



UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA
ESCOLA POLITÉCNICA E INSTITUTO DE MATEMÁTICA DA UFBA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MECATRÔNICA

LUIS CARLOS MORENO LEDEZMA

**Controle de um Sistema não Linear e Instável em Malha Aberta Mediante
Controlador Adaptativo por Modelo de Referência**

Salvador

Fev/2015

LUIS CARLOS MORENO LEDEZMA

**Controle de um Sistema não Linear e Instável em Malha Aberta Mediante
Controlador Adaptativo por Modelo de Referência**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Mecatrônica, Escola Politécnica/Instituto de Matemática, Universidade Federal da Bahia, como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Mecatrônica.

Orientador: Prof. Dr. Leizer Schnitman

Salvador

Fev/2015

< Código Biblioteca >

Ainda com dois lindos filhos e uma esposa maravilhosa, a principal cúmplice deste esforço é minha mãe, quem colocou seus ombros para suportar nossos sonhos.

AGRADECIMENTOS

É uma excelente oportunidade escrever esta dissertação para expressar um especial agradecimento ao Governo Brasileiro por seus programas de cooperação internacional na formação de profissionais de alto nível em todas as áreas do conhecimento.

Muito sinceramente, quero agradecer a meu orientador, o Professor Leizer Schnitman, quem não parou de me ajudar em cumprir o sonho de realizar meu mestrado no Brasil, além das suas posteriores acertadas assessorias.

Quero ressaltar o valioso apoio das entidades pertencentes a UFBA, que encaminham seus esforços diários para proporcionar uma grande ajuda aos estudantes brasileiros e estrangeiros, que dependem enormemente dos serviços que lhe são oferecidos.

Ao povo Baiano também quero expressar minha gratidão, sabendo que daqui para frente será meu povo, tornando-se Salvador minha segunda casa.

RESUMO

Esta dissertação aborda o problema de controle de uma planta não linear instável em malha aberta com características de Múltiplas Entradas e Múltiplas Saídas (MIMO). Depois de estudar diversas aplicações típicas com comportamentos semelhantes e algumas estratégias de controle que resolvem as suas desafiadoras dificuldades, foi escolhida uma interessante plataforma para realizar uma aplicação sob o enfoque do controle adaptativo.

Para modelar o problema, é usada a abordagem de *Euler-Lagrange*. A qual se aplicou a um kit experimental nomeado *Ball-Balancer*, de modo que pudera-se obter um conjunto de equações dinâmicas que representem, no espaço de estados, seu comportamento dinâmico completo. Algumas suposições foram feitas sobre a situação experimental para evitar assim uma excessiva complexidade e ter que lidar posteriormente com fortes não linearidades que tornarem ao modelo num caso de estúdio difícil de aplicar.

Um esquema de controle adaptativo direto é aplicado a um kit *Ball-Balancer*, usado como planta não linear. A estabilidade do sistema em malha fechada, e o seu desempenho no rastreamento são discutidos sob o enfoque de Lyapunov, também a obtenção de uma lei de controle adequada, assumindo parâmetros conhecidos, posteriormente, utilizando a mesma metodologia foi obtido um conjunto de equações de adaptação de parâmetros que procuram precisão no seguimento do sinal, em presença de não linearidades desconhecidas.

A aplicabilidade e funcionamento do algoritmo de controle desenvolvido é implementado por meio de simulação, utilizando *Matlab e Simulink* para executar o controlador não linear sob uma abordagem de Controle Adaptativo por Modelo de Referência (MRAC), obtendo alguns resultados satisfatórios, como a teoria prever.

Palavras-Chave: Não linear, Adaptativo, MRAC, Lyapunov, *Ball-Balancer*.

ABSTRACT

This dissertation deals with the problem of controlling a nonlinear and open-loop unstable plant with Multi-Input Multi-Output (MIMO) characteristic. After study several typical applications with similar behaviors and some control strategies to resolve its challenging difficulties, it was chosen as an interesting platform to accomplish one application of adaptive control approach.

In order to modelling the issue, *Euler-Lagrange* approach is used. It was applied to a *Ball-Balancer* experimental kit, so that, could obtain a set of dynamical equations to represent in space states it's complete dynamic behavior. Some assumptions were made about experimental situation for avoid excessive complexity and deal with strong nonlinearities that became the model in unpractical case of studio.

A direct scheme of adaptive control is applied to a *Ball-Balancer*, regarded as the nonlinear plant. The stability of closed loop system and the tracking performance are discussed under the Lyapunov scheme, also obtaining a proper control law, assuming known parameters, later, using the same methodology was got an adaptation parameters equation that search tracking accuracy, in the presence of unknown nonlinearities.

The applicability and performances of the development control algorithm is implemented through simulation, carried out using Matlab and Simulink running nonlinear controls under a Model Reference Adaptive Control (MRAC) approach, obtaining some satisfactory outcomes, such as theory predict.

Key Words: *Nonlinear, Adaptive, MRAC, Lyapunov, Ball-Balancer.*

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Esquema de sistema esfera sobre trilho (Beam-Ball), (Yeong, Chia-Wen e Tao 2012).	19
Figura 2. Marco de referência para movimento do navio.	21
Figura 3. Aspeto de quadrotor (Dong, et al. 2013), esquerda. Representação de torques e forças sobre sistema de referência de quadrotor (Adigbli 2007), direita.	22
Figura 4. Modelo do sistema de suspensão de meio carro (Chen, Liu e Sun 2004).	24
Figura 5. Aparência de um sistema de levitação magnética.	26
Figura 6. Sistema <i>Ball and Plate</i>	27
Figura 7. Aspeto de um giroscópio clássico.	29
Figura 8. Giro-estabilizador para amortecimento da vibração (Perez e Termaat 2010).	30
Figura 9. Estabilidade de Lyapunov	34
Figura 10. Estabilidade assintótica	35
Figura 11. Estrutura modular do esquema STC.....	38
Figura 12. Estrutura modular do esquema MRAC.....	39
Figura 13. Aspecto do equipamento <i>Ball-Balancer</i> da Quanser™.	53
Figura 14. Circuito de armadura do motor DC e trem de engrenagem (Quanser 2010).	54
Figura 15. Esquema de referência para o sistema <i>Ball-Balancer</i>	58
Figura 16. Amostragem da independência nos movimentos do <i>Ball-Balancer</i>	59
Figura 17. Diagrama de sólido livre para a bola.	59
Figura 18. Relação entre ângulo do servo e ângulo do prato.	65
Figura 19. Proposta de controle em cascada.	72
Figura 20. Sistema de controle PV da posição da esfera para um eixo só. (Quanser 2010)	73
Figura 21. Resposta do servomotor sem controle.	79
Figura 22. Resposta do <i>Ball-Balancer</i> sem controle.	80
Figura 23. Esquema de simulação controle MRAC para a planta linear do servomotor.	81
Figura 24. Esquema de simulação controle MRAC para a planta do <i>Ball-Balancer Acoplada</i>	82
Figura 25. Resposta do servomotor com controle MRAC. $T_s=5s$, $\gamma=50$	83
Figura 26. Convergência do erro da planta do servomotor.	84
Figura 27. Resposta da planta acoplada, com controle MRAC. $T_s=5s$, $\gamma=0.001$	85
Figura 28. Resposta da planta acoplada, com controle MRAC. $T_s=5s$, $\gamma=0.07$	86
Figura 29. Variação do parâmetro Q_1 para a planta acoplada.	86
Figura 30. Variação do parâmetro Q_2 para a planta acoplada.	87
Figura 31. Variação do parâmetro Q_3 para a planta acoplada.	87
Figura 32. Convergência do erro da planta acoplada.	88
Figura 33. Esforço de controle da planta acoplada.	89

LISTA DE TABELAS

Tabela 1. Especificações gerais do <i>Ball-Balancer</i>	54
Tabela 2. Resumo de parâmetros relevantes para a modelagem.....	60

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

y	Saída do sistema em malha fechada
y_m	Saída do sistema de referência
r	Entrada de referência
u	Sinal do controle
T_s	Tempo de estabelecimento
ξ	Constante de amortecimento
θ	Parâmetro ajustável
γ	Ganho de adaptação
e_b	Voltagem eletromotriz
k_m	Constante eletromotriz
ω_m	Velocidade rotacional do eixo do motor
V_m	Voltagem de entrada ao motor
R_m	Resistência do motor
I_m	Corrente que circula no motor
L_m	Indutância do motor
J_l	Coefficiente de atrito viscoso
B_l	Atrito viscoso agindo sobre o eixo carga
ω_l	Velocidade rotacional no eixo de carga
τ_l	Torque total aplicado à carga
J_o	Momento de inercia em relação ao centro de massa
J_m	Momento de inercia do eixo do motor
B_m	Atrito viscoso agindo sobre o eixo do motor
τ_{ml}	Torque resultante atuando sobre o eixo do motor
η_g	Eficiência da caixa de redução de velocidade
K_g	Relação de transmissão das engrenagens
K_{gi}	Relação de transmissão interna
K_{ge}	Relação de transmissão externa
J_{eq}	Momento de inercia equivalente sem carga
B_{eq}	Atrito viscoso equivalente
F_m	Ganho do atuador

m_b	Massa da bola
r_b	Radio da bola
J_b	Inercia da bola
r_{arm}	Longitude do braço nivelador
L_{plate}	Longitude lateral do Prato
J_x	Inercia do prato em torno do eixo x
J_y	Inercia do prato em torno do eixo y
α_x e α_y	Ângulos do prato
x_b, y_b	Posição da bola respeito do prato
f_{max}	Máxima frequência de voltagem de entrada
I_{max}	Máxima corrente de entrada
k_p	Ganho proporcional malha controle posição esfera
$k_{p,s}$	Ganho proporcional malha controle do servomotor

LISTA DE SIGLAS

<i>RBF</i>	Função de Base Radial
<i>SISO</i>	Entrada simples saída simples
<i>MIMO</i>	Múltiplas entradas e múltiplas saídas
<i>MRAC</i>	Controle adaptativo por modelo de referência
<i>STC</i>	Controlador auto-sintonizado
<i>UAV</i>	Veículo aéreo não tripulado
<i>PID</i>	Proporcional Integral Derivativo
<i>PD</i>	Proporcional Derivativo
<i>T-S FUZZY</i>	Modelo fuzzy Takagi–Sugeno

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	15
1.1. Objetivo.....	17
1.2. Objetivos Específicos	17
2. APLICAÇÕES DE CONTROLE EM SISTEMAS NÃO LINEARES	18
2.1. Sistemas Não Lineares e Instáveis em Malha Aberta.	18
2.1.1. Beam-Ball (Esfera sobre Trilho)	19
2.1.2. Sistema de controle de curso automático de navios	20
2.1.3. Veículo Aéreo Não Tripulado.....	22
2.1.4. Suspensão Ativa.....	23
2.1.5. Levitador Magnético	25
2.1.6. Ball and Plate	27
2.1.7. Giroscópio	29
2.2. Resumo	31
3. CONTROLE ADAPTATIVO	32
3.1. Teoria de Lyapunov	32
3.1.1. Estabilidade de Lyapunov.....	34
3.2. Controle Adaptativo Indireto	37
3.2.1. Controladores Auto-Sintonizados.....	37
3.3. Controle Adaptativo Direto.....	38
3.3.1. Controlador Adaptativo com Modelo de Referência (MRAC) Planta Linear	39
3.3.2. Controlador Adaptativo com Modelo de Referência (MRAC) Planta Não-Linear	46
3.3.3. Controle Adaptativo por Programação de Ganhos (Gain Scheduling).....	51
3.4. Resumo	52
4. MODELO DO SISTEMA BALL-BALANCER.....	53
4.1. Modelamento elétrico da base do servomecanismo	54
4.2. Modelamento mecânico da mesa	58
4.3. Modelamento Sistema Acoplado	66

4.4.	Representação em Espaços de Estados	68
4.5.	Resumo	70
5.	DESENVOLVIMENTO DO CONTROLADOR	71
5.1.	Controle Derivativo da Variável do Processo (PV).....	72
5.2.	Controle Linear MRAC para o Servomotor	74
5.3.	Controle MRAC para Planta Não linear.....	76
5.4.	Resumo	78
6.	SIMULAÇÕES E RESULTADOS	79
7.	CONCLUSÕES E DISCUSSÃO	90
7.1.	Comentários sobre o Controlador Desenvolvido	90
7.2.	Sugestão para Trabalhos Futuros	91
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	93
	APÊNDICE A – Exemplo de Aplicação do Teorema de Lyapunov.....	105

1. INTRODUÇÃO

Em função da maturidade das ferramentas matemáticas criadas há décadas, as quais podem ser implementadas nos sistemas de processamento atuais com uma maior confiabilidade e desempenho, torna-se real a possibilidade dos engenheiros de controle lidar com sistemas não lineares e instáveis em malha aberta.

Neste trabalho de dissertação pretende-se desenvolver um controlador adaptativo por modelo de referência (MRAC) para uma planta não linear, de um dos modelos clássicos não lineares e instáveis em malha aberta, aqui representado pelo *Ball-Balancer*. Junto com isso, pretende-se comparar o desempenho deste controlador com uma técnica que inclua a linearização da planta.

Pretende-se obter, através do estudo das teorias de controle abordadas, e usando um ambiente simulado por meio de Matlab/Simulink, um modelo matemático para experimentação, onde se possam inserir perturbações que permitam demonstrar a eficácia do algoritmo de controle desenvolvido, e que permita posteriormente demonstrar tais desenvolvimentos num sistema real.

A ideia de desenvolver este tipo de controladores é fortalecer o conhecimento em ferramentas disponíveis para a resolução de problemas que envolvam processos com alguns efeitos não lineares, além de instáveis em malha aberta, e ainda mais, comparar a efetividade dos enfoques linear e não linear do algoritmo MRAC .

Devido a inexistência de soluções gerais para os problemas de controle não linear, ainda é um desafio o estudo das diversas técnicas propostas na literatura, implementadas em inúmeras de aplicações. O aumento da capacidade de processamento dos equipamentos (hardware) e a possibilidade de implementar técnicas mais complexas tem motivado a busca de soluções para sistemas não lineares, sem limitar-se a técnicas de linearização. A possibilidade do desenvolvimento de atividades em ambiente simulado e a perspectiva de implementação prática, também é fator motivador para o desenvolvimento deste trabalho.

A aplicação de técnicas de controle para sistemas não lineares tem sido crescente. Esta dissertação se propõe a ilustrar a diversidade de aplicações e a diversidade de técnicas de controle

aplicadas a sistemas não lineares, incluindo alguns que, além de apresentarem características não lineares, são instáveis em malha aberta.

Através da pesquisa realizada, destaca-se o sistema amplamente conhecido como *Ball and Plate* (doravante nomeado nesta dissertação como *Ball-Balancer*), que está disponível no laboratório de controle do Centro de Capacitação Tecnológica em Automação Industrial (CTAI) na Universidade Federal da Bahia, o qual pode ser empregado para validar e testar os algoritmos de controle propostos neste trabalho. O kit, fabricado pela empresa QuanserTM e disponibilizando junto com uma série de ferramentas de hardware e software que facilitam o estudo da maioria de estratégias de controle mencionadas na literatura.

A utilidade do kit *Ball-Balancer* está na possibilidade de demonstrar os princípios da dinâmica não linear e a teoria de controle, inclusive para lidar com sistemas instáveis em malha aberta. Devido a forte não linearidade e instabilidade, este sistema se mostra adequado para ser utilizado como base de testes para verificar o desempenho de técnicas de controle aplicadas a sistemas reais.

Também são muitas as técnicas de controle disponíveis na literatura e que estão aptas a lidar com sistemas não lineares e instáveis em malha aberta. A revisão da literatura visa buscar um entendimento básico das técnicas utilizadas. Dentre outras possíveis técnicas, esta dissertação utilizará o conceito de *Controlador Adaptativo por Modelo de Referência* (MRAC).

A combinação de técnicas propostas para regular a posição e a trajetória da esfera sobre o prato vem da robustez e simplicidade que este método envolve, além da sua relativamente baixa complexidade de implementação.

A dissertação está dividida em 7 capítulos. O capítulo 2 discute a motivação do autor baseada no estudo do estado da arte no que tange aos sistemas não lineares e instáveis em malha aberta. No capítulo 3 apresenta-se brevemente a teoria de Controle Adaptativo por Modelo de Referência (MRAC). No capítulo 4 se desenvolve o modelo físico-matemático do sistema de estudo escolhido. O capítulo 5 mostra o desenvolvimento dos controladores para a parte linear e não linear da planta, separadamente, e acoplados posteriormente. No capítulo 6 apresentam-se os esquemas lógicos para realizar as simulações junto com os resultados obtidos. Finalmente no capítulo 7 mostram-se as conclusões.

1.1. Objetivo

Desenvolver um controlador adaptativo por modelo de referência (MRAC), para um sistema dinâmico não linear e instável em malha aberta.

1.2. Objetivos Específicos

- 1.2.1. Fazer o modelamento dinâmico do mecanismo *Ball-Balancer* obtendo a representação do sistema como equações no espaço de estados.
- 1.2.2. Desenvolver um Controlador Adaptativo por Modelo de Referência, *MRAC*, para a planta não linear em ambiente simulado, que permita ao dispositivo, restabelecer a esfera a sua posição de equilíbrio.
- 1.2.3. Analisar as condições de estabilidade mediante a teoria de Lyapunov para plantas não lineares.
- 1.2.4. Comparar os resultados conseguidos nas simulações em Simulink/Matlab, dos tipos de controle *MRAC* obtidos, com os fornecidos pelo fabricante do dispositivo selecionado.

2. APLICAÇÕES DE CONTROLE EM SISTEMAS NÃO LINEARES

Ainda com muitas aplicações de controle que podem ser abordadas, com sucesso, em sistemas não lineares usando técnicas lineares (a exemplo da linearização), as técnicas de controle não linear podem, entre outras, incrementar o range de operação, mantendo a estabilidade do sistema (Khalil 2002). Tal situação se dá especialmente pelo fato de que os controladores baseados em técnicas de linearização usualmente não podem lidar com regiões distantes do ponto em torno do qual o sistema foi linearizado (Khalil 2002), (Slotine e Li 1991).

Além disso, o princípio de superposição não pode ser aplicado em sistemas não lineares e a linearização tem algumas desvantagens: só pode prever o comportamento local do sistema não linear na vizinhança desse ponto; a dinâmica de uma planta não linearizada tem menos informação que a planta original não linearizada (Khalil 2002).

Outra vantagem se dá pelo fato de que existem não linearidades ditas como *fortes*, as quais não permitem uma aproximação linear, a exemplo dos sistemas de natureza descontínua. Incertezas no modelo ou rápidas variações paramétricas também podem inviabilizar a aplicação de técnicas lineares, as quais, se realizáveis, possivelmente vão requerer atuadores e sensores de muita qualidade para reproduzir um comportamento linear em todo o range de operação definido, (Slotine e Li 1991).

2.1. Sistemas Não Lineares e Instáveis em Malha Aberta.

Existe uma ampla gama de aplicações reais como: o controle do pêndulo invertido, de veículos não tripulados, de equilíbrio de um robô bípedes, entre outros, que são inerentemente não lineares, e que tem sido linearizados em torno de um ponto de operação mediante algum dos métodos conhecidos (Astolfi, Karagiannis e Ortega 2008). Algumas dessas aplicações ou desafios de controle são instáveis em malha aberta. Neste contexto, propõe-se ilustrar alguns exemplos clássicos de sistemas não lineares e instáveis em malha aberta, assim como a abordagem de várias estratégias modernas de controle não linear para lidar com tais aplicações.

São muitos os exemplos de sistemas instáveis com características não lineares. Para mencionar tem se o clássico pêndulo invertido e suas variações (pêndulo duplo e triplo); o *Beam-Ball* em qualquer uma das suas configurações; o controle de *attitude* de um avião cujo modelo inclui seis equações não lineares acopladas; o *Ball and Plate* que é uma extensão do *Beam-Ball* (mais desafiante e complexo também), e os sistemas de levitação magnética.

Modernamente tem emergindo outras aplicações que envolvem plantas não lineares, como: o controle de rota de navios, o controle de *attitude* e navegação de veículos aéreos não tripulados (*Unmanned Aerial Vehicle*), e um número crescente de focos de pesquisa nas áreas da robótica, medicina, mineração, entre outros. Os itens seguintes ilustram alguns casos de aplicação.

2.1.1. Beam-Ball (Esfera sobre Trilho)

O *Beam-Ball* é um sistema não linear subatuado, amplamente difundido como plataforma de testes acadêmicos (Nganga e Okou 2011). Trata-se de um trilho metálico, um servomotor DC (na grande maioria de suas configurações), um sensor de posição da esfera e um sensor para a posição angular do eixo do motor. A Figura 1 ilustra um sistema típico. A tarefa de controle é mudar automaticamente a posição da esfera mudando a posição angular do motor, procurando o equilíbrio da esfera em uma posição específica (Virsedá 2004). Quando o ângulo é mudado desde a posição horizontal a gravidade faz com que a esfera role sobre o trilho. (Slotine e Li 1991) demonstra que por ser um sistema subatuado (uma única variável manipulada e duas variáveis de saída desejadas: ângulo e posição), não é possível aplicar técnicas de linearização exata entrada/saída por realimentação. Assim, o modelo simplificado é um dos mais difundidos pela maioria das pesquisas associadas a este sistema.

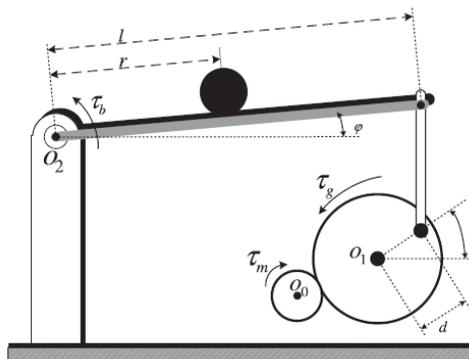


Figura 1. Esquema de sistema esfera sobre trilho (Beam-Ball), (Yeong, Chia-Wen e Tao 2012).

Para comparar o desempenho de um enfoque não linear com compensação exata contra outra estratégia que usa uma rede neural RBF para estimar o compensador não linear (Li e Yu 2010) realiza um controle de sincronização.

Um controlador preditivo com restrições é desenvolvido por (Martínez e Ruiz 2012). As restrições são colocadas na voltagem aplicada ao motor e o máximo ângulo de deflexão do feixe. Assumindo como critério de controle, minimizar a quantidade de energia armazenada em um intervalo de tempo (t) e o erro no estado estacionário.

Um esquema de controlador *fuzzy* de modo deslizante em combinação com um algoritmo de otimização de colonização de formigas é proposto por (Yeong, Chia-Wen e Tao 2012) para controle de um sistema *Beam-Ball*. A condição de estabilidade do sistema controlado é analisada a partir do teorema de estabilidade de Lyapunov. Maruthi e Mahindrakar 2011 Fizeram uma análise similar, sem usar lógica fuzzy, e sim, o modelo exato da planta.

Como o enfoque da linearização por realimentação não pode ser empregado para o sistema *Beam-Ball* segundo (Turker, et al. 2007), o que ratifica o que foi demonstrado por (Slotine e Li 1991), eles propõem dois esquemas de controle, um baseado no conhecimento da dinâmica exata do modelo (onde se assume que todos os parâmetros do sistema são conhecidos), e outro aplicando um controle adaptativo direto, para as dinâmicas em cascada da esfera e do trilho.

Um método de controle preditivo em rede de um modelo não linear do *Beam-Ball* foi inserido por (Dong, Geng e Guoping 2008), procurando uma maior flexibilidade. Embora as aplicações em rede terem inerentemente problemas de atrasos e perdas de pacotes, a técnica proposta se mostrou capaz de lidar com o caso.

2.1.2. Sistema de controle de curso automático de navios

O curso de um navio é um processo não linear complexo devido às variáveis hidrodinâmicas, que tem uma variação segundo as condições de carga do barco, intensidade e frequência do vento, ondas, correntes entre outras, Figura 2. É necessário também considerar que as perturbações no meio também são variantes no tempo. O desafio nesta aplicação é conseguir que o navio siga o curso desejado independente das variáveis mencionadas (Zuidweg 1970).

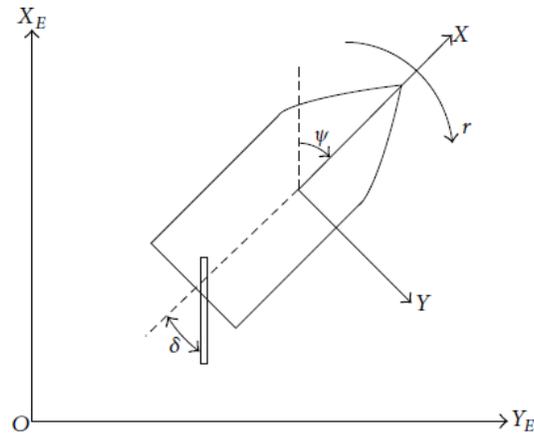


Figura 2. Marco de referência para movimento do navio.

Mediante um controlador preditivo, baseado no modelo do processo se usam entradas e saídas futuras para prever futuras incursões entre um conjunto finito de opções de ângulos de proa e ângulo de deflexão de leme (Hu e Xu 2009). Os incrementos no controle futuro se elegem segundo algum critério de otimização por meio de algoritmo recursivo que parte de um modelo de navio de seis graus de liberdade. (Naveen e Manikandan 2014) lineariza o modelo para projetar o piloto automático com resultados menos precisos.

Neste mesmo contexto de controle automático dos ângulos de proa e deflexão de leme para superar as limitações dos controladores baseados em modelos, (Xia, Wu e Shao 2014) emprega um controlador adaptativo ao curso mediante filtro *backstepping* e *RBF*, para barcos sujeitos a perturbações externas desconhecidas, incertezas no modelamento e entradas restritas. De forma análoga, (Witkowska e Smierzchalski 2009) usam *Backstepping* com algoritmos genéticos para sintonizar automaticamente os parâmetros do controlador.

