

CAPÍTULO 1

SOBRE A PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Neste capítulo, discute-se sobre a pesquisa em Educação Matemática no âmbito nacional e internacional. O limite desta discussão está nas abordagens de alguns autores sobre a constituição da pesquisa na área. Considera-se pertinente uma ordem cronológica em termos de sequência lógica de fatos e ideias.

Parte-se, portanto, no âmbito nacional, da Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM, fundada para consolidar pesquisadores, professores e interessados na área com vínculos, interesses e preocupações comuns. A SBEM tem como missão desenvolver a formação matemática de todos os cidadãos de nosso país, além de promover o desenvolvimento da Educação Matemática como conhecimento científico, por meio de estímulo às atividades de pesquisa e estudo acadêmicos.

A seguir, apresenta-se, a Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação – ANPED¹ como um espaço de referência de produção em educação que desenvolve através de produção científica discussão teórica da área de Educação. Pontua-se, portanto, o trabalho do Grupo de Trabalho (GT 19) que versa sobre a produção científica na área de Educação Matemática que contempla discussões do tema Metodologia de Pesquisa.

No âmbito internacional, em 1997 representantes de 16 países europeus estabelecem uma nova sociedade a *European Research in Mathematics Education* – ERME, com a fundação desta sociedade, em 1998, aconteceu o primeiro *Congress European Research in Mathematics Education* – CERME. Esta sociedade, a ERME, apoia diferentes pesquisas na Europa, prepara os estudantes de pós-graduação como pesquisadores, e desenvolve atividades que ajudam a alcançar os três C que são os objetivos entre os membros do ERME: Comunicação, Cooperação e Colaboração.

O CERME promove justamente os três C que são objetivos do ERME como forma de assumir a necessidade de saber mais sobre a pesquisa e como tem sido feita, e, por este motivo, oferece como oportunidade a discussão sobre os três C entre os investigadores. Uma característica importante é que os membros dos grupos temáticos trabalham em um espaço comum de investigação. Há pelo menos um grupo temático de trabalho que discute sobre as

¹Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação. Disponível em: <http://www.anped.org.br/>. Acesso em: 25.07.2016

diferentes perspectivas teóricas na pesquisa. Neste grupo temático, há discussões cujo tema é a Metodologia de Pesquisa.

Após dialogar sobre os eventos que englobam a área, trata-se cronologicamente do trabalho pioneiro do pesquisador Dario Fiorentini que, em 1984, desenvolveu uma tese sobre o estado da arte da pesquisa brasileira em Educação Matemática sistematizando dissertações e teses, descrevendo, historicamente, a trajetória da área e as abordagens teórico-metodológicas de Resolução de Problemas e Modelagem Matemática. Depois, falar-se sobre o programa desenvolvido por Hans-Georg Steiner (1985;1987) denominado de Teoria da Educação Matemática – TME, com raiz no Instituto de Pesquisas em Didática da Matemática – IDM, cuja a preocupação era em sistematizar os fundamentos teóricos e metodológicos para a pesquisa em Educação Matemática.

Conclui-se, este capítulo, com as ideias de Jeremy Kilpatric (1996; 1996a) para a constituição da área de Educação Matemática e o trabalho de revisão bibliográfica que envolve a busca da identidade em Educação Matemática através do domínio de pesquisa com Anna Sierpinksa e Jeremy Kilpatric (1998).

1.1 Eventos Nacionais e Internacionais sobre Pesquisa em Educação Matemática

A pesquisa é delineada em uma determinada área, como um espaço, um ponto de encontro, entre as diversas obras, com possibilidade de intersecção com outras áreas, com o que o pesquisador escolhe trabalhar. Um relacionamento dinâmico e dialético é o que acontece entre o pesquisador e a pesquisa que desenvolve. O pesquisador sente-se motivado e envolvido por uma determinada teoria, e sempre questiona como aplicá-la, como interpretá-la, temperado pela comunidade de Educação Matemática na qual faz parte. Para este fim, a realização de eventos científicos possibilita o intercambio, o diálogo entre os pesquisadores da área.

Com a finalidade de trabalhar pela consolidação da Educação Matemática, enquanto área de conhecimento foi fundada em 1988 a Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM. Atualmente, a SBEM, conta com quatorze (14) grupos de trabalho – GT (conforme tabela 1 abaixo) que, de modo geral, se preocupam em compreender matemática, como interpretar matemática, e o fazer matemática, incluindo desde o estudante até o professor.

TABELA 1 - Grupo de Trabalho Sociedade Brasileira de Educação Matemática

SBEM G R U P O De T R A B A L H O	GT1 - Educação Matemática nas séries iniciais – objetiva discutir e divulgar pesquisas sobre o ensino-aprendizagem da Matemática nos quatro eixos: números e operações, grandezas e medidas, espaço e forma e educação estatística.
	GT2/GT3 - Educação Matemática nas séries finais do ensino fundamental e no ensino médio – pesquisas sobre vários temas: ensino-aprendizagem de aritmética, álgebra, geometria, grandezas e medidas; currículo, políticas públicas, educação profissional, a educação de jovens e adultos, a educação do campo, dentre outras.
	GT4 - Educação Matemática no ensino superior (página em construção).
	GT5 - História da Matemática e Cultura – pesquisa na linha da História da Matemática, História da Educação Matemática e do Programa Etnomatemática.
	GT6 - Educação Matemática: novas tecnologias e educação à distância – tema relacionados, com praticamente todos os GTs, em relação ao ensino-aprendizagem, articulado ao uso de Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC), Educação a Distância.
	GT7 - Formação de professores que ensinam Matemática – pesquisa sobre a formação e desenvolvimento profissional de professores que lecionam Matemática em qualquer nível de ensino, em situações formais e/ou informais.
	GT8 - Avaliação em Educação Matemática – discutir sobre os processos avaliativos sobre: Avaliação Educacional e Educação Matemática nos diferentes níveis e modalidades de ensino, dentre outros estudos.
	GT9 - Processos cognitivos e linguísticos em Educação Matemática (página em construção).
	GT10 - Modelagem matemática – criado em 2001 - debate sobre pesquisas que versam sobre Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática.
	GT11 - Filosofia da Educação Matemática - temas concernentes à Filosofia contemplados na dimensão da Educação Matemática: da matemática, de seu ensino e dos processos de educação na perspectiva da epistemologia, da ontologia e da axiologia.
	GT12 - Ensino de probabilidade e estatística – informação não disponível no site da SBEM.
	GT13 - Diferença. Inclusão e Educação Matemática – incluem-se as discursões sobre pessoas historicamente marginalizadas como: com deficiência e/ou transtornos; com altas habilidades; com dificuldades específicas de aprendizagem matemática; em situação de risco ou vulnerabilidade social.
	GT14 – Didática da Matemática (página em construção).

FONTE: SBEM. Disponível em: <http://www.sbembrasil.org.br/sbembrasil/>. Acesso em: 16.04.2016

A cada três anos pesquisadores que integram os GT, acima mencionados, se reúnem no Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática² – SIPEM, como forma de divulgar para a comunidade as pesquisas organizadas pelos Institutos de Ensino Superior – IES. Neste evento, há maior intercâmbio entre pesquisadores nacionais e internacionais, formação de parcerias entre os pesquisadores em projetos, além de investir na visibilidade da produção brasileira sobre pesquisa em Educação Matemática no âmbito nacional e internacional. Não foi encontrada discussão sobre metodologia de pesquisa nos anais do SIPEM I até o IV.

Um evento que trata sobre parâmetros balizadores para a pesquisa em Educação Matemática brasileira começou a partir do I Simpósio sobre Produção Científica na Educação Matemática Paulista – SIPCEMP. Por iniciativa da SBEM – SP reuniram-se os representantes vinculados às áreas de Educação/Ensino de Ciências e Matemática/Psicologia. Aconteceu o II

² Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática. Disponível em: <http://www.sbembrasil.org.br/sbembrasil/index.php/anais/sipem>. Acesso em: 18.03.2016

SIPECEMP em 2007 na UNESP em Rio Claro para socializar a produção científica e articulações entre as linhas de pesquisas e a formação do professor matemático do Estado de São Paulo.

Preocupados com a qualidade das pesquisas, em termos teórico-metodológico, e as condições de produção das pesquisas na área, o Grupo de Estudos e Pesquisas de Formação de Professores que Ensinam Matemática – GEPFPM, da Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP, em 2011 promove na Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” - UNESP – Rio Claro, São Paulo, junto ao o Programa de Pós Graduação em Educação Matemática – PPGEM, o “I Fórum de discussões sobre a pesquisa, denominado de Parâmetros Balizadores da Pesquisa em Educação Matemática”³.

O II fórum⁴ aconteceu em 2013 na UNICAMP com o objetivo de promover reflexão crítica sobre os pilares da pesquisa em Educação Matemática no Brasil, em seus entraves, possibilidades e limitações nas perspectivas epistemológica, histórica, sociocultural, econômica e acadêmica. Em 2015 o III fórum aconteceu na Pontifícia Universidade Católica de SP no Campus Consolação com temas que integram Programas das Áreas de Ensino e de Educação da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES⁵, com mapeamentos de novas pesquisas, e avaliação dos Mestrados Acadêmicos, Profissionais e a produção de conhecimento.

A Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação – ANPED, fundada em 1976, constitui-se em um importante espaço para a discussão sobre o desenvolvimento de pesquisas na pós-graduação sobre a área de Educação no Brasil. Em 1997 professores da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC-SP decidem propor um grupo de trabalho em Educação Matemática. Inicialmente, em fase probatória, grupo de estudos sobre Educação Matemática. Em 1999, na assembleia da ANPED o grupo de estudos sobre Educação Matemática passou a ser um Grupo de trabalho - GT 19 – Educação Matemática.

Dario Fiorentini, em 1994, desenvolveu mapeamento de 48 trabalhos aprovados pelo Comitê Científico da ANPED no período de 1998-2001. O objetivo foi descrever analisar e

³ I Fórum de pesquisa. Parâmetros Balizadores da Pesquisa em Educação Matemática. <https://sites.google.com/site/eventodepesquisa/edicao-anterior>. Acesso em: 18.03.2016.

⁴ II Fórum de pesquisa. Parâmetros Balizadores da Pesquisa em Educação Matemática. <https://sites.google.com/site/eventopesquisa2/home>. Acesso em: 18.03.2016.

⁵ CAPES. Disponível em: <http://www.capes.gov.br/>. Acesso em: 06.09.2016.

discutir problemas e tendências temáticas, e teórico-metodológicas relativas ao lugar da pesquisa em Educação Matemática descrevendo e analisando tendências temáticas e metodológicas dos trabalhos produzidos pelo GT 19. De um ponto de vista do desenvolvimento de um referencial teórico-metodológico, a existência de temas ou linhas de pesquisas viáveis e exequíveis do ponto de vista da pesquisa, geralmente já consolidado por pesquisadores. (FIORENTINI, 1994).

O mapeamento, dos 80 resumos, das pesquisas qualitativas do GT 19, entre 1988 a 2014, foi escrito por Adair Mendes Nacarato, Ana Cristina Ferreira, Celi Espasandi Lopes, Dario Fiorentini e Regina Celia Grando. O trabalho escrito por estes autores é fruto de uma mesa-redonda sobre os problemas em metodologia de pesquisa na formação de professores de matemática. Destaca a incoerência entre os pressupostos teóricos e a metodologia utilizada, a dificuldade de sintetizar de forma coerente o objetivo do trabalho, bem como a insuficiência de informação nos resumos. (NACARATO, et al., 2005)

O mapeamento sobre Engenharia Didática na ANPED teve como objetivo tecer reflexões sobre as pesquisas fundamentadas na Engenharia Didática nos trabalhos apresentados no período de 1999-2005. Como resultado muito dos trabalhos mapeados não explicitaram claramente os pressupostos epistemológicos, cognitivos e didáticos da pesquisa realizada, nem a escolha das variáveis envolvidas (ALMOULOUD, et al. 2008).

No âmbito internacional, como dito anteriormente na introdução, há na CERME o grupo de trabalho TWG: *Theoretical perspectives and approaches in mathematics education research* se dedica justamente a discutir as diferentes abordagens e perspectivas teóricas nas várias práticas de pesquisa, explorando as possibilidades de como lidar com esta diversidade para a constituição da área enquanto campo científico. Esta discussão levou os pesquisadores desse fórum a uma reflexão sobre a natureza, os papéis e funções das teorias em Educação Matemática, nas suas relações com as metodologias utilizadas nas pesquisas da área.

