aderente pela NBR6118:2014 são entre 49% e 73% superiores aos calculados pelo EN1992-1-1:2004 e 100% superiores aos calculadas pelo ACI318-14, onde não foi necessária a utilização de armadura passiva. Já os valores de  $A_{s,nec}$  calculadas para o sistema não aderente pela NBR6118:2014 são entre 15% e 16% superiores aos calculados pelo EN1992-1-1:2004 e cerca de 60% superiores aos calculadas pelo ACI318-14.

Tabela 129: Comparação da área de aço passiva necessária para a borda superior do apoio central

Sistema de pós-tração	Vão (m)	$A_{s,nec} (cm^2/m)$			$dif\%$	
		NBR	EN	ACI	NBR/EN	NBR/ACI
Aderente	8	2,17	1,11	0,00	48,99%	100,00%
	9	1,92	0,72	0,00	62,56%	100,00%
	10	1,58	0,95	0,00	39,99%	100,00%
	11	1,44	0,69	0,00	52,20%	100,00%
	12	1,19	0,31	0,00	73,49%	100,00%
Não aderente	8	4,93	4,20	2,19	14,79%	55,65%
	9	6,01	5,13	2,46	14,66%	59,17%
	10	7,20	5,51	2,80	23,50%	61,09%
	11	7,81	6,47	3,15	17,18%	59,68%
	12	8,82	7,14	3,79	18,99%	56,98%

(Fonte: elaborada pela autora)

A Tabela 130 ilustra uma comparação entre  $A_{s,nec}$  obtido pela NBR6118:2014 para os sistemas de pós-tração aderente e não aderente e a diferença percentual entre eles ( $dif\%$ ). Essa diferença percentual é calculada dividindo o módulo da diferença entre valores, pelo valor do sistema não aderente.

Nota-se na Tabela 130 que a diferença entre os valores de  $A_{s,nec}$  obtidos para os sistemas aderente e não aderente é relevante, chegando a 86%. Essa diferença aumenta com o acréscimo



do vão uma vez que o sistema aderente passa a necessitar de menos armaduras enquanto o sistema não aderente passa a necessitar de mais. Se analisada a armadura mínima, no entanto, conforme apresentado na Tabela 95 seria necessário utilizar uma armadura passiva de pelo menos  $2,75\text{cm}^2/\text{m}$  para o sistema aderente e de  $13,88\text{cm}^2/\text{m}$  para o sistema não aderente. A diferença entre os valores de armadura mínima é de 80,19%.

Tabela 130: Comparação da área de aço passiva necessária para a borda superior do apoio central para a NBR6118:2014

Vão (m)	$A_{s,nec} (\text{cm}^2/\text{m})$		
	Aderente	Não aderente	<i>dif</i> %
8	2,17	4,93	55,91%
9	1,92	6,01	68,14%
10	1,58	7,20	77,99%
11	1,44	7,81	81,62%
12	1,19	8,82	86,54%

(Fonte: elaborada pela autora)

#### 4.18 Considerações sobre as diferenças normativas

Considerando os conceitos abordados na revisão bibliográfica comparativa entre as normas, apresentada no Capítulo 2, e os resultados dos exemplos apresentados neste capítulo, pode-se realizar uma análise mais minuciosa das diferenças encontradas entre as referências normativas NBR6118:2014, EN1992-1-1:2004 e ACI318-14.

De maneira geral, observou-se que a NBR6118:2014 e o EN1992-1-1:2004 apresentam equações muito parecidas para o cálculo de parâmetros relativos às propriedades do concreto. O ACI318-14, por outro lado, apresenta valores mais conservadores para a resistência característica à compressão do concreto, o que, por sua vez, influencia outros parâmetros, como a resistência à tração na flexão ( $f_r$ ), o módulo de elasticidade ( $E_c$ ) e até a altura do diagrama retangular de tensões ( $\beta_1$ ).

Em relação às propriedades das armaduras passivas e ativas tem-se que todas as normas apresentam valores parecidos para o módulo de elasticidade (entre 210GPa e 200GPa). O diagrama tensão-deformação apresentado pelas normas para armadura passiva também é o mesmo. Contudo, para armadura ativa, tem-se que o diagrama tensão-deformação indicado pela NBR6118:2014 e pelo EN1992-1-1:2004 é o mesmo, porém, o ACI318-14 não indica um

diagrama que deva ser utilizado. Para o último, são utilizadas equações que permitem o cálculo da tensão na armadura ativa a partir de parâmetros como a taxa de armadura ativa e passiva.

Em relação à Classe de Agressividade Ambiental (CAA), tem-se que a NBR6118:2014 possui 4 classes e as utiliza para determinação de cobrimentos mínimos, resistência característica à compressão mínima, fator água cimento máximo e nível de protensão. Esses parâmetros são definidos conforme CAA e também dependem do concreto ser armado ou protendido. Entretanto, observou-se que, apesar de as normas internacionais (EN1992-1-1:2004 e ACI318-14) apresentarem um maior número de CAAs, que levam em consideração diversas categorias que indicam mecanismos de deterioração do concreto, essas fazem poucas correlações entre as classes indicadas e parâmetros relacionados à durabilidade.

Para o EN1992-1-1:2004 são feitas indicações para cobrimentos mínimos de peças protendidas em função da CAA apenas para armaduras ativas com aderência, para armaduras ativas sem aderência a norma indica que sejam consultadas as regulações de empresas que trabalham com protensão. Para essa norma, é feita a indicação da mesma resistência característica à compressão mínima para o concreto armado ou protendido. Além disso, o EN1992-1-1:2004 estabelece, em quase todos os casos, apenas limites de fissuração para peças protendidas em todas as CAAs. Os únicos casos em que é imposto um limite de tensão em serviço seria para pós-tração aderente com corrosão induzida por cloretos ou sulfetos (CAAs XD e XS) e, mesmo assim, o limite imposto refere-se ao ELS-DP com  $a_p = 25mm$  e combinação frequente de ações. Não é feito limite direcionado diretamente à fissuração da borda tracionada (ELS-F), sendo esse adotado por este trabalho, conforme indicação das bibliografias Gilbert *et al.* (2017) e Aalami (2014), apenas para tornar comparável o dimensionamento entre normas e correta a consideração da seção não fissurada utilizada pelo método simplificado do pórtico equivalente.

O ACI318-14 também indica resistências características mínimas iguais para o concreto armado ou protendido. Essa norma estabelece cobrimentos mínimos para peças protendidas diferenciados em relação às condições de: em contato permanente com o solo, exposto a condições climáticas ou em contato com o solo, não exposto a condições climáticas e sem contato com o solo. De certa forma, essa última indicação se relaciona com a durabilidade, mas não se relaciona diretamente com todas as CAAs especificadas pelo ACI318-14. A norma ACI318-14 estabelece que todas as lajes protendidas, independentes da CAA, devem ser dimensionadas como não fissuradas.

A falta de informações normativas que correlacionem as CAAs e parâmetros mínimos relacionados a durabilidade das estruturas pode gerar dúvidas nos Engenheiros sobre quais parâmetros utilizar. Esses devem buscar os parâmetros em outras bibliografias, que podem inclusive fornecer valores diferentes, gerando ainda mais incertezas e falta de padronização. Dessa forma, pode-se dizer que as indicações feitas pela norma brasileira correlacionando parâmetros relativos à durabilidade e CAAs são muito valiosas e funcionam como um guia para os engenheiros brasileiros, favorecendo a padronização e um melhor controle das peças protendidas.

Sobre a tensão limite inicial aplicada nas armaduras, foi observado que, para quase todas as normas e sistemas, foi adotado um valor parecido (comparando valores próximos de  $0,8f_{ptk}$  ou  $0,9f_{pyk}$ , devendo ser adotado o mínimo desses). Contudo, para pós-tração aderente da NBR6118:2014 foi adotado um valor diferente (comparando valores próximos de  $0,74f_{ptk}$  ou  $0,82f_{pyk}$ , devendo ser adotado o mínimo desses). Visto que, no instante de aplicação da protensão, ambos os sistemas de pós-tração são não aderentes e que as outras duas referências normativas consideram valores iguais para o limite de tensão entre a pós-tração aderente e não aderente, considera-se que a indicação da NBR6118:2014 para um menor limite de tensão para pós-tração aderente, em relação à não aderente, é demasiado conservadora. Essa consideração implica em uma necessidade inicial de um maior número de cordoalhas do sistema aderente para que seja obtida a força de protensão total necessária.

Em relação às perdas de protensão foi observado que, as perdas imediatas indicadas pelas normas apresentam as mesmas formulações, o que resulta em valores extremamente parecidos (diferenciados apenas devido a possíveis diferenças entre parâmetros de materiais). Já as perdas progressivas, consideradas em conjunto, são dadas por equações com formato parecido para a NBR6118:2014 e o EN1992-1-1:2004. Pelo ACI318-14, que indica a sua norma auxiliar ACI423.10R-16 para o cálculo de perdas progressivas, tem-se que as perdas são calculadas por equações diferentes (para fluência, retração e relaxação), mas são feitos descontos relativos às outras perdas no cálculo da perda por relaxação, o que considera a sua ação conjunta.

As perdas progressivas calculadas pelo EN1992-1-1:2004 apresentam resultados inferiores às calculadas pela NBR6118:2014. Um motivo para isso, além das pequenas diferenças entre as equações de perdas progressivas, corresponde ao fato dos parâmetros de fluência ( $\varphi(t_\infty, t_0)$ ), retração ( $\varepsilon_{cs}(t_\infty, t_0)$ ) e perdas por relaxação ( $\Delta\sigma_{pr}$ ) serem inferiores quando calculados pelo EN1992-1-1:2004, conforme apresentado no exemplo completo para

laje com 10m de vão. Outro motivo consiste na consideração de diferentes módulos de elasticidades diferentes, para NBR6118:2014, é considerado o  $E_{ci,28} = 33.130,05 MPa$ , já para o EN1992-1-1:2004, é considerado o  $E_{cm} = 30.634,49 MPa$ . Isso faz com que a razão  $\alpha_p = E_p/E_c$  da NBR6118:2014 seja menor. Apesar da equação de perdas de ambas as normas considerar  $\alpha_p$  na sua parte superior e inferior, foi observado que a sua contribuição na parte de baixo da equação é mais efetiva (ver Eq. 3.62 e Eq. 3.75), sendo assim, um valor menor de  $\alpha_p$  é responsável por maiores valores para perdas progressivas.

Já as perdas progressivas calculadas pelo ACI318-14, apresentam resultados consideravelmente inferiores aos das outras normas. Além da formulação da norma americana para o cálculo de perdas progressivas ser bem diferente das demais, tem-se que o parâmetro que se assemelha ao coeficiente de fluência dessa norma ( $K_{cr}$ ) tem um valor fixo de 1,6, para pós-tração, conforme apresentado no item 4.10.3. Esse valor de 1,6, não depende das dimensões de laje, idade do carregamento, resistência do concreto e nem das condições do meio, além de ser consideravelmente inferior ao coeficiente de fluência das outras normas (próximos a 2,9 para o exemplo analisado). Considera-se, portanto, que as perdas progressivas calculadas pelas normas brasileira e europeia, têm uma formulação mais elaborada que leva em consideração diferentes fatores para o seu cálculo, sendo o uso dessas mais indicado. Em todos os casos, a norma NBR6118:2014, apresentou resultados mais conservadores para o cálculo de perdas progressivas.

Em relação às verificações de tensões em serviço, conforme já comentado sobre a correlação entre CAAs e parâmetros de durabilidade, observou-se que a NBR6118:2014 é direta em relação a indicação das considerações e procedimentos que devem ser adotados para cada verificação, sendo a sua principal verificação para o dimensionamento a do ELS-F para combinação frequente de ações (essa verificação pode ser usada para lajes lisas em todas as CAAs). Para a norma EN1992-1-1:2004, foi adotada a mesma verificação, apesar da norma não ser tão indicativa. Já a norma ACI318-14 estabelece como verificação principal o atendimento da condição de não fissuração (tensão inferior ao limite de resistência à tração na flexão) para combinação característica de ações. A imposição da combinação característica de ações pelo ACI318-14 em contraste com a combinação frequente de ações das outras normas, leva a um dimensionamento mais conservador por parte da norma americana. Outro fator que contribui para um maior dimensionamento considerando as prescrições do ACI318-14, deve-se à consideração de uma menor tensão de tração limite por parte dessa. Para o exemplo com  $f_{ck} = 35 MPa$ , a tensão limite à tração da NBR6118:2014 foi de 3,37MPa, enquanto a do EN1992-1-

1:2004 foi de 3,21MPa (4,74% de diferença da norma brasileira) e a do ACI318-14 foi de 2,87MPa (14,83% de diferença da norma brasileira).

Para o dimensionamento ao Estado Limite Último (ELU) observou-se que, o acréscimo de tensões para armadura ativa não aderente foi calculado conforme as mesmas equações para NBR6118:2014 e ACI318-14, dependendo da resistência à compressão característica do concreto, da taxa da armadura ativa e da relação vão/altura útil, enquanto o valor fixado pelo EN1192-1-1:2004 foi de 100MPa em todos os casos. Para o exemplo completo apresentado para o vão de 10m, o ACI318-14 apresentou acréscimos de tensão de 109,85 na faixa externa e de 147,04 na faixa interna (valor maior devido a uma menor taxa de armadura ativa). Já a NBR6118:2014, cujas taxas de armaduras ativas foram inferiores às do ACI318-14, apresentou acréscimos de tensão de 119,02MPa, na faixa externa, e de 164,28MPa na faixa interna. Observa-se que o valor de 100MPa adotado pelo EN1992-1-1:2004 é por demais conservador para faixa externa, conforme comparação com as outras normas.

