



Universidade Federal da Bahia
Instituto de Matemática / Escola Politécnica

Programa de Pós-Graduação em Mecatrônica

**ANÁLISE MODAL DE BOMBAS DE
CAVIDADES PROGRESSIVAS**

Daniel Santos de Quadros Correia

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

Salvador
7 de março de 2017

DANIEL SANTOS DE QUADROS CORREIA

ANÁLISE MODAL DE BOMBAS DE CAVIDADES PROGRESSIVAS

Esta Dissertação de Mestrado foi apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Mecatrônica da Universidade Federal da Bahia, como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Mecatrônica.

Orientador: Prof. Dr. Antônio Cezar de Castro Lima
Co-orientador: Prof. Dr. Leizer Schnitman

Salvador
7 de março de 2017

Sistema universitário de bibliotecas da UFBA

Santos de Quadros Correia, Daniel
Análise modal de Bombas de Cavidades Progressivas / Daniel
Santos de Quadros Correia. -- Salvador, 2017.
97 f. : il

Orientador: Antônio Cezar de Castro Lima.
Coorientador: Leizer Schnitman.
Dissertação (Mestrado - Programa de Pós-Graduação em
Mecatrônica) -- Universidade Federal da Bahia, Escola
Politécnica, 2017.

1. Análise modal experimental. 2. Bombeio por cavidades
progressivas. 3. BCP. 4. Enhanced Frequency Domain
Decomposition. 5. EFDD. I. Cezar de Castro Lima, Antônio. II.
Schnitman, Leizer. III. Título.

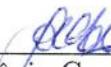
TERMO DE APROVAÇÃO

DANIEL SANTOS DE QUADROS CORREIA

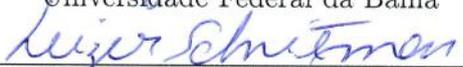
ANÁLISE MODAL DE BOMBAS DE CAVIDADES PROGRESSIVAS

Esta Dissertação de Mestrado foi julgada adequada à obtenção do título de Mestre em Mecatrônica e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Mecatrônica da Universidade Federal da Bahia.

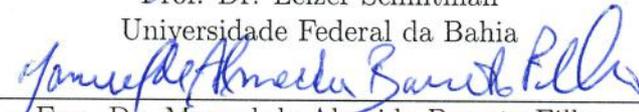
Salvador, 7 de março de 2017



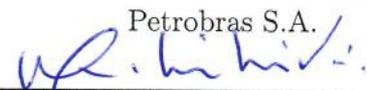
Prof. Dr. Antônio Cezar de Castro Lima
Universidade Federal da Bahia



Prof. Dr. Leizer Schnitman
Universidade Federal da Bahia



Eng. Dr. Manuel de Almeida Barreto Filho
Petrobras S.A.



Eng. Dr. Marcos Pellegrini Ribeiro
Petrobras S.A.

AGRADECIMENTOS

Aos meus orientadores, Professores Antônio Cezar de Castro Lima e Leizer Schnitman, por toda a disponibilidade e apoio ao longo do desenvolvimento deste trabalho.

Ao pessoal do Laboratório de Elevação Artificial da UFBA (LEA), pelo fundamental suporte durante a montagem e realização dos experimentos desta pesquisa.

Ao Engenheiro Ricardo Minette (CENPES) pelo interesse, disponibilidade e assistência sempre que necessário.

À toda minha família.

RESUMO

O objetivo deste trabalho é desenvolver e aplicar uma metodologia para a realização da análise modal experimental em um conjunto de bombeio por cavidades progressivas (BCP), em condições de instalação similares às de poços reais. A técnica utilizada neste trabalho, conhecida como *Enhanced Frequency Domain Decomposition* (EFDD), é capaz de estimar os parâmetros modais com boa acurácia, mesmo na presença de ruído. Ela pode estimar as frequências naturais e formas modais através da decomposição em valores singulares (SVD - *Singular value decomposition*) da matriz densidade espectral de potência (PSD - *Power spectral density*) da resposta do sistema a uma excitação de entrada. A taxa de amortecimento pode ser obtida através do cálculo do decremento logarítmico nas funções de autocorrelação. A primeira etapa do estudo consiste no desenvolvimento de algoritmos para a implementação de alguns métodos de análise modal experimental comuns na literatura. Foram implementados os métodos do *Peak picking* (PP), do *Frequency Domain Decomposition* (FDD), EFDD e do *Least Square Complex Exponential* (LSCE). É utilizado um sinal sintético de parâmetros conhecidos para comparar os resultados obtidos entre tais técnicas. Além disso, este sinal teve alguns parâmetros alterados, a exemplo da razão sinal-ruído, e o comportamento da estimação com estas técnicas foi avaliado. Na etapa seguinte, são analisadas estruturas relacionadas ao conjunto BCP, como a coluna de revestimento, onde o conjunto será instalado, além de um dos seus principais subsistemas, o conjunto rotor-estator. Por fim, é realizada a análise modal experimental do conjunto BCP, no interior do poço de testes, em condições de instalação similares às encontradas em um poço real.

Palavras-chave: Análise modal experimental. Bombeio por cavidades progressivas. BCP. *Enhanced frequency domain decomposition*. EFDD.

ABSTRACT

This work presents an experimental modal analysis of a Progressing Cavity Pumping (PCP) system, under installation conditions similar to that of real wells. A comparative study of techniques applied to this kind of analysis pointed out to the well known Enhanced Frequency Domain Decomposition (EFDD), as that best choice capable of estimate the modal parameters with good accuracy, even in the presence of white Gaussian noise. It estimates the natural frequencies and mode shapes by singular value decomposition (SVD) of the Spectral Power Density (PSD) matrix of the system response to an excitation. The damping rate is obtained, in this case, by calculating the logarithmic decrement of autocorrelation functions. The present study was carried out in two steps, the first one consisted in the creation of codes referring to the known modal analysis methods mentioned in the literature: Peak Picking (PP), Frequency Domain Decomposition (FDD), EFDD and the Least Square Complex Exponential method (LSCE). Synthetic signals generated from known parameters were used to compare results of techniques. In addition, these signal had some parameters changed, such as the signal-to-noise ratio, to evaluate the techniques performances. In a second step, the structures related to the PCP were analyzed, such as the rotor-stator assembly and the well casing column. Finally, the experimental modal analysis of the PCP inside the test well was carried out under installation conditions similar to those found in a real well.

Keywords: Experimental modal analysis. EMA. Progressing cavity pump. PCP. Enhanced frequency domain decomposition. EFDD.

SUMÁRIO

Capítulo 1—Introdução	1
1.1 Escopo e estrutura do trabalho	3
1.1.1 Objetivos	3
1.1.2 Organização do texto	3
1.2 Metodologia	4
1.3 Revisão bibliográfica	5
Capítulo 2—Bombeio por cavidades progressivas	11
2.1 Componentes	13
2.2 Vibração em sistemas BCP	15
Capítulo 3—Vibrações mecânicas	17
3.1 Histórico	17
3.2 Importância	18
3.3 Conceitos fundamentais	18
3.3.1 Classificações	19
3.4 Sistemas com um grau de liberdade	19
3.4.1 Resposta de um sistema amortecido a um deslocamento inicial	21
3.4.2 Resposta de um sistema amortecido a uma excitação harmônica	22
3.4.2.1 Fator de qualidade	23
3.4.3 Decremento logarítmico	24
3.5 Sistemas com múltiplos graus de liberdade	24
3.6 Resposta do sistema ao impulso	26
3.6.1 Função de resposta ao impulso	27
3.6.2 Função de transferência de um sistema de 1 GDL	27
3.6.2.1 Representações gráficas da FRF	28
3.6.3 Processos aleatórios	30
3.6.3.1 Função de autocorrelação	30
3.6.3.2 Função de densidade espectral	31
Capítulo 4—Análise modal	33
4.1 Aplicações	35
4.2 Análise Modal Experimental e Operacional	35
4.2.1 Análise modal experimental	36

4.2.1.1	Preparação do experimento	37
4.2.1.1.1	Fixação da estrutura	37
4.2.1.1.2	Preparação do modelo	38
4.2.1.1.3	Modos de excitação da estrutura	38
4.2.1.1.4	Transdutores	42
4.2.2	Realização do teste modal	43
4.2.3	Identificação dos parâmetros modais	43
4.3	Análise Modal Operacional	43
Capítulo 5—Estimação de parâmetros		45
5.1	Técnicas no domínio da frequência	45
5.1.1	Abordagem de um GDL	46
5.1.1.1	Peak picking	47
5.1.1.2	Circle fit	48
5.1.1.3	Frequency Domain Decomposition - FDD	50
5.1.1.4	Enhanced Frequency Domain Decomposition - EFDD	53
5.1.2	Abordagem para múltiplos GDL	54
5.1.2.1	Rational fraction polynomial - RFP	54
5.2	Técnicas no domínio do tempo	55
5.2.1	Técnicas baseadas no Método Prony	55
5.2.1.1	Método da exponencial complexa	55
5.2.1.2	Least-squares complex exponential - LSCE	57
5.3	Ferramentas de auxílio na análise	57
5.3.1	MAC	57
5.3.2	Diagrama de estabilização	58
5.3.3	Summation Function - SUM	58
Capítulo 6—Avaliação de métodos		61
6.1	Sensibilidade ao ruído	62
6.2	Proximidade dos modos	67
6.3	Largura da janela	69
6.4	Sistema real	71
Capítulo 7—Experimentos		73
7.1	Coluna de revestimento	73
7.2	Conjunto rotor/estator	79
7.3	Conjunto BCP instalado no poço	83
	Impactos na cabeça do poço	84
	Impactos na âncora de torque	85
	Comparação entre os experimentos	86

SUMÁRIO	xiii
Capítulo 8—Conclusões	89
8.1 Trabalhos futuros	92

LISTA DE FIGURAS

1.1	Três sistemas instalados	3
2.1	Estimativa do uso de BCPs no mundo	11
2.2	Movimentação do rotor no estator	12
2.3	Eficiência dos principais métodos de elevação artificial	13
2.4	Principais componentes do BCP	15
3.1	Sistema Massa-Mola-Amortecedor 1 GDL	20
3.2	Solução geral de um sistema 1 GDL	20
3.3	Comparação entre as respostas para diferentes amortecimentos	22
3.4	Curva de resposta harmônica	24
3.5	Modelo simplificado de um automóvel	25
3.6	Modos de um sistema com dois graus de liberdade	26
3.7	Receptância	29
3.8	Resposta ao impulso - Receptância	29
3.9	Composição dos modos	29
3.10	Matriz resposta em frequência	30
4.1	Classificação dos métodos de identificação modal	35
4.2	Diagrama de blocos de um sistema	36
4.3	Digitalização de um sinal analógico	37
4.4	Exemplo de um excitador eletromagnético	39
4.5	Tipos de fixação dos excitadores	39
4.6	Tipos de sinal de excitação	40
4.7	Exemplos de martelos de impacto	41
4.8	Sinal do martelo de impacto	42
4.9	Comparação entre o acelerômetro e transdutor de força	42
5.1	Partes real e imaginária da FRF - Receptância	47
5.2	Peak picking - Proporções geométricas da curva de receptância de um GDL	48
5.3	Influência do termo B_{ij} na receptância	49
5.4	Frequência natural - Circle fit - Receptância	49
5.5	FDD - Identificação de valores singulares através de função de Bell feita em N varreduras	52
5.6	Picos de uma função de autocorrelação	53
5.7	Algoritmos FDD e EFDD	54
5.8	Exemplo de um diagrama de estabilização	58
5.9	Exemplo de SUM	59

6.1	Sinal simulado no tempo	62
6.2	Algoritmo implementado em Matlab	64
6.3	Efeito do ruído no espectro	65
6.4	Erro ω_n - Presença de ruído	66
6.5	Erro - Proximidade dos modos	68
6.6	Sinais de vibração com SNR de 30 dB	69
6.7	Sinal - 13 segundos	71
6.8	Viga engastada	71
7.1	Coluna de revestimento	74
7.2	Sinal de entrada do martelo	74
7.3	Fixação do acelerômetro na coluna de revestimento	75
7.4	Distribuição dos acelerômetros na coluna de revestimento	75
7.5	Sistema de aquisição	76
7.6	Cartões de aquisição NI 9234	76
7.7	Respostas de amplitude de um filtro Butterworth	77
7.8	Sinal truncado da resposta no tempo - Ponta macia	77
7.9	SVD do sinal processado - Ponta macia	78
7.10	Comparação entre os resultados	79
7.11	Conjunto rotor e estator com acelerômetros instalados	80
7.12	Conjunto içado por corrente longa e curta	81
7.13	Resposta no tempo - Estator de 2 m	82
7.14	SVD do sinal processado	82
7.15	Distribuição dos acelerômetros e pontos de impacto	84
7.16	Impactos na cabeça do poço	85
7.17	Impactos na âncora de torque	86
7.18	Comparação entre os sinais de resposta	87

INTRODUÇÃO

Com o desenvolvimento de equipamentos cada vez mais complexos e a necessidade de redução de custo e tempo de desenvolvimento destes produtos, aliado ao crescente poder de processamento dos computadores, a simulação computacional ganha cada vez mais importância. Uma das suas aplicações está na análise de desempenho, estudo da integridade estrutural e ajuste de projeto. Entretanto, para sistemas de grande complexidade, nem sempre é possível desenvolver um modelo puramente teórico de forma precisa e eficiente.

A identificação de sistema é uma das formas de se obter uma representação teórica baseada diretamente no comportamento de uma estrutura real. Esta identificação baseia-se na relação entre as respostas de um sistema a uma série de entradas. Esta metodologia pode ser aplicada em diversas áreas, desde problemas de engenharia até sistemas relacionados à biotecnologia (MINETTE, 2014).

O sistema de bombeio por cavidades progressivas (BCP) é um dos principais métodos de elevação artificial utilizados na produção de petróleo. É bastante eficiente na elevação de óleos pesados e em poços que produzem areia. Em relação aos métodos mais tradicionais, o BCP é considerado novo e com mercado em expansão (VIDAL, 2005). Por conta da sua importância na indústria do petróleo, é crescente o interesse no estudo das suas propriedades mecânicas, visando melhorias operacionais e de projeto.

Alguns dos problemas encontrados em poços equipados com BCP estão relacionados à vibração da bomba. Nestes casos, é interessante conhecer quais faixas de frequência estão associadas a um elevado grau de vibração, sendo a análise modal uma das mais importantes ferramentas utilizadas na identificação deste parâmetro (GUILLAUME, 2007). Além disso, a análise de vibrações também é utilizada no acompanhamento da integridade estrutural de estruturas e equipamentos industriais (GOYAL; PABLA, 2015).

A análise modal experimental se tornou uma das principais ferramentas na tarefa de determinar as propriedades dinâmicas de estruturas mecânicas como as frequências naturais, taxas de amortecimento e formas modais (FU; HE, 2001; GUILLAUME, 2007; SCHWARZ; RICHARDSON, 1999; MEIROVITCH, 2001). Estes parâmetros são muitas vezes agrupados e denominados apenas como *modos* da estrutura.

A análise modal parte de dois pressupostos básicos: a estrutura se comporta de forma linear e é invariante no tempo (BORGES, 2006). Dentre diversas aplicações, os parâmetros obtidos com a análise podem ser utilizados para ajustar modelos numéricos, indicar problemas de projeto e avaliar a integridade estrutural de um equipamento em operação. Além de indicar faixas indesejadas de operação, considerando vibrações de maior amplitude decorrentes da ressonância. Essas variáveis ainda podem ser utilizadas em outras análises da indústria que utilizam dados de vibração como parâmetro (MINETTE, 2014).

É possível classificar a análise modal, basicamente, em duas categorias, de acordo com a forma com que a estrutura em estudo é excitada: operacional (OMA - *Operational Modal Analysis*) ou experimental (EMA - *Experimental Modal Analysis*). Na primeira, os dados que serão analisados são provenientes da natureza ou da própria operação do equipamento. Normalmente é utilizada quando o sistema em estudo é de grandes dimensões, como pontes e edifícios. A principal vantagem desta abordagem é que ela reflete diretamente as condições reais de operação da estrutura, além de, muitas vezes, ser a única forma viável de realização do ensaio (GROSEL; SAWICKI; PAKOS, 2014). A análise modal experimental é realizada de forma controlada, geralmente em laboratório, utilizando fontes externas para a excitação do sistema. Por ser realizada em condições controladas, onde é possível medir a intensidade da excitação e minimizar fontes de ruído. Essa segunda abordagem permite uma análise mais simples.

Ao longo dos anos, diversas técnicas foram desenvolvidas para a estimação dos parâmetros modais através da análise de dados obtidos de forma experimental ou operacional. Dentre estas, pode-se destacar a Decomposição no Domínio da Frequência (FDD - *Frequency Domain Decomposition*) como uma técnica relativamente nova e capaz de tratar dados obtidos de ambos os casos. Além disso, pelo fato do usuário utilizar diretamente funções de densidade espectral, a técnica permite que os dados sejam interpretados de forma simples e rápida (BRINCKER; ZHANG; ANDERSEN, 2000).

A FDD consiste, basicamente, na transformação da matriz densidade espectral de potência através da sua decomposição em valores singulares (SVD - *Singular Value Decomposition*). Com a decomposição, nas linhas de frequências correspondentes aos picos de amplitude, é possível estimar as frequências naturais e as formas modais do sistema. A decomposição no domínio da frequência gera um conjunto de sistemas independentes de apenas um grau de liberdade. Desta forma, diferentemente do que ocorre com algumas técnicas, é possível detectar as frequências naturais em estruturas que possuem modos próximos (BRINCKER; ZHANG; ANDERSEN, 2000). Uma evolução da FDD, denominada EFDD (*Enhanced FDD*), permite também a estimação das taxas de amortecimento, através de funções de autocorrelação obtidas a partir da SVD. Esta técnica, tratada neste trabalho, foi desenvolvida por Brincker, Ventura e Andersen (2001), assim como a FDD. Detalhes das etapas envolvidas na aplicação da técnica podem ser vistos no capítulo 5.

1.1 ESCOPO E ESTRUTURA DO TRABALHO

1.1.1 Objetivos

Este trabalho tem por finalidade realizar a análise modal para a estimação das frequências naturais de um sistema de bombeio por cavidades progressivas, além de desenvolver uma metodologia para a realização dos experimentos envolvidos na análise. Para a extração dos parâmetros, a partir dos dados obtidos experimentalmente, foi implementada uma rotina em *Matlab* utilizando a técnica da EFDD. O BCP utilizado está instalado no Laboratório de Elevação Artificial (LEA) da Universidade Federal da Bahia de forma similar à encontrada em um poço real.

A estrutura que simula o poço, de aproximadamente 32 metros de altura, onde será instalado o BCP pode ser vista na figura 1.1. Neste mesmo local já estão presentes uma bomba centrífuga submersa e uma bomba de fundo, de uma unidade de bombeio mecânico. No estudo foi utilizada uma bomba da *Netzsch*, modelo NTZ350*180ST25.

Figura 1.1 Três sistemas instalados



1.1.2 Organização do texto

Para uma melhor compreensão e buscando uma abordagem didática dos conceitos utilizados no desenvolvimento da análise modal experimental, os capítulos seguintes deste trabalho foram organizados da seguinte maneira:

O capítulo 2 faz uma introdução geral ao sistema de bombeio de cavidades progressivas, equipamento onde será aplicada a metodologia desenvolvida na conclusão deste trabalho. Aborda a sua importância na indústria do petróleo, seu princípio de funciona-

mento e os seus principais componentes.

No capítulo 3 são desenvolvidos os conceitos básicos relacionados às vibrações mecânicas, com uma breve introdução histórica, descrição dos principais componentes de um modelo mecânico e fundamentação teórica a respeito de sistemas vibratórios com um ou mais graus de liberdade.

O capítulo 4 aborda os principais conceitos relacionados à realização prática da análise modal experimental, suas aplicações, equipamentos necessários, boas práticas, além de uma breve introdução à análise modal operacional.

No capítulo 5 são discutidas algumas das técnicas mais comuns aplicadas à análise modal. É feita uma breve introdução teórica e são abordadas as principais vantagens e desvantagens associadas a cada uma destas técnicas. Além disso, são demonstradas algumas ferramentas utilizadas para auxiliar a análise dos dados.

O capítulo 6 são testados e comparados os resultados obtidos com técnicas distintas implementadas em *Matlab*. São utilizadas as técnicas *Peak picking*, *Least Square Complex Exponential*, *Frequency Domain Decomposition* e *Enhanced Frequency Domain Decomposition*.

No capítulo 7 são demonstrados e discutidos os resultados obtidos com os experimentos propostos.

No capítulo 8 são feitas as considerações finais, as conclusões obtidas e algumas sugestões para trabalhos futuros.

1.2 METODOLOGIA

A metodologia empregada no desenvolvimento deste trabalho segue à proposta por Minette (2014). Desta forma o estudo se divide em três etapas:

1. A partir de um modelo teórico, com todos os parâmetros previamente conhecidos, obtêm-se os sinais dinâmicos simulados. Os parâmetros modais são estimados, paralelamente, com códigos desenvolvidos para a aplicação do PP (*Peak picking*), LSCE (*Least Square Complex Exponential*), FDD e EFDD, descritos no capítulo 5. O objetivo desta etapa é realizar a validação do código e comparar os resultados obtidos a partir de técnicas distintas.
2. Na segunda etapa, ainda com um sinal simulado e de parâmetros conhecidos, é feita uma comparação dos resultados em função da variação de algumas características dos dados analisados, como diferentes relações sinal-ruído. De forma similar à etapa anterior, os resultados obtidos com o PP, LSCE, FDD e EFDD são comparados.
3. Após a realização dos testes com sinais simulados, são coletados dados de uma estrutura real e de geometria simples. Para isto foi utilizada uma barra de alumínio e um martelo como fonte de excitação. Como nas etapas anteriores, os parâmetros dinâmicos estimados com os distintos métodos e os resultados são comparados. Adicionalmente, ainda são avaliados os resultados obtidos por elementos finitos.
4. Por fim, realiza-se a análise modal experimental em um conjunto de bombeio por

cavidades progressivas e estruturas relacionadas a este sistema. Para a estimação das frequências naturais foi utilizada a técnica da EFDD.

1.3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A análise de sinais de vibrações, no estudo do comportamento dinâmico de estruturas, é uma área de crescente interesse na comunidade científica (FREITAS, 2008). Uma das aplicações mais usuais é na manutenção preditiva, onde, através do acompanhamento contínuo de sinais de vibração, equipamentos considerados críticos podem ter o seu comportamento avaliado durante a operação. Desta forma, pode-se analisar a integridade do equipamento e prever a ocorrência de falhas, realizando intervenções somente quando necessário.

Outra importante aplicação está na análise de sinais de vibração para a estimação de parâmetros dinâmicos, como frequências naturais, taxas de amortecimento e formas de vibrar, através da análise modal. Estes parâmetros são dependentes das propriedades físicas de cada sistema, como sua massa e rigidez, e das condições de contorno. Por isso, como muitas vezes não é possível modelar analiticamente estas condições de forma adequada, a análise modal é um modo viável de se obter os parâmetros modais. Além disso, caso alguma dessas propriedades seja alterada, o comportamento dinâmico do sistema também será alterado.

Um dos usos dos parâmetros modais é o ajuste de modelos computacionais. Apesar da modelagem através do método de elementos finitos (FEM - *Finite Elements Method*) ser capaz de analisar a maioria das estruturas lineares, a dificuldade em reproduzir com precisão as características dinâmicas de alguns sistemas, especialmente as condições de contorno, gera resultados que não representam adequadamente o comportamento da estrutura (MINETTE, 2014). Uma forma de contornar este problema é com o ajuste do modelo utilizando os parâmetros dinâmicos estimados com a análise modal. Uma vez ajustado, é possível utilizar a FEM para realizar a simulação como a aplicação de carregamentos e a verificação dos efeitos de modificações estruturais.

A análise modal é, basicamente, classificada em duas categorias. Ela é dita experimental (EMA - *Experimental Modal Analysis*) quando os sinais de vibração são gerados de maneira controlada. Por outro lado, quando o sinal da resposta refere-se a dados de operação do equipamento ou de fontes não controladas, como o vento ou força da maré, a análise é dita operacional (OMA - *Operational Modal Analysis*). Neste caso, geralmente, a força de excitação não é mensurada e conhece-se apenas a resposta da estrutura. Portanto, as análises realizadas são do tipo somente resposta (*output only*).

O custo e, muitas vezes, a inviabilidade técnica da realização da análise modal experimental, estimulou o interesse em se desenvolver formas de estimar os parâmetros dinâmicos a partir apenas da resposta das estruturas analisadas (FILHO, 2008). Estas técnicas, de forma geral, são mais recentes do que aquelas que utilizam a relação entrada e saída (*input-output*). Embora seja uma área de estudo com alto grau de maturidade, a análise modal está em constante evolução e há um número significativo de novas pesquisas (BORGES, 2006). No Brasil, trabalhos relacionados à análise modal baseada apenas na resposta ainda não são numerosos (FREITAS, 2008).

Há diversos textos que discorrem de forma detalhada sobre diferentes técnicas de análise de sinais de vibração, utilizando tanto da relação entrada e saída, quanto somente saída para estimação dos parâmetros modais. Estas técnicas geralmente estão classificadas de acordo com o domínio em que operam. Desta forma, elas são, classificadas em técnicas no domínio do tempo, no domínio da frequência e no domínio do tempo-frequência (EWINS, 1995, 2000; ALLEMANG, 1982; LEURIDAN; AUWERAER; MERGEAY, 1990; MAIA, 1988; ALLEMANG, 1999; HEYLEN; SAS, 2005; FU; HE, 2001).

A técnica denominada de *Enhanced Frequency Domain Decomposition* (EFDD), utilizada neste trabalho, é o resultado da evolução de um método chamado *Frequency Domain Decomposition* (FDD). Este, por sua vez, é uma evolução de uma das técnicas de análise modal mais tradicionais, conhecida como *Peak Picking* (PP). A EFDD opera no domínio da frequência e pode ser empregada na realização de análise do tipo *output only*. É uma das técnicas mais utilizadas na estimação de parâmetros dinâmicos de estruturas (OLIVEIRA, 2014).

O *Peak picking* é um dos métodos mais simples no domínio da frequência e é amplamente utilizado na análise modal experimental. É um método com baixo tempo de processamento, capaz de extrair parâmetros dinâmicos, como frequências naturais e taxas de amortecimento, a partir de dados apenas da resposta. A formulação do PP para a estimação dos parâmetros modais é atribuída a Felber (1994), apesar do princípio básico ter sido formulado anteriormente (BORGES, 2006). Detalhes da implementação desta técnica podem ser encontrados em diversos textos como os de Fu e He (2001), Ewins (1995) e Filho (2008).

Andersen (1997) avançou nos conceitos apresentados por Felber (1994) estabelecendo alguns fundamentos da FDD. Entretanto, o desenvolvimento final do método é atribuído a Brincker, Zhang e Andersen (2000) (BORGES, 2006). Um ano após a publicação deste trabalho, Brincker, Zhang e Andersen (2001) apresentaram uma evolução da FDD, a *Enhanced FDD*. Nesta nova versão, além das frequências naturais e formas modais obtidas com a FDD, também é possível extrair as taxas de amortecimento com boa acurácia, mesmo na presença de ruído.

A FDD é baseada na decomposição da matriz densidade espectral de potência (PSD - *Power Spectral Density*). Esta matriz é construída a partir dos autoespectros, na diagonal principal, e dos espectros cruzados nas demais posições, para cada raia de frequência. A decomposição é realizada utilizando a ferramenta denominada de decomposição em valores singulares (SVD - *Singular Value Decomposition*). Com a SVD, para cada frequência, é obtido um valor singular e um vetor singular correspondente. A partir dos picos da SVD é possível estimar as frequências naturais do sistema, enquanto que através dos vetores singulares é obtida uma estimação da forma de vibrar associada (BRINCKER; ZHANG; ANDERSEN, 2000).

Na EFDD, além dos passos presentes na FDD, são incluídas outras etapas, como a utilização do *Modal Assurance Criterion* (MAC) para avaliar os vetores singulares na vizinhança de uma frequência de pico. Com esta ferramenta pode-se determinar uma função densidade espectral de um sistema de apenas um grau de liberdade, denominada função de *Bell*. Estes dados retornam ao domínio do tempo aplicando-se a transformada inversa de Fourier. Desta forma, é obtida uma função de autocorrelação correspondente

àquele grau de liberdade (GDL). A taxa de amortecimento pode ser obtida através do decremento logarítmico desta função. Como outras técnicas no domínio da frequência, o PP, FDD e EFDD apresentam uma interface amigável, que oferece ao usuário uma forma intuitiva de análise inicial dos dados (BRINCKER; ZHANG; ANDERSEN, 2001)

Ná literatura há um grande número de estudos relacionados à estimação de parâmetros dinâmicos de estruturas de engenharia civil de grande porte. Nestes casos, devido à dimensão das estruturas, a análise modal experimental é, geralmente, inviável. Por isso, em grande parte dos trabalhos aplica-se a análise modal operacional.

No estudo realizado por Cunha e Caetano (2006) é feito um resumo de diversos aspectos da análise modal, como o sistema de aquisição de dados, equipamentos necessários para os experimentos, formas de excitação de grandes estruturas e técnicas de análise modal no domínio do tempo e no domínio da frequência. Também são demonstrados exemplos de casos, onde foram estimados os parâmetros dinâmicos de diversas pontes. São discutidas análises tanto do tipo *output only*, quanto *input-output*. O autor constata que, mesmo sem mensurar o sinal de entrada, as técnicas baseadas somente na resposta são capazes de obter com boa acurácia os parâmetros modais e são ideais para casos onde deseja-se analisar estruturas de grande porte ou em condições de operação.

Outro exemplo de aplicação de análise modal em estruturas civis pode ser encontrado no trabalho de Hamang (2015). Ele realiza a análise modal de uma ponte, a partir de dados operacionais, utilizando a EFDD. O algoritmo desenvolvido para aplicação da técnica foi validado com o uso de um sinal sintético, de parâmetros conhecidos. Em seguida, a EFDD foi utilizada para estimar os parâmetros dinâmicos da ponte. Neste estudo, a fonte de excitação utilizada foi a ação do vento, considerando três condições distintas de velocidade média, e do tráfego de veículos. Os parâmetros estimados apresentaram valores similares nas condições observadas. As frequências naturais se mantiveram muito próximas, enquanto que as taxas de amortecimento apresentaram tendência de serem pouco maiores em condições de maior velocidade média.

Filho (2008) propõe a aplicação de uma técnica híbrida para a realização da análise modal operacional. No trabalho são detalhadas e implementadas diversas técnicas, no domínio do tempo, da frequência e do tempo-frequência. Os algoritmos gerados para implementação dos métodos foram validados através de simulações numéricas. Posteriormente, é proposta uma técnica híbrida e recursiva, validada também com sinais sintéticos. Por fim, a técnica desenvolvida é utilizada para estimar os parâmetros modais de uma passarela de pedestres, utilizando como sinal de entrada a carga gerada pelo caminhar dos usuários. A técnica proposta pelo autor ainda infere as incertezas dos parâmetros estimados.

No trabalho realizado por Soares e Sotomayor (2015), é proposta a utilização da FDD para a avaliação da integridade estrutural de plataformas *offshore*. O sistema é modelado analiticamente e o sinal de entrada simula a ação das ondas na plataforma, sendo então uma análise operacional do tipo *output-only*. São descritas as etapas da implementação da técnica e da aplicação deste tipo de excitação. O modelo utilizado possui apenas dois graus de liberdade e não foram realizadas etapas experimentais. Apesar das simplificações, o estudo conclui que a FDD pode ser utilizada para o acompanhamento da integridade de equipamentos de grande porte durante a operação, através da avaliação

dos parâmetros modais.