A discussão sobre trabalhos aceitos para o CERME resultou de pesquisas empíricas, com base nos seguintes procedimentos:

1. A influência de diferentes teorias na análise dos dados: considerar um determinado conjunto de dados ou fenômenos por meio de diferentes lentes teóricas e analisar as diferenças resultantes; analisar as interações de duas ou mais teorias e como elas são aplicadas à mesma pesquisa empírica;

2. A relação entre teoria e pesquisa empírica: analisar como um paradigma de pesquisa específico influencia a pesquisa empírica; exemplificar como estudos empíricos contribuem para o desenvolvimento e evolução das teorias;
3. A relação entre pesquisa e prática por meio da análise de como a pesquisa influencia na prática e vice-versa.

Observa-se, portanto, que nos espaços privilegiados de discussão delineados acima, que a comunidade de Educação Matemática, no âmbito nacional e internacional, ao longo das últimas décadas, vem se tornando uma área estabelecida de pesquisa. Uma área em crescimento procurando consolidar quadros teóricos em construção permanente, que incorpora diversos modos de construir saberes, com numerosos eventos, periódicos, série de livros, conferências e fóruns.

Nas plenárias do CERME o grupo que pesquisa sobre as “Diferentes abordagens e perspectivas teóricas na pesquisa em Educação Matemática” busca explicitar seus pressupostos teóricos, bem como compreender a relação entre as diferentes teorias. Afunila-se para a seguinte questão: *Porque os pesquisadores adotam um método (particular) teórico ao apresentar os resultados de sua pesquisa?* Dentre as respostas possíveis pode-se incluir que os pesquisadores adotam um método teórico, um modelo específico, por ser “moda” ou porque o pesquisador trabalha em uma determinada cultura onde um determinado modelo é aceito, ou pode o modelo abordar questões centrais que os pesquisadores procuram compreender.

No CERME 5 as discussões apontam para pensar sobre a importância de se ter diferentes metodologias de pesquisa em Educação Matemática a fim de possibilitar a escolha por vários métodos. O uso de métodos qualitativos e quantitativos, para a metodologia de pesquisa, denominada de multi-métodos que é um método de pesquisa que envolve coleta, análise e integração de dados quantitativos e qualitativos em um único estudo ou em vários estudos.

A vantagem da abordagem quantitativa são os testes que, geralmente, são administrados para muitos participantes e onde são produzidos muitos dados em pouco tempo com o custo baixo. Os dados são obtidos com base em uma amostra representativa, o que significa que é mais provável generalizar com base nos dados as declarações feitas pelos participantes. Todavia, a desvantagem desta abordagem é que os dados produzidos podem

carecer de profundidade sobre o tema a ser pesquisado. Então, a aplicação de multi-métodos, como por exemplo, a entrevista, pode favorecer a compreensão dos dados estatísticos, a observação pode auxiliar a leitura dos testes com múltiplas questões fornecendo informações sobre o conhecimento matemático no contexto onde está ocorrendo a investigação. (PETROU, 2007)

A utilização de abordagem de estudo de caso nas pesquisas em Educação Matemática, vem sendo adotada para explorar a relação entre dois aspectos do conhecimento matemático: conhecimento da matéria - que consiste no conhecimento centrado na organização dos principais fatos, conceitos sobre os processos pelos quais as teorias e os modelos são produzidos e estabelecidos como válidos; o conhecimento pedagógico do conteúdo – inclui as interpretações, exemplos e aplicações que os professores utilizam a fim de tornar compreensível o assunto para o estudante. (PETROU, 2007)

A escolha de uma determinada metodologia de pesquisa relaciona-se a perspectiva teórica adotada pelo pesquisador, que comumente é referida como paradigma de pesquisa. Na literatura sobre pesquisa multi-métodos, existem diferentes posições de como paradigmas de pesquisas informam o desenho de seu estudo. Ou seja, um tipo de método é mais apropriado para certo tipo de pesquisa, enquanto outro tipo é mais apropriado para outro tipo de pesquisa. (PETROU, 2007). No CERME 6 e 7, não houve discussão sobre metodologia de pesquisa.

No CERME 8 a comparação entre “Pesquisa - Baseada em Design “ (PBD)” e Engenharia Didática “ (ED), foi para identificar as suas características básicas, semelhanças, diferenças e possíveis complementaridades dos problemas, princípios teóricos e métodos”. A Pesquisa - Baseada em *Design* é da família de abordagens metodológicas que estudam a aprendizagem em contexto. Usa o *design* e análise sistemática de estratégias e ferramentas de ensino tentando garantir a independência da pesquisa. A Pesquisa-Baseada em *Design* pode auxiliar a criar e ampliar o conhecimento sobre o desenvolvimento e sustentação de aprendizagem em ambientes inovadores. (GODINO, et al. 2013)

O *design* é utilizado como método de pesquisa para diferenciar do *design* de delineamento experimental clássico: o objetivo central da concepção de ambientes de aprendizagem e desenvolvimento de *prototheories*⁶ de aprendizagem está interligado; o

⁶ *Prototheories* ou proto-ciências são ciências em curso, para o qual não há lugar no edifício ensino da ciência estabelecida, mas pode ser que o que ainda é uma teoria de fora, amanhã pode ser nos livros de ciência ou é

desenvolvimento e pesquisa têm lugar através de ciclos contínuos de *design*, promulgação, análise e redesenho; a pesquisa deve explicar e projetar cenários autênticos, com sucessos, fracassos, interações que refinam a nossa compreensão de questões cujo aprendizado esteja envolvido; os desenvolvimentos dos resultados estão baseados em métodos que se conectam com promulgação de desfechos interessantes. (GODINO, et al.,2013)

Designs de experimentos são para desenvolver teorias e sintonizar com o que funciona com o que é útil. São três fases: planejamento da experiência; experimentação para apoiar a aprendizagem; análise retrospectiva dos dados gerados ao longo do experimento. As experiências de *design* incorporam dois elementos críticos para guiar a melhoria da prática educativa: a concepção e a avaliação. Estas experiências são complementadas por métodos de estudos etnográficos, pesquisa clínica experimental ou quase experimental, para avaliar os efeitos das variáveis independentes sobre variáveis dependentes, como também representam desafios que podem ser comuns em outras pesquisas sobre educação, como por exemplo: dificuldades decorrentes da situação cotidiana e a resistência ao controle experimental; grandes quantidades de dados decorrentes da necessidade de combinar etnografia e análise quantitativa. (GODINO, et al.,2013)

A Engenharia Didática é uma metodologia de pesquisa que se baseia na concepção e avaliação de sequências teoricamente justificados de ensino da matemática, com a intenção de desencadear a emergência de alguns fenômenos educativos e desenvolver recursos de ensino cientificamente testados. A validação é essencialmente interna, com base no confronto entre a *priori* e a *posteriori*. Sugere-se que a Engenharia Didática seja mais que uma metodologia de pesquisa se destina igualmente a uma transposição didática viável no ensino, como um produto tão importante quanto o método. De acordo com o objetivo da pesquisa a engenharia pode produzir resultados de pesquisa com divulgação mais ampla de cenários utilizados, e engenharia para o desenvolvimento e formação com produção de recursos para a formação de professores. (GODINO, et al.,2013)

Para Engenharia Didática e Pesquisa-Baseada em *Design*, segundo o quadro 1 abaixo, as questões paradigmáticas são um pouco semelhante, embora orientado e especificado à luz da teoria subjacente. As situações fundamentais são modelos ou representações de caracterizações de conhecimento matemático através das questões ou problemas para os quais esse conhecimento é uma resposta. A posição epistemológica construtivista sobre o conhecimento matemático, apoio da Engenharia Didática, foi destacada pela Teoria do Antropológico do Didático (TAD) e da Abordagem Ontosemiotica (AOS). Conseqüentemente, pode-se ver na PBD uma extensão da ED. A PBD não tem uma estrutura teórica única ou preferida, enquanto a ED repousa sobre uma teoria a Teoria das Situações Didáticas que fornece critérios para desenvolver situações fundamentais específicas para a matemática e para conduzir o ensino-aprendizagem autonoma dos alunos. Metodologicamente, o estudo preliminar proposto pela ED tem orientação na base da teoria para a análise epistemológica do conhecimento matemático a ser ensinado. (GODINO, et al.,2013)

QUADRO 1- Comparação da Pesquisa Baseada em *Design* e Engenharia Didática (TSD)

	PESQUISA-BASEADA EM <i>DESIGN</i> (PBD)	ENGENHARIA DIDÁTICA - ED (TSD -TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS)
QUESTÕES PARADIGMÁTICAS	- COMO MELHORAR A APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA EM CONTEXTOS ESCOLARES REALISTAS, BASEADAS EM RESULTADOS DE PESQUISA? - QUE RECURSOS DE INSTRUÇÃO PODEM SER USADOS PARA MELHORAR O ENSINO E APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA?	- QUE TIPO DE SITUAÇÕES-PROBLEMA DÁ SENTIDO A UM CONHECIMENTO MATEMÁTICO ESPECÍFICO? (SITUAÇÕES FUNDAMENTAIS) - QUE CARACTERÍSTICAS DEVEM TER O MEIO PARA QUE O ALUNO POSSA ATINGIR A APRENDIZAGEM INDEPENDENTE DE UM CONHECIMENTO ESPECÍFICO? (DIALÉTICA ENTRE SITUAÇÕES A-DIDÁTICAS E DIDÁTICAS)
PRESSUPOSTOS TEÓRICOS	- O PROJETO É BASEADO EM VÁRIAS ESTRUTURAS INTERPRETATIVAS - TEORIAS EMERGIR A PARTIR DOS DADOS	- A TSD ORIENTAR A FORMULAÇÃO DE HIPÓTESES SOBRE O PROJETO E OS RESULTADOS ESPERADOS - TESTE DE DADOS A TEORIA
METODOLOGIA	TIPO: MISTO (QUALITATIVA/ QUANTITATIVA) FASES: - PREPARAÇÃO DO EXPERIMENTO - EXPERIMENTAÇÃO - ANÁLISE RETROSPECTIVA	TIPO: MISTO, COM ÊNFASE POSITIVISTA (NOMOTÉTICO) FASES: (GUIADOS PELA BASE DA TEORIA) - FASE PRELIMINAR - CONCEPÇÃO E ANÁLISE <i>A PRIORI</i> - EXPERIMENTAÇÃO - UMA ANÁLISE <i>POSTERIORI</i> - VALIDAÇÃO
RESULTADOS	- RECURSOS INSTRUCIONAIS - TEORIAS EMERGENTES LOCAIS	- TESTAR HIPÓTESES DERIVADAS DA BASE-TEORIA - SITUAÇÕES FUNDAMENTAIS - RECURSOS INSTRUCIONAIS

FONTE: GODINO, et al., (2013, p. 2815)

O objetivo da PBD é desenvolver recursos instrucionais para melhorar o ensino e aprendizagem da matemática com base em pesquisas. A pesquisa sobre intervenções

educativas depende criticamente dos referenciais teóricos utilizados que apoiam a concepção e interpretação dos resultados. Diferente na PBD onde a pesquisa dependerá da teoria de base, ou a falta da teoria, e, portanto, uma família de metodologias ou abordagens de pesquisas educacionais. Uma vez que o objetivo é desenvolver um produto com base na pesquisa, pode ser considerada como uma forma de engenharia. A Engenharia Didática francesa, como tradição mais ampla, aborda um problema semelhante, embora apoiada por uma teoria explícita que é a Teoria das Situações Didáticas. Pode-se considerar a ED um antecedente da PBD e um exemplo particular da mesma. (GODINO, et al.,2013)

Designs de intrução com base em modelos teóricos diferentes a TSD são realizadas para produzir uma variedade de projetos baseados em pesquisas. Os tipos de engenharia didática, conforme a figura 1, compartilham problemas semelhantes. Para o pesquisador apoiar seu trabalho em uma engenharia particular e explicar os resultados obtidos em cada caso são necessárias novas análises para que esclareça detalhadamente (GODINO, et al.,2013) os limites e possibilidades de seu uso.