O cálculo da tensão última para armadura ativa aderente pela NBR6118:2014 e EN1992-1-1:2004 foi feito da mesma maneira com a consideração da compatibilidade de deformações entre concreto e armaduras nas seções, já para o ACI318-14 foi utilizada a equação indicada na norma (Eq. 3.111) para o cálculo da tensão na armadura ativa, sendo essa dependente dos parâmetros de resistência dos materiais e taxas de armadura. Observa-se, no entanto, que o ACI318-14 não faz limitação rígida para deformação  $\varepsilon_{p1}$  (deformação no concreto adjacente ao centro de gravidade da armadura ativa no ELU), sendo necessário apenas que essa seja superior a 5‰, valor limite para peças de ruptura governada à tração. O EN992-1-1:2004 apresenta apenas limitação para deformação total na armadura ativa ao valor de 90% da sua resistência última. A NBR6118:2014 é a única que apresenta limitação para  $\varepsilon_{p1} = 10‰$ , afim de evitar a fissuração excessiva do concreto. Sendo assim, era esperado que as outras normas considerem tensões maiores atuando na armadura ativa em função da sua maior deformação, com isso, essas normas devem fornecer menores quantidades necessárias de armaduras passivas. Isso foi de fato observado para o exemplo onde calculou-se a área de aço necessária sobre a borda superior do apoio central.

Em relação aos coeficientes de segurança empregados no ELU, tem-se que tanto pela NBR6118:2014, quando pelo EN1992-1-1:2004, foram utilizados coeficientes separados para minorar as forças atuantes no concreto e nas armaduras (ativas ou passivas), antes de essas serem utilizadas para a obtenção do momento resistente de cálculo. Sendo esses iguais a 1,4 e 1,15 para minoração das resistências do concreto e das armaduras, respectivamente, pela norma

brasileira, e a 1,5 e 1,15 para os respectivos valores da norma europeia. A minoração das resistências pela norma ACI318-14 é feita apenas após o momento resistente nominal ser calculado, com a multiplicação desse por 0,9, para peças com ruptura governada à tração (caso das lajes). Se fosse utilizado um coeficiente pela norma americana equivalente ao utilizado pelas normas brasileira e europeia, para divisão do momento característico por esse, esse seria igual a  $1,0/0,9=1,11$ . Esse último é inferior tanto aos coeficientes de minoração do aço e do concreto utilizados pelas outras normas. Conclui-se então que a norma ACI318-14 apresenta uma maior confiança nas matérias de construção e uma menor margem de segurança contra imperfeições. Espera-se, com isso, que o dimensionamento realizado utilizando as prescrições do ACI318-14 ao ELU seja o mais econômico.

Quanto a armadura mínima requerida pelas normas, tem-se que a NBR6118:2014, especifica taxas de armaduras mínimas diferentes para armaduras positivas e negativas e para lajes com pós-tração aderente e não aderente. O ACI318-14 também indica armaduras mínimas positivas e negativas, sendo a armadura positiva calculada não através de taxas, mas através da força de tração na seção. Já o EN1992-1-1:2004 indica uma taxa mínima de armadura única para todos os casos. Para pós-tração não aderente sobre os apoios a NBR6118:2014 e o ACI318-14, estabelecem um valor mínimo para armadura negativa cujo valor é consideravelmente alto em relação aos demais. Já a norma EN1992-1-1:2004 não faz essa exigência. Tanto o ACI318-14 quanto o EN1992-1-1:2004 apresentam critérios para dispensa da armadura passiva para certos limites de tensão (exceto para pós-tração não aderente sobre apoios pelo ACI318-14), enquanto para a NBR6118:2014 o uso de armaduras mínimas é obrigatório para todos os casos. Para evitar ruptura brusca após o início da fissuração, as normas EN1992-1-1:2004 e ACI318-14 apresentam o critério de que o momento resistente último à flexão deve ser superior a 1,15 ou 1,2 vezes o momento de fissuração para as respectivas normas, caso esse não o seja apenas com a armadura ativa, deve-se acrescentar armadura passiva. No entanto, a norma EN1992-1-1:2004 estabelece que esse critério deve ser respeitado para pós-tração não aderente, enquanto o ACI318-14 estabelece que esse critério deve ser respeitado para pós-tração aderente. Isso reflete a confiança dos códigos nos diferentes sistemas, uma vez que a tradição americana é o uso da protensão não aderente, enquanto o sistema mais difundido na Europa é o aderente. Contudo, esse critério não provocou redimensionamento em nenhum exemplo apresentado neste trabalho, não sendo crítico nesses casos. Na norma brasileira, não é apresentado um critério equivalente para nenhum dos sistemas.

## 5 EXEMPLOS COMPARATIVOS ENTRE SISTEMAS DE PÓS-TRAÇÃO

No Capítulo 4, foi utilizado o Método dos Pórticos Equivalentes (MPE) para possibilitar a análise de uma faixa de laje considerando comparativamente as normas NBR6118:2014, EN1992-1-1:2004 e ACI318-14. Esse método foi utilizado para uma análise de esforços simplificada com a finalidade apenas de comparar as diferenças em prescrições e resultados apresentadas para cada norma considerando a mesma geometria e carregamentos atuando na região de laje pertencente ao pórtico considerado. Contudo, a NBR6118:2014 não permite o uso do MPE para lajes protendidas, sendo assim, se faz necessária uma análise com a utilização de um método mais refinado de cálculo.

Neste capítulo, serão apresentados os resultados de exemplos de cálculo comparativos entre sistemas de pós-tração desenvolvidos através do Método de Analogia de Grelha (MAG) utilizando o programa TQS, versão 20. Para os exemplos desenvolvidos, foram consideradas as prescrições da norma NBR6118:2014 cujas formulações são consideradas de modo automático pelo programa TQS.

As lajes consideradas para esse exemplo, ilustradas na Figura 63, foram equivalentes às consideradas para os exemplos comparativos entre normas (apresentados no Capítulo 4). Contudo, no Capítulo 4, apenas a região de laje pertencente ao pórtico central foi avaliada, já neste capítulo, foram avaliadas todas as faixas de lajes em ambas as direções da laje. Buscou-se fazer uma análise similar para os dois capítulos de estudos de caso para que os números de cordoalhas obtidos pelo MPE (no Capítulo 4) para as faixas externa e interna (considerando as prescrições da NBR6118:2014) pudessem ser comparados com os obtidos utilizando o MAG (neste capítulo), conforme será melhor discutido na Tabela 137. Assim, foram consideradas lajes com vãos variando entre 8 e 12m, com alturas de laje e dimensões de pilar idênticas ao utilizado anteriormente, esquematizados novamente na Tabela 131.

Tabela 131: Dimensões de altura e lado do pilar utilizadas para cada vão de laje

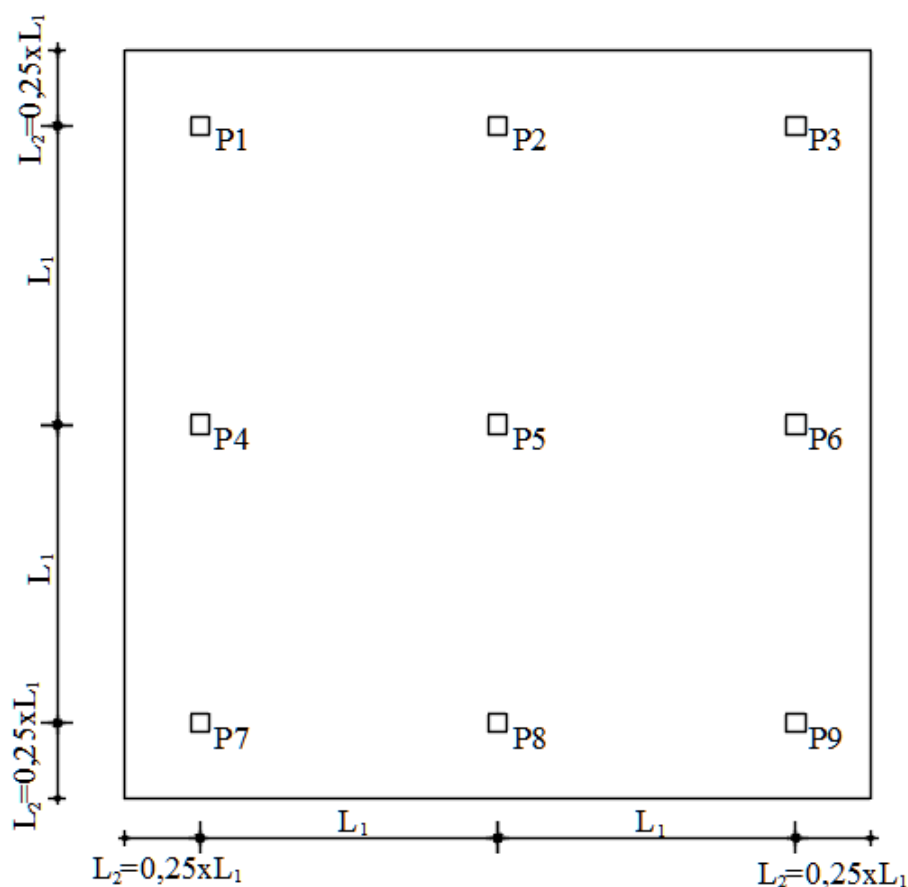
Vão (m)	Altura da laje (cm)	Lado do pilar (cm)
8	20	45
9	23	50
10	25	55
11	28	63
12	30	70

(Fonte: elaborada pela autora)

A Figura 63 ilustra as dimensões padrões utilizadas para as plantas, novamente foram utilizados balanços externos com comprimento ( $L_2$ ) igual a 25% o vão ( $L_1$ ). Observa-se que a faixa de laje analisada pelo MPE corresponde ao pórtico formado pelos pilares P4, P6 e P8. Foram utilizados  $f_{ck} = 35MPa$ , cobrimento para armadura ativa mínimo de 3,0cm e para armadura passiva de 2,5cm. O diâmetro adotado para as cordoalhas de protensão foi de 12,7mm e bainhas com 19mm. Assim, conforme apresentado no item 4.3, a distância entre a borda da laje mais próxima até o centro de gravidade da armadura de protensão na primeira camada, para pós-tração aderente, é de 48mm e, para pós-tração não aderente, é de 42mm. Essa distância é válida para direção horizontal (principal) dos exemplos aqui apresentados. Para direção vertical acrescentou-se a essa distância o valor de uma cordoalha, para pós-tração não aderente, e de uma bainha, para a pós-tração aderente, ficando as distâncias de, respectivamente, 67mm e 55mm.

Figura 63: Planta considerada para análise utilizando o MAG

PLANTA:

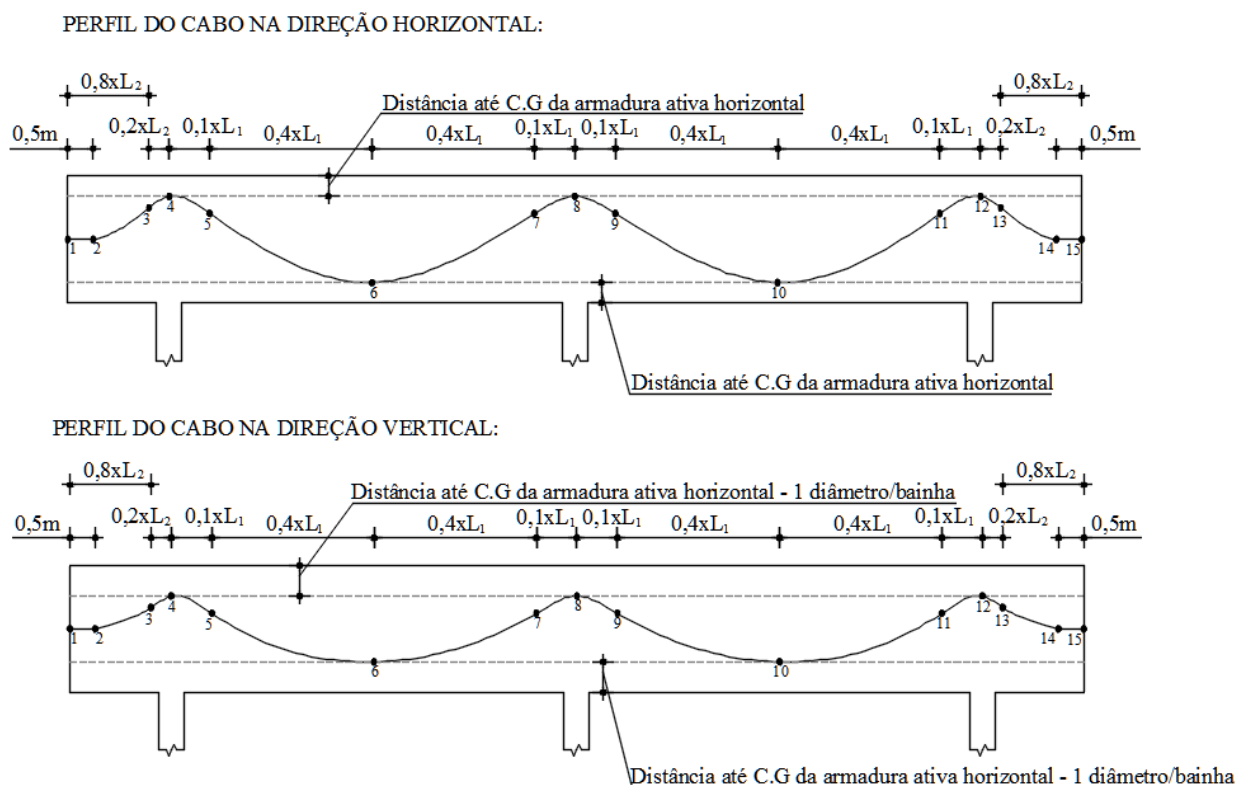


(Fonte: elaborada pela Autora)

A Figura 64 ilustra o perfil dos cabos para as direções horizontal e vertical.



