

Série: FEE/UFBA. Texto para
Circulação Interna, 7
TEORIA ECONÔMICA E A "TEORIA DO CAOS"

João Damásio

UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA
FACULDADE DE CIÊNCIAS ECONÔMICAS

TEORIA ECONÔMICA E A "TEORIA DO CAOS"
João Danésio

Salvador - Bahia
Julho/1994

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	4
2	TEORIA ECONÔMICA E MODELOS DETERMINÍSTICOS	9
2.1	MODELOS DETERMINÍSTICOS E ESTATICA COMPARATIVA	9
2.2	MODELOS DETERMINÍSTICOS DINÂMICOS	12
2.3	EQUILÍBRIO, LINEARIDADE E O MUNDO REAL	16
3	CAOS E CONHECIMENTO: PARA UMA AGENDA DE PESQUISAS EM ECONOMIA	19
	BIBLIOGRAFIA MENCIONADA	23

João Damásio *

'Eppur si muove...'
Galileo

1. INTRODUÇÃO

Nos últimos 20 anos, os pesquisadores das diversas áreas de Ciência foram surpreendidos com uma nova forma de interpretação e tratamento de fenômenos da realidade que manifestavam um comportamento não-regular, aperiódico e errático. Fenômenos que se recusavam a se encaixar nos modelos matemáticos determinísticos e que — mesmo quando tratados probabilisticamente — resistiam a uma perfeita aderência às hipóteses de aleatoriedade. É verdade que a imprevisibilidade sempre foi uma característica mais associada às análises das ciências sociais e da economia, com a freqüente justificativa das 'dificuldades de mensuração' e da 'impossibilidade de realização de experimentos sob controle'. Presumia-se que nas ciências físicas e naturais os objetos de estudo seriam mais afeitos ao tratamento ensejado pela modelagem matemática determinística.

Heisenberg com seu 'princípio da incerteza', e Schrödinger com sua famosa equação, ajudaram, há já muito tempo, a abalar a confiança dos físicos no sonho Laplaciano de um Universo determinístico, onde, por hipótese, poderiam ser previstos eventos futuros com precisão. Em outros ramos e áreas, os estudos da turbulência dos fluidos; da transferência de 'bits' de comunicação à distância; da distribuição dos vasos sanguíneos na microcirculação; do desequilíbrio dos ecossistemas e das populações animais; dos jogos com três ou mais participantes; e outros, muitos outros fenômenos dinâmicos, revelavam-se pouco frutíferos pelas dificuldades geradas pela complexidade dos sistemas sob observação e dos modelos analíticos a eles associados. A imprevisibilidade passou obrigatoriamente a fazer parte das considerações analíticas de um número cada vez maior de pesquisadores de todas as disciplinas.

* Professor do Curso de Mestrado em Economia da Universidade Federal da Bahia.

1 Tornou-se lugar-comum encontrar críticas à proposta Comtiana de Construção da 'Física social' essencialmente por essas razões. Entretanto, com muita freqüência, aderiu-se — conscientemente, ou não — ao positivismo sabido nessa proposta.

Entretanto, ainda que os fenômenos dinâmicos permanecessem, na maioria dos casos, imprevisíveis, buscava-se representá-los matematicamente através de sistemas de equações de diferenças finitas e/ou diferenciais -- freqüentemente não-lineares -- em busca do 'Hamiltoniano' que os 'explicassem', e se possível, os mantivessem sob controle. Alternativamente, lançava-se mão de métodos de análise estocástica que condicionavam os resultados ao conhecimento prévio das funções de distribuição probabilística das variáveis envolvidas na construção do modelo, assim como dos eventuais 'ruídos' e/ou desvios. Ainda assim a imprevisibilidade não se dissipava... Sistemas não-lineares, quando solúveis, apresentavam soluções que dependiam fortemente das condições iniciais 'de contorno', e os tratamentos probabilísticos tenderam cada vez mais a se transformar em exercícios não-experimentais de estatística Bayesiana.

Fosse qual fosse o ramo das Ciências, sempre havia um ponto em que os problemas analisados eram postos de lado porque eles se tornavam não-lineares. Na maioria das vezes eram adotadas técnicas de linearização nas 'vizinhanças' dos pontos sob interesse, admitindo-se que quaisquer flutuações subjacentes eram decorrentes de erros de observação ou desvios aleatórios com distribuição postulável.

Como princípios, eram geralmente tomadas por verdadeiras as seguintes asserções:

a) **Sistemas simples** -- que fossem representados por modelos determinísticos simples, regidos por regras comportamentais claras e bem especificadas -- comportam-se de maneira simples.²

b) **Sistemas complexos** -- que exigem múltiplas especificações de variáveis; incluem equações não-lineares ou diferenciais sem soluções gerais conhecidas; ou ainda, que exibem um enorme edifício de considerações sobre as distribuições probabilísticas das diversas variáveis e grandezas paramétricas -- têm comportamentos complexos, causalidades complexas e problemas de mensurabilidade estatística, o que os torna imprevisíveis.³

c) **Sistemas complexos** poderiam ser melhor entendidos se fossem decompostos em suas partes, representadas por sistemas

² Por exemplo, o modelo Hicksiano IS-LM.

³ Por exemplo, o estudo do comportamento dinâmico de uma economia nacional, afetado simultaneamente por muitos fatores independentes.

6
simples -- o que pressupunha, que o todo era a composição das partes já isoladas e estudadas.⁴

A recente análise do caos -- que lida com fenômenos de não-equilíbrio -- avançou na década de 1980⁵ por um lado, dotando os pesquisadores de instrumental matemático que os ajudasse a compreender sistemas determinísticos complexos, os quais geravam comportamentos aperiódicos sem aleatoriedade, mas imprevisíveis; e por outro lado, legitimando a indagação objetiva sobre aspectos flutuantes, irregulares, descontínuos do mundo real, que, ainda assim demonstravam uma surpreendente ordem em seus comportamentos caóticos.⁶

O caos deixava de ser 'um universo cujos códigos não são conhecidos'... Por entre a desordem aparentemente ilógica, surgem estruturas não-aleatórias, **ordenadas** -- embora não-determinísticas; **semelhantes** -- embora não-repetitivas; **imprevisíveis** -- embora conformando-se a padrões subjacentes limitados e não explosivos. Cachoeiras, indiferentes à turbulência de suas águas, sempre são parecidas; mangueiras, todas tão desiguais, continuam reconhecíveis; ondas do mar, nunca idênticas, raramente se destacam por suas singularidades; economias inteiras, em crise ou não, apresentam semelhanças em sua diversidade, quajaqueir que sejam as expectativas -- racionais ou não -- de seus 'agentes econômicos'. O vir-a-ser se libertava das amarras analíticas e se deixava observar em sua inteireza.

O caos, nessa visão, podia ser encontrado em qualquer parte ! Mais do que isto: ele é estruturado, e mesmo estável ! O interesse não está mais na descoberta da ordem na natureza, mas no estudo da desordem. O conceito de 'atrator estranho', aplicado à experiência caótica do mundo real, foi gradativamente sendo robustecido por relatos de sucessos: os sistemas dinâmicos reais se mostravam contidos. A desordem, deixada a si, e vista no conjunto, permitia entrever padrões subjacentes que eram esses 'atratores'. A aleatoriedade pareceu não ser mais a saída lógica para explicar fenômenos imprevisíveis:

⁴ Em economia, as condições ceteris paribus da estática comparativa, e a busca das micro-fundações da macroeconomia espelham esse comportamento.

⁵ Uma interessante abordagem não-técnica, porém rica bibliograficamente, pode ser encontrada em Gleick (1988). Harek & Schreiber (1991) apresentam um conciso resumo técnico, e Goodwin (1990) esboça aplicações à teoria econômica.

⁶ Ver Deffarges (1991).

'' A natureza forma padrões. Alguns são ordenados no espaço, mas desordenados no tempo; outros, ordenados no tempo mas desordenados no espaço. Alguns padrões são fractais, evidenciando estruturas auto-semelhantes em escala. Outros dão origem a regimes estacionários ou oscilantes. [...] A dinâmica parece tão básica -- formas que se modificam no espaço e no tempo -- e, apesar disso, só agora há instrumentos para a sua compreensão. ''

Passou-se a procurar caracterizar atratores estranhos e, sempre que o comportamento dinâmico de um sistema sob observação se apresentasse de forma aparentemente aleatória. Mostrou-se que, no longo prazo -- assintoticamente -- os atratores eram os únicos comportamentos limitados possíveis de um sistema dinâmico caótico, além de serem estáveis. A curto prazo o comportamento dependia crucialmente das condições iniciais, mas algumas flutuações eram transitórias: a) Sistemas simples podiam dar origem a comportamentos complexos, caóticos; b) Sistemas complexos, localizados seus atratores e bacias de atração, podem ter comportamento simples; e o que é mais surpreendente: c) Sistemas complexos muito diferentes podem apresentar comportamentos semelhantes no longo prazo.

