



*La Ingeniería Estructural, motor del desarrollo en América, en un marco de Integración y Sustentabilidad*

## **APLICAÇÃO DA FOTOELASTICIDADE DIGITAL PARA ANÁLISE DE TENSÕES EM ESTUDO DE LIGAÇÃO METÁLICA PARAFUSADA VIGA-COLUNA**

### **APPLICATION OF DIGITAL PHOTOELASTICITY FOR STRESS ANALYSIS ON STEEL JUNCTION BOLTED BEAM TO COLUMN**

Cesare G. Fiorini (P) (1); Alberto B. Vieira Jr (2)

(1) Engenheiro Civil, Escola Politécnica, Universidade Federal da Bahia, Salvador, Brasil.

(2) Professor Doutor Engenheiro, Escola Politécnica, Universidade Federal da Bahia, Salvador, Brasil.

E-mails: (P) gerson.fiorini@gmail.com, abvieira@ufba.br.

#### **Resumo**

A fotoelasticidade é uma técnica experimental antiga de análise de tensão. Mesmo assim, nova atenção é dada a esse método devido aos progressos da fotoelasticidade digital. Esse artigo tem como objetivo a análise, por meio da fotoelasticidade de reflexão, de uma ligação parafusada, com viga perfil I em balanço, ligada a coluna e sujeita a carregamento concentrado na extremidade livre. Os níveis de tensão na mesa superior da viga e nos parafusos são avaliados. A araldite, preparada manualmente, foi escolhida como película birrefringente para recobrir as áreas de interesse. Utiliza-se um polariscópio circular em campo escuro e com luz branca que projeta luz polarizada e que é refletida pelo modelo. Nessas áreas iluminadas, aparecem franjas coloridas chamadas isocromáticas e que informam sobre o nível de tensão atuante. Os ensaios de carregamento foram precedidos por testes de calibração do revestimento fotoelástico. Um algoritmo, não comercial, escrito em Matlab faz o tratamento de dados para determinar o valor da constante fotoelástica. O código processa as franjas isocromáticas nas imagens registradas, no espaço de cores RGB. Successivamente, retorna os valores das ordens de franjas e os respectivos posicionamentos físicos. Enfim, fornece os valores de tensão procurados. Os resultados são comparados com a solução teórica e a numérica. Apresenta-se, também, o procedimento de calibração com o tratamento de imagens e a avaliação de erro. Atenção é dada para o potencial didático associado a essa técnica na sua essência mas, ao mesmo tempo, convidando os alunos a implementar próprios códigos ou melhorar os existentes.

*Palavras-chave: fotoelasticidade de reflexão, fotoelasticidade digital, franjas isocromáticas*

#### **Abstract**

Photoelasticity is an experimental technique of stress analysis. New attention is given to this method due to progress of digital photoelasticity. This paper investigates, using reflection photoelasticity, a steel bolted junction, with cantilever beam I profile, connected to column and subject to concentrated load on free extreme. Levels of stresses on the upper flange and on bolts are investigated. Araldite, manually prepared, was chosen as birfringent film for covering analysed areas. Circular polariscope is used in black field with white light projecting polarized light that is reflected by the sample. On the illuminated areas appear colored fringes, called isochromatics and inform on the level of acting stresses. Load tests were made, after calibration setup testing of photoelastic film. A not comercial algorithm, written in Matlab, process data to determinate the fringe value photoelastic constant. The code, process isochromatics fringes in recorded images, in RGB space color. It return values of fringes orders and relative physical position. Finally shows values of stresses searched. Results are compared with teórica and numerical solution. Procedure for calibration with image processing and mistake avaiation. Attention is given to potential didatic associated to this technique in its essence but meanwhile inviting alumns to implement own codes or improve existing ones.

*Keywords: reflection photoelasticity, digital photoelasticity, isochromatics fringes*

## 1. INTRODUÇÃO

A análise de tensão é uma área específica, dentro da Resistência dos Materiais. A finalidade desse tipo de análise é determinar os estados de tensões que caracterizam uma estrutura quando está sujeita a solicitações. Essas solicitações podem ser causadas pela ação de esforços externos assim como pela eventual presença de tensões residuais que atuam internamente ao corpo.

O presente artigo trata das tensões atuantes na viga e nos parafusos de uma ligação coluna com viga em balanço. O estudo é conduzido com três diferentes análises: a teórica, a experimental e, por fim, com modelagem numérica. Nessa pesquisa, maior ênfase é dada para a análise experimental feita por meio de um ensaio mecânico de flexão simples.

A fotoelasticidade é usada para determinar os resultados. Essa técnica experimental destaca-se entre as demais por permitir a visualização das distribuições de tensões. Encontra-se várias experiências com aplicação da fotoelasticidade em âmbito médico, odontológico, aeroespacial, mecânico, naval etc. A depender da finalidade do estudo, a fotoelasticidade é utilizada para investigação qualitativa e/ou quantitativa dos níveis de tensões.

A fotoelasticidade clássica, que nasceu há mais de um século atrás, hoje evoluiu na moderna fotoelasticidade digital. A transformação foi possível principalmente pelo avanço nas técnicas de processamento de imagens e pelo aumento da capacidade de cálculo dos mais recentes computadores.

No meio acadêmico também, o ensino da teoria junto com as aplicações práticas e informáticas referentes à fotoelasticidade, constituem um potencial didático relevante. Os novos engenheiros, que estão em fase de formação, podem ser beneficiados com a implementação dessa técnica. Em disciplinas como Resistência dos Materiais ou afins, os alunos aprendem os conceitos teóricos e as formulações, enquanto com a aplicação da fotoelasticidade, associam um sentido físico e visível aos conceitos matemáticos das tensões. O entendimento, em termos de tensões, sobre o desempenho e a resistência de uma estrutura que está sujeita aos vários tipos de solicitações, torna-se, portanto, mais completo e eficaz.

## 2. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

### 2.1 Conceitos Fundamentais da Fotoelasticidade

Segundo Paula Martins (2005), com a aplicação da fotoelasticidade mede-se: as diferenças entre as tensões principais, as direções das tensões principais, as deformações dentro e fora do plano, os fatores de concentração de tensão. Essa é uma técnica a ‘campo inteiro’ diferentemente da extensometria que fornece dados pontuais. A compreensão da fotoelasticidade exige o conhecimento da teoria da luz. Por Pedrotti (2003), na teoria da onda, dois são os tipos de óptica: a geometria óptica que explica os fenômenos da luz como raio luminoso (reflexão, refração etc) e a física óptica que descreve as propriedades da natureza ondulatória da luz (superposição de ondas, polarização, birrefringência etc.). A birrefringência representa a mais importante propriedade física associada à fotoelasticidade. Manifesta-se como refração dupla. O raio original, previamente polarizado, é refratado em dois raios (um mais lento e outro mais rápido). Isso acontece quando esse raio passa por materiais chamados birrefringentes, veja-se a Fig.1, que mostra esse fenômeno.