Ao início dos anos 90, uma nova estratégia de controle foi desenvolvida por (Layne e Pasino 1993). Controle de aprendizagem por modelo de referência *fuzzy*, que emprega um modelo de controle fuzzy que modifica os centros de suas funções de pertinência baseado no erro entre a saída e o modelo de referência, utilizando como mecanismo de adaptação um modelo fuzzy inverso.

(Wenjiang, et al. 2011) Usam um Observador de Perturbações não linear para observar as incertezas e perturbações de onda sobre o sistema de curso de navios. Posteriormente propõem um controlador *Backstepping* de modo deslizante para garantir a estabilização do processo em malha fechada, diminuindo o chaveamento do controle em modo deslizante.

2.1.3. Veículo Aéreo Não Tripulado

Os veículos aéreos não tripulados (UAV) são um dos elementos que vem se destacando como objeto de estudo para os profissionais do controle inteligente. Entende-se o UAV como uma aeronave capaz de navegar de forma autônoma. Existem numerosas configurações, onde o quadrotor esta entre os mais populares (Benallegue, Mokhtari e Fridman 2007). No caso do *quadrotor*,

Figura 3, o controle no movimento do veículo se consegue mediante a variação controlada da taxa de rotação de um o mais dos motores, para assim obter estabilidade. Os UAV oferecem vários benefícios com seu baixo custo, peso e tamanho, além da sua capacidade de manobra, que concede a tais dispositivos possibilidades de aplicações nas áreas da vigilância, exploração, transporte e elevação de peças, entre outros, caracterizando-se como uma boa plataforma para a realização de pesquisas e aplicações de técnicas de controle inteligente.

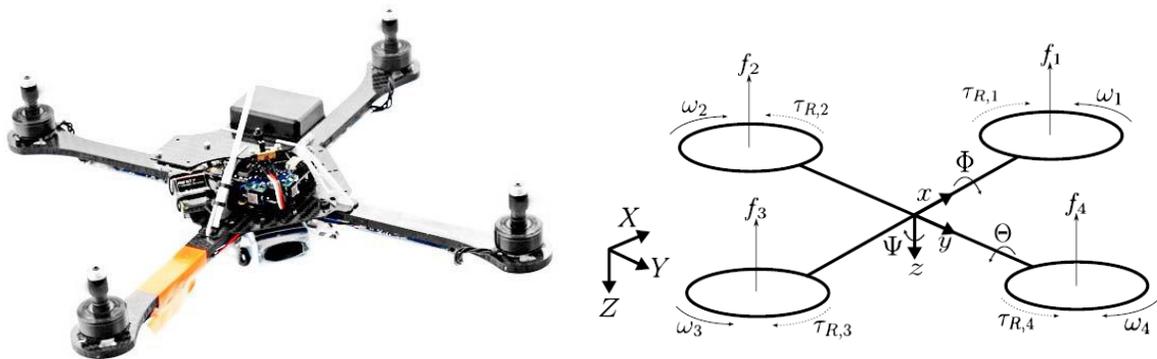


Figura 3. Aspeto de quadrotor (Dong, et al. 2013), esquerda. Representação de torques e forças sobre sistema de referência de quadrotor (Adigbli 2007), direita.

Por seu crescente uso em atividades militares e industriais, os veículos aéreos não tripulados (UAV) tem ganhado uma grande aceitação no âmbito científico. O desempenho de um quadrotor subatuado é comparado sob os enfoques *backstepping* e modos deslizantes por (Adigbli 2007). Depois de estabelecer a dinâmica de voo, os modelos dos rotores, engrenagens e motores, desenvolve-se uma estratégia de controle não linear para a atitude e posição de uma planta que

apresenta não linearidades devido aos efeitos das forças de coriolis e torques giroscópicos, efetivando-se sua análise de estabilidades a partir do teorema de Lyapunov.

Farid e Barakati 2013 defendem que o uso de um controlador neuro-fuzzy teve um melhor desempenho que o PID, na hora de lidar com a adaptação das não linearidades. (Ismail, Pashilkar e Ayyagari 2011) e (Ruiz, Morada e Fraire 2014) também acharam que um controlador de natureza linear como o PD requer uma continua sintonização de seus coeficientes para obter um bom funcionamento.

Nesta aplicação a técnica de adaptação direta MRAC foi usada por (Thompson 2010), (Whitehead e Bieniawski 2010) quem aproveitaram o aspecto chave desta estratégia como é o ajuste dos parâmetros em tempo real e a robustez de seu desempenho. Um controlador Adaptativo $\mathcal{L}1$ também foi desenvolvido por (Michini 2009).

Para jogos de evasão e confrontação de obstáculos (Eklund, et al. 2005) desenvolveram um controlador preditivo em tempo real para um modelo não linear com restrições sobre sua operação e desempenho. O problema de controle é abordado como um problema de minimização de custo, entanto (Kang e Hedrick 2009) usa como lei de controle o erro medido, ao seguir uma linha de trajetória determinada. Aplicações de voo de formação sob enfoques baseados em otimização, como é o caso do controle preditivo, é estudado por (Chao, et al. 2012) e (Richards e How 2005).

2.1.4. Suspensão Ativa

A suspensão de um carro, Figura 4, é um termo que se aplica ao sistema de mola, amortecedor e ligações que conectam os pneus na carroceria para garantir a estabilidade ao veículo e o maior conforto possível aos passageiros (Tang e Guo 2009).

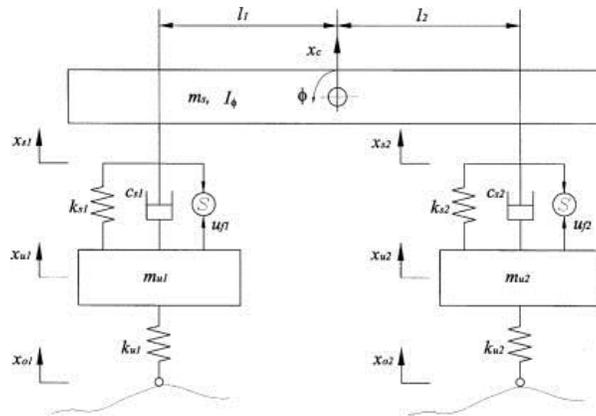


Figura 4. Modelo do sistema de suspensão de meio carro (Chen, Liu e Sun 2004).

Um sistema de suspensão pode ser classificado como passivo, semiativo e ativo (Hu e Lin 2008). A suspensão passiva compreende mola e amortecedor; Numa suspensão semiativa o sistema muda o coeficiente de amortecimento por meio de um regulador eletromagnético dentro do amortecedor; enquanto na suspensão ativa, uma fonte de potência externa alimenta um atuador como sistema de suspensão secundário, que obedece a uma lei de controle (Qamar, Khan e Khan 2012).

Em anos recentes a indústria automobilística tem aumentado a tendência em substituir partes eletromecânicas por sistemas mecatrônicos inteligentes. O que se procura ao desenvolver um sistema de suspensão ativa e melhorar o conforto ao dirigir, a capacidade de aderência na estrada e a deflexão da suspensão (Popovic, et al. 2011).

Para dar solução ao problema da suspensão passiva convencional, atuadores eletro-hidráulicos foram usados por (Du e Zhang 2009) devido a sua alta relação potência-peso, e devido a suas fortes não linearidades. O problema do controle da suspensão ativa é abordado mediante uma estratégia de dois loops, sobre um modelo com 7 graus de liberdade. O loop interno faz que a força do atuador acompanhe o movimento do veículo, e o loop exterior é feito com um modo deslizante. Para o controle da planta, os autores propuseram na malha interna um controlador *fuzzy* com realimentação de estados, sugerindo que este atinge as especificações propostas para obter o conforto e segurança ao dirigir.

(Fialho e Balas 2002) empregaram a variação linear de parâmetros por meio da programação de ganhos (*Gain Scheduling*) argumentando que o sistema não requer a realimentação de todos os estados, e resultados equivalentes podem ser atingidos apenas usando a deflexão da suspensão,

aceleração da carroceria, a queda da pressão hidráulica, entre outras variáveis. Além disso, eles alegam que variações entre a configuração suave a rígida pode ser feita com esta abordagem adaptativa.

Uma planta com 5 graus de liberdade é estudada por (Tang e Guo 2009) quem empregaram um modelo de meio carro e uma combinação de algoritmos genéticos e redes neurais para projetar o controlador a partir da minimização de uma função objetivo que inclui a aceleração da mola, aceleração para adiante, carga dinâmicas entre outras variáveis. Sun, Cai e Yang 2007 Também usou algoritmos genéticos para obter um bom conjunto de parâmetros de desempenho de uma suspensão.

O enfoque não linear sob *backstepping* foi aplicado num sistema de carro completo com 7 graus de liberdade em (Hu e Lin 2008) para melhorar o compromisso entre conforto na viagem dos passageiros e deslocamento axial da suspensão, usando um filtro não linear cuja efetividade vai depender desta variável.

Qamar, Khan e Khan 2012, projeta um controle da suspensão ativa do modelo de um carro com 8 graus de liberdade para melhorar o conforto na marcha e a estabilidade do veículo, usando controle em modo deslizante baseado em adaptação *neuro-fuzzy* que consegue um ajuste *on-line* dos parâmetros, minimizando a função de custo. Aqui o problema de controle é que a suspensão se desloque menos do que a amplitude do sinal da perturbação inserida. O mesmo enfoque, mas, com adaptação *T-S Fuzzy* é empregado por (H. Li, et al. 2013) quem construíram esse modelo para representar as incertezas não lineares e fazem uma análises da estabilidade assintótica.

2.1.5. Levitador Magnético

Um levitador magnético, como o exemplo da Figura 5, é um dispositivo, que usa uma força magnética para que um objeto, tal como uma esfera de aço ou um disco, permaneça numa posição fixa ou alterando sua posição regularmente mediante mudanças num campo magnético (Naumović e Veselić 2008). Uma vez que o objeto fica suspenso (sem contato com o elemento atuador) o consumo de energia causado pelo atrito, praticamente inexistente, segundo (Zhou e Liu 2013), tornando-se uma técnica que vem sendo cada vez mais explorada em sistemas mecânicos.



Figura 5. Aparência de um sistema de levitação magnética.

Diferente dos exemplos antes descritos, o sistema de levitação magnética tem diversas aplicações, a exemplo dos sistemas de transporte de alta velocidade, rolamentos magnéticos, atenuadores sísmicos para antenas de ondas gravitacionais, sistema de isolamento de vibrações, corações artificiais, interfaces *hápticas*¹ e microrrobôs.

A característica de não linearidade da planta, o pequeno grau de amortecimento natural no processo, e a instabilidade em malha aberta tem estimulado pesquisadores das mais diversas áreas. (Campos, et al. 2005) formularam um modelo de controle preditivo (MPC) com uma ação de controle integral. O modelo envolve restrições de corrente na bobina, na entrada, e o espaço entre o eletroímã e objeto suspenso é uma restrição na saída. (Kemih e Tekkouk 2006) Apresenta a implementação de um *Controle Preditivo Generalizado Restrito* acoplado com um mecanismo de estimação de parâmetro baseado num algoritmo genético.

Um controlador adaptativo baseado em *backstepping* é proposto para o desenvolvimento de um sistema de levitação magnética com incerteza nos parâmetros (Zhou e Liu 2013). Assim a estimação dos parâmetros é feita online para melhorar a precisão do controlador.

Kumar 2012. Emprega a técnica MRAC para, de forma adaptativa, compensar as não linearidades da planta com a ajuda de um filtro de *Kalman*, que em conjunto mudam os parâmetros de um

¹ A palavra háptico se refere à capacidade de sentir um ambiente mecânico natural ou sintético através do tato. Os dispositivos hápticos surgem como mais um meio pelo qual o usuário pode perceber o mundo à sua volta, uma vez que interagem com o usuário através do tato (Rodrigues 2006).

controlador PID segundo as variações no meio do sistema. (Trisanto, et al. 2006) Incorpora uma rede neural junto com a estrutura do MRAC para assegurar a controlabilidade da planta real não linear, sendo que o objetivo da rede neural aplicada é compensar as não linearidades da planta.

Usando como estratégia inicial a linearização exata com realimentação para obter uma planta linear, (Torres, et al. 2010) aplica posteriormente um controlador adaptativo por modelo de referência que garante a adaptação dos parâmetros e a estabilidade geral do sistema.

2.1.6. Ball and Plate

Na indústria e no ambiente científico, este dispositivo é conhecido com os termos adicionais de Esfera e Prato, Bola e Prato e a depender do fabricante recebe o nome de *Ball-Balancer*, tal como será nomeado no contexto desta dissertação.

O desenho e implementação de um controle de um sistema *Ball-Balancer* empregando realimentação visual, foi proposto por (Ho, Rizal e Chu 2013). A posição da esfera é medida mediante visão de máquina, a qual usa uma câmera com uma taxa de 150 frames por segundos para garantir certo nível de desempenho em tempo real. A Figura 6 ilustra o equipamento. Este enfoque utiliza controle servo-visual, ou seja, incorpora a informação visual para realimentação na malha de controle.

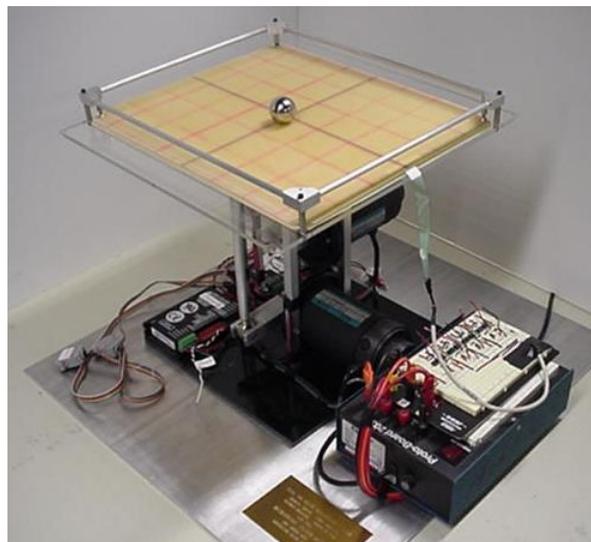


Figura 6. Sistema *Ball and Plate*

Foi proposto também um controlador robusto ótimo através do enfoque H_∞ (Rikhtehgar e Jafari 2012), cuja simulação indica que o controlador proposto teve forte robustez e retira os efeitos dos problemas da linearização.

De forma geral, (Xiang-Jie, Lara-Rosano e Chan 2004) refere-se a uma modelagem onde se empregou algumas das vantagens do controle adaptativo usando o enfoque MRAC sobre uma planta não linear. A proposta se beneficiou das características de aproximação universal das redes neurais e das facilidades de uso da lógica nebulosa (*fuzzy logic*) para lidar com regras do tipo “*se-então*” para uma atualização on-line dos pesos da rede.

Empregando *Simulink* e *Matlab*, (Jadlovská, Jajčíšín e Lonščák 2009) propõem uma estrutura simples de controle em malha fechada para dois sistemas SISO desacoplados (um para cada eixo do *Ball-Balancer*), para o qual utilizaram um modelo linearizado PID auto sintonizado pelos métodos de Naslin, Butterworth e Graham-Lathrop, medindo as variáveis de posição da esfera por meio de uma câmara superior. (Phan, Lee e Chun 2010) e (Hassaan 2014) são exemplos de pesquisas que empregam tais métodos de auto sintonizado.

Outra estratégia de controle, utilizada por (Nokhbeh and Khashabi 2011) faz uso de dois compensadores para a planta obtida a partir do modelamento não linear do sistema *Ball-Balancer*. O primeiro deles é um compensador em malha aberta, pouco apropriado para o controle de motores DC. O segundo compensador contém um pré-filtro mais apropriado para o tipo de motor DC utilizado, conseguindo um controle com um funcionamento adequado.

Lemos, Silva e Marques 2001, analisam os valores atípicos lidos pelos sensores do mecanismo *Ball Balancer*, e estuda como o controle adaptativo responde a tais valores. Propondo um método de remoção dessas não linearidades, para depois aplica-lo no sistema *Ball Balancer* real.

Bruce, Keeling e Rodriguez 2011 e (Aström e Wittenmark 1994) propõem um desenho mecânico de estrutura *Ball-Balancer* com quatro graus de liberdade, controlando a posição da bola por meio de uma câmara, e implementado um controlador em espaço de estados de pouca robustez.

Em (Aström e Wittenmark 1994), os autores fazem um desenvolvimento detalhado da dinâmica do sistema, empregando como estratégia de controle, técnicas híbridas e controle preditivo sobre uma plataforma micro controlada, desenvolvida pelo autor.

A teoria clássica de controle adaptativo é tratada de maneira geral por (Rodríguez Rubio e López Sánchez 1996) e de forma mais aprofundada em (Isermann, Lachmann e Matko 1992), (Aström e Wittenmark 1994), (Krstic, Kanellakopoulos e Kokotovic 1995), (Ioannou e Fidan 2006) . Esses textos trazem em seu conteúdo o tratamento dos tópicos: estimação de parâmetros, auto sintonizado, as bases da Teoria de Lyapunov, entre outros conceitos básicos para iniciar o projeto do controlador.

Por meio do algoritmo de otimização por enxame de partículas de Gauss (Gómez Martínez e Mendoza Avendaño 2009) apresentam um enfoque mais refinado do controle preditivo do modelo não linear, que propõe uma abordagem que consegue resultados mais precisos, associada, porém, a um custo computacional maior, para obter a variável de controle ótima. Emprega, também, expansão de series de Taylor como mecanismo base de cálculo.

Destaca-se que o sistema *Ball-Balancer* será utilizado como ambiente de teste e validação do trabalho realizado nesta dissertação.

2.1.7. Giroscópio

O giroscópio é um sistema dinâmico não linear que tem insubstituíveis aplicações industriais, Figura 7. Desde o ponto de vista da engenharia, os giroscópios têm grande utilidade na navegação de foguetes, aviões, naves espaciais e no controle de complexos sistemas mecânicos (Idowu, Rongwei e Vincent 2013). É particularmente no espaço que sua importância é maior para o controle e estabilização da atitude (Solomon e Karasala 2013).



Figura 7. Aspeto de um giroscópio clássico.

Idowu, Rongwei e Vincent 2013. Aplicam o método para estabilização de órbitas caóticas ao ponto de equilíbrio do sistema, depois usam um controlador adaptativo para sincronizar dois giroscópios não lineares idênticos e estendem o método para obter a sincronização de giroscópios com parâmetros desconhecidos. O controlador desenvolvido garante uma sincronização de estados controlada e estável para giroscópios não lineares.

Chandak e Patil 2014. Empregam o modelo linearizado de um giroscópio para descrever o desenvolvimento de um controlador preditivo do modelo representado em espaços de estado. O sistema usa a posição do eixo do rotor como a saída controlada e o torque como a entrada de controle.

Um controlador preditivo para o modelo com restrições foi proposto usando o giroscópio numa aplicação industrial, (Perez e Termaat 2010). Neste, o giroscópio é usado numa tarefa de Giro-Estabilização como ilustra a Figura 8, sendo unido a uma estrutura mecânica com uma configuração especial, de forma que as forças do giroscópio reagem se-opondo as forças de excitação que produzem a vibração.

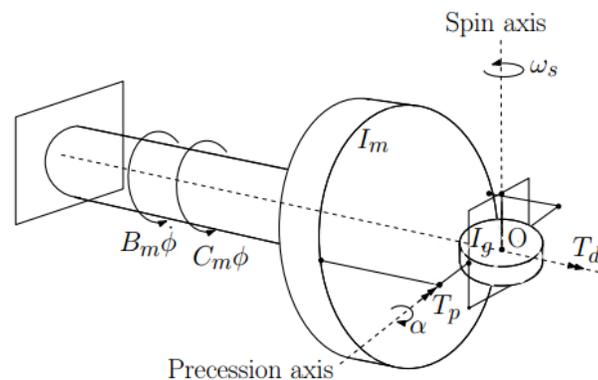


Figura 8. Giro-estabilizador para amortecimento da vibração (Perez e Termaat 2010).

2.2. Resumo

O foco desta dissertação visa nos sistemas de controle para plantas não lineares. Assim, este capítulo começa com uma revisão de alguns exemplos clássicos deste tipo de plantas, tais como: o dispositivo *Beam-Ball*; o curso automático de navios; veículos aéreos não tripulados (UAVs); modelos de *Suspensão Ativa*; o levitador magnético, o *Ball-Balancer* e o *Giroscópio*.

Relata a aplicação de várias estratégias de controle não linear como: *backstepping*, modos deslizantes, *fuzzy*, *neuro-fuzzy*, adaptativo, preditivo, entre outros, para ditos sistemas não lineares, lembrando que alguns destes sistemas são instáveis em malha aberta.

A partir desta breve revisão pretende-se eleger ao *Ball-Balancer* como instrumento de teste, com o fim de projetar e implementar um *Controlador Adaptativo por Modelo de Referência*, devido a sua funcionalidade e pertinência na abordagem deste tipo de problema.

3. CONTROLE ADAPTATIVO

Um controlador adaptativo é um controlador que pode modificar seu comportamento em resposta as mudanças na dinâmica do sistema e as perturbações (Krstic, Kanellakopoulos e Kokotovic 1995). Ioannou e Fidan 2006, diz que os termos *Sistema Adaptativo* e *Controle Adaptativo* foram usados pela primeira vez perto dos anos '50, estabelecendo o conceito como: a combinação de um estimador de parâmetros, o qual gera uma estimação de parâmetros em tempo real com uma lei de controle para controlar plantas cujos parâmetros são completamente desconhecidos e/ou poderiam mudar no tempo numa maneira imprevisível.

Na maioria das estratégias de controle não adaptativas, a estrutura do controlador é escolhida ao principio, e os parâmetros do controlador são calculados depois, baseado nos parâmetros conhecidos da planta. Uma das diferenças dos métodos convencionais com o controle adaptativo, é que neste os parâmetros da planta são desconhecidos e devem ser encontrados mediante uma lei de adaptação (Slotine e Li 1991); a principal diferença entre os controladores convencionais e o controle adaptativo reside na existência da etapa que faz o mecanismo de adaptação (Martínez Verdú 2010).

Para garantir que o sistema de controle em malha fechada seja estável existem vários formalismos na teoria de controle não linear: teoria de Lyapunov, teoria da hyperstabilidade e a teoria da passividade, sendo algumas vezes mais conveniente uma do que outro, mas tendo resultados amiúdo equivalentes (Rodríguez Rubio e López Sánchez 1996). A abordagem a ser discutida nesta dissertação visa plantear a Teoria de Lyapunov como ferramenta de análises de estabilidade e geração de leis de adaptação.

3.1. Teoria de Lyapunov

Um sistema dinâmico não linear pode ser representado por um conjunto de equações diferenciais:

$$\dot{x} = f(x, t) \quad (1)$$

Onde f é um vetor não linear de dimensões $n \times 1$, e x é um vetor de estados $n \times 1$. Em sistemas em malha fechada se diz que uma expressão como da equação (1) representa um sistema autônomo se f não depende explicitamente do tempo, podendo-se escrever a equação como:

$$\dot{x} = f(x) \quad (2)$$

Estritamente falando, todos os sistemas físicos são não autônomos porque nenhuma das suas características dinâmicas é estritamente invariante no tempo. Na realidade algumas características de um sistema mudam muito devagar e pode ser descartada sua variação no tempo, considerando-o autônomo.

Na prática, alguns sistemas de controle transformam-se não autônomos pelas variações no tempo da planta ou do controlador. Assim, um sistema adaptativo para uma planta linear e invariante no tempo faz com que em malha fechada o sistema de controle seja não linear e não autônomo.

Para sistemas lineares a estabilidade pode ser avaliada em espaço do tempo ou da frequência a través dos autovalores da matriz do sistema representado no espaço de estados, ou pelos polos da função de transferência. Em sistemas não lineares uma abordagem sobre estabilidade de sistemas avalia o comportamento para o sistema não autônomo da forma (1), onde: $x \in \mathcal{D} \subset \mathbb{R}^n$

\mathcal{D} é o domínio entorno ao ponto de equilíbrio. Com $x = 0$ como ponto de equilíbrio, se:

$$\dot{x} = f(x, u) \quad (3)$$

Define-se uma lei de controle

$$u = g(x)$$

Com u entrada de controle, e $u \in \mathbb{R}^m$, $g: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$

Como g se considera uma função continua. Então o sistema em malha fechada

$$\dot{x} = f(x, g(x))$$

É agora um sistema autônomo.

3.1.1. Estabilidade de Lyapunov

Para o sistema (2) no ponto de equilíbrio $x=0$, se diz que é estável segundo Lyapunov se para qualquer número real positivo dado, existe um número real positivo r que assegure que $\|x(t)\| < R$ para todo $t \geq 0$ sendo $\|x(0)\| < r$. De outro modo, o ponto de equilíbrio é dito instável. Trate-se de manter $r \leq R$. A Figura 9 ilustra o exemplo.

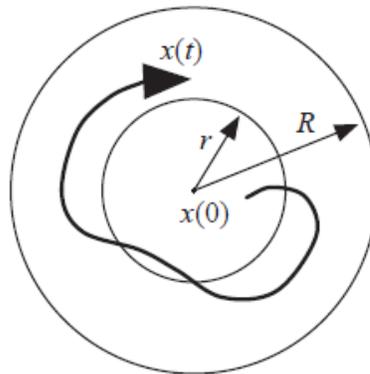


Figura 9. Estabilidade de Lyapunov

Em outras palavras, a estabilidade de Lyapunov tem a ver com o comportamento dinâmico dos sistemas em relação ao estado inicial. Se o sistema é estável por Lyapunov pode-se impor restrições sobre o estado inicial do sistema para garantir que as variáveis de estado fiquem limitadas a certa região (Ding 2013).

3.1.1.1. Estabilidade Assintótica

Para o sistema (2) o ponto de equilíbrio $x = 0$ é assintoticamente estável se é estável por Lyapunov, e além disso $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0$

Os sistemas lineares com polos no lado esquerdo do plano complexo são assintoticamente estáveis. A estabilidade assintótica só requer que uma solução convirja ao ponto de equilíbrio, sem especificar a taxa ou velocidade de convergência como de fato o conceito de estabilidade exponencial define.