A despeito das primeiras reações de incredulidade esboçadas por especialistas de todas as áreas, o estudo do caos ganhou solidez, e vem estimulando uma reorganização profunda das formas de se ver o mundo. O reducionismo -- a prática de analisar o todo em partes constitutivas, isolando os mecanismos individualizados para depois somá-los -- vem sendo substituído por abordagens 'holistas', que, de roldão, levam também pedaços das fronteiras que fragmentavam o conhecimento através da especialização e da sua disciplinarização. É claro que "... os problemas nos quais os pesquisadores se concentram são exatamente aqueles que lhes parecem poder ser formulados e resolvidos dentro da tradição científica vigente ...", e assim continua sendo mas, otimisticamente, já se podem vislumbrar novas perspectivas que -- ao explicitar a inutilidade de estudar as partes isoladamente do todo -- voltem a considerar a compartimentali-

7. Gleick (1996, p.296). Neste texto faremos repetidas referências a esse trabalho.

8. '' O termo 'caótico' está relacionado ao complexo comportamento no tempo, enquanto o termo 'estranho' reflete a complexa geometria do atrator''. Morik & Schreiber (1991, p.33).

9. Kuhn (1976, p.33)

zação das ciências como obstáculo epistemológico, pelo reducionismo inevitável.¹⁰

Este trabalho, não se propõe a ser uma 'survey', nem do surgimento da análise do caos, nem da teoria econômica. Trata-se tão-somente do resultado de um exercício de reflexão a respeito das implicações dos recentes tratamentos de comportamentos caóticos sobre o teorizar em economia — particularmente quando essa teorização se baseia, ou se utiliza de modelos matemático e estatísticos, e de recursos gráficos a eles associados. Nas palavras de Goodwin:

“ [...] o caos simplesmente adiciona uma explicação possível a mais, mas uma explicação de grande interesse teórico, uma vez que ela é de um tipo diferente: um gerador endógeno de irregularidades. ” Goodwin (1987:125)

Como é inevitável que um enorme número de referências sejam feitas, procuramos limitar-nos àquelas que pareciam mais significativas, ou indispensáveis, sem ter portanto, a intenção de cobrir ou esgotar discursivamente todas as inúmeras questões envolvidas. Isto é particularmente verdadeiro para as referências à análise do caos. A estrutura de apresentação é a seguinte: a seção 2 discorre sobre modelos determinísticos encontrados na teoria econômica, levantando questionamentos sobre as análises de estática comparativa, modelos dinâmicos de crescimento, equilíbrio, linearidade, e suas conformidades com o mundo real. O trabalho é concluído, na seção 3, com algumas considerações sobre como a formação do conhecimento em economia pode vir a ser afetada pela análise do caos. Despretenciosamente, espera-se que o conjunto do trabalho sirva para inspirar — e talvez fundamentar — algumas direções para a elaboração de uma agenda de pesquisas sobre a dinâmica econômica e o caos.

Resta-nos lembrar que a análise do caos, vem hoje em dois sabores: a) o caos determinístico, gerado a partir de sistemas dinâmicos expressos matematicamente através de equações não-li-

10 “Quando a ciência não-linear surgiu em cantos estranhos de diferentes disciplinas, o fluxo das idéias não seguiu a lógica padrão dos historiadores. O aparecimento do caos como uma entidade em si mesma foi uma história não só de novas teorias e novas descobertas, mas também do entendimento tardio de idéias antigas. Muitas peças do enigma tinham sido vistas muito antes — por Poincaré, por Maxwell, até mesmo por Einstein — e esquecidas.” Gleick (1990, p.170). Os economistas da escola clássica britânica do século XIX — assim como Marx — mantinham uma perspectiva da dinâmica de crescimento de longo prazo e ressaltavam a pouca importância das flutuações de curto prazo, embora considerassem a eventual ocorrência de crises estruturais.

ocores -- desordem aperiódica não-aleatória e imprevisível), a partir de modelos determinísticos ordinários; b) o caos estruturado e estável de fenômenos da realidade observável -- aparentemente aleatórios mas, na verdade, intrinsecamente ordenados. Embora o abismo que por algum tempo separou essas duas concepções venha se estreitando rapidamente, ainda perdura uma certa dificuldade conceitual entre autores diferentes. Parece-nos que a junção final das duas perspectivas recomporá o verdadeiro status da formulação teórica: a de analisar e representar a realidade, a partir da realidade. E esta, mesmo sendo complexa -- e insubmissível à modelagem linear e/ou parcial -- apesar de tudo, se mover !

2. TEORIA ECONÔMICA E MODELOS DETERMINÍSTICOS

" If in the midst of life we are in death, so in sanity we are surrounded by madness. "

Mittgenstein (1964:136e)

2.1. Modelos Determinísticos de Estatística Comparativa

" Os antigos cientistas podiam escolher os seus princípios iniciais -- na verdade tinham de escolhê-los. "

Kuhn (1970, p. 13-5)

A construção de modelos matemáticos determinísticos na teoria econômica foi iniciada na segunda metade do século XIX -- principalmente através dos trabalhos seminais de Jevons, Walras, Edgeworth, Fisher, Barone e Pareto, que se auto-intitulavam 'economistas-matemáticos'. Seus modelos faziam pesado uso de cálculo diferencial aplicado a funções de várias variáveis, levando frequentemente ao estudo de sistemas determinísticos não-lineares.¹¹ Logo, tornou-se prática comum a transferência do plano da discussão econômica para um mundo de 'fatos estilizados'. Desta forma, esses modelos afastaram-se da desordem experimental dos fenômenos econômicos da realidade, modificaram as intuições -- através da criação de regras comportamentais maxi-

11. Cabe notar a exceção à regra: Walras (1980, p.10), provavelmente consciente das complexidades que a não-linearidade traria para a resolução de seu sistema analítico, argumenta que "[...] A aplicação de que se trata absolutamente não consiste em prever, mas em explicar a variação dos preços de acordo com as variações da oferta e da demanda, sob regime de livre concorrência. Desse ponto de vista, a possível substituição de determinadas mercadorias por outras constitui certamente uma complicação matemática; mas essa complicação é resolvida pela substituição de funções de uma única variável por funções de diversas variáveis para exprimir a utilidade, e, em seguida, de equações a derivadas simples por equações a derivadas parciais para exprimir o máximo de utilidade." E Walras se pergunta: " Esse método é absolutamente indispensável ? ", para concluir de forma indagativa se a linearização "[...] não constitui um método vantajoso de simplificação se uma ciência tão complicada como a nossa ?" *loc.cit.*

mizadoras; do 'homo economicus'; da competição perfeita... -- e construíram um mundo econômico ideal, que passa, este sim, a ser o verdadeiro objeto da teorização econômica.¹²

Nas mesmo essas caricaturas da realidade insistiam em 'mau comportamento', sobretudo devido à sua não-linearidade. A 'estática comparativa' de Marshall; a postulação de 'funções de produção bem comportadas' de Wicksteed e J. B. Clark; a definição do 'tamanho ótimo da firma' de Pigou; são exemplos da criatividade que se tornou condição necessária para manter em pé a consistência lógica interna da teoria neoclássica.¹³

Como a dinâmica não-linear foi logo reconhecida como fonte potencial de dificuldades -- pela complexidade implicada -- disseminou-se a prática de substituí-la pela análise estática comparativa entre situações de equilíbrio. Decompôs-se o problema econômico em pequenos segmentos analíticos, na suposição de que -- em cada caso -- um pequeno número de princípios e regras comportamentais seriam suficientes para caracterizá-lo em seu estado puro.¹⁴ Análises mais complicadas exigiam a composição das partes, respeitada a coerência lógica.¹⁵

"... Ao lidar com a produção, todas as vezes que alguma coisa que não era bem consistente com o modelo puro de trocas vinha à luz, a reação típica foi modificar o lado da produção, isto é, introduzir na teoria da produção todos os pressupostos que fossem necessários para restaurar sua consistência com o modelo puro de trocas previamente concebido."
Pasinetti (1977, p. 26)

¹² É desnecessário dizer que esta passa a ser a postura cognitiva fundamental de toda a tradição neoclássica e do pensamento da 'mainstream' contemporânea.