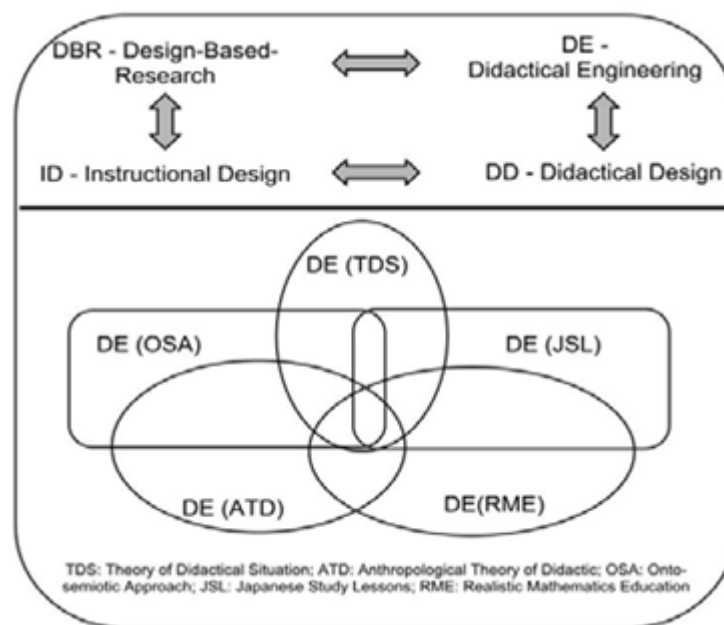


Figura 1 - Variedade de Pesquisa - Baseada em Design (PBD)

Fonte: GODINO, et al. (2013, p.2817)

O CERME 8 traz discussão sobre “rede de métodos”. Considera-se, como método entrevista com lembranças estimuladas. E, apresenta-se a caneta *Livescribe* como instrumento

importante para a pesquisa por capturar *in loco* as impressões do pesquisado. Descreve protocolos de pensar em voz alta (T-AP) e a abordagem de tarefas-baseadas em entrevista (T-BI) para capturar dados na resolução de problemas. Estas abordagens dependem de relatos verbais dos participantes que permita envolvimento em reflexão “ao vivo” no desempenho “livre” de resolução de problemas a fim de provocar raciocínio. As abordagens foram desenvolvidas em Educação Matemática no século XX é relevante para o pensamento do novo pesquisador (HICKMAN; MONAGHAN, 2013)

Lembrança estimulada é um subconjunto de um conjunto de métodos introspectivos que significa induzir dados sobre procesos de pensamentos envolvidos na realização de uma tarefa ou atividade. A lembrança estimulada por entrevista normalmente envolve utilização de um estímulo, tal como fita de áudio ou vídeos para “ativar o participante para reviver” o episódio a ponto de ser capaz de fornecer retrospecto verbalizado de processo de pensamento original. Permite que os investigadores explorem participantes, os conhecimentos, opiniões, entendimentos, interpretações, experiências, interações, compartilhando princípios ontológicos e epistemológicos. A *Livescribe* é uma caneta digital com gravador de áudio digital embutido que pode ser usada como caneta regular, mas registra em tempo real junto com os sons para ser transferido para um computador e assim reproduzido. Tem sido um estímulo para entrevista através da lembrança estimulada. (HICKMAN; MONAGHAN, 2013)

Estes métodos incidem sobre os seguintes temas: exemplos de estratégias para conectar teorias (metodologias); condições para um diálogo produtivo entre teóricos (metodologia); dificuldades e estratégias ao reunir resultados de diferentes quadros teóricos; o papel do material empírico (dados de pesquisa) na rede e *design* de teorias; a interação entre contextos e abordagens teóricas: a diversidade de abordagens em direção a diferentes culturas e contextos. De forma específica, levantou a discussão sobre a metodologia e sua relação com a teoria, que o artefato *Livescribe* juntamente com a Lembrança Estimulada por Entrevista pode permitir que as redes de teorias/metodologias, e possivelmente construir uma metodologia mais forte, pode-se também considerar estas duas posições meta-teorias em rede. (HICKMAN; MONAGHAN, 2013)

No CERME 9 a discussão sobre metodologia da pesquisa foi um estudo introdutório sobre o método *mineração de dados*⁷ em Educação Matemática. Este método é semelhante à

⁷ Educational Data Mining. Disponível em: <http://www.educationaldatamining.org>. Acesso em: 19.03.2016

obtenção de minério de areia, onde o minério é o conhecimento. Podendo assim, ser denominada de mineração de conhecimento, mas não é assim denominado porque a ideia é colocar ênfase na grande quantidade de dados que com este método pode o pesquisador trabalhar. As definições encontradas na literatura sobre mineração de dados são: metodologia utilizada para identificar padrões ocultos em grande conjunto de dados; processo que analisa os dados partindo de diferentes pontos de vista resumindo informações úteis; tecnologia usada para descrever descoberta de conhecimentos e relacionamentos significativos. (ASKSOY, et al.,2015)

As técnicas mineração deste método são: *Clustering* uma técnica que agrupa automaticamente dados de segunda ordem por semelhança; *Classificação e regressão* – na classificação a variável prevista é binária ou categórica, incluem-se dados educacionais árvores de decisão, regressão logística e máquinas de vetor suporte, são modelos preditivos que pode comparar o comportamento de estudantes de hoje com os do passado – na regressão a variável prevista é a contínua, inclui-se dados educacionais como árvores de decisão e redes *Bayesian* e pode ser usado para prever comportamento do estudante em um ambiente educacional; Regras de associação são atributos de dados, regras características de classificação e previsão para descrever uma situação futura. Em educação pode ser usada para trazer regras interessantes sobre registros dos estudantes, fatos ocultos na compreensão do comportamento do estudante em um ambiente de aprendizagem, como o estilo de aprender, o padrão utilizado, a avaliação, dentre outras questões. Estas regras podem auxiliar o professor à entender as necessidades do estudante em melhorar as habilidades de aprendizagem. (ASKSOY, et al.,2015)

Comparando aos métodos estatísticos tradicionais, a mineração de dados pode auxiliar de forma mais completa os dados encontrando padrões não vistos anteriormente, e prever modelos que permita tomar melhor decisão, e, portanto, moldar futuros eventos. Uma das funções da mineração de dados é identificar irregularidades entre os dados, e a outra função é encontrar relação entre variáveis que irá prever valores desconhecidos ou futuros das variáveis. Ao contrário da análise descritiva e inferencial que dependem de médias e desvios padrão, a mineração de dados usa a Estatística determinística, e paramétrica e não paramétricos para analisar registros de dados. (ASKSOY, et al.,2015)

Em educação, mineração de dados pode ser usada para: determinar equívocos encontrados na pesquisa qualitativa (técnicas de classificação ou regras de associação); determinar equívocos ou erros que ocorrem em conjunto (regras de associação); alguns fatores determinadamente importantes para formar grupos compatíveis na aprendizagem colaborativa (técnica de classificação para agrupamento); determinados fatores que afetam a realização matemática (classificação de técnicas); prever e tomar precauções com o desempenho do estudante no início e no final do ano (técnicas de classificação); determinar características dos estudantes com necessidades especiais (*clustering*)⁸; investigar as relações entre as diferentes perspectivas teóricas utilizadas em educação e ligá-las (regras de associação ou técnicas de classificação); descobrir relacionamentos nos padrões de comportamento dos estudantes (regras de associação). (ASKSOY, et al.,2015)

A complexidade da Educação Matemática reflete nas pesquisas da área, tanto no âmbito nacional quanto no internacional, nos significados propostos por pesquisadores, e na relação com outras áreas do conhecimento. As pesquisas têm sido produzidas, em decorrência dos programas de pós-graduação, conseqüentemente há discussão sobre a diversidade metodológica diante desta complexidade. Há também um movimento crescente de realização de eventos na área como espaço de discussão e difusão das ideias.

A pesquisa em Educação Matemática não é pesquisa em Matemática, e nem é pesquisa em Educação (BICUDO 1983) mais trata de assuntos tanto da matemática quanto da educação. Não haverá uma resposta definitiva, uma resolução final, para o que venha a ser a pesquisa em Educação Matemática. Entretanto, múltiplas respostas, várias análises, em diferentes países com diferentes culturas, e várias visões para o futuro da pesquisa em Educação Matemática.

Vê-se, portanto, que a Educação Matemática é um campo de conhecimento aberto, que incorpora diversos modos de construir saberes adequado ao seu objeto de estudo, é uma área em crescimento procurando consolidar quadros teóricos em construção permanente.

⁸ *Clustering* é uma técnica de *Data Mining* para fazer agrupamentos automáticos de dados segundo seu grau de semelhança. Disponível em: http://home.deib.polimi.it/matteucc/Clustering/tutorial_html/. Acesso em: 20.03.2016.

1.2 Teoria da Educação Matemática - TME: programa de Hans-Georg Steiner

A Teoria da Educação Matemática nasce da preocupação de Hans-Georg Steiner em sistematizar os fundamentos de teorias e metodologias para pesquisa em Educação Matemática. Bem como, da necessidade de compreender o que é a área Educação Matemática, de problematizar os seus fenômenos, de compreender para onde a área poderia evoluir, e das relações que podem ser estabelecidas. O trabalho de Hans-Georg Steiner tem raiz no Instituto de Pesquisas em Didática Matemática – IDM, onde trabalhou com a fundamentação teórica Didática da Matemática.

No V *International Congress on Mathematical Education* – ICME, Hans-Georg Steiner apresentou a TME e os três componentes inter-relacionados que serão discutidos ao longo desta seção (STEINER, 1987, p.46):

1. A identificação e a elaboração de problemas básicos na orientação, na fundamentação, na metodologia, e na organização da Educação Matemática como disciplina;
2. O desenvolvimento de uma abordagem abrangente para a Educação Matemática em sua totalidade quando visto como um sistema interativo compreendendo a pesquisa, o seu desenvolvimento e a prática;
3. Investigação auto-referente e a meta-investigação relacionada com a Educação Matemática fornecem informações sobre o estado da arte, sobre situações problemas, e as necessidades da disciplina em respeito às diferenças regionais e nacionais. (Tradução nossa)⁹

Hans-George Steiner delineou a TME em *nove ideias*. A *primeira ideia* é sobre a Complexidade, as inter-relações, e uma visão sistêmica para a Educação Matemática. A área da Educação Matemática é caracterizada por extrema complexidade. Explicar a Educação Matemática como área complexa, perpassa, por certo, ao oposto do significado do que vem a ser linear, ou do significado de determinismo. Seria admitir a Educação Matemática como disciplina científica e um sistema social que compreende teoria, desenvolvimento e prática. (STEINER, 1985)

Pode-se dizer que, observado o fenômeno e as circunstâncias, entender a sua complexidade significa perceber que existe a área Educação Matemática que é o todo,

⁹ 1. The identification and preparation of basic problems in orientation, rationale, methodology, and organization of mathematics education as a discipline; 2. The development of a comprehensive approach to mathematics education in its entirety when viewed as an interactive system comprising research, development and practice; 3. Research self-referential and meta-research related to mathematics education provide information about the state of the art of problem situations, and the discipline of requirements with respect to regional and national differences.

compreendido aqui como um sistema, e que esta área tem partes que a constituem que são os subsistemas e suas inter-relações. Pensar sobre uma visão sistêmica para a área possibilitaria olhar este sistema, ou seja, à área como um todo, e seus subsistemas. Neste caso, seria preciso levar em consideração a sua complexidade. Os subsistemas nem sempre atuam bem, falta interconexão e cooperação mútua entre eles.

Portanto, devem-se levar em consideração na pesquisa os vários contextos em que acontece a aprendizagem matemática e o pensamento matemático. Ambos estão incorporados no sistema cognitivo do estudante, do tema a ser estudado, e do contexto em questão. Geralmente, o pesquisador concentra sua pesquisa ou na aprendizagem do estudante ou no pensamento do estudante e negligencia as interações entre a aprendizagem e o pensamento do estudante. A Educação Matemática admite uma interpretação dialética como disciplina científica e como sistema social interativo que compreende o desenvolvimento da teoria e prática. (STEINER, 1985)

Uma abordagem sistêmica com as suas tarefas auto-referentes pode ser compreendida como um meta-paradigma organizativo para a Educação Matemática. Parece ser uma necessidade a fim, não só de lidar com a complexidade geral, mas também porque o caráter sistêmico se revela em todos os problemas particulares do campo [...] (STEINER, 1985, p.11. Tradução nossa).¹⁰

Alguns pesquisadores tratam as interações trabalhando as relações e apresentando em forma de esquemas, para discutir o lugar que cada subsistema ocupa e quais as contribuições na constituição destes saberes.

No modelo desenvolvido por Hans-George Steiner a disciplina científica Educação Matemática (EM) se insere em um Sistema de Ensino da Matemática (SEM) – Formação do Professor de Matemática, desenvolvimento curricular em matemática, materiais didáticos, avaliação, etc. - que se insere em um sistema social complexo denominado de Educação Matemática e Ensino (GODINO, 2010).

