

CAPÍTULO 2 DIDÁTICA DA MATEMÁTICA

Porque os pesquisadores adotam um método (particular) um quadro teórico ao apresentar os resultados de sua pesquisa? Dentre as respostas possíveis pode-se incluir que os pesquisadores podem adotar um método teórico, ou um modelo específico, por ser “moda”¹ ou porque o pesquisador trabalha em uma determinada cultura, comunidade onde um determinado modelo é aceito, ou pode o modelo abordar questões centrais que os pesquisadores procuram compreender, dentre outras questões.

A didática de um determinado conhecimento, objeto, fato, disciplina, pode ser redefinida como um projeto onde é possível adquirir esse conhecimento por meio de condições nas quais se evidencia determinadas peculiaridades. Bruno D’Amore inspirado em Guy Brousseau, considera a Didática da Matemática como a arte de conceber e conduzir condições que possam determinar a aprendizagem de um conhecimento matemático por parte de um sujeito. Neste sentido, aprendizagem é um conjunto de modificações, comportamentos, e de realização de tarefas solicitadas, que assinalam conhecimento ou uma competência de um sujeito, que impõe a gestão de diversas condições, usa diferentes linguagens, de diferentes experiência e justificativas, colocadas em ação intencionalmente, como é o caso de práticas didáticas.

As práticas didáticas são a própria condição e objeto de estudo. A didática apresenta-se como estudo de tais condições na forma de projetos e de realizações efetivas. Por sua vez, a Teoria das Situações Didáticas tem como objeto de estudo dizer o que estuda a didática. Ou seja, entre os diversos objetos de estudos o Ambiente tem papel fundamental para fazer compreender o funcionamento das Situações A-didáticas que tem como objeto de estudo a definição das condições nas quais o sujeito é levado a “fazer” matemática sem as condições determinadas pelo professor. A ideia de Bruno D’Amore com inspiração em Guy Brousseau se aproxima da discussão de Hans George Steiner tratada no Capítulo 1 em relação ao sistema de interação.

As Situações A-didáticas visa à criação, organização e utilização de problemas que conduzem à construção de conceitos e teorias matemáticas por parte de um sujeito com alguma propriedade para desenvolver conhecimento determinado pela situação. Situação compreendida como *sistema de interação* entre sujeitos e o ambiente, e o conhecimento que

¹O termo moda designa uma tendência composta por diversos estilos. A moda é abordada como um fenômeno sociocultural que expressa os valores da sociedade - usos, hábitos e costumes - em um determinado momento.

estes sujeitos necessitam para agir. Seguindo este raciocínio, neste capítulo, pretende-se fornecer uma visão unitária para vários conceitos da Didática da Matemática buscando inserções acerca do tema Metodologia de Pesquisa nessa comunidade.

2.1 Tradição de pesquisa em Didática da Matemática

A escola francesa, conhecida como Didática da Matemática, é composta por várias teorias: A Teoria da “Transposição Didática” de Yves Chevallard; A Teoria dos “Campos Conceituais” de Gérard Vergnaud; A Teoria da “Situação Didática” de Guy Brousseau; A Teoria da “Dialética-Ferramenta-Objeto” de Regine Douady. Todavia, no âmbito da metodologia de pesquisa, destaca-se a “Engenharia Didática” desenvolvida por Michele Artigüe, e é utilizada para analisar as situações didáticas, isto é, as relações que acontecem simultaneamente entre alunos, o professor e o saber em sala de aula. (PAIS, 2002; ALMOULOU, 2008)

Em 1968 Guy Brousseau desenvolveu um projeto para a criação do *Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques* – IREM. O projeto foi estudado em uma perspectiva sistêmica, criaram-se instrumentos para integração e coordenação dos aspectos teóricos e experimentais. A pesquisa acadêmica passou a se chamar de Didática da Matemática. Era necessário propor modelos teóricos consistentes, métodos de pesquisa, criar um grupo inicial de pesquisadores, criar grupo de discussão. Um ponto delicado na discussão era o relacionamento entre o pesquisador e o seu objeto de estudo e ensino. (BROUSSEAU, 2002).

Por este motivo, Guy Brousseau, considerado um dos pioneiros da Didática da Matemática, desenvolveu uma teoria que emergiu da condição do ensino francês para compreender as relações que acontecem entre alunos, professor e saber em sala de aula, e ao mesmo tempo, situações para analisa-las cientificamente. *Teoria Didática da Situação ou Teoria da Situação Didática* foi o seu primeiro trabalho, que se baseia na ideia de que cada conhecimento ou saber pode ser determinado por uma situação, como uma ação entre duas ou mais pessoas. (BROUSSEAU, 2002).

Quando o aluno ou um grupo de alunos se deparam com um conjunto de relações estabelecidas de forma explícita ou implícita, em certo meio, que possibilite construir ou em vias de construir um determinado saber, ele pode, pelo menos em parte reproduzir características do trabalho científico, a fim de garantir a construção do conhecimento, estamos diante de uma *Situação Didática*. Entretanto, para ser posto em prática este plano teórico é necessário o estudo de regras e condições de funcionamento da educação. Neste sentido, a

noção de *Contrato Didático*, é um conjunto de regras, de comportamentos esperados na relação aluno e professor, de como agir perante o outro. Assim, a *Teoria do Contrato Didático* é um estudo dedicado a compreender as regras de funcionamento e comportamentos e suas aplicações em relação ao trinômio aluno, saber e conhecimento (PAIS, 2002).

Resumidamente, a Transposição Didática, desenvolvida por Yves Chevallard, é uma teoria que estuda o processo seletivo de como o saber a ensinar sofre quando em um conjunto de transformações que vão se adaptando para tornar apto o objeto de saber a ensinar (conhecimento científico) em um objeto de ensino (conhecimento escolar). (PAIS, 2002)

Em relação a Teoria dos Campos Conceituais, desenvolvida por Gérard Vergnaud toma como premissa que o conhecimento está organizado em *campos conceituais*. Campos conceituais é um conjunto informal e heterogêneo de problemas, conectados e entrelaçados durante o processo de aquisição do conhecimento. Esta teoria não é ensino de conceitos, mas, sobretudo, uma teoria psicológica com processo de conceitualização, de um conteúdo específico que não pode ser reduzido às operações lógicas gerais, nem as operações puramente linguísticas, nem as reproduções sociais. (MOREIRA, 2002)

A Teoria da “Dialética-Ferramenta-Objeto” foi desenvolvida por Regine Douady como instrumento de análise para leitura da evolução de noções matemáticas. Uma noção, um conceito tem estatuto de ferramenta e intervém na resolução de problemas, e tem estatuto de objeto quando se trata de aprendizagem. Nesse sentido, esta teoria engloba os elementos da Didática da Matemática para realização da Engenharia Didática que como metodologia de pesquisa tem a finalidade de analisar as situações didáticas. É uma forma particular de organizar procedimentos metodológicos na pesquisa em Educação Matemática, interligando o plano teórico da racionalidade à experimentação da prática educativa.