Figura 64: Perfis dos cabos nas direções horizontal e vertical

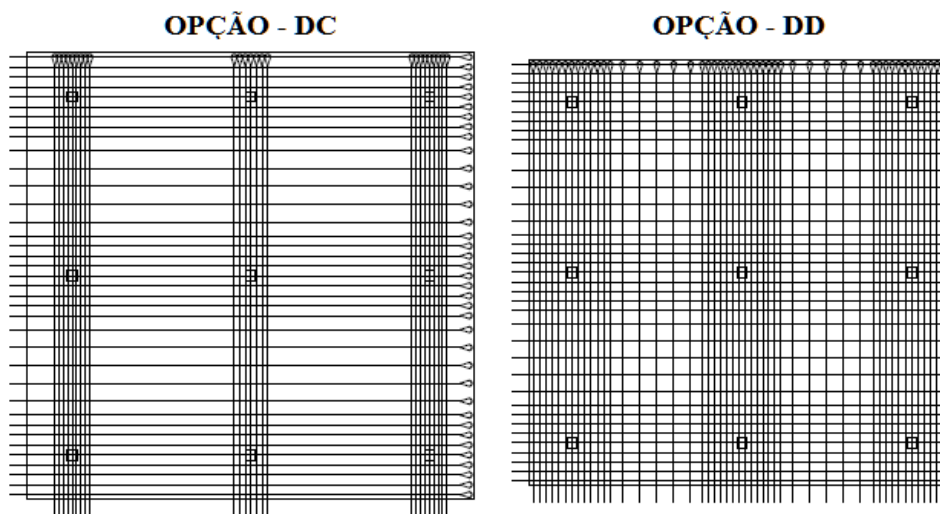


(Fonte: elaborada pela Autora)

Observa-se, pela Figura 64, que a excentricidade dos cabos dispostos na direção vertical foi inferior à dos cabos dispostos na direção horizontal. Esse critério foi adotado para evitar o cruzamento de cabos e facilitar a análise dos diferentes exemplos no programa sem a necessidade de alterar cabo a cabo para o ajuste de cruzamentos.

Foram avaliados nos exemplos duas opções para a disposição de cordoalhas, sendo que ambas tiveram a direção horizontal com cabos distribuídos (com uma maior concentração sobre os pilares). Na direção vertical foram consideradas as opções de cabos distribuídos (novamente, com uma maior concentração sobre os pilares) ou concentrados apenas nas regiões dos pilares. Para facilitar a referência às opções, essas serão denominadas DC (distribuída em uma direção e concentrada na outra) e DD (distribuída nas duas direções), ambas estão ilustradas na Figura 65. Observa-se que para opção DD são consideradas as larguras de faixa (para protensão uniforme com mesmo perfil) de 50% do comprimento do vão em ambas as direções. Já na opção DC são consideradas larguras de 50% do comprimento do vão na direção horizontal e larguras correspondentes à altura do pilar somada a sete vezes a altura da laje para faixa concentrada sobre o pilar na direção vertical (atendendo à prescrição do item 20.3.2.2 da NBR6118:2014).

Figura 65: Opções de distribuição de cabos em planta



(Fonte: adaptada de imagem gerada no TQS)

Os carregamentos adotados são os mesmos já contemplados para os exemplos do Capítulo 4, condizentes com a classificação de edifícios comerciais de escritórios, dados por:

- Peso próprio ( $g_1$ ): calculado conforme altura da laje
- Revestimento e divisórias leves ( $g_2$ ) = 2,0kN/m<sup>2</sup>
- Alvenaria no contorno da laje com espessura de 14cm ( $G_2$ ) = 5,8kN/m
- Carga acidental ( $q$ ) = 2kN/m<sup>2</sup>

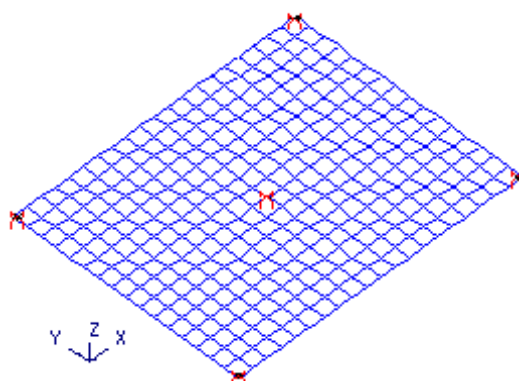
A seguir será apresentada uma introdução sobre a metodologia empregada para o dimensionamento de lajes protendidas através do programa TQS e os resultados obtidos para as análises realizadas.

### 5.1 Dimensionamento de lajes protendidas com o programa TQS

O programa TQS utiliza o modelo de grelha (ilustrado na Figura 66) que consiste na discretização dos elementos estruturais em elementos lineares de barra. Essas barras têm as propriedades geométricas da seção do elemento que representam, no caso de lajes, as seções são obtidas para a malha escolhida para discretização, e, no caso de vigas e pilares, as seções correspondem às dos próprios elementos. Para esse trabalho foi adotada a malha de discretização de elementos de 20cmx20cm.

Particularmente, para o modelo de pórtico espacial (Modelo VI do TQS, utilizado para este trabalho), as barras lineares têm seis graus de liberdade por nó (três translações e três rotações) e todos os elementos de vigas, lajes e pilares são avaliados de maneira conjunta, o que possibilita a melhor análise dos efeitos que esses provocam entre si.

Figura 66: Laje discretizada em grelha



(Fonte: TQS, 2015)

A introdução do efeito da protensão é realizada a partir da imposição dos esforços normais e momento fletor (correspondentes às ações do cabo) em cada elemento da grelha. Esses esforços são considerados constantes no comprimento do elemento da grelha e iguais à ação que exercem no ponto médio desse elemento (TQS, 2015).

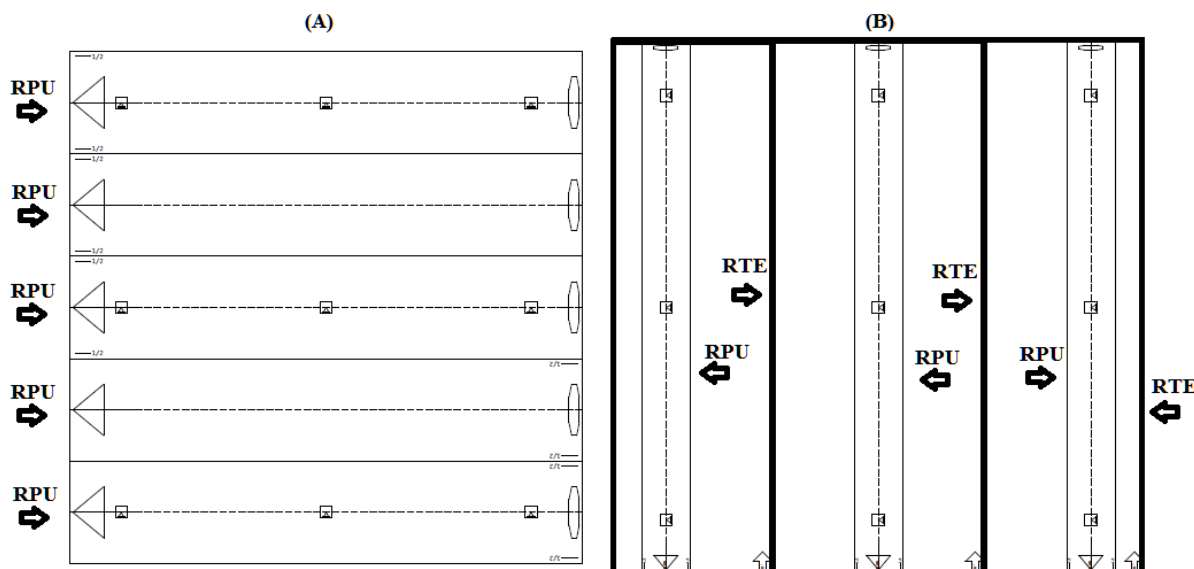
No editor de lajes protendidas do programa é possível definir Regiões de Protensão Uniforme (RPU) nas poligonais de laje em que se deseja uniformizar a protensão. Nessas regiões são adotados iguais espaçamento, diâmetro, força de protensão e traçado de cabo. Além disso, é possível definir Regiões de Transferência de Esforços (RTE) que determinam a região para extração de esforços e seção transversal que serão empregadas para o dimensionamento de uma RPU contida no seu interior (ou mais de uma, caso seja adotada uma divisão de esforços entre elas).

A RTE pode ser utilizada para casos em que se considera que um conjunto de cabos age em uma região de influência maior do que a sua disposição em planta (RPU), ou seja, considera-se um espraiamento de forças de compressão que passam a envolver uma maior região. Para que isso possa ser considerado é importante que exista uma regularidade de distribuição de pilares, que os cabos na outra direção sejam distribuídos em toda a laje respeitando os espaçamentos máximos, que a pré-compressão de 1MPa seja respeitada em todas as faixas protendidas e que os cabos distribuídos na outra direção sejam protendidos primeiro (TQS, 2017). Esse foi o caso das lajes com disposição de cabos DC deste trabalho, na região vertical, conforme ilustra a Figura 67. Essa mesma figura ilustra também a disposição de RPUs na opção de cabos distribuídos. Quando uma RPU não está associada a uma RTE, o seu contorno já define a região de tratamento de esforços e seção transversal.

Apesar de a RTE representar a região de transferência de esforços, o usuário tem a opção de definir se as forças de alívio devem ser distribuídas apenas na projeção dos cabos na RPU

ou em toda a RTE. Entende-se aqui que a primeira opção é a mais plausível, inclusive para o cálculo de deslocamentos na laje, essa foi, portanto, a escolhida.

Figura 67: Distribuição de RPU e RTEs em regiões de cabos distribuídos (A) ou concentrados (B)



(Fonte: adaptada de imagem gerada no TQS)

No comando de edição de RPU é possível visualizar a distribuição de esforços, tensões no perfil, de forças de protensão, de fissuras e a área de aço passiva necessária. Os esforços são calculados para combinações no ato da protensão, frequente, quase permanente, característica e hiperestática. As tensões são calculadas para combinações no ato da protensão, frequente e quase permanente. As fissuras são calculadas para combinação frequente. A área de aço passiva é calculada através da envoltória entre a necessária para o ato da protensão e a necessária para combinação de ações características e hiperestática. A considerações das ações pode ser feita através do ponto de máximo momento da faixa considerada ou através da média ponderada de momentos, essa última consideração foi a adotada para buscar uma melhor uniformização de esforços e evitar o dimensionamento através de picos de momentos localizados nos apoios. As forças de protensão tem as perdas imediatas calculadas pelo programa, as perdas progressivas entre o instante  $t_0$  e  $t_\infty$  são definidas pelo usuário. Neste trabalho, adotou-se as perdas progressivas de 15,5% para o sistema aderente e de 14,6% para o sistema não aderente (conforme obtido para o exemplo apresentado no Capítulo 4 para o vão de 10m, para os outros vão os valores obtidos foram muito próximos).

A Tabela 132 apresenta as larguras das faixas distribuídas (sobre pilares ou internas) e as larguras das faixas concentradas (para direção vertical com a disposição de cabos concentrados). Essas faixas correspondem às RPUs dispostas em planta.