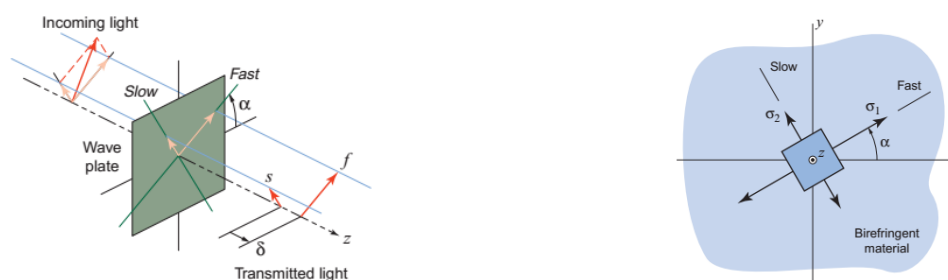


Figura 1. Exemplo de Birrefringência (Philips, 1998)

A birrefringência é uma manifestação temporária que só aparece quando o elemento está sujeito a carregamento, ou em presença de tensões residuais. As formulações que descrevem esse fenômeno são as seguintes:

$$(1) \quad \Delta = \frac{2\pi h C}{\lambda} (\sigma_1 - \sigma_2)$$

$$(2) \quad \sigma_1 - \sigma_2 = \frac{N f_\sigma}{h}$$

$$(3) \quad N = \frac{\Delta}{2\pi}$$

$$(4) \quad f_\sigma = \frac{\lambda}{C}$$

Especificamente,  $\sigma_1 - \sigma_2$  refere-se à diferença entre as tensões principais;  $h$ , no caso da fotoelasticidade de transmissão onde o raio passa pelo modelo sem retornar, representa a espessura do modelo. Se, diferentemente, trata-se de fotoelasticidade de reflexão,  $h$  coincide com o dobro da espessura da camada, pois o raio passa duas vezes pela camada.  $\lambda$  corresponde ao comprimento de onda.  $\Delta$  representa o retardo entre as ondas e, ao mesmo tempo, representa a diferença angular de fase entre as ondas principais.  $N$  indica a ordem de franja que revela o número de ciclos completos e o retardo relativo expresso como múltiplo ou submúltiplo do comprimento de onda. Por fim,  $f_\sigma$  é a constante fotoelástica e  $C$  é o coeficiente óptico-tensões. O fenômeno da fotoelasticidade, quando ocorre, manifesta-se por meio de alternâncias de franjas. Existem dois tipos de franjas. As franjas isocromáticas, constituídas por pontos com mesma cor e que representam o lugar de pontos cuja intensidade de diferença das tensões principais é a mesma. As franjas isocromáticas são coloridas quando se usa luz branca (Fig.2a) e são pretas com luz monocromática (Fig.2b).

As outras franjas, chamadas isoclínicas, são compostas por pontos cujas direções das tensões principais são as mesmas. As Fig. 2c, 2d são exemplos de isoclínicas com ângulos diferentes

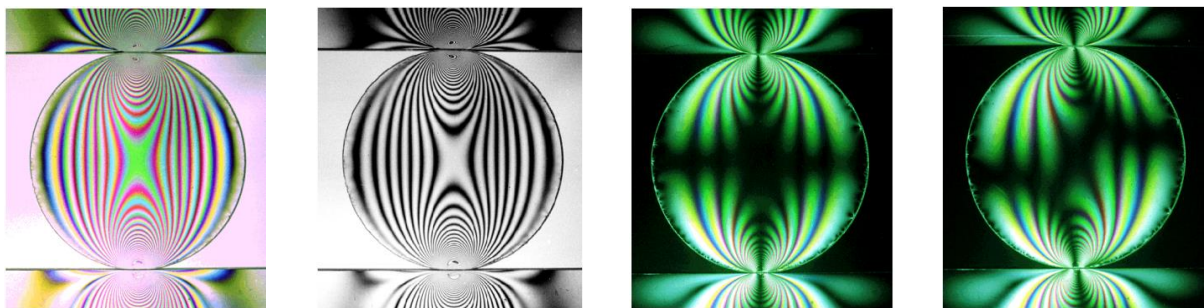


Figura 2a,2b,2c,2d Franjas Isocromáticas e Isoclínicas (Philips, 1998)

### 2.3 Arranjo Experimental

Nesse estudo, foi utilizado o polariscópio circular de reflexão, LF/Z – 2 da Vishay. Na Fig.3a representa-se um modelo esquemático, enquanto na Fig.3b mostra-se o modelo real que foi utilizado durante o ensaio. O polariscópio circular é composto por várias partes: projetor de luz, filtro polarizador, retardador de um quarto de onda, outro retardador de um quarto de onda, analisador.

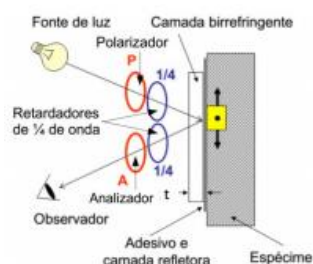


Figura 3a, Polariscópio (Philips, 1998 modificado)



Figura 3b, Polariscópio (Autor, 2015)



*La Ingeniería Estructural, motor del desarrollo en América, en un marco de Integración y Sustentabilidad*

Para obter o valor da diferença entre as tensões principais, é indispensável conhecer a ordem de franjas  $N$ . Esse parâmetro informa sobre que posição uma determinada franja ocupa na sequência das franjas isocromáticas. É necessário, ao mesmo tempo, saber determinar o valor  $f_{\sigma}$  da constante fotoelástica que caracteriza o material da camada birrefringente. Esse valor obtém-se por calibração do material birrefringente. Utiliza-se um ensaio mecânico, cuja solução teórica estrutural seja conhecida, como apresentado no exemplo logo a seguir. A constante fotoelástica relaciona o nível de tensões que estão atuando num determinado elemento com as cores que aparecem no revestimento fotoelástico. Existe, portanto, proporcionalidade direta entre o valor do carregamento que gera o estado de tensão e a sequência de cores que aparecem no revestimento birrefringente.

## 2.4 Tratamento e Processamento de Imagens

Assim como reportado no trabalho de Faria (2010), hoje em dia o processamento de imagens é uma ferramenta essencial em diversas áreas de aplicações: Medicina, Vigilância, Inspeção industrial etc. O possibilidade da digitalização das imagens foi uma das etapas fundamentais para o advento do processamento de imagens. O tratamento digital permite obter a uma rotulagem das informações nas imagens analisadas, tais como: distinção de cores, contagem de objetos, definição de contorno, medição de áreas etc. Todas essas técnicas de aquisição, tratamento, processamento e análise de imagens são realizadas com o auxílio imprescindível de computadores. Programas específicos e linguagens de programação apropriados foram criados para atender a essas atribuições. O software Matlab, é uma demonstração disso, enquanto ao mesmo tempo pode atuar como programa ou como compilador de códigos. Nesse estudo, foi empregado para escrever o código utilizado no cálculo da definição da constante fotoelástica  $f_{\sigma}$ .

## 3. OBJETIVOS

A escolha do estudo referente à ligação parafusada viga coluna é justificada pelo fato de ser frequente nas construções metálicas. Com esse trabalho, o objetivo é duplice. Primeiro, utilizar a técnica experimental da fotoelasticidade para determinar os níveis de tensão na ligação, especificamente na mesa e nos parafusos, comparando os resultados experimentais com aqueles teóricos e numéricos. O segundo objetivo é estimular, no meio acadêmico, o uso didático da fotoelasticidade.