Em um outro estudo, apresentado por Soares, Silva e Sotomayor (2015), são analisadas duas estruturas simuladas, excitadas a partir de sinais de um terremoto real. O primeiro modelo representa uma estrutura linear real de 4 GDL, enquanto que o segundo representa um prédio de 20 andares, com 414 GDL, considerado um modelo não linear. Para a estimação das frequências naturais e taxas de amortecimento é utilizada a FDD. Os parâmetros modais são comparados com resultados obtidos de forma analítica e de acordo com normas de projeto de engenharia civil. Os autores então concluem que a FDD é capaz de estimar com boa acurácia as frequências naturais e taxas de amortecimento, tanto de sistemas lineares quanto de sistemas não lineares, baseando-se apenas na resposta das estruturas.

Oliveira (2014) realiza a identificação das propriedades dinâmicas do piso de um ginásio. É feita a análise modal operacional, utilizando como excitação de entrada a atividade dos usuários do ginásio, como movimentos de dança e de saltos. São abordados os métodos no domínio da frequência do PP, FDD e EFDD. São citados também alguns métodos no domínio do tempo como o *Stochastic Subspace Identification* (SSI) e suas variantes. A aplicação das técnicas é realizada através do *software* ARTeMIS, que contempla os métodos descritos. Também foi realizada modelagem computacional da estrutura e pode-se constatar a discrepância entre os valores obtidos com o FEM e os experimentais.

No trabalho apresentado por Freitas (2008) também são aplicados os métodos SSI e FDD, utilizando apenas os dados da resposta da estrutura. São revisadas detalhadamente as técnicas utilizadas e são desenvolvidos algoritmos para a implementação de ambas. Primeiramente são utilizados sinais sintéticos, buscando simular a resposta de uma estrutura do tipo *frame*, engastada na base e de parâmetros conhecidos. Após a validação dos algoritmos, é realizada a análise sobre uma estrutura real, também do tipo *frame*, similar à simulada.

Estes resultados são comparados com os obtidos através do método de elementos finitos. Por fim, são analisados os sinais de resposta de um prédio real. O autor destaca que a FDD, em relação à SSI, é um método mais simples e que exige um menor esforço computacional. Além disso, reforça a dificuldade de simular toda a complexidade de uma estrutura real em um modelo numérico. O estudo demonstra que tanto a SSI quanto a FDD obtêm resultados satisfatórios analisando apenas a resposta da estrutura analisada.

Ferreira (2013) trata sobre o ajuste de modelos de elementos finitos e a sua utilização para a identificação de parâmetros modais. Destaca-se que os principais erros nesse tipo de modelagem geralmente estão relacionados ao comportamento do material, às condições de contorno e à definição da ordem do modelo. São discutidos diversos estudos de caso com estruturas de engenharia civil reais e demonstradas formas de excitar grandes estruturas. Também são abordados alguns algoritmos de atualização automática de modelos de elementos finitos. Os parâmetros modais utilizados no ajuste do modelo são estimados através do ARTeMIS, utilizando tanto a EFDD quanto o SSI.

No trabalho realizado por Borges (2006), é apresentada uma metodologia para a realização da análise modal experimental baseada apenas na resposta, utilizando a FDD. Na primeira etapa do estudo são avaliados dados simulados de um sistema com parâmetros conhecidos, com o objetivo de avaliar a técnica. Posteriormente, são utilizados dados

experimentais de uma estrutura metálica tubular, que busca simular um prédio de três andares em escala. Além desta, é também analisada a estrutura de um mini-carro utilizado em competições universitárias. Na primeira estrutura, além da FDD, é utilizado o método de Ibrahim, mensurando o sinal de entrada, e o método de elementos finitos. Para a estrutura do carro, foram utilizados o PP, Razão Polinomial, método de Ibrahim e a FDD. Os resultados obtidos com as diversas técnicas foram comparados e o autor demonstra que, mesmo sem mensurar o sinal de entrada, a FDD estima os parâmetros modais com boa acurácia.

Minette (2014) aplicou a análise modal experimental em um sistema de bombeio centrífugo submerso (BCS) instalado em um poço de testes. Foi utilizada a técnica, no domínio do tempo, denominada *Least Square Complex Exponentials* (LSCE). É detalhada a metodologia utilizada tanto na parte experimental, quanto na etapa de análise dos dados. O BCS estudado foi instalado em um poço de testes, similar a um poço real. Foram detalhados também os equipamentos utilizados, a forma de fixação e disposição dos acelerômetros e local de aplicação dos impactos. É realizada uma análise do tipo *output-only*, com a excitação feita através de um martelo de impacto.

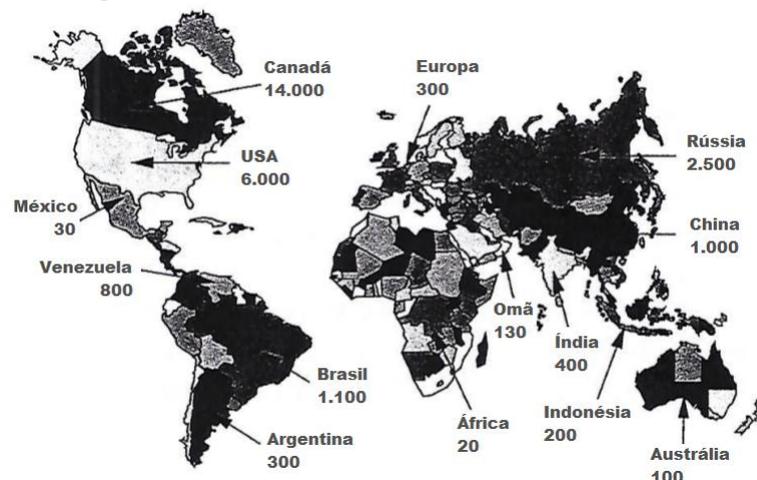
Não foram encontrados na literatura trabalhos relacionados especificamente à análise modal em sistemas de bombeio por cavidades progressivas (BCP). No estudo feito por Rodrigues e Silva (2004) é feita uma estimação dos parâmetros modais, com o objetivo de avaliar a integridade estrutural de hastes de um conjunto de BCP. A estimação foi realizada através do método de elementos finitos, mas este modelo não foi ajustado nem validado por dados experimentais. Além disso, a simulação da falha é feita somente através da redução do diâmetro de uma seção da haste e o conjunto de hastes é tratado como um único eixo cilíndrico contínuo. Apesar destas simplificações, o estudo conclui que é possível monitorar a integridade estrutural das hastes, mas não indica como realizar este acompanhamento em um poço real, com um sistema BCP instalado.

BOMBEIO POR CAVIDADES PROGRESSIVAS

No final da década de 1920, René Moineau desenvolveu um modelo de bomba conhecido como *progressive cavity* (cavidade progressiva). Eram bombas de uso geral e foram amplamente utilizadas pela indústria da época. Após a Segunda Guerra, com o desenvolvimento de novas tecnologias para a fabricação de elastômeros sintéticos, estas bombas começaram a ser utilizadas para o transportes de fluidos da indústria do petróleo. Apenas no final da década de 1970 o bombeio por cavidades progressivas (BCP) passou a ser utilizado como método de elevação artificial em poços de petróleo. No Brasil, o emprego deste tipo de bomba para a extração de petróleo iniciou-se em 1984 e, desde então, o seu uso tem crescido (THOMAS, 2001).

Apesar de ser um método relativamente novo (em comparação com as técnicas mais tradicionais), nas últimas décadas o BCP vem se destacando como um dos métodos mais comuns de elevação artificial (MATTHEWS; ZAHACY; SKOCZYLAS, 2002). A figura 2.1 demonstra uma estimativa do uso do BCP ao redor do mundo.

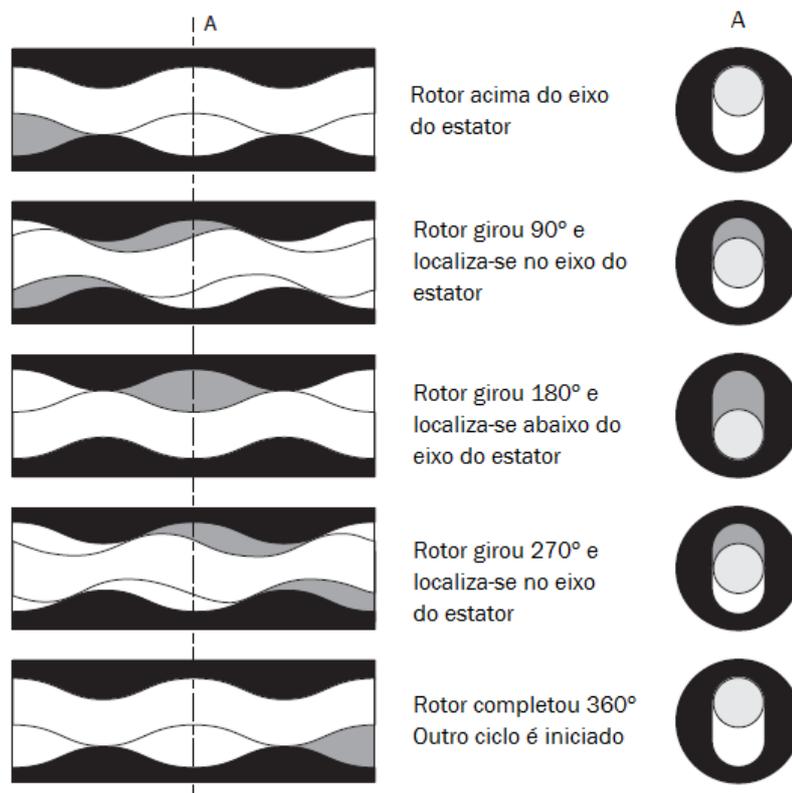
Figura 2.1 Estimativa do uso de BCPs no mundo



Fonte: Adaptado de Matthews, Zahacy e Skoczylas (2002)

Segundo Thomas (2001), o BCP "é um método de elevação artificial em que a transferência de energia ao fluido é feita através de uma bomba de cavidades progressivas. É uma bomba de deslocamento positivo que trabalha imersa em poço de petróleo". Esta é constituída de um conjunto de rotor e estator em formato de hélice macho simples e hélice fêmea dupla, respectivamente. A rotação do rotor no interior do estator causa um movimento axial das cavidades, de forma progressiva e em sentido ascendente (THOMAS, 2001), como pode ser visto na figura 2.2. Com o deslocamento relativo entre estes dois elementos, o fluido é forçado no sentido da descarga até ser produzido na superfície.

Figura 2.2 Movimentação do rotor no estator



Fonte: Adaptado de Wittrisch e Cholet (2012)

A bomba pode ser acionada tanto da superfície, transmitindo torque através de uma coluna de hastes, quanto de um motor elétrico ou hidráulico submerso, instalado na admissão da bomba. É um método de elevação simples, além de bastante eficiente na produção de fluidos muito viscosos.

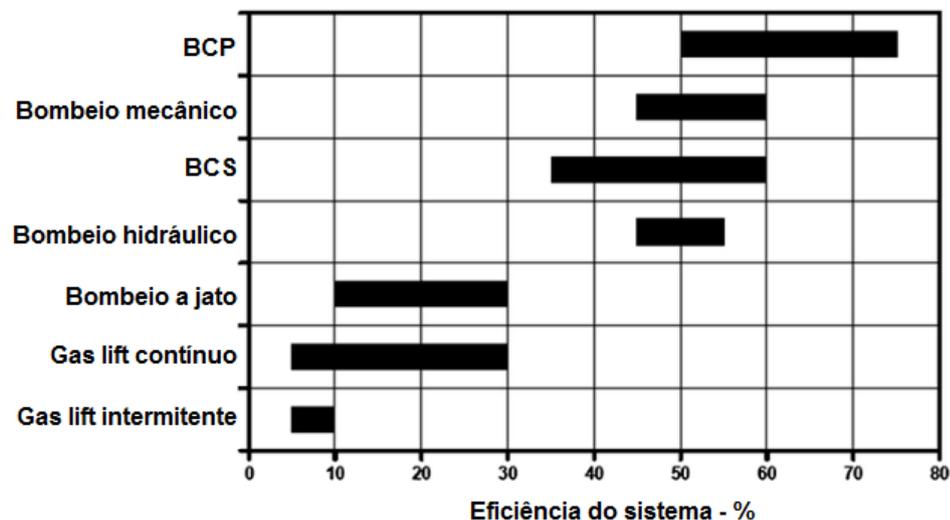
Uma das principais vantagens do BCP em relação aos métodos de elevação artificial mais comuns é sua boa eficiência. De forma geral, apresenta maior eficiência em relação a estes métodos, com média entre 55 e 75%, como pode ser visto na figura 2.3. Outras vantagens são (MATTHEWS; ZAHACY; SKOCZYLAS, 2002):

- Capacidade de produzir fluidos com alta viscosidade;

- Tolerância à produção com alta concentração de areia;
- Boa resistência a abrasão;
- Baixo custo de investimento;
- Baixo consumo energético;
- Simples instalação e operação;
- Baixa necessidade de manutenção;
- Baixa geração de ruído;
- Pequena estrutura na superfície.

As principais desvantagens do BCP com estatores de elastômero estão relacionadas às suas limitadas capacidades de bombeio e de elevação, além de problemas relativos à incompatibilidade química entre o elastômetro utilizado no estator e certos tipos de fluido. Outras desvantagens são a sua limitação em relação à temperatura (limite superior em torno de 180° C), tendência de ocorrer danos permanentes no estator caso opere a seco, mesmo que por períodos curtos, e excesso de vibração quando operando em alta velocidade (MATTHEWS; ZAHACY; SKOCZYLAS, 2002).

Figura 2.3 Eficiência dos principais métodos de elevação artificial

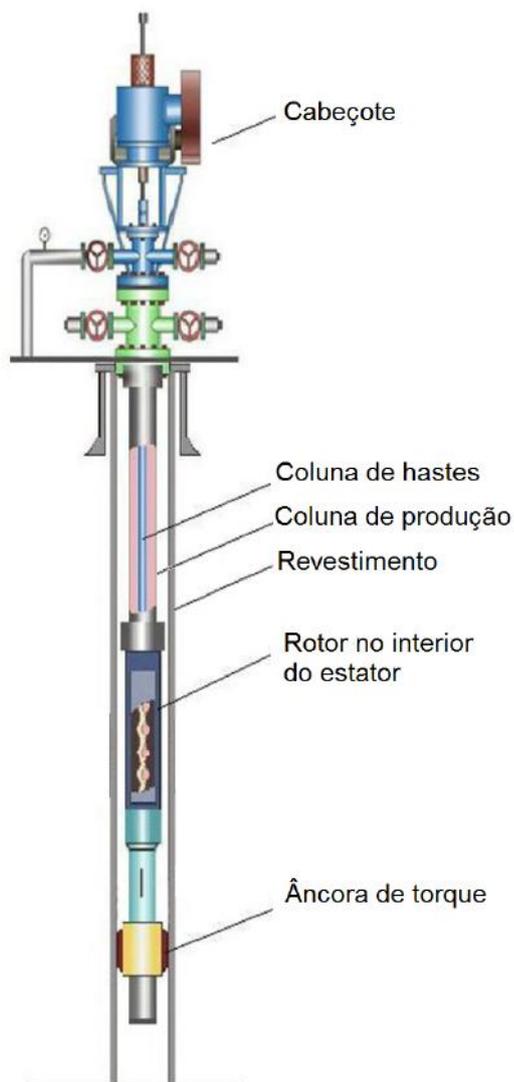


Fonte: Adaptado de Takacs (2015)

2.1 COMPONENTES

Alguns dos principais componentes de um sistema BCP básico estão destacados na figura 2.4 e seguem listados abaixo. Além destes, podem ser encontrados em poços que utilizam o BCP diversos outros equipamentos como separadores de gás, centralizadores, tubo de extensão e sistemas de controle na superfície.

- Rotor: Peça usinada em aço no formato de uma espiral macho simples, geralmente revestida com Cromo para aumentar sua resistência à abrasão;
- Estator: Estrutura no formato de espiral fêmea dupla, composta de material macio, geralmente elastômero. É fixado no interior de um tubo metálico;
- Coluna de hastes: Conjunto de hastes responsável por transmitir torque do motor (geralmente situado na superfície) até o rotor;
- Haste polida: Última seção da coluna de hastes, utilizada para possibilitar a vedação da coluna de hastes na cabeça do poço;
- Âncora de torque: Equipamento utilizado para evitar que a coluna de produção desenrosque;
- Cabeçote: É o equipamento responsável por transferir o torque do motor para a coluna de hastes e vedar a haste polida. Além disso, é o equipamento responsável pela sustentação do conjunto de hastes. Geralmente são acionados por um motor elétrico e possuem uma redução por corrente ou polia (THOMAS, 2001).

Figura 2.4 Principais componentes do BCP

Fonte: Adaptado de Wang e Yang (2011)

2.2 VIBRAÇÃO EM SISTEMAS BCP

Por ser um equipamento rotativo com rotor excêntrico, o conjunto BCP está sujeito a vibrações de grande intensidade. O excesso de vibrações pode causar diversos tipos de falha no equipamento, principalmente relacionadas à fadiga e desgaste mecânico, reduzindo a sua vida útil (WITTRISCH; CHOLET, 2012). Além disso, as vibrações podem provocar o desenroscamento de alguns dos seus componentes, gerando interrupção da produção para remontagem do conjunto.

Considerando a sua importância na indústria e os problemas relativos ao excesso de vibração, a análise modal é uma importante ferramenta para o estudo do comportamento dinâmico do conjunto. Com a estimação dos parâmetros modais pode-se ajustar modelos computacionais, permitindo a realização de simulações e ajustes de projeto. A operação

também pode se beneficiar com os resultados da análise modal, evitando operar em condições de ressonância da estrutura do conjunto. Esta informação pode ajudar, de acordo com a experiência do corpo técnico, na definição da utilização de equipamentos como a âncora de torque e centralizadores.

Por diversas dificuldades, como a de se instrumentar um poço real com acelerômetros, há poucos estudos experimentais com bombas instaladas em condição de operação. Um estudo similar, mas realizado em um sistema de bombeio centrífugo submerso e com outra técnica de análise, pode ser encontrado em Minette (2014).

VIBRAÇÕES MECÂNICAS

Dinâmica é o ramo da física que estuda o movimento dos corpos em resposta à aplicação de forças. Dentro deste ramo, *vibrações* (ou oscilações) é a área que se dedica ao estudo de sistemas que estão submetidos a forças restauradoras que tendem a trazer os corpos de volta a uma posição de equilíbrio (MEIROVITCH, 2001). Segundo Rao (2008), "a teoria de vibração trata do estudo de movimentos oscilatórios de corpos e as forças associadas a eles". Como os efeitos relativísticos são geralmente desprezíveis, os movimentos dos corpos podem ser descritos através das leis de Newton (MEIROVITCH, 2001).

3.1 HISTÓRICO

As vibrações mecânicas já despertavam o interesse das pessoas desde os primórdios das civilizações mais antigas, quando foram desenvolvidos os primeiros instrumentos musicais. A música já era uma arte bastante desenvolvida em algumas sociedades desde 4.000 a.C. (MILLER, 1935 apud RAO, 2008). Ainda nos anos 500 a.C., os sons começaram a ser investigados com uma conotação científica por Pitágoras, estabelecendo o conceito de tonalidade. Entretanto, apenas no século XVI d.C., Galileu foi capaz de determinar a relação entre tonalidade e frequência. Ele também foi responsável por realizar os primeiros estudos sobre pêndulos simples, descrevendo a relação entre o comprimento do fio e sua frequência de oscilação (RAO, 2008).

No século XVII, Joseph Sauveur (na França) e John Wallis (na Inglaterra), independentemente, começaram a descrever as formas modais observadas em uma corda esticada. Além disso, constataram que as vibrações de frequência mais altas eram múltiplas inteiras da frequência de vibração mais simples (quando não há nenhum nó). Sauveur denominou as primeiras de harmônicas e a última de fundamental. Ele também observou que era possível que uma corda vibrasse com diversas harmônicas presentes simultaneamente (RAO, 2008).

No século XVII, através das equações dinâmicas de Daniel, foi provado que, na presença de diversas harmônicas, o deslocamento de um ponto qualquer é igual à soma dos

deslocamentos desse ponto em cada uma das harmônicas individualmente. Isto é descrito como o *princípio da superposição* e foi uma das mais importantes contribuições no desenvolvimento da teoria das vibrações mecânicas (RAO, 2008).

Mesmo com todo o conhecimento adquirido até então, só foi possível modelar sistemas de forma mais refinada, considerando um grande número de *graus de liberdade* (GDL), a partir dos anos 50 com a utilização de computadores de alta velocidade. A computação também permitiu o desenvolvimento da análise por elementos finitos, resultando em modelos detalhados, com milhares de GDL (RAO, 2008).

3.2 IMPORTÂNCIA

Os primeiros estudos na área de vibrações eram focados no entendimento e descrição dos fenômenos observados em sistemas físicos. Nas engenharias, há um crescente interesse na aplicação deste conhecimento em diversas áreas como no projeto máquinas, de estruturas e em sistemas de controle. Entre os problemas relacionados às vibrações excessivas, podem ser citados a redução da vida útil do equipamento, desconforto para o usuário devido à trepidação, interferência na operação de equipamentos próximos e altos níveis de ruído.

Além disso, caso a estrutura seja excitada em determinadas frequências, poderá ocorrer o fenômeno da ressonância. Ele é responsável por gerar vibrações com amplitudes excessivas, podendo resultar em colapso da estrutura. Levando em consideração estes aspectos, o teste de vibrações se tornou uma rotina no desenvolvimento de novos projetos de engenharia (RAO, 2008).

3.3 CONCEITOS FUNDAMENTAIS

Sistemas vibratórios são governados por suas equações de movimento, obtidas através da aplicação de leis da física, relacionando a sua resposta a uma excitação de entrada ou condições iniciais não nulas. A modelagem consiste na obtenção de um modelo simplificado que seja capaz de simular o comportamento do sistema real a ser estudado (MEIROVITCH, 2001). Um modelo mecânico é composto, basicamente, por quatro componentes:

1. Armazenador de energia potencial: Mola com coeficiente de elasticidade k ;
2. Armazenador de energia cinética: Massa m ;
3. Dissipador de energia: Amortecedor com coeficiente de amortecimento c ;
4. Fonte de energia: Força externa F .

A vibração ocorre em consequência da troca alternada entre a energia potencial e cinética e o balanço entre a energia dissipada e a fornecida. Outro conceito importante é o de graus de liberdade, que é o número mínimo de coordenadas independentes suficientes para determinar todas as posições possíveis dos componentes de um sistema num dado instante de tempo (FU; HE, 2001).

É importante ressaltar que a maioria dos sistemas possui elementos deformáveis, apresentando assim infinitos GDL. Estes são denominados como *sistemas contínuos* (ou distribuídos), enquanto que aqueles que possuem número limitado de GDL são ditos *discretos* (ou concentrados). Em função da maior simplicidade, na maioria das vezes os sistemas contínuos são aproximados para discretos (RAO, 2008).

3.3.1 Classificações

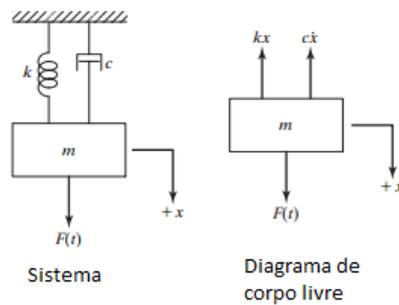
- **Quanto à presença de excitação externa:** A vibração pode ser classificada como *livre* quando não há a presença de uma fonte externa de excitação, caso contrário a vibração é dita *forçada*. Neste caso, se a frequência da força externa coincidir com uma frequência natural da estrutura, ocorrerá o fenômeno da ressonância, gerando oscilações com amplitudes indesejáveis.
- **Quanto à presença de elemento dissipador:** Caso haja alguma fonte de dissipação de energia, a vibração é denominada *amortecida*, caso contrário ela será *não-amortecida*.
- **Quanto à linearidade do sistema:** Se todos os componentes elencados no item 3.3 se comportarem de maneira *linear*, então a vibração é dita linear, caso contrário ela será *não linear*. No primeiro caso as equações diferenciais que modelam o sistema serão lineares e o princípio da superposição será válido.
- **Quanto à previsibilidade da excitação externa:** Quando a magnitude da força aplicada externamente pode ser prevista em qualquer instante de tempo, esta força é determinística e a vibração causada por ela é dita *determinística*. Caso a força atue de forma não previsível, a vibração resultante é denominada *aleatória*. Neste caso, é necessário coletar um grande número de amostras para buscar algum modelo estatístico capaz caracterizar aquela vibração.

3.4 SISTEMAS COM UM GRAU DE LIBERDADE

De forma geral, um sistema massa-mola amortecido viscosamente (figura 3.1) pode ser descrito, a partir da segunda lei de Newton, pela equação 3.1.

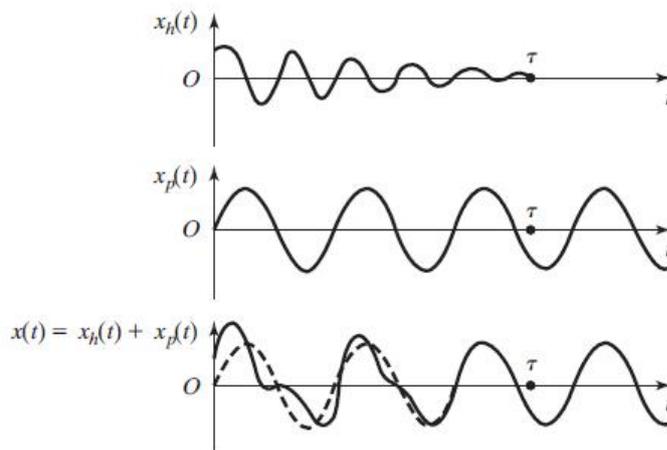
$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F(t) \quad (3.1)$$

onde $F(t)$ é a força externa aplicada ao sistema, c é o coeficiente (ou constante) de amortecimento viscoso, k é o coeficiente de elasticidade e x, \dot{x} e \ddot{x} são o deslocamento, velocidade e aceleração da massa m , respectivamente. Seguindo a classificação descrita no tópico 3.3.1, para sistemas não amortecidos têm-se $c = 0$ e para vibrações livres $F(t) = 0$.

Figura 3.1 Sistema Massa-Mola-Amortecedor 1 GDL

Fonte: Adaptado de Rao (2008)

Para um sistema amortecido viscosamente e sujeito a uma força externa $F(t)$, a solução da equação 3.1, é dada pela soma da *solução homogênea* $x_h(t)$ (vibração livre, $F(t) = 0$) e a *particular* $x_p(t)$. Como no caso amortecido e livre de excitações externas o sistema eventualmente entrará em equilíbrio estático, ao longo do tempo a contribuição da parcela homogênea se torna nula e a solução completa do sistema se torna apenas $x_p(t)$. Para um sistema excitado harmonicamente, as soluções homogênea, particular e geral podem ser observadas na figura 3.2. A primeira parcela do movimento é dita *transitória*, enquanto a segunda é *permanente*. O tempo necessário para que a fração transitória seja extinta é função dos parâmetros do sistema k , c e m (RAO, 2008).

Figura 3.2 Solução geral de um sistema 1 GDL

Fonte: Rao (2008)

Apesar de que poucos sistemas reais possam ser modelados com apenas um grau de liberdade, pelo princípio da superposição, modelos lineares com n GDL podem ser representados como uma combinação linear de n sistemas de um GDL. Além disso, diversos métodos de estimação de parâmetros são baseados em conceitos de sistemas com um grau de liberdade.

3.4.1 Resposta de um sistema amortecido a um deslocamento inicial

Neste caso $F(t) = 0$ e a equação do movimento torna-se simplesmente:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0 \quad (3.2)$$

Pode-se assumir uma solução na forma:

$$x(t) = Ce^{\lambda t} \quad (3.3)$$

onde C e λ são duas constantes a serem determinadas. Aplicando a equação 3.3 na equação do movimento, é determinada a *equação característica* e suas raízes:

$$m\lambda^2 + c\lambda + k = 0 \quad (3.4)$$

$$\lambda_{1,2} = -\frac{c}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}} \quad (3.5)$$

A solução da equação 3.2 é dada por:

$$x(t) = C_1 e^{s_1 t} + C_2 e^{s_2 t} \quad (3.6)$$

onde C_1 e C_2 são constantes a serem definidas a partir das condições iniciais do sistema.

O valor do amortecimento para o qual o radical da equação 3.5 zera é conhecido como *amortecimento crítico* (c_c) e a razão entre a constante de amortecimento c e o amortecimento crítico c_c é denominado *taxa de amortecimento viscoso* (ξ) (ROSA, 1996):

$$\left(\frac{c_c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m} = 0 \rightarrow c_c = 2m\sqrt{\frac{k}{m}} = 2m\omega_n \quad (3.7)$$

$$\xi = \frac{c}{c_c} \quad (3.8)$$

Desta forma a resposta do sistema varia de acordo com a magnitude da taxa de amortecimento, como pode ser visto na figura 3.3. Assim, há quatro cenários possíveis:

1. **Caso 1:** $\xi = 0$ Sistema não amortecido.
2. **Caso 2:** $\xi < 1$ Sistema subamortecido. Neste caso, a amplitude do movimento diminui exponencialmente, numa quantidade ω_d conhecida como *frequência circular amortecida* ($\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2}$). O valor de ω_n é conhecido como *frequência circular natural* do sistema e é dada por: $\omega_n = \sqrt{k/m}$
3. **Caso 3:** $\xi = 1$ Sistema criticamente amortecido.
4. **Caso 4:** $\xi > 1$ Sistema superamortecido.

A maioria das estruturas reais se encontra no segundo caso, com taxa de amortecimento inferior a 10%, ou seja, são sistemas subamortecidos (ROSA, 1996). Neste caso as raízes da equação característica são complexas conjugadas. Estas raízes e a resposta do sistema são dadas, respectivamente, pelas equações 3.9 e 3.10.

$$\lambda_{1,2} = \omega_n(-\xi \pm j\sqrt{1-\xi^2}) \quad (3.9)$$

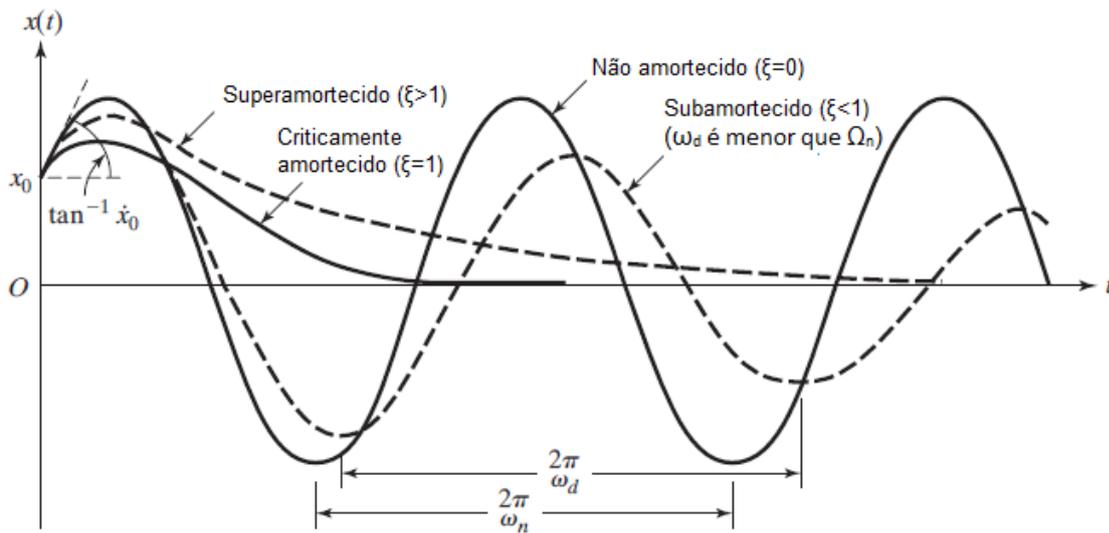
$$x(t) = X_0 e^{-\xi\omega_n t} \cos(\sqrt{1-\xi^2} \omega_n t - \phi_0) \quad (3.10)$$

onde X_0 e ϕ_0 representam a amplitude e fase iniciais, ω_n é a frequência natural e ξ é a taxa de amortecimento. A resposta oscila dentro do envelope $x(t) = X_0 e^{-\xi\omega_n t}$ e se reduz ao longo do tempo t . As raízes da equação característica podem ser descritas pela equação 3.11:

$$\lambda_{1,2} = \alpha \pm j\omega_d \quad (3.11)$$

onde α é denominado *fator de amortecimento* e é dado por $\alpha = -\omega_n \xi$ (ROSA, 1996).