Tabela 132: Largura de faixas para o cálculo de armaduras

Vão (m)	Largura das faixas distribuídas (m)	Largura das faixas concentradas (m)
8	4,0	1,85
9	4,5	2
10	5,0	2,3
11	5,5	2,5
12	6,0	2,8

(Fonte: elaborada pela autora)

## 5.2 Cálculo do número de cordoalhas necessárias

Para o cálculo do número de cordoalhas necessárias para os exemplos aqui desenvolvidos foram respeitados os seguintes critérios:

- Atendimento ao ELS-F
- Razão de compressão média em cada faixa  $\geq 1,0MPa$
- Espaçamento máximo entre cabos = 120cm (item 20.3.2.1 da NBR6118:2014)
- Espaçamento mínimo entre ancoragens = 10,7cm para o sistema não aderente
- Espaçamento mínimo entre ancoragens = 30 cm para o sistema aderente

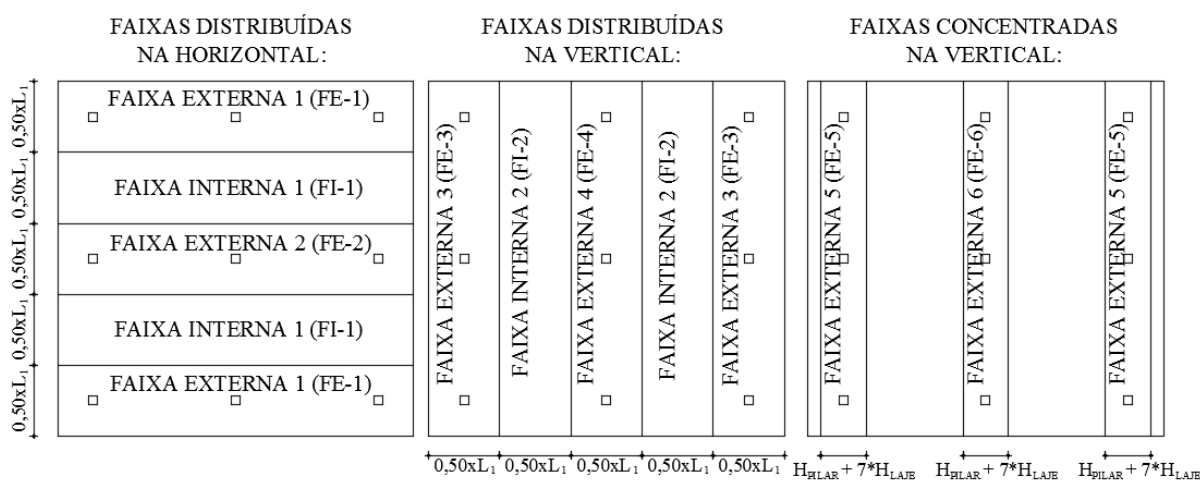
Os espaçamentos mínimos entre ancoragens foram calculados considerando a largura de 5,7cm da ancoragem da monocordoalha engraxada e a largura de 25cm para a ancoragem passiva da pós-tração aderente (ambos os dados encontrados em Protende, 2013), considerou-se uma margem de 5cm entre as faces das ancoragens. Para os vãos de 11m e 12m, nem sempre foi possível atender a essa margem, mas a diferença máxima foi de 1cm.

Para facilitar a referência às faixas de protensão, ou RPU, analisadas estas serão denominadas conforme apresentado na Figura 68, para faixas distribuídas na horizontal e na vertical e para faixas concentradas na vertical. Devido à simetria do modelo estudado, as faixas similares receberão as mesmas nomenclaturas. Para opção de cabos DC é utilizado o mesmo número de armaduras para as faixas horizontais que o calculado para as faixas CC.

Para o dimensionamento das cordoalhas nas lajes foi necessário o reprocessamento do pórtico algumas vezes, uma vez que as forças de alívio (carregamentos equivalentes) e seus consequentes esforços em serviço precisam ser atualizados. Nem sempre foi possível aproximar as faixas à sua resistência característica à tração na flexão, situação que seria mais econômica, por vezes, a razão mínima de compressão de 1MPa impossibilitou essa aproximação e, por vezes, o uso de um conjunto a menos de cabos provocaria a ultrapassagem dessa tensão limite.

Assim como o observado para o método dos pórticos equivalentes o ponto que ditou o dimensionamento foi a borda superior do apoio central, onde ocorreram as maiores tensões.

Figura 68: Referência para as faixas distribuídas e concentradas



(Fonte: elaborada pela autora)

Foram buscadas soluções de dimensionamento com 2 ou 3 cordoalhas por cabo, sendo que, para pós-tração não aderente, o agrupamento de cabos não contribui para diminuição do espaçamento entre ancoragens (que são realizadas individualmente), já, para pós-tração aderente, o agrupamento de cabos possibilita um maior espaçamento na ancoragem que é feita em grupo (por isso, foi necessário em alguns casos, utilizar cabos com 4 cordoalhas).

A Tabela 133 ilustra os arranjos de cordoalhas necessários (número de cabos,  $N_{cabos}$ , e número de cordoalhas por cabo,  $N_{cord}/cabo$ ), os espaçamentos entre ancoragens ( $s$ ), a máxima tensão de tração ( $\sigma_t$ ) atuante e as razões de compressão ( $P_{\infty}/A$ ) para as faixas externas distribuídas sobre os apoios dos cantos horizontal (FE-1) e vertical (FE-3).

Tabela 133: Resultados de dimensionamento para as faixas FE-1 e FE-3

Sistema de pós-tração	FE-1						FE-3					
	Vão (m)	$N_{cabos}$	$N_{cord}/cabo$	$s$ (m)	$\sigma_t$ (MPa)	$P_{\infty}/A$ (MPa)	$N_{cabos}$	$N_{cord}/cabo$	$s$ (m)	$\sigma_t$ (MPa)	$P_{\infty}/A$ (MPa)	
Aderente	8	6	2	0,67	3,06	1,6	9	2	0,44	3,23	2,4	
	9	9	2	0,50	3,31	1,8	13	2	0,35	3,32	2,6	
	10	10	2	0,50	3,12	1,7	13	2	0,38	3,04	2,2	
	11	12	2	0,46	3,28	1,6	14	2	0,39	3,09	1,9	
	12	18	2	0,33	3,36	2,1	14	3	0,43	3,37	2,5	
	Não aderente	8	5	2	0,40	3,06	1,4	6	2	0,33	3,17	1,7
9		8	2	0,28	3,35	1,8	10	2	0,23	3,35	2,2	
10		9	2	0,28	3,06	1,7	10	2	0,25	3,08	1,8	
11		10	2	0,28	3,05	1,5	11	2	0,25	3,17	1,6	
12		15	2	0,20	3,31	1,9	17	2	0,18	3,28	2,2	

(Fonte: elaborada pela autora)

A Tabela 134 apresenta os resultados para  $N_{cabos}$ ,  $N_{cord}/cabo$ ,  $s$ ,  $\sigma_t$  e  $P_{\infty}/A$  para as faixas externas distribuídas sobre os apoios centrais horizontal (FE-2) e vertical (FE-4).

Tabela 134: Resultados de dimensionamento para as faixas FE-2 e FE-4

Sistema de pós-tração	Vão (m)	FE-2					FE-4				
		$N_{cabos}$	$N_{cord}/cabo$	$s$ (m)	$\sigma_t$ (MPa)	$P_{\infty}/A$ (MPa)	$N_{cabos}$	$N_{cord}/cabo$	$s$ (m)	$\sigma_t$ (MPa)	$P_{\infty}/A$ (MPa)
Aderente	8	6	3	0,67	3,11	2,4	9	3	0,44	3,21	3,5
	9	9	3	0,50	3,35	2,7	13	3	0,32	3,23	4,0
	10	11	3	0,45	3,02	2,8	14	3	0,36	3,07	3,5
	11	13	3	0,42	3,09	2,7	15	3	0,37	3,36	3,1
	12	20	3	0,30	3,29	3,5	19	4	0,32	3,19	4,4
Não aderente	8	7	2	0,29	3,05	2,0	8	2	0,25	3,34	2,3
	9	11	2	0,20	3,33	2,4	16	2	0,14	3,35	3,6
	10	13	2	0,19	3,23	2,4	16	2	0,16	3,05	2,9
	11	15	2	0,18	3,28	2,2	18	2	0,15	3,05	2,7
	12	17	3	0,12	3,15	3,3	19	3	0,11	3,25	3,6

(Fonte: elaborada pela autora)

A Tabela 135 apresenta os resultados para  $N_{cabos}$ ,  $N_{cord}/cabo$ ,  $s$ ,  $\sigma_t$  e  $P_{\infty}/A$  para as faixas internas distribuídas horizontal (FI-1) e vertical (FI-2).

Tabela 135: Resultados de dimensionamento para as faixas FI-1 e FI-2

Sistema de pós-tração	Vão (m)	FI-1					FI-2				
		$N_{cabos}$	$N_{cord}/cabo$	$s$ (m)	$\sigma_t$ (MPa)	$P_{\infty}/A$ (MPa)	$N_{cabos}$	$N_{cord}/cabo$	$s$ (m)	$\sigma_t$ (MPa)	$P_{\infty}/A$ (MPa)
Aderente	8	4	2	1,00	0	1,1	4	2	1,00	0	1,1
	9	5	2	0,90	0	1,0	5	2	0,90	0	1,0
	10	6	2	0,83	0	1,0	6	2	0,83	0	1,0
	11	8	2	0,69	0	1,1	8	2	0,69	0	1,1
	12	10	2	0,60	0	1,2	10	2	0,60	0	1,2
Não aderente	8	4	2	0,50	0	1,2	4	2	0,50	0	1,2
	9	5	2	0,45	0	1,1	5	2	0,45	0	1,1
	10	6	2	0,42	0	1,1	6	2	0,42	0	1,1
	11	7	2	0,39	0	1,0	7	2	0,39	0	1,0
	12	8	2	0,38	0	1,0	8	2	0,38	0	1,0

(Fonte: elaborada pela autora)

A Tabela 136 apresenta os resultados para  $N_{cabos}$ ,  $N_{cord}/cabo$ ,  $s$ ,  $\sigma_t$  e  $P_{\infty}/A$  para as faixas externas concentradas sobre os apoios dos cantos (FE-5) e sobre os apoios centrais (FE-6).

Tabela 136: Resultados de dimensionamento para as faixas FE-5 e FE-6

Sistema de pós-tração	FE-5						FE-6					
	Vão (m)	$N_{cabos}$	$N_{cord./cabo}$	$s$ (m)	$\sigma_t$ (MPa)	$P_{\infty}/A$ (MPa)	$N_{cabos}$	$N_{cord./cabo}$	$s$ (m)	$\sigma_t$ (MPa)	$P_{\infty}/A$ (MPa)	
Aderente	8	6	2	0,31	3,09	1,1	5	3	0,37	3,06	1,0	
	9	9	2	0,22	3,18	1,2	7	3	0,29	3,36	1,1	
	10	10	2	0,23	3,17	1,1	8	3	0,29	3,28	1,0	
	11	8	3	0,31	3,19	1,1	7	4	0,36	3,37	1,0	
	12	8	4	0,35	3,35	1,2	12	4	0,29	3,37	1,4	
Não aderente	8	5	2	0,19	2,55	1,0	7	2	0,13	2,2	1,0	
	9	7	2	0,14	3,32	1,0	9	2	0,11	3,33	1,0	
	10	8	2	0,14	3,01	1,0	10	2	0,12	3,15	1,0	
	11	6	3	0,14	3,23	1,0	8	3	0,10	3,21	1,0	
	12	8	3	0,12	3,25	1,0	12	3	0,10	3,29	1,2	

(Fonte: elaborada pela autora)

Observa-se que para faixa FE-6 considerando o vão de 12m não foi possível considerar a largura máxima da faixa de 2,8m, uma vez que o espaçamento entre barras ficaria muito pequeno. Apenas nesse caso, a largura da faixa foi aumentada para 3,5m em ambos os sistemas de pós-tração. As tensões de tração máximas foram obtidas na borda superior do apoio central em todos os casos, exceto para faixas internas distribuídas onde não houveram tensões de tração em toda a faixa (valor nulo indicado nas tabelas).

De acordo com o apresentado nas Tabelas 140 a 143 acima observa-se um aumento no número de cordoalhas e, conseqüente, razão de pré-compressão para as faixas distribuídas nas direções verticais em relação às horizontais (observado para as faixas FE-1 e FE-3 e FE-2 e FE-4). Esse aumento era esperado, pois decorre do efeito da diminuição da excentricidade nos cabos verticais.

Nota-se também que para as faixas internas distribuídas (Tabela 135) o critério de dimensionamento da pré-compressão mínima de 1MPa foi condicionante. Para essas faixas, com o número de cordoalhas estabelecido pela pré-compressão mínima, não foram observadas tensões de tração. Isso implica que, se fosse considerado apenas o esforço para dimensionamento, seria obtido um número menor de cordoalhas para essas faixas.

Nas faixas externas sobre pilares na direção horizontal (FE-2) e na direção vertical (FE-4) foram observadas razões de compressão superiores ao máximo indicado pelo Concrete Society (2005) de 2,5MPa para dispensa da análise de retenção da protensão por parte dos pilares. Esses valores foram ainda mais significativos para a faixa externa FE-4 na direção vertical, por essa possuir uma menor excentricidade. Contudo, no programa TQS é possível



processar a retenção de esforços por parte do pilar e considerar essa retenção para o cálculo das perdas de protensão. Essa retenção foi considerada nos exemplos aqui desenvolvidos, apesar de o seu valor não ter sido muito significativo, uma vez que a rigidez dos pilares adotados não foi grande o suficiente para restringir o movimento do pórtico. Se fossem considerados pilares paredes com grande inércia na direção do movimento, seria indicado o aumento da altura das lajes para a opção DD. Para a opção DC, foram utilizadas menores razões de compressão na direção vertical.

A fim de comparar o dimensionamento realizado com o MAG e com o MPE, a Tabela 137 ilustra um comparativo entre o número de cordoalhas total ( $N_{cord}$ ), o número de cordoalhas na faixa externa ( $N_{ext}$ ) e o número de cordoalhas na faixa interna ( $N_{int}$ ) obtidos para cada método, bem como as diferenças percentuais entre esses valores. A faixa externa do MPE corresponde à FE-2 do MAG e a faixa interna corresponde à FI-1 do MAG.