Em 2009, Yves Chevallard, recebeu o prêmio Hans Freudenthal no *International Commission on Mathematical Instruction - ICMI* em reconhecimento ao desenvolvimento de um programa de investigação em Didática da Matemática qualificando a Teoria Antropológica do Didático – TAD - como programa original, frutífero e influente. Constitui-se, desta forma, uma nova evidência do processo de consolidação dos pesquisadores que trabalham com o enfoque antropológico. Um dos princípios teóricos do TAD na visão comum do ensino é o estudo dos fatos educacionais sobre uma teoria da ciência que procura descrever, explicar e entender a realidade. Estudar o que é real é o estudo do efeito de nossas ações, onde estão os fenômenos didáticos, mas simples efeitos de nossas intervenções. Esta ideia é similar ao que acontece na medicina, como na Educação Baseada em Evidência – EBE – cuja política educativa é evidenciar o que funciona. Nas Ciências Sociais, de forma mais

ampla, tem a estrutura imposta no formato de artigo científico – Introdução, Métodos, Resultados e Discussão, e a Teoria é praticamente inexistente. (BOSCH, 2012)

A noção de praxeologia foi criada a subsumir a variedade de noções pelo qual a capacidade de pensamento e ação de uma pessoa ou instituição, fornece visibilidade didática para as áreas de qualquer atividade. A pesquisa didática deve explorar domínio praxeológicos até então ignorado, na "prática profissional" e, mais amplamente, de práticas esquecidas pela escola, no campo das práticas de trabalho mais familiares para os educadores. Considera-se o conceito de "praxeologia de pesquisa" como um modelo epistemológico geral para abordar as atividades em rede entre as teorias. (BOSCH, 2012)

O fenómeno didático tem uma posição central na maioria das abordagens em Educação Matemática, e desempenha um papel crucial no nascimento da Teoria das Situações Didáticas – TSD. Apesar das diferentes formulações, de acordo com os textos de Guy Brousseau, desde o início, a Educação Matemática é definida como uma ciência que tem como principal objetivo o conhecimento dos fenómenos educativos que, em seguida, tornam-se tanto o desenvolvimento quanto o objeto de estudo. (BOSCH, 2012) As ideias acima, sobre Didática da Matemática, delineiam a sua complexidade no âmbito nacional e internacional, em relação a esta tradição de pesquisa, seus debates epistemológicos próprios, restrições institucionais, questões de pesquisa, métodos, resultados e critérios. *Didática da Matemática tem fundamentos próprios?*

2.2 Modelando os elementos da Didática da Matemática

Didática da Matemática tem sistema de objetos próprios, bem como metodologia de ensino e pesquisa, e critérios para validar o conhecimento. Apresenta-se um panorama da Didática da Matemática para identificar uma visão geral da estrutura do campo de pesquisa.

O conhecimento estabelecido aparece de várias formas, como por exemplo, na forma de perguntas e respostas. Para os matemáticos, a forma clássica é a axiomática que é adaptada às necessidades de ensino, e pode ajudar a definir os objetos de estudos em termos de noções previamente introduzidas permitindo a organização e aquisição de novos itens. Mas, esta forma de apresentação remove todo o traço de história deste conhecimento que é de sucessão de dificuldades e problemas que provocaram o aparecimento de conceitos fundamentais, seu uso no levantamento de novos problemas, apropriação de novas técnicas, resultado do progresso de outros setores, a rejeição de pontos de vista encontrados para ser falso ou grosseiro, e muitas outras discussões sobre esta questão. (BROUSSEAU, 2002)

Quando se trata do trabalho do matemático, antes que o estudante comunique o que descobriu, o matemático deve identificá-lo. Esta ideia não é fácil, partindo do pressuposto que dentro de um labirinto de pensamentos possa ser possível distinguir de forma apropriada um novo conhecimento interessante para outros – as provas obtidas são raramente aquelas das conjecturas originais. É preciso ocultar às razões, as orientações, as influências pessoais que orientaram o sucesso. É preciso contextualizar com habilidade observações mesmo comuns, evitando trivialidades. É preciso olhar para a teoria geral em que os resultados continuam válidos. (BRITO, 2011)

Desta forma o produtor do conhecimento despersonaliza, descontextualiza e destemporaliza os resultados. Este trabalho é essencial para o matemático que quer obter conhecimento desse resultado e convencer a si mesmo de sua validade sem ter que passar pelo mesmo procedimento a fim de descobrir e ao mesmo tempo se beneficiar das possibilidades oferecidas pela sua utilização. (BRITO, 2011)

O trabalho intelectual do estudante deve ser similar à atividade científica. Saber matemática não é simplesmente aprender definições e teoremas reconhecendo quando usar e aplicar, mas lidar com problemas, sendo que resolver o problema é apenas parte do trabalho. A reprodução fiel da atividade científica pelo estudante exigiria produzir, formular, provar, e construir modelos, linguagens, conceitos e teorias que ele troca com outras pessoas; que reconhece os que estão em conformidade com a cultura; que empresta o que está em conformidade e assim em diante. Para fazer tais atividades o professor deve imaginar e apresentar ao estudante situações que possam vivenciar em que o conhecimento vai aparecer como solução visível para o problema colocado. (BROUSSEAU, 2002)

O trabalho do professor, em certa medida, é oposto ao trabalho do pesquisador. O professor deve produzir uma recontextualização e uma repersonalização do conhecimento. Tornar o conhecimento natural que faça sentido ao estudante. Cada item do conhecimento deve originar de adaptação para uma situação específica. Não pode ser criada uma teoria da probabilidade no mesmo tipo de contexto e relação com o meio quanto à criação da aritmética e álgebra. (BROUSSEAU, 2002)

O professor simula uma microsociedade científica e pode utilizar o conhecimento para um caminho para fazer boas perguntas e resoluções de questões, uma ferramenta para dominar situações de formulações e provas para convencer os colegas. Dentro da história que os estudantes estão revivendo o professor fornece os meios de descobrir o conhecimento cultural e comunicável, ensinável. Os estudantes devem redescontextualizar,

redespersonalizar o conhecimento a ponto de identificar o que eles produzem com o conhecimento que é o usual na comunidade científica e cultural. (BROUSSEAU, 2002)

Na abordagem clássica, a atividade do sujeito cognitivo é central. Além disso, assume de forma menos implícita que conhecimento sobre conhecimento necessário para ensinar deve ser primeiro estabilizado de uma maneira independente, pelos matemáticos e epistemologistas. O mesmo deve ser para o conhecimento sobre os aspectos sociais específicos para educação. Então, a abordagem clássica consiste de deduções e consequências para ensinar deste conhecimento preliminar, feito diretamente, por vezes com reflexões ingênuas. (BROUSSEAU, 2002)

Duas questões se apresentam: o conhecimento importado de disciplinas fundamentais de forma independentemente e sem modificações, a explicação dos fenômenos de ensino e a produção de uma forma controlada das modificações desejadas? Deve-se, ao contrário, criar novos conceitos, um campo de conhecimentos e métodos relacionados, a fim de estudar as situações didáticas? (BROUSSEAU, 2002)

Uma hipótese fundamental da didática consiste de reivindicar que apenas o estudo global presida sobre a manifestação do conhecimento permitindo que se possa escolher e conectar conhecimento de diferentes origens. Outra hipótese, é que sobre o estudo de situações didáticas deve sempre no final obter a derivação ou modificação de conceitos necessários, que hoje são importados de outros campos científicos. (BROUSSEAU, 2002)