Figura 3.3 Comparação entre as respostas para diferentes amortecimentos



Fonte: Adaptado de Rao (2008)

3.4.2 Resposta de um sistema amortecido a uma excitação harmônica

Uma classe de forças bastante importante no estudo de vibrações é a das excitações harmônicas. Elas fazem parte do grupo de excitações periódicas, com frequência angular ω , sendo compostas por forças proporcionais a $\sin(\omega t)$, $\cos(\omega t)$ ou uma combinação delas (MEIROVITCH, 2001). Equipamentos rotativos com algum tipo de desbalanceamento são fontes comuns deste tipo de excitação.

Considerando que $F(t) = F_0 \cos(\omega t)$, parte real de $F(t) = F_0 e^{j\omega t}$, a equação do movimento e sua solução particular $x_p(t)$ tornam-se, respectivamente:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F_0 \cos(\omega t) \quad (3.12)$$

$$x_p(t) = X \cos(\omega t - \phi) \quad (3.13)$$

onde X e ϕ são a *amplitude* máxima e o *ângulo de fase* da resposta e ω é a frequência de $F(t)$. Realizando algumas substituições, pode-se chegar a (RAO, 2008):

$$\frac{X}{\delta_{st}} = \frac{1}{\left\{ \left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n} \right)^2 \right]^2 + \left[2\xi \frac{\omega}{\omega_n} \right]^2 \right\}^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\xi r)^2}} \quad (3.14)$$

$$\phi = \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{2\xi r}{1-r^2} \right) \quad (3.15)$$

Onde δ_{st} é a *deflexão devido à força estática* ($\delta_{st} = F_0/k$), r é a *razão de frequências* ($r = \omega/\omega_n$) e X/δ_{st} é a razão entre a amplitude dinâmica e a estática, conhecida como *fator de amplificação*.

É possível observar, a partir da equação 3.14, que para o caso não amortecido ($c = \xi = 0$) a amplitude tenderá ao infinito se $\omega = \omega_n$. Neste caso, o sistema estará em ressonância e o deslocamento ultrapassará os limites aceitáveis.

3.4.2.1 Fator de qualidade Para sistemas que apresentam pequena taxa de amortecimento ($\xi < 0,05$), o *fator de qualidade* (ou fator Q), denominado assim por analogia a outros sistemas da engenharia elétrica, é definido como (RAO, 2008):

$$\left(\frac{X}{\delta_{st}} \right)_{mx} \approx \left(\frac{X}{\delta_{st}} \right)_{\omega=\omega_n} = \frac{1}{2\xi} = Q \quad (3.16)$$

Os pontos R_1 e R_2 mostrados na figura 3.4, onde o fator de amplificação cai para $Q/\sqrt{2}$ são conhecidos como *pontos de meia-potência*. Esta nomenclatura se dá pois a potência absorvida ΔW pelo amortecedor respondendo harmonicamente a uma dada frequência é proporcional ao quadrado da amplitude. A distância entre estes pontos é chamada de *largura de banda* $\Delta\omega$ (RAO, 2008).

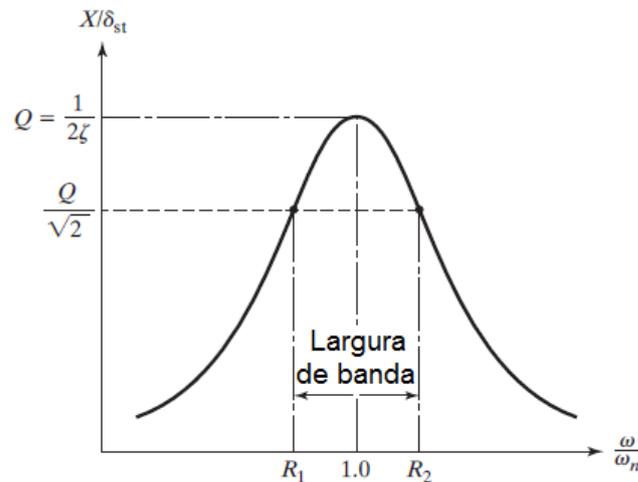
$$\Delta W = \pi c \omega X^2 \quad (3.17)$$

$$\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 \approx 2\xi\omega_n \quad (3.18)$$

Combinando as equações 3.16 e 3.18, obtém-se:

$$Q = \frac{1}{2\xi} \approx \frac{\omega_n}{\omega_2 - \omega_1} \quad (3.19)$$

A partir da equação 3.19 é possível perceber que o fator Q pode ser utilizado para estimar o valor da constante de amortecimento viscoso (c) de um sistema mecânico utilizando dados obtidos através da análise modal experimental (detalhada no capítulo 4).

Figura 3.4 Curva de resposta harmônica

Fonte: Rao (2008)

3.4.3 Decremento logarítmico

Considerando que o decremento logarítmico δ é dado o pela logaritmo da razão entre duas amplitudes sucessivas (x_1 e x_2) nos tempos t_1 e t_2 , ele representa a taxa de redução da amplitude de um sistema vibratório livremente amortecido.

$$\delta = \ln \frac{x_1}{x_2} \quad (3.20)$$

E aplicando a equação 3.10 de um sistema subamortecido para x_1 e x_2 com período da vibração amortecida τ_d ($\tau_d = 2\pi/\omega_d$) chega-se à seguinte relação:

$$\delta = \frac{2\pi c}{2m\omega_d} \quad (3.21)$$

Para pequenos amortecimentos ($\xi \ll 1$) a expressão do decremento logarítmico pode ser aproximada para (RAO, 2008):

$$\delta = 2\pi\xi \quad (3.22)$$

Para um sistema com amortecimento desconhecido, o decremento logarítmico pode ser determinado experimentalmente através da medição de duas amplitudes consecutivas quaisquer. Por isso ele é utilizado em algumas técnicas de extração de parâmetros modais para obtenção da taxa de amortecimento.

3.5 SISTEMAS COM MÚLTIPLOS GRAUS DE LIBERDADE

Uma das características que distinguem os sistemas com múltiplos graus de liberdades (GDLs) dos de apenas um grau é que os primeiros, além de possuírem frequências naturais, apresentam configurações de deslocamentos característicos (formas de vibrar). Essas

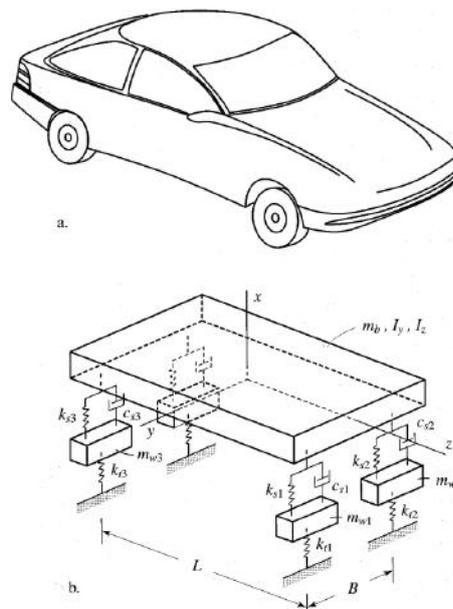
formas são conhecidas como os *modos naturais de vibração* (ou *formas modais*) daquele sistema e existem em quantidade igual aos graus de liberdade (MEIROVITCH, 2001).

O número de graus de liberdade de um sistema pode ser determinado através do produto entre o número de massas e a quantidade de tipos de movimento que cada uma dessas massas pode ter (RAO, 2008). Para cada grau de liberdade (GDL) há uma equação de movimento associada, resultando em um sistema de equações diferenciais. Geralmente estas equações são do tipo diferenciais acopladas, ou seja, em cada uma delas estará presente mais de um GDL. Neste caso as coordenadas utilizadas são ditas *generalizadas*. Sistema mecânicos reais são contínuos e por isso possuem um número infinito de graus de liberdade. Levando em consideração o ganho significativo em simplicidade e consequente redução de tempo de análise, sistemas contínuos geralmente são aproximados por modelos com um número finito de GDL (RAO, 2008).

Para qualquer sistema, sempre é possível determinar um novo grupo específico de coordenadas, resultando em equações desacopladas. Neste caso as coordenadas são denominadas como *principais*. É possível representar um sistema de n GDL desacoplado através de n subsistemas independentes uns dos outros.

Um modelo simplificado de um automóvel pode ser visto na figura 3.5. Nele a carroceria foi aproximada para um corpo rígido único, apoiado sobre o sistema de suspensão de massa desprezível e por quatro pneus. A suspensão é composta por uma mola e um amortecedor, enquanto que os pneus e eixos foram aproximados para um sistema massa-mola (considerando desprezível o seu amortecimento) (MEIROVITCH, 2001). Uma vez obtido o modelo simplificado é possível identificar seus movimentos e, conseqüentemente, seus graus de liberdade.

Figura 3.5 Modelo simplificado de um automóvel



Fonte: Meirovitch (2001)

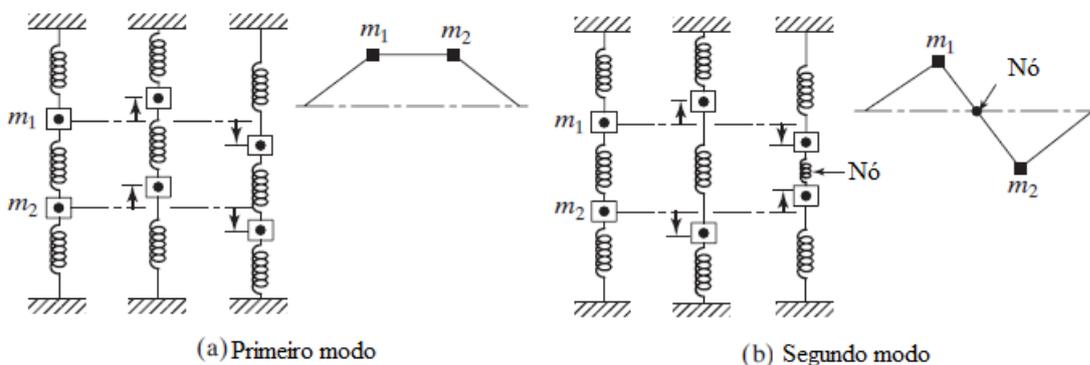
A aplicação de uma força arbitrária resultará numa vibração composta por uma combinação linear dos modos. Comumente considera-se que na vizinhança de uma frequência natural o modo resultante é influenciado tão fortemente pelo modo daquela frequência que a contribuição dos demais pode ser desprezada. Caso a frequência da excitação aplicada seja igual a uma das frequências naturais da estrutura, o sistema irá ressoar, resultando em amplitudes máximas.

De forma semelhante à dos sistemas com apenas um GDL, sistemas com n graus podem ser modelados a partir da segunda Lei de Newton. Estas equações geralmente são apresentadas utilizando a forma matricial, como na equação 3.23. Onde as matrizes $[m]$, $[c]$ e $[k]$ são simétricas e de dimensão $n \times n$. Elas são conhecidas como matrizes de *massa*, *amortecimento* e *rigidez* e os vetores $\ddot{\vec{x}}$, $\dot{\vec{x}}$, \vec{x} e \vec{F} de tamanho n representam a aceleração, velocidade, deslocamento e força, respectivamente.

$$[m]\ddot{\vec{x}} + [c]\dot{\vec{x}} + [k]\vec{x} = \vec{F} \quad (3.23)$$

A partir da equação 3.23, é possível determinar as n amplitudes X_n associadas às n frequências naturais. Dessa maneira pode-se estimar as formas modais de um dado sistema quando excitado em uma das suas frequências naturais. A figura 3.6 mostra um sistema não amortecido com dois GDL e as suas respectivas formas de vibrar.

Figura 3.6 Modos de um sistema com dois graus de liberdade



Fonte: Adaptado de Rao (2008)

3.6 RESPOSTA DO SISTEMA AO IMPULSO

Segundo Haykin e Veen (2001), "um sistema é formalmente definido como uma entidade que manipula um ou mais sinais para realizar uma função, produzindo, assim, novos sinais".

Um sistema é classificado como *linear* se o princípio da superposição é respeitado e ainda pode ser classificado como *estacionário* (ou *invariante no tempo*) se a relação entre entrada e sua saída não são função do tempo. Um sistema linear e estacionário é denominado LTI (*Linear Time Invariant*), o qual é uma das configurações mais importantes na Engenharia (FILHO, 2008; MITRA; KUO, 2006). Um sistema massa-mola-amortecedor de um grau de liberdade pode ser aproximado para um sistema LTI.

A modelagem de um sistema consiste na sua descrição matemática, lógica ou gráfica (ROBERTS, 2009). O modelo deve representar as principais características daquele sistema, entretanto deve-se evitar excesso de complexidade, que poderia dificultar, ou até mesmo inviabilizar, o seu uso.

3.6.1 Função de resposta ao impulso

A resposta de um sistema ao impulso unitário é denominada *função resposta ao impulso* (IRF - *Impulse Response Function*) utilizando-se, comumente, a notação $h(t)$. Assim, é possível generalizar a resposta $y(t)$ em função de uma entrada $x(t)$ de um sistema linear discreto como:

$$y(t) = \int_0^t f(t - \tau).h(\tau)d\tau = f(t) * h(t) \quad (3.24)$$

Desta forma, a resposta do sistema pode ser completamente descrita através da IRF. A equação 3.24 é conhecida como *integral de convolução*, onde τ é um pequeno incremento de tempo em $f(t)$. O operador $*$ representa simbolicamente a integral de convolução entre duas funções. O impulso unitário pode ser utilizado para representar a aplicação de uma força com grande amplitude durante um período muito curto de tempo, como o impacto de um martelo. Para estruturas com amortecimento viscoso a IRF é da forma (FILHO, 2008; MEIROVITCH, 2001):

$$h(t) = \frac{e^{-\xi\omega_n t} \text{sen}(\sqrt{1 - \xi^2}\omega_n t)}{m\omega_n \sqrt{1 - \xi^2}} \quad (3.25)$$

3.6.2 Função de transferência de um sistema de 1 GDL

A transformada de Laplace é bastante utilizada na análise de sistemas dinâmicos pois simplifica o resolução de problemas que envolvem equações diferenciais ordinárias, transformando-as em equações algébricas. Para uma função contínua $f(t)$, no domínio tempo, a transformada de Laplace é definida como:

$$\mathcal{L}[f(t)] = F(s) = \int_0^\infty f(t)e^{-st} dt \quad (3.26)$$

onde s é uma variável complexa. A função $f(t)$, definida no tempo, agora é representada por $F(s)$, definida no domínio s (ou da *frequência complexa*). Aplicando a transformada de Laplace na equação 3.1 (sistema massa-mola-amortecedor, com um GDL), obtêm-se:

$$(ms^2 + cs + k)X(s) = F(s) \quad (3.27)$$

A *função de transferência*, geralmente denotada por $H(s)$, é definida como razão da entrada pela saída de um sistema no domínio de Laplace (SOEIRO, 2001), assim:

$$H(s) = \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{ms^2 + cs + k} \quad (3.28)$$

Para um sistema subamortecido (o caso mais comum), considerando a equação 3.9 ($\lambda_{1,2} = \sigma \pm j\omega_d$) e utilizando a notação λ^* para representar o conjugado complexo de λ , $H(s)$ pode ser representada por (ROSA, 1996):

$$H(s) = \frac{1/m}{(s - \lambda)(s - \lambda^*)} \quad (3.29)$$

onde os valores de λ são conhecidos como *pólos do sistema*.

A *função resposta em frequência* (FRF - *Frequency Response Function*) é obtida fazendo $s = j\omega$ na equação 3.28. Assim:

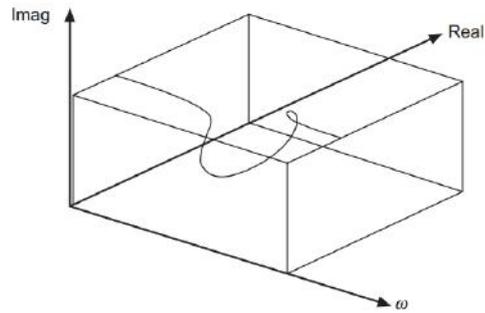
$$H(\omega) = \frac{1/m}{\omega_n^2 - \omega^2 + 2j\xi\omega\omega_n} \quad (3.30)$$

3.6.2.1 Representações gráficas da FRF Como a análise modal experimental geralmente baseia-se no ajuste de curva, a representação gráfica da FRF é um aspecto fundamental do teste (FU; HE, 2001). Uma das formas de se descrever a FRF, é através da razão entre a resposta, na forma de deslocamento, e a força de excitação, como na equação 3.28. Neste caso ela é denominada de receptância. A FRF ainda pode ser descrita em função da velocidade e da aceleração da resposta. De forma resumida, na tabela 3.1 estão compiladas as nomenclaturas para as distintas formas de representação da FRF. Deve-se ressaltar que é comum utilizar $H(\omega)$ para se referir às FRF de forma genérica (EWINS, 1995).

Tabela 3.1 Representações da FRF

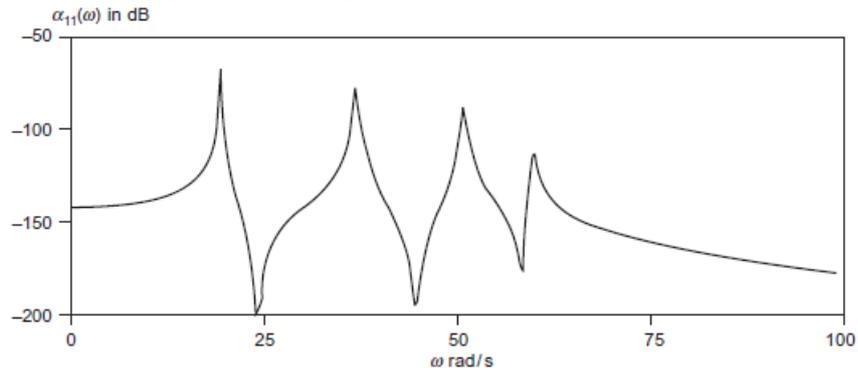
Parâmetro da resposta	Resposta/Entrada	Entrada/Resposta
Deslocamento	Receptância ($\alpha(\omega)$) Admitância Flexibilidade dinâmica	Rigidez dinâmica ($\alpha^{-1}(\omega)$)
Velocidade	Mobilidade ($Y(\omega)$)	Impedância dinâmica ($Y^{-1}(\omega)$)
Aceleração	Acelerância ($A(\omega)$) Inertância	Massa aparente ($A^{-1}(\omega)$)

Um exemplo de uma curva de receptância para um sistema com um grau de liberdade pode ser visto na figura 3.7. Como a FRF é uma função complexa da frequência, sua representação completa só pode ser alcançada num sistema tridimensional. Para facilitar a compreensão, esta curva pode ser analisada através das suas projeções. Os planos $\omega \times Real$ e $\omega \times Imag$ representam, respectivamente, as partes real e imaginária da FRF, enquanto que o plano $Imag \times Real$ gera o gráfico de Nyquist (FU; HE, 2001).

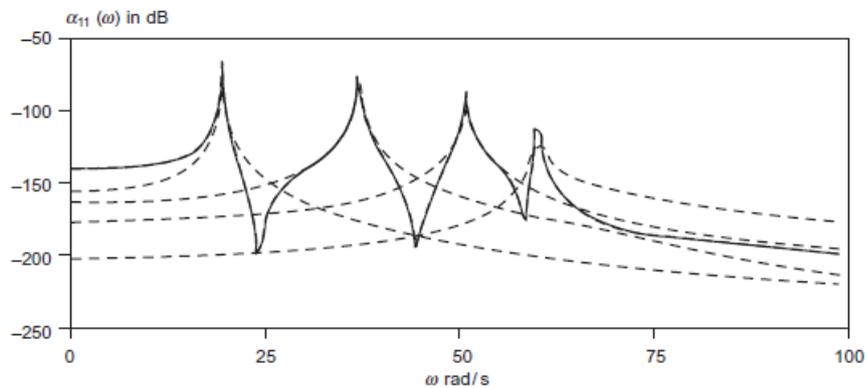
Figura 3.7 Receptância

Fonte: Fu e He (2001)

De forma geral, para um sistema livre subamortecido com vários graus de liberdade, a resposta ao impulso (receptância) tem a forma da curva vista na figura 3.8. Como pode ser visto na figura 3.9, a resposta completa é uma combinação dos modos individuais.

Figura 3.8 Resposta ao impulso - Receptância

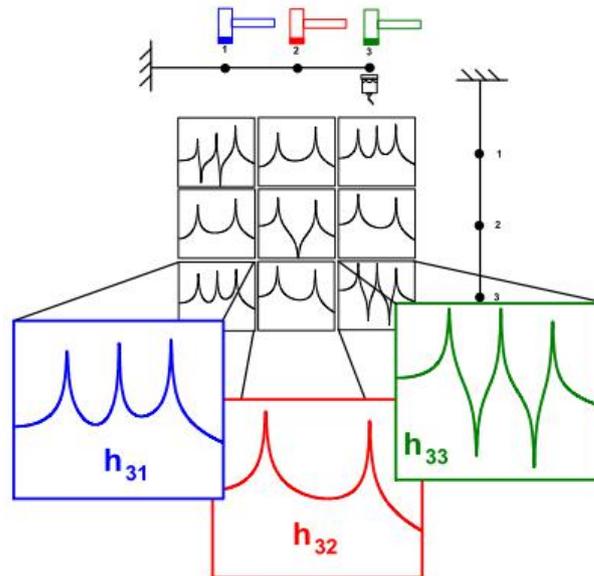
Fonte: Fu e He (2001)

Figura 3.9 Composição dos modos

Fonte: Fu e He (2001)

Para testes em estruturas com n graus de liberdade, pode ser obtida uma matriz $n \times n$ (*matriz de resposta em frequência*) onde as linhas e colunas representam as entradas e saídas, respectivamente. A matriz completa é gerada quando os n pontos são testados, como pode ser visto na figura 3.10. Neste caso h_{33} , h_{32} e h_{31} representam as respostas em frequência amostradas no ponto 3 para as excitações nos pontos 3, 2 e 1, respectivamente. Para a extração dos parâmetros modais, geralmente é necessário obter, no mínimo, a diagonal ou uma fila completa desta matriz (FU; HE, 2001).

Figura 3.10 Matriz resposta em frequência



Fonte: (AVITABILE, 2001)

3.6.3 Processos aleatórios

Processos aleatórios (ou estocásticos) são aqueles cujo comportamento não pode ser completamente previsto através de relações matemáticas. Os sinais gerados por esses processos não são periódicos, mas apresentam comportamento estacionário no tempo, por isso devem ser analisados estatisticamente, a fim de se obter um modelo probabilístico (FILHO, 2008). Para isto, geralmente utiliza-se um conjunto de amostras (denominado *ensemble*) para se obter um valor médio a cada instante de tempo pré-definido (BENDAT; PIERSOL, 2011).

3.6.3.1 Função de autocorrelação Diversas funções estatísticas podem ser utilizadas para se avaliar as características dos dados de um processo aleatório. Dentre elas pode ser destacada a *função de autocorrelação* (*fac*). Ela é definida como a média dos produtos em dois instantes de tempo consecutivos (t e $t + \tau$) de um sinal x_k qualquer (MINETTE, 2014):

$$fac_{xx}(k, \tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x_k(t) x_k(t + \tau) dt \quad (3.31)$$

De forma similar, é possível obter a função de correlação cruzada entre dois sinais x_k e y_k :

$$fac_{xy}(k, \tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x_k(t) y_k(t + \tau) dt \quad (3.32)$$

3.6.3.2 Função de densidade espectral A função densidade espectral de dois sinais distintos gerados por processos aleatórios é dada pela transformada de Fourier da função de correlação cruzada (BENDAT; PIERSOL, 2011). Neste caso ela passa a ser chamada de *espectro cruzado* ($S_{xy}(\omega)$) e é definida como:

$$S_{xy}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} fac_{xy}(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \quad (3.33)$$

Quando os sinais são iguais, a função de densidade espectral passa a ser conhecida como *autoespectro* ($S_{xx}(\omega)$) ou *densidade espectral de potência* (PSD - *Power Spectral Density*). Uma forma de se obter a *fac* é através da aplicação da transformada inversa de Fourier sobre a PSD. Esta igualdade é conhecida como relação de Wiener-Khinchine (MAIA; SILVA, 1997):

$$fac_{xx}(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S_{xx}(\omega) e^{j\omega\tau} d\omega \quad (3.34)$$

Para sinais discretos, com período de amostragem Δt , a função densidade espectral pode ser calculada através de (MINETTE, 2014):

$$S_{xy}(\omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} fac_{xy}(k) e^{-j\omega k \Delta t} \quad (3.35)$$

É importante observar que, como um sinal real não é infinito, apenas é possível obter uma estimativa do valor da função densidade espectral.

ANÁLISE MODAL

A análise modal é o método pelo qual busca-se determinar algumas propriedades dinâmicas de uma estrutura, ou seja, suas frequências naturais, taxas de amortecimento e formas modais (AVITABILE, 2001). Ela consiste em duas etapas principais. A primeira refere-se à aquisição dos dados, esta etapa será abordada na seção 4.2. A segunda fase consiste no tratamento e análise dos dados coletados utilizando alguma das diversas técnicas de extração de parâmetros. Algumas destas técnicas serão tratadas no capítulo 5.

Para que se possa entender problemas estruturais relacionados à vibração, geralmente é necessário conhecer as frequências naturais daquela estrutura. Por conta disto, a análise modal tem sido amplamente utilizada no desenvolvimento ou aprimoramento de projetos de estruturas mecânicas e da construção civil (GUILLAUME, 2007). Outra aplicação comum é no monitoramento da integridade estrutural de equipamentos industriais (GOYAL; PABLA, 2015), apesar do fato de que as alterações nos padrões de vibração nem sempre serem muito perceptíveis até que o equipamento apresente danos significativos (DOEBLING et al., 1996).

Uma estrutura pode ser modelada analiticamente como visto no capítulo 3, entretanto estes modelos geralmente devem ser validados e complementados com dados obtidos em ensaios experimentais. Outra consideração importante é que, em função da complexidade do modelo, pode ser inviável analisá-lo desta forma. Além disso, segundo Ewins (2000), "algumas propriedades físicas, como o amortecimento e características de fadiga, só podem ser obtidas empiricamente".

Os *modos* são propriedades inerentes de cada estrutura, eles variam em função das suas propriedades físicas (massa, elasticidade e amortecimento) e das suas condições de contorno. Assim, se qualquer um desses fatores forem alterados, os modos serão afetados (GUILLAUME, 2007). Cada modo é composto por uma frequência natural, uma taxa de amortecimento e uma forma modal (SCHWARZ; RICHARDSON, 1999). A forma modal é um padrão de deslocamento associado a cada uma das frequências naturais do sistema, ou seja, é a forma característica de como o sistema vibra quando excitado em uma dessas frequências. Ela é representada pelo deslocamento relativo entre os pontos analisados (DOSSING, 1988).

Um das principais premissas da análise modal diz que na vizinhança de cada uma das frequências naturais da estrutura o seu modo de vibrar tenderá a ser dominado pela forma modal associada àquela frequência de ressonância (SCHWARZ; RICHARDSON, 1999). Por isso, em alguns métodos de extração de parâmetros modais, é possível representar cada modo separadamente por um modelo de um grau de liberdade (GDL). Fora desta vizinhança, as formas de vibração serão uma combinação linear dos modos daquela estrutura (DOSSING, 1988).

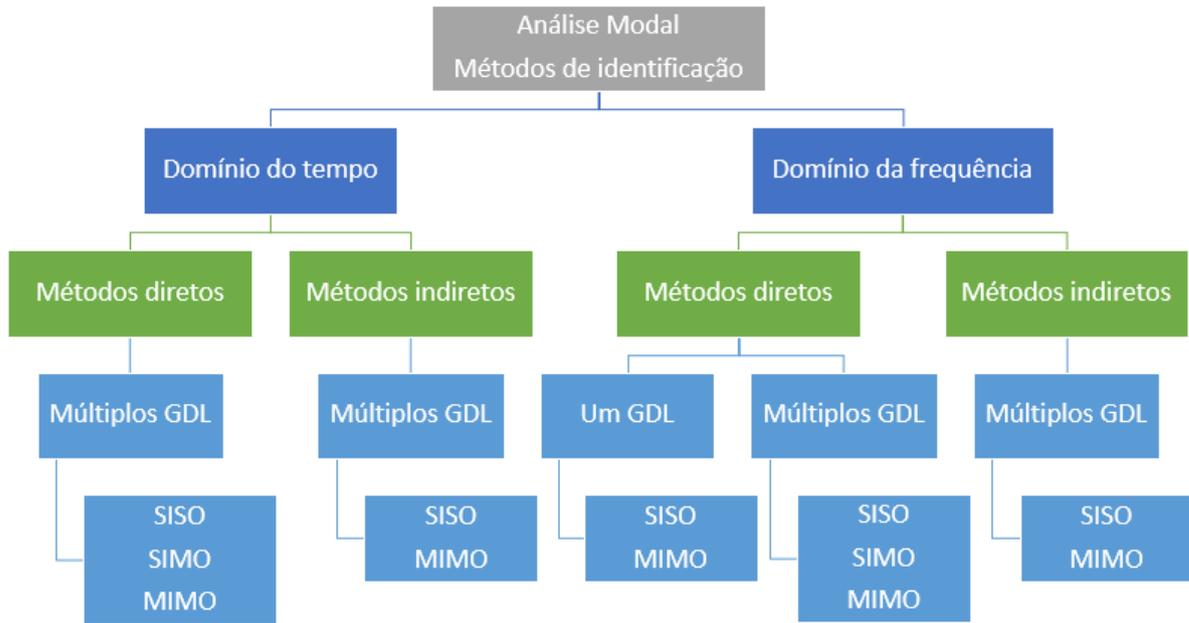
Há diversas formas de classificar as técnicas de extração de parâmetros modais. Uma das mais comuns é realizá-la de acordo com o domínio no qual os dados são tratados. Desta forma separa-se, basicamente, os métodos que operam no *domínio no tempo* dos que operam no *domínio da frequência*. É possível agrupá-los conforme esquematizado na figura 4.1 (SOEIRO, 2001).

De forma geral, as técnicas no domínio do tempo são melhor empregadas nos casos onde há uma larga faixa de frequência ou um número grande de modos de interesse, enquanto que as do domínio da frequência são recomendadas para sistemas onde a faixa de frequência de interesse é restrita e o número de modos é pequeno. Os métodos no domínio tempo começaram a ser utilizados como uma alternativa às técnicas no domínio da frequência já que os últimos, apesar de amplamente utilizados, apresentam problemas relacionados com a resolução em frequência e vazamento espectral (SOEIRO, 2001). Uma forma de contornar estes problemas é aplicar técnicas no domínio da frequência a um grande número de dados, mas isso envolve um grande esforço computacional, o qual nem sempre é viável.

Os métodos, em ambos os domínios, ainda podem ser divididos em *diretos* e *indiretos*. Os primeiros são aqueles nos quais a função resposta em frequência (FRF) é obtida através do modelo espacial (equação matricial do equilíbrio dinâmico), enquanto que nos indiretos as FRF são derivadas do modelo modal (parâmetros modais, como frequências naturais e amortecimento) (SOEIRO, 2001).