## 4. DADOS DE PROJETO

O modelo estrutural, representado nas Fig.4a,4b,4c, é constituído por os seguintes elementos:

- N.1 Pilar, com seção quadrangular vazada e com paredes furadas para ajustar as posições dos parafusos em termos de altura.
- N.1 Viga, com seção perfil I, IPE200, comprimento de 1m
- N.1 Chapa quadrada 270mm x 270mm, espessura 12mm

Todos os esses elementos foram fabricados em aço laminado S235, com tensão de escoamento  $f_y = 235\text{Mpa}$  e tensão de ruptura  $340\text{Mpa} \leq f_u \leq 470\text{Mpa}$

- N.6 parafusos de alta resistência, M16 (diâmetro 16mm), classe de resistência 8.8, com tensão última de ruptura,  $f_{ub} = 800\text{Mpa}$  e com tensão de escoamento,  $f_{yb} = 80\% f_{ub}$ , portanto vale 480Mpa.



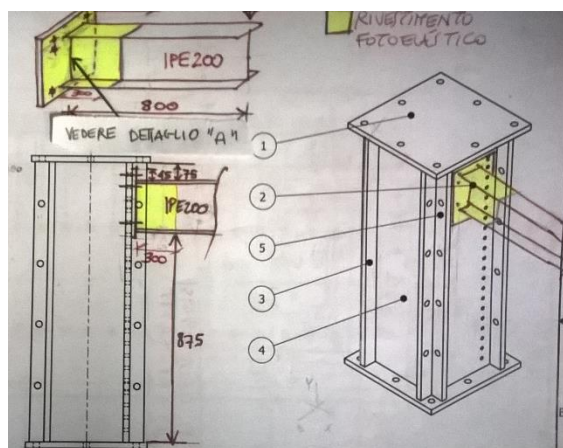


Fig.4a, Vista lateral e 3D

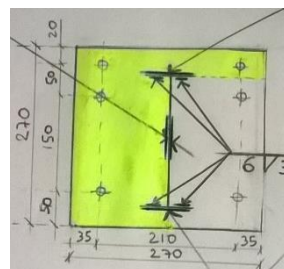


Fig. 4b, Chapa

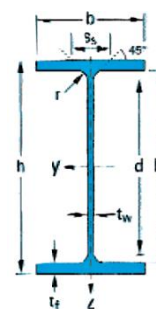


Fig. 4c, Seção IPE200

Os ensaios mecânicos foram efetuados nos Laboratórios do Departamento de Mecânica do Politécnico de Milão, na Itália. Assim como mostrado precedentemente na Fig.4a, analisam-se três regiões da viga: a mesa superior em proximidade do engaste, a alma da viga com parte da mesa inferior e a chapa com os parafusos na linha a direita.

## 5. CALIBRAÇÃO

### 5.1. Preparo da Película Birrefringente

Devida a presença de uma região curva a ser avaliada, a araldite, foi preferida como material birrefringente em alternativa ao policarbonato que encontra-se disponível no mercado em folhas prontas, mas de geometria padronizada, que nesse estudo não era adequado às necessidades dos ensaios. A araldite, que é uma resina epoxídica, tem a vantagem de poder ser confeccionada sob medida.

O processo de preparação da Araldite foi dividido principalmente em duas etapas, sendo a primeira a confecção da camada fotoelástica, com relativo tempo de cura. Uma segunda etapa foi a preparação da cola e aplicação da película diretamente sobre as barras de aço e sobre a viga para pudessem ser ensaiadas.

#### Primeira Etapa: Preparação da Araldite

A araldite apresenta-se em forma líquida, de cor transparente e levemente amarelada. Tem consistência viscosa. A Fig. 5a mostra o reagente endurecedor HY956EN e a ARALDITE DBF da HUNTSMANN usados para confeccionar a araldite. As Fig.5b,5c mostram como foi obtida com a mescla entre o reagente e Araldite DBF. As medidas foram tomadas em partes de volume, em proporções de 100 partes para a Araldite mais 20 partes de endurecedor. O tempo médio de preparação de cada revestimento foi em torno de 40 minutos. O processo de mistura foi realizado lentamente para diminuir o risco de inclusão de bolhas no líquido e tentar reduzir a liberação de energia térmica, originada pela reação química de carácter exotérmico. A gradativa realização da mistura favorece também a homogeneidade do composto que, por sua vez, melhora a qualidade do revestimento.

O despejamento da mescla (Fig.5d) foi feito portanto de forma paulatina sobre uma superfície plana confinada por borrachas milimetradas para evitar o vazamento. Em seguida, foi recoberta com uma tela

em teflon para proteger contra sujeira. O tempo de cura dado ao material foi de um dia. Após a cura, foram retiradas as borrachas de contenção e a película, assim como mostra a fig.5e está pronta para ser aplicada. A espessura da película é de 2,5mm. A mesma medida da camada birrifringente é usada, tanto para os testes de calibração, como para os ensaios de carregamento na viga.



Fig.5a, Materiais para Araldite



Fig.5b,c, Recipientes

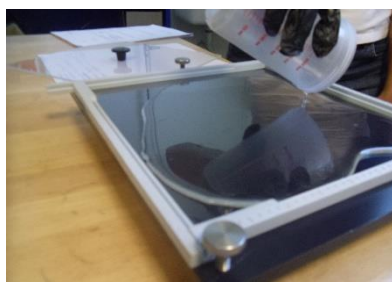


Fig.5d, Despejamento



Fig.5e, Após a cura

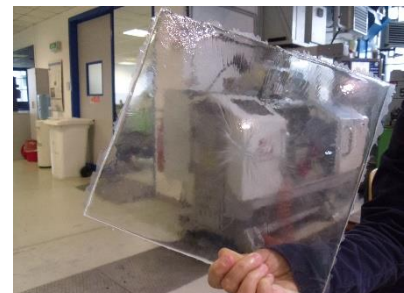


Fig.5e, Película pronta

### Segunda Etapa: Preparação da Cola e Aplicação da Película

A cola, de cor prata para aumentar o efeito de reflexão, é obtida com a união da resina PC-1 e o endurecedor PCH-1, ambos fornecidos pela Micro Measurement, veja-se a Fig. 6a. A cola foi utilizada para colar a barra do revestimento plástico. Os pesos foram medidos com balança eletrônica de precisão, como mostrado na Fig.6b. A cola foi aplicada em cima da barra de aço por meio de uma faca plástica, tentando aplicá-la com uma espessura constante e sem presença de bolhas (Fig. 6c). A mesma operação foi feita para as partes das vigas. Como exemplos, aqui pode se ver as Fig. 6d e 6e mostram como foi aplicado na parte da alma da viga. A qualidade do revestimento fotoelástico preparado foi controlada (Fig. 6f) colocando a lâmina birrifringente no polariscópio plano, desfrutando os princípios da fotoelasticidade de transmissão. Verificou-se a ausência de tensões residuais que pudessem ter sido introduzidas durante a fase do preparo.