Mesmo aceitando que o conhecimento sobre situações para adaptação e ensino do conhecimento pode desempenhar certo papel técnico em termos de meios para o ensino, determinadas questões permanecem: uma vez elevado ao posto de objeto cultural, não será este conhecimento distúrbio profundo da comunicação e talvez a construção do conhecimento? Por que não é a posse do próprio conhecimento, como o conhecimento geral das ciências sociais, senso comum, algumas habilidades pedagógicas suficientes para treinar todos os estudantes? Pode-se questionar o grau de referência para o funcionamento necessário da pesquisa, e a relevância para o estudo e aprendizado, e especialmente o estudo de ensino. Em que extensão existe uma similaridade e sob que condições? (BROUSSEAU, 2002)

Parece que uma boa teoria epistemológica é acompanhada de uma boa engenharia didática e isso é essencial para responder estas questões acima descritas. Estudos didáticos, a comunicação do conhecimento, e teorizar estes objetos de estudo, são possíveis nas seguintes condições:

- que evidenciam fenômenos específicos que aparecem para ser explanados por conceitos originais que se propõe

- que indiquem métodos específicos que prove o uso desta proposta.

Estas duas condições são essências para a Didática da Matemática capacidade de controlar o objeto de estudo de maneira científica, e, portanto, controlar ações no ensino. (BROUSSEAU, 2002)

Quando uma atividade de ensino falha o professor se sente compelido a justificar-se a fim de continuar a sua atividade e tomar suas próprias formulações e significados. Esta questão remete ao método utilizado por George Papy renomado conferencista Belga que enfatizou a importância da teoria dos conjuntos e da escolha adequada de situações didáticas para aprendizagem. Este autor defendia o trabalho em diferentes idades e níveis através do “método psicológico do choque”, ou seja, “conflito cognitivo”. A reinvenção da matemática pelo estudante em que situações de inconsistência e confusão inicial do senso comum cotidiano fossem mediadas e sistematizadas pelo professor, elemento fundamental para o aluno desenvolver sua singular experiência matemática. (PINTO, 2005)

Por exemplo, no final dos anos 30 a teoria dos conjuntos foi afastada de sua função científica inicial tomando um caminho de ensino cuja satisfação da necessidade do professor era para uma matemática formal. O professor convidava o estudante para um controle semântico da teoria (chamado de forma ingênua) para evitar erros, mas isso não era o suficiente para aplicar axiomas. Entretanto, o estudante precisava saber o que falava e os paradoxos envolvidos em certos usos da teoria a fim de evitá-los.

Esta forma de ensinar em torno objeto de ensino é denominada de Controle Semântico baseado no modelo que remonta a Leonard Euler (1707-1783), cuja referência remonta às várias representações gráficas. Atualmente, não é considerado o modelo correto, por que ensinar tornou-se um objeto sobrecarregado de convenções linguagens específicas onde os estudantes ao mesmo tempo ensinavam e aprendiam. Com este processo os estudantes produziam atividades de ensino comentadas e convencionais e menos os eles podiam controlar as situações postas para eles. (PINTO, 2006)

Essa questão, é denominada de efeito didático. A força do efeito didático é incontrolável e tão longa quanto o professor não pode fugir da obrigação de ensinar. Então, o senso comum, não pode desempenhar um papel na vida social sem mediação adequada. Este tipo de “erro” não é bobagem nem, na maioria dos casos, ignorância da disciplina matemática. Mas, na justa medida erros de comportamentos onde é permitido uso de metáforas inadequadas (BROUSSEAU, 2002).

Analogia tem um excelente significado heurístico quando usada com responsabilidade. O uso na relação didática é uma forma formidável de reproduzir o efeito, se for uma prática

natural. Caso alguns estudantes não aprendam deve ser dada outra chance com o mesmo assunto. Mesmo que o professor não fale das similaridades, os estudantes olham para as similaridades – esta é uma atividade legítima – de modo que eles podem avançar para a solução indicadas. A resposta não indica que eles tenham achado a solução que se encaixa na questão, mas que reconhecem a indicação de origem externa e não controlada, que o professor queria que eles produzissem. A solução é encontrada através da leitura das indicações didáticas e não pelo envolvimento do problema. O professor confia nas analogias para afrontar os estudantes em sua obstinada resistência. (BROUSSEAU, 2002)

Quando o professor acha difícil à reprodução da mesma lição, mesmo com estudantes novos, os resultados não são bons. A consequência é certa resistência para esta reprodução. O professor sente uma forte necessidade de formular sua explanação ou sua heurística, o exemplo, o exercício, e a possibilidade de estruturar a lição. Este efeito aumenta com o numero de reproduções e são tão fortes quanto às interações entre o professor e o estudante. Lições que incluem uma explanação seguida de exercício ou simples instrução seguida por situação de aprendizagem não requer intervenções rápidas e diretas do professor. (BROUSSEAU, 2002)

O professor que reproduz a mesma história, a mesma sequência da mesma atividade e a mesma afirmação de sua parte ou da parte do estudante que reproduz o mesmo evento didático produzindo o mesmo efeito de um ponto de vista de significado, não pode ser ingênuo em fazer diferença entre uma boa reprodução, de uma lição para quais as mesmas condições dá um desenvolvimento idêntico e também o mesmo significado para conhecimento adquirido pelo estudante de uma má reprodução, mas um significado diferente para os conhecimentos adquiridos. A similaridade do desenvolvimento da lição é obtida pela discreta repetição de intervenção feita pelo professor que transforma toda a situação, sem aparentemente, modificar a história. O objeto que é reproduzido na situação de ensino é precisamente o objeto da didática. Isto não é resultado de observação, mas de análise baseada no conhecimento do fenômeno que define o que deve ficar inalterado, (BROUSSEAU, 2002).

Estes diferentes fenômenos, acima delineados, são relações particulares entre duas pessoas. *É possível um “modelo” de sistema educacional por meio de um “ensinamento” um sistema definido com um sistema de relações que por si só representa centenas de estudantes cuja diversidade parece ser precisamente a principal fonte de dificuldade dos professores?* Esta é uma aposta inevitável no processo de teorização. A forma descrita acima fornece elementos para modelagem da Didática da Matemática: situações didáticas e a-didáticas, o contrato didático, a epistemologia do professor, heurística e didática.

Na maioria das concepções de ensino o conhecimento é uma correspondência entre boas questões e boas respostas. O professor passa uma série de questões e o estudante resolve. Se o estudante responde demonstra que conhece, caso contrário ele precisa tornar o conhecimento aparente. *A priori* qualquer método que permite a memorização de associações favoráveis é aceitável. A maiêutica Socrática² restringe esta associação para o que o estudante pode vir a fazer. O objetivo da restrição é garantir a compreensão do estudante uma vez que ele produz conhecimento, tanto pela memória do que produziu, quanto que está construindo de sua própria atividade isolada. É aceitável o comportamento do professor que não dá a resposta como meio de trazer o conhecimento do estudante. (BROUSSEAU, 2002).