Por fim, as técnicas ainda podem ser agrupadas de acordo com a quantidade de FRF que podem ser avaliadas por vez. Os métodos denominados de *globais* ou de *única entrada e múltipla saída* (SIMO - *Single Input Multiple Output*) permitem que sejam analisadas diversas FRF simultaneamente, obtidas através da excitação de um ponto e coleta da resposta em diversos pontos. Métodos ditos de *polireferência* ou *múltiplas entradas e múltiplas saídas* (MIMO - *Multiple Input Multiple Output*) avaliam simultaneamente todas as FRF obtidas através da excitação e coleta em diversos pontos. Outras técnicas, conhecidas como *única entrada e única saída* (SISO - *Single Input Single Output*) só podem ser aplicados a uma única FRF por vez. Ainda há métodos do tipo *múltiplas entradas e única saída* (MISO - *Multiple Input Single Output*), mas estas são pouco utilizadas (SOEIRO, 2001).

Figura 4.1 Classificação dos métodos de identificação modal



Fonte: Adaptado de Soeiro (2001)

4.1 APLICAÇÕES

Há diversas aplicações para a análise modal, dentre estas podem ser destacadas as seguintes (BILOSOVA, 2011):

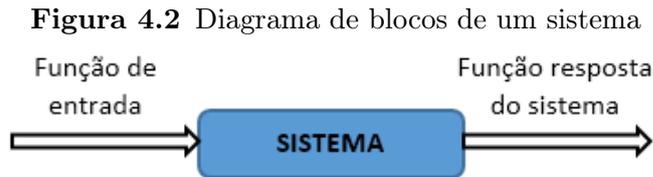
- Identificação dos parâmetros modais (frequências naturais, taxas de amortecimento e formas modais) permitindo descobrir, por exemplo, se o excesso de vibração de um equipamento é devido à ressonância;
- Desenvolvimento de um modelo de um componente integrante de uma estrutura mais complexa. Este tipo de análise é geralmente feita quando a estrutura a ser estudada apresenta grande complexidade ou elevado número de subsistemas;
- Obtenção dos parâmetros modais através de métodos teóricos para comparar com os valores obtidos experimentalmente com o objetivo de corrigir e validar modelos;
- Obtenção de um modelo para que seja possível estimar as forças atuantes naquela estrutura em condições de operação.

4.2 ANÁLISE MODAL EXPERIMENTAL E OPERACIONAL

De forma geral, a análise modal pode ser classificada de duas formas distintas em função do modo de excitação da estrutura. Na *análise modal experimental* a estrutura é excitada em um ambiente controlado. Por outro lado, na *análise modal operacional*, a fonte de

excitação não é medida e é proveniente de fontes naturais (como vento ou marés) ou de forças decorrentes da operação do equipamento.

Na análise modal experimental, os sinais de entrada são provenientes de uma força de excitação externa, enquanto que a resposta é o sinal gerado pelos acelerômetros que captam o deslocamento da estrutura (sistema) em análise. Uma representação em diagrama de blocos desta relação pode ser vista na figura 4.2.



No caso da análise modal experimental (EMA - *Experimental Modal Analysis*), ambos sinais são contínuos no tempo. Para que estas informações possam ser tratadas computacionalmente é necessário digitalizá-las. A figura 4.3 mostra o exemplo de um sinal analógico (a) e a sua representação digital (b). Este processo consiste, basicamente, em (HAYKIN; VEEN, 2001):

- Amostragem do sinal em uma frequência f_s (chamada de *frequência de amostragem*);
- Quantização dos pontos amostrados, aproximando-os a níveis finitos discretos;
- Codificação dos sinais discretos obtidos após a quantização em um código como o binário, por exemplo.

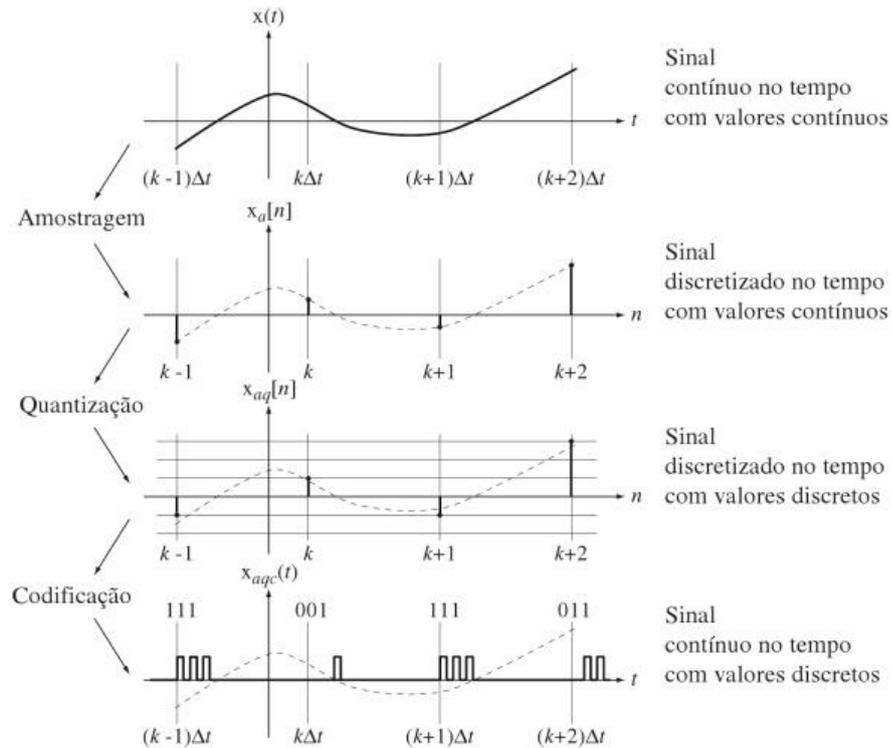
Quando a IRF é finita, o sistema é dito FIR (*Finite Impulse Response*), a soma de convolução pode ser calculada através da equação 4.1, utilizando limites da IFR no somatório (FILHO, 2008).

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k] \cdot h[n-k] \quad (4.1)$$

4.2.1 Análise modal experimental

A análise modal experimental consiste, basicamente, de três etapas, sendo elas (BILOSOVA, 2011):

- Preparação do experimento;
- Execução do teste modal;
- Identificação dos parâmetros modais a partir dos dados gerados no teste;

Figura 4.3 Digitalização de um sinal analógico

Fonte: (ROBERTS, 2009)

4.2.1.1 Preparação do experimento

4.2.1.1.1 Fixação da estrutura A primeira etapa na preparação dos experimentos é a definição de como a estrutura a ser avaliada será suportada. De forma geral, há três opções (BILOSOVA, 2011):

- **Livre (irrestrita):** É o modo mais simples, onde a estrutura fica suspensa por um meio elástico como molas ou apoiada sobre uma superfície macia. Desta forma, pode-se considerar que a estrutura está livremente suspensa no espaço. É a opção comumente utilizada para quando se busca correlacionar os resultados do teste com os obtidos de forma teórica;
- **Fixa:** Neste caso a estrutura é fixada em um suporte rígido. Esta é a opção mais complexa, pois uma fixação ideal dificilmente pode ser obtida em situações reais e, quando há sucessivas montagens e desmontagens, não se pode garantir a repetibilidade nas medições;
- **In situ:** Esta solução é usada quando deseja-se obter os parâmetros modais em condições operacionais reais e não há a necessidade de validar um modelo teórico. Normalmente é adotada apenas quando as outras opções são inviáveis (no caso de grandes estruturas, por exemplo).

4.2.1.1.2 Preparação do modelo Esta etapa compreende a determinação do modelo, através da escolha dos pontos de medição e dos graus de liberdade de interesse. Uma malha de pontos é definida para representar a estrutura testada e são determinados quantos graus de liberdade serão medidos (BILOSOVA, 2011).

A definição do número de pontos da malha varia em função da quantidade de modos que se deseja identificar. Assim, deve-se escolher o número mínimo de pontos em quantidade suficiente para que seja possível identificar todos os modos na faixa de frequência de interesse. O excesso de pontos resulta em redundância, aumentando o tempo e o custo da análise. É importante ressaltar que a quantidade de pontos não interfere na precisão dos parâmetros modais obtidos, mas apenas a qualidade da representação das formas modais (BILOSOVA, 2011).

4.2.1.1.3 Modos de excitação da estrutura Para a análise modal experimental, as fontes de excitação podem ser agrupadas em duas categorias (BILOSOVA, 2011):

- **Excitadores dinâmicos**

1. *Shaker* eletromagnético;
2. *Shaker* eletro hidráulico;
3. Excitador mecânico.

- **Excitação do tipo impulso**

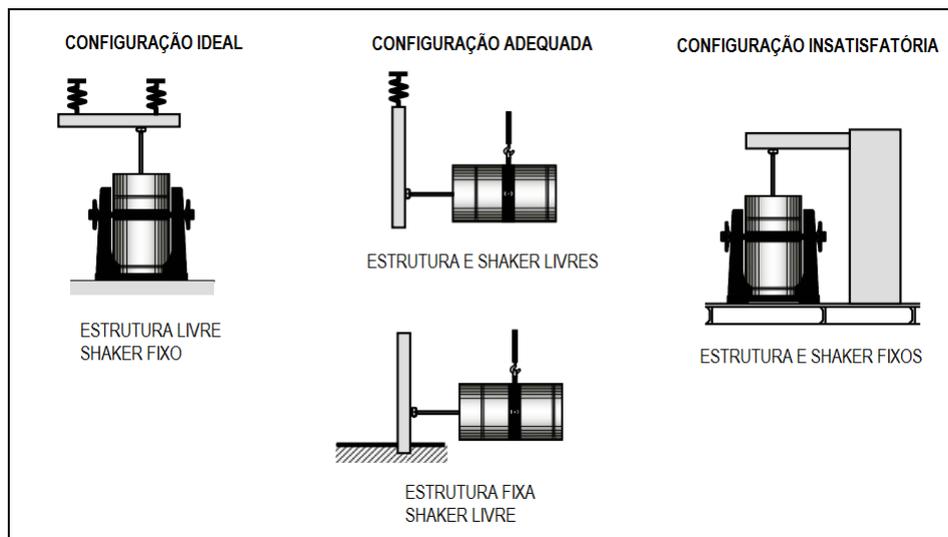
1. Martelo de impacto;
2. Deformação prévia;
3. Impacto com uma carga em queda;
4. Impacto por um pêndulo.

Os *shakers* eletromagnéticos (figura 4.4) são os tipos mais comuns de excitadores dinâmicos. Eles convertem um sinal de entrada em um campo magnético alternado. De forma geral, quando maior o *shaker*, maior será a sua capacidade de carga e menor será a sua faixa de frequência. Alternativamente, também são utilizados *shakers* eletro hidráulicos, quando é necessário aplicar, simultaneamente à vibração, altas cargas estáticas. Além disso, eles podem apresentar cursos relativamente longos, gerando excitações com altas amplitudes. Os excitadores mecânicos, por sua vez, são compostos por um elemento rotativo desbalanceado e sua principal aplicação é em grande estruturas, como pontes e edifícios (BILOSOVA, 2011).

Figura 4.4 Exemplo de um excitador eletromagnético

Fonte: Avenir Technologies (2015)

O uso de excitadores dinâmicos implica no contato permanente com o objeto em análise, por isso é necessário tomar alguns cuidados para que não sejam introduzidas forças indesejadas e nem que a sua presença altere propriedades da estrutura. Há quatro possibilidades de arranjo entre os excitadores e a estrutura, como mostrado na figura 4.5.

Figura 4.5 Tipos de fixação dos excitadores

Fonte: Adaptado de Bilosova (2011)

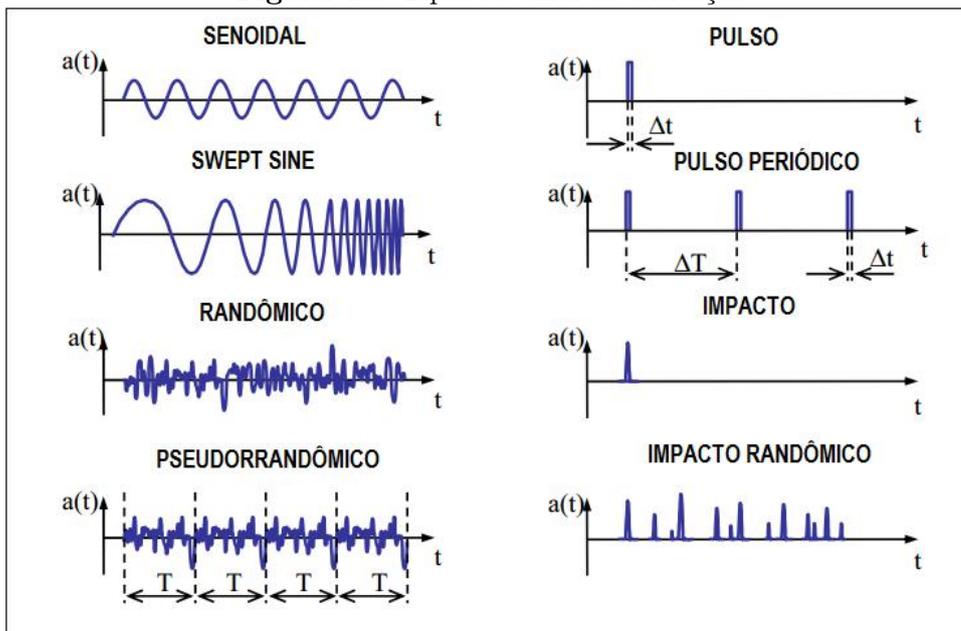
Uma das vantagens na utilização dos *shakers* é a sua capacidade de produzir, de forma controlada, diversos tipos de sinal. Alguns deles podem ser observados na figura 4.6 e os principais tipos de sinal de excitação estão listados abaixo:

- **Senoidal:** É o método mais tradicional e um dos mais populares. Consiste em um frequência única, alterada em intervalos de tempo espaçados, de forma que a estrutura seja excitada em uma vibração harmônica de cada vez. Embora seja uma técnica muito eficiente, necessita de grandes períodos de tempo para execução do

teste. O uso de múltiplos pontos de excitação e resposta (MIMO) com obtenção em tempo real das FRF pode reduzir significativamente o tempo do teste (FU; HE, 2001);

- **Randômico:** É um sinal randômico seguindo uma distribuição Gaussiana em torno de uma frequência específica. Pode ser aplicado para linearizar a resposta de estruturas que se comportam de forma não linear. Como o sinal não é periódico, está mais propenso ao vazamento espectral, sendo necessário aplicar técnicas de processamento de sinais para minimizar a sua presença (FU; HE, 2001);
- **Pseudo randômico:** É um sinal randômico que se repete após um intervalo de tempo determinado. Pelo fato de ser periódico e ter período conhecido, elimina o problema de vazamento espectral, resultando em FRF mais precisas. Entretanto, em relação ao randômico, este método aumenta o tempo de teste e requer a aquisição de equipamentos especiais para a geração deste tipo de força (FU; HE, 2001);
- **Impacto:** Em relação aos demais, é o método que requer equipamentos mais básicos (martelo de impacto), sendo por isso mais simples do que aqueles que utilizam *shakers*. Consiste na aplicação de um pulso de frequência e amplitude não controladas. Suas vantagens e desvantagens estão associadas ao uso do martelo. O seu uso tem como benefícios a não interferência nas propriedades da estrutura, ser portátil e simples de utilizar. Por outro lado, a dificuldade em controlar a intensidade e a faixa de frequência da força aplicada no impacto pode dificultar a análise dos dados (FU; HE, 2001).

Figura 4.6 Tipos de sinal de excitação



Fonte: Adaptado de Bilosova (2011)

O martelo de impacto (figura 4.7) é o método mais rápido e mais simples de excitação. Por não permanecer preso à estrutura após o impacto, não altera as suas características. Além disso, pode ser utilizado em condições operacionais não requerendo grandes preparações. Devido à sua simplicidade, muitas vezes é utilizado para agilizar o processo de determinação dos locais dos melhores pontos para instalação dos excitadores dinâmicos.

Figura 4.7 Exemplos de martelos de impacto

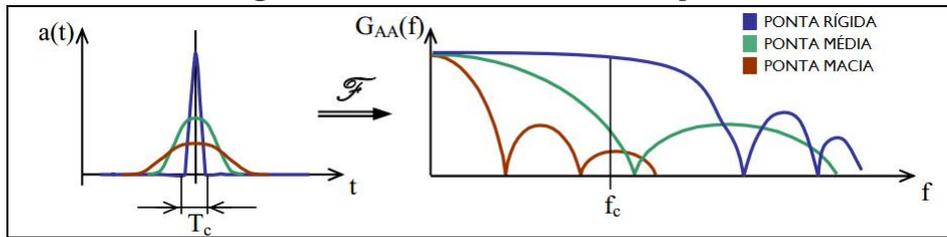


Fonte: Avenir Technologies (2015)

Um transdutor de força pode ser usado para determinar a amplitude do impacto. Geralmente é possível trocar alguns componentes do martelo para modificar sua rigidez e massa, alterando as características do sinal gerado. A amplitude do impacto é determinada pela massa e velocidade do martelo, enquanto que a faixa de frequências que ele aplica à estrutura é a raiz da razão entre a rigidez da superfície de contato e a massa do martelo. Há técnicas de extração de parâmetros nos quais a análise é feita medindo apenas a resposta da estrutura (EWINS, 1995).

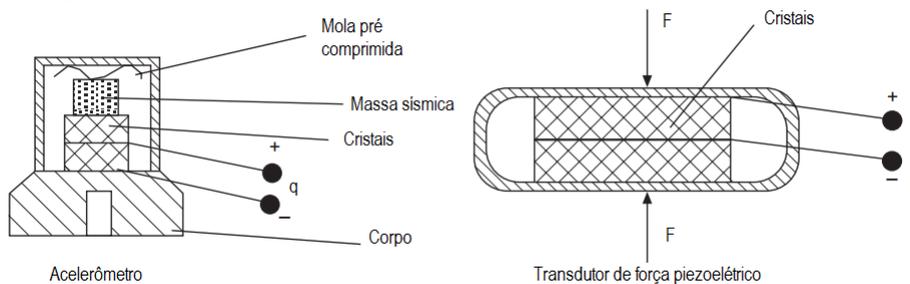
O tipo de pulso gerado pelo martelo de impacto varia de acordo com a sua rigidez. Geralmente é possível trocar a ponta do martelo, alterando este parâmetro. Nos gráficos da figura 4.8 é possível perceber como a amplitude e a magnitude do sinal se comportam para diferentes pontas. Quanto maior a rigidez mais curta será a duração do pulso (T_c) e maior será a sua faixa de frequência (f_c). O ideal é que seja utilizada a configuração com a ponta mais macia o possível, já que, neste caso, a energia do impacto não será utilizada para excitar frequências fora da faixa de interesse (EWINS, 1995; BILOSOVA, 2011).

O sinal de resposta gerado pelo martelo decai exponencialmente. Os principais problemas relacionados ao processamento destes sinais são o vazamento espectral e a presença de ruído. Ambos podem ser minimizados através do uso de técnicas de janelamento (AVITABILE, 2001).

Figura 4.8 Sinal do martelo de impacto

Fonte: Adaptado de Bilosova (2011)

4.2.1.1.4 Transdutores São utilizados transdutores tanto para quantificar a força aplicada quanto a resposta da estrutura. Em ambos os casos os transdutores mais empregados são os do tipo piezoelétricos. Eles se baseiam na propriedade dos cristais piezoelétricos de gerar uma tensão elétrica quando comprimidos ou tracionados. A diferença construtiva entre acelerômetros e transdutores de força é, basicamente, a presença de uma massa sísmica no primeiro, como pode ser visto na figura 4.9.

Figura 4.9 Comparação entre o acelerômetro e transdutor de força

Fonte: Adaptado de Fu e He (2001)

É importante observar se a massa dos acelerômetros é significativa em relação à massa da estrutura testada, de forma a evitar que as suas propriedades dinâmicas sejam alteradas. Geralmente, quanto mais sensível for o sensor, mais robusta é a sua estrutura. Evidentemente, esta limitação é mais significativa nos testes em estruturas de baixo peso.

A precisão das medições é afetada diretamente pelo modo de fixação dos acelerômetros (FU; HE, 2001). A condição ideal é aquela na qual eles encontram-se acoplados rigidamente, de modo que a aceleração do sensor seja idêntica à da estrutura. Entretanto isso não é possível de ser obtido na prática e o acelerômetro pode ser modelado como um sistema massa-mola-amortecedor. Caso a frequência natural deste modelo seja, ao menos, cinco vezes maior do que a frequência do sinal medido, é possível considerar que não haverá distorção considerável de fase e magnitude (FU; HE, 2001).

Transdutores de força são utilizados na ponta do martelo e, no caso dos *shakers*, entre os excitadores e a estrutura a fim de mensurar a força de excitação. Assim como para os acelerômetros, é necessário observar como a presença do transdutor de força interage com a estrutura testada alterando as suas características. Para o martelo de impacto, pode ser necessário realizar calibrações específicas para cada configuração de massa e ponta de

impacto. Para *shakers*, a presença deste transdutor pode causar distorções significativas no sinal medido em frequências próximas às frequências naturais da estrutura (FU; HE, 2001).

Geralmente, quando se opta pelo uso dos *shakers*, utilizam-se diversos acelerômetros espalhados pela estrutura e mantém-se o excitador num ponto fixo. Enquanto que para o martelo o usual é utilizar um acelerômetro e excitar a estrutura em pontos distintos. Estas configurações não precisam necessariamente serem seguidas, podendo variar de caso para caso.

4.2.2 Realização do teste modal

Após a preparação da estrutura, especificação dos equipamentos necessários e definição das técnicas a serem utilizadas, o teste já pode ser realizado. Entretanto, antes de iniciá-lo ainda é necessário assegurar que as medições que serão feitas terão validade e não carregarão erros significativos para as etapas seguintes. Os métodos de análise buscam minimizar as incertezas do teste, mas não são capazes de ajustar erros nas medições. É necessário verificar, basicamente, dois fatores: se estrutura atende às premissas adotadas (reciprocidade, sistema invariante no tempo e linearidade) e se as potenciais fontes de erro foram tratadas.

Uma das verificações a ser realizada é a da repetibilidade dos resultados. Uma série de medidas podem ser realizadas ao longo do tempo e comparadas umas com as outras para que se possa assegurar que nem na estrutura a ser testada e nem no sistema de medição sofreram modificações ao longo do tempo. Além disso, para uma estrutura linear, as FRF em diferentes pontos de medição devem ser idênticas (FU; HE, 2001).

É possível verificar se a reciprocidade é obedecida com apenas dois pontos. Para isso, aplica-se uma força no ponto i e observa-se a resposta no ponto j e depois realiza-se o procedimento inverso. É esperado que as mesmas FRF sejam obtidas ($H_{ij}(\omega) = H_{ji}(\omega)$). A linearidade pode ser observada verificando se há dependência entre a FRF e a amplitude da excitação. Para isto podem ser tomadas medidas repetidas no mesmo ponto, mas com forças de amplitudes distintas (FU; HE, 2001).

4.2.3 Identificação dos parâmetros modais

Uma vez que os dados foram adquiridos, a próxima etapa é o ajuste de curva (*curve fitting*) para a identificação dos parâmetros modais. Há diversas técnicas disponíveis e vários softwares especializados na tarefa de extração de parâmetros. Alguns dos métodos são discutidos no capítulo 5.

4.3 ANÁLISE MODAL OPERACIONAL

Na análise modal operacional (OMA) a força de excitação é proveniente do ambiente ou da operação do equipamento. Ela não é medida e assume-se que é do tipo ruído branco. A sua principal aplicação é em grandes estruturas, como pontes, edificações, e plataformas *off-shore* já que elas necessitariam de grandes fontes de excitação (GROSEL; SAWICKI; PAKOS, 2014).

A análise modal operacional também é utilizada quando deseja-se avaliar a integridade estrutural de um equipamento durante a sua operação. Neste tipo de análise, se assume que (GROSEL; SAWICKI; PAKOS, 2014):

- A estrutura é invariante no tempo;
- O amortecimento é pequeno;
- As frequências naturais estão bem espaçadas;
- A excitação atuando sobre a estrutura é do tipo ruído branco.

Apesar deste tipo de análise requerer o uso de ferramentas matemáticas mais complexas e exigir um maior tempo para a execução do teste, a OMA apresenta as seguintes vantagens em relação à abordagem experimental (BILOSOVA, 2011):

- Não é necessário preparar estruturas de suporte (fixação);
- O resultado da análise representa as condições reais de operação;
- Não é necessário mensurar as excitações;
- Não interfere na disponibilidade de uso do equipamento;
- Pode ser realizada em paralelo com outras análises.

ESTIMAÇÃO DE PARÂMETROS

A segunda etapa da análise modal, realizada após a execução do ensaio e da obtenção de dados válidos, é a estimação dos parâmetros modais. Para este fim foram desenvolvidas diversas técnicas de estimação. Apesar dos métodos mais tradicionais serem classificados entre o domínio do tempo e da frequência, ainda há outros métodos que não se encaixam nessa classificação, como os que utilizam técnicas de inteligência artificial ou análise no tempo-frequência. Entretanto, estas não serão abordadas neste trabalho.

Apesar da possibilidade de se aplicar transformadas a um grande número de dados para contornar os problemas relativos à resolução em frequência, vazamento espectral e dificuldade de identificar modos muito próximos, a necessidade de se aplicar um maior esforço computacional levou pesquisadores a desenvolver novas técnicas no domínio do tempo. Os métodos no domínio da frequência utilizam as *funções de resposta em frequência*, realizando a transformada rápida de Fourier nos sinais de entrada e saída no tempo, enquanto que as técnicas no domínio do tempo utilizam a *função de resposta ao impulso* ou a resposta livre (de decaimento) da estrutura analisada (ROSA, 1996).

De forma geral, os métodos no domínio do tempo apresentam melhores resultados para situações onde deseja-se analisar uma larga faixa de frequência e um grande número de modos (SOEIRO, 2001). Apesar disto, as técnicas no domínio do tempo e da frequência não devem ser encaradas como concorrentes, mas como complementares (LJUNG; GLOVER, 1981). Neste capítulo serão introduzidas, brevemente, algumas técnicas entre as diversas existentes.

5.1 TÉCNICAS NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA

As técnicas no domínio da frequência consistem, basicamente, no ajuste de curva entre as funções resposta em frequência (FRF) geradas no teste e modelos matemáticos preestabelecidos, considerando o menor erro. Uma vez obtido o modelo ajustado, é possível estimar os parâmetros modais (FU; HE, 2001; SOEIRO, 2001). É importante observar que uma estrutura real possui infinitos graus de liberdade (GDL) e que cada modo é afetado, mesmo que minimamente, por modos presentes em frequências além da faixa

medida. O caso particular de FRF, onde o parâmetro de resposta é o deslocamento (oposto à velocidade e à aceleração) é chamado de receptância. Note-se que esta função, junto com outras versões da FRF, é independente da excitação. Para um sistema com n GDL a expressão da receptância é dada pela equação 5.1 (FU; HE, 2001).

$$\alpha_{ij}(\omega) = R_{ij}(\omega)_{ant} + \sum_{r=1}^n \frac{{}_r A_{ij}}{\omega_r^2 - \omega^2 + 2\omega_r^2 \xi_r j} + R_{ij}(\omega)_{post} \quad (5.1)$$

onde ${}_r A_{ij}$ é a *constante modal*¹, ω_r é a frequência natural do modo r , ω são frequências vizinhas, ξ_r é a taxa de amortecimento do modo r , j é a constante complexa ($j = \sqrt{-1}$) e $R_{ij}(\omega)_{ant}$ e $R_{ij}(\omega)_{post}$ representam, respectivamente, a influência dos modos antes e após a faixa de frequência do teste. Estes termos podem ser ignorados caso considere-se desprezível a influência dos modos não excitados no teste. O índice r indica o modo, enquanto que i e j indicam o ponto da resposta e da fonte de aplicação da força, respectivamente.

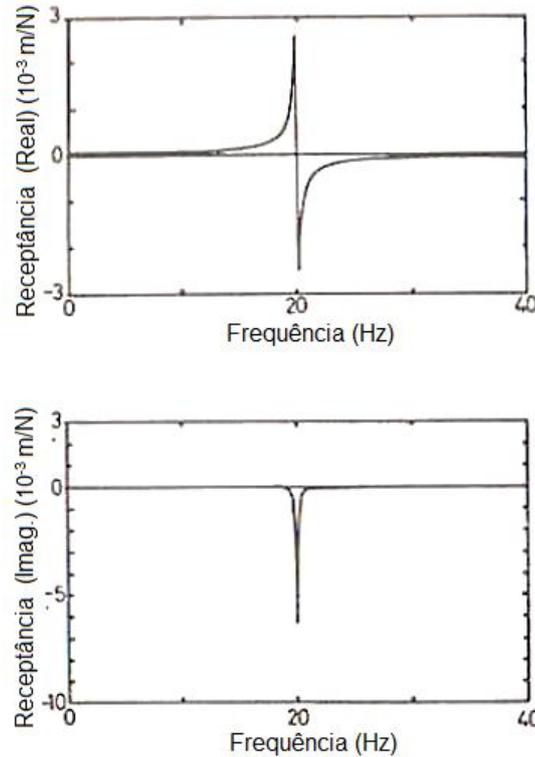
5.1.1 Abordagem de um GDL

Os métodos que seguem a abordagem de um GDL partem do pressuposto que, nas frequências próximas a da ressonância, pode-se considerar que o modo de vibrar da estrutura é influenciado quase que exclusivamente pelo modo referente àquela frequência de ressonância. A influência dos outros modos pode, alternativamente, ser considerada como uma constante complexa.

Partindo desta consideração, os parâmetros modais podem ser identificados individualmente, modo a modo. Esse pressuposto pode ser considerado verdadeiro quando a estrutura possui frequências naturais distantes, de forma que os modos vizinhos não influenciem de forma significativa uns aos outros. De modo geral, as frequências naturais podem ser estimadas a partir da curva de resposta em frequência (figura 5.1) observando as seguintes características:

- Magnitude da resposta em frequência é um máximo;
- A parte imaginária da resposta em frequência é um máximo ou mínimo;
- A parte real da frequência é zero;

¹ ${}_r A_{ij} = {}_r \phi_i \cdot {}_r \phi_j$. A constante modal é o produto entre o elemento i e j do vetor modal ${}_r \phi$

Figura 5.1 Partes real e imaginária da FRF - Receptância

Fonte: Adaptado de Ewins (1995)

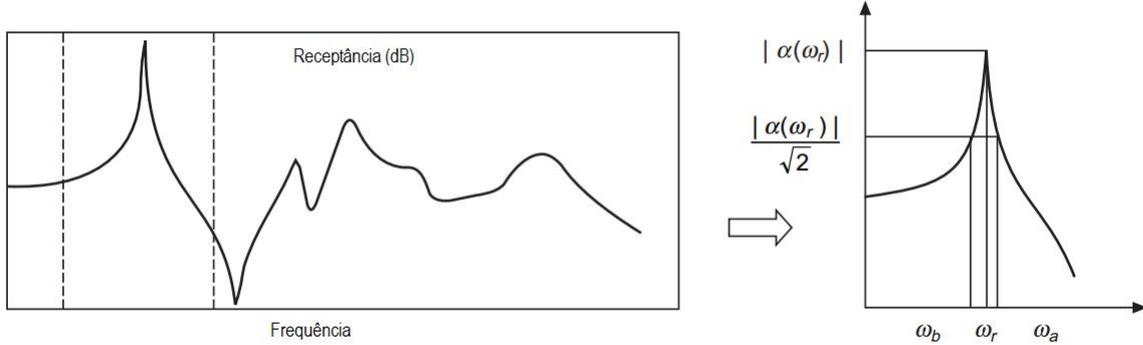
Um das formas de estimar a taxa de amortecimento é através do uso do fator de qualidade, já citado no capítulo 3. Ele é a base do método *Peak picking* e observa as proporções geométricas da curva de mobilidade, que é a velocidade da resposta como uma quantidade de saída do sistema (EWINS, 1995).