Fig.6a, Materiais para Cola



Fig.6b, Pesagem e Depejo



Fig.6c, Aplicação da Película



Fig.6d, Aplicação da Cola



Fig.6e, Aplicação da Película



Fig.6f, Controle Placa



Fig.6g, Aplicação de Pesos



Fig.6h, Aplicação de Pesos

Antes da aplicação das lâminas de revestimento fotoelástico, as barras de aço e as regiões selecionadas da viga foram submetidas a limpeza superficial. Foi utilizado álcool, um pano e lixa abrasiva para tirar a sujeira e outros possíveis resíduos como gordura, impressão digital, etc. Após essa operação, as películas fotoelásticas foram aplicadas em cima das barras de aço sempre de forma gradativa para não aprisionar bolhas no seu interior entre o revestimento e a cola (Fig. 6c, 6e). A película e as bordas foram protegidas com uma fita adesiva para impedir a 'entrada' da humidade. A seguir, como ilustrados nas Fig. 6g, 6h foram aplicados pesos para que a aderência entre o aço e o revestimento fotoelástico fosse atingida. A seguir, na Tab.1, como resumo, são mostradas as quantidades de material utilizado para calcular a quantidade de Araldite necessária a ser trabalhada junta com o endurecedor.

Tabela 1. Preparação Película

PREPARAÇÃO PELÍCULA BIRRIFRINGENTE								
REGIÃO		AREA [cm <sup>2</sup> ]	VOLUME [mm <sup>3</sup> ]	VOLUME [ml]	ARALDITE		COLA	
					ARALDITE DBF [ml]	HY956EN [ml]	PC1-RESIN [gramas]	PCH1 HARDENER [gramas]
C1	Mesa Superior	250	63.000	63	52	11	25	2,5
C2	Chapa	260	65.000	65	53	12	26	2,6
C3	Alma	510	125.000	125	103	22	51	5,1

## 5.2. Ensaio de Flexão Simples

O ensaio das barras para a calibração da camada birrefringente foi feito por meio de um esquema estrutural consolidado, cuja solução teórica é conhecida. O modelo estrutural corresponde a uma viga em balanço com carregamento concentrado aplicado na ponta da barra, assim como mostrado na Fig. 3b. Tendo duas barras a serem ensaiadas, foram feitos dois ciclos de carregamento. Cada ciclo foi efetuado em três etapas, assim como ilustrado na Tab.2. A cada etapa, houve aumento dos pesos aplicados na extremidade do balanço.

Tabela 2. Ciclo de Carregamento

BARRAS	1º ETAPA	2º ETAPA	3º ETAPA
B1 e B2	2,230Kg = 22,3N	2,569Kg = 25,69N	2,911Kg = 29,11N



Os incrementos de peso na extremidade da barra provocaram mudanças nas configurações das franjas isocromáticas que foram fotografadas para todas as alterações de peso imposto. Veja-se as Fig.7a-7c.



Fig.7a, B1 – 22,3N

Fig.7b, B1 – 25,69N

Fig.7c, B1 – 29,11N

O esquema estrutural utilizado para a operação de calibração é representado na Fig. 8 juntamente com as propriedades geométricas e mecânicas mostradas na Tab.3.

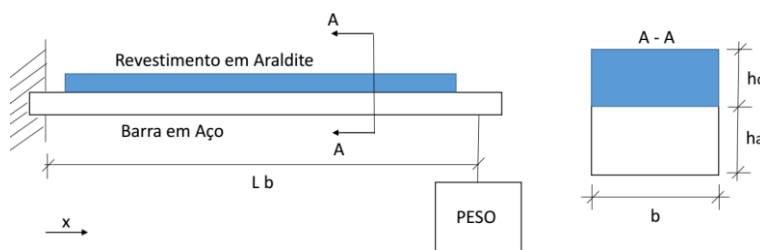


Fig.8 Esquema Estrutural

Tab. 3 Propriedades da Seção

PROPRIEDADES MECÂNICAS E GEOMÉTRICAS	
E_araldite - E <sup>c</sup>	2,9 Gpa
E_aço - E <sup>s</sup>	200 Gpa
m=E_aço/E_araldite	69 s.u.
Er=E_araldite/E_aço	0,0145 s.u.
Largura_base	20 mm
h_araldite	2,5 mm
h_aço	3 mm
tr=h_araldite/h_aço	0,83 s.u.
y_araldite	4,25 mm
y_aço	1,5 mm
Á_araldite	150 mm <sup>2</sup>
A_aço	60 mm <sup>2</sup>
A_homog	4187,9 mm <sup>2</sup>
Inércia Araldite	395,2 mm <sup>4</sup>
Inércia Aço	45,1 mm <sup>4</sup>
Inércia homog	3503 mm <sup>4</sup>
Coef_poisson_araldite - ν <sup>c</sup>	0,345 s.u.
Coef_poisson_aço- ν <sup>s</sup>	0,3 s.u.

Pela teoria da fotoelasticidade, a solução teórica para o cálculo da tensão atuante no baricentro da seção da camada fotoelástica é apresentada abaixo na equação 5 enquanto o valor da tensão no aço é expresso pela equação 6. No entanto, sabe-se que  $\sigma_2^c$  é nulo. Pela eq. 7, tratando-se de uma seção heterogênea,  $\sigma^c$  também pode ser calculado. Na equação 8 coloca-se o cálculo da tensão normal devida ao Momento

$$(5) \quad \sigma_1^c - \sigma_2^c = \frac{Nf_\sigma}{2h_c}$$

$$(6) \quad \sigma^s = \frac{E^s(1 + \nu^c) Nf_\sigma}{E^c(1 + \nu^s) 2h_c}$$

$$(7) \quad \sigma^c = \frac{E^c My}{E^c I^c + E^s I^s}$$

$$(8) \quad \sigma_1 = \frac{My}{I}$$

### 5.3. Análise de Dados com Processamento de Imagens

Um código, escrito em Matlab R2015a, foi desenvolvido pessoalmente para conseguir o cálculo da constante fotoelástica, assim como é mostrado nos gráficos colocados na seção 5.4, após a explicação teórica do cálculo fotoelástico. O diagrama de fluxo do código é apresentado na Tab.4. As Fig.9 e 10 mostram algumas etapas do processo de tratamento de imagens antes de se chegar à definição das curvas às equações presentes nas Fig.13a, b que se encontram mais adiante. Especificamente mostra-se na Tab. 5 os resultados da fase do pós-processamento onde são determinadas as distâncias do centro das cores em



relação ao ponto de aplicação do carregamento. O critério de identificação das cores é baseado nos cruzamentos das bandas das cores R (Red), G (Green) e B (Blue) entre si, e em função da curva dominante. Por exemplo, quando as curvas G e B se cruzam, e ao mesmo tempo, o R está acima do G, esse ponto é classificado de cor Roxa (veja-se a Fig.9 no Bloco 8 na posição 140mm)

Tab. 4 Fluxo do Programa

### PRÉ-PROCESSAMENTO

BLOCO 1: CHAMA A FIGURA ORIGINAL E RECORTA A FIGURA  
 BLOCO 2: AUMENTA O CONTRASTE COM EQUALIZAÇÃO DOS HISTOGRAMAS DAS CURVAS R,G,B  
 BLOCO 3: FORNECE AS PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS, MECÂNICAS E FÍSICAS DO MODELO  
 BLOCO 4: QUANTIFICA OS NÍVEIS DE CINZA NA FIGURA JÁ COM AS CORES REALÇADAS  
 BLOCO 5: EXTRAÍE A REGIÃO CENTRAL DA BARRA COINCIDENTE COM 1/3 DA ALTURA DA BARRA