As ideias do método Socrático podem melhorar se assumir que o estudante é capaz e desenhar seu conhecimento de suas próprias experiências, pela sua própria interação com seu ambiente, e que frequentemente este ambiente não é organizado com aprendizagem em mente. O estudante aprende olhando o mundo ou por construir hipóteses ou pelo tipo de experiência que ela escolheu ou na complexa interação que consiste de assimilação e acomodação tal como descrita por Jean Piaget. (BROUSSEAU, 2002)

O estudante que aprende adaptando gera contradições, dificuldades e desequilíbrios o conhecimento é o resultado dessa adaptação que provem da evidência de sua aprendizagem. Este processo psicogenético piagetiano é oposto ao dogmatismo escolástico. Aquele deve nada a intenção didática e o outro deve tudo. Atribuindo para aprendizagem “natural” que é atribuída para a arte de ensinar acordando para o dogmatismo, a teoria Piagetiana assume o risco de aliviar toda responsabilidade didática do professor, que constitui um retorno paradoxal a um curto empirismo. Mas, um ambiente sem intenções didáticas é manifestado insuficientemente para induzir no estudante todo o conhecimento cultural que pode desejar adquirir. (BROUSSEAU, 2002)

A concepção moderna de ensino requer que o professor provoque adaptação esperada pelos estudantes por uma escolha judiciosa dos problemas que coloca diante deles. O problema escolhido em tal caminho possibilita o ato do estudante falar, pensar e evoluir por conta de sua própria motivação. No momento em que o estudante aceita ficar entre o problema como se fosse seu próprio e o momento quando produz sua resposta, o professor interfere e sugere o conhecimento que ele quer que apareça. Não só pode fazê-lo, porque vai ter realmente adquirido este conhecimento como é capaz de colocá-lo para usar sozinho em

² Método desenvolvido por Sócrates para análise filosófica (maiêutica-parto das ideias) sobre o conhecimento de si mesmo. Consiste em fazer perguntas e analisar as respostas de maneira sucessiva até chegar à verdade ou contradição do enunciado

situações que vai deparar fora de qualquer contexto de ensino e na ausência de qualquer direção intencional. Esta situação é chamada de *situação a-didática*. (BROUSSEAU, 2002)

Cada item de conhecimento pode ser caracterizado por uma, ou algumas situações didáticas que preservam o significado; chama-se a esta questão de situação fundamental. Mas o estudante não pode resolver qualquer situação a-didática imediatamente, o professor inventa o que o estudante pode manipular. Esta situação a-didática arranjada com a finalidade didática determina o conhecimento ensinado e o significado particular que esse conhecimento vai ter para situação fundamental. (BROUSSEAU, 2002)

Esta situação ou problema escolhido pelo professor é uma parte essencial de uma situação mais ampla em que o professor procura devolver para o estudante uma situação a-didática que prover sua independência e a interação mais fértil possível. Para esta proposta, de acordo com o caso, o professor quer comunicar ou abstém de comunicar informações, perguntas, métodos de ensino heurísticos, etc. Envolvidos em um jogo com o sistema de interação do estudante com problemas. Este jogo em uma situação mais ampla é chamado de *situações didáticas*. (BROUSSEAU, 2002)

Dentro de uma situação o estudante não distingue o que é essencialmente a-didático de que é de uma origem didática. A situação final a-didática de referência o que caracteriza o conhecimento pode ser estudada em um caminho teórico, mas em uma situação didática, para o professor bem como o estudante, e um ideal curto em direção é uma espécie de ideal para o qual eles estão tentando convergir. O professor deve ajudar o estudante a tirar da situação didática todos os artifícios o mais rapidamente quanto possível, de modo a deixá-lo pessoal e como conhecimento objetivo. (BROUSSEAU, 2002)

O *contrato didático* é a regra do jogo e a estratégia da situação didática. É a justificativa que o professor tem para apresentar a situação. Mas a evolução desta situação modifica o contrato, que por sua vez permite que novas situações ocorram. Ao mesmo tempo, conhecimento que é expresso por regras de *situações a-didáticas* e pelas estratégias. A evolução destas estratégias requer produção de conhecimento, em sua vez de permite o desenho da nova situação a-didática. O contrato didático não é um contrato pedagógico geral, mas depende do conhecimento específico que está em jogo. Na didática moderna, ensino é a devolução para o estudante de uma situação a-didática apropriada e aprendizagem é a adaptação do estudante para esta situação. (BROUSSEAU, 2002)

Em toda situação didática, o professor tenta dizer para o estudante o que tem a fazer. Teoricamente a transição da informação e a instrução para a resposta esperada e deve exigir que o estudante traga para o conhecimento o que é alvo do jogo, se está atualmente a ser

aprendido ou se já é conhecido. Fazer matemática pode ser investigar e resolver certos problemas específicos e de forma oportuna levantar novas questões. Cabe ao professor não providenciar a comunicação do conhecimento, mas a *devolução* de um bom problema. Se esta devolução acontece os estudantes entram no jogo e se ganhar a aprendizagem acontece. Mas, se o estudante recusar, evitar ou não resolver o problema, o professor tem a obrigação social de socorrê-lo e, por vezes, justificar-se por ter dado uma questão difícil. (BROUSSEAU, 2002)

Então, é formado um relacionamento que determina explicitamente, em certa medida, principalmente, implicitamente que tanto o professor quanto o estudante têm responsabilidade da gestão da atividade. Este sistema de obrigação recíproca se assemelha ao contrato didático que é a parte específica para o conteúdo, cujo alvo é o conhecimento matemático. Na verdade, a quebra do contrato didático é importante. Abaixo algumas consequências imediatas:

- o professor supõe criar condições suficientes para apropriação do conhecimento e deve reconhecer esta apropriação quando ocorre;
- o estudante supõe ser capaz de satisfazer esta condição;
- o relacionamento didático deve continuar a todo custo;
- o professor assume cedo a aprendizagem e a nova condição prover o estudante com a possibilidade de nova aprendizagem

Se esta aprendizagem não ocorre, o estudante é colocado em julgamento pelo professor por não ter conseguido o esperado implicitamente. (BROUSSEAU, 2002)

Afirmar que o resultado da ação docente não pode ser completamente explícita, não há uma forma conhecida, reconhecida o suficiente ou que assegure a construção de novos conhecimentos, contra resistência do estudante de apropriação do conhecimento. E se o contrato repousar apenas nas regras do professor ou no comportamento do estudante a relação didática pode fracassar. O professor deve, todavia, aceitar a responsabilidade pelo o resultado e garantir os meios mais eficazes para o estudante garantir o conhecimento. “Ter certeza” é falacioso, mas, essencial se for para autorizar a responsabilidade do estudante. O estudante deve aceitar a responsabilidade para resolver problemas que não foi ensinado, mesmo que não veja escolhas *a priori*. (BROUSSEAU, 2002)

Neste sentido, está fadado ao fracasso, um contrato didático totalmente explícito. Em particular as cláusulas do contrato relativo à quebra e participação não pode ser descrita com antecedência. O conhecimento é exatamente o que vai resolver a crise causada por tais avarias, e não pode ser definido precipitadamente. Entretanto, no momento do colapso tudo acontece como se fosse um contrato implícito ligando o professor e o estudante. O estudante

por não saber resolver o problema se rebela contra o professor que por sua vez não pode lhe oferecer habilidade para fazer – surpresa para o professor, - e volta à negociação, a busca para um novo contrato que depende de um novo “estado” adquirido e desejado. (BROUSSEAU, 2002)