¹³ São bem conhecidas as dificuldades geradas pelo conceito de 'função de produção agregada', pois várias funções de produção não-lineares bem comportadas, em geral, não se agregavam como função não-linear bem comportada, a não ser que fossem aditivas-separáveis em termos dos seus 'fatores produtivos'. Solow, Minhas, Arrow e Chenery vieram resgatar a teoria dessas dificuldades através da formulação da função não-linear de produção CES, que curiosamente não foi escolhida por melhor satisfazer quaisquer considerações sobre o comportamento real da produção; mas porque suas especificações evitavam o desmoronamento do edifício lógico neoclássico.

¹⁴ conhecidas condições de ceteris paribus providenciavam o adequado isolamento. É curioso notar que, ainda assim alguns resultados eram não-garantidos; como exemplo citamos o conhecido 'efeito de cobweb' -- também conhecido como 'teorema-da teia-de-aranha'. As flutuações na convergência, na ciclos, e até mesmo a explosão, são típicas de sistemas não-lineares. A novidade é que um contexto tão simples como o de Cobweb pode gerar -- e de fato gera -- o caos determinístico, com flutuações aperiódicas imprevisíveis.

¹⁵ Isto nem sempre foi possível, particularmente quando se tentava fechar o todo. Isto talvez explique o relativo grau de esquizofrenia, por décadas demonstrado pelos livros-textos de Microeconomia, quando apresentavam seqüencialmente as teorias do 'consumidor' e da 'firma' -- essencialmente não-lineares -- e o 'equilíbrio geral' -- baseado em Walras, e essencialmente linear -- onde o teorema de Euler era alternativamente aplicado com grau zero e grau um. Algumas dessas dificuldades foram contornadas por Debreu, pela utilização axiomática da topologia e da álgebra linear.

Entretanto, embora a maioria dos praticantes atuais dos preceitos neoclássicos de modelagem matemática em economia se julgue, de alguma forma, 'discípulos de Walras', Jaffé (1977) questionou essa continuidade, argumentando que o sistema Walrasiano caiu presa de outras interpretações, que têm levado a sua utilização a " [...] tratar de problemas diferentes daqueles para os quais ele foi originalmente concebido para resolver " (op.cit.:1986). Jaffé defende que o objetivo de Walras era puramente lógico e especulativo, quando ele buscava uma solução geral para o equilíbrio dos preços de mercado. Em outras palavras -- guardando prudente distância da realidade -- suas proposições eram prescritivas, e não descritivas".

" O propósito latente de Walras ao conceber o seu modelo de equilíbrio geral não era o de descrever ou analisar o funcionamento do sistema econômico como ele existia, nem era primariamente a caracterização das relações econômicas puras numa rede de mercados sob o pressuposto teórico de um regime perfeito de livre competição. Era [...] ao contrário demonstrar a possibilidade de formular axiomáticamente um sistema econômico racionalmente consistente [...] sem ultrapassar os limites impostos pelas naturais exigências do mundo real. " Jaffé (loc.cit.) 16

Assim, Jaffé argumenta que essa concepção errônea foi escudada, em diferentes épocas nos trabalhos de Wickseil, Hicks e Baumol, quando esses autores afirmaram que " [...] Walras pretendia que seu teorema declarasse que [...] a competição perfeita leva ao mais alto valor de satisfação social máxima do que seria obtido por qualquer outro sistema de preços. " (op.cit.:1977). Em particular, Jaffé afirma que Pareto inverteu propositamente o argumento de Walras.

Nessa versão torcida -- que pode ser chamada de teoria Walrasiana-Paretiana -- os modelos matemáticos não-lineares determinísticos da tradição neoclássica não podiam abandonar 'mecanismos de convergência' que assegurassem o equilíbrio, fosse a perfeita transparência do futuro -- implicada pelo pressuposto de informação perfeita -- fosse o mecanismo original, auto-corretor, de Walras conhecido por 'tâtonnement'. É claro que, como observado por Morgenstern (1972, p. 1170), " [...] se

16 É sabido que esta tarefa não foi de fato atingida por Walras. " Nos anos 1930's um seminário econométrico liderado por Karl Bogen sugeriu que a prova de Walras era naiva e insuficiente " (Bródy: 1970, p.51-2). O método de contar equações e variáveis, por ele adotado, não garante nem a existência; nem a unicidade; nem a não-negatividade dos preços e das quantidades.

existe a perfeita transparência do futuro, não haverá *tâtonnement*, uma vez que todos irão diretamente para o preço final de equilíbrio...¹⁷ Por outro lado, a qualidade de mecanismo autorregulador atribuída ao *tâtonnement* tem que ser submetida a escrutínio. Morgenstern questionou:

'' Quantos passos são permitidos? O seu número é finito? Quantas mercadorias, compradores e vendedores estão envolvidos? [...] Como é concebível que um estado de equilíbrio possa jamais ser atingido em qualquer tempo finito, a existência de equilíbrio precisa ser provada independentemente da utilização do *tâtonnement*, e é questionável se esta noção superficialmente intrigante é de fato necessária...¹⁸ Morgenstern (1972, p. 1171).

Não obstante, uma considerável parcela dos economistas neoclássicos passou a interpretar os seus modelos de forma positivista, como se fossem verificáveis na economia real, ainda que imperfeitamente.¹⁹ Por exemplo, a comparação de estados alternativos de equilíbrio foi reforçada por esse tipo de argumentação por Allen, Ferguson, Ellis e Stiglitz, entre outros, apenas para ouvir de Harcourt que:

'' [...] proposições essenciais sobre estados alternativos de equilíbrio [...] não são sujeitas à falsificação empírica, como alguns econométricos e expoentes neoclássicos têm argumentado...'' Harcourt (1972, p. 1203)

De fato, sem os pressupostos adequados tradicionais, a convergência tipicamente apresentada pelos modelos neoclássicos desapareceria, sendo substituída por complicadas flutuações, que poderiam resultar em caos determinístico...

2.2. Modelos Determinísticos Dinâmicos

Por que seria necessário um volume infinito de lógica para determinar o que um pequeno fragmento de espaço/tempo vai fazer?''

Feynmann (1967, p. 57)

¹⁷Incidentalmente, caberia a pergunta: dada a perfeita transparência do futuro, o que mais poderia resultar senão o equilíbrio geral do modelo econômico? Certamente, ao introduzir como pressuposto exatamente o mecanismo de convergência — cuja ausência tornaria o sistema instável e potencialmente imprevisível — impõe-se logicamente, e de forma imprópria, aquilo que o modelo se propunha a encontrar. Evita-se o caos determinístico com um pressuposto que o exclui...

¹⁸Deve-se recordar que, juntamente com Von Neumann, Morgenstern demonstrou as dificuldades encontradas na solução teórica de jogos finitos de soma-zero quando três ou mais parceiros estão envolvidos.

¹⁹Durante a chamada 'Controvérsia de Cambridge', Robinson & Mayes (1967, p.591) argumentaram que '' [...] não há qualquer razão para discutir o que é mais 'provável' de ser encontrado na realidade'. [...] O argumento envolve comparações de posições de equilíbrio com diferentes taxas de lucros no mesmo 'estado de conhecimento técnico'. Isto não é encontrado na natureza e não pode ser observado. [...] O benefício da discussão é apenas desfazer ilusões. ''

A inclusão explícita do tempo na análise econômica sempre foi problemática, e ainda é uma das dificuldades dos modelos dinâmicos em economia.²⁰ Sem entrar em maiores detalhes, sabe-se que os trabalhos seminais desta estirpe de modelos são atribuídos a Harrod, Domar, Solow, Swan, Phelps e Samuelson. A maioria desses trabalhos utilizou modelos econômicos não-lineares. Dentro dos pressupostos neoclássicos, esses modelos não-lineares unidimensionais não apresentavam quaisquer dificuldades de convergência para trajetórias de estado estacionário. Porém, o aumento de suas dimensões, de forma a comportar mais de um setor produtivo, ou a existência de bens de capital heterogêneos levavam esses modelos dinâmicos a apresentar sérios problemas de convergência para as trajetórias estacionárias.²¹ Tornavam-se extremamente dependentes das condições iniciais e tanto podiam convergir para os estados estacionários, como podiam apresentar comportamentos explosivos ou aparentemente cíclicos. Enfim, tornavam-se imprevisíveis:

“ Em geral, a introdução de um número de bens de consumo ou de bens intermediários de uso-único não chega a ser um problema, mas a multiplicidade de bens de capital suscita problemas importantes de equilíbrio e de estabilidade. ” Sen (1970, p. 30)

Não tardaram a aparecer modelos determinísticos dinâmicos lineares, multissetoriais, assentados nos teoremas da álgebra vetorial.²² As referências básicas, como é sabido, são encontradas nos trabalhos de Leontief, Morishima, Von Neumann, Solow e Seton.²³ O ‘fechamento’ do modelo básico de Leontief apresentou severos problemas de instabilidade dual, que foram parcialmente contornados através da introdução de hipóteses de perfeita maleabilidade e transferabilidade dos bens de capital entre ramos;

²⁰Adam Smith, Ricardo, Malthus e Marx, utilizavam primariamente noção de tempo histórico em suas análises, uma vez que elas eram fundadas na contemplação de fenômenos da dinâmica econômica real. Nos modelos determinísticos ditos dinâmicos, a noção utilizada é a de tempo lógico, o que — por si só — limita o seu escopo como instrumento de análise.