5.1.1.1 Peak picking Um dos métodos mais simples, e por isso um dos mais comuns, é o *Peak picking*. É também conhecido como método *half-power* (meia potência). Sua principal desvantagem é a sua sensibilidade ao ruído e o fato de seus resultados poderem ser afetados por modos próximos. Por isso, sua aplicação recomendada é para estruturas com baixo amortecimento e modos bem espaçados. O procedimento para obtenção dos parâmetros modais é o seguinte (FU; HE, 2001):

- **Frequência natural (ω_r):** A frequência natural de um modo r qualquer é determinada como a frequência relativa ao valor de pico da FRF, geralmente na forma de receptância ($|\alpha(\omega_r)|_{max}$), como pode ser visto na figura 5.2;
- **Amortecimento viscoso:** A taxa de amortecimento pode ser estimada através dos pontos de meia potência (como descrito no tópico 3.4.2.1). Onde $\xi_r \approx \frac{\omega_b - \omega_a}{2\omega_r}$ e as frequências ω_b e ω_a são referentes a $|\alpha(\omega_r)|/\sqrt{2}$ (figura 5.2);

- **Constante ${}_r A_{ij}$:** Considerando que no pico da FRF $|\alpha(\omega_r)|_{max} = \frac{{}_r A_{ij}}{2\xi_r \omega_r^2}$ é possível obter o seu valor através de ${}_r A_{ij} = 2|\alpha(\omega_r)|_{max} \xi_r \omega_r^2$.

Figura 5.2 Peak picking - Proporções geométricas da curva de receptância de um GDL



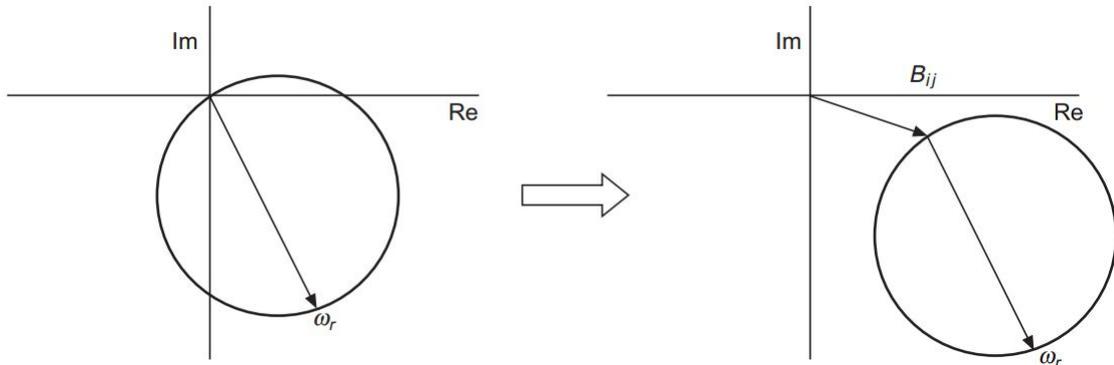
Fonte: Adaptado de Fu e He (2001)

Este método, por conta da sua simplicidade, resulta em análises muito rápidas. Outra vantagem é o fato de ser capaz de realizar análises do tipo *output-only*, ou seja, medindo apenas a resposta. Entretanto, seus resultados não são muito precisos já que se baseiam no valor do pico da FRF e este dificilmente é obtido com grande precisão (FU; HE, 2001). Além disso, a taxa de amortecimento é obtida apenas através dos pontos de meia potência, geralmente interpolados, aumentando a incerteza destes valores (FU; HE, 2001).

5.1.1.2 Circle fit O *circle fit* (círculo ajustado) é um dos métodos mais usados para análise modal no domínio da frequência utilizando a abordagem de um GDL (FU; HE, 2001). Até a década de 70 era a principal técnica de extração de parâmetros modais (FILHO, 2008). Ele consiste no ajuste de curva, considerando a circularidade do gráfico de Nyquist.

Este método é capaz de obter melhores resultados em comparação ao *Peak picking*, além de não ser tão influenciado pelos modos vizinhos. A receptância, mostrada na equação 5.1, pode ser aproximada para a equação 5.2, onde B_{ij} é uma constante complexa e representa a influência dos modos vizinhos ao modo analisado. Na figura 5.3 é possível observar que este valor não interfere na circularidade do gráfico, gerando apenas um deslocamento do seu centro. Como os parâmetros dependem do raio do círculo, a sua posição relativa não faz diferença, o que desacopla os modos e o termo B_{ij} pode ser desprezado (FU; HE, 2001).

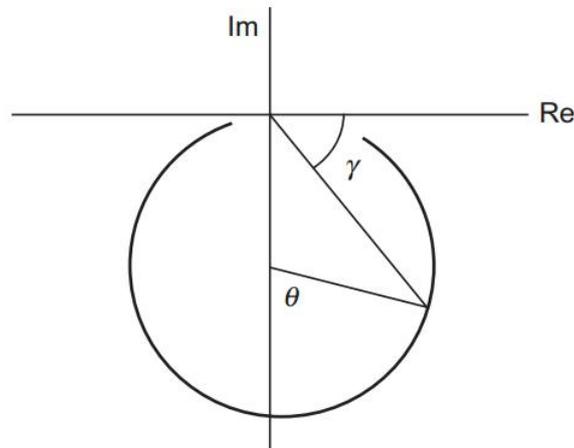
$$\alpha_{ij}(\omega) \approx \frac{A_{ij}}{\omega_r^2 - \omega^2 + 2\omega_r^2 \xi_{r,j}} + B_{ij} \quad (5.2)$$

Figura 5.3 Influência do termo B_{ij} na receptância

Fonte: (FU; HE, 2001)

Para determinar a frequência natural de um modo é necessário ajustar um círculo para aquela FRF, considerando os pontos próximos ao pico de ressonância. Um critério de escolha dos pontos é fixar uma quantidade em ambos os lados de um pico, sendo seis o número mínimo recomendado. Além disso, deve-se buscar cobrir ao menos um arco de 270° do círculo, sem utilizar pontos que sejam influenciados por modos vizinhos (EWINS, 1995). Muitas vezes isso não é possível e, na prática, são utilizados arcos com menos de 180° , dessa forma o método depende mais fortemente da precisão dos poucos pontos utilizados.

A frequência natural será determinada pelo local onde ocorrer a maior taxa de variação angular entre dois pontos (ROSA, 1996). A partir da figura 5.4 pode-se chegar à equação 5.3 e, para pequenos amortecimentos, ω_r pode ser aproximado pela equação 5.4.

Figura 5.4 Frequência natural - Circle fit - Receptância

Fonte: (FU; HE, 2001)

$$\tan\left(\frac{\theta}{2}\right) = \tan(90^\circ - \gamma) = \frac{Re(\alpha)}{Im(\alpha)} = \frac{\omega_r^2 - \omega^2}{2\xi_r\omega_r^2} \quad (5.3)$$

$$\omega_r = \omega \Big|_{\frac{d\theta}{d\omega} = max} \quad (5.4)$$

Com a frequência natural devidamente localizada no círculo, é possível obter a taxa de amortecimento através da equação 5.5 usando um outro ponto a (de ângulo θ_a e frequência ω_a) qualquer. A constante modal pode ser obtida através do diâmetro (D_{ij}) do círculo, a partir da relação 5.6

$$\xi = \frac{\omega_r^2 - \omega_a^2}{2\omega_r^2 \tan\left(\frac{\theta_a}{2}\right)} \quad (5.5)$$

$$|{}_r A_{ij}| = 2\omega_r^2 \xi_r D_{ij} \quad (5.6)$$

5.1.1.3 Frequency Domain Decomposition - FDD Este método é uma extensão do *Peak picking* e foi apresentado em 2000 por Brincker, Zhang e Andersen (2000). Ele utiliza a ferramenta matemática da decomposição em valores singulares (SVD - *Singular Value Decomposition*) na matriz densidade espectral da saída $G_{yy}(\omega)$. Esta matriz $n \times n$ é composta pelo autoespectro (PSD - *Power Spectral Density*) nos termos da diagonal e o espectro cruzado (CSD - *Cross Spectral Density*) nos demais termos, onde n é o número de acelerômetros (BATEL, 2002). Um exemplo de matriz densidade espectral pode ser visto em 5.7. A densidade espectral de potência é a equivalente em frequência à função de autocorrelação, como descrito na seção 3.6.3.1.

$$G_{yy}(\omega) = \begin{bmatrix} PSD_{11}(\omega) & CSD_{12}(\omega) & CSD_{13}(\omega) \\ CSD_{21}(\omega) & PSD_{22}(\omega) & CSD_{23}(\omega) \\ CSD_{31}(\omega) & CSD_{32}(\omega) & PSD_{33}(\omega) \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

A decomposição em valores singulares da matriz densidade espectral de um sistema de múltiplos graus de liberdade, na vizinhança dos picos de ressonância, permite analisar subsistemas de apenas um grau de liberdade, independentes uns dos outros. Com esta operação é possível estimar as frequências naturais e formas modais destes subsistemas diretamente (JÚNIOR, 2006).

A SVD é baseada em um teorema da álgebra linear. Segundo este teorema, uma matriz A qualquer, de dimensão $m \times n$, pode ser decomposta num produto de três outras matrizes:

$$A_{mn} = U_{mm} \times \Sigma_{mn} \times V_{nn}^T \quad (5.8)$$

onde a matriz Σ é uma matriz diagonal composta pelos ditos *valores singulares* de A em ordem decrescente. Os valores singulares são iguais à raiz quadrada dos autovalores de U . As matrizes U e V são matrizes ortogonais contendo os vetores singulares à esquerda e à direita, respectivamente (MENDES; OLIVEIRA, 2008).

Para um processo estacionário, a FRF pode ser reescrita utilizando as funções densidades espectrais de potência, na seguinte forma:

$$G_{yy}(\omega) = H^*(\omega) \times G_{xx}(\omega) \times H^T(\omega) \quad (5.9)$$

onde $G_{yy}(\omega)$ e $G_{xx}(\omega)$ são, respectivamente, as matrizes de dimensão $r \times r$ e $m \times m$ das PSDs das r saídas e m entradas. $H(\omega)$ é a matriz FRF $m \times r$ e os índices '*' e 'T' representam o conjugado complexo e a transposta, nessa ordem (SOARES; SILVA; SOTOMAYOR, 2015). Assim, utilizando a FRF expandida em frações parciais (equação 5.10) pode-se reescrever a equação 5.9 como visto na equação 5.11 (JÚNIOR, 2006).

$$H(\omega) = \sum_{k=1}^N \left[\frac{R_k}{j\omega - \lambda_k} + \frac{R_k^*}{j\omega - \lambda_k^*} \right] \quad (5.10)$$

$$G_{yy}(\omega) = \sum_{k=1}^N \left[\frac{R_k}{j\omega - \lambda_k} + \frac{R_k^*}{j\omega - \lambda_k^*} \right]^H \times [G_{xx}(\omega)] \times \sum_{k=1}^N \left[\frac{R_k}{j\omega - \lambda_k} + \frac{R_k^*}{j\omega - \lambda_k^*} \right]^T \quad (5.11)$$

onde R_k e λ_k representam, respectivamente, o k -ésimo pólo e resíduo, enquanto que o índice H representa o conjugado complexo e transposto. Como a entrada é do tipo ruído branco, então a sua PSD é uma constante, assim $G_{xx}(\omega) = C$. Desta forma:

$$G_{yy}(\omega) = \sum_{k=1}^N \sum_{s=1}^N \left[\frac{R_k}{j\omega - \lambda_k} + \frac{R_k^*}{j\omega - \lambda_k^*} \right] \times C \times \left[\frac{R_s}{j\omega - \lambda_s} + \frac{R_s^*}{j\omega - \lambda_s^*} \right]^H \quad (5.12)$$

Realizando a multiplicação e aplicando o teorema da expansão em frações parciais é possível reduzir a PSD da saída na seguinte forma de pólos e resíduos (PIOLDI; FERRARI; RIZZI, 2014):

$$G_{yy}(\omega) = \sum_{k=1}^n \frac{A_k}{j\omega - \lambda_k} + \frac{A_k^*}{j\omega - \lambda_k^*} + \frac{A_k^H}{-j\omega - \lambda_k^*} + \frac{A_k^T}{-j\omega - \lambda_k} \quad (5.13)$$

onde A_k é a matriz de resíduos da densidade espectral de saída e é dada por:

$$A_k = R_k C \left(\sum_{s=1}^n \frac{R_s^T}{-\lambda_k - \lambda_s} + \frac{R_s^H}{-\lambda_k - \lambda_s^*} \right) \quad (5.14)$$

A contribuição do resíduo do k -ésimo modo é dada por (BRINCKER; ZHANG; ANDERSEN, 2000):

$$A_k = \frac{R_k C R_k^H}{2\alpha_k} \quad (5.15)$$

onde α_k é o negativo da parte real do pólo ($\lambda_k = -\alpha_k + j\omega_k$) (BRINCKER; ZHANG; ANDERSEN, 2000). Para sistemas pouco amortecidos o termo $R_k C R_k^H$ torna-se dominante

e então o resíduo é proporcional ao modo de vibrar e pode ser escrito como (BORGES, 2006; BRINCKER; ZHANG; ANDERSEN, 2000):

$$A_k \propto R_k C R_k^* = d_k \Psi_k \Psi_k^T \quad (5.16)$$

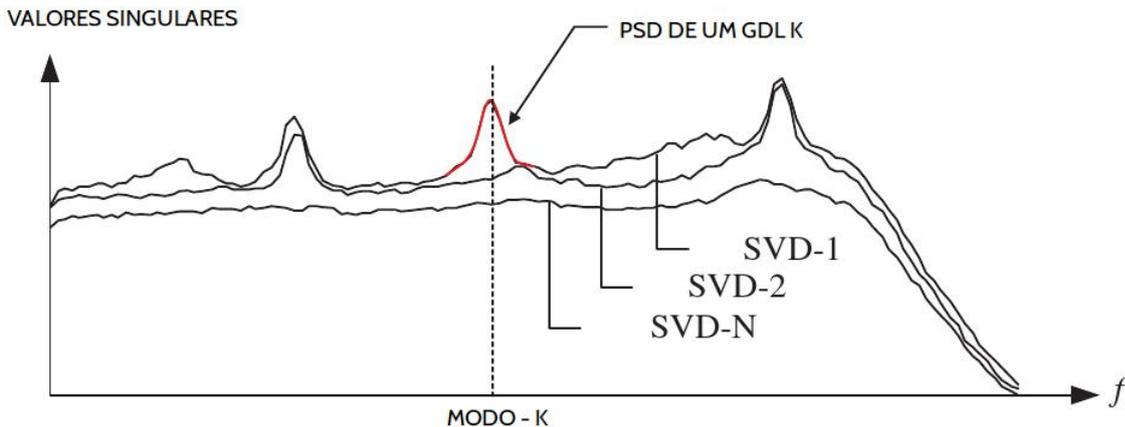
onde d_k é uma constante de proporcionalidade e Ψ_k é o vetor modal. Desta forma, para sistemas com pouco amortecimento a PSD pode ser decomposta como (BRINCKER; ZHANG; ANDERSEN, 2000):

$$G_{yy}(\omega) = \sum_{k=1}^n \frac{d_k \Psi_k \Psi_k^T}{j\omega - \lambda_k} + \frac{d_k^* \Psi_k^* \Psi_k^{*T}}{j\omega - \lambda_k^*} \quad (5.17)$$

Na FDD, primeiro estima-se a PSD para valores discretos de ω sendo, em seguida, aplicada a decomposição em valores singulares. A determinação das frequências naturais ocorre através da seleção dos picos no gráfico dos valores singulares por ω . Para cada valor singular há um vetor singular associado, desta maneira a forma modal pode ser estimada a partir do vetor singular correspondente às frequências de pico.

Um intervalo de frequências relativo a um GDL individual pode ser determinado através do uso do *Modal Assurance Criterion* (MAC). O MAC avalia a similaridade entre o vetor modal da frequência de pico com os da sua vizinhança. Através da determinação de um grau mínimo de semelhança é possível separar as PSDs de cada um dos graus de liberdade (obtendo as denominadas funções *Bell*), como visto na figura 5.5. A aplicação do MAC está detalhada na seção 5.3.1. Além disso, com a função *Bell* é possível refinar o resultado da forma modal utilizando a média ponderada entre os vetores singulares e os valores singulares.

Figura 5.5 FDD - Identificação de valores singulares através de função de Bell feita em N varreduras



Fonte: Adaptado de Ibsen e Liingaard (2006)

A FDD apresenta bons resultados mesmo quando há modos próximos e também na presença de ruído. Outra vantagem está relacionada à sua simplicidade e consequente facilidade de interpretação gráfica (BRINCKER; ZHANG; ANDERSEN, 2000).

5.1.1.4 Enhanced Frequency Domain Decomposition - EFDD Posteriormente ao desenvolvimento da FDD, foi apresentada por Brincker, Ventura e Andersen (2001) uma evolução da técnica, conhecida como EFDD ou FDD melhorada. A principal contribuição desta nova técnica está na possibilidade de estimar, além das frequências naturais e formas modais, o coeficiente de amortecimento. Para isto a EFDD utiliza as funções *bell* obtidas através da FDD.

Uma vez definida a PSD de um único modo, pode-se obter a sua função de autocorrelação através da utilização da transformada inversa de Fourier, voltando para o domínio do tempo. A partir daí é possível estimar a taxa de amortecimento com a determinação do decremento logarítmico desta curva (IBSEN; LIINGAARD, 2006). Além disso, a frequência natural pode ser recalculada através do *crossing zeros*² da função de autocorrelação.

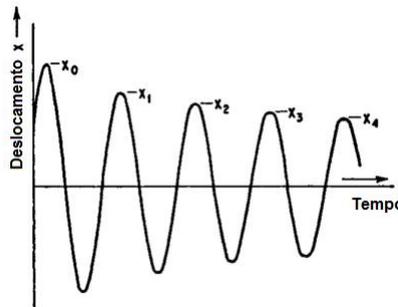
O decremento logarítmico δ , para estimar o amortecimento de um modo r (δ_r), pode ser obtido por regressão linear, aplicada sobre a função de autocorrelação daquele modo. Através das seguintes relações, os parâmetros modais podem ser estimados (RAO, 2008):

$$\delta_r = \frac{2}{m} \ln \left(\frac{x_0}{x_m} \right) \quad (5.18)$$

$$\xi_r = \frac{\delta_r}{\sqrt{\delta_r^2 + 4\pi^2}} \quad (5.19)$$

onde x_0 e x_m são as amplitudes da função de autocorrelação analisada, separadas por m períodos, como exemplificado na figura 5.6.

Figura 5.6 Picos de uma função de autocorrelação



Fonte: Adaptado de Harris e Piersol (2002)

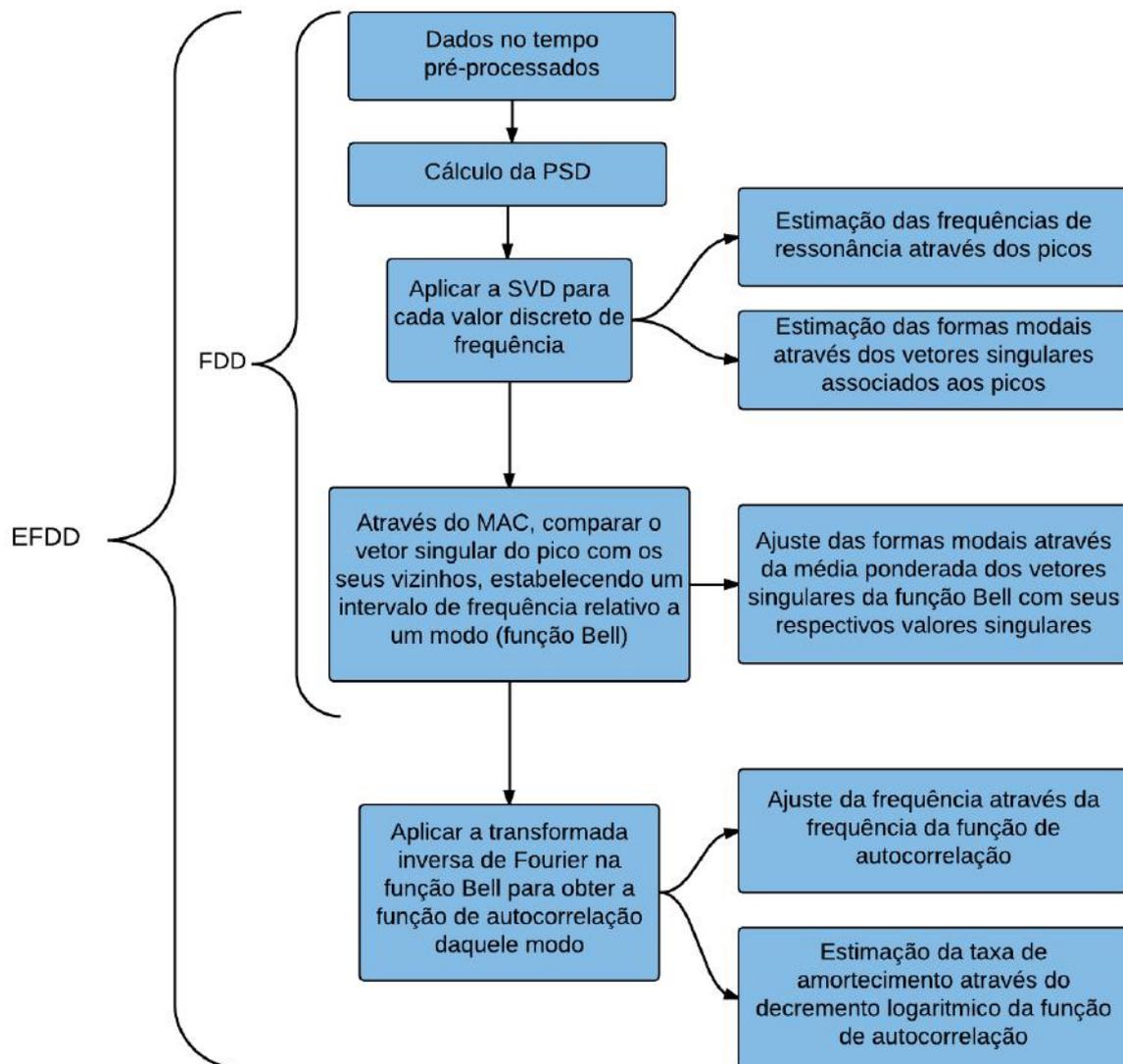
A frequência natural amortecida é obtida por regressão linear dos tempos cruzados correspondentes aos k picos da função de autocorrelação. A frequência natural não amortecida do modo r é então:

$$f_n = \frac{f_r}{\sqrt{1 - \xi_r^2}} \quad (5.20)$$

²O *crossing zeros* consiste, basicamente, na contagem de ciclos dentro de um período.

Uma síntese das etapas envolvidas na FDD e EFDD pode ser vista na figura 5.7.

Figura 5.7 Algoritmos FDD e EFDD



5.1.2 Abordagem para múltiplos GDL

5.1.2.1 Rational fraction polynomial - RFP Este método utiliza uma razão entre polinômios para, através de manipulações numéricas, estabelecer relações entre os coeficientes polinomiais e os parâmetros modais (FU; HE, 2001). O ajuste de curva é baseado no mínimo erro quadrático e, uma vez determinados os coeficientes, os pólos, zeros e resíduos da FRF podem ser obtidos (RICHARDSON; FORMENTI, 1985). A função de transferência de um sistema com múltiplos graus de liberdade no domínio de Laplace pode ser representada na forma de razão de polinômios (FILHO, 2008):

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{c_0 + c_1s + \cdots + c_Ms^M}{d_0 + d_1s + \cdots + d_Ns^N} = \frac{\sum_{k=0}^M c_k s^k}{\sum_{k=0}^N d_k s^k} \quad (5.21)$$

O RFP é uma das principais técnicas empregadas nos *softwares* comerciais de identificação de parâmetros de sistemas estruturais (FILHO, 2008).

5.2 TÉCNICAS NO DOMÍNIO DO TEMPO

Estas técnicas utilizam a informação obtida diretamente através dos transdutores de força e aceleração, sem sofrer nenhuma transformação como no caso das técnicas no domínio da frequência. Estes métodos permitem a obtenção dos parâmetros modais tanto através de fontes de excitação conhecida como de fontes não medidas. No primeiro caso a abordagem é similar à das técnicas no domínio da frequência e é possível fazer correlações, garantindo maior precisão na análise. Da mesma maneira que para técnicas no domínio da frequência, a utilização de fontes de excitação naturais permite que sejam testadas estruturas de grande porte, difíceis de serem analisadas em um ambiente controlado, como pontes, navios e prédios (FU; HE, 2001).

As técnicas do domínio do tempo normalmente são indicadas quando deseja-se analisar estruturas que possuem modos próximos. De forma geral, estes métodos requerem uma alta razão sinal/ruído e demandam maior habilidade na análise, já que os modos não se destacam visualmente tanto quanto nas FRF (FU; HE, 2001).

5.2.1 Técnicas baseadas no Método Prony

No final do século XVIII, Gaspard Riche (o Barão de Prony), realizando estudos sobre a propagação dos gases propôs uma técnica de modelagem utilizando uma soma de funções exponenciais amortecidas. A técnica consiste na representação de $4N$ amostras, realizadas em intervalos idênticos de tempo, através da combinação linear de $2N$ funções exponenciais. O conceito introduzido pelo Barão de Prony permitiu que dados transientes ou harmônicos fossem representados por exponenciais complexas (FILHO, 2008).

5.2.1.1 Método da exponencial complexa Considerando um sistema de n GDL com condições iniciais nulas e sujeito a uma força correspondente a um impulso unitário, a função resposta ao impulso $h(t)$ pode ser representada por (IGLESIAS, 2000):

$$h_{ij}(t) = \sum_{r=1}^{2n} r A_{ij} \cdot e^{r \cdot S \cdot t} \quad \text{ou} \quad (5.22)$$

$$h(t) = \sum_{r=1}^{2n} r A \cdot e^{r \cdot S \cdot t} \quad (5.23)$$

onde ${}_rS = -\omega_r\xi_r + j\omega_d$ ³. A resposta $h(t)$ numa série de L amostras igualmente espaçadas no tempo (Δt) é dada por (IGLESIAS, 2000):

$$\begin{aligned}
 h_0 &= h(0) = \sum_{r=1}^{2n} {}_rA \\
 h_1 &= h(\Delta t) = \sum_{r=1}^{2n} {}_rA \cdot e^{{}_rS \cdot \Delta t} \\
 h_2 &= h(2\Delta t) = \sum_{r=1}^{2n} {}_rA \cdot e^{{}_rS \cdot 2\Delta t} \\
 &\vdots \quad \quad \quad \vdots \\
 h_L &= h(L\Delta t) = \sum_{r=1}^{2n} {}_rA \cdot e^{{}_rS \cdot L\Delta t}
 \end{aligned} \tag{5.24}$$

Com o uso de um *polinômio de característico* (ou de colocação) é introduzido um conjunto de $2n + 1$ coeficientes reais (coeficientes autoregressivos). Com as raízes do polinômio pode-se inferir os pólos das funções exponenciais (FILHO, 2008). É possível obter um polinômio de ordem L com coeficientes β tais que (IGLESIAS, 2000):

$$\beta_0 + \beta_1 \cdot {}_rV + \beta_2 \cdot {}_rV^2 + \dots + \beta_L \cdot {}_rV^L = 0 \tag{5.25}$$

onde ${}_rV = e^{{}_rS \cdot \Delta t}$. Multiplicando ambos os lados da equação 5.24 por β_0 até β_L e somando o resultado, é possível chegar a (IGLESIAS, 2000):

$$\sum_{j=0}^L \beta_j \cdot h_j = 0 \tag{5.26}$$

Com a equação 5.26 é possível obter os coeficientes autoregressivos. Eles são utilizados para calcular as raízes da equação 5.25 e com elas é possível estimar as frequências naturais e as taxas de amortecimento (IGLESIAS, 2000):

$$\begin{aligned}
 {}_rR &= \ln({}_rV) = {}_rS \cdot \Delta t \\
 f_n &= \frac{|{}_rR|}{2\pi\Delta t} \\
 {}_r\xi &= \sqrt{\frac{1}{1 + \left(\frac{\text{Im}({}_rR)}{\text{Re}({}_rR)}\right)^2}}
 \end{aligned} \tag{5.27}$$

Por fim, os resíduos podem ser obtidos através de equação 5.24. Na forma matricial tem-se (IGLESIAS, 2000):

³Para facilitar a leitura, nesta seção, será adotado "S" para representar a variável complexa "s".

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ V_1 & V_2 & V_3 & \dots & V_{2n} \\ V_1^2 & V_2^2 & V_3^2 & \dots & V_{2n}^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ V_1^{2n-1} & V_2^{2n-1} & V_3^{2n-1} & \dots & V_{2n}^{2n-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ \vdots \\ A_{2n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_0 \\ h_1 \\ h_2 \\ \vdots \\ h_{2n-1} \end{bmatrix} \quad (5.28)$$

Este método é conhecido como CE (*Complex Exponential*). É uma técnica SISO e, por não exigir que sejam estabelecidas estimativas iniciais além do número de modos, é considerado um método simples. Normalmente o número de modos é, inicialmente, superestimado, sendo posteriormente ajustado (MESQUITA et al., 2006). Uma das principais ferramentas para realizar este ajuste é o diagrama de estabilização, apresentado na seção 5.3.2. Consequentemente, os principais problemas deste método estão relacionados à determinação correta dos número de modos presentes, além da sua sensibilidade ao ruído (FILHO, 2008).

5.2.1.2 Least-squares complex exponential - LSCE O LSCE é uma extensão do CE. É um método global SIMO, analisando simultaneamente diversas IRF. Para isso aplica-se a excitação em um ponto, amostrando a resposta da estrutura em diversos pontos distintos. No LSCE consideram-se os coeficientes β como valores globais e, portanto constantes para qualquer faixa utilizada na IRF, além de serem invariáveis no tempo. Ou seja, os coeficiente autoregressivos são globais e permitem encontrar a solução para todas as IRFs usadas (MINETTE, 2014).

Em comparação ao CE, o LSCE é um mais robusto em relação à presença de ruído, apesar de manter o mesmo problema na determinação da quantidade real de modos presentes nos dados (MAIA; SILVA, 2001). Há uma variação MIMO do LSCE, conhecida como *Polyreference Time Domain* (PTD), que é um dos principais algoritmos utilizados atualmente em *softwares* de identificação de parâmetros modais (FILHO, 2008).