O conceito teórico não é, portanto, o contrato (bom, mal, verdadeiro ou o falso contrato), mas o *processo de encontrar um contrato* hipoteticamente. É este o processo que representa a observação e deve modelar e explicá-los. (BROUSSEAU, 2002)

Então, quando o professor tem um método formulado para tornar a resposta explícita para o estudante: como responder com o socorro do conhecimento prévio, como compreender e construir novo conhecimento, como “aplicar” lição prévia, como reconhecer questões, como aprender, adivinhar, resolver, etc. Então, refere-se ao funcionamento implícito da matemática ou para o modelo (como geometria elementar) construído para o uso, ou para resolver conflitos do contrato didático. A *epistemologia do professor* (para o uso profissional) deve também ser a *epistemologia do estudante* e de seus pais. Deve ser presente na cultura para ser justificada e aceita. O professor não é livre para mudar esta organização, esta importância relativa, esta apresentação, e esta gênese, seguindo a necessidade do contrato didático. Esta transformação é denominada de *transposição didática* (BROUSSEAU, 2002).

A prática empírica do ensino de matemática, *a priori* não trata como importante a qualidade científica dos professores, pois não leva a uma simulação correta da gênese de noções. Pelo contrário, duplica o trabalho de recontextualizar e redecontextualizar para que os estudantes aprendam um conhecimento diretamente. Para respeitar as outras obrigações do contrato, os problemas são dados para os estudantes, mas as suas soluções podem ser encontradas por meio de procedimento que tornam a economia do conhecimento específico para a noção estudada (BROUSSEAU, 2002).

Como solução, esconde-se sob uma didática científica conhecida pelo estudante que serve de negociação no momento. Uma vez que, o professor deve “provar” para o estudante que pode responder e aprender o conhecimento que tem como alvo deve pelo menos ser capaz de dizer como deve ser feito *a priori*. Se a solução é articulada como seria num texto matemático que inclui uma justificação correta dos resultados, mas muitos estudantes obtêm a resposta não por meio de raciocínio matemático, mas pela decodificação didática. (BROUSSEAU, 2002).

Neste sentido, é claro que não é sabida a condição mínima que dará o significado máximo para a atividade do estudante, e nunca é o suficiente para satisfazer seu contrato. Não é sabido sobre uma epistemologia genética eficaz que permita uma boa gestão destas

negociações, de modo que o professor e o aluno são muitas vezes reduzidos (inconscientemente, é claro) para medidas de curto prazo tal como: substituição do problema; uso inapropriado da analogia, mudança meta-cognitiva, etc. (BROUSSEAU, 2002).

O professor deve prover caminhos para resolver problemas (conhecimento teórico, por exemplo) e deve levar em consideração o fato de que os métodos bem ensinados permitem a construção da solução. O professor deve agir como se conhecesse a solução do novo problema construído, a partir do conhecimento ensinado. Depois o professor pode falar sobre o método, como recuperá-los, como reconhecê-los, e assim por diante. *Esta ação pressupõe epistemologia? É obrigado produzi-lo, revelá-lo! Por que o estudante comete erros? Como o estudante pode evitar ansiedade subsequente? Como o estudante pode encontrar a solução?* (BROUSSEAU, 2002)

Por exemplo, “O algoritmo³” constitui uma ferramenta para clarear um bloqueio e a solução didática de conflitos no sentido que momentaneamente permite clarear a divisão de responsabilidade. O professor mostra o algoritmo, o estudante aprende corretamente e aplica, caso contrário deve praticar, mas sua incerteza é quase zero. Existe uma classe de *diferentes* situações que o algoritmo dá à solução (o conflito aparece novamente quando é necessário escolher um algoritmo para um determinado problema). O algoritmo, portanto, serve como um modelo exclusivo ou quase exclusivo para qualquer abordagem cultural ao ensino. (BROUSSEAU, 2002)

Espera-se, portanto, que o estudante receba todas as indicações do professor do mesmo modo os métodos eficazes para resolver problemas (tal como algoritmo). Igualmente, se o professor escolhe as indicações em tal caminho para reacender o estudante a pesquisa, incentivá-lo e ajudá-lo a se intrometer com o essencial do que deve permanecer sob seu controle. Assim, as informações do tipo heurísticas serão solicitadas, dadas e recebidas e mal-entendidas: como uma vaga sugestão, como conhecimento comparável com algoritmos ou teoremas, como conhecimento comparável para o outro. Com esta arte de resolver problemas baseado em introspecção, o professor espera que o estudante aprenda como encontrar soluções, enquanto o estudante espera algoritmos. (BROUSSEAU, 2002)

Assim, o professor pode apresentar as oportunidades típica da investigação, apenas como uma coleção de objetos culturais, uma coleção de problemas cuja solução é conhecida e discriminada por heurística. O estudante recebe um conjunto de problemas como se fosse

³ Conjunto das regras e procedimentos lógicos perfeitamente definidos que levam à solução de um problema em um número finito de etapas.

conhecimento. Heurística, portanto, não pode ser ensinada desde que o seu conteúdo faça parte imprevista e criativa de todos os processos de resolução de problemas. Permite-se que os estudantes sejam treinados para heurística para familiarizá-los com situações de investigação. (GLAESER, 1987). O processo continua bloqueado quando o professor convida o estudante a fazer uso dos processos de pensamento por ele listado porque que o estudante já reconhece como tendo utilizado no momento de seu sucesso como um matemático. (POLYA, 1957)

Por sua vez, o professor é levado a esclarecer esses métodos, para classificar, para identificar, para definir, para ter em conta a sua eficiência. Escolher quais os problemas é os melhores exemplos para permitir ilustração dos métodos, a aplicá-los, e fazê-los funcionar. Não pode restringir problemas matemáticos para os quais uma aplicação quase automática de um procedimento dado com antecedência fornece a solução. O estudante então procura a sugestão que é a correta. O círculo está fechado. "Heurística" foi substituída ou tomada como se fosse um lugar ao lado dos teoremas e teorias, entre os quais, os meios de resolver um problema devem ser escolhidos, mas o problema permanece, assim como o contrato didático. *Então, por que não, olhar para heurísticas de segunda ordem? (!)* (BROUSSEAU, 2002)

Este caminho incentiva um tipo de repetição (heurística) comparável à mudança meta-cognitiva. É também possível identificar um *deslocamento meta-matemático* que consiste da substituição para um problema matemático uma discussão sobre a sua lógica de solução atribuindo todas as fontes de erro a ele. O processo que descreve é uma tendência resultante natural de uma necessidade de contrato didático. (BROUSSEAU, 2002)

O processo que acabamos de descrever é, portanto, uma tendência que resulta naturalmente das necessidades do contrato didático. É fácil encontrar exemplos repetidos na história do ensino. É claro, também, que não há nada de inevitável, reticente, em seguida, resistência, torna-se gradualmente mais forte como a mudança se torna grande. Parece que, como para o efeito da mudança meta-cognitiva, a única força antagônica é a vigilância epistemológica. (BROUSSEAU, 2002)