### PROCESSAMENTO – PRIMEIRA FASE

BLOCO 6: GERA OS GRÁFICOS COM AS CURVAS DE CINZA DE CADA BANDA DE COR : R, G, B  
 BLOCO 7: ENCONTRA OS VALORES MEDIANOS DAS CURVAS DE CINZA E GERA OS GRÁFICOS DISCONTÍNUOS DAS CURVAS RGB, JUNTO COM A IMAGEM DA BARRA  
 BLOCO 8: GERA OS GRÁFICOS DAS CURVAS CONTÍNUAS RGB JUNTO COM A IMAGEM DA BARRA  
 BLOCO 9: ENCONTRA OS VALORES COM MESMO NÍVEIS DE CINZA ENTRE AS BANDAS (RED-GREEN) (GREEN-BLUE) (BLUE-RED)

### PROCESSAMENTO – SEGUNDA FASE

BLOCO 10: CRIA O VETOR COM A POSIÇÃO DOS CRUZAMENTOS ENTRE AS BANDAS R,G,B  
 BLOCO 11: IDENTIFICAÇÃO DAS CORES VERDE E ROXA  
 BLOCO 12: IDENTIFICAÇÃO DAS CORES VERMELHA E CIANO  
 BLOCO 13: IDENTIFICAÇÃO DAS CORES AMARELO E AZUL

### PÓS-PROCESSAMENTO

BLOCO 14: CALCULA OS VALORES DOS MOMENTOS QUE ATUAM NA BARRA DE CALIBRAÇÃO  
 BLOCO 15: CALCULA OS VALORES DAS TENSÕES QUE ESTÃO ATUANDO NO MEIO DO REVESTIMENTO FOTOELÁSTICO  
 BLOCO 16: RETORNA A TABELA COMPLETA COM OS VALORES PRINCIPAIS DE ANÁLISE DA BARRA, LOCALIZAÇÃO DAS CORES, LARGURA DAS CORES, A ORDEM DE FRANJA, OS VALORES DOS MOMENTOS, E AS TENSÕES NO REVESTIMENTO E NO CORPO DE PROVA. ALÉM DE PRESENTAR OS GRÁFICOS COM AS CURVAS DA CONSTANTE FOTOELÁSTICA

Para melhor visualização e entendimento do processo de determinação das cores, na calibração, são colocadas, a seguir, as imagens relativas ao ciclo de processamento da Fig. 7c, com a barra carregada com 2,911Kg

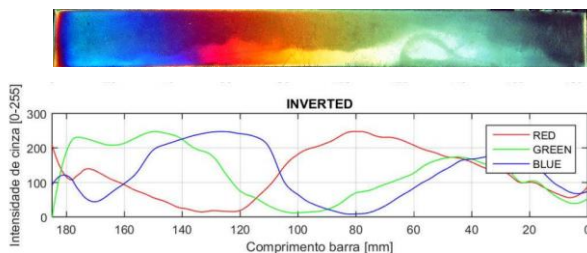


Fig.9: Bloco 2 e Bloco 8

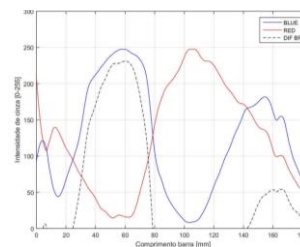


Fig.10: Bloco 9 (Blue-Red)

Tab.5 Resultados do Bloco 14,15,16

PESO	BRAÇO	FRANJA	MOM_TOT	COR	LARGURA	$\sigma$ ARALDITE	$\sigma$ AÇO
kg	mm	s.u.	Nmm		mm	Mpa	Mpa
2,911	78,96	0,7	2298,5	Amarela	18,514	1,80	66,93
	101,36	0,8	2950,6	Laranja	22,441	2,31	86,12
	123,84	0,9	3605,0	Vermelho	18,586	2,83	105,46
	138,54	1	4032,9	Roxo	13,976	3,17	118,15
	151,79	1,1	4418,6	Azul	27,835	3,48	129,63

## 5.4 Determinação do Valor da Constante Fotoelástica

O desenvolvimento da formulação matemática que leva a obter os valores da constante fotoelástica é apresentado nessa seção. A equação 10 baseia-se na reformulação da equação 5 com as equações 6 e 7. Sempre de acordo com RPEA (2005), é necessário introduzir o fator de redução chamado  $C_b$ , apresentado na equação 9, e que, na equação 10, é multiplicado por  $N_{obs}$ , que representa o valor de franja observado no experimento. O fator  $C_b$  considera os efeitos de colaboração atuantes na seção heterogênea formada pelos

dois materiais quando há atuação do efeito do momento em vigas finas. Os fatores mecânico e geométrico  $E_r$  e  $t_r$  já foram apresentados anteriormente na Tab. 3.

$$(9) \quad C_b = \frac{1 + E_r(4t_r + 6t_r^2 + 4t_r^3) + E_r^2 t_r^4}{1 + t_r} \quad (10) \quad \sigma^c = C_b N_{obs} \frac{f_\sigma}{2h_c}$$

Considerando-se, também, as equações 10 e 11, juntamente com as 5,6,7 e resolvendo-se em função de  $f_\sigma$ , define-se:

$$(11) \quad f_\sigma = \left( \frac{M}{N_{obs}} \right) \frac{E^c}{(EI)_s + (EI)_c} \frac{1 + \nu^s}{1 + \nu^c} \frac{2h_c}{C_b} y^{sup}$$

Assim sendo, com base nos valores calculados pelo programa em Matlab, e mostrados na Tab.5, é possível definir, para cada fase de carregamento, as curvas representadas nas Fig.13a,13b. A construção dos gráficos de dispersão depende dos fatores  $N_{obs}$  e  $M(A_1 A_2 A_3)$ . Como citado em RPEA (2005),  $M(A_1 A_2 A_3)$  é obtido como multiplicação do valor do momento fletor atuante pelas três constantes geométricas e mecânicas definidas nas seguintes equações:

$$(12) \quad A_1 = \frac{E^c}{(EI)_s + (EI)_c} \quad (13) \quad A_2 = \frac{1 + \nu^s}{1 + \nu^c} \quad (14) \quad A_3 = \frac{2h_c}{C_b} y^{sup}$$

Obtém-se em fim o valor da constante fotoelástica:

$$(15) \quad f_\sigma = \left( \frac{M}{N_{obs}} \right) A_1 A_2 A_3$$

Nos dois gráficos a seguir, são expostas as equações das retas, obtidas por aplicação direta de regressão linear simples. O valor  $f_\sigma$ , da constante fotoelástica é, portanto, determinado como média aritmética dos coeficientes angulares dessas retas.