Tabela 137: Comparação entre o número de cordoalhas obtido para o MPE e para o MAG

Sistema de pós-tração	Vão (m)	$N_{cord}$			$N_{ext}$			$N_{int}$		
		MPE	MAG	Dif %	MPE	MAG	Dif %	MPE	MAG	Dif %
Aderente	8	26	26	0,0%	17	18	5,6%	9	8	12,5%
	9	35	37	5,7%	23	27	17,4%	12	10	16,7%
	10	47	45	4,3%	31	33	6,5%	16	12	25,0%
	11	59	55	6,8%	39	39	0,0%	20	16	20,0%
	12	76	80	5,3%	50	60	20,0%	26	20	23,1%
Não aderente	8	22	22	0,0%	15	14	6,7%	7	8	14,3%
	9	28	32	14%	19	22	16%	9	10	11%
	10	38	38	0,0%	25	26	4,0%	13	12	7,7%
	11	48	44	8,3%	32	30	6,3%	16	14	12,5%
	12	62	67	8,1%	41	51	24,4%	21	16	23,8%

(Fonte: elaborada pela autora)

Pela Tabela 137 observa-se que a diferença entre o número de cordoalhas total (somando as duas faixas) não é muito expressiva sendo menor que 10% para maioria dos casos, exceto para o vão de 9m da pós-tração não aderente. Contudo, a diferença entre o número de cordoalhas utilizados por ambos os métodos nas faixas externa e interna é mais expressiva e varia muito com a mudança de vãos. Nessas faixas o MPE apresenta números de cordoalhas menores ou maiores em relação aos obtidos com o MAG, sem uma correlação linear com o crescimento do vão. Cabe salientar que a divisão de cordoalhas obtida com o MPE é, usualmente, arbitrada entre 25% a 35% para faixa interna e o restante para faixa externa, de modo que não existe uma correlação direta com o esforço atuante. Outra diferença entre os métodos consiste na

consideração do hiperestático como atuando em toda faixa de laje de maneira simplificada, para o MPE, e como atuando mais intensamente na região com uma maior proporção de protensão, para o MAG. Entretanto, para um pré-dimensionamento do número de cordoalhas necessários para um pórtico como um todo (envolvendo faixa externa e interna), o MPE apresentou resultados satisfatórios.

### 5.3 Avaliação de deslocamentos

Para a avaliação dos deslocamentos à longo prazo considerando a protensão, utiliza-se a combinação de ações LAJEPRO-LENTA do TQS. Essa combinação corresponde a:

$$LAJEPRO - LENTA = 2,3 * g_1 + 2 * g_2 + 0,4 * q + 2,5 * FORALI$$

sendo:

$g_1$  = peso próprio;

$g_2$  = demais carregamentos permanentes;

$q$  = carregamento acidental;

$FORALI$  = forças de alívio ou carregamentos equivalentes.

Os deslocamentos máximos foram avaliados nas grelhas para ambos os sistemas de pós-tração e opções de traçado de cabos, conforme apresentado na Tabela 138. A Tabela 138 também ilustra o deslocamento limite para aceitabilidade sensorial dado pelo vão/250 e a diferença percentual entre os deslocamentos obtidos para as duas opções de traçados de cabos.

Tabela 138: Deslocamentos máximos obtidos nas grelhas

Sistema de pós-tração	Vão (m)	Deslocamentos calculados (cm)			Deslocamentos limites (cm)
		OPÇÃO - DD	OPÇÃO - DC	Dif %	
Aderente	8	1,41	1,49	6%	3,2
	9	1,55	1,75	13%	3,6
	10	1,91	2,04	7%	4
	11	1,99	2,31	16%	4,4
	12	2,03	2,47	22%	4,8
Não aderente	8	1,39	1,42	2%	3,2
	9	1,45	1,63	12%	3,6
	10	1,65	1,83	11%	4
	11	1,96	2,41	23%	4,4
	12	1,98	2,46	24%	4,8

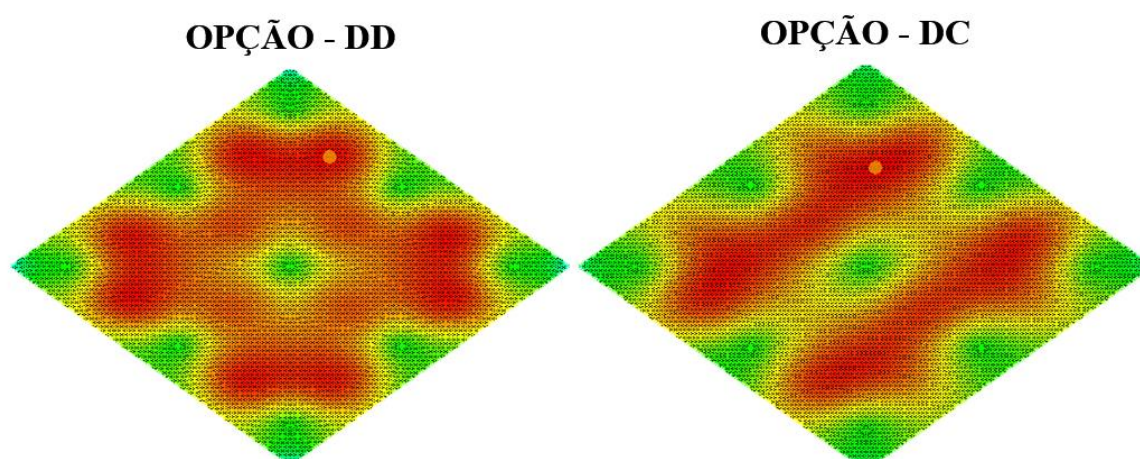
(Fonte: elaborada pela autora)

Observa-se, pela Tabela 138, que todos os deslocamentos máximos calculados se encontram dentro dos limites admissíveis. Nota-se também que os deslocamentos máximos

encontrados para opção de cabos distribuídos nas duas direções foram levemente inferiores aos encontrados para opção de cabos concentrados em uma direção e distribuídos na outra.

A Figura 69 apresenta uma comparação entre as distribuições de deslocamentos obtidas para as opções DD e DC, particularmente, para o caso de vão com 12m e pós-tração não aderente, sendo que as distribuições obtidas nos outros casos foram similares. Para a referida figura, os maiores deslocamentos estão indicados em vermelho e os menores em verde.

Figura 69: Distribuição de deslocamentos nas lajes com opções de traçado DD e DC



(Fonte: adaptada de imagem gerada no TQS)

Nota-se pela Figura 69 que a distribuição de cabos concentrados sobre os pilares funciona efetivamente como uma viga, impedindo os deslocamentos adjacentes. Apesar da opção DC ter apresentado deslocamentos levemente superiores aos apresentados para opção DD, observa-se que essa distribuição de cabos provoca a diminuição de deslocamentos em uma maior área da laje (indicada em verde na figura).

#### 5.4 Comparação de quantitativos obtidos para os diferentes sistemas

Após a modelagem das lajes, foram obtidos quantitativos relativos ao peso do aço da protensão (kgf), ao peso do aço da armadura passiva (kgf), ao volume de concreto ( $m^3$ ) e à área de formas ( $m^2$ ). Esses quantitativos são gerados automaticamente pelo sistema após a intervenção do usuário para ajustes no dimensionamento.

Para o cálculo da armadura passiva, foram consideradas as áreas mínimas definidas pela NBR6118:2014 (discutidas no item 4.15 deste trabalho) em conjunto com a área de aço necessária calculada pelo TQS. Sobre a região dos apoios para lajes com pós-tração não aderente, foi considerada ainda a área de aço de mínima indicada no item 19.3.3.2 da

NBR6118:2014 de  $A_s = 0,0075 * h * l$  (sendo  $h$  a altura da laje e  $l$  o vão médio) distribuída em uma faixa contemplando 1,5 vezes a altura da laje para cada lado do pilar. Para uniformização das armaduras mínimas adotadas em todas as faixas de laje (externas e internas) foram utilizadas, para o seu cálculo, as taxas de protensão ( $\rho_p$ ) obtidas para faixa interna, uma vez que essas são as menores taxas de protensão que resultam em um maior valor para armadura mínima (que não foi, no entanto, consideravelmente superior ao obtido para outras faixas).

As armaduras mínimas calculadas para o sistema de pós-tração aderente e não aderente estão indicadas na Tabela 139, como não é necessário usar uma armadura mínima maior sobre apoios para lajes com pós-tração aderente, essa armadura é igual à armadura negativa.

Tabela 139: Armaduras passivas mínimas – NBR6118:2014

Sistema de pós-tração	Vão (m)	$A_{s,min} (cm^2/m)$		
		Armadura positiva	Armadura negativa	Armadura sobre apoios
Aderente	8	1,64	2,20	2,20
	9	1,89	2,53	2,53
	10	2,05	2,75	2,75
	11	2,30	3,08	3,08
	12	2,46	3,30	3,30
Não aderente	8	2,41	2,29	11,43
	9	2,67	2,67	13,05
	10	2,91	2,91	14,42
	11	3,33	3,33	15,71
	12	3,60	3,60	16,88

(Fonte: elaborada pela autora)

Nota-se na Tabela 139 que as áreas mínimas de armaduras necessárias para o sistema não aderente são sempre superiores às necessárias para o sistema aderente, sendo essa diferença marcante para armadura sobre apoios.

O dimensionamento das armaduras negativas foi realizado através do programa TQS, considerando as armaduras calculadas para o ELU pelo programa e as armaduras mínimas especificadas acima. Foram consideradas armaduras negativas em toda extensão de faixas sobre pilares com comprimento igual a 25% do vão da laje passando para cada lado do pilar acrescido da devida ancoragem. Para o cálculo das armaduras foram considerados os conceitos contemplados no item 3.6.1 deste trabalho e detalhados no exemplo do Capítulo 4, que não serão novamente abordados por se tratar de um procedimento repetitivo que foi realizado diretamente no programa.

Como armaduras positivas para as lajes foram utilizadas telas soldadas de CA-60 de:

- $\phi 5c10$  ( $1,96cm^2$ ), para os sistemas aderentes de 8m e 9m;

- $\phi 5,6c10$  ( $2,46\text{cm}^2$ ), para os sistemas aderentes de 9m a 12m e para o sistema não aderente de 8m;
- $\phi 6,0c10$  ( $2,83\text{cm}^2$ ), para o sistema não aderente de 9m;
- $\phi 8,0c15$  ( $3,35\text{cm}^2$ ), para os sistemas não aderentes de 10m e 11m;
- $\phi 7,1c10$  ( $3,96\text{cm}^2$ ), para o sistema não aderente de 12m;

Não foram necessárias armaduras positivas complementares para os sistemas analisados, sendo considerado para o cálculo do peso de armaduras passivas apenas o peso das telas soldadas. No quantitativo de peso de armaduras passivas, foram contempladas apenas as armaduras de flexão.

A Tabela 140 ilustra o resumo de quantitativos obtidos para as opções DD e DC para pós-tração aderente e não aderente e a sua diferença percentual, calculada por:

$$Dif\% = \frac{\text{Peso do sistema aderente} - \text{Peso do sistema não aderente}}{\text{Peso do sistema aderente}}$$

Tabela 140: Quantitativos de materiais para os diferentes sistemas de pós-tração e distribuições de cabos

Opção	Vão (m)	Área de formas (m <sup>2</sup> )	Volume de concreto (m <sup>3</sup> )	Peso de armaduras passivas (kgf)			Peso de armaduras ativas (kgf)		
				Sistema aderente	Sistema não aderente	Dif %	Sistema aderente	Sistema não aderente	Dif %
DD	8	400	80	2143	3026	41%	2246	1931	-14%
	9	506	116	2892	4500	56%	3620	3391	-6%
	10	625	156	4208	5977	42%	4377	4121	-6%
	11	756	212	5226	8655	66%	5628	5121	-9%
	12	900	270	6497	11294	74%	9045	8122	-10%
DC	8	400	80	2209	2960	34%	1590	1530	-4%
	9	506	116	2975	4400	48%	2572	2492	-3%
	10	625	156	4294	5804	35%	3277	3125	-5%
	11	756	212	5414	8406	55%	4355	3928	-10%
	12	900	270	6705	11204	67%	6905	6146	-11%

(Fonte: elaborada pela autora)

Observa-se, pela Tabela 140 que a diferença percentual entre a área de aço passiva necessária para os diferentes sistemas atinge valores consideráveis da ordem de cerca de 40 a 60% para vãos de até 11m e chegando a valores próximos de 70% para o vão de 12m. A diferença entre o peso de cordoalhas não é tão expressiva para ambos os sistemas, atingindo um valor máximo de 14%. Essa diferença é menor do que a obtida considerando apenas o número de cordoalhas uma vez que se considera um peso linear para a cordoalha engraxada ( $0,88\text{kgf/m}$ ) superior ao da cordoalha aderente ( $0,775\text{kgf/m}$ ), essa quantidade ainda é levemente influenciada pela excentricidade menor das cordoalhas aderentes em relação às não aderentes.

A Tabela 141 ilustra uma comparação entre os números de cordoalhas obtidos para as opções DD e DC para pós-tração aderente e não aderente e a sua diferença percentual. A Tabela 142 ilustra os mesmos dados da Tabela 141, apenas reorganizados para comparação entre as opções DD e DC para cada sistema de pós-tração.