Como no caso de analogias, a utilização - ingênuas ou sistemáticas - de heurísticas é um excelente meio de procura de soluções para os problemas (heurístico sendo o meio por definição e por excelência), desde que seja posta em prática sob a responsabilidade do utilizador. Qualquer crédito dado *a priori* para um determinado método é uma fonte de decepção, muitas vezes amargo, o que o torna inadequado para um contrato didático. Ensinar não parece ter a missão explícita de inculcar estas receitas, e prefere-se assumir que o faça sob a pressão do contrato didático. (BROUSSEAU, 2002)

Diante das questões acima delineadas, discute-se o *status* do conhecimento matemático. Na produção e o ensino do conhecimento matemático exige um esforço para transformar este conhecimento em conhecimento institucionalizado, despersonalizado e descontextualizado que tende a apagar a situação histórica (os jogos) que preside sua aparição. Todavia, esta transformação não leva a perda completa de sua característica fundamental que é responder perguntas. Questões, que são motivações, mudanças, a maioria deles desaparece de um corpo de teoria, mas permanece em forma de problema. É claro que, para a maioria dos matemáticos apenas a resolução de problemas pode demonstrar que o estudante adquiriu o conhecimento matemático. A gama de conhecimento conectado com um pedaço de conhecimento continua a mudar com a evolução da teoria. (BROUSSEAU, 2002)

Esta estabilizada um tipo de dialética entre a capacidade da teoria matemática em resolver um estoque de problemas muito fácil, e um estoque de problemas não triviais. Esta dialética repousa sobre um necessário equilíbrio entre a atividade científica, o que tende a colocar novas questões a serem resolvidos e, portanto, aumenta o campo de problemas e conhecimento, bem como a comunicação deste conhecimento que leva a uma melhor organização teórica que reduz a complexidade do campo. Esta reorganização faz com que os velhos problemas triviais reduzam o campo de problemas necessários para a compreensão do conhecimento teórico que pode, então, levantar novas perguntas. (BROUSSEAU, 2002)

Este sistema de ações e retroações não garante um desenvolvimento "regular" de matemática porque, neste domínio, um equilíbrio só pode quebrar e causar diferentes tipos de atividades. Em qualquer caso, a correspondência entre problemas e conhecimento evolui, e não é intrínseca. Somente sob o controle de uma teoria sobre essas relações que situações didáticas podem ser propostas para o ensino. (BROUSSEAU, 2002)

Considerando a evolução do conhecimento matemático e conceitos, é comum notar que muitas vezes está em conformidade com um padrão que tende a ser justificada pelo funcionamento apresentado. O passo final, o que coloca o conceito sob o controle de uma teoria matemática, permite a sua definição exata em termos de estruturas em que intervém e da propriedade que o satisfaz. Só este passo dá o seu estatuto como um *conceito matemático* e protegê-lo de ambiguidades e "erros", mas não a partir de retrabalho ou sendo deixado de lado. (BROUSSEAU, 2002)

Em um ponto de vista mais formal e sistemático na ausência de um estatuto matemático reconhecido, os termos mais usados de uma determinada teoria são ferramentas que respondem uma necessidade de identificação, formulação e comunicação e seu uso é baseado em um controle semântico. Esta é a questão, coerência do ponto de vista, de métodos,

de escolhas, de perguntas, que se articulam de forma muito clara como um conceito hoje, mas que não era antes.

2.3 Obstáculos Epistemológicos e Problemas

Um estudante não está realmente fazendo a matemática, a menos que esteja perguntando e resolvendo problemas? As dificuldades começam quando as perguntas surgem sobre um saber? E o que deve ser perguntado deste problema? Que lhes é pedido? E como são convidados?

De modo a simplificar, estas questões acima delineadas, em Didática da Matemática projetar um conjunto de problemas imaginários definindo cinco componentes:

1. As intenções metodológicas do professor: problemas de pesquisa, problemas de formação, problemas de apresentação, etc.
 2. As intenções e objetivos didáticos: aquisição de conhecimento, melhor compreensão, análise, e por aí em diante.
 3. Conteúdo matemático: a questão consiste em pedir ao estudante a estabelecer uma verdadeira fórmula em uma teoria a ser estudada
 4. Componente matemático: todas as tentativas de descrição racional, formal da matemática são usadas para tentar construir variáveis intermediárias, que, sem constituir o conteúdo em si, vai permitir que fosse generalizada.
 5. Componente heurístico: imaginar que a prova matemática é impulsionado por "intuições", que em certa medida, desempenhar o papel de algoritmos.
- (BROUSSEAU, 2002)

A validade desta forma de pensar é questionada, uma vez que conduz a aceitação de elementos que funcionam em conjunto. O estudante – sujeito – é ausente desta concepção. Aparece como receptor, o conhecimento adquirido não produz alterações significativas. Da mesma forma, e em consequência, o significado da matemática desaparece. O significado de um pedaço do conhecimento matemático é definido, não somente por um conjunto de situações em que este conhecimento é realizado como uma teoria matemática, não somente por um conjunto de concepções, de prévias escolhas que são rejeitadas, de erros que são evitados, de economias de procedimentos, as formulações que reutilizar, dentre outras.

(BROUSSEAU, 2002)

A construção axiomática sugere uma aprendizagem encantada em que o volume de conhecimento – imediatamente obtido, estruturado, usado e transferido - incha em um espaço vazio. Todavia, uma noção aprendida é utilizável apenas na medida em que suas ligações

constituem seu significado. Como também, aprender apenas na medida em que é utilizável se for à solução do problema. Esse problema, um conjunto de restrições a que responde constitui o seu significado. Bem como, a noção recebe certas particularizações, limitações, deformações da linguagem e significado, se forem bem-sucedido o suficiente. Para as aquisições posteriores torna-se um obstáculo. Tudo isso demonstra que: aprendizagem não pode ser alcançada por meio de esquema clássico de continua aquisição progressiva. E conseqüentemente, a confusão entre o algoritmo para o estabelecimento de uma fórmula e o algoritmo para a aquisição de um pedaço de conhecimento é desprovida de uma base. (BROUSSEAU, 2002)

Erros e falhas não possuem a função simplificada que gostaríamos para trabalhar. Erro é apenas o efeito da ignorância, da incerteza, do acaso, como defendido por empirista behaviorista ou teorias de aprendizagem, mas o efeito de uma parte anterior de conhecimento que foi interessante e bem-sucedida, mas que agora é revelado como falso ou simplesmente não adaptadas. Erros deste tipo não são erráticos e inesperados, eles constituem obstáculos. Tanto em funcionamento do professor como na do estudante, o erro é um componente do significado da parte de conhecimento adquirido. (BROUSSEAU, 2002)

Desta forma, a construção do significado implica em uma constante interação entre os estudantes e a situação-problema, numa inter-relação dialética (porque o sujeito antecipa e direciona suas ações) em que engata seu conhecimento prévio, submete a revisão, modifica completa ou rejeita para forma nova concepção. O principal objeto da didática é precisamente estudar as condições que a situação ou problema coloca para o estudante deve cumprir em a fim de fomentar o aparecimento, o trabalho e a rejeição destas sucessivas concepções. (BROUSSEAU, 2002)