No diagrama são identificados os subsistemas: formação de professor, desenvolvimento curricular, materiais didáticos, avaliação, etc., e a própria Educação

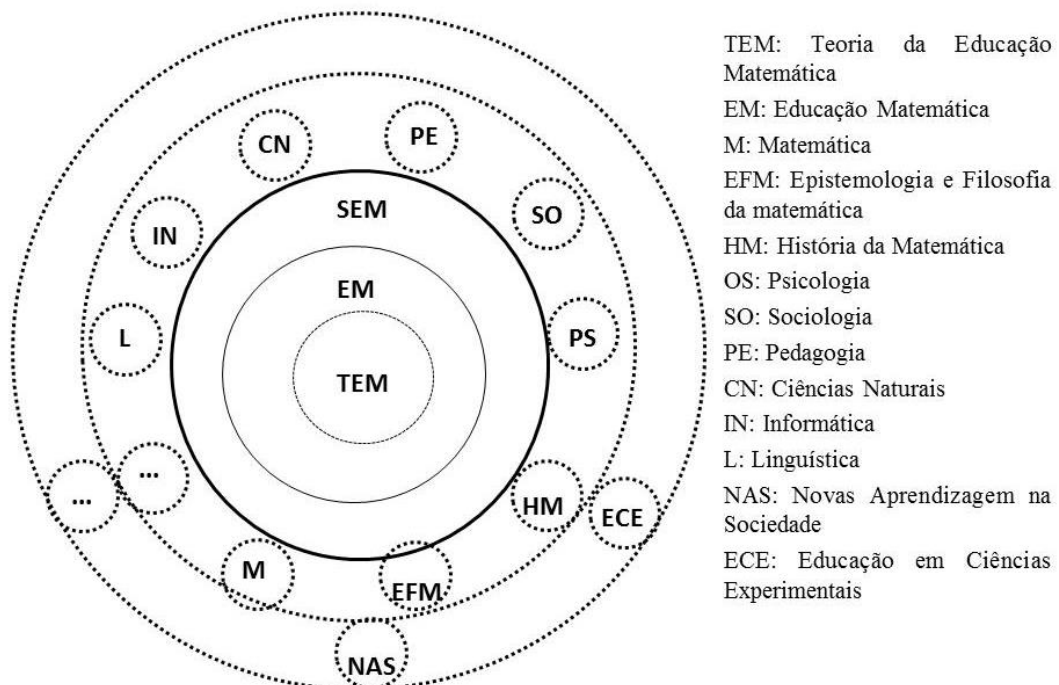
¹⁰ A systemic approach to their self-related tasks can be understood as an organizational meta-paradigm for mathematics education. It seems to be a necessity in order not only to deal with the overall complexity, but also because the systemic character reveals itself in every particular field problems. (STEINER, 1985, p.11)

Matemática que faz parte do SEM. Também faz parte do diagrama as ciências referenciais: Matemática (M), Epistemologia e Filosofia da Matemática (EFM), História da Matemática (HM), Psicologia (P), Linguística (L), Sociologia (S).

Na parte do entorno Hans-George Steiner relaciona todo o sistema da Educação Matemática com as Novas Aprendizagens na Sociedade (NAS), para representar o ensino de ideias fora do contexto escolar, e as inter-relações com Educação em Ciências Experimentais (ECE). A Teoria em Educação Matemática (TEM) situa-se em um plano interior que contempla e analisa em sua totalidade um rico sistema global. A TEM seria então, como um componente da Educação Matemática, que está inserido em um sistema mais amplo denominado de Sistema de Ensino da Matemática (SEM) que o constitui. (GODINO, 2010)

A visão sistêmica tem relação com a noção interdisciplinar de sistema adotada pelas ciências sociais. Niklas Luhmann um importante teórico alemão da contemporaneidade, renova a ideia sobre teoria dos sistemas baseado em uma mudança fundamental quando na distinção do todo e das partes, para a distinção de sistema e entornos tendo como referência o conceito de complexidade. (NEVES, 2006)

GRÁFICO 1- Relações da Didática de Matemática com outras disciplinas e sistemas



FONTE: STEINER (1990 *apud* Godino, 2010, p.3)

O tema complexidade ganha referência teórica no século XX, construído a partir das transformações nas ciências naturais e da matemática, operada no início deste século que colocaram em dúvida o estatuto epistemológico da física newtoniana que se ligavam as ideias de universo determinista, de reduções a causas últimas, do mecanismo e reversibilidade. Estas expressões são uteis para entender o conceito anterior de complexidade e o porquê do fascínio que as matemáticas exerciam naquela época. (NEVES, 2006)

Contribuições recentes à teoria geral dos sistemas enfocam a relação do sistema/entorno. Os sistemas se definem, criam identidade partindo das suas próprias operações. Estas operações são dependentes do sistema no qual são produzidos, que por sua vez, produzem o próprio sistema. Começa com um processo circular de autoprodução de componentes capaz de dar sentido e informações do entorno, e por isso se distingue do mesmo. Assim, a ideia de Niklas Luhmann não parte da noção de unidade, mas de diferença, buscando na complexidade a superação da causa e efeito (NEVES, 2006).

Complexidade significa a totalidade dos acontecimentos e circunstâncias. Quanto maior a possibilidade de acontecimentos cresce a relação entre os elementos que compõe estas circunstâncias. A capacidade humana não dá conta de apreender esta complexidade, neste ponto assumem os sistemas. A visão sistemática intervém entre a complexidade e a capacidade humana em trabalhar a complexidade. A função da visão sistemática é de reduzir a complexidade excluindo determinadas possibilidades e selecionando outras. (NEVES, 2006)

O sistema é, portanto, definido por sua diferença em relação ao entorno. Ou seja, o sistema que contém sua diferença é em si auto-poiético (capaz de se autoproduzir), autorreferente (que se refere a si mesmo) e operacionalmente fechado por se constitui reduzido à complexidade do entorno. Se por um lado o sistema reduz a complexidade, por outro lado constroem a própria complexidade. Precisa fechar produzindo a construção de sua própria complexidade com seu autopoiesis (criação de seu próprio elemento). O entorno é mais complexo que o sistema por englobar todas as relações, acontecimentos e situações possíveis (NEVES, 2006).

O sistema se decompõe em subsistemas, elementos e relações. Não existem elementos sem conexões relacionais nem relações sem elementos. Os elementos são para o sistema que o utiliza como unidade. Niklas Luhmann define complexidade quando um conjunto inter-relacionado de elementos já não tem como se relacionar com outros devido a suas limitações e

para que ocorra a seleção, é necessária a obrigação da seleção que significa contingência e contingência significa risco. (NEVES, 2006)

A ideia delineada acima sobre complexidade é necessária sempre que for explicado o funcionamento de um conjunto de elementos tal como pensou Hans-Georg Steiner na TME:

No que diz respeito a determinadas tarefas e aspectos a Educação Matemática como disciplina e campo profissional é um subsistema. É um único campo científico que estuda todo o sistema. Uma aproximação sistêmica com suas tarefas de auto – referência deve considerar-se como meta-paradigma organizativo para Educação Matemática. Parece ser uma necessidade de gerir a complexidade da totalidade, mesmo porque o caráter sistêmico se apresenta em cada problema particular do campo (STEINER, 1985, p,11. “Tradução nossa”)¹¹

Para completar a explicação sobre complexidade Niklas Luhmann introduz a figura do observador. O observador é aquele que é capaz de decompor a unidade de uma multiplicidade em elementos e relações. Um observado pode descrever a complexidade de outro observador. Ou seja, um observador de segundo plano. Para este autor, toda observação é uma visão sistêmica, mas nem toda visão sistêmica é uma observação. A complexidade é captada justamente pela observação. (NEVES, 2006).

A observação parece dar o tom de que é possível refutar ideias prontas que supostamente poderiam dar conta de resolver determinadas questões dentro de um determinado sistema advindas do fenômeno pesquisado, possibilitando a exploração de aqueles outros fenômenos subjacentes.

A segunda ideia versa sobre as *Diferentes visões da Educação Matemática como ciência. Diante da complexidade da área de Educação Matemática seria impossível atacar os problemas cientificamente.* A reação para esta pergunta seria ver a Educação Matemática como um campo subjetivo, pragmático limitado a uma interpretação do ensino da matemática como arte, e neste sentido, nunca se tornaria uma ciência. Outra reação seria reduzir de forma sistemática a complexidade da área selecionando um determinado aspecto, como análise de conteúdo, currículo, métodos de ensino, desenvolvimento de capacidades nas crianças, como especificidades determinantes da área. Isto acontece, quando as várias disciplinas de referência tal como matemática, epistemologia, pedagogia, psicologia, sociologia, ou teorias e

¹¹ With regard to Certain tasks and aspects of mathematics education as a discipline and professional field is a subsystem. It is a unique scientific field studies que the entire system. The systemic approach to self Their tasks - reference shouldnt be Regarded meta-organizational paradigm for mathematics education. It seems to be a need to manage the complexity of all, even the the systemic nature presents itself in each particular field problem

métodos em uma destas disciplinas, buscam um papel preferido e dominante para estabilizar orientações básicas e métodos de pesquisa em Educação Matemática. (STEINER, 1985)

[...] a Educação Matemática como ciência é possível e existe, em uma variedade de definições diferentes, por exemplo, o estudo das relações entre a Matemática, o indivíduo e a sociedade; a reconstrução da Matemática atual a um nível elementar; o desenvolvimento e avaliação de cursos matemáticos; o estudo do conhecimento matemático [...]. (STEINER, 1985, p.13, “tradução nossa”).

Educação Matemática, neste sentido, é diferentemente classificada: como um campo especial da matemática, como um ramo especial da epistemologia, como uma engenharia da ciência, como um subdomínio da pedagogia ou didática geral, como uma ciência social, como uma ciência incerta, como uma ciência aplicada, como uma ciência de fundação, dentre outras ideias. Há uma necessidade de uma base teórica que permita melhor compreensão e identificação em suas diferentes posições, em seus aspectos e intenções que subjazem as diferentes definições em uso, para analisá-la. A solução seria além de uma visão sistêmica, discutida acima, propor conceitos da complementaridade somada à Teoria da Atividade (STEINER, 1985) desenvolvida por Alexei Leontiev.

[...] cada peça relevante de conhecimentos teóricos, sendo parte de alguma idéia ou modelo do mundo real, irá de alguma forma ou de outra ter que levar em conta que a pessoa que tem esse conhecimento é parte do sistema representada pelo conhecimento. Todo o conhecimento pressupõe um sujeito, um objeto e as relações entre eles (que são estabelecidas por meio de atividade do sujeito). Portanto, todo o conhecimento tem uma estrutura incoerente com conexões metafóricas e estritamente operacionais. (STEINER, 1987, p. 49. “Tradução nossa”).

Diante as várias visões da Educação Matemática existem determinados problemas cujas características requerem um nível de análise teórica e apropriada. Diante da extrema complexidade da área, observa-se uma busca constante de esclarecimento. Hans-Georg Steiner volta a trabalhar com as ideias de Niklas Luhmann ao propor a ideia de complementaridade para resolver as diversas visões da Educação Matemática como ciência . O fenômeno da complementaridade é conhecido, mas não é bem compreendido. Esta ideia causa movimentos de curta duração, uma falsa dicotomia: habilidade contra compreensão; estrutura contra resolução de problemas; axiomática contra construção; puro contra aplicado. Tenta-se endireitar estes paradoxos de uma forma reducionista, ou em uma abordagem de multi-aspecto onde se diz “fazer as duas coisas”. (STEINER, 1985)

Um conceito matemático, por exemplo, é parte de uma teoria e por certo existe uma complementaridade entre o conceito como um objeto e o conceito como ferramenta. Ou seja, um processo cíclico durante o qual o conceito pode tomar o papel ora como ferramenta para resolver um problema, ora como um objeto dentro de um determinado saber. Um exemplo de complementariedade é encontrado na Dialética Ferramenta-Objeto trabalhada por Régine Douady onde o conceito assume o papel como uma ferramenta para resolver um determinado problema e depois funciona para discutir sobre o conceito como objeto de estudo.