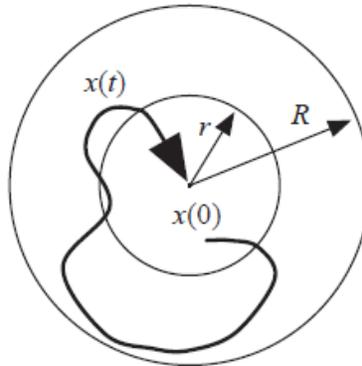


Figura 10. Estabilidade assintótica

3.1.1.2. Estabilidade Exponencial

Para o sistema (2), o ponto de equilíbrio, $x = 0$, é exponencialmente estável se existem dois números a e λ reais positivos, tais que a seguinte desigualdade se garanta:

$$\|x(t)\| < a\|x(0)\|e^{-\lambda t}$$

Para $t > 0$ em alguma vizinhança $\mathcal{D} \subset \mathbb{R}^n$ que contem ao ponto de equilíbrio. Se a estabilidade se mantém para qualquer estado inicial em \mathbb{R}^n , se diz que o ponto de equilíbrio é *assintoticamente globalmente estável*. Em sistemas não lineares um sistema assintoticamente estável pode não ser exponencialmente estável.

3.1.1.3. Método Direto de Lyapunov

O método de linearização de Lyapunov pode ser usado para verificar estabilidade local, e também tem uma limitação no caso da estabilidade marginal. A ideia básica é projetar uma lei de controle por realimentação que provenha de uma derivada da função candidata de Lyapunov, definida o semi-definida negativa (Ge 2000).

O método direto de Lyapunov é uma interpretação matemática da propriedade física da dissipação da energia total de um sistema, que devem obrigar aos estados deste atingir o equilíbrio. Sua restrição reside no fato que é muito difícil eleger a função de Lyapunov (geralmente é um problema de tentativa e erro) e o projeto depende totalmente de tal eleição (Ge 2000).

Para melhor entendimento, é necessário resgatar mais algumas definições complementares para poder colocar em contexto a estabilidade baseada nas funções de *Lyapunov*.

Função definida Positiva: uma função $V(x): \mathcal{D} \subset \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ se diz definida positiva localmente se $V(x) > 0 \forall x \in \mathcal{D}$, exceto em $x = 0$ onde $V(0) = 0$. Se $\mathcal{D} = \mathbb{R}^n$, por exemplo, então se diz que é definida positiva para todo o espaço de estado, $V(x)$ se diz definida positiva globalmente.

Função de Lyapunov: se em $\mathcal{D} \subset \mathbb{R}^n$ contém o ponto de equilíbrio $x = 0$, a função $V(x)$ é definida positiva com derivadas parciais contínuas, e se a sua derivada no tempo ao longo de qualquer caminho de estados do sistema (1) é não positivo, por exemplo:

$$\dot{V}(x) \leq 0$$

Então a função $V(x)$ é uma *função de Lyapunov*

Teorema de Lyapunov

Considere o sistema (2), se em $\mathcal{D} \subset \mathbb{R}^n$ encontra-se o ponto de equilíbrio $x = 0$, ali existe uma função $V(x): \mathcal{D} \subset \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ com derivadas de primeiro ordem contínuas tal que:

- $V(x)$ é definida positiva em \mathcal{D}
- $\dot{V}(x)$ é definida não positiva em \mathcal{D}

Então o ponto $x = 0$ é estável. Além disso, se $\dot{V}(x)$ é definida negativa em \mathcal{D} , a estabilidade é assintótica.

Para definir a estabilidade global usando as funções de Lyapunov, tem-se que definir primeiro o termo *função radialmente ilimitada*, assim:

Uma função definida positiva $V(x): \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ se diz radialmente ilimitada se $V(x) \rightarrow \infty$ enquanto $\|x\| \rightarrow \infty$.

Teorema de Lyapunov para estabilidade Global

Para o sistema (1) com $\mathcal{D} = \mathbb{R}^n$, se existe uma função $V(x): \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ com derivadas de primeira ordem contínuas tal que:

- $V(x)$ é definida positiva em \mathcal{D}
- $\dot{V}(x)$ é definida não positiva em \mathcal{D}
- $V(x)$ é *radialmente ilimitada*

Então o ponto $x = 0$ é globalmente assintoticamente estável.

Os métodos de controle adaptativo são divididos geralmente em três categorias: controle adaptativo indireto, controle adaptativo direto e controle por programação de ganhos. As suas características são abordadas aqui brevemente.

3.2. Controle Adaptativo Indireto

Num controle adaptativo indireto os parâmetros da planta são estimados adaptativamente primeiro e na sequência se computam os parâmetros do controlador. Chama-se assim porque requerem trasladar os parâmetros estimados aos parâmetros do controlador. O conceito mais importante deste esquema de controle adaptativo indireto é o (STC) ou controlador auto-sintonizado (Martínez Verdú 2010).

3.2.1. Controladores Auto-Sintonizados

A abordagem STC (*Self Tunning Control*) geralmente estima os parâmetros do sistema e posteriormente computa a entrada de controle a partir dos parâmetros estimados, e além disso suas etapas de identificação e estimação estão separadas (Ding 2013). A diferença com o enfoque MRAC radica em que a lei de estimação é independente da eleição da lei de controle, enquanto no esquema MRAC, a lei de adaptação de parâmetros é afetada pela definição da lei de controle (Ioannou e Fidan 2006). A Figura 11 amostra um esquema geral da sua estrutura.

Segundo (Rodríguez Rubio e López Sánchez 1996) a ideia dos controladores auto ajustáveis ou auto sintonizados pode ser aplicada a muitos problemas de controle ainda sem ter sido inicialmente projetados como um problema estocástico. Além disso, devido à sua modularidade e separação das etapas de controle e identificação, pode-se criar muitas classes de controlador auto sintonizados.

A partir do tipo de projeto, pode ser um problema de controle estocástico ou não. Para os primeiros se procede minimizando o índice de atuação (por exemplo, o caso de mínima variância, onde se trata de minimizar as variações respeito à zero). Nos casos não estocásticos considera-se que as perturbações podem ser modeladas exatamente podendo-se descrever os sistemas analiticamente (Rodríguez Rubio e López Sánchez 1996).

Para que se possa aplicar o controle adaptativo, é necessária a presença de um bloco responsável pela estimação paramétrica. Usualmente, tal bloco implementa métodos que permitem estimar os parâmetros da planta, ofertando-os para ação do controlador. A estimação paramétrica usualmente se dá em função dos sinais de entrada e saída da planta (Aström e Wittenmark 1994).

Algumas técnicas para identificação de parâmetros de sistemas são: Box-Jenkis, ARX, ARMAX, NARMAX, entre outros (Rodríguez Rubio e López Sánchez 1996).

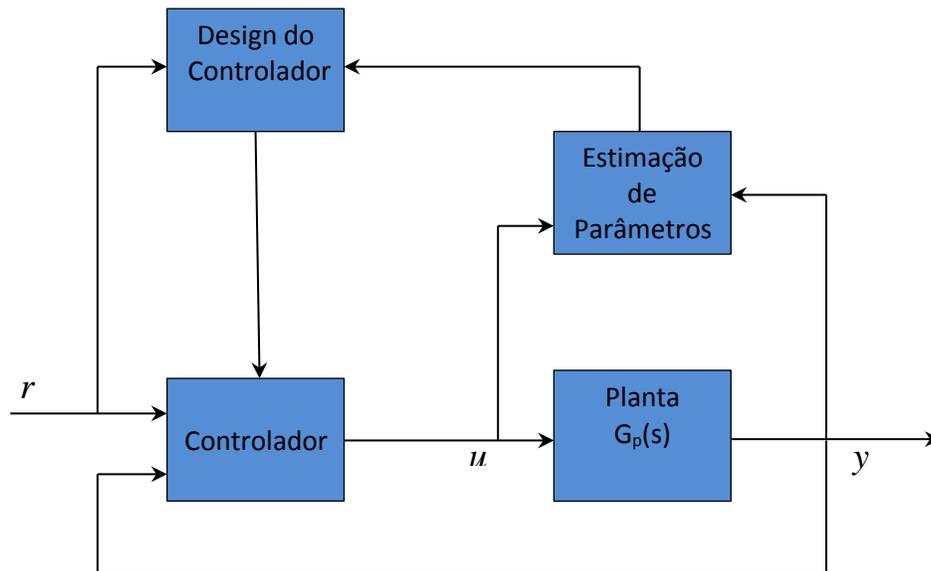


Figura 11. Estrutura modular do esquema STC

3.3. Controle Adaptativo Direto

Em controle adaptativo direto não se requer a estimação de parâmetros, eles são atualizados diretamente a partir de uma lei de controle. Segundo (Ding 2013), no caso de MRAC é mais comum que seja projetado no domínio do tempo contínuo e unicamente para controlar plantas determinísticas.

Nos enfoques de controle direto os parâmetros são atualizados procurando minimizar o erro de rastreamento entre o sinal da saída da planta e o modelo de referência. Os parâmetros do controlador são obtidos mediante uma lei de adaptação que é fornecida mediante a abordagem de Lyapunov, que exige o planteamiento de uma função candidata que devesse cumprir certas condições, com o que é explicado [em depois](#).

Uma característica atrativa desta abordagem é que por conveniência do projeto a ordem do modelo de referência pode ser menor que a ordem da planta a ser controlada inclusive não precisa modelar com exatidão os parâmetros do processo (Nasiruddin, Rizal e Mohamed 2007).

A abordagem clássica de controle adaptativo direto é a que usa um modelo de referência a ser seguido em malha fechada, como se explica a continuação dos itens seguintes para os casos linear e não linear.

3.3.1. Controlador Adaptativo com Modelo de Referência (MRAC) Planta Linear

A ideia do MRAC é criar um controlador de malha fechada com parâmetros que possam ser atualizados para fazer com que a resposta do sistema tenha comportamento definido por algum modelo de referência. Ou seja, o objetivo é encontrar a lei de controle que leve o sistema controlado a apresentar uma dinâmica idêntica à proposta pelo modelo de referência (Adrian, Corneliu e Mircea 2008).

O conceito MRAC está constituído por quatro partes principais: a planta, o controlador, o modelo de referência e o mecanismo de ajuste (Oltean e Morar 2010). A Figura 12 mostra um diagrama de blocos do sistema de um controlador adaptativo por modelo de referência, onde se verifica um laço de realimentação comum conformado pela planta e pelo controlador, junto com um segundo laço responsável pelo ajuste dos parâmetros do controlador (Aström e Wittenmark 1994).

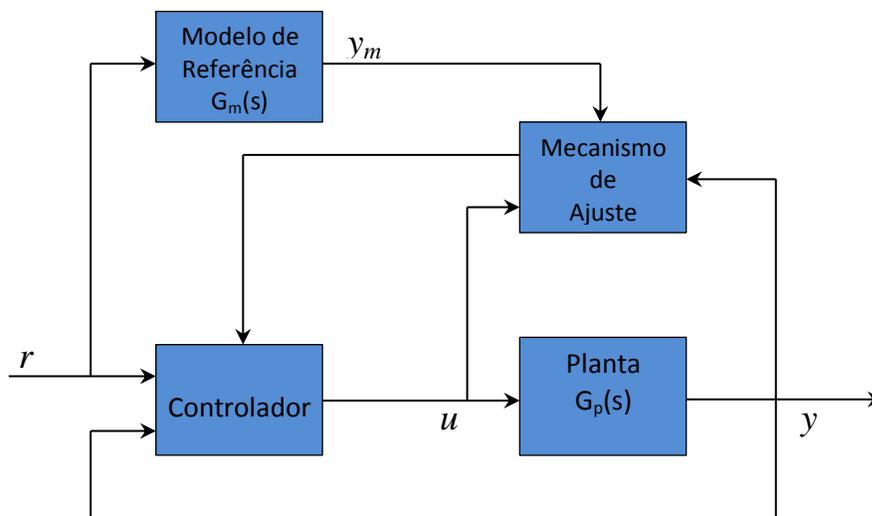


Figura 12. Estrutura modular do esquema MRAC

Onde:

r : Entrada de referência

u : Sinal do controle

y : Saída atual da planta

y_m : Saída desejada

O desenvolvimento de um controlador MRAC usualmente envolve os seguintes três passos (Ding 2013):

- Eleger uma lei de controle contendo as variáveis como parâmetros.
- Projetar uma lei de adaptação para o ajuste destes parâmetros.
- Analisar as propriedades de estabilidade do sistema de controle resultante.

A metodologia básica, segundo (Ding 2013), (Aström e Wittenmark 1994) e (Martínez Verdú 2010) pode ser demonstrada inicialmente para um **sistema de primeira ordem**, assim:

$$\dot{y} + a_p y = b_p u \quad (4)$$

Onde u é à entrada de controle e y é a saída da planta, assumindo parâmetros conhecidos. Suponha-se também, que se quer o sistema adotar um comportamento entrada-saída em malha fechada segundo (Khalil 2002), descrito pelo modelo de referência:

$$\dot{y}_m + a_m y_m = b_m r \quad (5)$$

Com as condições iniciais a zero.

Aqui, r , é à entrada de referência, e o modelo tem sido elegido de forma tal que $y_m(t)$ represente a saída desejada do sistema em malha fechada, o objetivo de desenho é fazer que o erro $e = y - y_m$ convirja para 0, tomando $a_m > 0$.

Inicialmente utiliza-se um controle por modelo de referência, isto é, um controle assumindo que todos os parâmetros são conhecidos. Para garantir que a saída y siga a y_m , a equação (4) deve-se acomodar somando o termo $a_m y$ aos dois lados, assim:

$$\dot{y} + a_p y + a_m y = b_p u + a_m y \quad (6)$$

Rearranjando esta equação fica:

$$\dot{y} + a_m y = b_p u + a_m y - a_p y \quad (7)$$

Portanto obtém-se:

$$\dot{y} + a_m y = b_p \left(u - \frac{a_p - a_m}{b_p} y \right) \quad (8)$$

Por definição de erro, tem-se:

$$e = y - y_m \quad (9)$$

E a derivada do erro em relação ao tempo seria:

$$\dot{e} = \dot{y} - \dot{y}_m \quad (10)$$

Com isto, substituindo os valores isolados de \dot{y} da equação (8) e \dot{y}_m da equação (5) em (10), tem-se que:

$$\dot{e} = -a_m y + b_p \left(u - \frac{a_p - a_m}{b_p} y \right) - (a_m y_m + b_m r) \quad (11)$$

Rearranjando,

$$\dot{e} + a_m e = b_p \left(u - \frac{a_p - a_m}{b_p} y - \frac{b_m}{b_p} r \right) \quad (12)$$

Q_1 e Q_2 são eleitos como:

$$Q_1 = \frac{b_m}{b_p}, \quad Q_2 = \frac{a_p - a_m}{b_p} \quad (13)$$

Substituindo (13) em (12)

$$\dot{e} + a_m e = b_p(u - Q_2 y - Q_1 r) \quad (14)$$

Então, como se assumiu que todos os parâmetros são conhecidos, a lei de controle que garante que o erro em malha fechada, $\dot{e} + a_m e = 0$, é (Khalil 2002):

$$u(t) = Q_1 r(t) + Q_2 y(t) \quad (15)$$

Daqui, quando os parâmetros a_p e b_p são desconhecidos, seja: \hat{Q}_1 e \hat{Q}_2 seus valores estimados, e a lei de controle, baseada no princípio de equivalência certa², estaria dada por:

$$u(t) = \hat{Q}_1 r(t) + \hat{Q}_2 y(t) \quad (16)$$

Com a entrada de controle adaptativo (16), as dinâmicas do sistema em malha fechada são descritas por:

$$\tilde{Q}_1 = Q_1 - \hat{Q}_1; \quad \tilde{Q}_2 = Q_2 - \hat{Q}_2 \quad (17)$$

² (Ioannou e Fidan 2006) O princípio de equivalência certa estabelece que, em controle adaptativo, quando os parâmetros são desconhecidos, eles podem ser substituídos por seus valores estimados. Tal princípio somente sugere uma forma para projetar a entrada do controle adaptativo, não como atualizar os parâmetros estimados (Ding 2013).

O erro tende a zero se o valor dos parâmetros estimados tende a se igualar aos respectivos valores reais. A solução é construir um mecanismo de ajuste de parâmetros que leve a estimativa dos parâmetros Q_1 e Q_2 a seus valores desejados (Aström e Wittenmark 1994).

Assim para obter o mecanismo de ajuste, o lei de adaptação, plantea-se a derivada do erro:

$$\dot{e} = -a_m e - (b_p Q_2 + a_p - a_m)y + (b_p Q_1 - b_m)r \quad (18)$$

Agora, com o fim de garantir a estabilidade do sistema considere-se a função candidata de Lyapunov, com $\gamma > 0$. Lembrado que γ , é o ganho de adaptação o qual define a taxa na qual convergem os parâmetros do controlador ao valor real.

$$V(e, Q_1, Q_2) = \frac{1}{2} \left(e^2 + \frac{1}{\gamma} (b_p Q_2 + a_p - a_m)^2 + \frac{1}{\gamma} (b_p Q_1 - b_m)^2 \right) \quad (19)$$

A expressão (19) cumpre as três condições estabelecidas no teorema de Lyapunov:

1. Se $e = 0 \Rightarrow e^2 = 0$. Com isto, o único caminho para que $V(e, Q_1, Q_2) = 0$, é que os termos: $(b_p Q_1 - b_m)^2$ e $(b_p Q_2 + a_p - a_m)^2$ sejam zerados, assim tem-se que cumprir que:

$$Q_1 = \frac{b_m}{b_p}, \quad Q_2 = \frac{a_p - a_m}{b_p}$$

2. $\frac{dV}{de} = e$ Existe,

3. $\dot{V}(e, Q_1, Q_2) = -a_m e^2 + \frac{1}{\gamma} (b_p Q_2 + a_p - a_m)(\dot{Q}_2 - \gamma e y) + \frac{1}{\gamma} (b_p Q_1 - b_m)(\dot{Q}_1 + \gamma e r)$

Para garantir que se cumpra a condição 3, ou seja, $\dot{V}(e, Q_1, Q_2) < 0$ os dois últimos termos de tal condição deveriam sumir, o que se consegue zerando as expressões $(\dot{Q}_1 + \gamma e r)$ e $(\dot{Q}_2 - \gamma e y)$, para o qual:

$$\dot{Q}_1 = -\gamma e r \quad (20)$$

$$\dot{Q}_2 = \gamma e y \quad (21)$$

Onde Q são os parâmetros ajustáveis, também conhecidos como parâmetros de controle com o propósito de ser ajustado para que se obtenha a minimização da função de custo. Isso pode ser obtido também aplicando a regra do gradiente (Swarnkar, Jain e Nema 2011). A regra do gradiente pode fornecer um sistema em malha fechada instável. Lyapunov substitui a derivada da sensibilidade por as regras da teoria da estabilidade.

Finalmente, com os resultados obtidos nas equações (20) e (21), a primeira derivada da função de Lyapunov se garante negativa devido a que $a_m > 0$.

$$\dot{V}(e, Q_1, Q_2) = -a_m e^2 < 0 \quad (22)$$

Para um **sistema linear de segunda** ordem o tratamento para a obtenção da função candidata de Lyapunov que garanta a sua estabilidade e permita encontrar a leis de adaptação tem um tratamento semelhante ao feito para o caso da primeira ordem. Elegendo, segundo (Oltean e Morar 2010) uma lei de controle com três parâmetros como a seguinte:

$$U = Q_1 r - Q_2 y - Q_3 \dot{y} \quad (23)$$

Em realidade a eleição do sinal de referência poderia ser de primeira ordem, embora, vai se eleger uma função de transferência de segunda ordem padronizada, e com seus polos no lado esquerdo do plano imaginário, assim:

$$G(s) = \frac{K}{s^2 + a_1 s + a_2} \quad (24)$$

Tendo definidas as funções de transferência da planta $G(s)$ e do modelo de referência, $G_m(s)$. Vai se esboçar a obtenção das leis de adaptação deste caso, sem plantear uma nova equação de Lyapunov, e empregando uma lei de controle de só dos termos:

$$U = Q_1 r - Q_2 y \quad (25)$$

A partir das equações (24) e(25), a função de transferência genérica, em malha fechada, que relaciona a saída e a entrada da planta com o sinal de controle é:

$$\frac{Y}{R} = \frac{KQ_1}{s^2 + a_1s + (a_2 + KQ_2)} \quad (26)$$

Onde R é a representação em espaço da frequência para a entrada de referência $r(t)$ e K é o ganho em alta frequência (Ding 2013). Os parâmetros do controlador (Q_1, Q_2) são atualizados pelo mecanismo de adaptação assim que a saída do processo siga a saída do modelo, garantindo o princípio de equivalência certa (Ioannou e Fidan 2006). A função de transferência do modelo seria:

$$G_m(s) = \frac{Y_m}{R} = \frac{K_m}{s^2 + A_1s + K_m} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \quad (27)$$

Onde K_m e A_1 serão escolhidos de forma que as relações entrada-saída do modelo e a planta sejam a mesmas, segundo o princípio de equivalência certa, além de que cumpram com as condições de estabilidade para sistemas lineares . A fim de obter as relações que definem os parâmetros do controlador devem-se igualar os numeradores e denominadores das expressões (26) e (27), com isto tem-se que:

$$Q_1 = \frac{K_m}{K} \quad (28)$$

Para o segundo parâmetro seria:

$$Q_2 = \frac{A_1s + K_m - a_1s - a_2}{K} \quad (29)$$

Então, projetando uma equação de Lyapunov adequada, e com uma orientação semelhante à determinada na equação (19), a partir da definição do erro de saída, se obteriam equações como (20) e (21) que representam as variações dos parâmetros. Podendo-se determinar, em espaço da frequência, as equações para o mecanismo de ajuste, as quais são:

$$Q_1 = -\frac{\gamma}{s}er = -\frac{\gamma}{s}\left(\frac{Ke}{s^2 + As + K_m}\right)r \quad (30)$$

$$Q_2 = \frac{\gamma}{s}ey = \frac{\gamma}{s}\left(\frac{Ke}{s^2 + As + K_m}\right)y \quad (31)$$

Onde o parâmetro adicional Q_3 fica em função da variação da saída:

$$Q_3 = \gamma\left(\frac{Ke}{s^2 + As + K_m}\right)\dot{y} \quad (32)$$

Com as constantes K e A conhecidas.

Para efeitos da simulação em Simulink os valores dos parâmetros do controlador serão substituídos na lei de controle, equação (23), ficando:

$$U = -\frac{\gamma}{s}\left(\frac{Ke}{s^2 + As + K_m}\right)r^2 - \frac{\gamma}{s}\left(\frac{Ke}{s^2 + As + K_m}\right)y^2 - \gamma\left(\frac{Ke}{s^2 + As + K_m}\right)\dot{y}^2 \quad (33)$$

3.3.2. Controlador Adaptativo com Modelo de Referência (MRAC) Planta Não-Linear

Quando se tem uma planta não linear SISO com representação de estado, segundo (Olivares 2009):

$$\begin{aligned} \dot{y} &= f(x, u, t) = Ay + Br \\ z &= Cx \end{aligned} \quad (34)$$

Com $x \in \mathbb{R}^n$; $u, z \in \mathbb{R}$

Embora, a metodologia apresentada é aplicada somente a sistemas SISO, no numeral 4.4. vai se plantear a justificativa que permite dividir a planta MIMO, alvo deste trabalho, em dois sistemas SISO idênticos.

No caso do modelo de referência linear, SISO, com representação interna:

$$\begin{aligned}\dot{y}_m &= A_m y_m + B_m r \\ z_m &= C_m y_m\end{aligned}\tag{35}$$

Onde:

A_m é uma matriz estável com suas componentes a_{ij} elegidos a partir do polinômio de Hurwitz, y_m é o vetor de estados e B_m o vetor de termos independentes, finalmente r é a entrada de referência. Com $y_m \in \mathbb{R}^n$; $r, z_m \in \mathbb{R}$. Note-se que A_m deve conter todos seus autovalores no lado esquerdo do plano imaginário.