Tabela 141: Número total de cordoalhas obtido para os sistemas de protensão

Opção	Vão (m)	Número total de cordoalhas		Dif %
		Sistema aderente	Sistema não aderente	
DD	8	137	106	-23%
	9	194	166	-14%
	10	215	182	-15%
	11	252	206	-18%
	12	372	300	-19%
DC	8	97	84	-13%
	9	140	120	-14%
	10	161	138	-14%
	11	195	158	-19%
	12	284	227	-20%

(Fonte: elaborada pela autora)

Tabela 142: Número total de cordoalhas obtido para as opções DD e DC

Sistema de pós-tração	Vão (m)	Número total de cordoalhas		Dif %
		Opção DD	Opção DC	
Aderente	8	137	97	-29%
	9	194	140	-28%
	10	215	161	-25%
	11	252	195	-23%
	12	372	284	-24%
Não aderente	8	106	84	-21%
	9	166	120	-28%
	10	182	138	-24%
	11	206	158	-23%
	12	300	227	-24%

(Fonte: elaborada pela autora)

Nota-se pela Tabela 141 que a diferença máxima entre os números de cordoalhas obtidos para os sistemas de pós-tração pareceu crescer com o aumento do vão a partir do vão de 9m para a opção DD (variando entre 14% e 19%) e a partir do vão de 8m para a opção DC (variando entre 13% e 20%). Para o vão de 8m da opção DD, foi obtida uma diferença maior do que as outras de 23%. Um dos possíveis motivos para essa diferença deve-se ao fato da menor altura e, conseqüentemente, da menor excentricidade da laje de 8m, sendo essa excentricidade ainda menor para o sistema aderente na direção vertical. Para a opção de distribuição DD, essa

diferença é ainda mais pronunciada por ser aplicada a um número maior de cordoalhas na direção vertical.

Observa-se, pela Tabela 142, que o uso da disposição DC de cabos promove uma economia média de 25% para ambos os sistemas chegando a até 29%. Ressalta-se que com o uso da disposição de cabos DC foi possível atender aos estados de serviço de fissuração e de deslocamentos assim como foi possível com o uso da disposição DD. Sendo assim, a disposição de cabos DC apresenta-se mais vantajosa.

A Tabela 143 apresenta as taxas de armadura passiva ( $\text{kgf/m}^3$ ) para os sistemas aderente e não aderente, considerando as opções de distribuição de cabos DD e DC. Essa tabela também ilustra a diferença percentual entre os sistemas de protensão conforme calculado para cada opção de distribuição de cabos.

Tabela 143: Taxa de armadura passiva ( $\text{kgf/m}^3$ )

Vão (m)	Opção - DD			Opção - DC		
	Sistema aderente	Sistema não aderente	Dif %	Sistema aderente	Sistema não aderente	Dif %
8	26,8	37,8	41%	27,6	37,0	34%
9	24,8	38,6	56%	25,6	37,8	48%
10	26,9	38,3	42%	27,5	37,1	35%
11	24,7	40,9	66%	25,6	39,7	55%
12	24,1	41,8	74%	24,8	41,5	67%

(Fonte: elaborada pela autora)

Observam-se, pela Tabela 143, valores similares de taxas de armaduras passivas para as duas opções de disposição de cabos, tanto para o sistema aderente (entre  $24\text{kgf/m}^3$  e  $27\text{kgf/m}^3$ ), quanto para o sistema não aderente (entre  $37\text{kgf/m}^3$  e  $41\text{kgf/m}^3$ ). Assim, considera-se que a disposição de cabos não tem influência significativa para o aumento ou diminuição da armadura passiva. Para o sistema aderente, a opção DC apresentou um consumo de armadura passiva ligeiramente superior do que a opção CC e, para o sistema não aderente, foi observado um comportamento inverso. Observa-se que as diferenças entre armaduras passivas calculadas para cada opção aumentaram com o acréscimo do vão em todos os casos.

A Tabela 144 apresenta as taxas de armadura ativa ( $\text{kgf/m}^3$ ) para os sistemas aderente e não aderente, considerando as opções de distribuição de cabos DD e DC. Essa tabela também ilustra a diferença percentual entre os sistemas de protensão conforme calculado para cada opção de distribuição de cabos.

Assim como o observado para a Tabela 141, nota-se que as diferenças entre os sistemas aderente e não aderente parecem aumentar com o acréscimo do vão, exceto para laje de 8m de vão com distribuição DD. Novamente, para esse caso, isso se deve a uma menor excentricidade dos cabos na direção vertical que influencia, principalmente, o sistema aderente. Observa-se que, para cada opção DD e DC, isoladamente, existe uma pequena diferença entre as taxas calculadas para os sistemas aderente e não aderente, sendo o valor máximo dessa de 14%. Contudo houve uma redução considerável entre as taxas obtidas para o mesmo sistema considerando a opção DC em relação à opção DD. Isso indica que a opção de traçados teve influência direta na quantidade de armaduras ativas, sendo as taxas obtidas para o sistema não aderente sempre inferiores às obtidas para o sistema aderente.

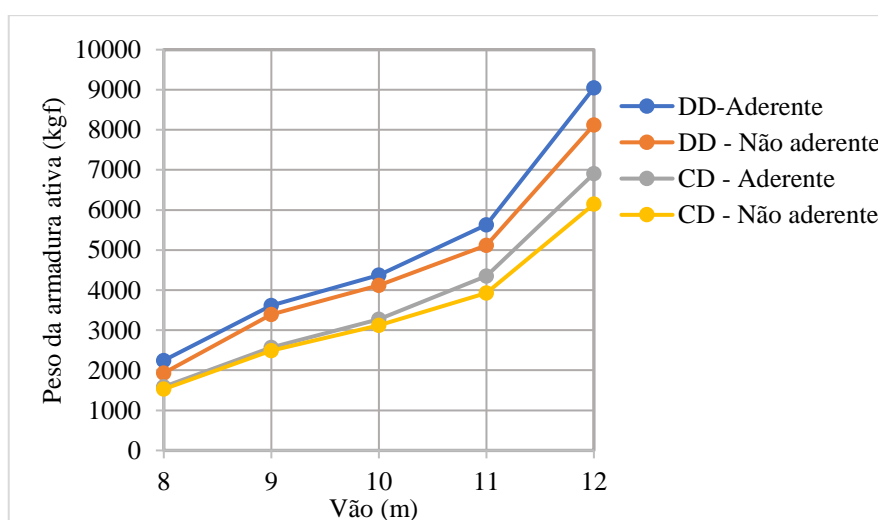
Tabela 144: Taxa de armadura ativa (kgf/m<sup>3</sup>)

Vão (m)	Opção – DD			Opção – DC		
	Sistema aderente	Sistema não aderente	Dif %	Sistema aderente	Sistema não aderente	Dif %
8	28,1	24,1	-14%	19,9	19,1	-4%
9	31,1	29,1	-6%	22,1	21,4	-3%
10	28,0	26,4	-6%	21,0	20,0	-5%
11	26,6	24,2	-9%	20,6	18,6	-10%
12	33,5	30,1	-10%	25,6	22,8	-11%

(Fonte: elaborada pela autora)

O Gráfico 7 ilustra uma comparação entre o peso da armadura ativa obtida para os diferentes sistemas. Observa-se que, para essa análise, o sistema mais vantajoso é o não aderente possuindo a distribuição de cabos da opção DC. O segundo sistema mais vantajoso seria o aderente com distribuição de cabos DC.

Gráfico 7: Comparação do peso da armadura ativa (kgf)

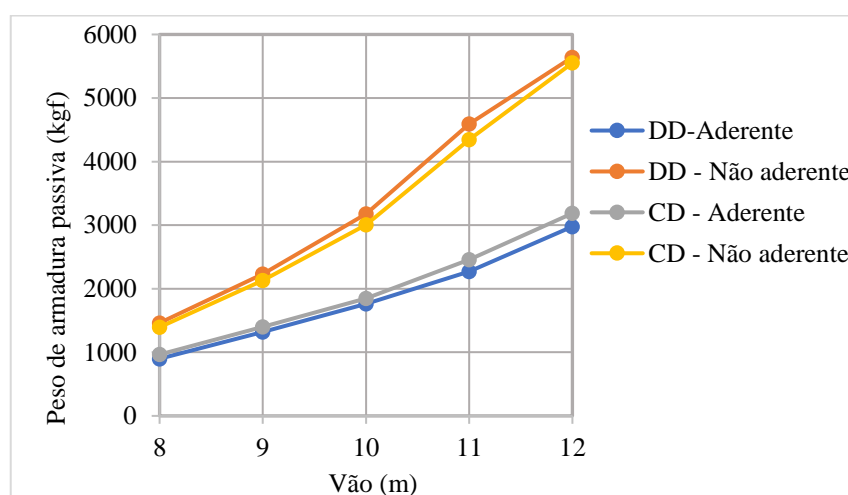


(Fonte: elaborada pela autora)



O Gráfico 8 apresenta uma comparação entre o peso da armadura passiva obtida para os diferentes sistemas. Observa-se que, para essa análise, o sistema mais vantajoso é o aderente possuindo a distribuição de cabos da opção DD. A segunda alternativa mais vantajosa seria, novamente, o sistema aderente com distribuição de cabos DC.

Gráfico 8: Comparação do peso da armadura passiva (kgf)



(Fonte: elaborada pela autora)

Sendo assim, considerando que o sistema aderente com distribuição DC é o segundo mais vantajoso em termos de consumo de armaduras ativas e passivas, conclui-se que o seu uso é o mais recomendável para os exemplos aqui desenvolvidos.

## 6 CONCLUSÕES

Durante este trabalho, foram realizadas uma revisão bibliográfica sobre os princípios envolvidos no cálculo de lajes protendidas (Capítulo 2) e uma revisão bibliográfica comparativa entre as prescrições das normas NBR6118:2014, EN1992-1-1:2004 e ACI318-14 (Capítulo 3). Além disso, foram realizados exemplos comparativos entre os sistemas de pós-tração aderente e não aderente aplicados a lajes lisas em duas diferentes análises. Na primeira análise (Capítulo 4), os sistemas foram analisados segundo as prescrições das três referências normativas estudadas, utilizando o Método dos Pórticos Equivalentes (MPE). Na segunda análise (Capítulo 5) os sistemas aderente e não aderente foram avaliados comparativamente entre si para lajes lisas com vãos de 8m a 12m, utilizando o Método de Analogia de Grelha (MAG) através do programa de cálculo TQS.

De acordo com a as revisões bibliográficas e análises aqui desenvolvidas, pode-se chegar a algumas conclusões. Essas conclusões foram divididas conforme as duas análises realizadas e serão discutidas a seguir.

### 6.1 Análise comparativa entre normas e sistemas de protensão

Considerando os resultados dos exemplos apresentados no Capítulo 4, para as faixas de lajes de 8 a 12m analisadas com o MPE, e, em especial, as considerações sobre diferenças entre referências normativas feitas no item 4.18, foi possível compreender aspectos importantes considerados por cada referência estudada para o dimensionamento de lajes lisas protendidas.

Primeiramente, de maneira geral, foi observado que a norma NBR6118:2014 é a norma que considera de maneira mais completa a correlação entre os parâmetros de durabilidade (cobrimento mínimo, resistência à compressão característica do concreto mínima, fator água/cimento e nível de protensão) e as Classes de Agressividade Ambiental (CAA), funcionando como um guia e deixando pouca margem para interpretações equivocadas. As outras normas, apesar de apresentarem um número maior de CAAs para vários mecanismos de degradação da estrutura, fazem poucas correlações diretas entre essas e parâmetros de durabilidade. Em especial, o nível de protensão definido para o ACI318-14 é equivalente ao da protensão limitada, qualquer que seja a CAA, não sendo permitida a protensão parcial. Já para o EN1992-1-1:2004 não é feita uma limitação para tensões em serviço diretamente, de modo

que, a princípio, todas as lajes poderiam ser projetadas com protensão parcial independente da CAA.

De acordo com os exemplos comparativos entre normas apresentados no Capítulo 4 para faixas de laje com 8m a 12m de vão analisadas considerando o MPE, pode-se concluir que o critério mais indicado para o dimensionamento, considerando a protensão limitada, foi o controle das tensões limites para o ponto crítico que possuiu as maiores tensões (borda superior do Ponto 8 dos exemplos). O critério de balancear 100% do peso próprio, adotado inicialmente para análise do vão de 10m, não foi o suficiente para atender ao ELS, sendo necessários redimensionamentos. Para esses redimensionamentos, foi identificado o ponto de tensão máxima e a protensão foi calculada para equilibrá-la. Desse modo, para trabalhos futuros, assim como feito para os redimensionamentos deste trabalho, recomenda-se que sejam feitas análises prévias nos pórticos para identificação do ponto de máximas tensões, buscando a utilização da protensão suficiente para que, para cada combinação especificada, essas tensões resultem nos valores mais próximos possíveis do seu limite.

De acordo com os exemplos apresentados, para os vãos de 8m a 12m, foi observado que o número de cordoalhas necessário pelo ACI318-14 foi sempre superior ao necessário pelo EN1992-1-1:2004 que, por sua vez, foi superior ao necessário pela NBR6118:2014. As diferenças máximas entre os números de cordoalhas necessárias pelo ACI318-14 em relação aos necessários pela NBR6118:2014 foi de 18,18%, para o sistema não aderente, e de 15,38%, para o sistema aderente. O principal fator que influenciou uma maior necessidade de protensão pelo ACI318-14 consiste numa menor tensão de tração limite (2,87MPa contra 3,37MPa da NBR6118:2014) que deve ser respeitada para uma combinação maior de ações (combinação característica contra a combinação frequente para NBR6118:2014). A diferença máxima entre o número de cordoalhas necessárias para a norma EN1992-1-1:2004 e para a norma NBR6118:2014 foi de 4,55%, para o sistema não aderente, e de 3,85%, para o sistema aderente. Observa-se que o dimensionamento feito com as duas normas é bastante próximo, as poucas diferenças se devem também a uma menor tensão de tração limite (3,21MPa contra 3,37MPa da NBR6118:2014) respeitada para mesma combinação da norma brasileira.