O outro domínio é a Teoria da Atividade desenvolvida por Alexei Leontiev psicólogo russo que está cada vez mais sendo usada como ferramenta conceitual na investigação em Educação Matemática. A teoria da atividade é um *framework* destinado a transcender a dicotomia das ideias sobre macro e micro, mental e material, observação e intervenção em análise e *design* de trabalho. O conceito central da teoria da atividade é a atividade. Atividades são os processos que na relação do homem com o mundo satisfazem uma necessidade especial correspondente a ele cujo objetivo é estimular o sujeito a executar esta atividade. (ENGESTROM, 2000)

A aprendizagem é uma atividade humana que acontece em um meio social na relação entre sujeitos, e entre o sujeito e o objeto de aprendizagem. Ou seja, há um motivo para aprender, bem como onde o estudante deve chegar com este aprendizado. Atividades específicas potencializam a internalização dos conceitos e por consequência o desenvolvimento da aprendizagem. Portanto, através da atividade haverá a interação de conteúdos matemáticos com outras disciplinas, e o contexto social. (ENGESTROM, 2000)

Cada diferente visão Educação Matemática como ciência tem sua defesa em uma escola, e estas geralmente possuem as seguintes dimensões: a visão de ciência; a relação entre o sujeito e o objeto; o critério de verdade; a regularidade da realidade; a neutralidade e a objetividade; e a construção da ciência. É preciso, portanto, *entender se as diferentes características de diferentes abordagens filosóficas são complementares? Se a pesquisa é a atividade principal na produção do conhecimento científico no debate sobre metodologia de pesquisa em Educação Matemática? A ideia da complementariedade das diferentes visões e a Teoria da Atividade pode enriquecer o debate explorando os possíveis caminhos para a área?*

A terceira ideia apresenta a *Educação Matemática no caminho para “ciência normal”*. Para entender as ideias de Hans-George Steiner sobre o status da Educação Matemática que se aproxima da ciência normal tal como Thomas Kuhn apresenta é preciso compreender a relação entre teoria e a prática, e o problema da interdisciplinaridade em que um cientista geralmente não distingue ciência de arte.

A impressão com a extensão de desacordos entre os cientistas sociais no que tange a natureza dos métodos e problemas científicos legítimos dividiu os cientistas naturais que possuíam respostas mais firmes ou permanentes. A pesquisa eficaz raramente começa antes que uma comunidade científica pese ter adquirido respostas seguras. Na tentativa de entender esta diferença levou o reconhecimento da pesquisa científica ao que denominou de paradigma que são [...] as realizações científicas universalmente reconhecidas que, por um tempo, fornecem problemas e soluções modelo para uma determinada comunidade praticante de uma ciência. (KUHN, 1998, p.24). Ou seja, o paradigma é aceito a ponto de que se o cientista não consegue chegar aos resultados esperados, o erro está no cientista e não no paradigma. Portanto, a vantagem do paradigma é dar eixo a pesquisa, dar sentido aos encaminhamentos, e progredir de forma consistente.

E, por revoluções científicas, são os episódios extraordinários onde ocorre a alteração de compromissos profissionais. Ou pode ser compreendida como complementos desintegradores da tradição à qual a ciência normal está ligada. A ciência normal, atividade na qual a maioria dos cientistas emprega inevitavelmente quase todo o seu tempo, é baseado no pressuposto de que a comunidade científica sabe como é o mundo. A posição da ciência normal significa que a pesquisa está [...] “firmemente baseada em uma ou mais realizações científicas passadas. Essas realizações são reconhecidas durante algum tempo por alguma comunidade científica específica proporcionando os fundamentos para sua prática posterior” (STEINER, 1985, p.15, *apud* KUHN, 1998, p.24)

Em termos do desenvolvimento do conceito da teoria isto significa dizer que a Educação Matemática é um campo de pesquisa para ser mensurado por meio de uma escala que se estende pela (STEINER, 1985):

- atividade pré-paradigmática que representa a pré-história da ciência, onde reina divergência entre pesquisadores ou um grupo de pesquisadores que trabalha sobre fenômenos e buscam compreender o que deve ser explicado sobre estes fenômenos, os

princípios teóricos contidos nestes fenômenos, as regras, os métodos e os valores que pode direcionar o desenvolvimento de novas teorias dentro do fenômeno estudado;

- atividade multiparadigmática há possibilidade de diálogo entre os paradigmas trabalhados na comunidade para que o pesquisador tenha a oportunidade de compreender os diferentes aspectos da realidade social complexa que envolve o fenômeno estudado;

- ciência madura que possui um único paradigma tal como na atividade monoparadigmática.

Parece equivocada a exigência para que exista uma comunidade de especialistas que compartilhem com uma rede de ideias sobre problemas e métodos de resolução com um único paradigma no sentido de Thomas Kuhn. A coexistência de escolas competitivas de pensamento favorece uma variedade de estratégias de pesquisa. A complexidade dos fenômenos pode precisar da coexistência de programas de pesquisa distintos, sustentados por diferentes paradigmas, mesclado com ideias de outras disciplinas. Precisa-se refletir sobre a possibilidade de construir uma área de conhecimento que explique e sirva de fundamento aos conteúdos matemáticos. (GODINO, 2010)

A teoria proposta por Thomas Kuhn para explicar o desenvolvimento das ciências da natureza aplicada à Educação Matemática é controversa e contestável. Por certo, esta forma de pensar deve-se ao fato de que, entendendo paradigma como um artefato para solução de enigmas ou quebra-cabeças seria um manual de instrução para que a resolução do problema tenha êxito. Neste sentido, a Educação Matemática precisaria seguir determinadas regras, e padrões advindos de outras áreas, correndo o risco de ser reduzida. Entretanto, isso não significa dizer que não devam existir diálogos entre as áreas. Mas, para os fenômenos próprios da área seria preciso constituir um esforço com a pretensa oposição entre a aproximação entre os métodos da ciência social e das ciências naturais mostrando que as metodologias de pesquisas não são excludentes ou antagônicas. (MIGUEL, 2003)

A quarta ideia trabalha as *tarefas de integração da Educação Matemática: seu papel como ciência na universidade*. Comparar a Educação Matemática com ciência estabilizada e com desenvolvimento em direção “ciência normal” levantou questionamento quanto ao papel da educação como ciência dentro da universidade.

O argumento, por um lado, para o papel da Educação Matemática dentro na universidade, em geral, é a proposta de uma universidade que providencia tipos de pesquisas especializadas. Uma importante tarefa da universidade tem sido ensino, que tem sido altamente especializada, e cujo objetivo tem sido integrar o conhecimento de diferentes disciplinas e a compreensão da realidade. A universidade é um lugar de múltiplas funções da ciência como cultura, formação e reflexão. Portanto, o papel da ciência na sociedade e dentro da universidade não seria adequadamente descrita somente como campo de pesquisa. (STEINER, 1985)

Pode-se dizer que, por outro lado, que a Educação Matemática tem desenvolvido uma sensibilidade considerável com respeito aos objetivos sociais subjacentes. Todavia seria errado se a Educação Matemática tentasse manter-se como uma ciência estabilizada apenas em uma perspectiva de pesquisa especializada em vez de provar a sua capacidade sendo um exemplo e adotando uma função de ligação entre matemática e sociedade. Isto é possível e necessário especialmente pelo significado desta contribuição para elaboração e atualização de muitas dimensões negligenciadas da matemática: a filosófica, a histórica, a humana, o social e a didática. Implica que, a Educação Matemática não deve ser exclusivamente determinada pelo papel da formação do professor, mas tem uma tarefa didática mais ampla como uma orientação para ambos: pesquisa e ensino. (STEINER, 1985)

Reconhecendo que a formação do professor é um fenômeno complexo e diverso, seria impossível o professor acompanhar a evolução da sua especialização, da sua prática, sem pesquisa. Entretanto, o grande desafio, é determinar como traduzir a matemática para o ensino em sala de aula. Pois, geralmente a matemática é vista como disciplina estática e sem espaço para criatividade. Neste sentido, elaborar e atualizar as dimensões negligenciadas, descritas no paragrafo anterior, pode dar otom para explorar a gênese do conhecimento matemático. (D'AMBRÓSIO, 1996) E, para este fim, incorporar o estudo e aprofundamento de metodologias de pesquisas é uma forma de auxiliar na construção deste conhecimento.

A quinta ideia são os *Micro e Macro-modelos*. A crítica em relação à orientação predominante da Educação Matemática em direção a “ciência normal” favorece a necessidade de uma compreensão abrangente de inter-relação entre os vários aspectos e contextos, e como consequência, a necessidade de um quadro teórico ou de um meta-paradigma que combine seletividade e unidade. (STEINER, 1985)

A ideia de unidade é trabalhada por Hans-Georg Steiner inspirado em Niklas Luhmann. Educação Matemática é um sistema que se decompõe em subsistemas, elementos e relações. Não existem elementos sem conexões relacionais nem relações sem elementos. Os elementos são para o sistema que o utiliza como unidade. O observador é aquele que é capaz de decompor a unidade de uma multiplicidade em elementos e relações. (NEVES, 2006). Por seletividade, compreende-se evitar que partes não faltosas do sistema sejam esquecidas indevidamente. A ideia de unidade e seletividade liga-se a ideia de micro e macro-modelos inspirada no educador matemático Richard Skemp. (SKEMP, 1989)

Richard Skemp considerou que para resolver a dificuldade de aprendizagem matemática do estudante são necessárias investigações que conduzam à micro-modelos que possam trabalhar pormenores (unidade) da aprendizagem matemática, e macro-modelos onde os micro-modelos se ajustam e em algum ponto garanta interioridade (seletividade). (SKEMP, 1989)

Neste sentido, pesquisadores devem investigar quais exemplos de macro-modelos que existem em Educação Matemática, quais os seus propósitos, se existem tipos análogos, se objetivos similares são condições necessárias quando se opõem as formas dialéticas e complementarísticas de lidar com modelos aparentemente contraditórios e com posição controversa, e se os diálogos entre os pesquisadores apontam para uma perspectiva sistêmica. (STEINER, 1985)

A sexta ideia trabalha *As Teorias familiares versus a interdisciplinaridade*. Hans Georg Steiner inspira-se na fala de Jeremy Kilpatrick na conferência do *Psychology of Mathematics Education* em 1981 sobre a falta de atenção a teoria nas investigações desenvolvidas nos EUA, como apropriação de teorias de outras disciplinas, e a falta de teorias internas.

[...] haverá um perigo de restrições inadequadas, se se insistir no uso de teorias internas na Educação Matemática. A natureza do assunto e os seus problemas exigem abordagens interdisciplinares, e seria errado não fazer uma utilização significativa do conhecimento que outras disciplinas já produziram sobre aspectos específicos desses problemas, ou da sua contribuição numa cooperação interdisciplinar. Na realidade, interdisciplinaridade não significa pedir de empréstimo teorias á feitas exteriormente e adaptá-las às condições da matemática escolar. Existem inter-relações muito mais profundas entre as disciplinas (STEINER, 1985, p.15)

Ao trabalhar a ideia sobre a Epistemologia das Relações Interdisciplinares baseada na filosofia estruturalista de Jean Piaget, a interdisciplinaridade é como pré-requisito do progresso de investigação, uma vez que a ciência não se desenvolve em um nível apenas, mais cedo ou mais tarde irá desenvolver sua própria epistemologia. Em Educação Matemática existem várias disciplinas referenciais que são ou deveriam estar inter-relacionadas. Para identificar o problema do trabalho interdisciplinar a Educação Matemática possui uma função reguladora e organizacional essencial denominada por Jean Piaget de transdisciplinaridade. (STEINER, 1985)

[...] observar um estágio mais elevado que se segue ao estágio das relações interdisciplinaridade. Este seria a transdisciplinaridade o qual não trataria apenas das interações ou reciprocidades entre os projetos especializados de investigação, mas também colocaria estas relações dentro de um sistema global sem qualquer fronteira rígida entre as disciplinas [...] (STEINER, 1985, p. 15 *apud* PIAGET, 1972)

Aparentemente, a Educação Matemática não reflete sobre a relação entre as disciplinas. Neste sentido, a Educação Matemática poderia ao invés de restringir a sua base teórica própria e interna formularia exigência interna às disciplinas cooperantes. Isso significa dizer que, a Educação Matemática teria uma função reguladora transdisciplinar uma meta-competência na relação com estas disciplinas cooperantes. (STEINER, 1985)

A sétima ideia trabalha a Abordagem sistêmica, os valores, e o “*management philosophy of science*”. As ideias de Jean Piaget sobre transdisciplinaridade retornam na adoção por Erich Jantsch que tenta elaborar uma “perspectiva sistêmica integrada da ciência, educação e inovação”. Utiliza a noção de “criar um mundo antropomórfico” como um valor, objetivo e base para este sistema dinâmico. Para estes valores e objetivos possam ser instaurados as ciências e suas relações internas e externas devem ser compreendidas de forma não independente dos processos sociais de transmissão e decisão.