O interesse didático de um problema depende do caminho no qual o estudante está engajado, e o quanto pode ser colocado em teste, que ele pode investir. Depende da importância da rejeição que vai ser levado, as conseqüências previsíveis dessas rejeições, o risco de cometer esses erros e sua importância. Desta forma, os problemas mais importantes são aqueles que permitam a superação de um verdadeiro obstáculo. Examina-se a noção de obstáculo. (BROUSSEAU, 2002)

O mecanismo de aquisição de conhecimentos pode ser aplicado tão bem para a epistemologia ou para a história da ciência como para a aprendizagem ou para o ensino. Em ambos os casos, a noção de obstáculo parece fundamental para a consideração do problema do conhecimento científico. Um obstáculo é, assim, resulta de erros, mas esses erros não são devidos ao acaso. Efêmero, errático, são reprodutíveis, persistentes. Além disso, os erros

feitos pelo mesmo assunto são interligados por uma fonte comum: uma forma de conhecer, uma característica, uma concepção coerente se não for correta, um antigo "saber" que tenha sido bem-sucedido em toda a ação - domínio. Esses erros não são necessariamente explicáveis. (BROUSSEAU, 2002)

O obstáculo é da mesma natureza que o conhecimento, com objetos, relacionamentos, métodos de compreensão, previsões, com evidência, consequências esquecidas, ramificações inesperadas, etc. Os estudantes observam os erros, como uma prática histórica e identificam que a concepção é a maior dificuldade da didática. Os obstáculos também devem ser considerados em conjunto, do ponto de vista das suas inter-relações. Muitos deles podem coexistir, contradizendo mutuamente e, sucessivamente, substituindo uns aos outros. Rejeição de um leva ao outro até a solução.

Sejam quais forem as suas origens e a sua importância, a existência de obstáculos representa certo número de problemas para engenharia didática. *Como evitar os obstáculos? Os obstáculos podem ser evitados? Todos os obstáculos podem ser evitados? Como são aqueles que não podem ser evitados e superados? Como identificar os obstáculos e negociar com eles?* Não é possível falar sobre seu desaparecimento, nem que não existe uma solução padrão, mas o que já foi discutido certamente mostra a necessidade de estabelecer, simultaneamente, situações didáticas e situações a-didáticas.

A necessidade de situações de validação surge a partir da definição de obstáculos, são os únicos que permitem a integração pessoal na teoria que está sendo gerenciado. As situações sociocognitivas de conflito são deste tipo. Desde o levantamento do obstáculo é essencial à situação de formulação pode ser útil. Mas, uma vez que os obstáculos aparecem com frequência no nível de modelos implícitos e apesar de um item de adequado de conhecimentos em nível de consciência, situações a-didáticas de ação são úteis também. Evidencia-se na Didática da Matemática a Engenharia Didática como metodologia de pesquisa.

2.4 A Metodologia de Pesquisa Engenharia Didática

A pesquisa em Didática da Matemática prepara os estudantes para duas direções dependentes, entretanto campos teóricos distintos: a teoria da transposição didática, desenvolvida por Yves Chevallard e a teoria da situação didática iniciada por Guy Brousseau e desenvolvida por diferentes pesquisadores. As duas abordagens possuem diferentes níveis de análise didática (ARTIGUE, 2002):

1. A teoria da transposição didática concentra a análise dos processos que são baseados no conhecimento referência produzido por uma instituição matemática

legitimada (conhecimento escolar) que negocia os objetos de ensino (conhecimento para ser ensinado) que são encontrados na vida diária da classe (conhecimento ensinado). Destacam-se certas leis de regularidade nos processos complexos de transposição.

2. A teoria de situações didáticas situa-se em um nível local. Destina-se á situações de ensino modelada a ponto de ser desenvolvida e gerida de forma controlada. (ARTIGUE, 2002)

Estas duas teorias ligam a necessidade de prever estudos de fenômenos didáticos dentro de uma abordagem sistêmica didática de análise onde a preparação dos estudantes não pode ser entendida como um simples processo de elementarização do conhecimento de matemática estabelecido para um conteúdo adaptado para o conhecimento prévio e habilidades cognitivas dos estudantes. (ARTIGUE, 2002)

Uma abordagem sistêmica via transposição didática introduz um sistema aberto para análise que inclui a fonte do conhecimento com objetivo de ensinar para questionar a possível viabilidade do conteúdo que se pretende promover ao mesmo tempo em que considera as leis que regem o funcionamento do sistema de ensino. A abordagem via teoria da situação didática é sistêmica por concentrar sistemas didáticos construídos em torno de seu professor e seus estudantes. É um sistema com vida útil limitada mergulhada no sistema aberto de ensino mundial. (ARTIGUE, 2002)

A teoria de situação didática se baseia em uma abordagem construtivista no princípio que o conhecimento é construído através da adaptação a um ambiente que parece problemático para o estudante. Uma teoria para controlar uma situação de ensino em sua relação com a produção do conhecimento matemático. O sistema didático é composto por três componentes que interagem mutuamente: o professor, o estudante, e o conhecimento. O objetivo é desenvolver os meios conceituais e metodológicos para controlar os fenômenos interagindo a sua relação com a construção e funcionamento do conhecimento matemático do estudante. (ARTIGUE, 2002)

A expressão "engenharia didática" surgiu na França no início dos anos de 1980, a fim de identificar uma forma de trabalho didático que é comparável ao trabalho de um engenheiro. Enquanto engenheiros baseiam seu trabalho no conhecimento científico de seu campo e aceitam o controle da teoria, eles são obrigados a trabalhar com objetos mais complexos do que os objetos refinados da ciência e, portanto, para gerir os problemas que a ciência não está disposta ou não ainda é capaz de enfrentar. (ARTIGUE, 2002)

Esta rotulagem era visto como um meio para abordar duas questões que foram cruciais no momento:

1. A questão da relação entre investigação e ação sobre o sistema de ensino;
2. A questão do lugar atribuído dentro de metodologias de pesquisa para as "performances" didáticas em sala de aula.

Esta dupla função determina a rota que a engenharia didática levará para o estabelecimento didático. Na verdade, a expressão tornou-se polissêmica, designando ambas as produções para o ensino derivado ou baseado em pesquisa e uma metodologia de pesquisa específica com base em experimentações de sala de aula. (ARTIGUE, 2002)

Engenharia Didática é uma abordagem sistêmica conectada com ideias teóricas que introduz muitos elementos da área Engenharia. Estes elementos decisórios e práticos são baseados em pesquisa científica e teorias, mas necessariamente tem que estender a objetos concretos, mais complexos do que os objetos simplificados destas teorias. A abordagem sistêmica consiste em uma análise cuidadosa da situação de ensino a ser postas em prática, a epistemologia, o cognitivo e os obstáculos didáticos contra a mudança, e as possibilidades de escolhas macro didáticas, ou escolhas globais que guiam o papel do engenheiro as variáveis micro didáticas ou escolhas locais que conduz o local de organização da engenharia que é a organização da sessão ou uma fase.