5.3 FERRAMENTAS DE AUXÍLIO NA ANÁLISE

5.3.1 MAC

O MAC é uma ferramenta matemática utilizada para comparar dois vetores entre si. Por isso, uma das suas aplicações é na verificação das formas modais obtidas (LUNDKVIST, 2010). Na FDD ele é utilizado para verificar se uma frequência vizinha a um pico será inclusa na PSD daquele modo específico. O critério utilizado é um valor mínimo de MAC entre os vetores singulares das frequências vizinhas e da frequência do pico. O MAC entre dois vetores $[\Psi]_r$ $[\Psi]_s$ é dado por:

$$MAC([\Psi]_r, [\Psi]_s) = \frac{([\Psi]_r^T \cdot [\Psi]_s)^2}{([\Psi]_r^T \cdot [\Psi]_r) \cdot ([\Psi]_s^T \cdot [\Psi]_s)} \quad (5.29)$$

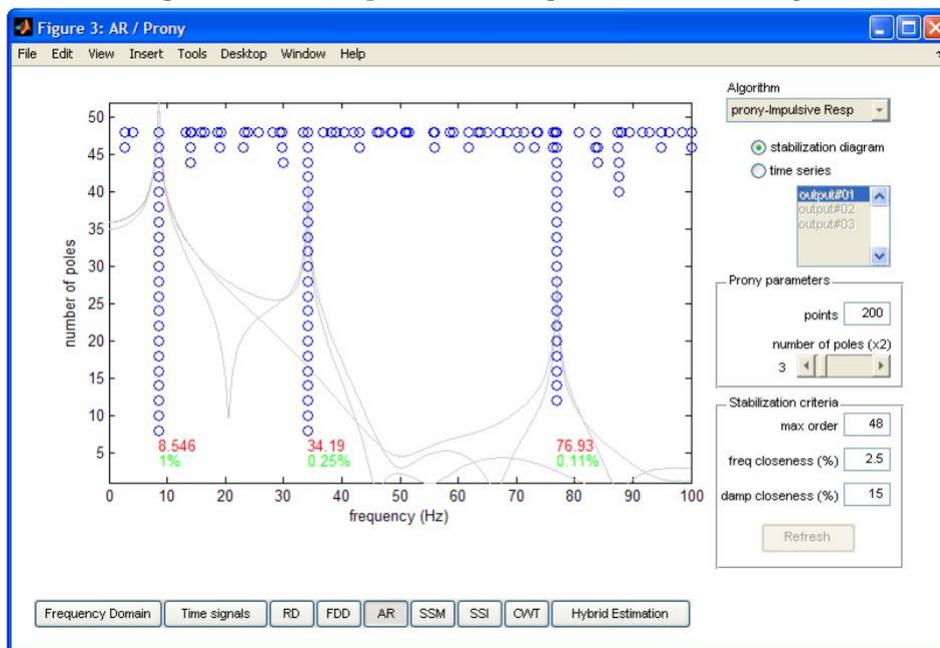
Valores próximos a 1 representam alto grau de similaridade entre os vetores, enquanto que valores próximos a zero significam grande diferença entre eles.

5.3.2 Diagrama de estabilização

O diagrama de estabilização é uma ferramenta utilizada para se comparar modelos com números distintos de pólos. Muitas vezes o método mais eficiente para se obter um modelo matemático é através do superdimensionado no número de pólos, realizando posteriormente a remoção dos pólos numéricos excedentes (FILHO, 2008).

O diagrama compara modelos de ordem N e $N - 1$. Para utilizar o diagrama são definidos alguns parâmetros de referência e estes são calculados para cada um dos modelos. Caso a variação entre os parâmetros escolhidos encontre-se dentro de um intervalo de tolerância pré-estabelecido, o pólo é considerado estável e permanece para a próxima iteração. Os pólos numéricos "virtuais" geralmente não se estabilizam e são eliminados durante o processo de construção do diagrama (FILHO, 2008). Um exemplo de diagrama de estabilização pode ser visto na figura 5.8.

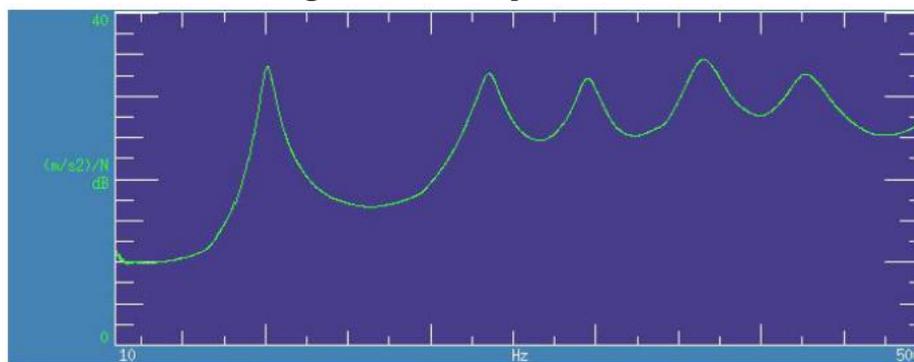
Figura 5.8 Exemplo de um diagrama de estabilização



Fonte: Filho (2008)

5.3.3 Summation Function - SUM

A SUM é, basicamente, a soma de um conjunto (ou de todas) das FRFs medidas. Observando a soma de diversas FRFs espera-se que todos os modos presentes naquele intervalo de frequência sejam encontrados, já que não se pode garantir que todos os modos estarão presentes em todos os pontos de amostragem (AVITABILE, 2007). Na presença de modos muito próximos a SUM pode dificultar a observação destes, mascarando-os. A figura 5.9 ilustra uma curva gerada pela SUM.

Figura 5.9 Exemplo de SUM

Fonte: Avitabile (2007)

AVALIAÇÃO DE MÉTODOS

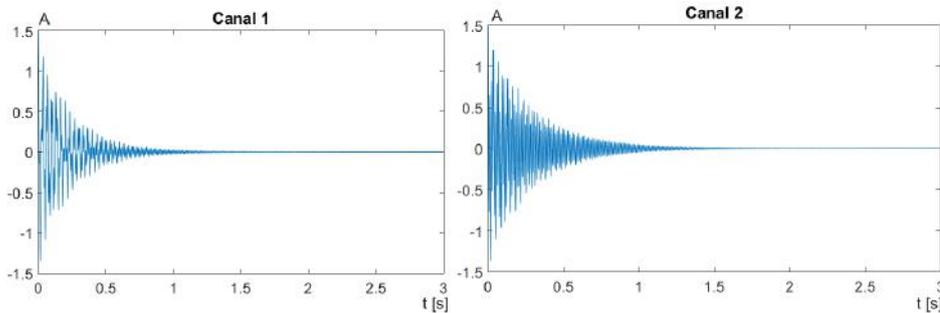
De forma a complementar os estudos de algumas das técnicas de análise modal, foram escritos códigos em Matlab para a aplicação do *Peak picking* (PP), *Least Square Complex Exponential* (LSCE), *Frequency Domain Decomposition* (FDD) e *Enhanced FDD* (EFDD). Para comparar os resultados obtidos com estes métodos e o seu comportamento em função de algumas características do sinal, como razão sinal-ruído¹ (SNR, *signal to noise ratio*) e proximidade dos modos, foi utilizado um sinal simulado de parâmetros conhecidos. Após este estudo inicial, foram analisados os dados gerados num experimento em laboratório, realizado por Minette (2014).

Adicionalmente, o sinal sintético e o sinal gerado no experimento foram avaliados com o uso do *software* comercial ARTeMIS Modal. Dentre outras técnicas, o programa implementa a FDD e EFDD. O uso desta ferramenta facilita bastante o pré-processamento dos sinais e a sua análise, mas, por ser um *software* de código fechado, não é possível saber se ele utiliza somente os processos descritos em Brincker, Ventura e Andersen (2001). É interessante ressaltar que os fundadores da empresa responsável pelo desenvolvimento do ARTeMIS, Palle Andersen e Rune Brincker², são autores do artigo que introduziu a FDD/EFDD.

O sinal sintético foi gerado no Matlab utilizando dois senos amortecidos de parâmetros determinados (taxas de amortecimento, frequências naturais e modos). A sua resposta no tempo pode ser vista na figura 6.1. Nas seções a seguir, os métodos escolhidos foram avaliados em razão da alteração de características do sinal e da adição de ruído.

¹A razão sinal-ruído é dada pela razão entre as potências do sinal medido e do ruído presente no mesmo.

²Informação retirada do site da empresa (<www.svibs.com/about_us/founders>) acessado em 28/09/2016.

Figura 6.1 Sinal simulado no tempo

6.1 SENSIBILIDADE AO RUÍDO

Devido à suspeita de que o ruído de contato entre o rotor e o estator do conjunto de BCP, gerado durante sua operação, possa influenciar os resultados de uma análise modal da estrutura, é necessário fazer uma análise do comportamento de alguns métodos aplicados a sinais com presença de ruído.

Nesta etapa, os métodos escolhidos avaliaram sinais na ausência de ruído e, posteriormente, com a adição de ruído branco. Foram gerados dois sinais, simulando a resposta de dois acelerômetros, compostos por uma combinação de dois senos amortecidos, de 30 e 85 Hz. Os sinais foram digitalizados a uma taxa de amostragem de 500 Hz. Sobre cada sinal total, foi aplicado ruído branco, resultando em razões sinal-ruído (SNR) de 30, 20 e 10 dB. Os resultados obtidos podem ser vistos na tabela 6.1, enquanto que o erro percentual, em relação aos valores de referência, estão contidos na tabela 6.2.

Tabela 6.1 Sinal sintético sem ruído

Parâmetro	Modo	Referência	PP	LSCE	FDD	EFDD	ARTeMIS
ω_n [rad/s]	1	188,5	189,1	188,5	187,2	219,9	188,7
	2	534,1	534,6	534,1	533,8	585,7	533,9
Vetor modal	1	[1 0,5]	–	[1 0,5]	[0,9 0,5]	[1 0,5]	[0,9 0,4]
	2	[0,5 1]	–	[0,5 1]	[0,4 0,9]	[0,5 1]	[0,4 0,9]
ξ (%)	1	2,65	2,65	2,65	–	2,91	2,1
	2	0,53	0,52	0,53	–	0,60	0,63

Tabela 6.2 Erro percentual

Parâmetro	Modo	PP	LSCE	FDD	EFDD	ARTeMIS
ω_n [rad/s]	1	0,32	0	0,71	16,67	0,08
	2	0,10	0	0,05	9,67	0,02
Vetor modal	1	–	0	[10 0]	0	[10 20]
	2	–	0	[20 10]	0	[20 10]
ξ (%)	1	0,29	0,05	–	9,64	19,97
	2	1,26	0	–	12,87	18,76

Com esta primeira análise, pode-se perceber que o *Peak picking*, apesar de ser extremamente simples, conseguiu estimar com precisão as frequências naturais e taxas de amortecimento. Na ausência de ruído pode-se encontrar sem dificuldade os picos e as frequências que serão utilizadas para o cálculo da taxa de amortecimento, seguindo o método da meia potência (ω_1 e ω_2). Entretanto, deve-se ressaltar que geralmente é necessário realizar interpolações para determinar as frequências ω_1 e ω_2 , o que aumenta a incerteza da estimação.

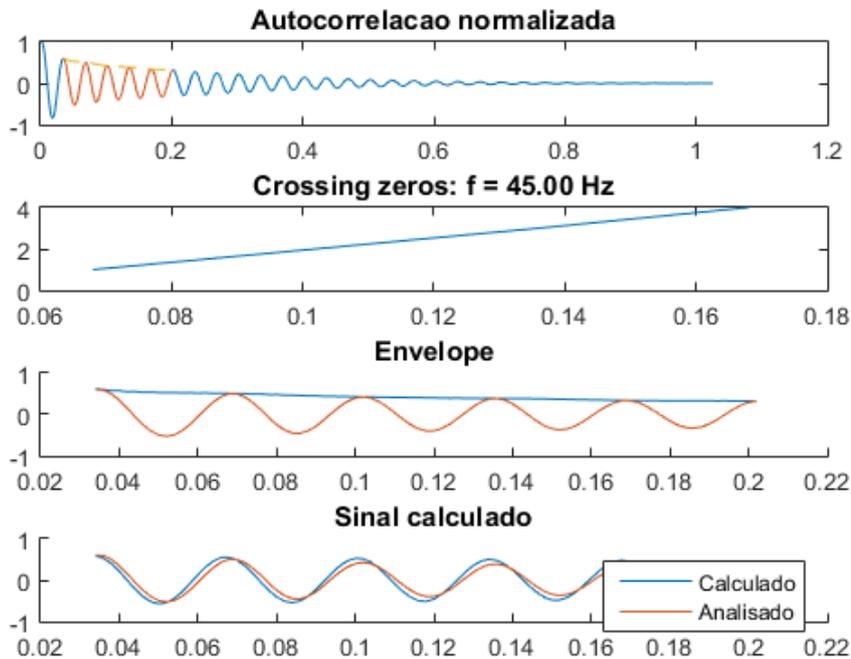
O LSCE, na ausência de ruído, conseguiu estimar com grande acurácia todos os parâmetros modais. Entretanto, mesmo para um sinal com reduzido número de modos, o algoritmo apresentou um elevado tempo de processamento. Em média, foram necessários 4,88 segundos para a execução do algoritmo, enquanto que este tempo foi de apenas 0,17 segundos para a rotina da EFDD. É necessário destacar que nesta contagem de tempo, para o LSCE, não está incluso o tempo de execução do diagrama de estabilização, uma vez que o número de modos já era conhecido previamente. Além disso, em relação aos demais métodos testados, o LSCE não fornece ao usuário um meio de interpretação visual, como o espectro do sinal, que permita uma pré-verificação intuitiva das características do mesmo.

É possível perceber que o algoritmo implementado em Matlab para a aplicação do EFDD e o ARTeMIS apresentaram resultados similares. A diferença entre os valores das frequências naturais calculadas deve-se ao fato de que o código em Matlab obtém esse valor através do *crossing zeros*, enquanto que o ARTeMIS estima utilizando os picos da decomposição em valores singulares³ (SVD), como na FDD. Desta forma, a rotina de FDD desenvolvida no Matlab estima as frequências com valores muito próximos aos obtidos com o ARTeMIS. Como foram estimados os melhores resultados e pelo fato do ARTeMIS utilizar esta metodologia, as frequências naturais do EFDD implementado em Matlab serão estimadas através da seleção direta de picos da SVD.

É necessário destacar que o método da EFDD necessita do ajuste de parâmetros, como a determinação do intervalo de correlação que será analisado e o valor de MAC aplicado. Após a obtenção da função de autocorrelação normalizada, é necessário determinar qual o intervalo da mesma será utilizado para a determinação da taxa de amortecimento (através do decremento logarítmico) e da frequência natural (através do *crossing zeros*). O ARTeMIS utiliza como padrão o trecho da função de autocorrelação entre os picos menores que 0,95 e maiores que 0,3. A figura 6.2 demonstra uma das telas da rotina desenvolvida em Matlab, nela é possível visualizar a função de autocorrelação normalizada e o trecho escolhido para a análise (em vermelho) utilizando os parâmetros recomendados.

³No momento de seleção dos picos, o programa exibe uma nota informando que as frequências naturais serão obtidas através do FDD.

Figura 6.2 Algoritmo implementado em Matlab



Valores distintos para o intervalo do mínimo e máximo da função de autocorrelação e variações no intervalo do MAC alteram o valor dos parâmetros estimados. Os primeiros afetam o valor obtido para a taxa de amortecimento (considerando que a frequência natural será estimada a partir dos picos da SVD), enquanto que o intervalo do MAC altera ambos parâmetros modais. Outro ponto a ser analisado é que, apesar de apresentar um grande erro percentual, a diferença absoluta entre o valor de referência e a taxa de amortecimento estimada não é elevada. Neste caso, as diferenças para o algoritmo desenvolvido em Matlab são de 0,26% e 0,07% para o primeiro e segundo modo, respectivamente, enquanto que para o ARTeMIS são de 0,53% e 0,10%.

Após a análise do sinal sem ruído, o mesmo estudo foi feito com aumento progressivo do ruído presente. Foram analisados sinais com relação sinal-ruído de 30 dB, 20 dB e 10 dB. Pode-se observar, com a figura 6.3, os efeitos do ruído no espectro. À medida que o ruído aumenta, apesar dos picos permanecerem consideravelmente distinguíveis (exceto para o caso de SNR igual a 10 dB), torna-se cada vez mais difícil determinar as frequências ω_1 e ω_2 . Assim, é necessária, cada vez mais, a interpretação do usuário. Os resultados deste testes estão resumidos nas tabelas 6.3, 6.4 e 6.5 para os valores de SNR iguais a 30 dB, 20 dB e 10 dB, respectivamente.

Figura 6.3 Efeito do ruído no espectro

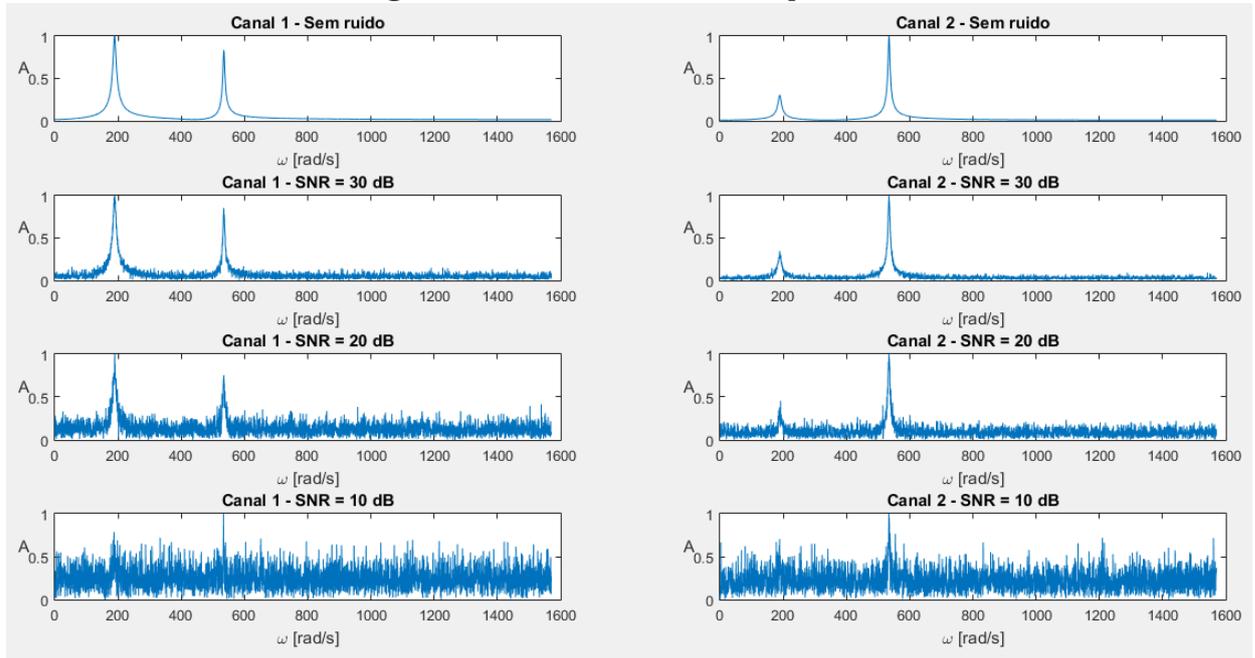


Tabela 6.3 Sinal sintético - SNR = 30 dB

Parâmetro	Modo	Ref	PP	LSCE	FDD	EFDD	ARTeMIS
ω_n [rad/s]	1	188,5	190,35	785,4	187,2	187,2	188,5
	2	534,1	534,6	-833,14	533,6	533,6	534
Vetor modal	1	[1 0,5]	–	[0 0,02]	[0,9 0,4]	[1 0,4]	[0,9 0,5]
	2	[0,5 1]	–	[0 0,01]	[0,5 0,9]	[0,5 1]	[0,4 0,9]
ξ (%)	1	2,65	2,48	-49,46	–	2,31	2,16
	2	0,53	0,52	-51,79	–	0,50	0,61

Tabela 6.4 Sinal sintético - SNR = 20 dB

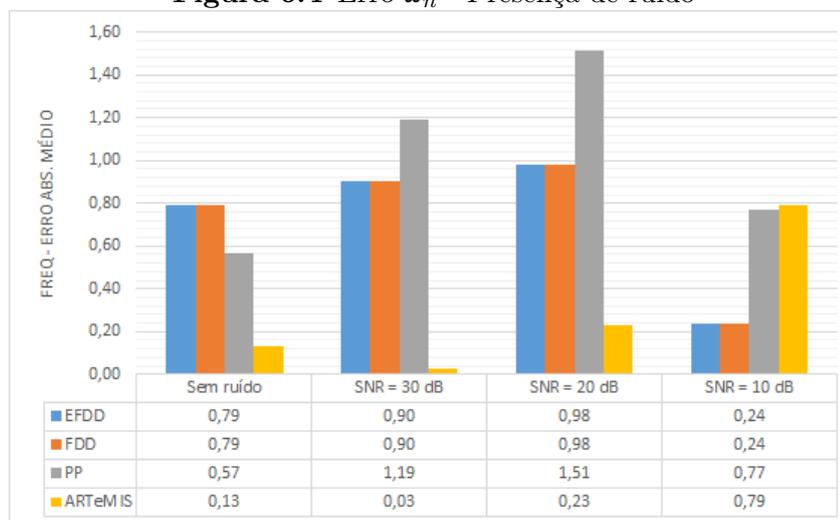
Parâmetro	Modo	Ref	PP	LSCE	FDD	EFDD	ARTeMIS
ω_n [rad/s]	1	188,5	187,9	-747,5	190,2	190,2	188,3
	2	534,1	536,5	785,4	533,8	533,8	534,3
Vetor modal	1	[1 0,5]	–	[0 0,01]	[0,9 0,5]	[1 0,6]	[0,9 0,4]
	2	[0,5 1]	–	[0 0,01]	[0,5 0,9]	[0,5 1]	[0,5 0,9]
ξ (%)	1	2,65	1,17	-49,1	–	1,54	2,58
	2	0,53	0,52	-39,3	–	0,43	0,65

Tabela 6.5 Sinal sintético - SNR = 10 dB

Parâmetro	Modo	Ref	PP	LSCE	FDD	EFDD	ARTEMIS
ω_n [rad/s]	1	188,5	–	804,6	–	–	–
	2	534,1	533,3	840,7	533,8	533,8	533,29
Vetor modal	1	[1 0,5]	–	[0 0,01]	–	–	–
	2	[0,5 1]	–	[0 0,01]	[0,6 0,8]	[0,7 0,9]	[0,3 0,9]
ξ (%)	1	2,65	–	-46,65	–	–	–
	2	0,53	0,47	-52,79	–	0,12	1,12

É possível perceber que o algoritmo do PP apresenta bons resultados mesmo em elevada presença de ruído. Entretanto, como mencionado anteriormente, é necessária bastante interpretação do usuário na escolha das frequências que serão utilizadas no método de meia potência. O LSCE se mostrou bastante sensível em relação ao ruído. Mesmo para a razão sinal-ruído de 30 dB, já não foi possível estimar nenhum dos parâmetros modais com alguma exatidão.

Para o caso de baixa SNR (10 dB), nenhum dos métodos no domínio da frequência utilizados foi capaz de detectar o primeiro modo. Além disso, pode-se notar que a taxa de amortecimento é o fator mais sensível à presença de ruído, já que a estimação dos demais parâmetros manteve-se em valores próximos. É possível perceber que, em todos os casos, o EFDD conseguiu estimar com boa precisão as frequências naturais e os modos. As diferenças absolutas médias, para as frequências naturais, estão sumarizadas na figura 6.4. É importante destacar que, apesar de aparentemente as estimativas para o pior caso (SNR = 10 dB) apresentarem os melhores resultados, esta coluna considera apenas os picos do segundo modo, já que o primeiro modo não foi detectado nesta situação. Como o gráfico apresenta os erros médios e as estimativas do primeiro modo carregavam maior erro, essa última avaliação apresenta este tipo de distorção. Os resultados para o LSCE foram omitidos para não prejudicar a visualização, devido à escala.

Figura 6.4 Erro ω_n - Presença de ruído

6.2 PROXIMIDADE DOS MODOS

Após avaliar a influência da presença de ruído nos resultados, foi analisado como a estimação dos parâmetros varia em função da proximidade dos modos. Para isto as frequências naturais do sistema foram modificadas, mantendo-se uma frequência fixa em 30 Hz (188,50 rad/s) e, progressivamente reduzindo a segunda utilizando os valores de 90 Hz (565,49 rad/s), 60 Hz (377 rad/s), 45 Hz (282,74 rad/s) e 35 Hz (219,91 rad/s). Como já foi verificada a similaridade entre os resultados obtidos com o algoritmo da EFDD e do ARTeMIS, nos demais testes com sinais sintéticos o comportamento da EFDD será avaliado somente com o algoritmo desenvolvido. Os resultados estão sumarizados nas tabelas 6.6, 6.7, 6.8 e 6.9, respectivamente.

Tabela 6.6 Efeito da proximidade dos modos - 30 Hz e 90 Hz

Parâmetro	Modo	Referência	PP	LSCE	FDD	EFDD
ω_n [rad/s]	1	188,5	189,1	188,5	187,2	187,2
	2	565,5	566	565,5	564,4	564,4
Vetor modal	1	[1 0,5]	–	[1 0,5]	[0,9 0,5]	[1 0,5]
	2	[0,5 1]	–	[0,5 1]	[0,4 0,9]	[0,5 1]
ξ (%)	1	2,65	2,80	2,65	–	2,34
	2	0,53	0,55	0,53	–	0,54

Tabela 6.7 Efeito da proximidade dos modos - 30 Hz e 60 Hz

Parâmetro	Modo	Referência	PP	LSCE	FDD	EFDD
ω_n [rad/s]	1	188,5	189,1	188,5	187,2	187,2
	2	377	377,5	377	377,4	377,4
Vetor modal	1	[1 0,5]	–	[1 0,5]	[0,9 0,5]	[1 0,5]
	2	[0,5 1]	–	[0,5 1]	[0,4 0,9]	[0,5 1]
ξ (%)	1	2,65	2,64	2,65	–	2,29
	2	0,80	0,76	0,80	–	0,79

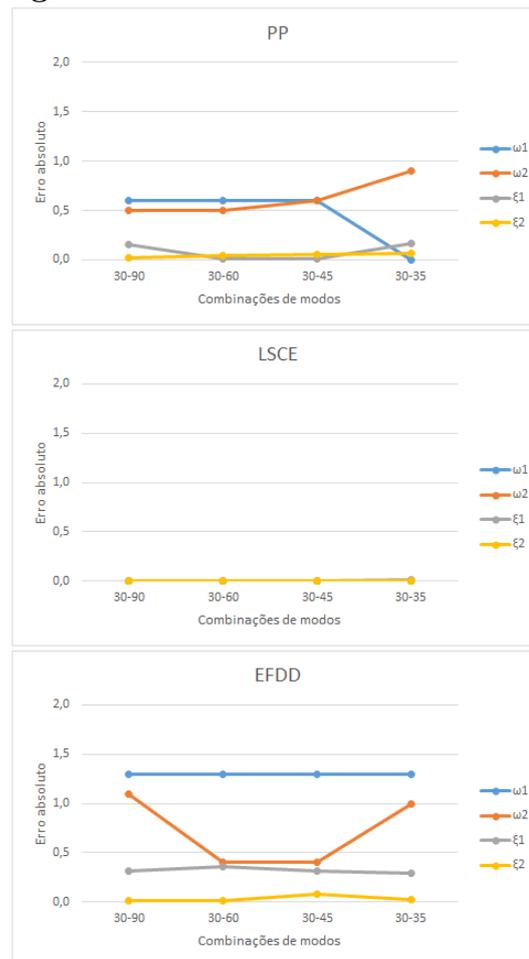
Tabela 6.8 Efeito da proximidade dos modos - 30 Hz e 45 Hz

Parâmetro	Modo	Referência	PP	LSCE	FDD	EFDD
ω_n [rad/s]	1	188,5	189,1	188,5	187,2	187,2
	2	282,7	283,3	282,7	282,3	282,3
Vetor modal	1	[1 0,5]	–	[1 0,5]	[0,9 0,5]	[1 0,5]
	2	[0,5 1]	–	[0,5 1]	[0,4 0,9]	[0,5 1]
ξ (%)	1	2,65	2,64	2,65	–	2,34
	2	1,06	1,11	1,06	–	0,98

Tabela 6.9 Efeito da proximidade dos modos - 30 Hz e 35 Hz

Parâmetro	Modo	Referência	PP	LSCE	FDD	EFDD
ω_n [rad/s]	1	188,5	188,5	188,5	187,2	187,2
	2	219,9	220,8	219,9	220,9	220,9
Vetor modal	1	[1 0,5]	–	[1 0,5]	[0,9 0,4]	[1 0,5]
	2	[0,5 1]	–	[0,5 1]	[0,5 0,9]	[0,5 1]
ξ (%)	1	2,65	2,49	2,64	–	2,36
	2	1,36	1,42	1,36	–	1,33

Para os valores testados, a proximidade dos modos não influenciou significativamente na estimativa dos parâmetros. A primeira frequência natural estimada pelo Peak Picking foi o único parâmetro que apresentou melhora na estimativa com a proximidade dos modos, entretanto a variação foi de aproximadamente apenas 0,5 Hz, sendo então considerada como uma flutuação desprezível. Na figura 6.5 é possível observar a diferença absoluta dos valores obtidos para cada conjunto de frequências testados e como estes valores variam pouco em relação às diferentes configurações dos modos.

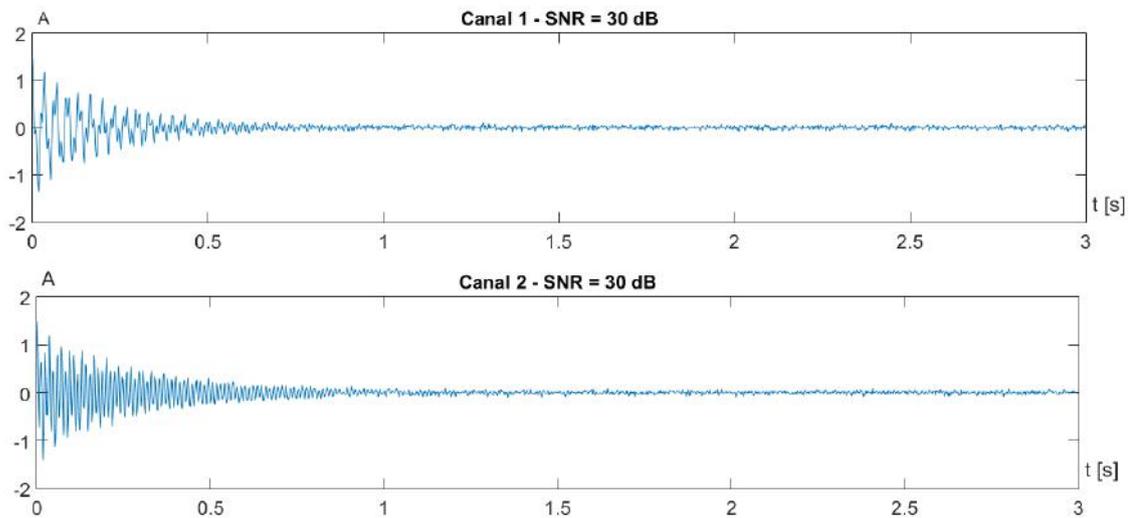
Figura 6.5 Erro - Proximidade dos modos

6.3 LARGURA DA JANELA

Em experimentos com estruturas reais, geralmente é necessário selecionar, dentre toda a informação coletada, um período específico de tempo (janela de tempo) que será analisado. Idealmente, busca-se um janela de largura tal que os dados contidos nela representem apenas a resposta da estrutura à excitação de entrada. Um pico pode ser utilizado para definir o início da janela, mas não há uma característica clara para determinar o seu fim precisamente. Por isso, o último aspecto observado nesta etapa foi a influência da largura da janela de tempo utilizada na análise.

Para os testes foi utilizado um sinal composto com dois senos amortecidos, como nas etapas anteriores, definidos entre zero e três segundos e com taxa de amostragem de 500 Hz. O sinal no tempo, nos dois canais, pode ser visto na figura 6.6. Este sinal foi expandido com valores nulos e, sobre este novo conjunto de dados, aplicou-se ruído branco resultando em uma SNR de 30 dB. Desta forma, valores posteriores a três segundos são compostos apenas por ruído.

Figura 6.6 Sinais de vibração com SNR de 30 dB



Como o LSCE apresentou resultados com pouca precisão para sinais com razão sinal-ruído de 30 dB, esta técnica não foi considerada nesta análise. Foram utilizadas janelas de tempo de 13, 6 e 3 segundos para a análise do comportamento das estimativas. Os resultados estão compilados nas tabelas 6.10, 6.11 e 6.12, respectivamente.