Esta ideia refere-se a *management philosophy de Charles West Churchman* como verdadeiro fundamento da ciência:

Uma abordagem sistêmica [...] teria em consideração a ciência, a educação e a inovação, acima de tudo como exemplos gerais de atividade humana deliberada, cujas interações dinâmicas têm vindo a exercer uma influência dominante no desenvolvimento da sociedade e do seu ambiente. O conhecimento seria visto aqui como uma forma de proceder, certo modo de gerir as atividades. (STEINER, 1985 *apud* JANTSCH, 1972, p.16)

O pensamento de Erich Jantsch propõe orientação por valores e objetivos e por este motivo é um fator importante para uma perspectiva sistêmica da Educação Matemática, partindo do pressuposto que Matemática, como outras ciências, não é uma atividade humana independente de valores. O debate sobre valores e objetivos, em particular, os aspectos éticos, sociais e políticos da Educação Matemática tem sido negligenciado e separado de outros problemas de pesquisa, como se argumentos racionais não fossem possíveis sobre estes assuntos. (STEINER, 1985)

A outra questão, é que a *management philosophy of science de Charles West Churchman* se aplica a Didática da Matemática como disciplina auto reflexiva que desempenha função reguladora na pesquisa interdisciplinar e na interação entre a teoria e a prática. (STEINER, 1985) Charles West Churchman é um pioneiro na área de pesquisa operacional. Trabalha a ideia de sistema como um todo organizado complexo, um conjunto de partes para realizar uma determinada finalidade. Enxergar a organização como sendo processos é trabalhar com o enfoque sistêmico. (OLIVEIRA, 2013)

Charles West Churchman trabalha sistema contando a história de cegos tocam o elefante em diferentes partes para tentar descrever. Cada cego ao tocar um elefante coloca o tom das diferentes reflexões e compreensões que se pode ter de captar a realidade (OLIVEIRA, 2013). Ou seja, das varias reflexões que surgiram dos cegos ao descrever o elefante, cabe enfatizar que cada um descreve uma parte e por percorrer apenas parte do elefante sua reflexão é limitada. A sensatez obrigaria a levar em consideração a experiência do outro.

A obtenção de uma visão integral admite enxergar o sistema como um todo. Então, pontuada por esta analogia o sistema é eficiente quando os meios investidos produzem resultados máximos. Indica a importância de se considerar grandes sistemas, e a natureza da autorreflexão e como isso se relaciona. Autorreflexão só é possível quando alguém regressa a si mesmo após a mais longa viagem e tem condições de externar com clareza o todo. (STEINER, 1985)

A oitava ideia diz respeito à Complementariedade, atividade humana, meta-conhecimento: o papel da prática. Hans-Georg Steiner chega a conclusão que ao contrário do que espera é trabalhoso a busca de uma síntese integrativa devido aos fenômenos

epistemológicos próprios da área. Na segunda ideia acima delineada, a ideia de complementariedade e teoria de atividade já começaram a ser delineada.

O princípio de complementariedade é inspirado em Niels Henrik David Bohr (1885-1962) um físico que buscou explicar que um fenômeno é a descrição daquilo que deve ser observado e do equipamento usado para obter a observação. Ou seja, a essência da ideia de Niels Bohr é que não é possível acomodar as dicotomias, mas descobrir as complementariedades das representações dos eventos em linguagens tão diferentes. Complementariedade seria, então, uma estratégia metodológica para [...] enfatizar o conflito conceptual, como uma preparação necessária para sua resolução. Niels Bohr queria entender a unidade do conhecimento baseada na complementariedade vista como a realização de descoberta da inter-relação entre todas as áreas do conhecimento. (HOLTON, 1984, p.21)

A maioria das falsas dicotomias tais como: técnica e compreensão, desenvolvimento de estruturas e resolução de problemas, axiomática e construtivismo, matemática pura e aplicada, representam pares de posições aparentemente opostos que podem ser seguidas ao longo da história da Matemática e da Educação Matemática. A teoria e a prática têm sido tratadas de forma reducionista, ou atribuí-se domínio absoluto para um ou para o outro polo, ou é adotada uma posição multipolar, sem compreensão da operacionalização das relações antagônicas subjacentes relacionadas com o problema epistemológico na relação entre conhecimento e atividade que é o cerne das complementariedades. (STEINER, 1985)

Complementariedade acaba por ser uma adequada ferramenta, que compreende as diferentes relações entre os diferentes tipos e níveis de conhecimento e atividade, como aparece na contraposição: “teoria científica vs. conhecimento cotidiano”, “meta-conhecimento vs. conhecimento primário”, “empírica vs. formal”, “o pessoal vs. o social”, “percepção vs. cognição”, etc., e também como eles regulam e controlam problemas do sistema de teorias. O conceito de complementariedade tem papel nos fundamentos da Psicologia Cognitiva.

[...]. Não é de forma alguma, um conceito claro e distinto, mas é rico e sugestivo. O princípio da complementariedade não promove resoluções das oposições binárias centrais da Psicologia: mente e corpo, estrutura e processo, sujeito e objeto, determinismo e livre-arbítrio, leis e controles, etc. Pelo contrário... o princípio da complementariedade requer um uso simultâneo de modos descritivos que são formalmente incompatíveis. Em vez de tentar resolver aparentes contradições, a estratégia é aceitá-las como um aspecto irreduzível da realidade. (STEINER, 1985 p.30)

A ideia de complementariedade se associa a teoria da atividade por buscar reconstruir uma forma de compreender a cognição a partir de um conceito de atividade humana do que do conhecimento. A atividade humana relacionada com o objeto, com a sabedoria prática, características habituais e a realidade sócio histórica, desempenharia papel estruturante.

Apenas na teoria da atividade a necessidade epistemológica de complementariedade pode ser produtivamente desenvolvida e aplicada. Por outro lado, um ponto de vista complementarista evitará que a teoria da atividade caia no reducionismo prejudicial e, ao mesmo tempo, oferecerá possibilidades para o reducionismo relativo, necessário e inevitável. No que diz respeito ao problema da cognição, temos que aceitar que não podemos saber, sem saber que sabemos. Não podemos aprender um conceito teórico particular, sem adquirir conhecimento sobre conceitos teóricos.

[...]. Não podemos adquirir conhecimento sem adquirir meta-conhecimento. Mas o meta-conhecimento é, por um lado, o produto da evolução e, por outro, a sua condição indispensável. Logo, conhecimento e meta-conhecimento não podem ser completamente expressos ou representados como um sistema coerente e fechado e numa descrição uniforme. (STEINER, 1985 p.15)

Posições filosóficas e teorias epistemológicas relacionadas com matemática, como o logicismo, formalismo, construtivismo, estruturalismo, empirismo dentre outras sempre influenciaram e influenciarão as ideias principais em Educação Matemática. Esta questão se refere para todo o desenvolvimento da área de Educação Matemática relacionada ao processo de ensino e aprendizagem matemática.

Na nona ideia propõe a *Theory of Mathematics Education* - TME como um programa em desenvolvimento, com três componentes inter-relacionados:

[...] meta-pesquisa e desenvolvimento do meta-conhecimento no que respeita a Educação Matemática como disciplina. [...] desenvolvimento de uma visão compreensiva da Educação Matemática envolvendo pesquisa, desenvolvimento e a prática por meio de abordagem sistêmica. [...] desenvolvimento de um papel regulador dinâmico da Educação Matemática como disciplina com respeito interação teoria-prática e cooperação interdisciplinar. (STEINER, 1985, p.16)

A meta-pesquisa como componente da TME não foi delineada explicitamente. A meta-pesquisa seria, portanto, a reflexão sobre a própria pesquisa, ou pode ser entendida como componente da TEM pode se estender para um contexto que ajude a identificar

objetivos, estabelecer prioridades e desenvolver estratégias. A proposta as nove ideias acima delineada sendo a décima a meta-pesquisa. A proposta é discutir no âmbito nacional e internacional os dez pontos acima delineados. O objetivo primordial da TME seria proporcionar a Educação Matemática auto-reflexão e auto-afirmação a fim de promover outra forma de pensar seus problemas e suas inter-relações. (STEINER, 1985).

O artigo de Hans-George Steiner intitulado *“Theory of Mathematics Education (TME): An introduction”* é considerado como a chave para o desenvolvimento de teorias sobre a aprendizagem da matemática. A abordagem axiomática neste texto, por um lado, pode significar que Hans-George Steiner subestimou a necessidade de estudos empíricos e crenças. Entretanto, o texto aponta para o interesse em filosofia. Porém, uma nova filosofia da matemática, inclui a matemática como atividade. Discute uma perspectiva sistêmica, uma filosofia complementarística em conjunto com a teoria da atividade como forma de oferecer para Educação Matemática instrumentos para enfrentar os problemas da área. (TORNER; SHRIRMAN, 2007)

Essencialmente, Hans-Georg Steiner se dedicou ao desenvolvimento de uma meta-teoria que considera aspectos filosóficos e epistemológicos da Educação Matemática. E o papel da epistemologia, como ramo da filosofia, é preocupar-se com o conhecimento científico, buscando respostas para: Qual é a origem do conhecimento científico? (empírico? racional?); Quais são os critérios de validade do conhecimento científico? (capaz de prever eventos? consistência lógica?); Quais as características do processo do conhecimento científico? (acumulação e continuidade? período da ciência normal, revolução científica, e descontinuidade? mudanças e aperfeiçoamentos em programas científicos?) (SIERPINSKA; LERMAN, 1996).

A questão que se apresenta é: *como, levando em consideração o ensino-aprendizagem da matemática haveria desenvolvimento da filosofia da matemática, e, por conseguinte, compatibilidade com Educação Matemática?* A resposta é delineada através de cinco teses (STEINER, 1985):

Na Tese 1 apresenta a ideia cuja a maioria dos pesquisadores elaboram concepções, epistemologias, metodologias da filosofia da matemática, mesmo que implicitamente para o ensino e aprendizagem da matemática. Aponta para filosofia e a epistemologia imbricada a ponto de ser difícil separá-las. Na Tese 2 discute sobre as metas e objetivos de programas de

estudos, teorias da aprendizagem, concepções dos professores de matemática e ensino de matemática como também percepção dos estudantes de matemática carregam frequentemente de forma explícita determinados pontos de vista filosóficos e epistemológicos da matemática. (STEINER, 1985)

A não filosofia é também uma posição filosófica. Não existe neutralidade em uma visão filosófica e epistemológica sobre matemática. Esta ideia está relacionada com a reação da nova matemática, bem como a crítica a visão formalista para a matemática. Atualmente, discute-se sobre crença dos professores e a sua visão da matemática nas diferentes associações filosóficas e/ou epistemológicas. (STEINER, 1987)

A Tese 3 avalia a fecundidade das filosofias da matemática para determinados objetivos e propósitos e desenvolvimento de critérios de avaliação utilizados. Esta tese baseia-se no aumento relativo da validade da filosofia da matemática como observado na base epistemológica e filosófica da matemática, assim como, na sociologia do conhecimento e na sociologia da ciência. (STEINER, 1987)

A Tese 4 para uma Educação Matemática que prefere e elabora uma filosofia da matemática. A intenção desta tese é possibilitar o pensamento que a Educação Matemática, especialmente o conhecimento e a prática do professor, deve por um lado ser guiada por uma adequada filosofia da matemática e por outro lado ser livre de ideias supérfluas. É difícil interpretar esta tese diretamente, por este motivo pode-se tomar como foco o como ocorre à aprendizagem e como pode se desenvolver uma filosofia mais oportuna para a Educação Matemática. Mais ainda, esta tese demonstra que não estava diretamente preocupada com a Educação Matemática, mas com uma filosofia da matemática que deveria ser provida por uma meta-teoria. (STEINER, 1987)

Entre 1980 e 1990, o construtivismo radical e o construtivismo social estavam em alta propondo uma visão instrumental da matemática. Entretanto, cada um destes domínios filosóficos tinha problemas. O construtivismo radical derrubou o behaviorismo, enalteceu o estudo qualitativo sobre o processo individual do raciocínio do estudante e discutiu sobre o processo cognitivo. (TORNER; SHRIRMAN, 2007)

É inoportuno que a “validade objetiva” possa ser reivindicada nas conclusões da pesquisa. No construtivismo social o contexto social e cultural, os processos em matemática e Educação Matemática, no pós-modernismo as funções da linguagem e a questão do poder e

controle nas instituições sociais são importantes. Porém, a ênfase na sua própria ideia central, exclui outros fenômenos e outras construções centrais da matemática e outras ciências. (OLLAIK; ZILLER, 2012)

A Tese 5 propõe a filosofia da matemática como ingrediente indispensável para refletir o ensino-aprendizagem da matemática a ponto de contribuir para construção de um adequado meta-conhecimento para professores e estudantes. A Tese 6 reitera que a Educação Matemática precisa de meta-teorias construídas em um sistema de abordagens baseadas em atividades humanas e interações sociais. Sendo assim, para este autor, uma adequada filosofia da matemática deveria ver a própria matemática, como um sistema de atividade. (STEINER, 1987)

A relevância do artigo de Hans-George Steiner “*Philosophical and epistemological aspects of mathematics and their interaction with theory and practice in mathematics education*” é que o foco da pesquisa não deveria se limitar à qualidade acadêmica, mas aos tópicos e orientações epistemológicas que desempenham papel importante no cotidiano do ensino e aprendizagem. As seis teses desenvolvidas por Hans-Georg Steiner são uma tentativa de remediar o mundo matemático trabalhando com o aluno e o professor de matemática (TORNER; SHRIRMAN, 2007).