Tendo como modelo de referência à expressão padrão de segunda ordem que amostra-se na seguinte equação:

$$G_m(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}\tag{36}$$

A matriz A_m e os vetores B_m e C_m definem-se assim:

$$A_m = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_n^2 & -2\xi\omega_n \end{bmatrix}, \quad B_m = \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_n^2 \end{bmatrix}, \quad C_m = [1 \quad 0]\tag{37}$$

Oltean e Morar 2010 definiram que devido as especificações da planta elegida e a natureza de segunda ordem da função de referência, o controlador de realimentação para frente para o *Ball-Balancer* deve ter três parâmetros de adaptação, como os já nomeados no apartado 3.3.1, os quais são Q_1 , Q_2 , Q_3 , e uma lei de controle definida similarmente como a expressão (23), que se repete para maior clareza aqui:

$$U = Q_1 r - Q_2 y - Q_3 \dot{y}\tag{38}$$

As leis de adaptação obtêm-se a partir da função de Lyapunov posteriormente definida, e, são encarregadas de levar (global e assintoticamente) a zero, o vetor de erro. Tal vetor representa o seguimento dos estados do modelo de referência, assim:

$$\mathbf{e} = \mathbf{y} - \mathbf{y}_m. \quad (39)$$

Que ao derivar em relação ao tempo, fica:

$$\dot{\mathbf{e}} = \dot{\mathbf{y}} - \dot{\mathbf{y}}_m \quad (40)$$

Ao substituir as expressões (34) e (35) na última equação, resulta:

$$\dot{\mathbf{e}} = (A\mathbf{y} + B\mathbf{r}) - (A_m\mathbf{y}_m + B_m\mathbf{r}) \quad (41)$$

Mais, da definição do erro:

$$\mathbf{y}_m = \mathbf{y} - \mathbf{e} \quad (42)$$

Que sendo substituído na expressão (41) da:

$$\dot{\mathbf{e}} = (A\mathbf{y} + B\mathbf{r}) - [A_m(\mathbf{y} - \mathbf{e}) + B_m\mathbf{r}] \quad (43)$$

Rearranjando a equação anterior, em concordância com (Oltean e Morar 2010), tem-se que:

$$\dot{\mathbf{e}} = A_m\mathbf{e} + (A\mathbf{y} + B\mathbf{r}) - (A_m\mathbf{y} + B_m\mathbf{r}) \quad (44)$$

Arrumando segundo termos semelhantes:

$$\dot{\mathbf{e}} = A_m\mathbf{e} + (A - A_m)\mathbf{y} + (B - B_m)\mathbf{r} \quad (45)$$

Neste ponto elege-se como função de Lyapunov candidata, a seguinte expressão:

$$V(\mathbf{e}) = \mathbf{e}^T \mathbf{P} \mathbf{e} \quad (46)$$

Onde P é uma matriz simétrica real definida positiva, para o qual:

- $V(\mathbf{0}) = 0$
- $V(\mathbf{e}) > 0 \quad \forall \mathbf{e} \neq \mathbf{0}$

Logo, o controlador deve ser tal que garanta que $\dot{V}(\mathbf{e}) < 0$. Para conferir isto se deriva a expressão (46) em relação ao tempo, obtém-se:

$$\dot{V}(\mathbf{e}) = \dot{\mathbf{e}}^T \mathbf{P} \mathbf{e} + \mathbf{e}^T \mathbf{P} \dot{\mathbf{e}} \quad (47)$$

Com as substituições apropriadas, segundo o desenvolvimento até aqui atingido:

$$\begin{aligned} \dot{V}(\mathbf{e}) = & [e^T A_m^T + f^T(x, u, t) - (x^T A_m^T + r^T B_m^T)] P \mathbf{e} \\ & + \mathbf{e}^T \mathbf{P} [A_m \mathbf{e} + f(x, u, t) - (A_m y + B_m r)] \end{aligned} \quad (48)$$

Organizando melhor a última equação, fica:

$$\dot{V}(\mathbf{e}) = e^T [A_m^T P + P A_m] \mathbf{e} + 2\{\mathbf{e}^T \mathbf{P} [A_m \mathbf{e} + (A - A_m)y + (B - B_m)r]\} \quad (49)$$

Redefinindo

$$\dot{V}(\mathbf{e}) = e^T [A_m^T P + P A_m] \mathbf{e} + 2M \quad (50)$$

Onde M é uma quantidade escalar dada por:

$$M = \mathbf{e}^T \mathbf{P} [A_m \mathbf{e} + (A - A_m)y + (B - B_m)r] \quad (51)$$

Com isto:

$\dot{V}(e) < 0$ Se e somente se:

1. $\exists P > 0$ Para $Q > 0$ que satisfaz a equação de Lyapunov $A_m^T P + P A_m = -Q$. Esta condição cumpre-se para modelos de referência estáveis.
2. $M \leq 0$

Assim, a matriz simétrica e definida positiva, P , a se obter, é a solução da condição $A_m^T P + P A_m = -Q$. Processo de obtenção que ultrapassa o alcance desta dissertação. Tal desenvolvimento pode-se pesquisar em (Isermann, Lachmann e Matko 1992). Onde se tem que:

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \left(\frac{2\xi}{\omega_n} + \frac{1 + \omega_n^2}{2\xi\omega_n} \right) & \frac{1}{2\omega_n^2} \\ \frac{1}{2\omega_n^2} & \frac{1}{4\xi\omega_n} \left(1 + \frac{1}{\omega_n^2} \right) \end{bmatrix} \quad (52)$$

Onde os termos que aparecem na matriz P , obtêm-se a partir do modelo de segunda ordem que age como sinal de referência, equação (36).

Finalmente, as expressões que permitem a adaptação dos parâmetros seriam:

$$\begin{aligned} Q_1 &= \gamma_1 (P_{12}e + P_{22}\dot{e}) \frac{r}{s} \\ Q_2 &= -\gamma_2 (P_{12}e + P_{22}\dot{e}) \frac{y}{s} \\ Q_3 &= -\gamma_3 (P_{12}e + P_{22}\dot{e}) \frac{\dot{y}}{s} \end{aligned} \quad (53)$$

Aqui, P_{21} e P_{22} conformam a segunda coluna da matriz P . Além disso, γ_1 , γ_2 e γ_3 são os ganhos de adaptação.

3.3.3. Controle Adaptativo por Programação de Ganhos (Gain Scheduling)

É um tipo especial de realimentação não linear, desenvolvido a partir da compensação das variações nos parâmetros do processo (inclusive as não linearidades conhecidas) medindo as condições de operação deste (Aström e Wittenmark 1994). A técnica estende a validade do enfoque da linearização a um range de pontos de operação, onde o modelo é parametrizado por uma ou varias variáveis, nomeadas variáveis de programação (*Scheduling Variables*).

Havendo feito o anterior, o sistema lineariza-se em vários pontos de equilíbrio, projetando-se um controlador de realimentação linear em cada ponto, e implementando o conjunto de controladores obtidos, como um único controlador cujos parâmetros mudam segundo as variáveis de programação. Esse controlador leva o nome de Programação de Ganhos (Khalil 2002).

Alguns autores não o consideram uma técnica adaptativa pelo fato de que os parâmetros são mudados em malha aberta (Rodríguez Rubio e López Sánchez 1996). Um exemplo do uso de controle adaptativo por este método se descreve em (Xing, et al. 2010).

3.4. Resumo

No referente ao controle adaptativo como estratégia alternativa aos controladores clássicos, a principal diferença com eles, radica na existência (em suas diferentes configurações) de uma etapa o *mecanismo de ajuste de parâmetros* que muda dinamicamente os parâmetros do controlador ao perceber variações na dinâmica da planta, como é feito pelos controladores adaptativos diretos. Alternativamente tais parâmetros podem-se sintonizar por meio de uma tabela de ajuste, caso coberto pelos controladores auto sintonizados.

Para garantir a estabilidade dos controladores projetados pelo método adaptativo direto MRAC emprega-se a teoria de Lyapunov, tendo com isto que definir os conceitos de estabilidade assintótica, exponencial e global. Esta última característica é estabelecida a partir da obtenção de funções candidatas que cumpram com a definição de ser positivas e radialmente ilimitadas além de ter a sua primeira derivadas não positiva, num domínio \mathcal{D} .

Ajudado pelo princípio de equivalência certa se planteou o algoritmo MRAC para plantas lineares, onde a filosofia centra-se em reduzir a zero a diferença entre o sinal de saída e a função de transferência, empregando para tal fim uma lei de controle obtida a partir das condições de entrada e saída do esquema, e que fica em função de uns parâmetros que se adaptam em tempo real por meio de uma lei de adaptação que planteia-se segundo a teoria de Lyapunov para cumprir o objetivo de levar à zero o erro.

A abordagem MRAC para plantas não lineares se enfrentou usando novamente a teoria de Lyapunov, mas se focando no caso de uma planta não linear com função de referência linear de segunda ordem.

4. MODELO DO SISTEMA BALL-BALANCER

O sistema *Ball-Balancer* está composto por uma superfície plana inclinável em função de cada um de seus dois eixos horizontais. Com tais inclinações, o sistema permite que a esfera role e seja posicionada em qualquer coordenada no plano, desde que sejam respeitadas as restrições físicas do plano. A superfície inclinável é de cor branca, para contrastar melhor com a cor da esfera. Tal característica favorece a leitura da posição, a qual se dá através de um sistema de visão por meio de câmera (Quanser 2010). Este sistema tem somente dois atuadores e deve ser governado mediante duas entradas de controle. Uma imagem do dispositivo é ilustrada na Figura 13.



Figura 13. Aspecto do equipamento *Ball-Balancer* da QuanserTM.

O *Ball-Balancer* é um dispositivo fabricado com dois a quatro graus de liberdade. O alvo deste desafio de controle é controlar a posição de uma esfera sobre uma superfície plana, na qual tem solidariamente acoplado o mecanismo de balanceamento. Nesta situação particular, o sistema está configurado com quatro graus de liberdade, dois provem do movimento livre da esfera e outros dois são aportados pelos dois eixos de inclinação do prato.

A tabela seguinte ilustra as características técnicas do *Ball-Balancer*.

Tabela 1. Especificações gerais do *Ball-Balancer*

ESPECIFICAÇÃO	VALOR	UNIDADES
Dimensiones de base calibradas	41.75 x 41.75	cm ²
Altura do suporte da câmara	69.5	cm
Comprimento da mesa	27.5	cm
Comprimento do braço nivelador	9.7	cm
Comprimento do suporte do braço	14.6	cm
Especificações da câmara	IIDC 1394-baseado Câmera Digital v 1.31	
Resolução padrão da câmara	640x480	cm
Taça de quadros da câmara (resolução completa, formato Y8)	30	cm
Formato de Pixel	Y8 em formato BGR	cm

Na sequência, trata-se do modelamento físico-matemático das partes que constituem o *Ball-Balancer* e que determinam o comportamento instável do dispositivo.

4.1. Modelamento elétrico da base do servomecanismo

O circuito esquemático da armadura do motor DC junto com seu trem de engrenagem se amostra na Figura 14. Para efetuar o modelamento do atuador, assume-se que não tem *backlash* ou deformação permanente nas engrenagens. Considera-se ainda que o trabalho mecânico feito pelo eixo com a carga final é igual ao trabalho mecânico feito pelo eixo na saída do motor (Li e Yu 2010).

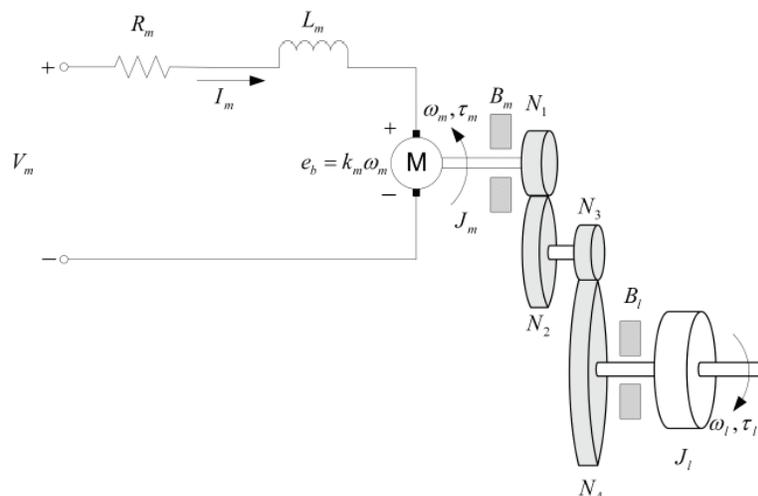


Figura 14. Circuito de armadura do motor DC e trem de engrenagem (Quanser 2010).

A voltagem eletromotriz (contra-fem) $e_b(t)$ depende da velocidade rotacional do eixo do motor, $\omega_m(t)$, e da constante eletromotriz k_m que se opõe ao fluxo de corrente, assim a voltagem eletromotriz está determinada por (Apkarian, Lévis e Gurocak 2011) e que segue a ordem e notação da (Quanser 2010), é:

$$e_b(t) = k_m \omega_m(t) \quad (54)$$

Usando a lei de *Kirchoff*:

$$V_m(t) - R_m I_m(t) - L_m \dot{I}_m(t) - k_m \omega_m(t) = 0 \quad (55)$$

Onde:

V_m é a voltagem aplicada ao motor, R_m relaciona a resistência do motor e I_m a corrente no indutor, L_m sua indutância, a constante eletromotriz é representada por K_m e ω_m a velocidade rotacional do eixo do motor.

Considerando o fato do termo da indutância do motor, L_m , ser muito menor do que sua resistência, este termo pode ser ignorado, com isso a equação anterior pode ser simplificada para:

$$V_m(t) - R_m I_m(t) - k_m \omega_m(t) = 0 \quad (56)$$

Isolando o valor da corrente, tem se que:

$$I_m(t) = \frac{V_m(t) - k_m \omega_m(t)}{R_m} \quad (57)$$

A relação entre as equações elétricas e mecânicas para o servo mecanismo é obtida pela segunda lei de Newton em termos rotacionais:

$$\sum \tau_i = J_o \alpha \quad (58)$$

Onde J_o é o momento de inércia do corpo em relação ao seu centro de massa, τ é soma de todos os momentos sobre o eixo do corpo, e α a aceleração angular do sistema (Apkarian, Lévis e Gurocak 2011).

Assim,

$$J_l \dot{\omega}_l(t) + B_l \omega_l(t) = \tau_l(t) \quad (59)$$

Onde, J_l é o momento de inércia da carga, τ_l é torque total aplicado à carga, e B_l é o coeficiente de atrito viscoso da carga do motor. A equação análoga para a saída do eixo do motor é:

$$J_m \dot{\omega}_m(t) + B_m \omega_m(t) + \tau_{ml}(t) = \tau_m(t) \quad (60)$$

Para esta equação J_m é o momento de inércia do eixo do motor, τ_{ml} é o torque resultante atuando sobre o eixo do motor desde o torque da carga e B_m é o atrito viscoso agindo sobre o eixo do motor. A relação entre o torque total aplicado e o torque sobre o eixo, que vem desde a carga, fica determinada pela expressão:

$$\tau_l(t) = \eta_g K_g \tau_{ml}(t) \quad (61)$$

Onde K_g é a relação de transmissão das engrenagens e η_g a eficiência da caixa de redução de velocidade. Tal caixa conta com uma relação de transmissão interna por meio de engrenagens planetárias:

$$K_{gi} = \frac{N_2}{N_1} \quad (62)$$

Externamente a relação de transmissão é outra:

$$K_{ge} = \frac{N_4}{N_3} \quad (63)$$

Ou seja, que a relação de transmissão do servomecanismo utilizado é:

$$K_g = K_{ge} K_{gi} \quad (64)$$

O torque visto pelo eixo do motor a través das engrenagens pode ser expresso como:

$$\tau_{ml}(t) = \frac{\tau_l(t)}{\eta_g K_g} \quad (65)$$

Devido a que o eixo do motor deve rodar K_g vezes por cada revolução no eixo da saída, a relação entre as duas quantidades rotacionais é:

$$\theta_m(t) = K_g \theta_l(t) \quad (66)$$

A expressão anterior determina a relação entre as velocidades na saída do motor e no eixo de carga depois de tomar a primeira derivada:

$$\omega_m(t) = K_g \omega_l(t) \quad (67)$$

Substituindo (65), (67) em (60) pode-se encontrar a equação diferencial que descreve o movimento no eixo de carga segundo o torque aplicado pelo motor:

$$J_m K_g \dot{\omega}_l(t) + B_m K_g \omega_l(t) + \frac{J_l \dot{\omega}_l(t) + B_l \omega_l(t)}{\eta_g K_g} = \tau_m(t) \quad (68)$$

Reorganizando os termos comuns:

$$(\eta_g K_g^2 J_m + J_l) \dot{\omega}_l(t) + (\eta_g K_g^2 J_m + B_l) \omega_l(t) = \eta_g K_g \tau_m(t) \quad (69)$$

Definindo os seguintes termos:

$$J_{eq} = \eta_g K_g^2 J_m + J_l \quad (70)$$

$$B_{eq} = \eta_g K_g^2 B_m + B_l \quad (71)$$

Simplificando a equação para:

$$J_{eq} \dot{\omega}_l(t) + B_{eq} \omega_l(t) = \eta_g K_g \tau_m(t) \quad (72)$$

4.2. Modelamento mecânico da mesa

Na derivação das equações de movimento do sistema têm-se as seguintes suposições (Nokhbeh and Khashabi 2011):

- No há deslizamento da bola sobre o prato, isso é, o sistema físico associa apenas rolagem da bola.
- A bola é completamente simétrica e homogénea.
- O atrito é desprezível
- A bola e o prato estão sempre em contato.
- A rotação da bola cerca o seu eixo vertical toma-se como depreciável (Awatar, Craig, et al. 2002).
- O prato vai ter uma distribuição de massa em seus planos xz e yz . Isso garante que não haverá termos da inercia na diagonal.

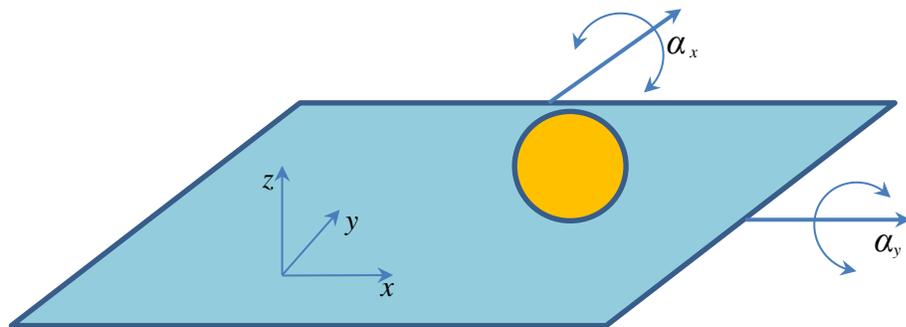


Figura 15. Esquema de referência para o sistema *Ball-Ballancer*

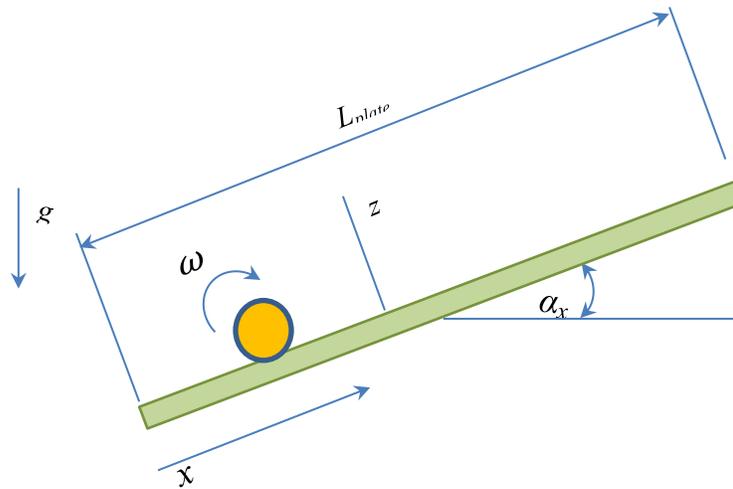


Figura 16. Amostragem da independência nos movimentos do *Ball-Balancer*.

Quando a dinâmica da bola sobre um plano inclinado é restrito a uma única dimensão o resultado das equações são similares as que podem ser achadas em (Nokhbeh and Khashabi 2011). Para começar a realizar o planteamento, faz-se a análise do movimento apenas na direção x , considerando o problema como a conjunção de dois movimentos (sob dois eixos) em separado.

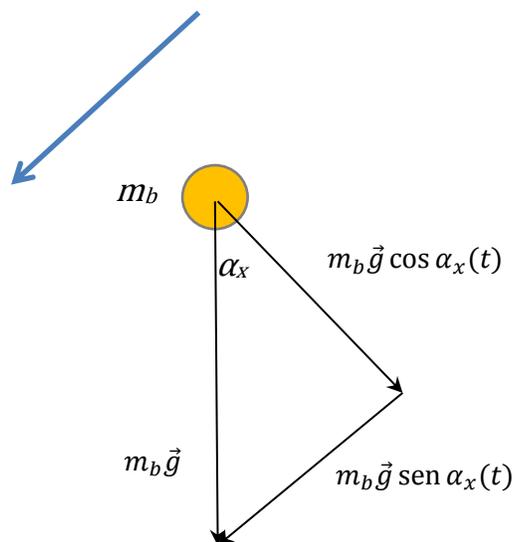


Figura 17. Diagrama de sólido livre para a bola.

Por ser um sistema de dois graus de liberdade a orientação do prato estará definida por dois ângulos (α_x e α_y), considerando-se o sistema x-y-z um marco de referência fixo. A lista dos símbolos e valores associados ao equipamento utilizado é amostrada na Tabela 2.

Tabela 2. Resumo de parâmetros relevantes para a modelagem

VARIÁVEL/PARÂMETRO	SÍMBOLO	VALOR	VARIAÇÃO	UNIDADE
Voltagem Nominal de Entrada ao Motor	V_{nom}	6.0		V
Resistencia de Armadura	R_m	2.6		Ω
Indutância de Armadura	L_m	0.18		mH
Constante Corrente-Torque	k_t	7.68×10^{-3}	$\pm 12\%$	
Constante "back-emf"	k_m	7.68×10^{-3}	$\pm 12\%$	
Ração de Transmissão	K_g	70		
Eficiência do Motor	η_m	0.69	$\pm 5\%$	
Eficiência da Caixa de Engrenagem	η_g	0.90	$\pm 10\%$	
Momento de Inercia do Eixo do Motor	$J_{m,rotor}$	3.90×10^{-7}	$\pm 10\%$	Kg-m ²
Momento de Inercia do Tacómetro	J_{tazh}	7.06×10^{-8}	$\pm 10\%$	Kg-m ²
Momento de Inercia Equivalente sem Carga	J_{eq}	9.76×10^{-5}		Kg-m ²
Coeficiente de Amortecimento Viscoso Equivalente	B_{eq}	0.015		N-m/(rad/s)
Massa da bola	m_b	0.038		Kg
Radio da bola	r_b	0.0146		m
Inercia da bola	J_b	5.40×10^{-6}		Kg-m ²
Longitude do Braço Nivelador	r_{arm}	0.097		m
Longitude do Prato	L_{plate}	0.275		m
Inercia do prato em torno do eixo x	J_x	9.45×10^{-4}		Kg-m ²
Inercia do prato em torno do eixo y	J_y	9.45×10^{-4}		Kg-m ²
Ângulos do prato	α_x e α_y			
Posição da bola respeito do prato	x_b, y_b			
Máxima Frequência de Voltagem de Entrada	f_{max}	50		Hz
Máxima Corrente de Entrada	I_{max}	1		A

A dinâmica do movimento para o aparelho pode ser derivada a partir das leis de Newton ou as equações de Euler-Lagrange. Empregando a ultima abordagem tem-se que:

O Lagrangeano para o sistema é dado por:

$$L = K - V \quad (73)$$

Onde:

K é a somatória das energias cinéticas.

V é a energia potencial do sistema.

Se considerada a interação que existe entre os movimentos nos dos eixos, na quantificação da energia consideram-se ambas dimensões simultaneamente. Assim, a energia cinética da esfera devida a sua rotação em torno de seu centro de massa e o seu deslocamento pode ser dada para x e y como:

$$K_b = \frac{1}{2} m_b (\dot{x}^2 + \dot{y}^2) + \frac{1}{2} J_b (\omega_x^2 + \omega_y^2) \quad (74)$$

Onde:

m_b e a massa da esfera

J_b , o momento de inercia da esfera.

\dot{x} e \dot{y} são as velocidades de translação da esfera em cada tempo t , nas direções x e y .

ω_x e ω_y são as velocidades rotacionais da esfera ao longo dos eixos x e y .