²¹Um iniciado na dinâmica do caos determinístico não se surpreenderia, pois estão ali presentes os ingredientes básicos para possibilitar esse comportamento: não-linearidade e retroalimentação. De fato, as dimensões mínimas do espaço de fase para possibilitar comportamento dinâmico caótico são: uma, para sistemas discretos não-inversíveis; duas, para sistemas discretos inversíveis; e três, para sistemas contínuos inversíveis. (CF. Marek & Schreiber; 1991, p.28).

²²Breves resenhas sobre esses modelos foram apresentadas recentemente em outros trabalhos, e não serão aqui abordadas (CF. Damásio; 1991, 1992).

²³Uma listagem mais abrangente incluiria Samuelson, Dorfman, Hicks, Cargan, Jorgenson, Kenen, Morgenstern, Gale, Radner, Hollibaugh, McKenzie, Nikaido, Broome, Weil, Tsukui, e Goodwin, entre outros.

regras de 'descarte'²⁴ e outros artifícios, que -- sob condições bastante estritas -- permitiam a convergência e a relativa estabilidade das trajetórias de estado estacionário.

Na verdade, o abandono do vetor de 'preços próprios'²⁵, e sua substituição por preços resultantes de 'sistemas de valoração competitiva', introduzia não-linearidades no modelo -- que de outra forma era linear -- e que, acoplada à sua natureza dinâmica, a qual exige retroalimentação, passava a gerar comportamentos erráticos, característicos da transição para o caos determinístico.²⁶ Em uma época em que as discussões sobre o caos ainda não tinham atingido sequer o público acadêmico, e ainda se restringiam a tímidas formulações que passavam despercebidas, é curioso notar que um arguto analista declarasse que:

"[...] alguns dos problemas aparentemente intratáveis encontrados pela moderna teoria do crescimento, na verdade não têm qualquer conexão intrínseca com o crescimento, mas surgem, ao contrário, de tensões internas da teoria do valor que normalmente se presume estar subjacente a esses modelos; [...] se essa teoria do valor for substituída [...] esses problemas desaparecerão ou tornar-se-ão mais amenos." (Neil (1967, p. 23-4))

De forma paralela à ocorrida anteriormente -- quando se recorreu à estática comparativa para avaliar posições alternativas de equilíbrio -- passava-se a procurar analisar, também comparativamente, as trajetórias de crescimento em estado estacionário: o caso de Von Neumann; trajetórias balanceadas de Koopmans e Morgenstern; Turnpikes diversos; trajetórias douradas e prateadas de Horishima... Percebeu-se logo, porém, que fora dessas trajetórias os modelos se comportavam de forma raramente previsível. Não faltaram os que insistiram na necessidade -- aliás correta -- de se saber dizer alguma coisa relevante sobre os processos de passagem de um estado estacionário para outro:

"... todos concordariam, suponho, que a análise dos estados estacionários é, na melhor das hipóteses, apenas um começo; certamente não, um fim em si mesma. O estudo dos problemas da transição, ou 'traverse', de um estado estacionário para outro pode, por outro lado representar um

²⁴ 'Disposability rules'.

²⁵ Dados pelo autovetor dominante à esquerda da matriz tecnológica do sistema, e adotados por Hawkins, Zarewicz e Hródy, entre outros.

²⁶ A rigor, trajetórias homoclínicas e órbitas não-hiperbólicas, podendo ocorrer, sob consideração paramétrica, duplicações sucessivas de período ('bifurcações'), e mesmo comportamento caótico. (Cf. Hirsch & Schriebers 1991, p.11-28).

Entretanto essa análise dos processos de transição não avançou muito. Hoje sabe-se o porquê. O caos determinístico gerado por modelos não-lineares de muitas dimensões é a principal razão. Não havia como domá-los, a não ser submetendo-os a uma camisa-de-força de pressupostos adicionais, que acabavam por lhes retirar todo interesse¹⁸. Mesmo em um plano analítico onde a única seta do tempo era a do tempo lógico, os modelos se tornavam intratáveis e muitas vezes imprevisíveis. O que dizer então da dinâmica económica real, onde impera o tempo histórico, e a previsibilidade é, no mínimo, imperfeita? Nas palavras, já antigas, de Joan Robinson:

¹⁷ Há muito o que aprender a respeito de comparações a priori entre posições de equilíbrio, mas elas devem ser mantidas em seu devido lugar lógico. Elas não podem ser aplicadas a situações reais; é de uma certeza moral que qualquer situação particular, real, que nós desejemos discutir estaria fora do equilíbrio. A história observada não pode ser interpretada em termos de um movimento ao longo de uma trajectória de equilíbrio, nem referida como evidência para respaldar qualquer proposição desta derivada. ¹⁸
Robinson (1962, p. 25)

E, em outro texto, ao tratar de trajetórias estacionárias de crescimento, é ainda mais cáustica:

¹⁹ Cada uma situação de equilíbrio, a produção e o consumo de hoje determinam quais estoques de bens de todos os tipos existirão amanhã; e os estoques de hoje determinam quais foram a produção e o consumo de ontem. A posição presente [...] decreta qual será a situação em qualquer data no futuro, e revela o que ela foi em qualquer data do passado. O modelo é uma criatura que se move em ravinas determinadas -- nem mesmo um ônibus, mas um bonde. [...] Um sistema em equilíbrio, por sua própria natureza, está distanciado da realidade. É imprestável para analisar a história em seus termos, e é ilegítimo apelar para a história por evidências que o suportem. Tudo o que ele pode fazer é apresentar as relações lógicas geradas pelos seus pressupostos. Uma vez reunido um conjunto de pressupostos, é bastante fácil fazer o modelo correr ao longo de seus trilhos de bonde.²⁰
Robinson (1961, p. 364-3)

De fato, se nos afastarmos dos 'trilhos de bonde', a extrema dependência dos comportamentos dos modelos dinâmicos determinísticos sobre as suas condições iniciais, faz com que seus resultados sejam, em geral, imprevisíveis. E isto deve nos trazer reminiscências do 'efeito borboleta', formulado pelos pioneiros

¹⁸ Geralmente um conjunto conveniente de pressupostos é acrescentado ao modelo, de forma que a 'propriedade de convergência' seja obtida. A esse respeito ver Damásio (1981, p.243-5).

do estudo do caos determinístico. Por outro lado, ainda que estejamos sobre uma trajetória estacionária de equilíbrio -- com as necessárias propriedades de estabilidade -- se existirem múltiplas trajetórias com características semelhantes, a possibilidade de comportamento caótico não está afastada. Caso se tente trafegar de uma trajetória de equilíbrio para outra, o caos pode surgir nesse caminho. Isto porque cada uma dessas trajetórias funciona, em princípio, como um atrator estranho, criando bacias de atração que podem ser bastante intrincadas. O sistema eventualmente tenderá a chegar a uma das trajetórias, mas não se pode a priori prever qual. A questão torna-se ainda mais complexa -- e caótica -- quando as trajetórias de estado estacionário apresentarem equilíbrio *instável*, ou quando essas não existirem. Nestes casos, a localização de atratores estranhos passa a ser uma tarefa incontornável, se se deseja conhecer o comportamento do sistema no longo prazo. Novamente, a curto prazo ele será imprevisível.

2.3 Equilíbrio, Linearidade e o Mundo Real

'' O caos é antes uma ciência de processo do que de estado. '' Browand (1986, p. 135)

Desenha-se o fim dos paradigmas da estabilidade e da convergência suave para o equilíbrio. Explicitam-se também os limites da linearidade.