A Educação Matemática ainda não conseguiu chegar a qualquer filosofia que se encaixa bem com o ensino e os processos de aprendizagem. Enquanto campo científico, os resultados das pesquisas da área sobre como se ensina e se aprende matemática, apontam para a necessidade de dominar teorias específicas e métodos de pesquisa como forma, inclusive de aprofundar o conhecimento matemático. O desenvolvimento da Educação Matemática, como campo de pesquisa ou como disciplina acadêmica, está intimamente ligado à existência de projetos, pesquisas, publicação de jornais, revistas, periódicos, eventos, dentre outros. Para este desenvolvimento é preciso formar futuros pesquisadores (STEINER, 1987; MATOS, 2010).

Discutir de forma ampla e aprofundada sobre a metodologia de pesquisa em Educação Matemática é relevante porque contribui para a forma como a pesquisa é conduzida, como também para a qualidade dos resultados obtidos. Aponta a relevância da discussão sobre o modo como os pesquisadores refletem, individual e coletivamente, sobre as formas como o

conhecimento é produzido, para que se torne aceitável, seja na comunidade de educadores matemáticos, seja quando circula para outras comunidades.

Considerando-se que uma metodologia pressupõe a utilização coerente de uma série de elementos conceituais e procedimentais, é preciso buscar critérios e parâmetros que evidenciem esta coerência de modo minimamente consensual entre os pesquisadores que a utilizam. Consenso e coerência são bases para a credibilidade do trabalho de pesquisa e dos seus resultados. (MATOS, 2010)

1. Inquirir representa a busca pelo conhecimento, de compreensão, e dinamismo para a atividade. A pesquisa deve ser inquérito intencional;
2. Evidência é necessária para manter a pesquisa relacionada com a realidade da situação da Educação Matemática em estudada;
3. Teoria é o produto essencial da atividade de pesquisa. (MATOS, 2010, p.38)

Há três tradições: a tradição pedagógica; a tradição do cientista empírico; a tradição do filósofo escolástico, conforme tabela abaixo. E três componentes para o processo de pesquisa. Cada uma destas tradições possui preocupações centrais e de certo modo destacam uma visão de conjunto. A ideia central da tradição pedagógica representada por Emma Castelnuovo¹², Max Beberman ¹³está na intervenção exemplar sobre o processo educativo, valoriza o professor reflexivo. Na tradição cientista empírico representado por Ed Begle a ideia central está no rigor metodológico como forma de obter conhecimento seguro, fiável e reproduzível, adotando processos semelhantes aos usados nas ciências, físicas e naturais tornando a Educação Matemática em uma ciência empírica. Por último, na tradição do filósofo escolástico, seguida por Willy Serais e Hans-Georg Steiner, a ideia central é a ideologia, o modo rigoroso como suas posições teóricas são argumentadas. (BISHOP, 1987)

¹² ICMI. Disponível em: <http://www.mathunion.org/icmi/activities/awards/emma-castelnuovo-award/>. Acesso em: 03.10.2016

¹³ ICTM. Disponível em: http://www.ictm.org/assets/docs/Awards/ictm_posters_bebberman.pdf. Acesso em: 03.10.2016

TABELA 2 - Tradição de Pesquisa

TRADIÇÃO	PROPÓSITO DA INQUIRÇÃO	FUNÇÃO DA EVIDÊNCIA	FUNÇÃO DA TEORIA
TRADIÇÃO PEDAGÓGICA	MELHORAMENTO DIRETO DO ENSINO	FORNECER COMPORTAMENTO DE ALUNOS SELETIVOS E EXEMPLARES	SABER ACUMULADO E PARTILHADO DE PROFESSORES PERITOS
TRADIÇÃO DO CIENTISTA EMPÍRICO	EXPLICAÇÃO DA REALIDADE EDUCATIVA	DADOS OBJETIVOS OFERENCENDO FATOS A SEREM EXPLICADOS	EXPLICATIVA TESTADA EM CONFRONTO COM OS DADOS
TRADIÇÃO DO FILOSOFO ESCOLÁSTICO	ESTABELEECER UMA POSIÇÃO TEÓRICA RIGOROSAMENTE ARGUMENTADA	SUPOSTAMENTE CONHECIDA OU A SER DESENVOLVIDA	SITUAÇÃO IDEALIZADA PARA QUAL A REALIDADE EDUCATIVA DEVERÁ TENDER

FONTE: Matos (2010, p.38)

Algumas mudanças alteraram o quadro original de Allan Bishop. Percebe-se a mudança da tradição pedagógica, com a incorporação da metodologia pesquisa-ação. Esta metodologia procura as alterações nos processos de ensino, não mais se baseando na abordagem exemplar do professor, mas através da reflexão sobre sua prática de forma intencional. Na tradição cientista empírico, houve “cisma” entre as abordagens qualitativas e quantitativas. Mais do que separar o numérico do descritivo, esta mudança centra-se na distinção entre as opções filosóficas e éticas. Outra mudança ocorrida foi o surgimento da perspectiva crítica perante o ato educativo, problematizando as intenções dos trabalhos produzidos pela tradição pedagógica e questionando, sobretudo a tradição do filósofo escolástico. (MATOS, 2010). Nesta tese, o termo tradição será compreendido como transmissão de elementos que fazem parte de uma comunidade que permite a continuidade de um determinado sistema de pesquisa.

Nas últimas décadas as discussões avançaram em relação à pesquisa, ampliando a perspectiva metodológica. Entretanto, diante da diversidade da área várias questões precisam de revisão, como por exemplo: os diversos objetos de pesquisa que se desenvolvem na

medida em que a área tenta responder novas perguntas; a fundamentação teórica presente na comunidade, o *framework* utilizado na medida em que a área cresce e diversificando o problema de pesquisa; a metodologia de pesquisa e os conhecimentos trazidos da Antropologia, Sociologia, Psicologia, História e Filosofia das Ciências, as abordagens utilizadas, qualitativas, quantitativas, quali-quantitativas, as técnicas utilizadas, e como são empregadas.

Educação Matemática é uma área jovem em relação às outras áreas. Como uma disciplina bastante jovem, o seu sistema de objetos, metodologias e critérios para o conhecimento válido apresenta maior variabilidade e menos consenso.

1.3 O mapeamento de Dario Fiorentini e o delineamento Histórico de Jeremy Kilpatrick para a pesquisa em Educação Matemática

As pesquisas em Educação Matemática, como área de saber, de modo sistemático e consistente, investigam ou respondem sobre problemas relativos ao ensino e aprendizagem de matemática, bem como sobre prática pedagógica na formação de professores. A Educação Matemática é uma área multifacetada cuja região de inquérito envolve a dimensão didático-metodológica, histórico-filosófica, sociológica, psicológica, e teleológico-axiológica, concernente à matemática e aos processos educativos. (BALDINO, 1991)

Pesquisar, portanto, em Educação Matemática, teria como principal função transformação qualitativa, ainda que não imediata, do ensino da matemática (FIORENTINI, 1994). Dario Fiorentini é um pioneiro ao discutir sobre a pesquisa brasileira delineada através do estado da arte em mais de 200 teses e dissertações produzidas antes da década de 70, e década de 80, em duas linhas de pesquisas: Resolução de Problemas e Modelagem Matemática.

Dario Fiorentini privilegiou analisar as abordagens metodológicas, com o propósito de construir um inventário que melhor descrevesse a trajetória da Educação Matemática enquanto estudo/pesquisa situando-a historicamente. Uma tarefa complexa, visto que, naquela época, internacionalmente a pesquisa em Educação Matemática era ignorada, e no Brasil, não existia um estudo da área sobre o estado da arte.

Para Dario Fiorentini a finalidade da pesquisa em Educação Matemática é a melhoria da prática pedagógica. Para este fim, a teoria não deve engessar a prática. Assim, deve ser possível a pesquisa em Educação Matemática, a relação entre a dimensão específica e não

específica. A dimensão específica diz respeito ao processo de ensino-aprendizagem da matemática compreendendo o conteúdo, o professor, o aluno, o programa, o contexto, os recursos e suas relações. A dimensão não específica seria a teoria que auxiliaria a elucidar questões importantes sobre a dimensão específica. E, neste sentido o objeto de estudo/pesquisa é interdisciplinar cuja compreensão perpassa pelo auxílio de outras áreas do conhecimento. (FIORENTINI, 1994)

O período anterior à década de 70, final dos anos 60, é considerado como a gestação da Educação Matemática, enquanto campo profissional. Nesta época, não era diferenciado o estudo de pesquisa, e o olhar era para as tarefas da prática de sala de aula e a produção de materiais didáticos. A Educação Matemática não possuía uma existência configurada. O nascimento da Educação Matemática, marcado do início da década de 70, com o Movimento da Matemática Moderna, aos primeiros anos da década de 80, época que surgem os programas de Pós-graduação *stricto sensu* em Educação. No início da década de 80 já existiam especialistas em Educação Matemática, mas não havia uma comunidade nacional organizada. (FIORENTINI, 1994)

A década de 90 marca o surgimento de uma comunidade científica de pesquisadores da área com novas linhas temáticas de pesquisa: Didática da Matemática, história, filosofia, epistemologia, psicologia da Educação Matemática, programa escolar, resolução de problemas, ensino de geometria, álgebra e pensamento algébrico, Etnomatemática, dentre outros. A Sociedade Brasileira de Educação Matemática tem sua fundação entre os anos de 1987 a 1988, aumento de pesquisadores da área, ampliação da pós-graduação, difusão dos encontros da área. Entretanto, as produções eram isoladas e pouco socializadas. (FIORENTINI, 1994)

Destacam-se, na década de 90, as pesquisas com o uso do método da experimentação, o método etnográfico e as abordagens quantitativa como participante ou a pesquisa-ação. Esta época marca nas pesquisas, as amplas discussões políticas, sociais, e ideológicas, com as abordagens epistemológicas a fenomenológica-hermenêutica e a histórico-crítica, ou dialética. Outras linhas temáticas e as relações entre contexto e cognição matemática, Etnomatemática, programa escolar de matemática, a prática pedagógica e o cotidiano da sala de aula, estudos analíticos e históricos do ensino de matemática, políticas oficiais sobre o ensino de

matemática. As principais áreas temáticas da pesquisa eram estas a seguir: (FIORENTINI, 1994)

- Metodologia/didática do ensino da matemática (Resolução de problemas e Modelagem Matemática e modelos matemáticos);
- Programa escolar do ensino da matemática;
- Materiais didáticos e meios de ensino;
- Prática pedagógica e/ou escolar;
- Formação do professor de matemática;
- Psicologia, cognição e aprendizagem matemática;
- Etnomatemática;
- Educação de adultos;
- Fundamentos teóricos da Educação Matemática;
- Ideologia e/ou concepções e significados;
- História do ensino da matemática;
- Políticas oficiais sobre o ensino de matemática.

Com relação às tendências teóricas metodológicas identifica a formalista clássica, socioetnocultural, tecnicista e suas variações, empírico-ativista, formalista moderna, construtivista, que apontam para modos de ver e conceber o ensino de matemática no Brasil na década de 70 e 80. Havia pouco aprofundamento teórico-metodológico, nas teses e dissertações compreendidas nas décadas de 70 e 80. Segundo Dario Fiorentini, estas tendências influenciam até hoje os currículos de escola básica no Brasil, e cada uma destas tendências é preciso identificar: a concepção matemática, a concepção do modo como se processa a produção do conhecimento matemático, as concepções de ensino-aprendizagem, os fins e os valores atribuídos ao ensino de matemática, a cosmovisão (visão de mundo) subjacente, relação professor-aluno, perspectiva de estudo/pesquisa para a melhoria do ensino de matemática.