As relações cinemáticas entre a velocidade rotacional e angular da bola são:

$$\dot{x} = r_b \omega_y ; \dot{y} = r_b \omega_x \quad (75)$$

Nas quais r_b denota o radio da esfera

Substituindo as expressões da equação (75) em (74), tem se que:

$$K_b = \frac{1}{2} \left[m_b (\dot{x}^2 + \dot{y}^2) + \frac{J_b}{r_b^2} (\dot{x}^2 + \dot{y}^2) \right] = \frac{1}{2} \left(m_b + \frac{J_b}{r_b^2} \right) (\dot{x}^2 + \dot{y}^2) \quad (76)$$

A energia cinética do prato, considerando a esfera uma massa pontual é dada por:

$$K_p = \frac{1}{2}(J_p + J_b)(\dot{\alpha}_x^2 + \dot{\alpha}_y^2) + \frac{1}{2}m_b(x\dot{\alpha}_x + y\dot{\alpha}_y)^2 \quad (77)$$

$$K_p = \frac{1}{2}(J_p + J_b)(\dot{\alpha}_x^2 + \dot{\alpha}_y^2) + \frac{1}{2}m_b(x^2\dot{\alpha}_x^2 + 2xy\dot{\alpha}_x\dot{\alpha}_y + y^2\dot{\alpha}_y^2) \quad (78)$$

Onde:

α_x e α_y são os ângulos de inclinação do prato respeito aos eixos x e y respectivamente. Assim, pode-se calcular a energia cinética total do sistema:

$$K = K_b + K_p \quad (79)$$

Substituindo as expressões (76) e (78) na equação para a energia cinética (79):

$$K = \frac{1}{2}\left(m_b + \frac{J_b}{r_b^2}\right)(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) + \frac{1}{2}(J_p + J_b)(\dot{\alpha}_x^2 + \dot{\alpha}_y^2) + \frac{1}{2}m_b(x^2\dot{\alpha}_x^2 + 2xy\dot{\alpha}_x\dot{\alpha}_y + y^2\dot{\alpha}_y^2) \quad (80)$$

A energia potencial da esfera em relação a horizontal que passa pelo centro do prato é:

$$V_b = m_bgh \quad (81)$$

Onde h , é a altura devida às duas coordenadas.

$$V_b = m_bg(x\text{sen}\alpha_x + y\text{sen}\alpha_y) \quad (82)$$

Então a equação de Lagrange para o sistema seria:

$$L = K_b + K_p - V_b \quad (83)$$

Desta, pode-se obter as derivadas da expressão L :

$$\frac{\partial K}{\partial \dot{\alpha}_x} = (J_p + J_b)\dot{\alpha}_x + m_b x(x\dot{\alpha}_x + y\dot{\alpha}_y) \quad (84)$$

$$\frac{\partial K}{\partial \dot{\alpha}_y} = (J_p + J_b)\dot{\alpha}_y + m_b y(x\dot{\alpha}_x + y\dot{\alpha}_y) \quad (85)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \alpha_x} = m_b g \cos \alpha_x \quad ; \quad \frac{\partial L}{\partial \alpha_y} = m_b g \cos \alpha_y \quad (86)$$

$$\frac{\partial K}{\partial \dot{x}} = \left(m_b + \frac{J_b}{r_b^2} \right) \dot{x} \quad ; \quad \frac{\partial L}{\partial x} = m_b (x\dot{\alpha}_x + y\dot{\alpha}_y)\dot{\alpha}_x \quad (87)$$

$$\frac{\partial K}{\partial \dot{y}} = \left(m_b + \frac{J_b}{r_b^2} \right) \dot{y} \quad ; \quad \frac{\partial L}{\partial y} = m_b (x\dot{\alpha}_x + y\dot{\alpha}_y)\dot{\alpha}_y \quad (88)$$

Na sequencia, aplicam-se as equações de Lagrange-Euler para o movimento da esfera sobre o prato.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial K}{\partial \dot{\alpha}_x} \right) - \left(\frac{\partial L}{\partial \alpha_x} \right) = F_x \quad (89)$$

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial K}{\partial \dot{\alpha}_x} \right) - \left(\frac{\partial L}{\partial \alpha_x} \right) \\ &= (J_p + J_b)\ddot{\alpha}_x + m_b x^2 \ddot{\alpha}_x + 2m_b x \dot{x} \dot{\alpha}_x + m_b x y \ddot{\alpha}_x + m_b \dot{x} y \dot{\alpha}_y \\ &+ m_b x \dot{y} \dot{\alpha}_y - m_b g \cos \alpha_x = M_x \end{aligned} \quad (90)$$

Para o qual, F_x representa a somatória das forças na direção do deslocamento da bola.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial K}{\partial \dot{\alpha}_y} \right) - \left(\frac{\partial L}{\partial \alpha_y} \right) \\ = (J_p + J_b) \ddot{\alpha}_y + m_b y^2 \ddot{\alpha}_y + 2m_b y \dot{y} \dot{\alpha}_y + m_b x y \ddot{\alpha}_y + m_b \dot{y} x \dot{\alpha}_x \\ + m_b y \dot{x} \dot{\alpha}_x - m_b g \cos \alpha_y = M_y \end{aligned} \quad (91)$$

De (80), (89):

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial K}{\partial \dot{x}} \right) - \left(\frac{\partial L}{\partial x} \right) = \left(m_b + \frac{J_b}{r_b^2} \right) \ddot{x} - m_b (x \dot{\alpha}_x + y \dot{\alpha}_y) \dot{\alpha}_x - m_b g \sin \alpha_x = 0 \quad (92)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial K}{\partial \dot{y}} \right) - \left(\frac{\partial L}{\partial y} \right) = \left(m_b + \frac{J_b}{r_b^2} \right) \ddot{y} - m_b (x \dot{\alpha}_x + y \dot{\alpha}_y) \dot{\alpha}_y - m_b g \sin \alpha_y = 0 \quad (93)$$

M_x e M_y representam a somatória dos momentos com respeito aos centro de giro do sistema. O qual é nesta situação:

$$J_x = J_y = J = \frac{2}{5} m_b r_b^2 \quad (94)$$

Substituindo (94) em (92) e (93)

$$\frac{7}{5} \ddot{x} - x \dot{\alpha}_x^2 - g \sin \alpha_x = 0 \quad (95)$$

Neste apartado obtém-se a equação do movimento, relativo ao ângulo da engrenagem de saída do servo, segundo o esquema da Figura 18. (Quanser 2010).

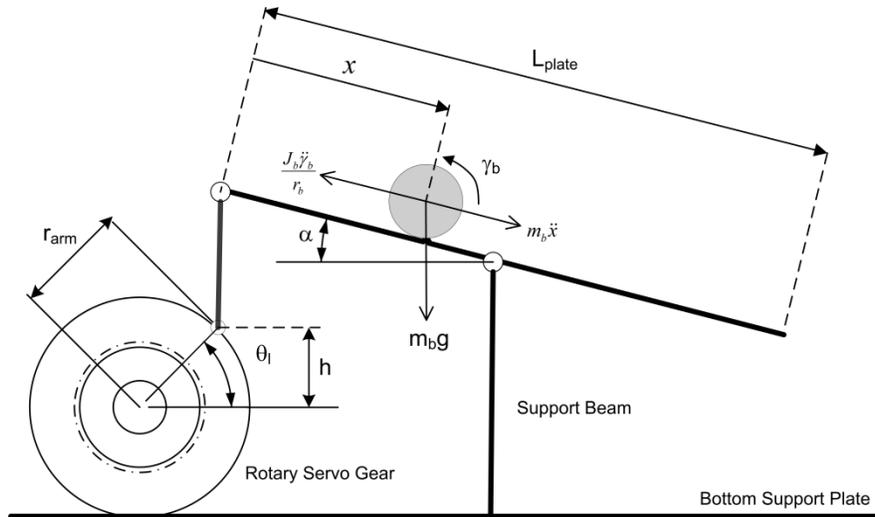


Figura 18. Relação entre ângulo do servo e ângulo do prato.

$$\text{sen}\alpha(t) = \frac{h}{L_{plate}/2} = \frac{2h}{L_{plate}} \quad (96)$$

Toma-se o *seno* do ângulo de saída do servo:

$$\text{sen}\theta_l(t) = \frac{h}{r_{arm}} \quad (97)$$

A partir das últimas das equações consegue-se uma relação entre o ângulo do prato e ao ângulo de saída do servo, assim:

$$\text{sen}\alpha(t) = \frac{2 r_{arm} \text{sen}\theta_l(t)}{L_{plate}} \quad (98)$$

Deve-se ter na conta que a expressão anterior não vai se incluir dentro da representação em espaço de estados do sistema acoplado, com o fim de evitar maiores complexidades, até porque dita expressão só serve para fazer um escalamento no ângulo de saída do eixo do servomotor. Assim, se assumirá que $\alpha(t) \approx \theta_l(t)$.

4.3. Modelamento Sistema Acoplado

Em boa parte do material pesquisado (Zhao e Ge 2014), (Dong, et al. 2011), (Duan, et al. 2012) e (Ho, Rizal e Chu 2013) o problema em questão é abordado considerando unicamente a dinâmica da esfera sobre o prato, ou seja, se bem toda a informação dinâmica é tida na conta, no momento da implementação do controlador elegido, o modelo do atuador é extraído, justificando uma complexidade a mais que [atingiria](#) ao controlador desenvolvido.

(Quanser 2010), (Awtar, Craig, et al. 2002) e --- planteiam uma abordagem similar a que visa ser implementa aqui, onde o diagrama de controle responde a uma estratégia em cascada, Figura XX, com o ângulo de saída do motor como variável de controle para a esfera sobre o prato. A diferença fundamental fica no método de controle empregado, já que nestes casos foi desenvolvido um controlador PID.

Neste apartado vai se relacionar as equações encontradas nas seções 4.2 e 4.3 com o objetivo de achar uma expressão que relacione a posição angular do eixo de carga com a voltagem aplicada ao motor. Assim a variável de saída de este dispositivo, provisionado com o controle adequado, virará em variável de controle para o prato que suporta a esfera.

A descrição dinâmica do servomotor DC é fornecida por (Quanser 2010) ao longo das equações (99) a (108). Li se diz que para um motor DC o torque é proporcional à voltagem aplicada, assim:

$$\tau_m(t) = \eta_m k_t I_m(t) \quad (99)$$

Onde:

k_t , é a constante de corrente-torque com unidades Nm/A , η_m é a eficiência do motor, I_m é a corrente da armadura. Com esta equação pode-se expressar o torque do motor com respeito a voltagem aplicada, substituindo a equação (57) em na relação corrente-torque dada na equação anterior:

$$\tau_m(t) = \frac{\eta_m k_t (V_m(t) - k_m \omega_m(t))}{R_m} \quad (100)$$

Para expressar isto em termos de V_m e ω_l , insere-se a equação da velocidade no eixo da carga do motor, (67) dentro de (99) para obter:

$$\tau_m(t) = \frac{\eta_m k_t (V_m(t) - k_m K_g \omega_l(t))}{R_m} \quad (101)$$

Substituindo esta expressão em (72), tem-se que,

$$J_{eq} \dot{\omega}_l(t) + B_{eq} \omega_l(t) = \frac{\eta_g K_g \eta_m k_t (V_m(t) - k_m K_g \omega_l(t))}{R_m} \quad (102)$$

Com a substituição da equação (101) dentro da (72)

$$J_{eq} \dot{\omega}_l(t) + \left(\frac{k_m \eta_g K_g^2 \eta_m k_t}{R_m} + B_{eq} \right) \omega_l(t) = \frac{\eta_g K_g \eta_m k_t V_m(t)}{R_m} \quad (103)$$

Que pode ser rearrumada para a forma:

$$\dot{\omega}_l(t) + B_{eq,v} \omega_l(t) = F_m V_m(t) \quad (104)$$

Tendo em conta que:

$$\omega_l(t) = \frac{d\alpha_{x,y}(t)}{dt} = \dot{\alpha}_{x,y}(t) \quad (105)$$

$$\ddot{\alpha}_{x,y} + B_{eq,v} \dot{\alpha}_{x,y} = F_m V_m(t) \quad (106)$$

Onde o termo equivalente de amortecimento é:

$$B_{eq,v} = \frac{\eta_g K_g^2 \eta_m k_m k_t + B_{eq} R_m}{R_m} \quad (107)$$

E finalmente o ganho do atuador seria:

$$F_m = \frac{\eta_g K_g \eta_m k_t}{R_m} \quad (108)$$

4.4. Representação em Espaços de Estados

Assim, as equações desacopladas (considerando a independência no movimento de cada eixo) e tendo na conta a expressão (94) de movimento (não lineares) para o sistema esfera e prato são com segue.

Para o eixo x :

$$\frac{7}{5}\ddot{x} - x\dot{\alpha}_x^2 - g\text{sen}\alpha_x = 0 \quad (109)$$

$$\ddot{\alpha}_x + B_{eq,v}\dot{\alpha}_x = F_m V_m \quad (110)$$

Analogamente para o eixo y :

$$\frac{7}{5}\ddot{y} - y\dot{\alpha}_y^2 - g\text{sen}\alpha_y = 0 \quad (111)$$

$$\ddot{\alpha}_y + B_{eq,v}\dot{\alpha}_y = F_m V_m \quad (112)$$

Onde: $B_{eq,v}$ e L_m estão definidos segundo (107) e (108)

Assim o sistema pode ser modelado em funções de estado:

$$[\dot{X}] = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \\ \dot{x}_7 \\ \dot{x}_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ \frac{5}{7}(x_1 x_4^2 + g \sin x_3) \\ x_4 \\ B_{eq,v} x_4 \\ x_6 \\ \frac{5}{7}(x_5 x_8^2 + g \sin x_7) \\ x_8 \\ B_{eq,v} x_8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ F_m \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{m_x} \\ V_{m_y} \end{bmatrix} \quad (113)$$

Onde o vetor de estado X define-se como:

$$X = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8)^T = (x, \dot{x}, \alpha_x, \dot{\alpha}_x, y, \dot{y}, \alpha_y, \dot{\alpha}_y)^T$$

Com vetor de saída

$$Z = h(X) = (x_1, x_5)$$

Agora, considerando que o prato experimenta baixa velocidade e aceleração rotacional, pode-se assumir que a interação entre os dois eixos coordenados é mínima, por isso o movimento da esfera sobre o prato pode ser tratado como duas coordenadas independentes (Dong, et al. 2011), (Quanser 2010). Então, dinamicamente, o comportamento pode ser estudado a partir do que acontece com uma coordenada só.

No mesmo sentido do paragrafo anterior, os termos que apresentam o quadrado da aceleração angular podem ser zerados nas equações (109) e (111), obtendo com isso uma representação final do sistema mediante espaços de estados como se aprecia nas expressões (114) e (115)

A dinâmica em espaços de estado para o eixo x :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ \frac{5}{7}(g \sin x_3) \\ x_4 \\ B_{eq,v} x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ F_m \end{bmatrix} V_{m_x} \quad (114)$$

Para o eixo y:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \\ \dot{x}_7 \\ \dot{x}_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_6 \\ \frac{5}{7}(g \sin x_7) \\ x_8 \\ B_{eq,v}x_8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ F_m \end{bmatrix} V_{m,y} \quad (115)$$

4.5. Resumo

Como alvo de estúdio para a dissertação, escolheu-se o dispositivo *Ball-Balancer* da companhia Quanser. Tal dispositivo representa um problema de controle não linear, MIMO, com quatro graus de liberdade (dois no mecanismo, um por cada eixo, mais dois pelo movimento da esfera sobre o prato). Depois, teve-se que desenvolver a representação matemática do comportamento do dispositivo, dividendo a análises na etapa elétrica, mecânica, e finalmente acoplada.

A dinâmica do mecanismo pôde ser determinada, com certas restrições, como não ter deslizamento nem atrito entre a esfera e o prato, mudanças nos ângulos de inclinação limitados, além de que as duas partes devem estar sempre em contato. Obtendo-se um conjunto de equações lineares e não lineares que se representaram por meio de equações de estado para facilitar a sua simulação, encontrando que o sistema original de quarto ordem, procurado, pode ser abordado como dos sistemas de ordem dois que agem em cascada.

O sistema *Ball-Balancer* pode ser, além de modelado, simulado como dois subsistemas independentes, devido a simetria das direções x e y. Ou seja, nesta altura o sistema que originalmente é MIMO pode ser tratado com dois conjuntos SISO, para os quais os algoritmos de controle adaptativo não linear têm uma aplicação mais simples.

5. DESENVOLVIMENTO DO CONTROLADOR

O objetivo deste capítulo é projetar um controlador, e um mecanismo de ajuste de parâmetros de maneira que todos os sinais da planta em malha fechada sejam delimitados e a saída da mesma, y , siga a saída do modelo de referência, y_m , tão perto como seja possível, segundo determina (Ioannou e Fidan 2006).

Lembrando que o sistema *Ball-Balancer* em conjunto é um problema de quarta ordem, que segundo a sua representação em espaço de estados, expressão matemática (113), tem uma estrutura mista de equações diferenciais lineares (que descrevem o comportamento do servomotor DC) e equações diferenciais não lineares (que representam a dinâmica da esfera sobre o prato). Vai se abordar o projeto do controlador como um sistema em cascata,

Figura 19, empregando unicamente o enfoque MRAC como alternativa de controle.

Inicialmente, na seção 5.1 vai se apresentar o sistema de controle linear desenvolvido pelo fabricante do dispositivo *Ball-Balancer*, focado só no eixo y (por conta das suposições feitas na seção 4.2), para o qual se usou um esquema em cascata de duas malhas que representam o controle da posição da esfera e o controle do servo motor DC, (Quanser 2010). Nas seções posteriores vai se desenvolver o controlador proposto nesta dissertação.

Na seção 5.2 será desenvolvido um controlador MRAC para a planta linear do servomotor DC com um modelo de referência de segunda ordem, também linear, que visa minimizar o erro no seguimento do sinal de referência conforme transcorre o tempo. Tendo na conta que os parâmetros da planta são conhecidos e realizando a sintonização dos parâmetros do controlador em tempo real.

Posteriormente, na seção 5.3 usa-se o sinal de saída da planta linear do servomotor como sinal de referência para a planta não linear da esfera sobre o prato no desenvolvimento de mais outro controle MRAC, mais desafiante e complexo quanto à aquisição da lei de adaptação e a obtenção do mecanismo de ajuste de parâmetros.

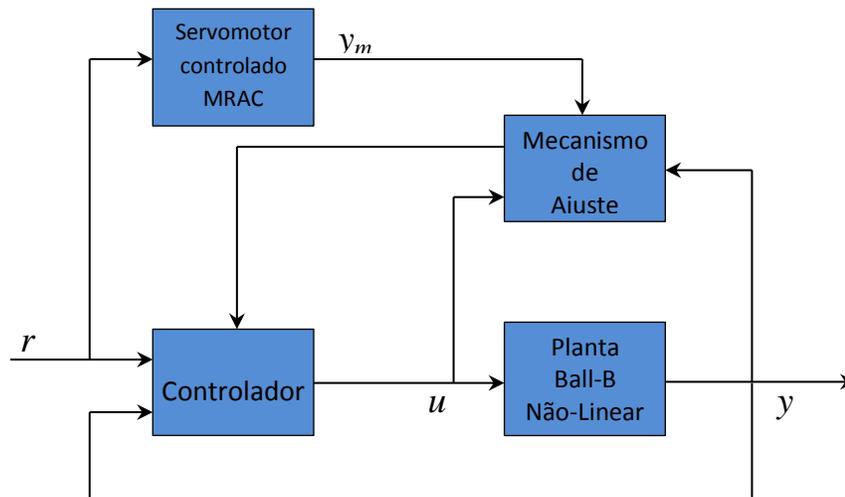


Figura 19. Proposta de controle em cascada.

É muito importante enfatizar que o sistema *Ball-Balancer* pode ser modelado como um sistema desacoplado, isto é, pode-se simular o comportamento controlado de cada eixo separadamente como se fossem dois sistemas SISOs independentes, assim só vai se projetar o controle da variável y , sem perda de generalidade.

5.1. Controle Derivativo da Variável do Processo (PV)

Nesta seção segue-se o método indicado por (Quanser 2010), para quem o sistema completo em malha aberta do Ball-Balancer é representado pelos dos diagramas de blocos da Figura 20, onde se ensina que $P_s(s)$ representa a dinâmica entre o servo e a sua entrada de voltagem, obtendo-se com ela o valor do ângulo θ . E, a dinâmica entre o ângulo do servo e a posição da esfera é descrita pela função de transferência $P_{bb}(s)$,

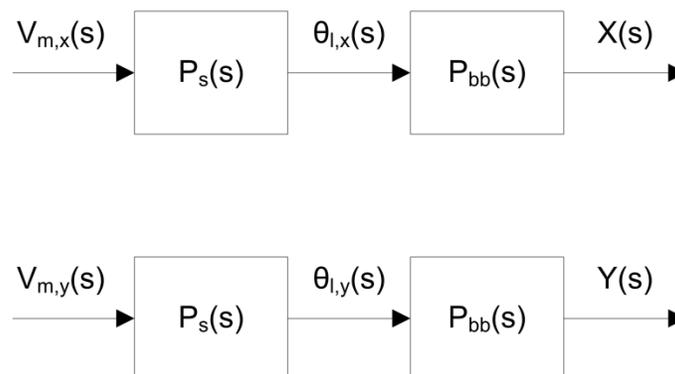


Figura 20. Diagrama de blocos em malha aberta para o Ball-Balancer nos dois eixos.

Assim a função de transferência da posição da esfera seria:

$$P_s(s) = \frac{\Theta(s)}{V_m(s)} = \frac{K}{s(\tau s + 1)} \quad (116)$$

Com, K e τ como parâmetros do modelo, com:

$$K = 1.53\text{rad}/(V \cdot s)$$

$$\tau = 0.0248s$$

A partir da linearização da equação (111), se tem que:

$$P_{bb}(s) = \frac{Y(s)}{\Theta(s)} = \frac{K_{bb}}{s^2} \quad (117)$$

O esquema de controle proposto por (Quanser 2010), o fabricante do dispositivo, pode-se apreciar na Figura 21. Ali se observa que baseado na posição medida da esfera, $Y(s)$, uma malha de controle computa o deslocamento angular, $\theta(s)$, para obter a posição desejada da esfera $Y_d(s)$. Posteriormente a malha interna controla a posição do Servo, empregando um ganho proporcional, K_p .

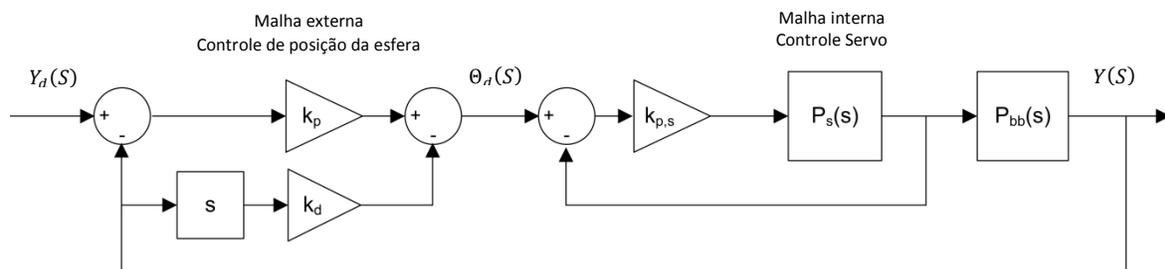


Figura 21. Sistema de controle PV da posição da esfera para um eixo só. (Quanser 2010)

Como se mostra na Figura 21, a malha exterior é um controle PV, (Quanser 2010). Segundo (Nise 2011) o controlador PV é um caso onde o PID mede a derivada da variável do processo observado e não a derivação do erro. Para o dito diagrama, se tem:

$$\Theta(s) = k_p(Y_d(s) - Y(s)) - k_d s X(s) \quad (118)$$

Substituindo a equação (122) dentro da função de transferência da planta, (117), e resolvendo para $Y(s)/Y_d(s)$, se obteria a função de transferência em malha fechada do sistema Ball-Ballancer acoplado, (Quanser 2010). A dita equação seria:

$$\frac{Y(s)}{Y_d(s)} = \frac{K_{bb}k_p}{s^2 + K_{bb}k_d s + K_{bb}k_p} \quad (119)$$

De onde,

$$K_{bb} = 1.0873 \text{ m/s}^2/\text{rad}$$

$$k_p = 3.45 \text{ rad/m}$$

$$k_d = 2.11 \text{ rad.s/m}$$

Os resultados da simulação deste sistema podem se apreciar no Capítulo 6 referente a Simulações e Resultados.

5.2. Controle Linear MRAC para o Servomotor

Nesta seção o esquema MRAC aplica-se a um sistema linear de segunda ordem usando a lei de adaptação obtida na seção 3.3.1, equação (23), e para garantir operação estável, o máximo *overshoot* deve ser tão baixo quanto possível (idealmente zero), isso procurando um comportamento sub-amortecido (Swarnkar, Jain e Nema 2011). Porém, um sistema criticamente-amortecido oferece características sem oscilações, mudando-o praticamente para um sistema de primeira ordem, mas, que não é fatível de conseguir na pratica (Nise 2011).

Definindo a função de transferência para o modelo de referência, $G_m(s)$, como uma função padrão de segunda ordem, equação (121). Nesse sentido, para representar a planta $G(s)$ usam-se as equações obtidas para o servomotor no capítulo anterior. Assim, passa-se eleger as especificações do modelo de referência em função do tempo de estabelecimento e a razão de amortecimento:

Settling Time (Tempo de estabelecimento), $T_s = 5s$

Raço de amortecimento, $\xi = 0.707$

$$\omega_n = \frac{4}{T_s \xi} = \frac{4}{5 * 0,707} = 1,132 \text{ Hz} \quad (120)$$

Assim,

$$K_m = \omega_n^2 = 1,280$$

A função de transferência do modelo terá a forma geral de segundo ordem, a partir da equação :

$$G_m(s) = \frac{K_m}{s^2 + A_1 s + K_m} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \quad (121)$$

Com isto, numericamente se obtém:

$$G_m(s) = \frac{1,280}{s^2 + 1,600s + 1,280} \quad (122)$$

Tal função de transferência deve ter um comportamento estável segundo (Aström e Wittenmark 1994), (Khalil 2002) e (Ding 2013).

A função de transferência da planta, que representa a dinâmica do servomotor DC obtém-se a partir da equação (110) que se vem a repetir a continuação.

$$\ddot{\alpha}_x + B_{eq,v}\dot{\alpha}_x = F_m V_m \quad (123)$$

Cuja representação no espaço da frequência pode ser vista abaixo, considerando todas as condições iniciais a zero:

$$G(s) = \frac{\Lambda}{V_m} = \frac{F_m}{s^2 + B_{eq,v}s} \quad (124)$$

$$G(s) = \frac{\Lambda}{V_m} = \frac{0,1284}{s^2 + 0,084s} \quad (125)$$

Então, empregando a lei de controle (23), que por comodidade se apresenta novamente como a equação **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**, e junto com ela as leis de adaptação cobertas pelas equações (30) a (32), se projetará o esquema de simulação que se apresentará no capítulo 6. Finalmente, na próxima seção vai se realizar o projeto do controlador MRAC para a planta não linear, acoplada com a saída do sistema obtido nesta seção. A partir das equações que foram obtidas previamente:

$$U = Q_1 r - Q_2 y - Q_3 \dot{y} \quad (126)$$

$$Q_1 = -\frac{\gamma}{s} e r = -\frac{\gamma}{s} \left(\frac{K_e}{s^2 + A s + K_m} \right) r \quad (127)$$

$$Q_2 = \frac{\gamma}{s} e y = \frac{\gamma}{s} \left(\frac{K_e}{s^2 + A s + K_m} \right) y \quad (128)$$

$$Q_3 = \gamma \left(\frac{K_e}{s^2 + A s + K_m} \right) \dot{y} \quad (129)$$

5.3. Controle MRAC para Planta Não linear

Segundo o discutido nas seções 4.3 e 4.4, parte da planta sob estudo é constituída pela esfera do dispositivo *Ball-Balancer* rodando sobre seu prato. A dinâmica da dita situação foi desenvolvida no percurso das equações (73) a (94). Para projetar o controlador do *Ball-Balancer* acoplado se emprega a teoria desenvolvida na seção 3.3.2, assumindo como foi feito na seção 5.2 os valores para razão de amortecimento e o tempo de estabelecimento, assim conservando os mesmos valores, tem-se:

Tempo de estabelecimento, $T_s = 5s$

Raço de amortecimento, $\xi = 0.707$, com o qual:

$$\omega_n^2 = 1,280$$

Assim, a matriz simétrica e definida positiva, P , que é a solução da condição $A_m^T P + P A_m = -Q$, fica numericamente como:

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \left(\frac{2\xi}{\omega_n} + \frac{1 + \omega_n^2}{2\xi\omega_n} \right) & \frac{1}{2\omega_n^2} \\ \frac{1}{2\omega_n^2} & \frac{1}{4\xi\omega_n} \left(1 + \frac{1}{\omega_n^2} \right) \end{bmatrix} \quad (130)$$

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,3374 & 0,3905 \\ 0,3905 & 0,5566 \end{bmatrix} \quad (131)$$

Dessa forma os termos que aparecem na matriz P , são obtidos a partir do modelo de segunda ordem que age como sinal de referência, equação (36), a qual se repete novamente para maior clareza.

$$G_m(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \quad (132)$$

As expressões para a adaptação dos parâmetros seriam:

$$\begin{aligned} Q_1 &= \gamma(0,3905e + 0,5566\dot{e}) \frac{r}{s} \\ Q_2 &= -\gamma(0,3905e + 0,5566\dot{e}) \frac{y}{s} \\ Q_3 &= -\gamma(0,3905e + 0,5566\dot{e}) \frac{\dot{y}}{s} \end{aligned} \quad (133)$$

Com os valores do γ , sendo iguais para as três parâmetros de adaptação.