A complexidade do objeto requer aplicação e repetição do desenho - ensino experimental - redesenhar ciclo em níveis cada vez mais elevados, e também a consideração dos obstáculos quando o produto da engenharia é para ser distribuído - os obstáculos não são apenas para os estudantes, mas também para os professores, que tendem para adaptar para as novas ideias para seus estilos de ensino antigos assim, a destruí-los. (ARTIGUE, 2002)

A questão a ser tratada aqui diz respeito à reforma da unidade de ensino. O didata, seja um pesquisador ou um engenheiro, é, portanto, confrontado com um objeto de ensino que já foi realizado. *Por que deveria ser alterada? Os que objetivos que devem ser incluídos nesta reforma? Quais as dificuldades esperadas, e como eles podem ser superados? Como pode ser determinado o campo de validade para as soluções propostas devem ser determinados?* Este conjunto de perguntas deve ser respondido. O trabalho será composto por diversas fases. (ARTIGUE, 2002)

A primeira fase consiste em analisar o objeto de ensino, uma vez que já existe, na determinação da sua inadequação. A segunda fase é análise das limitações: limitações de natureza epistemológica ligada ao conhecimento matemático em jogo; limitações de natureza cognitiva associada à população-alvo através do ensino; limitações de natureza didática

ligadas ao funcionamento institucional do ensino. Necessário distinguir também dois tipos de engenharia didática: engenharia didática de pesquisa e engenharia didática de produção. (ARTIGUE, 2002)

O primeiro tipo constitui uma metodologia de pesquisa. Deve, portanto, permitir a validação em conformidade com regras explícitas. Aqui, a validação é uma validação interna a partir do confronto entre a análise a priori das situações construídas e a análise a posteriori das mesmas situações. Tendo em mente que a teoria de situações didáticas baseia-se no princípio que o significado, em termos de conhecimento, do comportamento de um estudante só pode ser entendida se este comportamento está intimamente relacionado com a situação em que se observa, esta situação e o seu potencial cognitivo têm de ser caracterizado antes de comparar esta análise a priori com os observados na realidade. É claro que tal posição sobre a validação só é defensável se as situações envolvidas na engenharia são estritamente controladas sobre o conteúdo tratado, a sua encenação, o papel do professor, a gestão do tempo, e assim por diante. O segundo tipo de engenharia está mais preocupado com a satisfação das condições clássicas impostas aos trabalhos de engenharia: eficácia, poder, adaptabilidade a diferentes contextos, e assim por diante. (ARTIGUE, 2002)

Acredita-se que, compreender problemas relacionados com a preparação de conteúdos de ensino, é importante identificar pontos onde os esforços devem ser concentrados, bem como permitir a criação de um conjunto de compreensões a cerca da tradição de pesquisa Didática da Matemática e Metodologia de Pesquisa compatível com as estruturas teóricas da Educação Matemática.

2.5 Sobre a evolução da pesquisa em Didática da Matemática

A pesquisa em Didática da Matemática requer desenvolvimento teórico tanto com relação aos fundamentos de desenvolvimento cognitivo quanto em relação às diferentes definições de estudo acima. As diversas teorias acima se distinguem também pelos tipos de problemas formulados e suas resoluções. Assim como, para os pesquisadores que tratam a Educação Matemática como ciência, tal como Hans-George Steiner propôs no capítulo 1, e as diferentes definições de estudo nas relações entre matemática e sociedade, avaliação, estudos sobre o conhecimento, professores e estudantes dentre outras questões.

Na Didática da Matemática é fundamental na concepção de matemática que se revela sem reducionismo. Por este motivo, constrói teorias próprias, específicas que explique o funcionamento do sistema teórico e técnico. Levando em consideração a complexidade do sistema global de ensino, tal como proposto por Hans-George Steiner, admite-se a

decomposição da teoria como forma de aperfeiçoar o funcionamento em conjunto das distintas e perspectivas de pesquisa. Uma colaboração estreita entre pesquisadores e professores, por vir a favorecer, como pensado por Jeremy Kilpatrick no capítulo 1, o funcionamento deste sistema em seu conjunto.

Como um domínio específico a Didática da Matemática é caracterizada pelas questões abordadas em suas pesquisas. A questão delineada na maioria das pesquisas em Didática da Matemática é como usar progressivamente a formalização no ensino de determinado conteúdo matemático. Esta, como outras questões, são geralmente tratadas à luz de métodos transportados da psicologia ou da sociologia. É dada maior importância aos aspectos qualitativos mais do que os quantitativos. A busca por compreender se Educação Matemática é ciência pode provocar nos educadores matemáticos a tentação do cientificismo. Algumas razões históricas podem produzir uma orientação específica de pesquisa durante um determinado período, mas a construção de uma ciência deve perpassar pela discussão do pensamento na comunidade onde está inserida.

Alguns pesquisadores consideram que a Educação Matemática é “fácil” tal como as ciências da educação. Entretanto, esta questão pode se configurar em equívoco, uma vez que Educação Matemática tem especificidades. Por certo, configura-se como “fácil” ou “dura” devido à compreensão do objeto matemático pelo ser humano. A relação entre outras tradições de pesquisa e suas interfaces pode vir a oferecer ferramentas e apresentar novos caminhos de resoluções para as questões abordadas na pesquisa. Por exemplo, a linguística pode vir a favorecer compreensão a cerca do problema de comunicação e interpretação na sala de aula, a sociologia analisar a condição de aprendizagem, a Ciência da Computação e a ferramenta Inteligência Artificial para a pesquisa pode vir a apontar as possibilidades de ensino e aprendizagem feita pela mente humana.

Neste sentido, o objetivo científico na construção da teoria, é um importante aspecto da pesquisa em qualquer tradição. No objetivo pragmático, ou seja, da melhoria do ensino e aprendizagem da matemática em qualquer nível, está implícito a hermenêutica. A despeito da tensão entre estes dois objetivos – científico e pragmático - um sem o outro tornaria qualquer tradição de pesquisa em Educação Matemática estéril.

A validade dos resultados das investigações se relaciona com o paradigma de pesquisa do pesquisador. No enfoque positivista o pesquisador trata de encontrar leis e de confirmar hipóteses acerca de condutas e procedimentos relativos à pesquisa. No enfoque interpretativo o pesquisador trata de busca alcançar o significado pessoal dos estudos, interações, pensamentos, atitudes, percepções dos participantes da pesquisa. O trabalho de Guy

Brousseau, Regine Douady e Michelle Artigüe são exemplos de integração entre estes paradigmas. O importante é a interação entre dois subsistemas – saber e estudante e a gestão da situação problema por parte do professor

Considerar do ponto de vista sistêmico a tradição de pesquisa Didática da Matemática é superar os possíveis antagonismos e dirigir esforços para integrar teorias, desenvolvimento e prática entre os diversos paradigmas e distintas concepções do ponto de vista complementar. Volta-se este ponto para o conceito de complementariedade que se apresenta como adequado para compreender os diferentes níveis de compreensão entre as diferentes relações entre conhecimento e atividade desenvolvida. Por este motivo, discute-se sobre epistemologia, como forma de trabalhar sobre o processo de construção do conhecimento científico que abarca os problemas de demarcação quando na análise dos objetos e métodos da Didática da Matemática e possíveis demarcações com outros campos do conhecimento.