É verdade: os sistemas lineares são geralmente calculáveis e costumam apresentar dinâmicas monótonicas -- e por isso mesmo tediosas. São facilmente separáveis em suas partes, e podem ser construídos a la carte e compostos como imensos 'smogarsboards'. Porém, além de não apresentarem a riqueza de comportamentos dos sistemas não-lineares, são *irrealísticos*. Falando dos modelos de Leontief, Von Neumann, Teoria dos Jogos, e Programação Linear, Bródy assim se expressou:

'' Uma bem conhecida característica comum a todos esses modelos é a sua linearidade. Esta parece ser uma limitação comum. Eles não podem refletir a realidade econômica, que é *não-linear*, e onde as interrelações tomam formas mais complicadas. Não se pode justificar o pressuposto da linearidade por ser *confortável*, ou porque requer um número menor de observações para uma medida quantitativa das relações. '' Bródy (1976, p. 56-7)

anêncio dado por Lorenz à dependência sensível sobre as condições iniciais, e retirado de um artigo seu intitulado: '' Predictability: Does the Flap of a Butterfly's Wings in Brazil Set Off a Tornado in Texas? '', Citado em Blöck (1990, p.29)

O mesmo autor, entretanto, busca justificar a adoção da hipótese de linearidade com o bem conhecido argumento que

"[...] Na vizinhança imediata do ponto a ser examinado [...] a maioria das relações complexas pode ser aproximada por relações lineares, com a requerida precisão." (loc.cit.)

Este artigo de fé sempre foi o principal apelo da linearização dos modelos não-lineares ao redor de seus pontos estacionários. Com a teoria do caos, hoje sabemos que ele é falso. Não raro, as vizinhanças das posições de equilíbrio podem conter **baixas fractais** que levam o comportamento do sistema a se afastar daquelas, ao invés de manter uma consistência **aproximadamente linear**, como era pressuposto!

"Levados por um falso sentimento de segurança pela sua familiaridade com a resposta única de um sistema linear, o analista ou o experimentador ocupado grita 'Eureka, é a solução', quando uma simulação se fixa num equilíbrio de ciclo constante, sem se preocupar em explorar pacientemente o resultado de diferentes condições de partida. Para evitar erros potencialmente perigosos e desastres, [eles] têm de estar preparados para dedicar uma maior percentagem de seu esforço à investigação de toda a gama de respostas dinâmicas de seus sistemas" — Stewart & Thompson (1986, p. xiii)

Por outro lado — por estarem quase sempre voltados para a discussão de posições de equilíbrio e/ou estados estacionários — esses modelos não podem descrever o funcionamento da dinâmica econômica real, **observável**. Parece-nos que as trajetórias de crescimento das economias de fato existentes apenas se dirigiriam para o raio de Von Neumann por acaso. E na eventualidade de atingirem tal trajetória, com plena certeza cruzá-la-iam sem ali permanecer... Na verdade, o processo desigual de crescimento (e não-crescimento) é que parece ser a regra, e não a exceção em economias capitalistas reais. Os modelos econômicos determinísticos apenas descrevem o que aconteceria se o sistema econômico estivesse em equilíbrio: eles podem nos dizer pouco — ou quase nada — sobre o que aconteceria ao sistema se ele estivesse fora das posições de equilíbrio. É o desequilíbrio permanente que parece ser o estado geral das economias capitalistas reais.

Reconhecido que ainda não temos uma abrangente 'teoria do crescimento econômico desequilibrado', torna-se aparente que se abrem duas grandes alternativas teóricas:

Primeira: Estipular explicitamente hipóteses e pressupostos comportamentais — os mais realísticos possíveis — a respeito de variáveis e parâmetros comportamentais afetados pela incor-

teza e pelas expectativas -- por exemplo, sobre o consumo das famílias e suas decisões de poupança; sobre os planos de investimentos empresariais e seus portfólios; sobre a demanda efetiva e os níveis toleráveis de estoques; sobre a simetria das informações; sobre os padrões salariais, taxa de desemprego e capacidade produtiva ociosa; a lista continuaria ... -- apostando e mantendo as esperanças de que eles de fato descrevam a dinâmica real das economias. Não adiantaria! Os modelos ainda assim continuariam determinísticos. E, sobretudo imprevisíveis fora das trajetórias de equilíbrio, se elas existirem...

Segunda: Reconhecer e admitir que o equilíbrio pode, simplesmente, nunca ocorrer no dia-a-dia das economias reais, em que vivemos. Que as análises econômicas baseadas em noções de equilíbrio parecem condenadas a falhar. Que a realidade apresenta um comportamento não-linear, justamente porque 'linear' é apenas um produto da nossa imaginação. Que as economias reais, embora erráticas e oscilantes, bem ou mal, funcionam, em oscilações aperiódicas, não-repetitivas -- sem contudo explodir ou se decompor totalmente! E, que estas são justamente características do caos estruturado e estável da realidade observável. De alguma forma, parece que os fenômenos econômicos jogam o jogo do caos. Desta forma, as análises do caos determinístico gerado por modelos não-lineares retroalimentados multidimensionais, por um lado; e por outro, a caracterização de atratores e de suas respectivas bacias de atração, a partir da realidade observável, parecem interessantes alternativas para a pesquisa econômica, suscitadas por esse novo ângulo de visão.

Há uma terceira: recorrer à conhecida declaração de fé de Ferguson...

Keynes (1939, p.46) -- ele próprio um economista acostumado a teorizar a partir da realidade econômica observável -- comentou: "Na verdade é raro que alguém que não seja economista suponha que os preços sejam predominantemente governados pelos custos marginais. A maioria dos empresários se surpreende com a sugestão de que deveriam ser os cuidadosos cálculos, no curto prazo, de seus custos marginais, ou de suas receitas marginais que orientassem suas políticas de preços. Eles afirmam que políticas como essa rapidamente levariam à falência todos que as praticassem."

É sabido que é sempre possível introduzir variáveis estocásticas e probabilidades condicionais, construindo modelos com distribuições alternativas, e mesmo desconhecidas. É porém bastante questionável se um sistema analítico estocástico levará a uma descrição não-hipotética, detalhada, dos comportamentos das economias reais -- os quais, de fato, envolvem um (nem sempre consistente) processo racional.

... apenas um dos axiomas de Euclides.

3. CAOS E CONHECIMENTOS PARA UMA AGENDA DE PESQUISAS EM ECONOMIA

“ O mundo exhibe, repetidamente,
uma regularidade irregular ”
Handelbrot (1977)

O leque de possibilidades de avanço analítico aberto pelo entendimento do caos determinístico é certamente instigante, sugerindo direções de possíveis desdobramentos nesta e na próxima década. Mas a descoberta de regularidades no comportamento dinâmico complexo de tantos aspectos da realidade — em diferentes ramos da ciência — abre uma questão mais profunda, pois suscita discussões de âmbito epistemológico. Não há como aqui fazer essa discussão de forma adequada. Mas as regularidades macroeconômicas — quase oscilatórias — resultantes do aparentemente caótico movimento de miríades de ‘agentes econômicos’, podem ensejar um campo fértil para procurar a caracterização de atratores estranhos e suas bacias de atração, a partir de dados empíricos:

“ Desde o século XVIII, houve certo sonho de que a ciência não estava acompanhando a evolução da forma no espaço e a evolução da forma no tempo. Se pensarmos num fluxo, poderemos pensar nele de muitas maneiras, fluxo na economia ou fluxo na história. Primeiro, pode ser laminar, depois bifurcar-se em regimes mais complicados, talvez com oscilações. E pode, em seguida, ser caótico.” Libchaber

De fato, a descoberta — e a demonstração — de que sistemas não-lineares determinísticos podem gerar comportamento caótico teria menor importância se não fosse possível encontrar a regularidade do caos também na realidade.

Como já foi dito, não é difícil constatar que a ‘tarefa teórica’ de muitos pesquisadores tem sido a decomposição do objeto sob análise em ‘componentes mais simples’, postulando uma relação direta e mecânica entre parte e todo, de forma que o comportamento deste seja entendido como o conjunto dos comportamentos dinâmicos de suas ‘partes constitutivas’. A partir do advento da perspectiva do caos, sabemos que se os modelos associados à análise de uma dessas partes apresentar dinâmica caótica, a dinâmica do restante será afetada — mas não necessariamente da mesma forma que seria se fosse preservada a sua indivisibili-

dado. Segue-se que sua aderência aos fenômenos reais também seria afetada.