Tabela 6.10 Análise - Janela de 13 segundos

Parâmetro	Modo	Referência	PP	FDD	EFDD
ω_n [rad/s]	1	188,5	188,5	190,4	190,4
	2	534,1	535,3	534,1	534,1
Vetor modal	1	[1 0,5]	–	[0,9 0,4]	[1 0,5]
	2	[0,5 1]	–	[0,4 0,9]	[0,5 1]
ξ (%)	1	2,65	2,58	–	2,26
	2	0,56	0,59	–	0,51

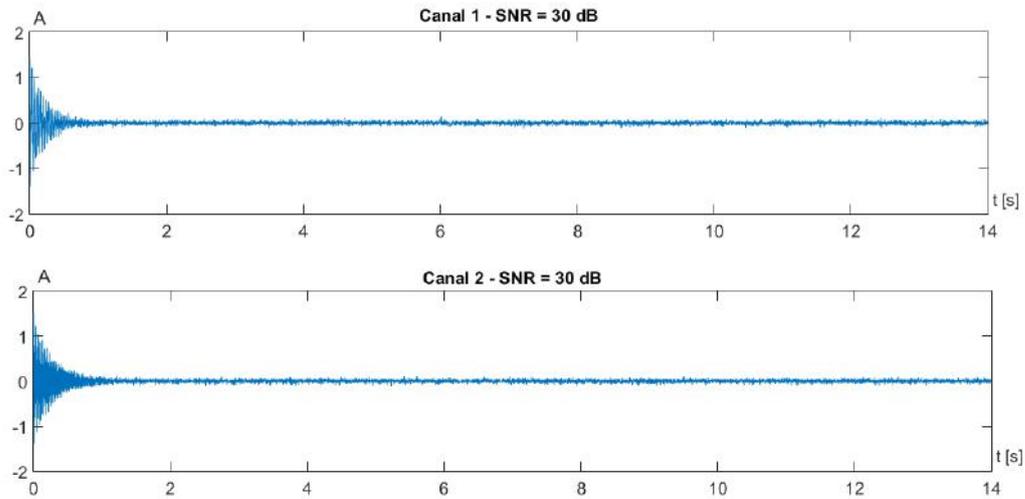
Tabela 6.11 Análise - Janela de 6 segundos

Parâmetro	Modo	Referência	PP	FDD	EFDD
ω_n [rad/s]	1	188,5	189,8	190,4	190,4
	2	534,1	534,7	534,1	534,1
Vetor modal	1	[1 0,5]	–	[0,9 0,5]	[1 0,5]
	2	[0,5 1]	–	[0,4 0,9]	[0,5 1]
ξ (%)	1	2,65	2,77	–	2,86
	2	0,56	0,49	–	0,72

Tabela 6.12 Análise - Janela de 3 segundos

Parâmetro	Modo	Referência	PP	FDD	EFDD
ω_n [rad/s]	1	188,5	190,4	190,4	190,4
	2	534,1	536	534,1	534,1
Vetor modal	1	[1 0,5]	–	[0,9 0,4]	[1 0,5]
	2	[0,5 1]	–	[0,5 0,9]	[0,5 1]
ξ (%)	1	2,65	2,19	–	3,00
	2	0,56	0,59	–	0,66

Com os resultados obtidos pode-se perceber que, nos casos estudados de sinais com SNR de 30 dB, a largura da janela de tempo não interferiu significativamente nas estimativas dos parâmetros. Mesmo para o primeiro caso, com a adição de dez segundos de ruído (figura 6.7), todos os métodos apresentaram bons resultados. Como os espectros do sinal permaneceram semelhantes nas três condições, era esperado que os métodos no domínio da frequência apresentassem pouca sensibilidade à variação da janela de tempo.

Figura 6.7 Sinal - 13 segundos

6.4 SISTEMA REAL

Os métodos ainda foram comparados utilizando dados de um experimento de um sistema real. O teste foi realizado por Minette (2014). Além do PP, LSCE e EFDD, o sistema foi modelado no *software* Hyperworks, para a realização da análise modal por elementos finitos. A estrutura analisada foi uma viga de alumínio engastada em sua base, como pode ser visto na figura 6.8. Foram utilizados cinco acelerômetros distribuídos ao longo da barra. Para excitar a estrutura foi utilizado um martelo e os impactos foram realizados próximos ao engaste. A tabela 6.13 sumariza os valores médios obtidos com os métodos escolhidos.

Figura 6.8 Viga engastada

Fonte: Minette (2014)

Tabela 6.13 Viga engastada

Modo	Parâmetro	PP	LSCE	EFDD	E. Finitos
1	ω_n [Hz]	–	4,56	–	3,78
	ξ (%)	–	0,46	–	–
2	ω_n [Hz]	15,13	14,90	14,81	15,11
	ξ (%)	2,10	0,37	2,53	–
3	ω_n [Hz]	41,33	41,34	41,02	23,66 - 66,22
	ξ (%)	1,89	0,50	1,06	–
4	ω_n [Hz]	81,71	81,18	81,23	94,51
	ξ (%)	0,52	0,11	0,48	–

É possível perceber que as frequências naturais são coerentes entre si, apesar do *Peak picking* e EFDD não terem detectado o primeiro modo indicado pelo LSCE e por elementos finitos. É importante ressaltar que os espectros dos sinais não indicam visualmente a presença deste pico. A taxa de amortecimento estimada pelo PP e EFDD também apresentam valores próximos entre si, mas destoantes dos estimados pelo LSCE. Com o teste realizado anteriormente, onde a razão sinal-ruído foi variada, foi possível perceber que este parâmetro é mais sensível ao ruído e, entre as técnicas estudadas, o LSCE foi o mais impactado pela adição de ruído. Desta forma, é provável que a estimação deste parâmetro, com o LSCE, tenha sido afetada pela presença de ruído.

A análise por elementos finitos, diferentemente dos demais, detectou dois modos distintos entre 15 Hz e 80 Hz. Na modelagem do sistema não foram incluídas as massas dos acelerômetros, o que no caso de estruturas leves pode ser bastante significativo. Além disso, as condições de contorno não são perfeitamente semelhantes e é possível que propriedades do material da barra real e as utilizadas pelo Hyperworks sejam distintas. Esses fatores influenciaram os resultados obtidos pela simulação computacional. Assim, é possível perceber que, para sistemas complexos, a modelagem computacional é também complexa, requerendo os resultados da análise modal para o seu ajuste.

EXPERIMENTOS

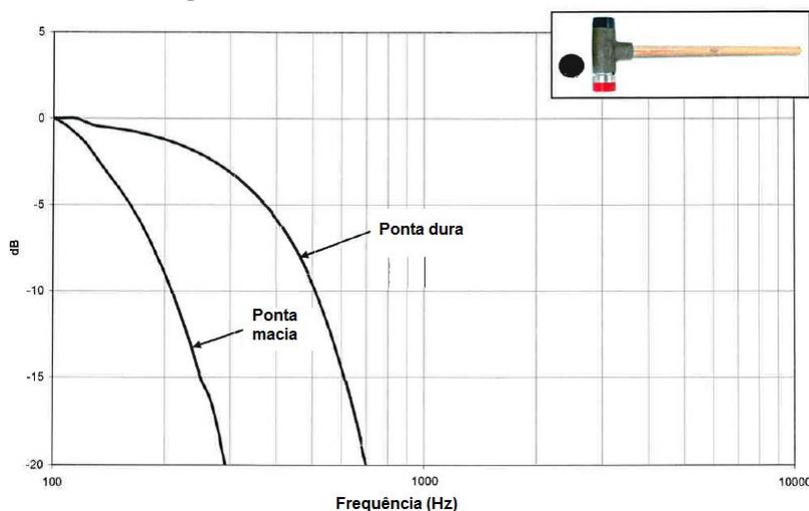
Uma vez testados os métodos em sinais conhecidos e em uma estrutura simples, foram realizados os experimentos nas estruturas relacionadas ao conjunto BCP. Também foi testado o conjunto no interior do poço de testes, em condições de instalação similares às encontradas em um poço real. Os resultados destes ensaios servirão de base para um estudo mais aprofundado sobre o comportamento dinâmico do conjunto em operação. Foram testados o conjunto rotor-estator em diferentes condições de contorno, além da coluna de revestimento, onde a bomba será instalada. Por fim, foi analisado o conjunto BCP. Nestes experimentos, optou-se por utilizar apenas o ARTeMIS, por conta da maior praticidade e organização, em relação ao algoritmo desenvolvido, na manipulação e análise do grande número de conjunto de dados gerados.

7.1 COLUNA DE REVESTIMENTO

A coluna de revestimento, vista na figura 7.1, é uma estrutura composta por uma série de tubos metálicos, que serve de suporte para a instalação dos métodos de elevação artificial utilizados no *Laboratório de Elevação Artificial (LEA)* da UFBA. Entretanto, diferentemente do que ocorre em um poço real, a coluna de revestimento do LEA e, conseqüentemente, a bomba, não estão ancorados em uma estrutura com massa infinita (Terra). Por isso, é necessário realizar a análise modal na coluna de revestimento, a fim de estudar as suas propriedades dinâmicas. Este experimento é necessário para que seja possível investigar se o comportamento da coluna de revestimento pode interferir nos resultados da análise de vibração do conjunto BCP.

Figura 7.1 Coluna de revestimento

A estrutura foi excitada a partir de um martelo modal modelo 086D50 da *PCB Piezotronics*. Foram realizados três impactos em cada um dos andares da *Escola Politécnica* da UFBA, totalizando 24 impactos. Com este martelo é possível utilizar três tipos distintos de ponta, classificadas de acordo com a sua rigidez. Por isso, com o objetivo de verificar o comportamento da estimativa dos parâmetros em função do tipo de ponta empregado, neste primeiro experimento foram analisados os sinais gerados com todas três pontas. Para todas as configurações foi utilizado o mesmo procedimento, sendo a troca das pontas a única variável modificada. As curvas do sinal gerado pelo martelo, com as pontas de maior e a de menor rigidez, fornecidas pelo fabricante podem ser vistas na figura 7.2.

Figura 7.2 Sinal de entrada do martelo

Fonte: Adaptado do manual do fabricante - PCB Piezotronics

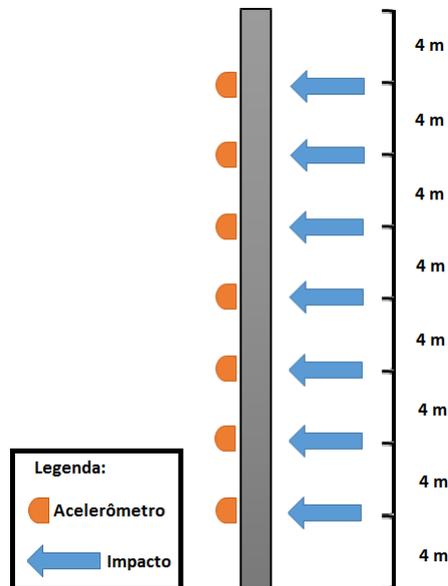
Para a coleta dos dados da resposta da coluna de revestimento, foram utilizados sete

acelerômetros alinhados e distribuídos de forma equidistante ao longo do seu comprimento de, aproximadamente, 32 m. Foram utilizados acelerômetros modelo 624B11, também da *PCB Piezotronics*, fixados conforme visto na figura 7.3. Os impactos foram aplicados em pontos diametralmente opostos aos sensores. Um esquema da distribuição dos acelerômetros pode ser visto na figura 7.4.

Figura 7.3 Fixação do acelerômetro na coluna de revestimento



Figura 7.4 Distribuição dos acelerômetros na coluna de revestimento



A aquisição dos sinais dos acelerômetros foi realizada através de uma interface desenvolvida em *LabView*, com cartões NI 9234 da *National Instruments*. O cabeçote de acionamento utilizado para fornecer potência ao conjunto BCP é o modelo NDH020DH20 - HB da *NETZSCH*. Este cabeçote é capaz de operar em rotações de até 500 rpm (8,33

Hz). Entretanto, para esta instalação, a velocidade de trabalho esperada é de 100 rpm (1,67 Hz). Desta forma, considerando o volume de dados que seriam gerados e o teorema de Nyquist, os dados foram amostrados a uma taxa de 1707 Hz, um dos menores valores possíveis para estes cartões. É possível reduzir ainda mais a frequência de aquisição, de forma computacional, através da *dizimação*, que consiste no descarte de alguns valores na amostra. Entretanto, esta operação não foi necessária, considerando o tamanho final dos arquivos e o tempo de processamento dos mesmos. Nas figuras 7.5 e 7.6 pode-se ver uma das telas do sistema de aquisição e os cartões NI 9234, respectivamente.

Figura 7.5 Sistema de aquisição

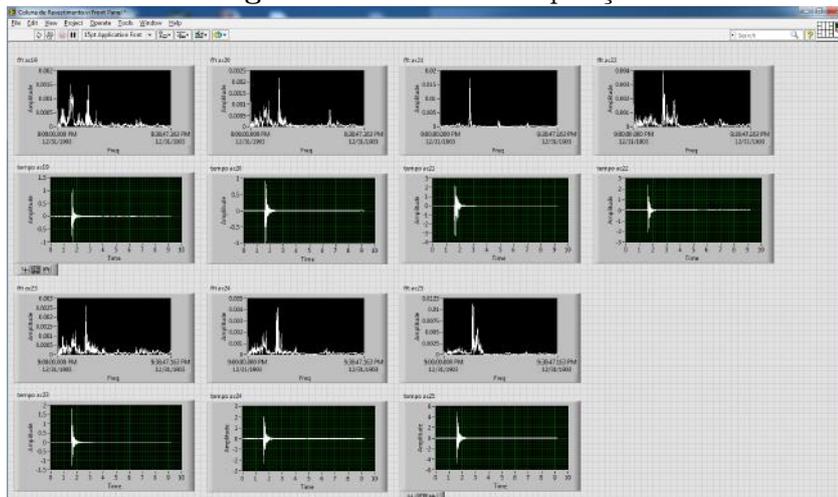


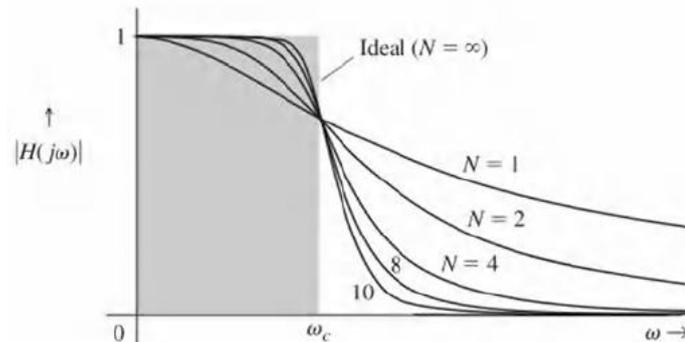
Figura 7.6 Cartões de aquisição NI 9234



A etapa de pré-processamento dos sinais consistiu na sua truncagem no tempo e aplicação de um filtro passa-baixa de Butterworth de terceira ordem. É um filtro bastante utilizado para atenuar frequências acima de um intervalo desejado, neste caso utilizado apenas para certificar que o sinal da resposta estaria dentro do limite de excitação do

martelo. Na figura 7.7 pode-se ver as respostas de amplitude de filtros Butterworth de diferentes ordens N . Os dados foram analisados através da *Enhanced Frequency Domain Decomposition* (EFDD), com o uso do ARTeMIS.

Figura 7.7 Respostas de amplitude de um filtro Butterworth



Fonte: Lathi (2007)

Figura 7.8 Sinal truncado da resposta no tempo - Ponta macia

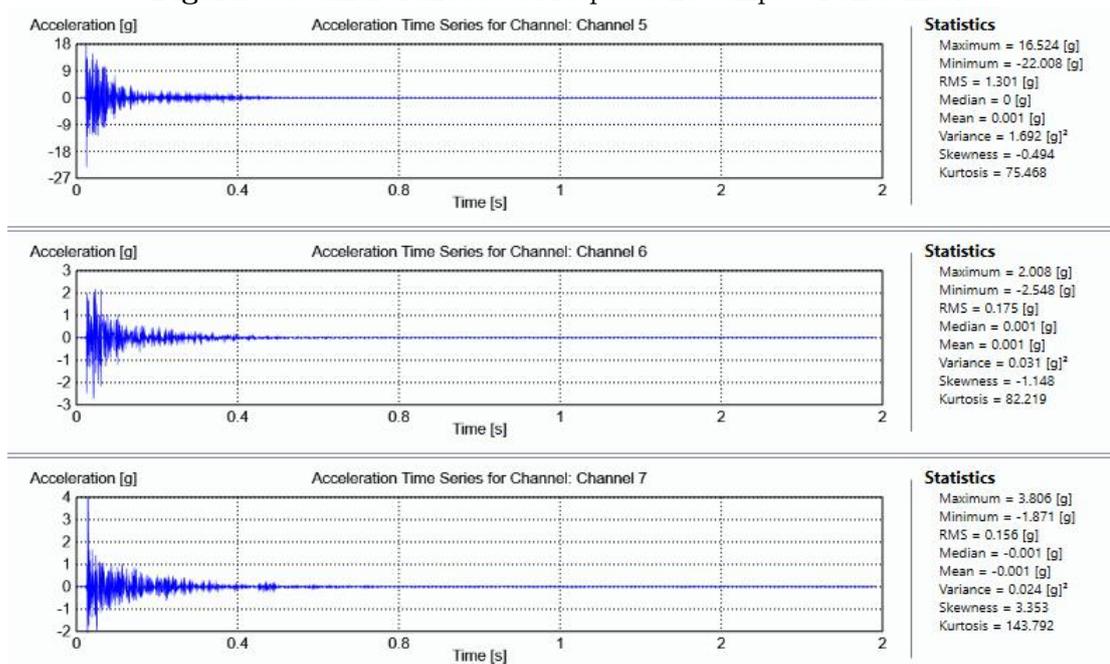
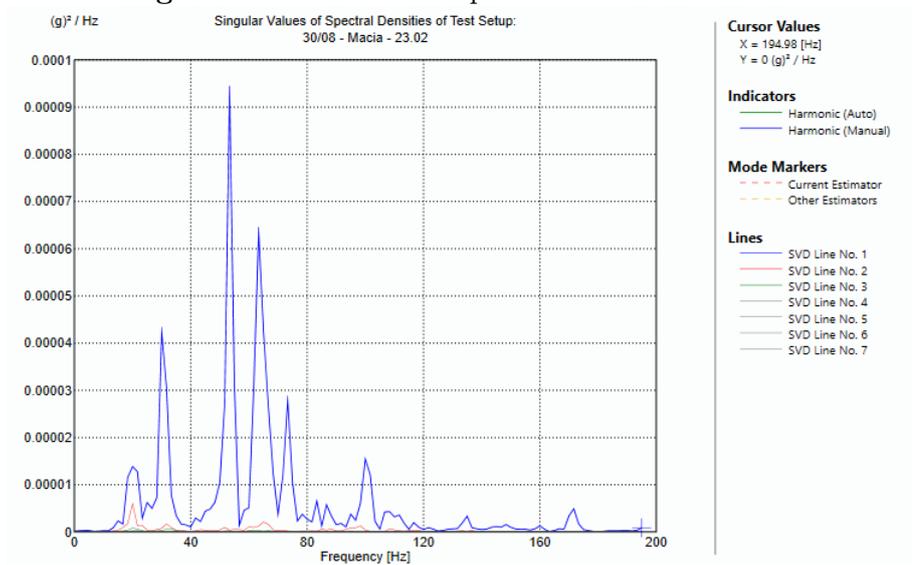


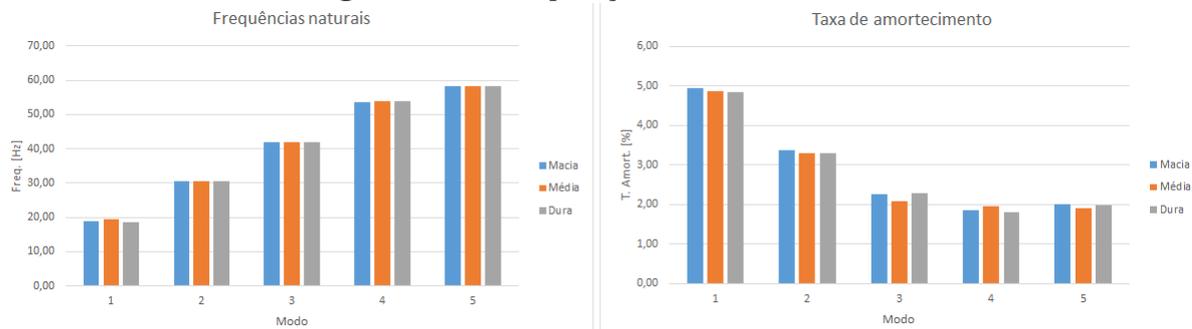
Figura 7.9 SVD do sinal processado - Ponta macia

Neste primeiro experimento foram testadas todas as três pontas: macia, média e dura. Exemplos de alguns sinais truncados no tempo e da decomposição em valores singulares (SVD) do sinal processado do martelo de ponta macia podem ser vistos nas figuras 7.8 e 7.9, respectivamente, ambas retiradas do ARTeMIS. Os resultados, compilados na tabela 7.1, demonstram que, para todas as três configurações, os cinco primeiros modos foram estimados com valores similares. Entretanto, deve-se destacar que os picos do primeiro modo (18,64 Hz) foram de difícil detecção (picos de pequena amplitude) nos dados coletados após o impacto com a ponta dura. A similaridade entre as estimativas, para as frequências naturais e taxas de amortecimento, pode ser vista, de forma gráfica, através da figura 7.10.

Deve-se destacar que, como as amplitudes da resposta são maiores para os impactos com ponta dura, a razão sinal-ruído para estes sinais é maior. Entretanto, esta última característica não influenciou nas estimativas dos parâmetros. Desta forma, para os experimentos posteriores, os impactos serão realizados apenas com a ponta macia, seguindo a recomendação encontrada na literatura (EWINS, 1995; BILOSOVA, 2011).

Tabela 7.1 Resultados da análise modal - Coluna de revestimento

Modo	Ponta macia		Ponta média		Ponta dura	
	f_n [Hz]	ξ (%)	f_n [Hz]	ξ (%)	f_n [Hz]	ξ (%)
1	18,93	4,95	19,36	4,87	18,64	4,83
2	30,46	3,37	30,52	3,29	30,66	3,31
3	41,86	2,27	41,86	2,09	42,04	2,28
4	53,64	1,86	53,82	1,97	53,89	1,80
5	58,25	2,02	58,38	1,91	58,17	1,97

Figura 7.10 Comparação entre os resultados

Os valores apresentados na tabela 7.1 são os valores médios, calculados a partir da análise dos 24 impactos de cada uma das pontas. É importante notar que o primeiro modo detectado na análise apresenta frequência natural acima da faixa de rotação nominal do cabeçote (8,33 Hz). Desta forma, não deverá ocorrer o fenômeno da ressonância durante a operação do conjunto BCP no LEA¹, evitando vibrações de intensidade excessiva na estrutura instalada no interior da Escola Politécnica da UFBA. É possível perceber a pequena dispersão nos valores estimados observando o baixo desvio padrão de cada uma das estimativas, compilados na tabela 7.2.

Tabela 7.2 Desvio padrão dos parâmetros estimados

Modo	Ponta macia		Ponta média		Ponta dura	
	f_n [Hz]	ξ (%)	f_n [Hz]	ξ (%)	f_n [Hz]	ξ (%)
1	1,05	0,07	0,05	0,12	1,65	0,54
2	0,12	0,10	0,05	0,07	0,16	0,14
3	0,13	0,40	0,13	0,63	0,24	0,60
4	0,43	0,25	0,45	0,31	0,34	0,09
5	0,14	0,42	0,19	0,05	0,07	0,05

7.2 CONJUNTO ROTOR/ESTATOR

Após a análise da coluna de revestimento, foi analisado o conjunto rotor e estator que será instalado no interior desta coluna. Adicionalmente, foi testado um segundo conjunto de maior dimensão. Como, com a atual estrutura disponível no LEA, não é possível instalar este segundo conjunto no interior do poço, optou-se por realizar a análise utilizando uma forma de sustentação livre. Para manter a similaridade entre os experimentos, manteve-se a mesma configuração para os dois conjuntos. Para a sustentação, foi utilizada uma corrente e os conjuntos foram suspensos verticalmente. Um dos equipamentos, com os acelerômetros instalados, pode ser visto na figura 7.11.

¹LEA - Laboratório de Elevação Artificial, localizado no Centro de Capacitação Tecnológica em Automação Industrial (CTAI) da UFBA.

Figura 7.11 Conjunto rotor e estator com acelerômetros instalados

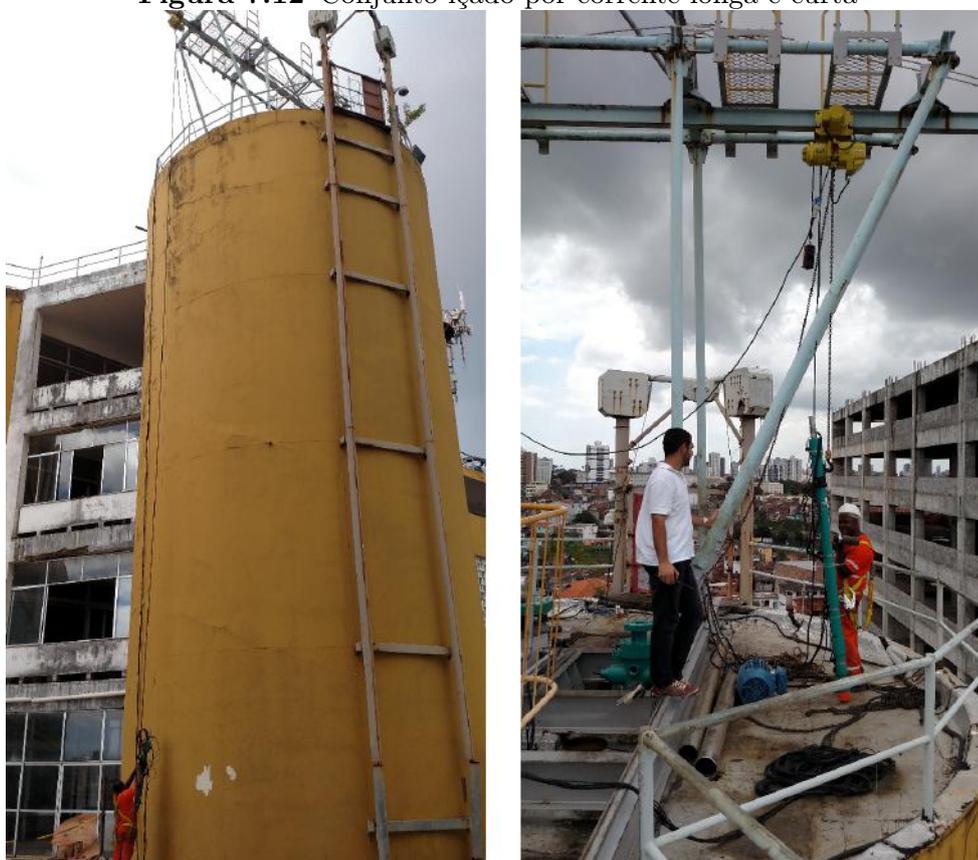


Não foi encontrada na literatura uma metodologia, além de indicações genéricas, para determinar a forma de sustentação em testes onde a estrutura encontra-se livremente suspensa no espaço. Como descrito na seção 4.2.1.1, para a realização da análise modal, pode-se optar pela condição de contorno livre, onde se considera que a estrutura está livremente suspensa no espaço. Essa condição é geralmente utilizada quando deseja-se analisar isoladamente um subsistema com o objetivo de integrá-lo num sistema mais complexo ou quando busca-se correlacionar os resultados do teste com os obtidos de forma teórica, simplificando a determinação das condições de contorno. Neste experimento foram utilizados dois comprimentos de corrente de sustentação, visando investigar se este parâmetro influenciaria nos resultados obtidos com a análise. O rotor e estator, em conjunto, representam um dos principais subsistemas do conjunto BCP em relação à vibração do equipamento em operação, em função do grande atrito que ocorre entre eles.

No primeiro teste, os impactos foram realizados com o conjunto suspenso por uma corrente longa, com cerca de 20 metros. Neste caso, o comprimento da corrente é cerca de dez vezes o valor do comprimento do conjunto. No segundo teste, o conjunto foi elevado

por uma corrente curta de, aproximadamente, 4 metros. Em ambos experimentos foram aplicados 30 impactos, divididos em dois pontos distintos (base e centro do conjunto). Por conta de sua dimensão, para estes experimentos foram utilizados cinco acelerômetros. Os demais equipamentos envolvidos no teste permaneceram os mesmos do experimento da coluna de revestimento. Na figura 7.12 pode-se ver o conjunto pendurado com a corrente longa, à esquerda, e curta, à direita.

Figura 7.12 Conjunto içado por corrente longa e curta



Assim como no experimento anterior, os dados não processados foram inicialmente truncados no tempo. Neste novo conjunto de dados foi aplicado um filtro passa baixa de Butterworth de terceira ordem, com frequência de corte de 200 Hz. Na figura 7.13 pode-se ver um exemplo da resposta truncada no tempo e, na figura 7.14, o espectro da decomposição em valores singulares.

Figura 7.13 Resposta no tempo - Estator de 2 m

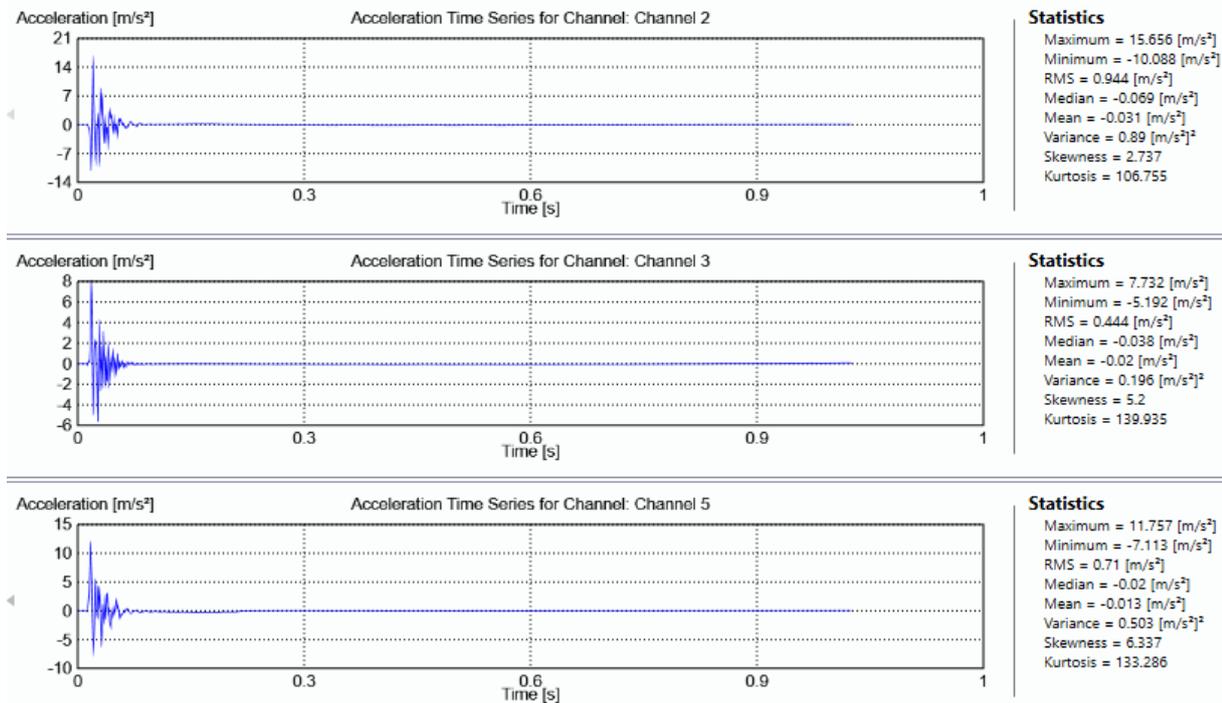
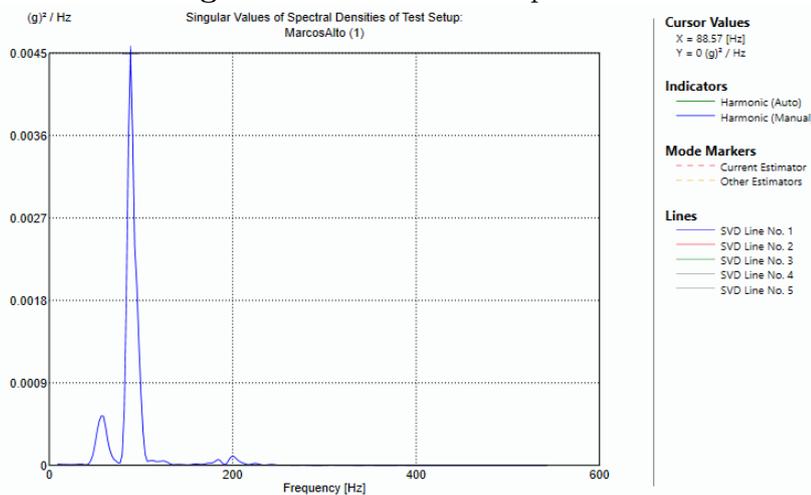


Figura 7.14 SVD do sinal processado



Na tabela 7.3 estão compilados os valores médios obtidos a partir da análise modal para as configurações de corrente curta e longa. Foram considerados apenas os modos até 100 Hz. É possível perceber que, embora o segundo e terceiro modo detectados em ambas as configurações sejam semelhantes, o modo de frequência mais baixa só foi estimado no teste de corrente curta. Ou seja, a variação no comprimento da corrente influenciou nos resultados obtidos na análise. Considerando que no primeiro caso a massa da corrente é significativa em relação à massa do conjunto e que um modo não foi detectado nesta configuração, ela será preterida em experimentos futuros.