A marca é dos educadores e matemáticos que tomaram como foco de sua atenção à matemática que se ensina e a que se aprende na escola, bem como a matemática que deve ser ensinada e aprendida e como estes processos são realizados. Enquanto campo de pesquisa, a Educação Matemática começou a se desenvolver no final do século 19, a respeito da psicologia comportamental, nas universidades, tendo como base uma linha positivista, com o

intuito de melhorar a preparar mais professores, e assim ampliar seus programas de formação de professores. (KILPATRICK, 1996a)

Algumas abordagens contribuíram para a formação da área de Educação Matemática, nos encontros educacionais. Na abordagem comportamental, mesmo que tomando como posição epistemológica o positivismo lógico, o pesquisador assumiria uma posição neutra. Na abordagem interpretativa, o pesquisador se introduz em um encontro educativo com o propósito de compreender sem julgar. Na abordagem crítica, o pesquisador se introduz não apenas para compreender as mudanças de direção do encontro, mas para ter maior liberdade de trabalhar. (KILPATRICK, 1996a) .

Na América do Norte, até os anos 70, o propósito para realização da pesquisa em Educação Matemática era o de descrever o ensino-aprendizagem da matemática como um sistema de variáveis, para descobrir suas inter-relações, e manipulá-la para conseguir outras relações.

Na Europa e Austrália, utilizavam-se das abordagens fenomenológicas quando se assemelhava ao trabalho do antropólogo na medida em que busca capturar e compartilhar a relação entre os professores e alunos têm no seu encontro educacional. Nos Estados Unidos esta abordagem é conhecida como visão interpretativa. Na abordagem sociológica crítica o pesquisador em Educação Matemática assumia um papel ativo, possibilitando que o professor e o aluno alcançassem tanto no colégio como na sociedade, a compreensão do significado do processo educativo, na Austrália a Nova Zelândia essa abordagem era conhecida como pesquisa-ação. (KILPATRICK, 1996a)

É razoável que o pesquisador em Educação Matemática discuta como se existisse apenas um único caminho, mas que uma área utilize apenas um paradigma de pesquisa não é razoável. É necessário, portanto, a área assegurar a diversidade na maneira como a pesquisa é feita para mantê-la ativa e em crescimento, para garantir múltiplas perspectivas e diferentes abordagens teórico-metodológicas. Neste sentido, o choque de diferentes abordagens teóricas e metodológicas começou a estabelecer o lugar para o debate sobre o qualitativo e o quantitativo. (KILPATRICK, 1996a)

[...] pesquisadores em Educação Matemática nunca deveriam tornar-se devotados a uma abordagem epistemologia, paradigma, meios de representação ou métodos únicos. Todos são parciais e provisórios; nenhum pode contar a história toda. Em particular, nenhum método único de pesquisa pode tratar da vasta variedade de questões do interesse de educadores

matemáticos. Embora um pesquisador possa individualmente aderir a um único método, o campo como um todo necessita encorajar métodos múltiplos. (KILPATRICK, 1996a, p.3)

Como as abordagens metodológicas, epistemológicas, e os paradigmas ao longo da história são provisórios, parciais, um pesquisador em Educação Matemática, não deve ter domínio ou compreensão apenas em um meio de representação ou um método em particular. A área de Educação Matemática, como um todo, necessita de multiplicidade de métodos, deve olhar para além do valor explícito da pesquisa e perguntar se lograram cumprir com outros critérios de qualidade investigativa. A multiplicidade de métodos produzirá um corpo de pesquisa com uma alta qualidade coletiva, mesmo que os estudos individuais sejam deficientes. (KILPATRICK, 1996a)

A pesquisa individual e de grupo começa a se destacar em alguns países. A tecnologia computacional se converteu em uma ciência mais empírica, que permitiria os estudantes trabalhar mais facilmente com grande quantidade de informações relacionadas com problemas. A ênfase na maioria dos países era o desenvolvimento de habilidades de raciocínio de resolução de problemas, sobre a memorização de fatos e procedimentos. E, aos poucos, estes currículos foram atentando para a modelagem matemática. O ponto central da pesquisa e da teoria em Educação Matemática era o problema epistemológico do ensino de matemática, a comparação de métodos de ensino, a crença dos professores sobre o seu conhecimento, e a aprendizagem dos estudantes. (KILPATRICK, 1996a)

A pesquisa sobre o emprego de tecnologia voltava-se para o desenvolvimento de tecnologia computacional centrado no desenvolvimento de programas de computador para o ensino, para professores e alunos, mas todos manuseados por um professor e não por um técnico. Esta pesquisa abriria a oportunidade de utilizar a ferramenta de ensino, computador, permitindo que os alunos pesquisassem temas tradicionais de outra forma. Havia a ideia também que o uso de computadores pelo professor melhoraria sua prática. Pouco se pesquisava sobre o uso de calculadoras para explorar as ideias matemáticas em sala de aula e seus efeitos sobre a aprendizagem. Poderia ser de interesse do pesquisador em Educação Matemática examinar como a utilização da tecnologia interagia com a crença e capacidade do professor. (KILPATRICK, 1996a)

Com relação aos efeitos da avaliação na prática docente, os esforços para a mudança do currículo e do ensino fracassaram porque os caminhos propostos entravam em conflito

com delineamento das avaliações externas. Alcançar a frequência da avaliação externa aumentava devido o interesse do governo pela educação. Alguns países introduziam novos métodos como projetos, pesquisa em grupo e portfólios. Na avaliação as mudanças eram adotadas, adaptadas ou rejeitadas de acordo com a crença e, por conseguinte, com a forma como o professor poderia lidar com a situação em sala de aula. Não havia pesquisa que enfatizasse a avaliação do ponto de vista da perspectiva do estudante e do professor. (KILPATRICK, 1996a)

A pesquisa sobre o professor, sobre seu conhecimento matemático, como ele compreende matemática, bem como, como combina o conhecimento matemático que tem com o conhecimento pedagógico na forma como ensina, precisava ser aprofundada, para não ficar na superficialidade do ato de ensinar apenas. Vale dizer que é preciso atentar para as pesquisas que intentam relacionar ações específicas do professor:

- (a) o contraste entre professor novato e professor experiente;
- (b) tentativas para melhorar a eficiência do professor;
- (c) descrições de como o professor constrói significados e percebe sua vida profissional..

Alguns estudos sobre programas específicos da formação inicial e permanente dos professores de matemática, mas poucos destes estudos analisavam transversalmente estes programas e o que estes professores faziam depois que terminavam o programa e entravam em sua vida profissional (KILPATRICK, 1996a).

Nos anos 70 a pesquisa começou a incorporar os estudos sobre aprendizagem individual dos alunos levando em conta seu contexto social, e uma matemática determinada socialmente. O ponto fomenta a discussão sobre o tema construção social do conhecimento durante o ensino de matemática. Os pesquisadores estavam sendo exortados a perceber a matemática como fenômeno social. (KILPATRICK, 1996a)

Com relação às pesquisas sobre como a matemática poderia ser utilizada fora da sala de aula, foram úteis por revelar como a matemática é construída socialmente, e como é a matemática que é ensinada na escola e determinada pela sociedade. Nos estudos etnográficos era visível a discrepância de como a matemática era utilizada em várias culturas das aquelas que se utilizavam na escola e aqueles que se utilizam para resolver problemas quantitativos e cotidianos. Isso em relação, tanto na praça do mercado como no trabalho quanto em casa. Na

literatura, esta questão de pesquisa estaria preocupada com a relação entre cultura da matemática escolar e a cultura que o menino traz para a escola e a cultura em que o adulto esta fazendo matemática. (KILPATRICK, 1996a)

Congruente com as ideias acima delineadas, a ênfase na pesquisa em Educação Matemática é sempre ter claro que a Educação Matemática nasceu da Matemática. Portanto, torna-se improdutivo para a Educação Matemática distanciar-se da Matemática. Não é um problema que matemáticos e educadores matemáticos tenham diferentes orientações para pesquisa. Pelo contrário, pode ser enriquecedor.

A Educação Matemática vem ao longo de mais de cinco décadas fortalecendo-se enquanto comunidade e tradições de pesquisa, com sua própria agenda de pesquisa, seus próprios esquemas teóricos. Um número crescente de pesquisadores em Educação Matemática, em um número crescente de países, cada vez mais se envolve nas pesquisas sobre o ensino-aprendizagem de matemática com o propósito tanto de compreender o fenômeno tanto a sua preocupação central que é o modo como se aprende e ensina matemática.

Entretanto, pode ser que educadores matemáticos, ao incorporar em suas pesquisas o conhecimento de outras áreas, passem a pensar que é impossível tornar o conhecimento desenvolvido pela sua área fiável, aceitando o próprio objeto de estudo com o caráter estático. Neste sentido, a discussão sobre metodologia de pesquisa pode constitui, precisamente, uma maneira de buscar reflexões sobre como o conhecimento matemático tem sido e pode ser construído.

1.4 A busca de identidade através do domínio de pesquisa

A pesquisa em Educação Matemática é multidisciplinar, neste sentido, pesquisadores de diferentes comunidades - psicologia, sociologia, antropologia, matemática, linguística, e epistemologia - contribuem para as construções teóricas desenvolvidas inicialmente fora do campo. Como consequência, não é fácil para os pesquisadores em Educação Matemática delimitar o objeto das suas pesquisas, mesmo que eles próprios o restrinjam no âmbito do ensino e aprendizagem da matemática, depois de considerar a diversidade dos seus determinantes.

A escolha de uma metodologia de pesquisa compreende uma série de pressupostos norteadores, passíveis de reformulação e achados. Portanto, a escolha por uma determinada

teoria marca uma afinidade que em larga medida é definida pelo avanço do conhecimento na área, em que está situada uma dada tradição de pesquisa. Portanto, o pesquisador não inventa um revestimento teórico ao escolher um determinado objeto de pesquisa, mas já se encontra impregnado de vestígios de alguma tradição, formatado por olhares precedentes.

A maioria dos trabalhos apresentados acima segue a abordagem qualitativa. Entretanto, não é possível afirmar que a área como um todo tem este comportamento. Para este fim, seria preciso analisar os vários eventos, e as diversas produções acadêmicas das diferentes tradições de pesquisa da área, que versem sobre o tema metodologia de pesquisa. As ideias delineadas neste capítulo coadunam com a proposta do CERME - Comunicação, Cooperação e Colaboração - quando trata sobre a importância de delinear e identificar diferentes pesquisadores em diferentes tradições de pesquisa sobre Metodologia de Pesquisa, Epistemologia, Teoria e Prática.

O que é pesquisa em Educação Matemática e quais são os seus resultados? Em 19 de agosto de 1992 no VII *International Congress on Mathematical Education* em Quebec membros do comitê discutem na forma de cinco questões: qual o objeto de estudo em Educação Matemática? Quais são os objetivos da pesquisa em Educação Matemática? Quais são as questões específicas ou problemáticas de pesquisa em Educação Matemática? Quais são os resultados de pesquisa em Educação Matemática? E, quais os critérios que são usados para avaliar os resultados de pesquisa em Educação Matemática? A plenária discutiu: definição de domínio, problemas de relacionamento entre teoria e prática na pesquisa, o lugar do ensino no *design* da pesquisa em Educação Matemática, o treinamento de pesquisadores, e a visão da pesquisa em Educação Matemática pelos matemáticos. Não houve um veredito final, uma resolução do tipo de pesquisa em Educação Matemática, se pode ser deste ou daquele tipo. Ao invés disso, que existem diferenças que divide teoricamente abordagens, teorias, visões, filosofias da matemática, e ainda assim constitui uma comunidade e é necessária pesquisa para que constitua sua identidade. (SIERPINKSA; KILPATRICK, 1998)

Educação Matemática tem se tornado um domínio de pesquisa científica e seus resultados estão se tornando menos claros, e isso demonstra a necessidade de chegar a um consenso. Apesar desta falta de consenso existe um leque de publicações que descreve o estado da arte na pesquisa em Educação Matemática. Este trabalho não é um estado da arte no sentido de apresentar a Metodologia da Pesquisa em Educação Matemática em abordagens

qualitativa, quantitativa ou quali-quantitativa, mas é um estado da arte ou do conhecimento por buscar uma compreensão do que já foi construído e produzido, em determinado período, de 2005 até 2015 computando 10 anos, com uma tradição de pesquisa a Didática da Matemática, sobre o que ainda não foi feito. Propõe-se uma opção metodológica de levantamento e de análise do conhecimento sobre o tema Metodologia de Pesquisa em Educação Matemática.