“As ciências não tentam explicar, dificilmente tentam sequer interpretar, elas fazem modelos, principalmente. Por modelo, entende-se um constructo matemático que, com o acréscimo de certas interpretações verbais, descrevem fenômenos observados. A justificação é apenas, e precisamente, que se espera que funcione.” Von Neumann 04

Mas modelos matemáticos *dinâmicos* -- além de estarem irremediavelmente presos às amarras da *lógica Aristotélica* -- são frequentemente representados na forma de equações de diferenças finitas e/ou diferenciais. Em primeiro lugar ao contrário das equações de diferenças finitas, as equações diferenciais representam a variação no tempo e no espaço de forma contínua, o que é necessário para viabilizar o cálculo infinitesimal. Isto faz com que -- ao contrário daquelas -- não consigam representar variações discretas, saltos finitos ou mudanças catastróficas. Lorenz, em um de seus primeiros trabalhos sobre comportamento aperiódico de modelos determinísticos, chegou mesmo a declarar que:

“ [...] a equação de diferença finita encerra grande parte da matemática [...] das transições de um regime de fluxo para outro e, na verdade, de todo o fenômeno de instabilidade.” Lorenz (1964:11)

Em segundo lugar: muitas dessas equações -- sejam de diferenças finitas, sejam diferenciais -- não têm soluções conhecidas. E mesmo quando têm soluções estacionárias gerais conhecidas -- e dicionarizadas -- suas soluções particulares, no tempo lógico, dependem das condições de contorno específicas para gerar o comportamento local desejado. Isto denota uma dependência sensível das condições iniciais -- condição básica

oNo ramo da física, Hawking (1986, p. 32) reclama: “ [...] Caso se acredite que o universo não é arbitrário, mas sim governado por leis definidas, será preciso, em última análise combinar as teorias parciais numa outra, mais completa e unificada, capaz de descrever tudo no universo [...] “. Em princípio não se pode vislumbrar com facilidade como isto teria correspondência na análise econômica, mas os trabalhos de Smith, Ricardo e Marx eram certamente mais ‘holísticos’ do que os desenvolvidos por toda a tradição ‘mainstream’ no século XX.

oCitado em Gleick (1990, p. 264)

oAplicadas em modelos econômicos, significam exigir, por exemplo que os preços das mercadorias passem por todos os valores intermediários entre dois extremos. Mas sabemos que os vendedores aumentam preços de uma forma discreta.

para o comportamento aperiódico -- como o próprio Lorenz se encarregou de difundir. »

Abre-se, portanto, a discussão sobre como o comportamento global pode diferir do comportamento local. Na microescala econômica real, incontáveis 'agentes' tomam -- e não tomam -- decisões racionais ou não, em cada momento do tempo histórico. Parece ser impossível submeter seus comportamentos a uma mensuração global, pela inviabilidade de monitoração; por outro lado, pela sua atomicidade, a mensuração local de um determinado 'agente econômico' pode ser enganosa, se generalizada. A ótica do caos evita a lacuna entre as microescalas e as macroescalas. A valorização e a acumulação prosseguem macroeconomicamente -- ainda que crises aperiódicas possam eventualmente surgir -- diante, e apesar, da miríade de comportamentos individuais dos numerosos 'agentes econômicos'. Fica-se tentado a avaliar, na economia, as relações entre as macroescalas e as microescalas, através do 'comportamento adaptativo'.

'' O comportamento adaptativo é uma propriedade emergente que surge espontaneamente pela interação de componentes simples. [...] A adaptação só pode ocorrer se o comportamento do todo for qualitativamente diferente do comportamento da soma das partes individuais. É precisamente essa a definição de não-linear. '' Farmer & Packard (1985)

Esse notório comportamento não-linear da realidade, -- que resultou em frustrados esforços de construção de modelos não-lineares que representassem os eventos observados em muitos campos da teorização científica -- passa entretanto a ser *abordável*, dentro da ótica do caos. Lorenz, com seus modelos determinísticos não-lineares, concebidos para simular as condições meteorológicas, demonstrou ser possível gerar comportamentos aperiódicos, não-repetitivos, imprevisíveis no curto prazo. E que, apesar de tudo não comportavam a hipótese de aleatoriedade. Isto porque, embora as flutuações presentes nos resultados obtidos pudessem a princípio ser confundidas com perturbações estocásticas, quaisquer delas eram inseparáveis dos possíveis 'ruídos'. Com este conceito de caos determinístico, pôde-se mostrar a diferença entre caos e instabilidades locais. Mais ainda, essa imprevisibilidade local não impede que o sistema continue -- em

36 Szale (1930) demonstrou como dois pontos, de início arbitrariamente muito próximos, podem, com a passagem do tempo permanecer muito distantes entre si, através do 'esticamento e dobra' do espaço de fase sobre si mesmo.

37 As referências, já históricas, são Lorenz (1963a; 1963b; 1964).

22

muitos casos -- a apresentar características de estabilidade global, no sentido de que as trajetórias não-repeticivas permanecem, entretanto, limitadas por uma 'envoltória', por isso mesmo batizada de 'atrator estranho'. Assim, as trajetórias quase se repetem, mas nunca exatamente. Embora determinista, não é possível prever por onde passará a próxima trajetória. Neste contexto, nem cadeias de Markov, nem métodos estocásticos, nem formulações Bayesianas são de muita utilidade. Pode ser, afinal, que 'Deus não joga dados'...

" Caos é um nome inadequado, porque tem a conotação de aleatoriedade. A mensagem predominante é que os processos simples, na natureza, podem produzir edifícios magníficos de complexidade sem aleatoriedade. Na não-linearidade, e na retroalimentação estão todos os instrumentos necessários para codificar, e em seguida revelar estruturas [complexas] "

Hobbarð (1988) 20

Um passo importante na análise econômica seria submeter a escrutínio todos os tipos de modelos não-lineares, utilizados para representar posições de estática comparativa, ou de convergência para o equilíbrio, identificados aqueles que geram caos determinístico, explicitar os intervalos paramétricos e avaliar a possibilidade de determinar a envoltória de suas respostas, de forma a localizar eventuais atratores estranhos. Sempre que possível, caracterizar suas bacias de atração -- fractais ou não -- rumo a atratores não-tróicos. Levantar, em cada caso os efeitos e implicações para os aspectos da teoria econômica a que eles estiverem ligados, e sua possível relevância para lançar luz sobre fenômenos da dinâmica de economias reais. Uma vez que, na perspectiva caótica, modelos simples podem gerar soluções complexas e modelos complexos podem apresentar comportamentos relativamente simples, seria interessante procurar estabelecer -- inclusive com a ajuda da experiência acumulada em outras disciplinas -- a caracterização dos modelos e de seus comportamentos, identificando, sempre que existirem, as respectivas transições para atratores caóticos finitos.

Particularmente interessante, e potencialmente mais difícil, seria a extensão da pesquisa para o estudo de modelos lineares multissetoriais retroalimentados, onde fossem

50 Citado em Gleick (1990, p. 294). Ver também a citação de Farmer e Packard (op.cit., 241-2): "Esperávamos nós o fim de que se compreendessem sistemas físicos regulares, analisados exhaustivamente na física clássica, mas nos afastáramos deles um passo em espaço paramétrico, acabávamos com alguma coisa à qual não se aplicava todo esse enorme corpo de análise."

introduzidas não-linearidades -- por exemplo, preços e quantidades que não apresentassem perfis comparáveis aos dos autovetores dominantes à esquerda e à direita na equação característica. Assim, todo o processo produtivo simulado seria continuamente retroalimentado com "erros" do passado, e com a teoria de conviver. Utilizando o autovalor dominante -- sempre menor do que um -- como 'parâmetro de sintonia', verificar as seqüências que se estabilizam nas envoltórias de atratores estranhos. Analisar as eventuais bacias de atração.

Deve-se ter em mente que, ao contrário de sistemas lineares, os não-lineares ainda parecem resistir a classificações: seus comportamentos no curto prazo costumam ser muito diferentes entre si. Mas a formulação do conceito de 'universalidade' por Feigenbaum³⁹, abre novos caminhos: sistemas não-lineares muito diferentes em suas estruturas podem apresentar características comuns no longo prazo, em alguns casos até os mesmos atratores. Nas palavras de Farmer⁴⁰:

"Até então, parecia que os sistemas não-lineares teriam de ser tratados caso a caso. Estávamos tentando encontrar uma linguagem para quantificá-los e descrevê-los, mas ainda assim parecia que tudo teria de ser tratado caso a caso. Não víamos como colocar os sistemas em classes e escrever soluções que fossem válidas para toda a classe, como em sistemas lineares. A universalidade significava encontrar propriedades que fossem exatamente as mesmas em formas quantificáveis para tudo naquela classe. Propriedades previsíveis." Farmer⁴⁰

Quais seriam as profundas implicações da universalidade para a teoria econômica? Esta resposta parece ser fundamental, pois pode subverter completamente -- ou não? -- a maior parte do que

³⁹As referências originais são Feigenbaum (1970, p. 1279). Ele mostrou que se existe uma seqüência contínua de bifurcações, as propriedades da universalidade são dadas pela existência de uma função universal, com propriedades que só dependem do tipo do ponto crítico analisado, e não dependem da forma funcional original (!). Ver, por exemplo, Nark & Schreiber (1991: 64-91).