O esquema que traduz a metodologia aqui proposta, e desenvolvida no capítulo 6, junto com os resultados da simulação.

5.4. Resumo

Foram apresentadas as abordagens linear e não linear do controle adaptativo por modelo de referência para o servomotor DC e para a dinâmica da esfera sobre o prato, respectivamente. Para o qual se usaram os algoritmos obtidos no Capítulo 3.

Observou-se que os enfoques nas duas situações são diferentes por causa do uso, no caso não linear, dos resultados da solução da equação $A_m^T P + P A_m = -Q$, a qual é a matriz P, cuja última coluna é empregada no desenvolvimento do controlador. Tal expressão é o resultado da eleição de uma função de Lyapunov que garantiu a estabilidade do sistema.

6. SIMULAÇÕES E RESULTADOS

Inicialmente, vai se gerar os gráficos da resposta das plantas: linear do servomotor DC, e não linear da esfera sobre o prato do Ball-Balancer. Na Figura 22 e Figura 23 se observa o comportamento sem controle destes componentes desacoplados, e pode-se ver como o sinal de saída de ambos cresce sem limite ante a excitação ingressada.

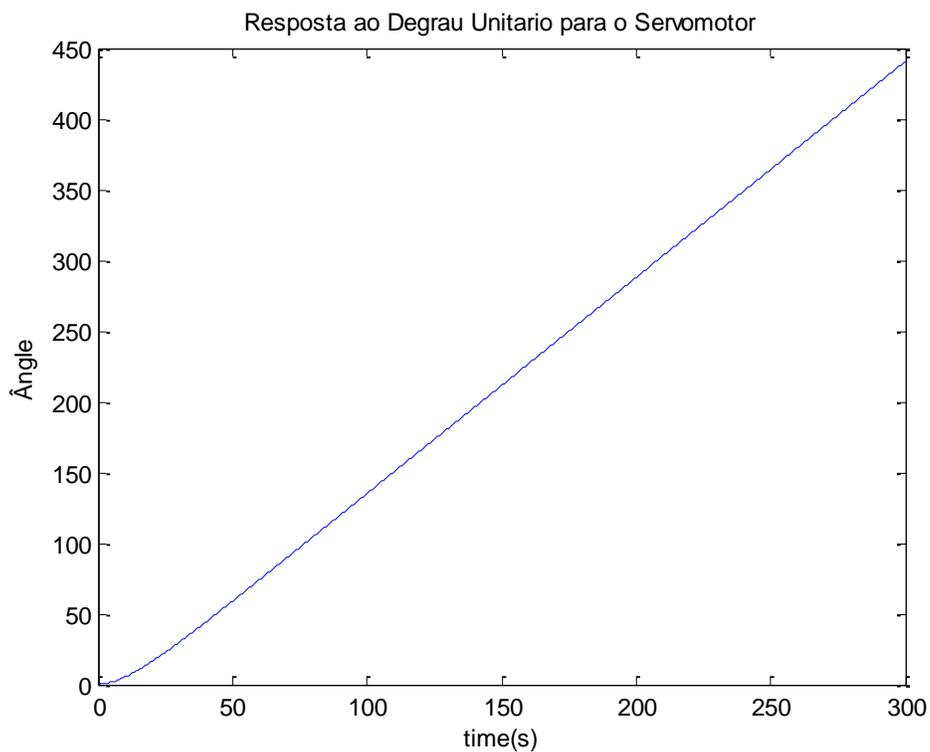


Figura 22. Resposta do servomotor sem controle.

Além da forma que tem a equação diferencial não linear que descreve o comportamento da esfera sobre o prato, equação (109) e (111), a Figura 23 mostra como o crescimento da posição em função do tempo (para o sistema sem controle) ajusta-se a uma das suposições feitas no início do modelamento, que estabelece que a esfera se desloque com aceleração constante, pois a figura não tem mudanças no sentido da concavidade e tem um crescimento contínuo.

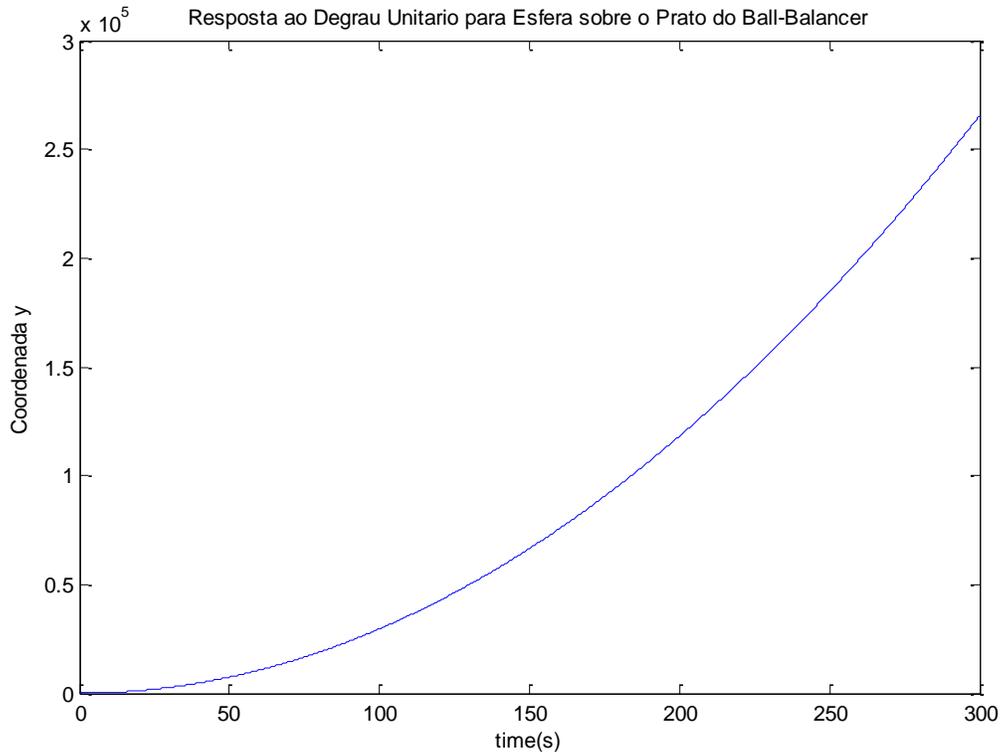


Figura 23. Resposta do *Ball-Balancer* sem controle.

Nas Figura 24 e Figura 25 apresentam-se os esquemas de controle MRAC para o servomotor DC e para o sistema *Ball-Balancer* acoplado. No primeiro mostram-se com detalhe todos os componentes que fazem parte do controle: o sinal de referência, a planta, o mecanismo de ajuste com as equações de adaptação de parâmetros implementadas, e um bloco PD que teve que ser incluído devido a forte instabilidade que a planta tem em malha aberta.

A Figura 25, é uma representação em blocos funcionais que contem o controlador projetado na Figura 24 como sinal de referência. Conta também com todas as partes de um controlador MRAC convencional, com a diferença que o mecanismo de ajuste é projetado segundo o desenvolvimento apresentado na seção 3.3.2.

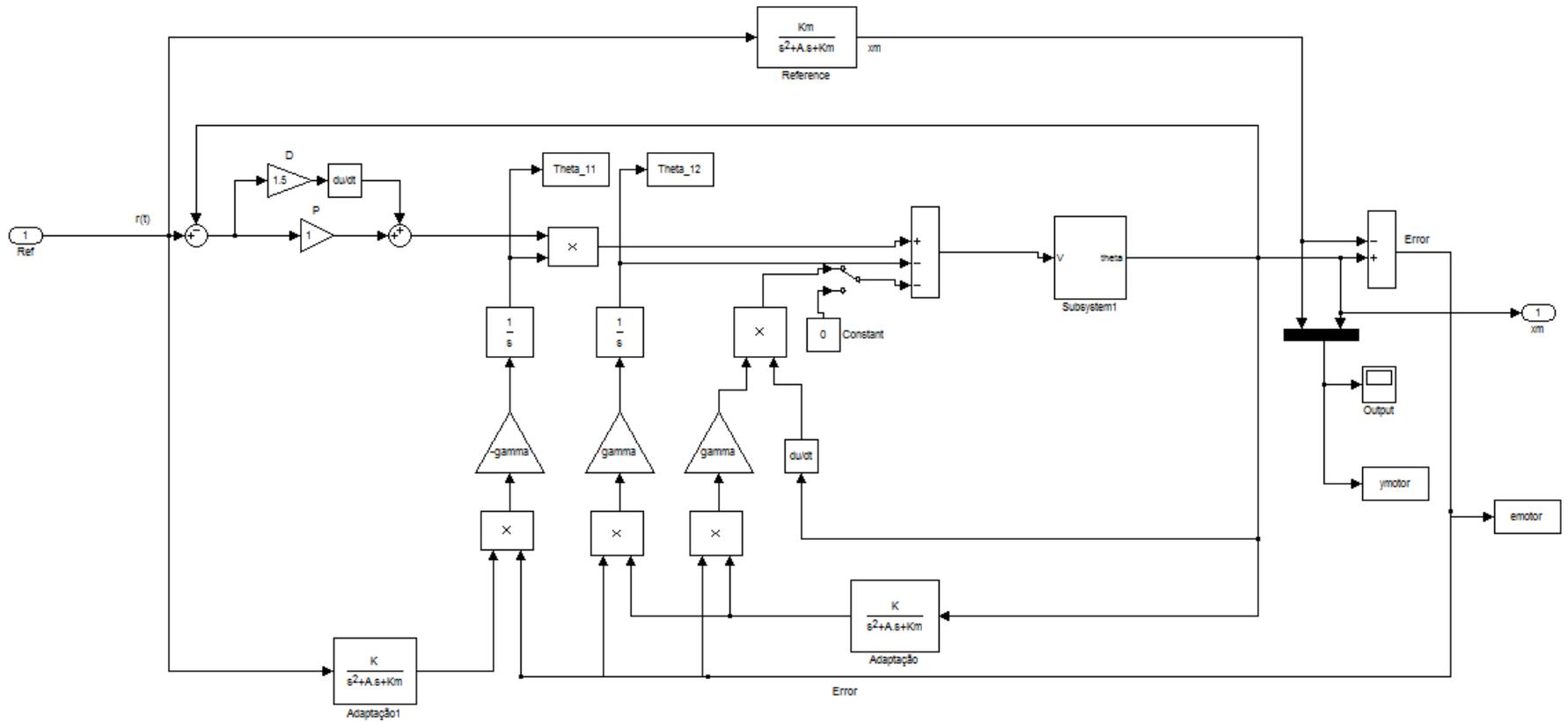


Figura 24. Esquema de simulação controle MRAC para a planta linear do servomotor.

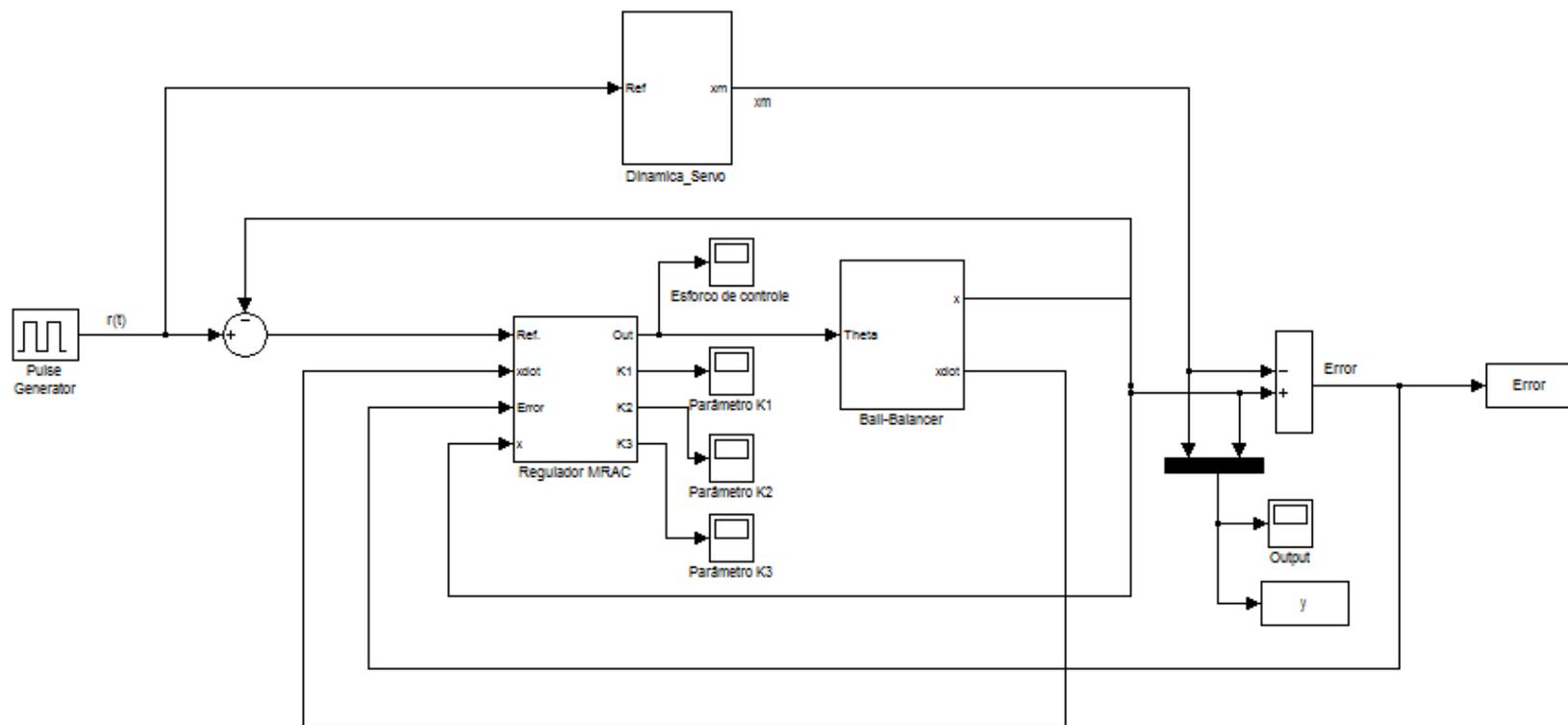


Figura 25. Esquema de simulação controle MRAC para a planta do *Ball-Balancer Acoplada*.

A próxima Figura revela o bom comportamento que apresenta o sinal de saída (ângulo do eixo do servomotor) ao seguir o sinal de referência de segunda ordem, estabelecido por uma função de transferência que foi obtida pela equação (122), e que garante a sua estabilidade por conta da locação de seus polos no lado esquerdo do plano imaginário.

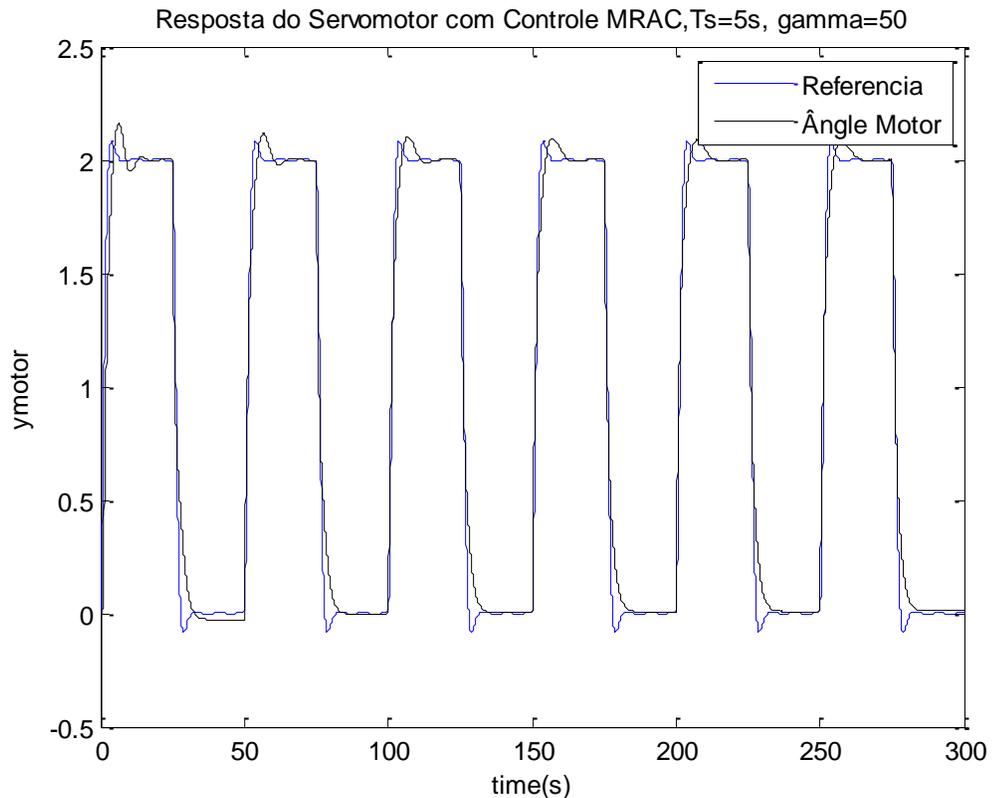


Figura 26. Resposta do servomotor com controle MRAC. $T_s=5s$, $\gamma=50$

Posteriormente se ensina uma simulação do sistema com uma entrada de pulso, Figura 27, na qual se pode observar que o controle tem um comportamento típico para uma abordagem MRAC sem cooperação de outro enfoque, embora, teve-se que empregar um bloco proporcional derivativo à causa da instabilidade natural da planta em malha aberta.

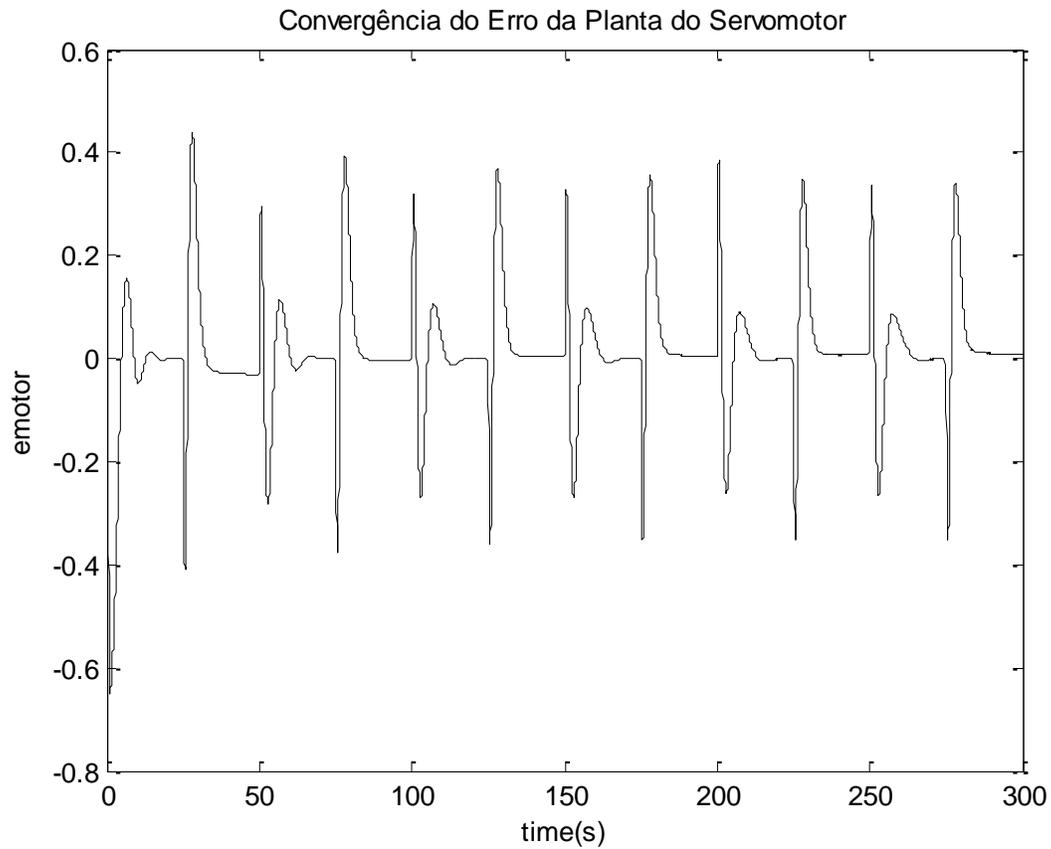


Figura 27. Convergência do erro da planta do servomotor.

Na Figura 28, pode-se observar como o valor arbitrado do ganho de adaptação não ajudou na convergência do erro, mostrando um pobre seguimento do sinal de referência, sem evidenciar melhoria no tempo. Fazendo testes de ensaio e erro se obteve um valor de γ que fornece resultados mais de acordo com o previsto pela teoria.

Com um valor de $\gamma=0,07$ se geraram os gráficos, novamente, da saída do sistema acoplado, conseguindo melhores resultados, segundo se aprecia na Figura 29.

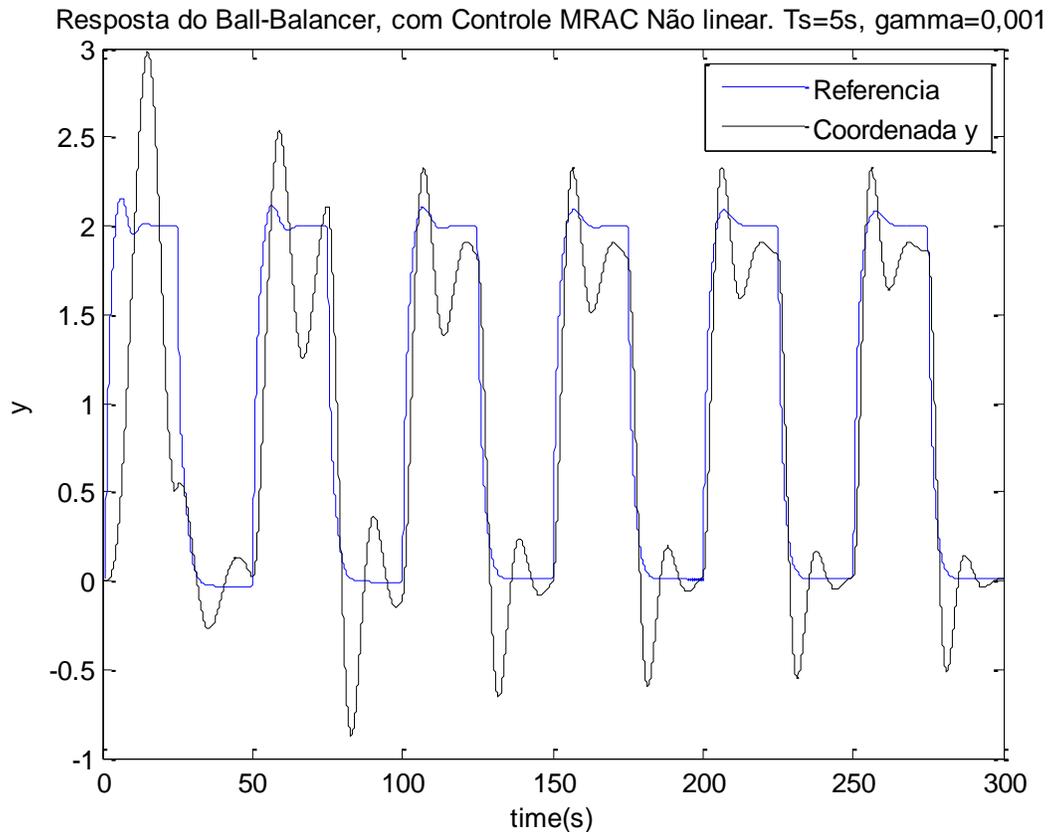


Figura 28. Resposta da planta acoplada, com controle MRAC. $T_s=5s$, $\gamma=0.001$

Como se aprecia na Figura 28, os resultados não foram satisfatórios por conta da elevada variação que apresentou a saída em relação ao sinal de referência. Depois de vários ensaios se encontrou um valor de γ que fornecia uma convergência mais rápida, e ainda com melhores resultados.

A Figura 29 apresenta o crescimento do parâmetro Q_I , que mostra um comportamento quase constante em cada fase de estabilização do sinal de referência, a qual é a conduta normal do parâmetro quando na saída não contém a derivada na sua definição.