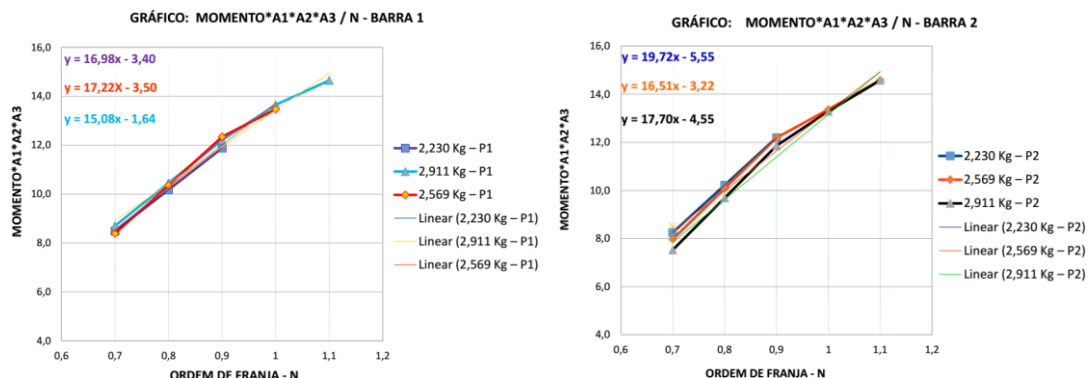


Fig.13a,13b Gráficos da Constante Fotoelástica

Desta maneira, o valor calculado para a constante fotoelástica  $f_\sigma$  é 17,20 N/mm.

## 6. ENSAIO EXPERIMENTAL

O ensaio experimental, assim como a fase de calibração da película, foi precedido da preparação das camadas birrefringentes em araldite. A aplicação do revestimento foi feita em dias diferentes, devido ao tempo de cura necessário para que as camadas, colocadas nas diversas áreas, pudessem estar adequadamente coladas. Nas Figuras 14a,14b,14c mostra-se a colocação da araldite na mesa superior da viga. Por fim, a viga foi parafusada no pilar universal e foi dado um torque de pré-tensão aos parafusos.

Além do Polariscópio circular em luz branca, já descrito na seção 2.3 dos Fundamentos Teóricos, foram utilizados, também, a célula de carga, o leitor de carregamento e o atuador, como mostrado nas figuras 15a,15b,15c.



Fig. 14a, Aplicação cola



Fig. 14b, Viga em pé



Fig. 14c, Viga apoiada



Fig. 15a, Atuador hidráulico



Fig. 15b, Visão geral



Fig. 15c, Detalhe Viga

O ensaio de flexão simples sobre a viga foi feito praticamente em 4 ciclos de carregamento. A viga, inicialmente descarregada, está sujeita somente ao peso próprio. Sucessivamente, são aplicados incrementos de carregamentos de 5kN para cada fase, chegando a um máximo de peso de 20kN. As três regiões analisadas, já mostradas na Fig.4a, foram fotografadas para registrar as variações nas ordens de franjas isocromáticas durante o carregamento, assim como durante a fase de descarga. O carregamento final de 20kN não atingiu a fase plástica.

## 7. RESULTADOS COM FOTOELASTICIDADE

Como em Perez (2009), para analisar as regiões da mesa superior e da chapa foi desenhada uma grade quadriculada de 5mm para poder localizar com mais facilidade as posições das cores das franjas. O procedimento para o cálculo experimental das tensões atuantes, seja na mesa superior ou na chapa, foi obtido com a aplicação da equação 16. Nessa equação,  $N_{PP}$  e  $N_{F+PP}$  representam, respectivamente, as ordens de franjas isocromáticas que são lidas nos três pontos selecionados, quando atua só o efeito do peso próprio da viga, e quando são aplicados os incrementos de carregamento.

$$(16) \quad \sigma^s = \frac{E^s(1 + \nu^c)}{E^c(1 + \nu^s)} \frac{(N_{F+PP} - N_{PP})f_\sigma}{2h_c}$$

No caso da mesa superior, foi analisada uma região retangular de 6cm x 10cm, como é mostrado na Planta da Fig. 16. Os pontos A, B, C estão afastados do engaste respectivamente de 3, 4, 5cm. Assim como na chapa, veja-se as Fig. 17a e b,c foi analisado o ponto D próximo do parafuso. Abaixo de cada imagem da Fig. 16, estão escritas as cores associadas a cada ponto. Elaborando, portanto, essas informações obtidas pela classificação das cores, foi possível montar a Tabela 5, que compara os valores das tensões experimentais com aquelas teóricas, e determina o erro percentual. Nesse caso, é possível fazer essa comparação, enquanto a solução teórica da tensão na mesa superior é obtida aplicando a equação (8). Lembra-se que as propriedades geométricas da viga e o valor do momento resultante devido à força aplicada e ao peso próprio são conhecidos. Portanto, a comparação é feita diretamente, entre os valores teóricos, e os experimentalmente obtidos, das tensões. Diferentemente, no caso da região da chapa no ponto D, não existe um valor teórico de tensão naquela região. A comparação com o valor experimental é



feita com a resposta numérica, apresentada no próximo capítulo, onde é feita uma análise, na região próxima ao parafuso, sobre as diferenças entre as tensões principais.