⁴⁰Citado em Gleick (1990, p. 237). Era incorporado como a desordem produzia a universalidade em sistemas diferentes. Nas palavras do autor: "Muitos sistemas físicos passavam por transições a caminho do caos, e essas transições eram demasiado complicadas para serem analisadas. Eram, todavia, sistemas cuja mecânica parecia perfeitamente bem compreendida. [Sabiam-se] todas as equações adequadas; apesar disso, passar das equações para o entendimento do comportamento global, a longo prazo, parecia impossível. [...] A descoberta de Feigenbaum, porém, deixava implícito que essas equações não interessavam. Eram irrelevantes. Quando surgia a ordem, ela parecia ter esquecido, subitamente, qual era a equação original. Quadrático ou trigonométrico, o resultado era o mesmo. [...] Feigenbaum tinha encontrado a prova que precisava para elaborar uma nova maneira de calcular problemas complexos não-lineares. Até então todas as técnicas existentes dependiam dos detalhes das funções." (Gleick, p. 172)

foi produzido em mais de 100 anos de modelagem em economia, desde os 'economistas matemáticos' do século passado...

Finalmente, resta-nos discutir de forma sucinta a possibilidade de existência de uma 'ordem mascarada', estruturada, no seio dos fenômenos econômicos observáveis. Uma ordem, que emergiria de comportamentos aparentemente aleatórios de uma desordem aparente.

É difícil evitar que o parágrafo acima seja imediatamente associado a uma postura voluntarista, dogmática, ou até mesmo *mística*. Pode soar como a procura da quadratura do círculo; do moto perpétuo; da rosa azul; da fonte da juventude; do abominável homem das neves; ou do monstro do Loch Ness. Mas é precisamente isso -- sugestões de estruturas estáveis sem aleatoriedade, a partir de observações do mundo real (1) -- que os recém-chegados analistas do caos afirmam ser possível descobrir, e garantem que vêm descobrindo. A simples menção de que essas análises possam ser extensíveis ao estudo de dinâmicas econômicas como elas se apresentam na realidade, deve causar estupefação e perplexidade. Entretanto, pode ser que seja um objeto cognitivo legítimo. 41

As respostas a essas indagações aparentemente têm que ser procuradas a partir dos trabalhos de Benoit Mandelbrot⁴² e suas investigações sobre dimensões fractais. Este autor descobriu que dados empíricos que fugiam à distribuição Gaussiana, demonstravam entretanto curiosas quase-simetrias em escala, embora nunca exatamente idênticas. As irregularidades da realidade -- ao contrário de se mostrarem aderentes a alguma função de distribuição probabilística -- apresentavam uma inesperada ordem semelhante, apenas visível se levada em consideração a escala dos fenômenos. Entretanto essas escalas não podiam ser representadas em espaços dimensionais representados por números inteiros. Mandelbrot percebeu que a geometria Euclidiana -- condicionada em nossas mentes -- era uma barreira à compreensão dessas complexas estrutu-

41.É mesmo a demonstração da impossibilidade de extensão da análise do caos sobre a realidade econômica seria um ato cognitivo legítimo. Porém, métodos numéricos para o estudo de dependência paramétrica, bifurcações e caos; o cálculo de expoentes de Lyapunov a partir de séries temporais; a caracterização da dimensão e da entropia de atratores; e a reconstrução de atratores a partir de séries temporais experimentais já têm uma considerável bibliografia. Ver seus fundamentos e referências em Hatak & Schreiber (1991, p. 103-25).

42.A referência básica continua sendo Mandelbrot (1977). Tem sido proposto que a fronteira entre oscilações periódicas e o comportamento caótico é fractal. (Cf. Hatak & Schreiber, 1991, p.149).

Nas. Fractal significava a introdução de dimensões fracionárias à nossa percepção do espaço. Ele insistia que as dificuldades só existiam dentro da ótica da geometria Euclidiana que, uma vez afastada, tornaria possível descrever com simplicidade as estruturas ramificantes dos fenômenos em escalas quase-simétricas e quase-proporcionais.

“ [...] os complexos limites entre o comportamento ordenado e caótico, tinham regularidades insuspeitadas que só podiam ser descritas em termos da relação entre escalas grandes e pequenas. As estruturas que proporcionavam a chave da dinâmica não-linear eram fractais [...]” Gleick (1990 : 109).

Nas. não seria um custo muito grande abandonar a confortável geometria Euclidiana ? Seria isto mesmo necessário para entender a complexa dinâmica do mundo real ? Bertrand Russel já advertia:

“ [...] é simplesmente importante observar que dimensões, assim como ordenação e continuidade, são definidas em termos puramente abstratos, sem qualquer referência ao espaço real. Portanto, quando dizemos que o espaço tem três dimensões, não estamos a ele atribuindo uma idéia que pode ser obtida apenas do espaço. Isto aparecerá mais claramente a partir da aplicação de dimensões aos números complexos [...]” Russell (1938, p. 376)

Desde Poincaré, utilizava-se a topologia como forma de visualizar o comportamento de sistemas dinâmicos. Os diagramas de fase, permitem representar o estado de um sistema em cada instante. Zonas proibidas representam combinações que nunca ocorrem. Entretanto, se procurarmos construir diagramas de fase para representar algo mais do que os estados instantâneos de uma série histórica macroeconômica agregada -- digamos, representar as fases para o crescimento multissetorial, com referência ao perfil do produto e suas taxas de crescimento -- veremos que os graus de liberdade dos sistemas aumentam, com o aumento da desagregação setorial. Na busca da determinação do estado do sistema de forma unívoca, somos levados a um espaço de fase de difícil visualização e limitada tratabilidade ! A complexidade embutida na simples representação descritiva de sistemas com muitos graus de liberdade era evidente.

A chave para o tratamento de sistemas complexos estava nas dimensões fractais. Foi possível demonstrar matematicamente que

a complexidade multidimensional apresentava não poucas dificuldades. Minkow, que se interessou pela questão estava convencido de que seria possível encontrar “leis” que a reduzissem a poucas dimensões, pois: “uma parte demasiado grande do universo parecia estar fora do alcance do caos de baixa dimensão.” Ver Gleick (1990, p. 295 ss.)

seria possível representar o comportamento de longo prazo desses sistemas em diagramas com um pequeno número de graus de liberdade. ⁴⁴ Mostrava-se que através da dissipação eram gradativamente eliminados movimentos conflitantes, reduzindo-se as dimensões do comportamento do sistema e diminuindo drasticamente os graus de liberdade envolvidos. Passou-se a procurar atratores estranhos de baixa dimensão, onde quer que o comportamento dos dados empíricos parecesse ser aleatório. Mandelbrot podia estar certo!

Um atrator estranho de um fenômeno multidimensional complexo da realidade devia apresentar algumas propriedades: seria a) estável, de forma a representar o estado de longo prazo, onde os 'ruídos' de curto prazo houvessem sido dissipados; b) aperiódico, capaz de produzir *todos* os comportamentos de longo prazo, sem se repetir nem se cruzar, uma trajetória infinitamente longa, confinada a um volume envoltório finito; c) de baixa dimensão fractal, reduzindo os graus de liberdade originais a alguns poucos (e possivelmente fracionários!). No volume de um atrator estranho, quaisquer pontos arbitrariamente próximos podem estar arbitrariamente afastados no tempo. ⁴⁵ Em qualquer instante, observados os pontos representativos de estados passados, é impossível prever o próximo estado. Entretanto nesse volume estão confinados todos os possíveis comportamentos do sistema no longo prazo, ou seja, todas as demais trajetórias de curto prazo para ela convergem, mas nem sempre de uma maneira simples.

Ademais, na presença de mais de um atrator em um mesmo sistema, surgem bacias de atração, muitas vezes entremeadas umas com as outras, frequentemente com estruturas fractais e semelhanças em escalas cada vez menores. Esclarecia-se a dependência sensível das condições iniciais: um deslocamento infinitesimal podia retirar o sistema de uma bacia de atração e jogá-lo em outra. Alguns sistemas reais podem apresentar estabilidade ao redor de um ou mais atratores caóticos. Outros sistemas podem convergir complicadamente para estados estacionários não-caóticos.