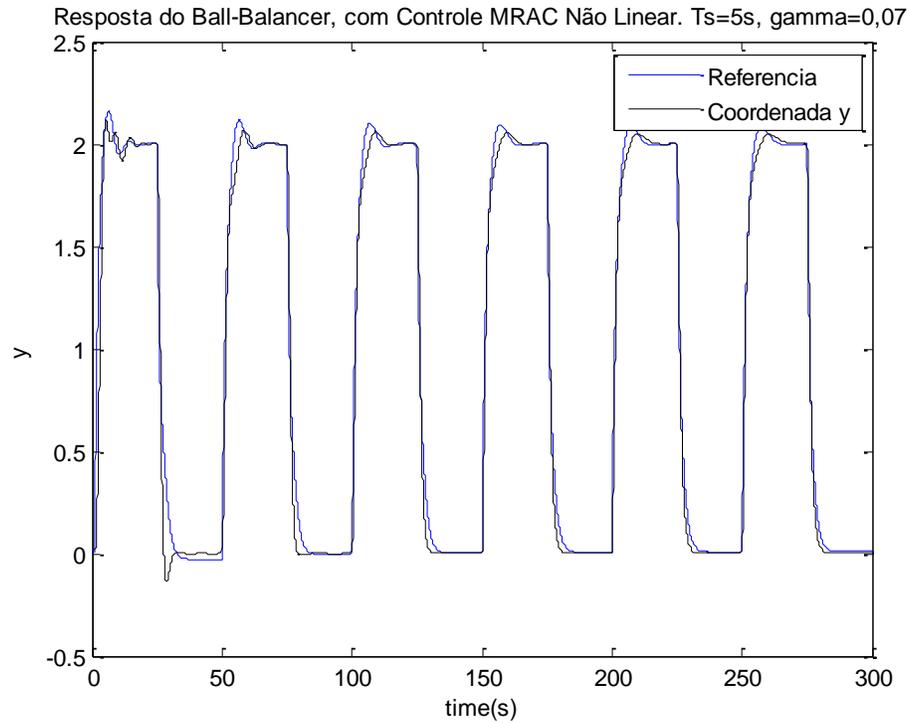


Figura 29. Resposta da planta acoplada, com controle MRAC. $T_s=5s$, $\gamma=0.07$

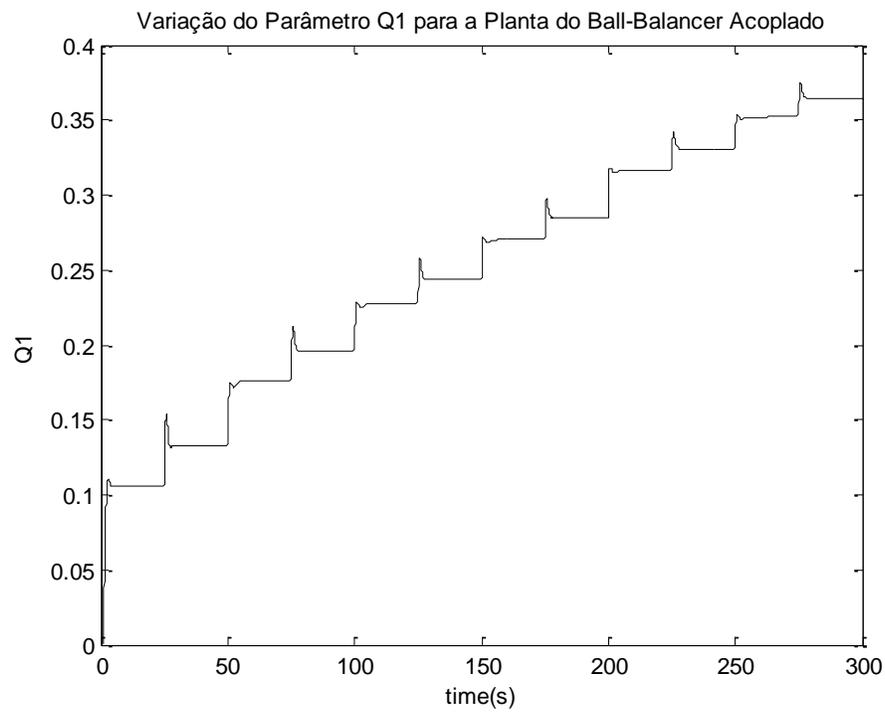


Figura 30. Variação do parâmetro Q_1 para a planta acoplada.

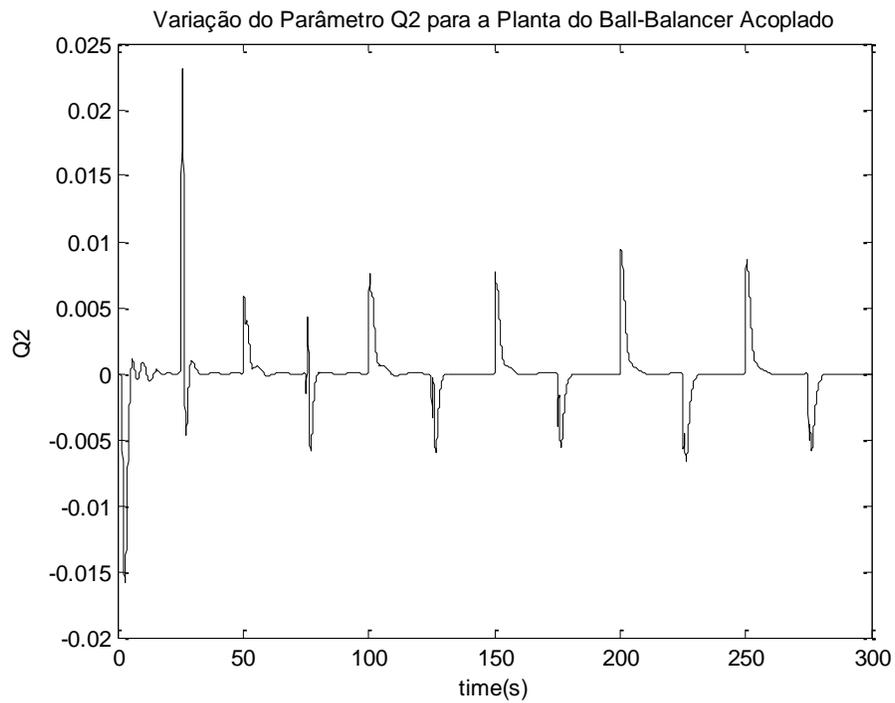


Figura 31. Variação do parâmetro Q_2 para a planta acoplada.

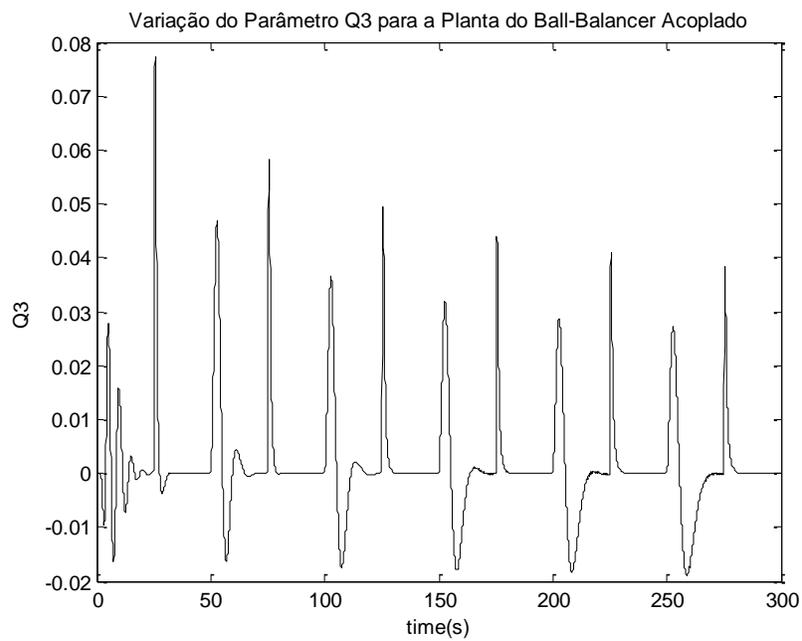


Figura 32. Variação do parâmetro Q_3 para a planta acoplada.

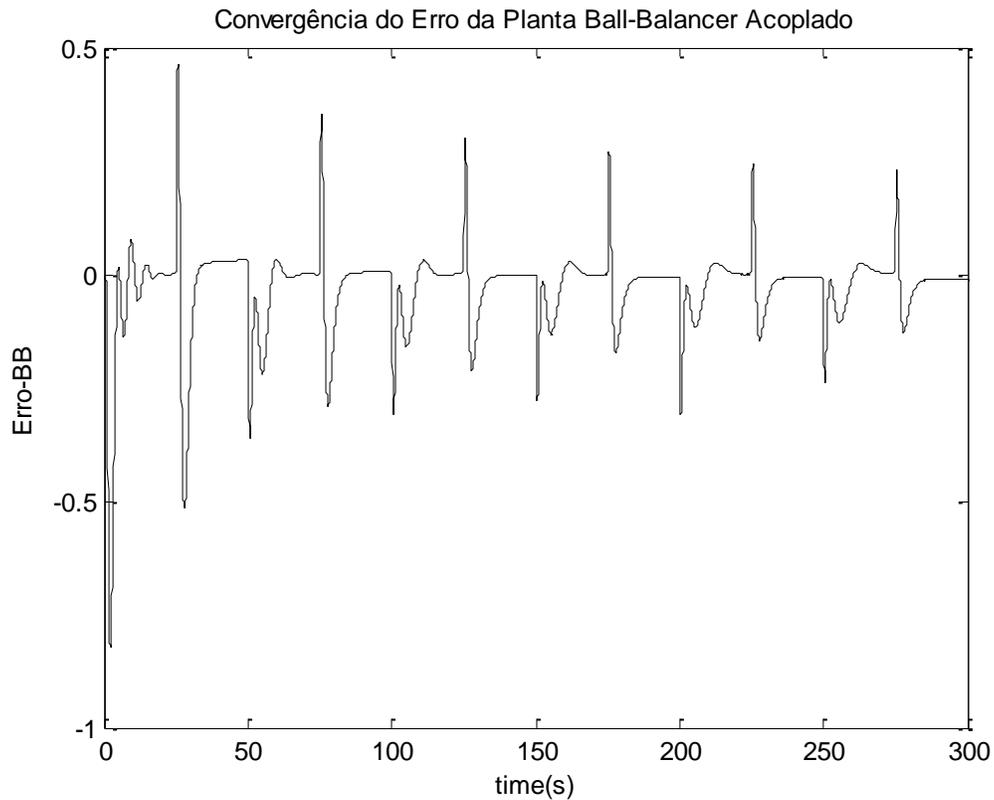


Figura 33. Convergência do erro da planta acoplada.

A *Figura 31* e *Figura 32* mostram o comportamento complementar que tem os parâmetros Q_2 e Q_3 tem, porém, os níveis das incursões do sinal são diferentes nos dois casos.

Neste ponto cabe lembrar que no desenvolvimento do controlador para o *Ball-Balancer* acoplado usaram-se valores de ganhos, γ , da mesma magnitude sem que isso seja um procedimento único.

Finalmente, na *Figura 34* se apresenta o esquema obtido mediante *Simulink* do comportamento da planta linear descrita pelo fabricante, segundo foi tratado na seção 5.1. Pode se apreciar, inclusive, que dito comportamento é inferior ao obtido nesta dissertação.

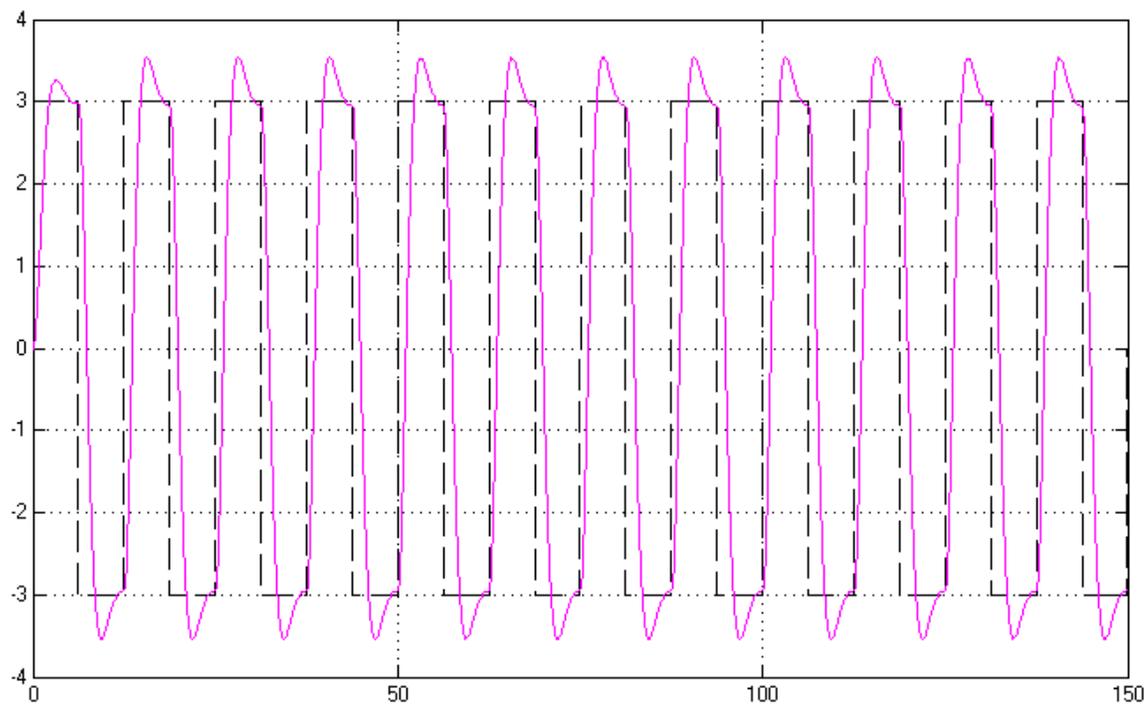


Figura 34. Saída da Planta acoplada com controlador linear PV, segundo (Quanser 2010).

7. CONCLUSÕES E DISCUSSÃO

7.1. Comentários sobre o Controlador Desenvolvido

Na tentativa de lidar com a parte não linear da planta, observou-se o que a teoria predisse, que não é possível à aplicação da abordagem de controle MRAC a qualquer conjunto de equações não lineares, mais especificamente, o algoritmo não deu certo quando os componentes que continham a aceleração angular foram inclusas dentro da análise.

Escolheram-se, da literatura pesquisada, as funções de Lyapunov que permitiram e garantiram um promissório comportamento do sinal de controle, conforme a função de referência selecionada. A dita abordagem afastou o risco que tem o uso das regras de gradiente, como a regra do MIT, que favorecem a convergência do controle, mas não incluem dentro de seu tratamento a estabilidade dele.

Para enfrentar o desenvolvimento de um controlador de ordem quatro, como é o caso em questão, se decidiu realizar dois controladores (segunda ordem cada) adaptativos sob enfoque MRAC trabalhando em conjunto. Assim, a saída do controlador da planta linear virou em sinal de referência para a planta não linear do dispositivo em estudo, Ball-Balancer, obrigando um compromisso dobrado de estabilidade das duas plantas.

No momento que tentou-se usar o enfoque MRAC linear, desenvolvido na seção 3.3.1, com a planta não linear, encontrou-se que o erro convergia a zero, como é desejado, só que a estabilidade do sistema não permanecia por muito tempo, apresentando inclusive erros inesperados por *overflow* na plataforma de simulação.

Comprovar a efetividade de poder desacoplar as coordenadas x e y nas equações que descrevem o comportamento do Ball-Balancer, só é possível testando o esquema de controle desenvolvido, no dispositivo real, pois simular os dois conjuntos de equações de estado que descrevem o comportamento do sistema nas coordenadas mencionadas seria redundante, já que tem uma idêntica configuração.

Tendo na conta o esquema do controlador adaptativo amostrado na Figura 25. Um controle adaptativo, é como ter um processo de sintonização em tempo real. Ali se pode apreciar que este *tipo de controlador é não linear* devido a que os parâmetros do controlador dependerão das medições do sistema através da malha da adaptação. É bom tem presente também que um controle adaptativo não é uma caixa preta que pode resolver um problema de controle em tempo real sem ter um conhecimento *a priori* da planta. Todo conhecimento obtido com antecedência vai definir a estrutura e complexidade do controlador.

Neste trabalho não foi empregado método de identificação nenhuma, pois se lidou com a obtenção do modelo da planta, que conhecida, contou com todos seus parâmetros (também conhecidos) constantes e invariantes. A adaptação se justifica nos casos que por razões ambientais, por envelhecimento e/ou mudanças nos ajustes dos mecanismos, não linearidades dos atuadores ou qualquer outra condição, o modelo da planta varie, e assim, a maioria dos controladores clássicos não poderiam responder as novas condições.

7.2. Sugestão para Trabalhos Futuros

Seria interessante projetar uma técnica de otimização para procurar os ganhos de adaptação, γ , diferenciados por cada parâmetro de adaptação, e comparar a eficiência com a alternativa usada neste trabalho, onde se determinou um valor de ganho igual para todos os parâmetros. Desta forma, provavelmente conseguiram-se melhores resultados em termos dos tempos de convergência garantindo as especificações de estabilidade.

Os *designs* não lineares que se podem fazer sob enfoque adaptativo são praticamente infinitas, já que não existe uma metodologia geral para enfrentar cada problema, por isso cada conjunto de situações obriga ao desenvolvimento de uma metodologia.

No caso da planta não linear selecionada tiveram-se que apagar certos termos das equações dinâmicas que descreviam alguns comportamentos não lineares que (reduziam a probabilidade de sucesso com o controlador desenvolvido) para poder conseguir aplicar a teoria descrita nesta dissertação. Assim, para lidar com as equações completas que descrevem o fenómeno, seria

interessante e pertinente aplicar abordagens de controle moderno como as redes neurais, a lógica fuzzy, os algoritmos evolutivos, entre outras técnicas, capazes de descrever não lineares e facilitar sua manipulação.

O projetado mediante backstepping é mais flexível e não força ao sistema a parecer linear (Krstic, Kanellakopoulos e Kokotovic 1995). Este tipo de enfoques pode evitar cancelamento de não linearidades úteis, inclusive, incluindo amiúdo termos não linearidades adicionais que melhoram a resposta em estado transitório, assim, considerar dita técnica traria possível uma valor a mais no estado da arte desta classe de problemas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Adigbli, Patrick. "Nonlinear Attitude and Position Control of a Micro Quadrotor using Sliding Mode and Backstepping Techniques." *3rd US-European Competition and Workshop on Micro Air Vehicle Systems (MAV07) & European Micro Air Vehicle*, 2007.
- Adrian, Coman, Axente Corneliu, and Boscoianu Mircea. "The simulation of the adaptive systems using the MIT rule." In *Mathematical Methods and Computational Techniques in Electrical Engineering*. Sofia, Bulgaria: WSEAS, 2008.
- Apkarian, Jacob, Michel Lévis, and Hakan Gurocak. "SRV02 Base Unit Experiment for Matlab/Simulink Users. Student Book." (Quanser) 2011.
- Astolfi, Alessandro, Dimitrios Karagiannis, and Romeo Ortega. *Nonlinear and Adaptive Control with Applications*. Springer, 2008.
- Aström, Karl J, and Björn Wittenmark. *Adaptive Control*. 2nd. Mineloa, New York: Prentice Hall, 1994.
- Awtar, Shorya, C. Bernard, N. Boklund, A. Master, D. Ueda , and Kevin Craig. "Mechatronic Design of a Ball-on-Plate Balancing System." *Mechatronic*, 2012: 217-228.
- Awtar, Shorya, Kevin C Craig, N. Boklund, A. Master, and D. Ueda. "Mechatronic Design of a Ball on Plate Balancing System." *Mechatronic*, 2002: 217-228.
- Benallegue, A., A. Mokhtari, and L Fridman. "High Order Sliding Mode Observer for a Quadrotor UAV." *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, Abril 2007: 1-14.
- Campos, Régis, Renato Vilela, Anderson de Paulo Milhan, Roberto Kawakami, and Breno Araújo. "Predictive Control of a Magnetic Levitation System with Explicit Treatment of Operational Constraints." *18th International Congress of Mechanical Engineering*, 2005: 01-08.
- Chao, Zhou, Shao-Lei Zhou, Lei Ming, and Wen-Guang Zhang. "UAV Formation Flight Based on Nonlinear Model." *Mathematical Problems in Engineering*. Hindawi Publishing Corporation, 2012.
- Chen, H., Y Liu, and P. Y. Sun. "Application of Constrained H^∞ Control to Active Suspension Systems on Half-Car Models." *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control* 127, no. 3 (2004): 345-354.
- Ding, Zhengtao. *Nonlinear and Adaptive Control Systems*. Vol. 84. United Kingdom: The Institution of Engineering and Technology, 2013.
- Dong, Wei, Guo-Ying Gu, Xiangyang Zhu, and Han Ding. "Modeling and Control of a Quadrotor UAV with Aerodynamic Concepts." *World Academy of Science, Engineering and Technology* 7 (2013): 377-382.

- Dong, Xiucheng, Yunyuan Zhao, Yunyun Xu, Zhang Zhang, and Peng Shi. "Design of PSO Fuzzy Neural Network Control for Ball and Plate System." *International Journal of Innovative Computing, Information and Control*, December 2011.
- Dong, Zhe, Zheng Geng, and Liu Guoping. "Networked Nonlinear Model Predictive Control of the Ball and Beam System." *Proceedings of the 27th Chinese Control Conference*, 2008: 469-473.
- Du, Haiping, and Nong Zhang. "Fuzzy Control for Nonlinear Uncertain Electrohydraulic Active Suspensions with Input Constraint." *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2009: 343-356.
- Duan, Huida, Kyong W. Han, Yinghui Zhang, and Yantao Tian. "Control for Ball and Plate System Based on RBF-ADRC." *International Conference on Mechatronics and Automation*, August 5 - 8, 2012 : 434-439.
- Eklund, J Mikael, Jonathan Sprinkle, H Jin Kim, and Shankar Sastry. *Implementing and Testing a Nonlinear Model Predictive Tracking Controller for Aerial Pursuit-Evasion Games*. Portland, USA: ACC, 2005.
- Fialho, Ian, and Gary J Balas. "Road Adaptive Active Suspension Design Using Linear Parameter-Varying Gain-Scheduling." *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2002: 43-53.
- Ge, S. S. "Lyapunov Design." Department of Electrical and Computer Engineering, The National University of Singapore, 2000.
- Gómez Martínez, Jorge Alberto, and Germán Mendoza Avendaño. *Aplicación del Control Adaptativo a Procesos Industriales Tipo SISO*. Bucaramanga: Universidad Pontificia Bolivariana, 2009.
- Hassaan, Galal A. "Tuning of a PDFF Controller used with a Very Slow Second Order Process." *International Journal of Advanced Research in Computer Science & Technology (IJARCST 2014)*, Jul-Sept 2014: 175-178.
- Ho, Ming-Tzu, Yusie Rizal, and Li-Ming Chu. "Visual Servoing Tracking Control of a Ball and Plate System: Design, Implementation and Experimental Validation." *International Journal of Advanced Robotic Systems* 10, no. 287 (2013).
- Hu, Jia-Wei, and Jung-Shan Lin. "Nonlinear Control of Full-Vehicle Active Suspension with Backstepping Design Scheme." *Proceedings of the 17th World Congress The International Federation of Automatic Control*, 2008: 3404-3409.
- Hu, Yaohua, and Suwu Xu. "Generalized Predictive Controller Design for Ship Track Keeping." *IJCSNS International Journal of Computer Science and Network Security* 9, no. 5 (May 2009): 84-90.

- Idowu, B. A., Guo Rongwei, and U. E. Vincent. "Adaptive Control for the Stabilization and Synchronization of Nonlinear Gyroscopes." *International Journal of Chaos, Control, Modelling and Simulation 2* (Junho 2013).
- Inc., Quanser. "2 DOF Ball Balancer Workbook Student Version." Ontario, Canada, 2013.
- Ioannou, Petros, and Baris Fidan. "Adaptive Control Tutorial." 387. Society for Industrial and Applied Mathematics Philadelphia, 2006.
- Isermann, R., K. H. Lachmann, and D. Matko. In *Adaptive Control Systems*, 541. U.K., 1992.
- Ismail, Shaik, Abhay A Pashilkar, and Ramakalyan Ayyagari. "Adaptive Control of Micro Air vehicles." *Symposium on Applied Aerodynamics and Design of Aerospace Vehicle (SAROD 2011)*. Bangalore, India, 2011.
- Jadlovská, A., S. Jajčičin, and R. Lonščák. "Modelling and Pid Control Design of Nonlinear Educational Model Ball-Plate." *17th International Conference on Process Control 2009*. Strbske Pleso, Slovakia, 2009.
- Kang, Yeonsik, and Karl Hedrick. "Linear Tracking for a Fixed-Wing UAV Using Nonlinear Model Predictive Control." *IEEE Transactions and Control Systems Technology*, 2009: 1202-1210.
- Kemih, Karim, and Omar Tekkouk. "Constrained Generalised Predictive Control with Estimation by Genetic Algorithm for a Magnetic Levitation System." *International Journal of Innovative Computing, Information and Control*, 2006.
- Khalil, Hassan K. *Nonlinear Systems*. Third Edition. New Jersey: Prentice Hall, 2002.
- Krstic, Miroslav, Ioannis Kanellakopoulos, and Petar Kokotovic. *Nonlinear and Adaptive Control Design*. Unites Stated of America: John Wiley & Sons, Inc., 1995.
- Layne, Jeffery R, and Kevin M Pasino. "Fuzzy Model Reference Learning Control for Cargo Ship Steering." *IEEE Control System (IEEE)*, 1993: 23-34.
- Li, Hongyi, Jinyong Yu, Hilton C, and Honghai Liu. "Adaptive Sliding-Mode Control for Nonlinear Active Suspension Vehicle Systems Using T-S Fuzzy Approach." *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2013.
- Li, Xiaou, and Wen Yu. "Synchronization of Ball and Beam Systems with Neural Compensation." Edited by Springer. *International Journal of Control, Automation, and Systems* 8, no. 3 (2010): 491-496.
- Martínez Verdú, Jaime . "Control Adaptativo Basado en Modelo de Referência." 52. MITIT, 2010.
- Martínez, Daniel, and Fredy Ruiz. "Nonlinear Model Predictive Control for a Ball&Beam." (IEEE) 2012.