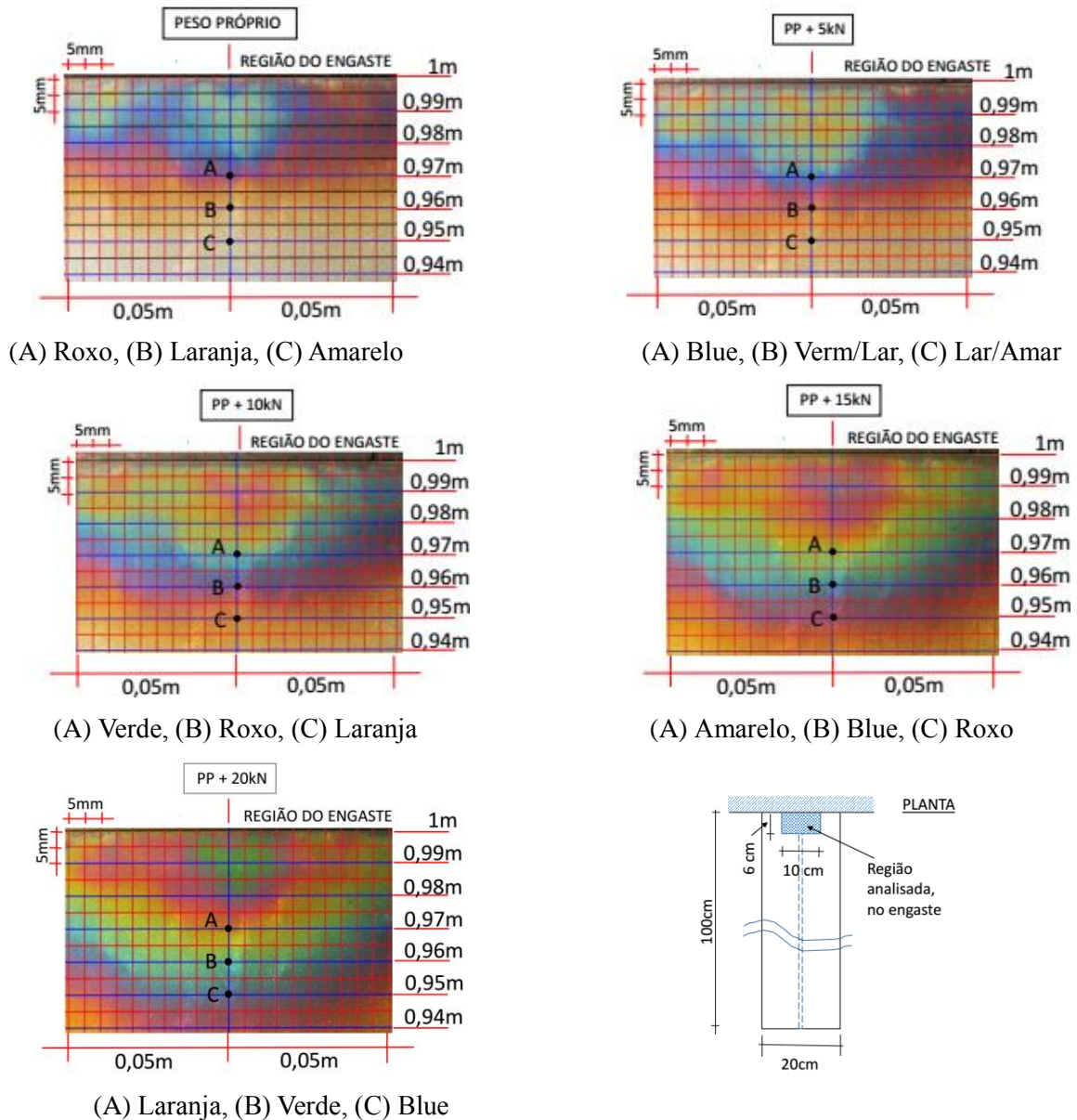


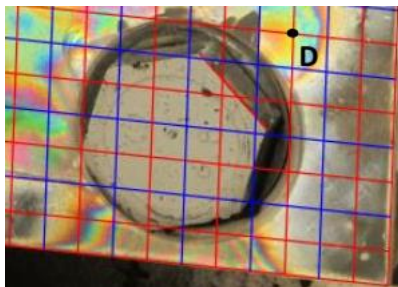
Fig.16, Franjas Isocromáticas e Planta da Viga

A seguir, é mostrada a Tabela com os valores experimentais e teóricos das tensões na mesa superior.

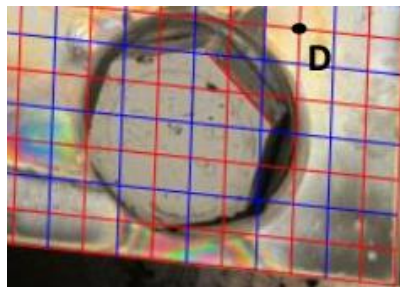
Tab. 5, Resultados na Mesa Superior

Força F kN	Pontos	Braço m	Ordem de Franja - Força F		Ordem de Franja - PP		Momento F kNm	Momento PP kNm	Momento F+PP kNm	Experimental Mpa	Teórica Mpa	Erro %
			N1 Cor	N2 Cor	N1 Cor	N2 Cor						
20,3	A	0,97	1,5 Laranja	1 Roxo	19,691	-0,105	19,586	-122,7	-100,8	21,75%		
	B	0,96	1,2 Verde	0,8 Laranja	19,488	-0,103	19,385	-98,2	-99,8	-1,58%		
	C	0,95	1,1 Blue	0,7 Amarelo	19,285	-0,101	19,184	-98,2	-98,7	-0,56%		
15,2	A	0,97	1,4 Amarelo	1 Roxo	14,744	-0,105	14,639	-98,2	-75,3	30,32%		
	B	0,96	1,1 Blue	0,8 Laranja	14,592	-0,103	14,489	-73,6	-74,6	-1,25%		
	C	0,95	1 Roxo	0,7 Amarelo	14,440	-0,101	14,339	-73,6	-73,8	-0,22%		
10,1	A	0,97	1,2 Verde	1 Roxo	9,797	-0,105	9,692	-49,1	-49,9	-1,58%		
	B	0,96	1 Roxo	0,8 Laranja	9,696	-0,103	9,593	-49,1	-49,4	-0,57%		
	C	0,95	0,9 Laranja	0,7 Amarelo	9,595	-0,101	9,494	-49,1	-48,9	0,47%		
5,1	A	0,97	1,1 Blue	1 Roxo	4,947	-0,105	4,842	-24,5	-24,9	-1,50%		
	B	0,96	0,88 Ver/Lar	0,8 Laranja	4,896	-0,103	4,793	-19,6	-24,7	-20,39%		
	C	0,95	0,75 Lar/Amar	0,7 Lar/Amar	4,845	-0,101	4,744	-12,3	-24,4	-49,73%		

Nas Fig. 17a,17b é mostrada a região do parafuso nas duas condições de carregamento e coloca-se em evidencia o ponto D. Nesse ponto, a ordem de franja estimada para  $N_{PP} = 0,75$  (cor amarela, primeira ordem) enquanto para  $N_{F+PP} = 1,2$  (cor verde, primeira ordem). Aplicando a equação 16 o valor das diferença de tensões principais é de 110MPa.

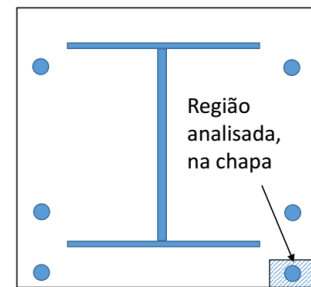


(D) (Peso Próprio + 20 kN)



(D) (só Peso Próprio)

Fig.17a,b,c Parafuso



Vista Frontal

## 7. ANÁLISE NUMÉRICA

Neste trabalho, enfatizou-se a descrição do procedimento digital para a calibração da constante fotoelástica, e os resultados obtidos, em regiões da ligação parafusada viga/coluna, através de ensaios mecânicos. No entanto, também foram obtidos resultados por meio da simulação numérica. Especificamente, nessa seção apresenta-se os valores numéricos obtidos referentes às tensões atuantes na mesa superior.

A simulação foi implementada usando o programa ANSYS. O código da simulação numérica foi escrito em linguagem APDL (ANSYS Parametric Design Language). O APDL permite mais flexibilidade e controle na fase de concepção e construção do modelo aos elementos finitos. Para a geração da malha, foram escolhidos os elementos tipo SHELL181, SOLID185. Na modelagem, foram incluídos o pilar, a chapa, a viga e os parafusos. Mesmo sendo uma estrutura simétrica, optou-se por uma modelagem completa do modelo estrutural, para conseguir obter resultados mais próximos do modelo real. As propriedades dos materiais respeitaram as características mecânicas e geométricas do ensaio. A base do pilar foi considerada vinculada com apoios fixos. A aplicação do carregamento concentrado foi representado por uma força espalhada em uma área próxima da extremidade livre da viga. A malha gerada, como mostrada na Fig.18, foi concebida com dimensão do elemento de 10mm. A modelagem gerou 27673 elementos e 29331 nós. Os pontos A, B, C, da mesa superior analisados no Cap.7, coincidem com os nós n.2388, n.2389, n.2390. Esses nós, com base nos valores mostrados na Fig. 18 e 19, para o carregamento de 20kN, apresentam tensão média em MPa respectivamente de: -92,65; -92,54; -93,34. O erro % com os valores teóricos e numéricos é mostrado na Tab.6.