A partir daí muitas perguntas podem ser feitas. É possível encontrar atratores estranhos que representem o conjunto da di-

⁴⁴Ver Collet, Eckmann & Koch (1981)

⁴⁵oferindo profundamente a possibilidade de utilização do cálculo infinitesimal e diferencial a partir da fase crítica da transição entre a quasi-periodicidade e o caos!! (cf. Harek & Schreiber, 1991, p. 84-85).

nâmica de uma economia capitalista real ? Quais são as suas
 formas e estruturas topológicas ? Como se dá a convergência para
 esses atratores, dadas diferentes condições iniciais ? Quais são
 e como estão estruturados os limites das bacias fractais dos
 atratores ? Existem sistemas dinâmicos correlatos, que permitam
 a utilização de conhecimento acumulado ? É uma vasta agenda de
 questões... Mas questões onde os parâmetros de decisão que en-
 volvem expectativas e incerteza quanto ao futuro deixam de ser
 tratados como variáveis passíveis de serem submetidas à 'escolha
 teórica'. 46

Talvez o estudo da morfogênese do capitalismo, em tempo
 histórico, ajude a inspirar essa tarefa. Smith, Ricardo e Marx,
 referindo-se à dinâmica capitalista, tratavam-na como resultante
 de processos circulares de produção e reprodução. Sem impor li-
 nearidades sobre a dinâmica do real, preocupavam-se com a valo-
 rização, acumulação e crises -- descrevendo qualidades oscilató-
 rias e cíclicas sem período comum -- e buscando leis que garan-
 tissem a regularidade na diversidade. Não prosseguiremos aqui
 nessas conjecturas, mas elas parecem merecer alguma atenção: es-
 tariam eles buscando descrever 'propriedades' de um atrator es-
 tranho da dinâmica capitalista real ? Neste ponto a pergunta é
 simplesmente retórica.

46 'Theoretical-choice variables.'

- BARNESLEY, M. Iterated Function Systems and the Global Construction of Fractals - Proceedings of the Royal Society of London, v. 399, pp.243-73, 1985
- BRODY, A. Proportions, Prices and Planning. North-Holland - Amsterdam, (1979)
- BROWAND; F. K. The Structure of the Turbulent Mixing Layers - Physica v.18, 1984
- COLLET, P.; ECKMANN, J. P.; KOCH, H. Period-Doubling Bifurcations for Families of Maps on R_n . Journal of Statistical Physics v.25, pp. 1-27. (1981)
- DAMÁSIO, J. Studies on Braffian Systems Towards a Neo-Ricardian Dynamic Theory; Boston 1981 - Ph.D. Dissertation - Boston University.
- DAMÁSIO, J. Sistemas Lineares e a Análise Macroeconômica. Salvador: UNE/UFBA, 1991. - (Texto para Discussão 8) - mimeog. Apresentado em seminário da ANPEC - FGV/RJ - Setembro/1991.
- DAMÁSIO, J. Contribuições dos Sistemas Lineares à Análise Macroeconômica - Literatura Econômica - IPEA, P.204 - Junho 1992.
- DEFARGES, T. L'Inflation Chaotique - GRETD/CEDI - Paris: DRETD/CEDI, 1991, mimeog.
- FARMER, J. D. & PACKARD, N. Evolution, Games, and Learning? Models for Adaptation in Machines and Nature - Los Alamos, 1985.
- FEIGENBAUM, M. J. Quantitative Universality for a Class of Nonlinear Transformations - Journal of Statistical Physics v.19, p.23-52, 1978.
- FEIGENBAUM, M. J. The Universal Metric Properties of Nonlinear Transformations - Journal of Statistical Physics v.21, p.669 - 706, 1979.
- FEYNMANN, R. P. The Character of Physical Law - M.I.T. Press - Cambridge 1967.
- GEORGE, D. A. R. Chaos and Complexity in Economics - Journal of Economic Surveys, n.4, 1990.
- GLEICK, J. Chaos - A Criseção de Uma Nova Ciência. Rio de Janeiro: Campus, 1990
- GOODWIN, R. M. & FUNZO, L. F. The Dynamics of a Capitalist Economy: a Multi-Sectoral Approach. Cambridge: Polity Press, 1987.
- GOODWIN, R. M. Chaotic Economics Dynamics Oxford: Clarendon Press, 1990.
- HARCOURT, G. The Rate of Profits in Equilibrium Growth Models: A Review Article. Journal of Political Economy v. 42, Sep. 1973.
- HANKINS, S. W. Uma Breve História do Tempo. Rio de Janeiro: Rocco.
- JAFFÉ, W. The Normative Bias on the Walrasian Model: Walras versus Gossen - Quarterly Journal of Economics, p. 371-87, aug. 1977.
- KEYNES, J. M. Relative Movements in Real Wages and Output. Economic Journal, p.34-51.
- KUHN, T. S. The Structure of Scientific Revolutions. University of Chicago Press, 1970.
- LORENZ, E. Deterministic Nonperiodic Flow. Journal of the Atmospheric Sciences v.20, p.130-41, 1963a.
- LORENZ, E. The Mechanics of Vacillation. Journal of the Atmospheric Sciences, v. 20, p.448-64, 1963b.

- LORENZ, E. The Problem of Deducing Climate from the Governing 27
Equations. Tellus v.16 p.1-11, 1964.
- MANDELBROT, B. The Fractal Geometry of Nature. New York: Free-
man, 1977.
- MAREK, H. & SCHRIEBER, I. Chaotic Behaviour of Deterministic
Dissipative Systems. Cambridge: Cambridge University Press,
1991.
- MAY, R. Simple Mathematical Models with Very Complicated
Dynamics. Nature v.261, p.459-67, 1978.
- MEADWAR, P. B. Expectation and Predictions. In: Plato's
Republic. Oxford: University Press, 1982.
- MORGENSTERN, O. Thirteen Critical Points in Contemporary
Economic Theory: An Interpretation. Journal of Economic Litera-
ture v. 10 - Dec. 1972.
- NELL, E. Theories of Growth and Theories of Value. Economic
Development and Cultural Change v.16, p. 19-26, 1967.
- PASINETTI, L. Lectures on the Theory of Production. New York:
Columbia University Press, 1977.
- PINDYCK, R. & RUBINFELD, D. Econometric Models and Economic
Forecasting. New York: McGraw Hill, 1976.
- POINCARÉ, H. Les Méthodes Nouvelles de la Mécanique Céleste.
Paris: Gauthier-Villars, 1899.
- ROBINSON, J. & NAVEL, K.A. The Badly Behaved Production
Function. Quarterly Journal of Economics, p. 379-91, 1967.
- ROBINSON, J. Equilibrium Growth Models - American Economic
Review - v.51 p.330-9, 1961.
- ROBINSON, J. Essays on the Theory of Economic Growth - St.
Martin Press, 1962.
- RUSSELL, B. Principles of Mathematics. New York: Norton, 1938
- SEN, A. (ed.) Growth Economics - Penguin - Harmondsworth, 1979.
- SMALE, S. The Mathematics of Time: Essays on Dynamical Systems,
Economic Processes and Related Topics. New York: Springer,
1980.
- STEWART, H. B. & THOMPSON, J. M. Non-Linear Dynamics and Chaos
New York: Wiley, 1986
- STYAZHKIN, N. I. History of Mathematical Logic from Leibnitz to
Peano. Cambridge: M.I.T. Press, 1959.
- THEIL, H. Principles of Econometrics. New York: John Wiley,
1971.
- VON NEUMANN, J. Collected Works. London: Pergamon Press, 1963.
- WALRAS, L. Compêndio dos Elementos de Economia Política Pura.
São Paulo: Nova Cultural, 1988.
- WITTGENSTEIN, L. Remarks on the Foundations of Mathematics.
Cambridge: M.I.T. Press, 1964.
- WONNACOTT, R. & WONNACOTT, T.H. Econometrics. New York: John
Wiley.

Reitor:

Luiz Felipe Perret Serpa

Diretor da FCE

Paulo Rebouças Brandão

Responsável pelo Setor Publicação

Jeny Bastos de Souza.

Série: FCE/UFBA. Texto para Circulação Interna, 7

Permitida a reprodução, em parte, desde que citada a fonte.

Faculdade de Ciências Econômicas
Setor de Publicações
Pça. da Piedade, 6 - 2º and. - Centro
40.070 - 010 Salvador - Ba.