- Michini, Bernard. *Modeling and Adaptive Control of Indoor Unmanned Aerial Vehicles*. Massachusetts: Massachusetts Institute of Technology, 2009.
- Nasiruddin, Muhammad, Mohd Rizal, and Zaharuddin Mohamed. "Simulation of Direct Model Reference Adaptive Control on a Coupled-Tank System using Nonlinear Plant Model." *International Conference on Control, Instrumentation and Mechatronics Engineering*, Maio 2007: 569-576.
- Naumović, Milica B., and Boban R. Veselić. "Magnetic Levitation System in Control Engineering Education." *Automatic Control and Robotics*, 2008: 151-160.
- Naveen, S, and V Manikandan. "Model Predictive Controller for Ship Heading Control." *Proceedings of 1st IRF International Conference*, 2014: 97-101.
- Nganga, Donatien, and Francis A. Okou. "A New Adaptive State Feedback Controller for the Ball and Beam Systems." (IEEE CCECE) 2011.
- Nise, Norman S. *Control System Engineering*. Sixth Edition. United States of America: Jhon Wiley & Son, 2011.
- Nokhbeh, Mohammad, and Daniel Khashabi. *Modelling and Control of Ball-Plate System*. Amirkabir University of Technology, 2011.
- Olivares, Manuel. "Control Adaptativo Directo (MRAC)." Universidad Técnica Federico Santa María, 2009. 38.
- Oltean, Stelian Emilian, and Alexandru Morar. *Simulation of the Local Model Reference Adaptive Control of the Robotic Arm with DC Motor Drive*. Romania: Mediamira Science Publisher, 2010.
- Perez, Tristan, and Joris B. Termaat. "Predictive Control of Gyroscopic-Force Actuators for Mechanical Vibration Damping." *ARC Centre of Excellence for Complex Dynamic Systems and Control*, 2010: 1-15.
- Phan, Van-Tung, Hong-Hee Lee, and Tae-Won Chun. "An Improved Control Strategy Using a PI-Resonant Controller for an Unbalanced Stand-Alone Doubly-Fed Induction Generator." *Journal of Power Electronics*, March 2010: 194-202.
- Popovic, Vladimir, Branko Vasic, Milos Petrovic, and Sasa Mitic. "System Approach to Vehicle Suspension System Control in CAE Environment." *Strojniški Vestnik - Journal of Mechanical Engineering*, 2011: 100-109.
- Qamar, Shahid, Tariq Khan, and Laiq Khan. "Adaptive Neuro-Fuzzy Sliding Mode Control Based Strategy For Active Suspension." *10th International Conference on Frontiers of Information Technology*, 2012: 107-115.

- Quanser. "2 DOF Ball Balancer Workstation For Matlab/Simulink Software Users." In *Quanser Course Materials Sample*. www.quanser.com, 2010.
- Richards, Arthur, and Jonathan How. "Decentralized Model Predictive Control of Cooperating UAVs." Massachusetts : Massachusetts Institute of Technology, 2005.
- Rikhtehgar, Amir, and Hooshang Jafari. "Optimal Robust Controller Design for the Ball and Plate System." Edited by University of Tabriz. *Department of Electrical and Computer Engineering*, 2012.
- Rodrigues , Carlos Eduardo. "Um Dispositivo Háptico de Auxílio à Navegação para Deficientes Visuais." 62. Universidade Federal de Pernanbuco, 2006.
- Rodríguez Rubio, Francisco, and Manuel Jesús López Sánchez. *Control Adaptativo y Robusto*. España: Secretariado de Publicaciones Universidad de Sevilla, 1996.
- Ruiz, A Dena, R Parada Morada, and T Espinoza Fraire. "Sistema Informático para el Control de un Quadrotor." *Sistema Informático para el Control de un Quadrotor*. Torreón, México, 2014.
- Slotine, Jean-Jacques, and Weiping Li. *Applied Nonlinear Control*. United Sates of America: Prentice Hall, 1991.
- Solomon, K. David., and Eunice R. Karasala. "A Non Linear Dynamics and Control in Ring Laser Gyroscope for Missile Guidance and Control System." *International Journal of Computer Applications (International Conference on Innovations In Intelligent Instrumentation, Optimization And Signal Processing)*, 2013: 34-38.
- Sun, Lu, Ximing Cai, and Jun Yang. "Genetic Algorithm-based Optimum Vehicle Suspension Design Using Minimum Dynamic Pavement Load as a Design Criterion." *Journal of Sound and Vibration*, 2007, 1-2 ed.: 18-27.
- Swarnkar, Pankaj, Shailendra Jain, and R K Nema. "Effect of Adaptation Gain in Model Reference Adaptive Controlled Second Order System." *Engineering, Technology & Applied Science Research* 1, no. 3 (2011): 70-75.
- Tang, Chuan-Yin, and Li-Xin Guo. "Research on Suspension System Based on Genetic Algorithm and Neural Network Control." *The Open Mechanical Engineering Journal*, 2009: 72-79.
- Thompson, Zachary. *Adaptive Control of Unmanned Aerial Systems*. Massachusetts: Massachusetts Institute of Technology, 2010.
- Torres, Luiz H, Leizer Schnitman , Carlos A. Júnior , and J. A. Felipe de Souza. "Feedback Linearization and Model Reference Adaptive Control of a Magnetic Levitation System." *XIV Latin American Control Conference*, 2010.

- Trisanto, Agus, Muhammad Yasser, Ayman Haggag, Jianming Lu, and Takashi Yahagi. "Application of Neural Network to MRAC for the Nonlinear Magnetic Levitation System." *JSME International Journal*, 2006: 1073-1083.
- Turker, Turker, Haluk Gorgun, Erkan Zergeroglu, and Galip Cansever. "Exact Model Knowledge and Direct Adaptive Controllers on Ball and Beam." *Proceedings of International Conference on Mechatronics (IEEE)*, May 2007: 1-6.
- Virseda, Marta. *Modeling and Control of the Ball and Beam Process*. Valladolid, Spain, 2004.
- Wenjiang, Liu, Sui Qingmei, Xiao Hairong, and Zhou Fengyu. "Sliding Backstepping Control for Ship Course with Nonlinear Disturbance Observer." *Journal of Information & Computational Science* 8, no. 16 (2011): 3809-3817.
- Whitehead, Brian, and Stefan Bieniawski. "Model Reference Adaptive Control of a Quadrotor UAV." *AIAA Guidance Navigation and Control Conference*. Toronto, Canada: ARC, 2010.
- Witkowska, Anna, and Roman Smierzchalski. "Nonlinear Backstepping Ship Course Controller." *International Journal of Automation and Computing* 6, no. 3 (2009): 277-284.
- Xia, Guoqing, Huiyong Wu, and Xingchao Shao. "Adaptive Filtering Backstepping for Ships Steering Control without Velocity Measurements and with Input Constraints." *Mathematical Problems in Engineering* (Hindawi Publishing Corporation), 2014.
- Xiang-Jie, Liu, Felipe Lara-Rosano, and C. W. Chan. "Model-Reference Adaptive Control Based on Neurofuzzy Networks." *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics* 34, no. 3 (2004): 302-309.
- Xing, Dengpeng, Christopher G. Atkeson, Jianbo Su, and Benjamin Stephens. "Gain Scheduled Control of Perturbed Standing Balance." *The 2010 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, October 18-22, 2010.
- Yeong, Hwa Chang, Chang Chia-Wen, and Chin-Wang Tao. "Fuzzy Sliding-Mode Control for Ball and Beam System with Fuzzy Ant Colony Optimization." *Expert Systems with Applications* 39 (2012): 3624-3633.
- Zhao, Yanhua, and Yunwang Ge. "The Controller of Ball and Plate System Designed Based on FNN." *Journal of Chemical and Pharmaceutical Research*, 2014: 1347-1352.
- Zhou, Wei, and Baobin Liu. "Backstepping Based Adaptive Control of Magnetic Levitation System." *Proceedings of the 2nd International Conference On Systems Engineering and Modeling*, 2013: 435-438.
- Zuidweg, J. K. "Automatic Guidance of Ships As a Control Problem." 135. Delft, 1970.

- Adigbli, Patrick. "Nonlinear Attitude and Position Control of a Micro Quadrotor using Sliding Mode and Backstepping Techniques." *3rd US-European Competition and Workshop on Micro Air Vehicle Systems (MAV07) & European Micro Air Vehicle*, 2007.
- Adrian, Coman, Axente Corneliu, and Boscoianu Mircea. "The simulation of the adaptive systems using the MIT rule." In *Mathematical Methods and Computational Techniques in Electrical Engineering*. Sofia, Bulgaria: WSEAS, 2008.
- Apkarian, Jacob, Michel Lévis, and Hakan Gurocak. "SRV02 Base Unit Experiment for Matlab/Simulink Users. Student Book." (Quanser) 2011.
- Astolfi, Alessandro, Dimitrios Karagiannis, and Romeo Ortega. *Nonlinear and Adaptive Control with Applications*. Springer, 2008.
- Aström, Karl J, and Björn Wittenmark. *Adaptive Control*. 2nd. Mineloa, New York: Prentice Hall, 1994.
- Awtar, Shorya, C. Bernard, N. Boklund, A. Master, D. Ueda , and Kevin Craig. "Mechatronic Design of a Ball-on-Plate Balancing System." *Mechatronic*, 2012: 217-228.
- Awtar, Shorya, Kevin C Craig, N. Boklund, A. Master, and D. Ueda. "Mechatronic Design of a Ball on Plate Balancing System." *Mechatronic*, 2002: 217-228.
- Benallegue, A., A. Mokhtari, and L Fridman. "High Order Sliding Mode Observer for a Quadrotor UAV." *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, Abril 2007: 1-14.
- Campos, Régis, Renato Vilela, Anderson de Paulo Milhan, Roberto Kawakami, and Breno Araújo. "Predictive Control of a Magnetic Levitation System with Explicit Treatment of Operational Constraints." *18th International Congress of Mechanical Engineering*, 2005: 01-08.
- Chao, Zhou, Shao-Lei Zhou, Lei Ming, and Wen-Guang Zhang. "UAV Formation Flight Based on Nonlinear Model." *Mathematical Problems in Engineering*. Hindawi Publishing Corporation, 2012.
- Chen, H., Y Liu, and P. Y. Sun. "Application of Constrained H^∞ Control to Active Suspension Systems on Half-Car Models." *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control* 127, no. 3 (2004): 345-354.
- Ding, Zhengtao. *Nonlinear and Adaptive Control Systems*. Vol. 84. United Kingdom: The Institution of Engineering and Technology, 2013.
- Dong, Wei, Guo-Ying Gu, Xiangyang Zhu, and Han Ding. "Modeling and Control of a Quadrotor UAV with Aerodynamic Concepts." *World Academy of Science, Engineering and Technology* 7 (2013): 377-382.

- Dong, Xiucheng, Yunyuan Zhao, Yunyun Xu, Zhang Zhang, and Peng Shi. "Design of PSO Fuzzy Neural Network Control for Ball and Plate System." *International Journal of Innovative Computing, Information and Control*, December 2011.
- Dong, Zhe, Zheng Geng, and Liu Guoping. "Networked Nonlinear Model Predictive Control of the Ball and Beam System." *Proceedings of the 27th Chinese Control Conference*, 2008: 469-473.
- Du, Haiping, and Nong Zhang. "Fuzzy Control for Nonlinear Uncertain Electrohydraulic Active Suspensions with Input Constraint." *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2009: 343-356.
- Duan, Huida, Kyong W. Han, Yinghui Zhang, and Yantao Tian. "Control for Ball and Plate System Based on RBF-ADRC." *International Conference on Mechatronics and Automation*, August 5 - 8, 2012 : 434-439.
- Eklund, J Mikael, Jonathan Sprinkle, H Jin Kim, and Shankar Sastry. *Implementing and Testing a Nonlinear Model Predictive Tracking Controller for Aerial Pursuit-Evasion Games*. Portland, USA: ACC, 2005.
- Fialho, Ian, and Gary J Balas. "Road Adaptive Active Suspension Design Using Linear Parameter-Varying Gain-Scheduling." *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2002: 43-53.
- Ge, S. S. "Lyapunov Design." Department of Electrical and Computer Engineering, The National University of Singapore, 2000.
- Gómez Martínez, Jorge Alberto, and Germán Mendoza Avendaño. *Aplicación del Control Adaptativo a Procesos Industriales Tipo SISO*. Bucaramanga: Universidad Pontificia Bolivariana, 2009.
- Hassaan, Galal A. "Tuning of a PDF Controller used with a Very Slow Second Order Process." *International Journal of Advanced Research in Computer Science & Technology (IJARCST 2014)*, Jul-Sept 2014: 175-178.
- Ho, Ming-Tzu, Yusie Rizal, and Li-Ming Chu. "Visual Servoing Tracking Control of a Ball and Plate System: Design, Implementation and Experimental Validation." *International Journal of Advanced Robotic Systems* 10, no. 287 (2013).
- Hu, Jia-Wei, and Jung-Shan Lin. "Nonlinear Control of Full-Vehicle Active Suspension with Backstepping Design Scheme." *Proceedings of the 17th World Congress The International Federation of Automatic Control*, 2008: 3404-3409.
- Hu, Yaohua, and Suwu Xu. "Generalized Predictive Controller Design for Ship Track Keeping." *IJCSNS International Journal of Computer Science and Network Security* 9, no. 5 (May 2009): 84-90.

- Idowu, B. A., Guo Rongwei, and U. E. Vincent. "Adaptive Control for the Stabilization and Synchronization of Nonlinear Gyroscopes." *International Journal of Chaos, Control, Modelling and Simulation 2* (Junho 2013).
- Inc., Quanser. "2 DOF Ball Balancer Workbook Student Version." Ontario, Canada, 2013.
- Ioannou, Petros, and Baris Fidan. "Adaptive Control Tutorial." 387. Society for Industrial and Applied Mathematics Philadelphia, 2006.
- Isermann, R., K. H. Lachmann, and D. Matko. In *Adaptive Control Systems*, 541. U.K., 1992.
- Ismail, Shaik, Abhay A Pashilkar, and Ramakalyan Ayyagari. "Adaptive Control of Micro Air vehicles." *Symposium on Applied Aerodynamics and Design of Aerospace Vehicle (SAROD 2011)*. Bangalore, India, 2011.
- Jadlovská, A., S. Jajčičin, and R. Lonščák. "Modelling and Pid Control Design of Nonlinear Educational Model Ball-Plate." *17th International Conference on Process Control 2009*. Strbske Pleso, Slovakia, 2009.
- Kang, Yeonsik, and Karl Hedrick. "Linear Tracking for a Fixed-Wing UAV Using Nonlinear Model Predictive Control." *IEEE Transactions and Control Systems Technology*, 2009: 1202-1210.
- Kemih, Karim, and Omar Tekkouk. "Constrained Generalised Predictive Control with Estimation by Genetic Algorithm for a Magnetic Levitation System." *International Journal of Innovative Computing, Information and Control*, 2006.
- Khalil, Hassan K. *Nonlinear Systems*. Third Edition. New Jersey: Prentice Hall, 2002.
- Krstic, Miroslav, Ioannis Kanellakopoulos, and Petar Kokotovic. *Nonlinear and Adaptive Control Design*. Unites Stated of America: John Wiley & Sons, Inc., 1995.
- Layne, Jeffery R, and Kevin M Pasino. "Fuzzy Model Reference Learning Control for Cargo Ship Steering." *IEEE Control System (IEEE)*, 1993: 23-34.
- Li, Hongyi, Jinyong Yu, Hilton C, and Honghai Liu. "Adaptive Sliding-Mode Control for Nonlinear Active Suspension Vehicle Systems Using T-S Fuzzy Approach." *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2013.
- Li, Xiaou, and Wen Yu. "Synchronization of Ball and Beam Systems with Neural Compensation." Edited by Springer. *International Journal of Control, Automation, and Systems* 8, no. 3 (2010): 491-496.
- Martínez Verdú, Jaime . "Control Adaptativo Basado en Modelo de Referencia." 52. MITIT, 2010.
- Martínez, Daniel, and Fredy Ruiz. "Nonlinear Model Predictive Control for a Ball&Beam." (IEEE) 2012.

- Michini, Bernard. *Modeling and Adaptive Control of Indoor Unmanned Aerial Vehicles*. Massachusetts: Massachusetts Institute of Technology, 2009.
- Nasiruddin, Muhammad, Mohd Rizal, and Zaharuddin Mohamed. "Simulation of Direct Model Reference Adaptive Control on a Coupled-Tank System using Nonlinear Plant Model." *International Conference on Control, Instrumentation and Mechatronics Engineering*, Maio 2007: 569-576.
- Naumović, Milica B., and Boban R. Veselić. "Magnetic Levitation System in Control Engineering Education." *Automatic Control and Robotics*, 2008: 151-160.
- Naveen, S, and V Manikandan. "Model Predictive Controller for Ship Heading Control." *Proceedings of 1st IRF International Conference*, 2014: 97-101.
- Nganga, Donatien, and Francis A. Okou. "A New Adaptive State Feedback Controller for the Ball and Beam Systems." (IEEE CCECE) 2011.
- Nise, Norman S. *Control System Engineering*. Sixth Edition. United States of America: Jhon Wiley & Son, 2011.
- Nokhbeh, Mohammad, and Daniel Khashabi. *Modelling and Control of Ball-Plate System*. Amirkabir University of Technology, 2011.
- Olivares, Manuel. "Control Adaptativo Directo (MRAC)." Universidad Técnica Federico Santa María, 2009. 38.
- Oltean, Stelian Emilian, and Alexandru Morar. *Simulation of the Local Model Reference Adaptive Control of the Robotic Arm with DC Motor Drive*. Romania: Mediamira Science Publisher, 2010.
- Perez, Tristan, and Joris B. Termaat. "Predictive Control of Gyroscopic-Force Actuators for Mechanical Vibration Damping." *ARC Centre of Excellence for Complex Dynamic Systems and Control*, 2010: 1-15.
- Phan, Van-Tung, Hong-Hee Lee, and Tae-Won Chun. "An Improved Control Strategy Using a PI-Resonant Controller for an Unbalanced Stand-Alone Doubly-Fed Induction Generator." *Journal of Power Electronics*, March 2010: 194-202.
- Popovic, Vladimir, Branko Vasic, Milos Petrovic, and Sasa Mitic. "System Approach to Vehicle Suspension System Control in CAE Environment." *Strojniški Vestnik - Journal of Mechanical Engineering*, 2011: 100-109.
- Qamar, Shahid, Tariq Khan, and Laiq Khan. "Adaptive Neuro-Fuzzy Sliding Mode Control Based Strategy For Active Suspension." *10th International Conference on Frontiers of Information Technology*, 2012: 107-115.

- Quanser. "2 DOF Ball Balancer Workstation For Matlab/Simulink Software Users." In *Quanser Course Materials Sample*. www.quanser.com, 2010.
- Richards, Arthur, and Jonathan How. "Decentralized Model Predictive Control of Cooperating UAVs." Massachusetts : Massachusetts Institute of Technology, 2005.
- Rikhtehgar, Amir, and Hooshang Jafari. "Optimal Robust Controller Design for the Ball and Plate System." Edited by University of Tabriz. *Department of Electrical and Computer Engineering*, 2012.
- Rodrigues , Carlos Eduardo. "Um Dispositivo Háptico de Auxílio à Navegação para Deficientes Visuais." 62. Universidade Federal de Pernanbuco, 2006.
- Rodríguez Rubio, Francisco, and Manuel Jesús López Sánchez. *Control Adaptativo y Robusto*. España: Secretariado de Publicaciones Universidad de Sevilla, 1996.
- Ruiz, A Dena, R Parada Morada, and T Espinoza Fraire. "Sistema Informático para el Control de un Quadrotor." *Sistema Informático para el Control de un Quadrotor*. Torreón, México, 2014.
- Slotine, Jean-Jacques, and Weiping Li. *Applied Nonlinear Control*. United Sates of America: Prentice Hall, 1991.
- Solomon, K. David., and Eunice R. Karasala. "A Non Linear Dynamics and Control in Ring Laser Gyroscope for Missile Guidance and Control System." *International Journal of Computer Applications (International Conference on Innovations In Intelligent Instrumentation, Optimization And Signal Processing)*, 2013: 34-38.
- Sun, Lu, Ximing Cai, and Jun Yang. "Genetic Algorithm-based Optimum Vehicle Suspension Design Using Minimum Dynamic Pavement Load as a Design Criterion." *Journal of Sound and Vibration*, 2007, 1-2 ed.: 18-27.
- Swarnkar, Pankaj, Shailendra Jain, and R K Nema. "Effect of Adaptation Gain in Model Reference Adaptive Controlled Second Order System." *Engineering, Technology & Applied Science Research* 1, no. 3 (2011): 70-75.
- Tang, Chuan-Yin, and Li-Xin Guo. "Research on Suspension System Based on Genetic Algorithm and Neural Network Control." *The Open Mechanical Engineering Journal*, 2009: 72-79.
- Thompson, Zachary. *Adaptive Control of Unmanned Aerial Systems*. Massachusetts: Massachusetts Institute of Technology, 2010.
- Torres, Luiz H, Leizer Schnitman , Carlos A. Júnior , and J. A. Felipe de Souza. "Feedback Linearization and Model Reference Adaptive Control of a Magnetic Levitation System." *XIV Latin American Control Conference*, 2010.

- Trisanto, Agus, Muhammad Yasser, Ayman Haggag, Jianming Lu, and Takashi Yahagi. "Application of Neural Network to MRAC for the Nonlinear Magnetic Levitation System." *JSME International Journal*, 2006: 1073-1083.
- Turker, Turker, Haluk Gorgun, Erkan Zergeroglu, and Galip Cansever. "Exact Model Knowledge and Direct Adaptive Controllers on Ball and Beam." *Proceedings of International Conference on Mechatronics (IEEE)*, May 2007: 1-6.
- Virseda, Marta. *Modeling and Control of the Ball and Beam Process*. Valladolid, Spain, 2004.
- Wenjiang, Liu, Sui Qingmei, Xiao Hairong, and Zhou Fengyu. "Sliding Backstepping Control for Ship Course with Nonlinear Disturbance Observer." *Journal of Information & Computational Science* 8, no. 16 (2011): 3809-3817.
- Whitehead, Brian, and Stefan Bieniawski. "Model Reference Adaptive Control of a Quadrotor UAV." *AIAA Guidance Navigation and Control Conference*. Toronto, Canada: ARC, 2010.
- Witkowska, Anna, and Roman Smierzchalski. "Nonlinear Backstepping Ship Course Controller." *International Journal of Automation and Computing* 6, no. 3 (2009): 277-284.
- Xia, Guoqing, Huiyong Wu, and Xingchao Shao. "Adaptive Filtering Backstepping for Ships Steering Control without Velocity Measurements and with Input Constraints." *Mathematical Problems in Engineering* (Hindawi Publishing Corporation), 2014.
- Xiang-Jie, Liu, Felipe Lara-Rosano, and C. W. Chan. "Model-Reference Adaptive Control Based on Neurofuzzy Networks." *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics* 34, no. 3 (2004): 302-309.
- Xing, Dengpeng, Christopher G. Atkeson, Jianbo Su, and Benjamin Stephens. "Gain Scheduled Control of Perturbed Standing Balance." *The 2010 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, October 18-22, 2010.
- Yeong, Hwa Chang, Chang Chia-Wen, and Chin-Wang Tao. "Fuzzy Sliding-Mode Control for Ball and Beam System with Fuzzy Ant Colony Optimization." *Expert Systems with Applications* 39 (2012): 3624-3633.
- Zhao, Yanhua, and Yunwang Ge. "The Controller of Ball and Plate System Designed Based on FNN." *Journal of Chemical and Pharmaceutical Research*, 2014: 1347-1352.
- Zhou, Wei, and Baobin Liu. "Backstepping Based Adaptive Control of Magnetic Levitation System." *Proceedings of the 2nd International Conference On Systems Engineering and Modeling*, 2013: 435-438.
- Zuidweg, J. K. "Automatic Guidance of Ships As a Control Problem." 135. Delft, 1970.

APÊNDICE A – Exemplo de Aplicação do Teorema de Lyapunov

O seguinte exemplo visa ilustrar o uso do teorema direto de Lyapunov na avaliação da estabilidade assintótica de um sistema não linear que descreve um pêndulo simples (Ding 2013). Assim:

Seja

$$\ddot{\theta} + \dot{\theta} + \sin \theta = 0 \quad (\text{A1})$$

Onde θ é o ângulo. Se, realiza-se a transformação em termo dos espaços de estados nomeando $x_1 = \theta$ e $\dot{x}_2 = \dot{\theta}$. Rescreve se o sistema dinâmico como:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -\sin x_1 - x_2 \end{aligned} \quad (\text{A2})$$

Agora, como função candidata de Lyapunov, pode-se considerar a expressão matemática:

$$V(x) = (1 - \cos x_1) + \frac{x_2^2}{2} \quad (\text{A3})$$

Onde o primeiro termo $(1 - \cos x_1)$ em A3 pode ser entendido como a energia potencial da esfera do pêndulo numa posição angular qualquer, e o segundo termo $\frac{x_2^2}{2}$ a sua energia cinética em tal posição. Esta função é definida positiva no domínio $D = \{|x_1| \leq \pi, x_2 \in \mathbb{R}\}$.

Então, uma avaliação direta da:

$$\dot{V}(x) = -\sin x_1 \dot{x}_1 + x_2 \dot{x}_2 \quad (\text{A4})$$

Devido a que o sistema é estável $x = 0$, e empregando (A2), se obtém:

$$\dot{V}(x) = -\dot{x}_2 \quad (\text{A5})$$

Embora, não se pode concluir a estabilidade assintótica do sistema a partir do estabelecido no Teorema de Lyapunov, seção 3.3.1. Ao empregar-se outro tipo de teoremas mais avançados (Por exemplo, teorema dos conjuntos invariantes) para avaliar a estabilidade, consegue-se demonstrar que o sistema, é de fato assintoticamente estável, o qual é tratado em textos como (Blanchini e Miani 2008).