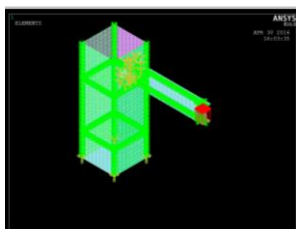


Fig.18 Geração malha

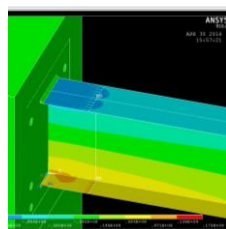


Fig.19a,b Tensões no nós A,B,C

File	File	File
PRINT S NODAL SOLU **** POST1 NODAL ST PowerGraphics Is Cur LOAD STEP= 1 SU TIME= 1.0000 SHELL NODAL RESULTS THE FOLLOWING X,Y,Z	PRINT S NODAL SOLU **** POST1 NODAL ST PowerGraphics Is Cur LOAD STEP= 1 SU TIME= 1.0000 SHELL NODAL RESULTS THE FOLLOWING X,Y,Z	PRINT S NODAL SOLU **** POST1 NODAL ST PowerGraphics Is Cur LOAD STEP= 1 SU TIME= 1.0000 SHELL NODAL RESULTS THE FOLLOWING X,Y,Z
NODE SX 2388 -0,10212E+09 2389 -0,83180E+08	NODE SX 2389 -0,99189E+08 2389 -0,85893E+08	NODE SX 2390 -0,98319E+08 2390 -0,88364E+08

Tab.6, Resultados Numéricos

Força F	Pontos	Braço	Tensão Experimental ( $\sigma_E$ )	Tensão Teórica ( $\sigma_T$ )	Tensão Numérica ( $\sigma_N$ )	Erro $\sigma_E/\sigma_T-1$	Erro $\sigma_E/\sigma_N-1$
kN		m	Mpa	Mpa	Mpa	%	%
20,3	A	0,97	-122,73	-100,80	-92,65	21,75%	32,46%
	B	0,96	-98,18	-99,77	-92,54	-1,59%	6,10%
	C	0,95	-98,18	-98,73	-93,34	-0,56%	5,19%



*La Ingeniería Estructural, motor del desarrollo en América, en un marco de Integración y Sustentabilidad*

## 8. POTENCIAL DIDÁTICO

Assim como citado em Santos (2007), a possibilidade de visualizar a distribuição e intensidade das tensões e as relativas direções, destaca a fotoelasticidade, por ser uma técnica experimental com alto potencial didático. A aplicação desse método, no meio acadêmico e na fase da formação de alunos, permite aos novos estudantes de Engenharia entender fisicamente, e visualmente, a distribuição das solicitações. São as franjas isocromáticas e isoclínicas que mostram aos discentes o comportamento das tensões em função de um determinado carregamento aplicado a um modelo estrutural. O aluno, portanto, que se aproxima a esse método experimental, pode desfrutar dessas experiências para consolidar o conhecimento dos principais conceitos de Resistência dos Materiais, como: Análise de Tensões, Círculo de Mohr e Transformação das Tensões, Concentração de Tensões, Estruturas Reticulares entre outros. O respaldo ótico acelera o processo de fixação dos conceitos teóricos ligados à teoria da análise de tensão. Com a modelagem numérica, também se obtém a visualização em cores diferentes dos níveis de intensidade dos esforços tensionais. Porém, o resultado obtido pelo método aos elementos finitos, é fruto de uma simulação com embasamento numa formulação matemática, enquanto a técnica da fotoelasticidade mostra efetivamente um fenômeno físico instantâneo e real que acontece com o aparecimento de cores diferentes devido às propriedades anisotrópicas da camada fotoelástica. Reproduz, de fato, de forma concreta, os princípios inerentes às tensões principais, assim como são conhecidos pela teoria da elasticidade.

Além disso, o aluno pode comparar os resultados experimentais com os resultados numéricos, o que estimula o discente a ter um conhecimento multidisciplinar para conseguir entender cada vez mais o fenômeno da birrefringência. Os dados decorrentes da aplicação desse fenômeno podem ser provenientes de ensaios mecânicos, no laboratório, mas procesados, posteriormente, com implementação de códigos de análise, sejam eles de processamento de imagens e/ou de elementos finitos.

## 9. CONCLUSÕES

A fotoelasticidade mostra-se uma ferramenta útil para a identificação qualitativa das regiões com maiores gradientes de tensões. O reconhecimento visivo é baseado nas intensas variações de cores das franjas.

A qualidade da análise quantitativa dos dados aumenta em função da disponibilidades de ferramentas computacionais e de programas de tratamento e processamento de imagens.

O processo de calibração da camada birrifringente mostra-se uma etapa fundamental para que se consiga obter resultados confiáveis, com os quais se possa prosseguir com as avaliações dos níveis de tensões no corpo de prova analisado.

Analisando-se os resultados desse estudo, pode-se constatar que o ciclo de carregamento menor, equivalente a 5Kg, apresenta substancialmente os maiores níveis de erro percentual. Isso pode se justificar devido à baixa intensidade e pouca nitidez nas cores das franjas isocromáticas em função do baixo nível de carregamento. Com o aumento dos carregamentos pôde-se ver que as cores das franjas se tornam mais nítidas e conseqüentemente o erro associado diminui consideravelmente

## AGRADECIMENTOS

À CAPES, pela bolsa de estudo que permitiu a dedicação exclusiva durante a pesquisa.

À PROPG da UFBA que permitiu a pratica da exogenia entre o Politecnico de Milano (POLIMI) e a Escola Politécnica da UFBA (EPUFBA) com a realização dos ensaios de laboratório em Milão. Ao POLITECNICO DI MILANO, pela preciosa cooperação com os Professores: Chiara Colombo, Michele Carboni e Andrea Gianneo.

À UFBA, no específico ao Professor Ruby e aos Professores do DCE

À minha família, colegas e amigos que me ajudaram para o alcance dessa pesquisa.

À Deus, pela infinita paciência comigo e por ser inesgotável fonte de Esperança.





*La Ingeniería Estructural, motor del desarrollo en América, en un marco de Integración y Sustentabilidad*

## **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

Congresos, conferencias y seminarios:

Santos, D. P. (2007). CT-26 Análise por fotoelasticidade de descontinuidades de juntas soldadas. XXXIII CONSOLDA – Congresso Nacional de Soldagem – Caxias do Sul - RS

Tesis o disertaciones, Trabalhos Conclusão de Curso:

Perez, M.A.J. (2009). Análise fotoelástica da distribuição de tensões em implantes osseointegráveis com diferentes desenhos. Dissertação para Doutorado, Clínica Odontológica Área de Cirurgia e Traumatologia Buco - Maxilo – Faciais. Faculdade de Odontologia de Piracicaba – Universidade Estadual de Campinas

Reportes e documentos técnicos:

de Paula Martins, G (2005). Fotoelasticidade, Primeiros Passos, Publicação CDTN-944/2005, Belo Horizonte, MG, Brasil, cap. 16, pag.18

Pedrotti, L.S. (2003). Fundamentals of Photonics, Módulo 1.3, Basic Geometrical Optics

Philips, J.W. (1998). TAM 326, Experimental Stress Analysis

Faria, D. (2010), Análise e Processamento de Imagem, Trabalho Pratico, FEUP, Porto, Portugal

SPOTS (2005), Good Practice Guide to Reflection Photoelasticity Calibration and assessment of optical strain