Tabela 7.3 Parâmetros modais - Estator de 2 m

Modo	Corrente curta		Corrente longa	
	f_n [Hz]	ξ (%)	f_n [Hz]	ξ (%)
1	14,35	9,86	–	–
2	56,41	7,25	56,14	7,70
3	88,21	5,50	88,52	4,63

As estimativas, além de serem similares, também apresentaram pequena dispersão e pequena diferença absoluta entre si. Na tabela 7.4 estão contidos os valores do desvio padrão das estimativas e a diferença absoluta entre estes parâmetros.

Tabela 7.4 Desvio padrão e parâmetros estimados

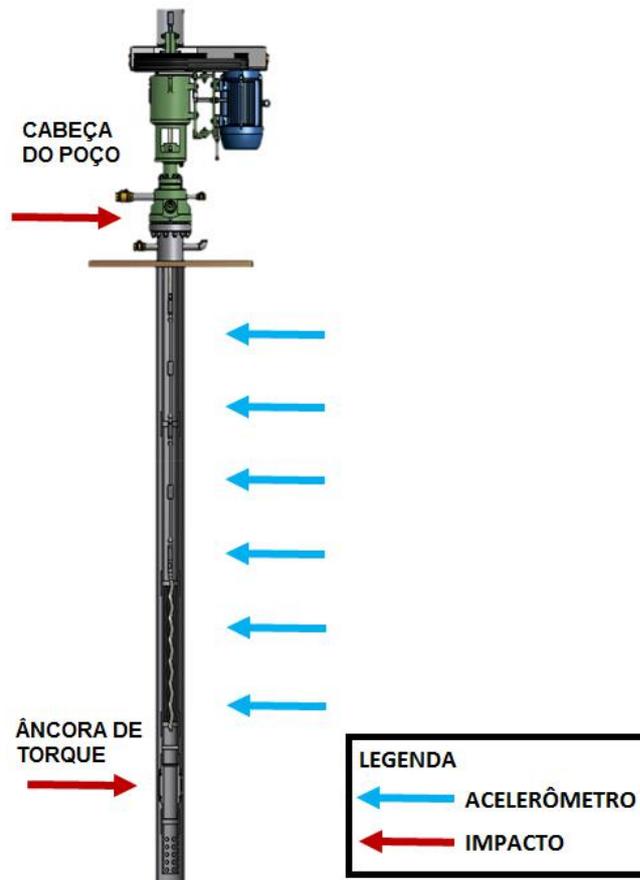
Modo	Desvio - C. curta		Desvio - C. longa		Diferença abs.	
	f_n [Hz]	ξ (%)	f_n [Hz]	ξ (%)	f_n [Hz]	ξ (%)
1	1,48	1,97	–	–	–	–
2	0,83	0,83	1,77	1,09	0,27	0,45
3	1,59	1,14	0,68	0,49	0,31	0,86

7.3 CONJUNTO BCP INSTALADO NO POÇO

Por fim, após testar as estruturas relacionadas ao conjunto BCP, este foi testado no interior do poço, fora de operação. Neste caso, foi realizada a instalação completa do conjunto, que inclui: âncora de torque, tubo de extensão, estator e rotor, coluna de hastes e cabeçote. Neste experimento foi utilizado o conjunto com o estator de 2 m de comprimento. Foram utilizados seis acelerômetros alinhados, distribuídos ao longo do conjunto e fixados na coluna de produção e estator.

Nesta estrutura, foram realizados dois experimentos, variando o ponto de aplicação do sinal de entrada. No primeiro, foram realizados 45 impactos no flange na cabeça do poço. Este foi um dos pontos escolhidos, já que a coluna de produção é sustentada por este equipamento através de uma conexão rosqueada no seu interior. No segundo, experimento os 45 impactos foram aplicados na coluna de revestimento, na região de atuação da âncora de torque. Este equipamento localiza-se na extremidade inferior do conjunto e está em contato direto com a coluna de revestimento do poço. Um esquema com a distribuição dos acelerômetros e dos pontos de impacto pode ser visto na figura 7.15.

Figura 7.15 Distribuição dos acelerômetros e pontos de impacto



IMPACTOS NA CABEÇA DO POÇO

Na figura 7.16 pode-se ver a aplicação de um impacto na cabeça do poço, localizado na cabeça do poço. Os dados foram amostrados a uma taxa de 4651 Hz e as etapas de pré-processamento mantiveram-se as mesmas dos experimentos anteriores. A tabela 7.5 contém os cinco primeiros modos identificados neste experimento. É possível notar que o primeiro modo encontra-se acima da faixa de operação do equipamento. Ou seja, durante a operação do equipamento, entre 100 e 200 rpm, não devem ser geradas excitações com frequências próximas às frequências naturais do BCP. Como nos demais experimentos, pode-se perceber a baixa dispersão das estimativas através do pequeno desvio padrão.

Figura 7.16 Impactos na cabeça do poço**Tabela 7.5** Parâmetros modais do conjunto BCP- Impactos na cabeça do poço

Modo	Parâmetros		Desvio padrão	
	f_n [Hz]	ξ (%)	f_n [Hz]	ξ (%)
1	12,44	10,46	0,18	0,72
2	27,34	5,98	0,18	0,37
3	35,92	3,70	0,27	0,70
4	41,15	3,75	0,22	0,53
5	49,84	3,08	1,96	0,40

IMPACTOS NA ÂNCORA DE TORQUE

Diferentemente de poços convencionais, na estrutura do LEA é possível acessar diretamente a coluna de revestimento, inclusive uma região onde há o contato direto com o conjunto BCP. Desta forma, a energia do impacto é transferida para o conjunto através da parede do revestimento. Por isso, foi realizado um segundo experimento, com o objetivo de comparar os resultados obtidos nos diferentes pontos de impacto. Na figura 7.17 pode-se ver a aplicação do impacto do martelo na região da âncora de torque, na base do poço.

Figura 7.17 Impactos na âncora de torque

Neste experimento, foram estimados os seis primeiros modos, para possibilitar uma melhor comparação entre os dois testes, já que um dos modos estimados não foi detectado no primeiro experimento. Foi mantida a mesma metodologia do caso anterior. A tabela 7.6 contém as frequências naturais e taxas de amortecimento obtidas, assim como os respectivos valores de desvio padrão.

Tabela 7.6 Parâmetros modais do conjunto BCP - Impactos na âncora de torque

Modo	Parâmetros		Desvio padrão	
	f_n [Hz]	ξ (%)	f_n [Hz]	ξ (%)
1	12,60	10,55	0,06	0,37
2	23,85	5,56	0,03	0,07
3	29,51	5,36	0,34	0,45
4	36,04	3,62	0,37	0,46
5	41,62	3,47	0,42	0,16
6	47,43	2,66	0,35	0,50

COMPARAÇÃO ENTRE OS EXPERIMENTOS

É possível perceber que, apesar do primeiro experimento não detectar o modo de 23,85 Hz, as estimativas apresentam grande similaridade entre si. Esta semelhança pode ser observada através da tabela 7.7, que compila as diferenças absolutas entre as estimativas obtidas nos dois experimentos. A maior diferença observada, para as frequências naturais,

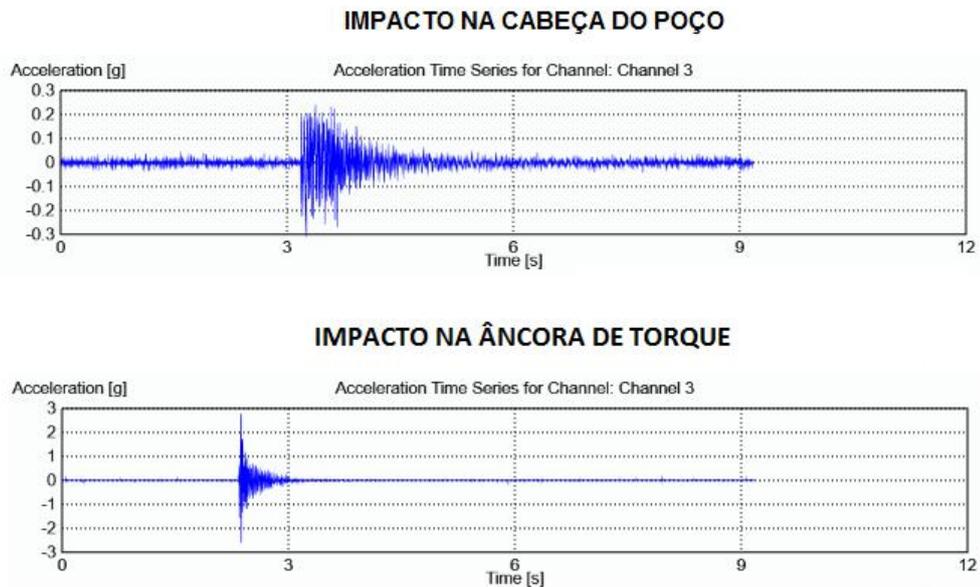
foi de apenas 2,41 Hz. Enquanto que, para as taxas de amortecimento, este valor foi de somente 0,62%.

Tabela 7.7 Parâmetros modais do conjunto BCP - Diferenças entre as estimações

Modo	Diferença abs.	
	f_n [Hz]	ξ (%)
1	0,16	0,09
2	–	–
3	2,17	0,62
4	0,12	0,08
5	0,47	0,28
6	2,41	0,42

A figura 7.18 mostra dois sinais de resposta no tempo, obtidos nos experimentos com o impacto aplicado na cabeça do poço e na âncora de torque, respectivamente, para um mesmo canal. É possível perceber que, apesar do sinal do primeiro caso apresentar, visivelmente, menor razão sinal-ruído (SNR) em relação ao segundo, o método utilizado apresentou boa robustez em relação à presença de ruído. Desta forma, foi capaz de estimar os parâmetros de forma similar em ambos os casos. Esta característica era esperada, já que o método já havia sido testado variando-se a SNR do sinal da resposta.

Figura 7.18 Comparação entre os sinais de resposta



Por fim, é importante ressaltar que, como o BCP é uma estrutura que opera parcialmente submerso e, por isso, é necessário considerar os efeitos desta condição de contorno no comportamento dinâmico do sistema. Estudos como Harrison et al. (2007) e Naik,

Longmire e Mantell (2003) demonstram como sistemas submersos em líquidos de diferentes propriedades têm seu comportamento dinâmico afetado, devido à adição da massa de fluido.

De forma geral, fluidos densos e viscosos tendem a diminuir as frequências naturais, especialmente para as mais altas, além de elevar as taxas de amortecimento. Outro efeito de destaque é a redução nos picos de amplitude do espectro, o que pode dificultar a sua detecção em métodos que utilizam a seleção manual de picos, como o EFDD. Os experimentos foram realizados com o poço seco, assim, em trabalhos futuros, este efeito poderá ser estudado.

CONCLUSÕES

Este trabalho teve como um dos principais objetivos, desenvolver e aplicar uma metodologia de identificação de parâmetros modais de um conjunto de bombeio por cavidades progressivas (BCP) em um poço de testes, com condições de instalação similares às de um poço real. Foram estimadas as suas frequências naturais e taxas de amortecimento através da técnica da *Enhanced Frequency Domain Decomposition* (EFDD).

Para efeito de comparação, também foram empregadas outras técnicas de análise modal. Nesta etapa foram utilizados sinais simulados, com parâmetros conhecidos, gerados em Matlab. Foram utilizados os métodos do *Peak picking* (PP), *Least Square Complex Exponential* (LSCE), *Frequency Domain Decomposition* (FDD) e *Enhanced FDD* (EFDD). Os métodos foram implementados também em Matlab. Adicionalmente, foi utilizado o *software* comercial ARTeMIS Modal, que utiliza, entre outros, o EFDD. Além disso, foram realizadas modificações no sinal sintético, como reduções na razão sinal-ruído (SNR), a fim de verificar o comportamento das estimativas destas técnicas em diferentes condições. Após esta etapa inicial, para os experimentos relacionados ao conjunto BCP, foi utilizada a técnica EFDD.

Além do conjunto BCP, de forma complementar, foram analisadas outras estruturas relacionadas a este sistema. A coluna de revestimento, onde o conjunto está instalado, e o subconjunto rotor-estator também foram testados. Em paralelo, foram realizados experimentos, como a aplicação de impacto com o martelo com diferentes características de dureza e utilizando distintas condições de sustentação da estrutura. Estes experimentos foram realizados com o objetivo de verificar a influência destas variáveis na estimação dos parâmetros.

Diferentemente de poços reais, onde há grandes restrições nos possíveis pontos de impacto, no poço do Laboratório de Elevação Artificial da UFBA (LEA) foi possível excitar a estrutura em dois pontos distintos. Foram aplicados impactos na cabeça do poço e na área da coluna de revestimento onde a âncora de torque está fixada. Aplicando o sinal de entrada em mais de um ponto da estrutura testada, diminui-se a possibilidade de que algum modo não seja excitado durante o experimento, melhorando os resultados da análise.

Em todas as estruturas, a resposta à excitação de entrada do tipo impulso foi coletada em diversos pontos, utilizando uma análise do tipo SIMO (*Single Input - Multiple Output* - uma entrada e múltiplas saídas). Para isto, foram utilizados diversos acelerômetros, distribuídos ao longo das estruturas testadas. Este tipo de força de excitação é uma aproximação da função Delta de Dirac, permitindo uma análise *output-only*, onde este sinal não é mensurado. Além disso, neste caso, o sinal da resposta do conjunto BCP é a própria resposta ao impulso (IRF) do sistema.

Os testes com o sinal simulado demonstraram que o EFDD possui boa robustez ao ruído, quando comparados às outras técnicas aplicadas, é capaz de detectar modos próximos e que os períodos de amostragem utilizados não influenciaram significativamente na estimação dos parâmetros. Além disso, o método gera para o usuário uma interface amigável, possibilitando uma interpretação intuitiva do espectro. Os baixos valores de desvio-padrão das estimativas indicam a sua boa consistência da sua avaliação. Por outro lado, a especificação de parâmetros como o *Modal Assurance Criterion* (MAC) e o intervalo da função de autocorrelação podem influenciar nos valores estimados. A seleção manual dos picos, além de aumentar o tempo necessário para a conclusão da análise, implica na necessidade de interpretação do usuário. Desta forma, pode ser interessante investigar formas de automatizar a determinação dos parâmetros e a seleção dos picos.

A análise da coluna de revestimento revelou que esta estrutura possui as primeiras frequências naturais afastadas da faixa de operação do conjunto BCP. Os resultados obtidos com este experimento auxiliarão no ajuste de um modelo computacional que permitirá realizar simulações através do método de elementos finitos (FEM). Além disso, possibilita a avaliação da influência do comportamento desta estrutura no conjunto BCP instalado no seu interior, em estudos complementares. O desenvolvimento deste modelo poderá ser utilizado em outros estudos, especialmente aqueles como objetivo de modelar, isoladamente, o conjunto BCP. Por fim, nesta etapa ainda foi testada a influência da dureza do martelo nos resultados da análise modal. O uso de pontas com dureza maior que a mínima necessária não afetou significativamente o resultado final da análise, apesar de reduzir a amplitude dos picos de menor frequência, dificultando a sua detecção. Desta forma, confirmou-se que o ideal é utilizar a pontar de menor dureza possível, respeitando a faixa de frequência de excitação desejada.

Os resultados obtidos com os experimentos realizados no conjunto rotor-estator permitirão a modelagem computacional deste importante subsistema e, conseqüentemente, facilitarão a modelagem do conjunto BCP. A variação no comprimento da corrente de sustentação do conjunto influenciou nos resultados obtidos, já que na configuração de corrente longa, o modo de menor frequência natural não foi detectado. É necessário realizar estudos complementares para justificar esta influência e determinar um modo de especificação deste parâmetro. Como nos demais experimentos, os resultados obtidos pela técnica da EFDD apresentaram pequena dispersão.

A análise do conjunto BCP instalado no interior da coluna de revestimento conseguiu estimar com sucesso as frequências naturais e taxas de amortecimento deste sistema. Devido às características do poço do LEA, foi possível realizar este experimento aplicando impactos na base da coluna de revestimento, um ponto que é inacessível em um poços reais. Adicionalmente, foram realizados impactos na cabeça do poço e os resultados foram

comparados.

Os parâmetros estimados nos experimentos foram similares, apesar de um dos modos não ter sido detectado no caso onde os impactos foram realizados na cabeça do poço. Embora o sinal deste experimento apresente menor razão sinal-ruído, o método aplicado foi capaz de estimar os parâmetros de forma coerente, assim como o observado com o teste realizado sobre um sinal simulado, na primeira etapa do estudo.

É necessário destacar que, apesar de ser um método *output-only*, a estimativa da função densidade espectral de potência (PSD) e, conseqüentemente, das funções de auto-correlação seriam aprimoradas com o uso do sinal de entrada. Desta forma, seria possível obter melhores estimativas das frequências naturais e taxas de amortecimento caso este sinal fosse coletado.

O conjunto BCP, apesar da sua importância, ainda é um sistema pouco investigado, especialmente em relação ao seu comportamento dinâmico. Os resultados obtidos com este estudo contribuirão para uma pesquisa mais ampla, sobre o comportamento do conjunto em operação. Além disso, estes dados poderão apoiar o desenvolvimento de um modelo computacional, que permitirá realizar simulações através do método de elementos finitos.

Por fim, é importante destacar que, a partir dos experimentos realizados nesse trabalho, pode-se concluir que o conjunto BCP dificilmente irá operar em rotações que irão gerar excitações em frequências próximas às suas frequências naturais.

Resumidamente, em relação ao presente trabalho, podem ser destacados os seguintes resultados e contribuições:

- Implementação das técnicas FDD e EFDD em Matlab para a realização da análise modal experimental;
- Comparação dos resultados com diferentes técnicas com o uso de um sinal simulado;
- Estudo do comportamento da precisão da estimação em função da variação de características do sinal analisado, como mudanças na razão sinal-ruído e proximidade dos modos;
- Realização da análise modal experimental em dois sistemas similares (conjunto rotor-estator) em escala;
- Estimação dos parâmetros modais com sucesso, mesmo sem a mensuração dos sinais de entrada;
- Identificação dos parâmetros dinâmicos de um sistema BCP em um poço de testes, instalado de forma similar às de um poço real. Não foi encontrado na literatura nenhuma análise modal em um conjunto BCP instalado em tais condições.

É possível concluir que a análise modal experimental para a extração dos parâmetros dinâmicos do conjunto BCP, sob as condições descritas, foi realizada com sucesso, obtendo resultados válidos.

8.1 TRABALHOS FUTUROS

Considerando as conclusões obtidas ao longo deste estudo, para trabalhos futuros, são sugeridos:

- Investigar formas de automatizar a determinação dos parâmetros utilizados pelo algoritmo da EFDD e a seleção de picos;
- Desenvolver técnica híbrida para contornar a determinação de parâmetros e seleção manual de picos requeridos pela EFDD;
- Comparar os resultados obtidos com sinais de vibração do equipamento em operação;
- Realizar a análise modal com o conjunto de BCP operando;
- Desenvolver modelos computacionais, ajustados com os parâmetros estimados, para possibilitar a realização de simulações para outros fins;
- Estudar meios de extrapolar os resultados obtidos com a análise do BCP instalado no poço do LEA, para conjuntos instalados em poços reais, de maior profundidade;
- Realizar análise modal com o conjunto de BCP imerso em fluido;
- Determinar condições necessárias para uma melhor fixação da âncora a fim de evitar o afrouxamento frequente das mesmas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALLEMANG, R. Experimental modal analysis bibliography. *Proceedings of the IIMAC*, 1982.
- ALLEMANG, R. *Vibrations: Experimental modal analysis, course notes, Structural dynamics research laboratory, University of Cincinnati, OH*. 1999.
- ANDERSEN, P. *Identification of civil engineering structures using vector ARMA models*. Tese (Doutorado) — unknown, 1997.
- AVENIR TECHNOLOGIES. Avenir technologies. 2015. Acessado em 10 de Setembro de 2015. Disponível em: <<http://www.avenirtechnologies.co/>>.
- AVITABILE, P. Experimental modal analysis. *Sound and vibration*, v. 35, n. 1, p. 20–31, 2001.
- AVITABILE, P. What is the difference between all the mode indicator functions? what do they all do? SEM Experimental Techniques, 2007.
- BATEL, M. Operational modal analysis-another way of doing modal testing. *Sound and Vibration*, [Bay Village, Ohio, Acoustical Publications, inc.], v. 36, n. 8, p. 22–27, 2002.
- BENDAT, J. S.; PIERSOL, A. G. *Random data: analysis and measurement procedures*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2011.
- BILOSOVA, A. Modal testing. *Investments in education development*, 2011.
- BORGES, A. S. Análise modal baseada apenas na resposta: decomposição no domínio da frequência. Universidade Estadual Paulista (UNESP), 2006.
- BRINCKER, R.; VENTURA, C.; ANDERSEN, P. Damping estimation by frequency domain decomposition. In: *19th International Modal Analysis Conference*. [S.l.: s.n.], 2001. p. 698–703.
- BRINCKER, R.; ZHANG, L.; ANDERSEN, P. Modal identification from ambient responses using frequency domain decomposition. In: *Proc. of the 18th International Modal Analysis Conference (IMAC), San Antonio, Texas*. [S.l.: s.n.], 2000.
- BRINCKER, R.; ZHANG, L.; ANDERSEN, P. Modal identification of output-only systems using frequency domain decomposition. *Smart materials and structures*, IOP Publishing, v. 10, n. 3, p. 441, 2001.

CUNHA, A.; CAETANO, E. Experimental modal analysis of civil engineering structures. 2006.

DOEBLING, S. W. et al. *Damage identification and health monitoring of structural and mechanical systems from changes in their vibration characteristics: a literature review*. [S.l.], 1996.

DOSSING, O. Structural testing, part ii: modal analysis and simulation. *Naerum: Bruel & Kjaer*, 1988.

EWINS, D. Basics and state-of-the-art of modal testing. *Sadhana*, Springer, v. 25, n. 3, p. 207–220, 2000.

EWINS, D. J. *Modal testing: theory and practice*. [S.l.]: Research studies press Letchworth, 1995.

FELBER, A. J. *Development of a hybrid bridge evaluation system*. Tese (Doutorado) — University of British Columbia, 1994.

FERREIRA, A. C. N. *Identificação modal e atualização de modelos de elementos finitos*. Tese (Doutorado) — Faculdade de Ciências e Tecnologia, 2013.

FILHO, L. A. C. M. de A. *Identificação de estruturas em operação através de análise modal híbrida*. Tese (Doutorado) — Tese de D. Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil, 2008.

FREITAS, T. C. d. Identificação de parâmetros modais utilizando apenas as respostas da estrutura: identificação estocástica de subespaço e decomposição no domínio da frequência. Universidade Estadual Paulista (UNESP), 2008.

FU, Z.-F.; HE, J. *Modal analysis*. [S.l.]: Butterworth-Heinemann, 2001.

GOYAL, D.; PABLA, B. The vibration monitoring methods and signal processing techniques for structural health monitoring: A review. *Archives of Computational Methods in Engineering*, Springer, p. 1–10, 2015.

GROSEL, J.; SAWICKI, W.; PAKOS, W. Application of classical and operational modal analysis for examination of engineering structures. *Procedia Engineering*, Elsevier, v. 91, p. 136–141, 2014.

GUILLAUME, P. Modal analysis. *Department of Mechanical Engineering, Vrije Universiteit Brussel, Pleinlaan*, v. 2, p. 4–6, 2007.

HAMANG, K. *System identification of the Hardanger Bridge using enhanced frequency domain decomposition*. Tese (Doutorado) — NTNU, 2015.

HARRIS, C. M.; PIERSOL, A. G. *Harris' shock and vibration handbook*. [S.l.]: McGraw-Hill New York, 2002.

- HARRISON, C. et al. On the response of a resonating plate in a liquid near a solid wall. *Sensors and Actuators A: Physical*, Elsevier, v. 134, n. 2, p. 414–426, 2007.
- HAYKIN, S. S.; VEEN, B. V. *Sinais e sistemas*. [S.l.]: Bookman, 2001.
- HEYLEN, W.; SAS, P. *Modal analysis theory and testing*. [S.l.]: Katholieke Universteit Leuven, Departement Werktuigkunde, 2005.
- IBSEN, L. B.; LIINGAARD, M. Experimental modal analysis. *DCE Technical*, 2006.
- IGLESIAS, A. M. Investigating various modal analysis extraction techniques to estimate damping ratio. Virginia Tech, 2000.
- JÚNIOR, O. A. N. Identificação dos parâmetros modais utilizando apenas as respostas da estrutura: identificação no domínio do tempo. Universidade Estadual Paulista (UNESP), 2006.
- LATHI, B. P. *Sinais e Sistemas Lineares*. [S.l.]: Bookman, 2007.
- LEURIDAN, J.; AUWERAER, H. Van der; MERGEAY, M. Review of parameter identification techniques. In: *Proceedings of the XIII International Seminar on Modal Analysis, - Course on Modal Analysis, Leuven*. [S.l.: s.n.], 1990.
- LJUNG, L.; GLOVER, K. Frequency domain versus time domain methods in system identification. *Automatica*, Elsevier, v. 17, n. 1, p. 71–86, 1981.
- LUNDKVIST, A. Modal analysis project. *Lulea University of Technology*, 2010.
- MAIA, N.; SILVA, J. Modal analysis identification techniques. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, The Royal Society, v. 359, n. 1778, p. 29–40, 2001.
- MAIA, N. M. M. *Extraction of valid modal properties from measured data in structural vibrations*. Tese (Doutorado) — Imperial College London (University of London), 1988.
- MAIA, N. M. M.; SILVA, J. M. M. e. *Theoretical and experimental modal analysis*. [S.l.]: Research Studies Press Taunton, 1997.
- MATTHEWS, C.; ZAHACY, T.; SKOCZYLAS, P. Progressing cavity pumping systems: Design, operation and performance optimization. *Course Notes, C-FER Technologies, Edmonton, Alberta, Canada*, 2002.
- MEIROVITCH, L. *Fundamentals of vibrations*. [S.l.]: International Edition, McGraw-Hill, 2001.
- MENDES, P.; OLIVEIRA, S. Análise dinâmica de estruturas: Utilização integrada de modelos de identificação modal e modelos de elementos finitos. *Laboratório Nacional de Engenharia Civil*, 2008.

MESQUITA, A. L. A. et al. Estudo de técnicas de análise modal operacional em sistemas sujeitos a excitações aleatórias com a presença de componente harmônico. 2006.

MILLER, D. C. *Anecdotal History of the Science of Sound*. [S.l.]: Macmillan, 1935.

MINETTE, R. S. *Análise modal de bombas centrífugas submersas*. Tese de mestrado, COPPE/UFRJ — UFRJ, 2014.

MITRA, S. K.; KUO, Y. *Digital signal processing: a computer-based approach*. [S.l.]: McGraw-Hill New York, 2006.

NAIK, T.; LONGMIRE, E. K.; MANTELL, S. C. Dynamic response of a cantilever in liquid near a solid wall. *Sensors and Actuators A: physical*, Elsevier, v. 102, n. 3, p. 240–254, 2003.

OLIVEIRA, I. F. D. d. Identificação das propriedades dinâmicas de um piso de ginásio. Faculdade de Ciências e Tecnologia, 2014.

PIOLDI, F.; FERRARI, R.; RIZZI, E. A refined fdd algorithm for operational modal analysis of buildings under earthquake loading. In: *Proceedings of the 26 th International Conference on Noise and Vibration Engineering (ISMA2014), Leuven, Belgium*. [S.l.: s.n.], 2014. p. 15–17.

RAO, S. S. *Vibrações Mecânicas*. [S.l.]: Pearson Prentice Hall, 2008.

RICHARDSON, M. H.; FORMENTI, D. L. Global curve fitting of frequency response measurements using the rational fraction polynomial method. In: *Proceedings of the Third International Modal Analysis Conference*. [S.l.: s.n.], 1985. p. 390–397.

ROBERTS, M. J. *Fundamentos de sinais e sistemas*. [S.l.]: McGraw Hill Brasil, 2009.

RODRIGUES, M. C.; SILVA, J. F. da. Análise da integridade estrutural de hastes de bombeio por cavidade progressiva (bcp) para poços terrestres utilizando análise modal e elementos finitos. 2004.

ROSA, L. *Estimação de Parâmetros Modais Através de Técnica de Otimização*. Tese (Doutorado) — Tese de D. Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil, 1996.

SCHWARZ, B. J.; RICHARDSON, M. H. Experimental modal analysis. *CSI Reliability week*, Orlando FL, v. 35, n. 1, p. 1–12, 1999.

SOARES, C. P.; SILVA, G. M. A.; SOTOMAYOR, O. A. Z. Identificação de parâmetros modais de estruturas baseada apenas na resposta usando a decomposição no domínio da frequência. XII Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente - SBAI. Natal, Rio Grande do Norte, 2015.

SOARES, C. P.; SOTOMAYOR, O. A. Z. Avaliação da integridade estrutural de plataformas offshore tipo jaqueta. I Congresso nacional de engenharia de petróleo, gás natural e biocombustíveis, 2015.

SOEIRO, N. S. Análise modal experimental. 2001. Acessado em 04 de Agosto de 2015. Disponível em: <<http://www.ufpa.br/gva/Apostilas/ANALISE\%20MODAL\%20EXPERIMENTAL.pdf>>.

TAKACS, G. *Sucker-Rod Pumping Handbook: Production Engineering Fundamentals and Long-Stroke Rod Pumping*. [S.l.]: Gulf Professional Publishing, 2015.

THOMAS, J. E. *Fundamentos de engenharia de petróleo*. [S.l.]: Interciência, 2001.

VIDAL, F. J. T. Desenvolvimento de um simulador de bombeio por cavidades progressivas. Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2005.

WANG, H.; YANG, D. Systematic approach for improving performance of progressive cavity pumping systems in a deep heavy oil reservoir. *Journal of Petroleum Technology and Alternative Fuels*, Academic Journals, v. 2, n. 9, p. 168–175, 2011.

WITTRISCH, C.; CHOLET, H. *Progressing Cavity Pumps: Oil Well Production Artificial Lift*. [S.l.]: TECHNIP OPHRYS EDITIONS, 2012.