Foi observada uma redução na diferença entre o número de cordoalhas necessárias para os sistemas aderente e não aderente com o acréscimo do vão, para vãos a partir de 9m. Para NBR6118:2014, a diferença foi de 25%, para o vão de 9m, e de 22,58%, para o vão de 12m, decrescendo em valores intermediários. Um dos motivos que contribui para essa diminuição da diferença com o acréscimo do vão deve-se ao aumento de excentricidade dos sistemas com o

acrécimo da altura da laje, tornando-se mais próximas. Para o vão de 8m foi observada uma diferença ainda menor entre o número de cordoalhas necessárias para ambos os sistemas (18,18%), entende-se que essa diferença não foi acentuada por se tratar de um vão menor com uma menor necessidade de protensão.

Em relação às perdas calculadas pelas diferentes normas, observou-se que as perdas imediatas calculadas foram bastante similares, devido às formulações utilizadas serem as mesmas. Os valores de perdas iniciais variaram entre 14,20% a 15,90%, para pós-tração aderente, e entre 8,5% a 9,70%, para pós-tração não aderente. A diferença máxima entre as perdas imediatas calculadas pelas diferentes normas foi de 3,71%, sendo esse valor obtido para o sistema aderente e vão de 8m entre a EN1992-1-1:2004 e a NBR6118:2014. Observa-se que a diferença entre perdas iniciais para ambos os sistemas foi considerável, sendo de, em torno de 67%. Essa perda inicial consideravelmente superior do sistema aderente é uma de suas grandes desvantagens

Os valores de perda progressiva de protensão (logo após perdas imediatas até o final da vida útil) foram menores para o ACI318-14 (cerca de 8% para o sistema aderente e 6,5% para o sistema não aderente), intermediários para o EN1992-1-1:2004 (entre 12% a 13% para o sistema aderente e 10% para o sistema não aderente) e maiores para a NBR6118:2014 (entre 14 a 16% para o sistema aderente e cerca de 14% para o sistema não aderente). Essas perdas não pareceram variar muito com o acréscimo do vão, tendo um leve aumento para o sistema aderente e sendo praticamente constantes para o sistema não aderente. As diferenças entre as perdas progressivas calculadas pelo EN1992-1-1:2004 em relação à norma NBR6118:2014 foi cerca de 20% para o sistema aderente e 30% para o sistema não aderente. Já as diferenças entre as perdas progressivas calculadas pelo ACI318-14 em relação à norma NBR6118:2014 foi cerca de 48% para o sistema aderente e 53% para o sistema não aderente.

Um motivo que influenciou o cálculo de maiores perdas progressivas para a NBR6118:2014 em relação ao EN1992-1-1:2004 deve-se à consideração de um maior módulo de elasticidade do concreto pela NBR6118:2014 (33.130,05MPa contra 30.634,49 do EN1992-1-1:2004). Esse valor foi responsável pela definição de uma menor razão  $E_p/E_c$  pela NBR6118:2014, que influenciou na equação de perdas no sentido de aumentá-las. Além disso, foi observado também que os parâmetros relativos à fluência, retração e relaxação calculados pela norma brasileira foram superiores aos calculados para a norma europeia, o que também aumentou as perdas da primeira.

As perdas progressivas calculadas pelo ACI318-14, consideraram uma formulação bastante diferente das utilizadas pelas outras normas. Essa formulação apresentou resultados consideravelmente inferiores aos das outras normas em todos os casos. Uma das razões que pode ter motivado as diferenças encontradas é a utilização, pela formulação americana, de um parâmetro análogo ao coeficiente de fluência que é igual a 1,6, sendo bastante inferior ao encontrado para as outras normas (próximos a 2,9).

Assim, conclui-se que a NBR6118:2014 apresenta valores de perdas progressivas mais conservadores para ambos os sistemas de protensão. Contudo, apesar de sua perda ser superior, o número de cordoalhas calculado pela NBR6118:2014 ainda foi inferior ao das outras normas, devido às maiores limitações de tensões em serviço dessas. Entre os sistemas de pós-tração, considerando apenas as prescrições da norma NBR6118:2014, tem-se que a diferença máxima entre as perdas progressivas calculadas para ambos os sistemas foi cerca de 9,9%, para o vão de 12m. Isso indica que a diferença de perdas mais significativa entre os sistemas de pós-tração é realmente a inicial.

Para as perdas de protensão totais, foi observado um comportamento muito parecido com o encontrado para as perdas progressivas. As perdas totais calculadas pela NBR6118:2014 são as mais conservadoras (entre 26% e 29% para o sistema aderente e cerca de 22% para o sistema não aderente), seguidas pelas do EN1992-1-1:2004 (entre 23% e 26% para o sistema aderente e cerca de 18% para o sistema não aderente) e o ACI318-14 apresenta os menores valores para perdas totais (entre 20% e 22% para o sistema aderente e 15% para o não aderente). As diferenças entre as perdas totais calculadas pelo EN1992-1-1:2004 em relação à norma NBR6118:2014 foi cerca de 10% para o sistema aderente e 18% para o sistema não aderente. Já as diferenças entre as perdas progressivas calculadas pelo ACI318-14 em relação à norma NBR6118:2014 foi cerca de 23% para o sistema aderente e 31% para o sistema não aderente.

Entre os sistemas de pós-tração considerando apenas as prescrições da norma NBR6118:2014, tem-se que a diferença entre as perdas totais obtidas foi entre 20,94%, para o vão de 8m, e 29,03%, para o vão de 12m (assumindo valores intermediários entre esses). Isso indica que, com o acréscimo do vão, não existe uma melhora considerável do sistema não aderente em relação ao aderente uma vez que a diferença entre as perdas totais obtidas entre esses não varia muito (menos de 10%).

Em relação à comparação feita para normas relativa à área de aço passiva necessária sobre o apoio central da laje (ponto de referência 8). Observou-se que, para o sistema aderente,

enquanto não foram necessárias armaduras passivas complementares calculadas pelo ACI318-14, as armaduras necessárias pela NBR6118:2014 e pelo EN1992-1-1:2004, pareceram diminuir com o acréscimo do vão. Nesse caso, as armaduras calculadas pelo EN1992-1-1:2014 foram inferiores às calculadas pela NBR6118:2014, com diferença máxima de 73,5%. Já para o sistema não aderente, considerando todas as normas, as armaduras necessárias aumentaram com o acréscimo do vão. Nesse caso, as armaduras calculadas pelas normas EN1992-1-1:2004 e ACI318-14 foram inferiores às calculadas pela NBR6118:2014, com diferenças máximas respectivas de 19% e 61%.

O principal fator que contribuiu para uma menor necessidade de armadura passiva pelas normas internacionais, consiste no fato de que essas necessitaram de um maior número de armaduras ativas, de modo que, naturalmente, é necessária uma menor quantidade de armadura complementar ao ELU. Outro fator que contribuiu para uma menor necessidade de armadura ativa pelas normas internacionais estudadas consiste na adoção de uma maior tensão atuando nas armaduras aderentes no ELU por parte dessas, devido a considerações de maiores deformações possíveis para armadura ativa. Por fim, a utilização de um menor coeficiente de segurança para o ACI318-14 no ELU, também contribui para menor necessidade de armadura passiva.

Na comparação entre a armadura necessária apenas pela NBR6118:2014, observou-se que o sistema não aderente sempre precisou de armadura complementar muito superior à calculada pela NBR6118:2014, sendo a diferença máxima entre armaduras necessárias de 86,54%. Naturalmente, essa diferença é esperada, uma vez que foram utilizadas mais cordoalhas de protensão no sistema aderente, que conta com uma maior tensão de cálculo atuando nas armaduras no ELU.

Inicialmente, nesta pesquisa, não se imaginou que a consideração de diferentes normas pudesse gerar resultados tão diferentes. Em geral, foi observado que as formulações e resultados fornecidos pelo EN1992-1-1:2004 são bastante parecidos com a NBR6118:2014, podendo essas normas serem utilizadas alternadamente sem diferenças expressivas. Por outro lado, as formulações e resultados fornecidos, pelo ACI318-14 são consideravelmente diferentes ao apresentado pela NBR6118:2014, sendo, no entanto, as formulações do ACI318-14 mais conservadoras para o cálculo da protensão necessária a lajes. Desse modo, conclui-se que, um dimensionamento realizado através do ACI318-14 fornece resultados satisfatórios sob considerações da norma NBR6118:2014, mas que o contrário não pode ser garantido.

## 6.2 Análise comparativa entre sistemas de protensão com o MAG

Considerando os resultados dos exemplos apresentados no Capítulo 5, para os dimensionamentos feitos através do MAG, com o auxílio do programa TQS, para os vãos de 8 a 12m, foi possível chegar a algumas conclusões relativas aos dimensionamentos e quantitativos de armaduras obtidos para os dois sistemas de protensão, considerando as opções de traçado de cabos distribuída nas duas direções (opção DD) e distribuída na direção horizontal e concentrada na direção vertical (opção DC).

Assim como o observado para o MPE, as tensões de tração máximas foram obtidas na borda superior do apoio central em todos os casos. Essas tensões foram utilizadas para o dimensionamento das faixas externas. Contudo, para as faixas internas distribuídas o critério de dimensionamento foi o de atender a pré-compressão mínima de 1MPa, uma vez que as tensões eram baixas e, teoricamente, seria necessário um número inferior de cordoalhas de protensão.

Na comparação entre o número de cordoalhas necessárias pelo MPE e pelo MAG, foi concluído que o MPE apresentou um número total de cordoalhas parecido com o apresentado pelo MAG. Contudo, a distribuição de cordoalhas feita pelo MPE nas faixas internas e externas foi consideravelmente diferente da necessária pelo MAG, chegando a uma diferença máxima de cerca de 25%. Recomenda-se então que o MPE seja utilizado apenas para realizações de pré-dimensionamentos de exemplos simplificados. Devendo ser utilizadas ferramentas de cálculo mais precisas para o dimensionamento de lajes protendidas.

Em relação à avaliação de deslocamentos, foi observado o atendimento dos limites para todos os casos estudados. O valor das deformações máximas foi maior para a opção DC em relação à opção DD, sendo a diferença máxima entre essas deformações de 24%. Contudo, na análise gráfica, observou-se que, a opção DC apresenta um maior controle de deformações distribuídas na laje.

Sobre o número de cordoalhas necessárias para os dois sistemas de protensão, tem-se que, em todos os casos o sistema de pós-tração não aderente necessitou de um menor número de cordoalhas, o que é influenciado pelas suas perdas reduzidas. A diferença máxima entre os números de cordoalhas obtidos para os sistemas de pós-tração aumentou com o acréscimo do vão a partir do vão de 9m para a opção DD (variando entre 14% e 19%) e a partir do vão de 8m para a opção DC (variando entre 13% e 20%). Para o sistema aderente, com vãos de 8m, e opção DD, em diferentes análises, foi observado que o número de cordoalhas necessários foi

acima do padrão, uma vez que esse foi fortemente influenciado pela pequena excentricidade do sistema.

Em relação às duas opções de cabos tem-se que o uso da disposição DC de cabos promoveu uma economia média de 25% no número de cordoalhas necessário para ambos os sistemas chegando a até 29%. O que indica uma grande vantagem por parte desse sistema em relação ao sistema DD.

As taxas de armaduras passiva ( $\text{kgf/m}^3$ ) não variaram muito com o acréscimo do vão e nem com as opções DC e DD de distribuição de cabos. Essas se mantiveram em valores entre  $24\text{kgf/m}^3$  e  $27\text{kgf/m}^3$ , para o sistema de pós-tração aderente, e entre  $37\text{kgf/m}^3$  e  $41\text{kgf/m}^3$ , para o sistema de pós-tração não aderente. O que era esperado uma vez que as armaduras mínimas calculadas para o sistema não aderente são consideravelmente superiores. Além disso, como foi utilizado um maior número de cordoalhas para o sistema aderente, também era esperado que esse precisasse de uma menor complementação com armadura passiva.

As taxas de armaduras ativas tiveram valores com uma maior variação, uma vez que não foi possível manter uma tensão de tração o mais próximo do limite da NBR6118:2014 para todos os casos. No entanto, a diferença entre essas taxas para cada opção de cabo e considerando os dois sistemas de protensão, também diminuiu com o acréscimo do vão (exceto para o caso do vão de 8m e disposição DD) entre valores de 6% a 10%, para opção DD e entre valores de 4% e 11% para a opção DC. Em todos os casos, as taxas calculadas pela opção DC foram inferiores às calculadas para opção DD.

Frente ao apresentado, e de acordo com a análise gráfica apresentada no item 5.4, foi concluído que a disposição de cabos mais vantajosa quanto ao consumo de armaduras ativas e passivas foi a distribuição DC para o sistema aderente. Uma vez que esse contou com uma redução do número de cordoalhas necessárias em relação às opções DD e também contou com uma menor quantidade de armadura passiva necessária, por se tratar de um sistema com protensão aderente.

### **6.3 Sugestões para trabalhos futuros**

Durante este trabalho, foram obtidos valores de parâmetros, especialmente, relativos às perdas de protensão, consideravelmente diferentes entre as três normas estudadas. Na pesquisa de literatura, foram encontrados poucos trabalhos experimentais que avaliaram comparativamente os sistemas aderente e não aderente de pós-tração para vãos padronizados e



lajes apoiadas em duas direções, sobretudo, para referência brasileira e produtos nacionais. Sendo assim, recomenda-se a realização de uma pesquisa experimental que busque medir as perdas de protensão e adaptar as formulações existentes para melhor consideração dessas.

Outra recomendação se faz para análise das lajes protendidas pelo Método dos Elementos Finitos, através de programas computacionais como o ANSYS, uma vez que esse também é um método refinado cuja solução se aproxima da realidade. Essa análise poderia ser comparativa com o Método de Analogia das Grelhas e valores experimentais.

Por fim, recomenda-se também que sejam feitos estudos considerando o efeito da punção para lajes lisas protendidas contemplando diferentes possibilidades para o reforço à punção, sendo algumas dessas: o uso de estribos, o uso de studs, o uso de fibra de carbono e o uso de perfis metálicos.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AALAMI, B. O. **Critical milestones in development of Post-tensioned Buildings.** *Concrete International*, v.29, n.10, p.52-56, 2007.

AALAMI, B. O. **Post-tensioned buildings design and construction.** Redwood city: ADAPT Corporation, 2014.

AALAMI, B. O.; BOMMER A. **Design fundamentals of post-tensioned concrete floors.** Phoenix: Post-Tensioning Institute, 1999.

ACELLORMITTAL. **Fios e Cordoalhas para Concreto Protendido.** Catálogo de produtos. São Paulo, 2015. 12p.

ALMEIDA FILHO, F. M. **Estruturas de pisos de edifícios com a utilização de cordoalhas engraxadas.** 284p. Dissertação de mestrado – São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2002.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **ACI318M-14:** Building code requirements for structural concrete and commentary. Farmington Hills, 2014. 519p.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **ACI423.10R-16:** Guide to estimating prestress losses. Farmington Hills, 2016. 64p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR6118:2014:** Projeto de estruturas de concreto – Procedimento. Rio de Janeiro, 2014. 238p.

AYALA, I. C. A. **Customização do software Ansys para análise de lajes de concreto protendido pelo método dos elementos finitos.** 178p. Dissertação de mestrado – Porto Alegre, Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2017.

BAILEY, C. G.; ELLOBODY, E. **Comparison of unbonded and bonded post-tensioned concrete slabs under fire conditions.** *The Structural Engineer*, v.87, n.19, p.23-31, 2009.

BARBÁN, V. V. **Punção em lajes cogumelo de concreto protendido com cabos não-aderentes na ligação laje-pilar de borda.** 378p. Tese de doutorado – Brasília, Faculdade de Tecnologia, Universidade de Brasília, 2008.

BONDY, K. B. **Post-tensioned concrete in buildings: past and future.** *PTI Journal*, v.4, n.2, p.91-100, 2006.

BONDY, K. B. **Two-way post-tensioned slabs with bonded tendons.** *PTI Journal*, v.8, n.2, p.43-48, 2012.

BONDY, K. D.; ALLRED, B. **Post-tensioned concrete: principals and practice.** 3. ed. Lulu Publishing Services, 2016. 439p.

BRITISH STANDARDS. **BS-NA-EN1992-1-1:2004**: UK national annex to Eurocode 2. Design of concrete structures – Part 1-1: General rules for buildings. London, 2005. 2 p.

BURNS, N. H.; HEMAKON, R. **Test of scale model post-tensioned flat plate**. *Journal of Structural Engineering*, v.11, n.64, p.1237-1255, 1977.

CARNEIRO, A. L. **Análise e dimensionamento de lajes lisas protendidas sem aderências**. 159p. Dissertação de mestrado – Vitória, Centro Tecnológico, Universidade Federal do Espírito Santo, 2015.

CAUDURO, E. L. **Em favor da leveza**. *Revista Técnica*, São Paulo, n.26, p.30-36, 1997.

CAUDURU, E. L. **Manual para boa execução de estruturas protendidas usando cordoalhas de aço engraxadas e plastificadas**. 2. ed. São Paulo: Belgo Mineira, 2002. 111p.

CEMENT & CONCRETE ASSOCIATION OF AUSTRALIA. **Guide to long-span concrete floors**: C&CAA T36. 2. ed. St Leonards, 2003. 45p.

CHOLFE, L.; BOLNILHA, L. A. S. **Concreto protendido: teoria e prática**. 2. ed. São Paulo: Pini, 2015. 345p.

COLLINS, M. P.; MITCHELL, D. **Prestressed Concrete Structures**. Ontario: Response Publications, 1997. 766p.

COLONESE, S. **Comparação entre métodos de análise para lajes lisas protendidas com cordoalhas engraxadas**: Estudo de casos. 147p. Dissertação de mestrado – Campos dos Goytacazes, Centro de Ciência e Tecnologia, Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, 2008.

CONCRETE CENTRE. **Post-tensioned concrete floors**: a guide to design and construction. Surrey, 2008. 21p.

CONCRETE SOCIETY. **Post-tensioned concrete floors design handbook**: Technical Report n° 43. 2. ed. Surrey, 2005. 110p.

DORNELLES, F. L. **Estudo sobre a modelagem da protensão em lajes lisas com o uso de analogia de grelhas**. 120p. Dissertação de mestrado – Florianópolis, Universidade Federal de Santa Catarina, 2009.

DUMÊT, T. B. **Estruturas de Concreto Protendido**. Notas de aula da disciplina ENG 120 – Estruturas de concreto armado III. Escola Politécnica, Universidade Federal da Bahia, Salvador, 2016.

DYWIDAG. **Post-tensioning kit for prestressing of structures with unbonded monostrands for concrete**: ETA-03/0036. Regulamentação de produtos. Langenfeld, 2013. 12p.

EMERICK, A. A. **Projeto e Execução de Lajes Protendidas**. Rio de Janeiro: Interciência 2005. 191p.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. **EN1990:2002**: Basis of structural design. Brussels, 2002. 119 p.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. **EN1992-1-1:2004**: Design of concrete structures – Part 1-1: General rules for buildings. Brussels, 2004. 225 p.

FALEIROS JÚNIOR, J. H. **Procedimento de cálculo, verificação e detalhamento de armaduras longitudinais na seção transversal em elementos protendidos**. 179p. Dissertação de mestrado – São Carlos, Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia, Universidade Federal de São Carlos, 2010.

FARIA, E. L. **Projeto de lajes planas protendidas via método dos elementos finitos e pórticos equivalentes**. 259p. Dissertação de mestrado – Belo Horizonte, Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, 2004.

FEITOSA, L.A.; ALVES; E. CM. **Estudo da estabilidade global de edifícios altos com lajes protendidas**. *RIEM – Revista Ibracon de Estruturas e Materiais*, v.8, n.2, p.196-224, 2015.

FERREIRA, W. B. **Estudo de desempenho e critérios de abordagem para lajes lisas parcialmente protendidas com armaduras ativas não aderentes**. 140p. Dissertação de mestrado – Vitória, Centro Tecnológico, Universidade Federal do Espírito Santo, 2013.

GILBERT, I. R.; MICKEBOROUGH, N. C.; RANZI, G. **Design of prestressed concrete to Eurocode 2**. 2. ed. Bosa Roca: CRC Press, 2017. 665p.

GOMES, H. P. **Puncionamento em lajes lisas protendidas com pilares de extremidade e momentos desbalanceados nas duas direções**. 309p. Tese de doutorado – Brasília, Faculdade de Tecnologia, Universidade de Brasília, 2010.

KANG, T. H. K.; HUANG; Y.; MYOUNGSU, S.; LEE, J. D.; CHOO, A. S. **Experimental and numerical assessment of bonded and unbonded post-tensioned concrete members**. *ACI Structural Journal*, v.112, n.6, p.735-748, 2015.

KHAN, S.; WILLIAMS, M. **Post-tensioned concrete floors**. Oxford: Butterworth-Heinemann, 1995. 313p.

KIM, M. S.; LEE, Y. H. **Flexural behavior of post-tensioned flat plates depending on tendon layout**. *Advances in Materials Science and Engineering*, v.2016, 2016.

KOSSUT, G. M.; BURNS, N. H.; WINTER, V. **Test of four-panel post-tensioned flat plates**. *Journal of Structural Engineering*, v.111, n.9, p.1916-1929, 1985.

KÜSTER, L. D. **Contribuição ao projeto de pavimentos de lajes sem vigas protendidas**. 275p. Dissertação de mestrado – São Carlos, Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia, Universidade Federal de São Carlos, 2014.

LEONHARDT, F. **Construções de concreto: concreto protendido**. Rio de Janeiro: Interciência, 1983. 316p.

- LIN, T. Y. **Load-balancing method for design and analysis of prestressed concrete structures.** *Journal of the American Concrete Institute*, v.60, n.6, p.719-742, 1963.
- LIN, T.Y.; BURNS, N.H. **Design of prestressed concrete structures.** 3. ed. New York: John Wiley & Sons, 1981. 646p.
- LOO, Y. C.; CHOWDHURY, S. H. **Reinforced & prestressed concrete: analysis and design with emphasis on the application of AS 3600-2009.** New York: Cambridge University Press, 2010. 427p.
- LOUREIRO, G. **Projeto de lajes protendidas com cordoalhas engraxadas.** *VI Simpósio EPUSP*, Fortaleza, p.1734-1755, 2006.
- MELGES, J. L. P. **Análise experimental da punção em lajes de concreto armado e protendido.** 2. v. Tese de doutorado – São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2001.
- MELLO, A. L. V. **Cálculo de lajes lisas com protensão parcial e limitada.** 128p. Dissertação de mestrado – São Carlos, Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia, Universidade Federal de São Carlos, 2005.
- MUSPRATT, M. A. **Behavior of a prestressed concrete waffle slab with unbonded tendons.** *ACI Journal*, v.66, n.12, p.1001-1004, 1969.
- NAAMAN, A. E. **Prestressed concrete analysis and design.** 2. ed. Michigan: Techno Press 3000, 2004. 1072p.
- ODELLO, R. J.; MEHTA, B. M. **Behavior of a continuous prestressed concrete slab with drop panels.** 58p. Relatório de Pesquisa – Berkeley, University of California, 1967.
- OLIVEIRA, M. H. **Punção em lajes lisas com pilar de borda protendidas com cordoalhas não aderentes.** 195p. Dissertação de mestrado – Brasília, Faculdade de Tecnologia, Universidade de Brasília, 2008.
- PARK, R.; GAMBLE, W. L.; **Reinforced concrete slabs.** 2. ed. New York: John Wiley & Sons, 2000. 716p.
- PEDROZO, D. G. E. **Estudo de modelos para projeto de lajes lisas protendidas.** 143 p. Dissertação de mestrado – Florianópolis, Universidade Federal de Santa Catarina, 2008.
- PROTENDE. **Protende sistemas e métodos.** Catálogo de produtos. Osasco, 2013. 16p.
- RITZ, P.; MATT, P.; TELLENBACH, Ch.; SCHULB, P.; AEBERHARD, H.U. **Post-tensioned slabs: VSL Report Series 4.2.** Switzerland, 1985. 44p.
- ROZVANY, G. I. N.; WOODS, J. F. **Sudden collapse of unbonded underprestressed Structures.** *ACI Journal*, v.66, n.2, p.129-135, 1969.
- RUDLOFF. **Concreto protendido.** Catálogo de produtos. São Paulo, 2015. 31p.

SCORDELIS, A. C.; LIN, T. Y.; ITAYA, R. **Behaviour of a continuous slab prestressed in two directions.** *Journal of the American Concrete Institute*, v.56, n.12, p.441-460, 1959.

SCORDELIS, A. C.; PISTER, K. S.; LIN, T. Y. **Strength of a concrete slab prestressed in two directions.** *Journal of the American Concrete Institute*, v.53, n.9, p.241-256, 1956.

SOUZA, R. A. S.; BITTENCOURT, T. N.. **Definição de expressões visando relacionar  $f_c'$  e  $f_{ck}$ .** IV Encontro Tecnológico da Engenharia Civil e Arquitetura. Maringá, 2003.

TEIXEIRA, A. O. F. **Cálculo automático de lajes protendidas simuladas como grelha utilizando o método dos elementos finitos.** 172p. Dissertação de mestrado – Campinas, Faculdade de Engenharia Civil, Universidade Estadual de Campinas, 1998.

TQS. **Curso de lajes protendidas.** Apostila do curso do programa. São Paulo, 2017. 78p.

TQS. **Lajes protendidas.** Manual técnico do programa. São Paulo, 2015. 263p.

VASCONCELOS, A. C. **O Concreto no Brasil: Recordes – Realizações – História.** 2. ed. v.1 São Paulo: Belgo Mineira e Otto Baumgart, 1992. 280p.

WIGHT, J. K.; MACGREGOR, J. G. **Reinforced concrete mechanics and design.** 6. ed. New Jersey: Pearson, 2009. 1177p.

ZIA, P.; PRESTON, H. K.; SCOTT, N. L.; WORKMAN, E. B. **Estimating prestress losses.** *Concrete International: Design & Construction*, v.1, n.6, p.32-38, 1979.