



UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA
CENTRO INTERDISCIPLINAR DE ENERGIA E AMBIENTE

PROGRAMA DE PÓSGRADUAÇÃO EM ENERGIA E AMBIENTE

**ANÁLISE DE SWITCHING POINTS EM
FLUTUAÇÕES FINANCEIRAS -
APLICAÇÕES NO MERCADO DE ENERGIA**

Miguel Angel Rivera Castro

TESE DE DOUTORADO

Salvador
Novembro de 2011

UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA
CENTRO INTERDISCIPLINAR DE ENERGIA E AMBIENTE

Miguel Angel Rivera Castro

**ANÁLISE DE SWITCHING POINTS EM FLUTUAÇÕES
FINANCEIRAS - APLICAÇÕES NO MERCADO DE ENERGIA**

Trabalho apresentado ao Programa de PROGRAMA DE PÓSGRADUAÇÃO EM ENERGIA E AMBIENTE do CENTRO INTERDISCIPLINAR DE ENERGIA E AMBIENTE da UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA como requisito parcial para obtenção do grau de Doutor em ENERGIA E AMBIENTE.

Orientador: *Prof. Dr. Roberto F.S. Andrade,*

Prof. Dr. Ernesto P. Borges

Co-orientador: *Prof. Dr. Daniel Cajueiro*

Salvador
Novembro de 2011

R621 Rivera-Castro, Miguel Angel

Análise de switching points em flutuações financeiras - aplicações no mercado de energia / Miguel Rivera-Castro. – Salvador, 2011.

189 f. : il. color.

Orientador: Prof. Doutor: Roberto F. S. Andrade

Tese (doutorado) – Universidade Federal da Bahia. Escola Politécnica, 2011.

1. Física estatística. 2. Teoria de comutação. 3. Mercado financeiro - Processo estocástico. 4. Confiabilidade (Engenharia) - Métodos estatísticos. I. Andrade, Roberto F. S. II. Universidade Federal da Bahia. III. Título.

CDD: 620.00452

ANÁLISE DE *SWITCHING POINTS* EM FLUTUAÇÕES FINANCEIRAS - APLICAÇÕES NO MERCADO DE ENERGIA

Esta tese contém as correções e alterações sugeridas pela Comissão Julgadora durante a defesa realizada por (Miguel Angel Rivera Castro) em 04/10/2011.

O original encontra-se disponível no Centro Interdisciplinar de Energia e Meio Ambiente - UFBA.

Banca Julgadora:

- Prof. Dr. Roberto F.S Andrae (orientador) - Instituto de Física - UFBA
- Prof. Dr. Ernesto P. Borges (orientador) - Instituto de Física - UFBA
- Profa. Dra. Celia Beatriz Anteneodo de Porto
- Prof. Dr. Silvio Alexandre Beisl Vieira de Melo
- Prof. Dr. Rogério Hermida Quintella
- Prof. Dr. Benjamin Miranda Tabak

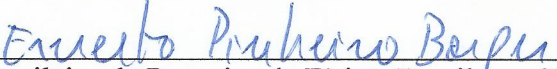
TERMO DE APROVAÇÃO

MIGUEL ANGEL RIVERA CASTRO

**“ANÁLISE DE SWITCHING POINTS EM FLUTUAÇÕES FINANCEIRAS –
APLICAÇÕES NO MERCADO DE ENERGIA”**

Tese aprovada como requisito parcial para obtenção do grau de Doutor em Energia e Ambiente, Universidade Federal da Bahia, pela seguinte banca examinadora:

Prof. Dr. Roberto Fernandes Silva Andrade 
Doutorado em Douramento Físico pela Universitat Rengensburg, Alemanha, em 1981.

Prof. Dr. Ernesto Pinheiro Borges 
Doutorado em Física pelo Centro Brasileiro de Pesquisa de Física, Brasil, em 2004.

Prof. Dr. Silvio Alexandre Beisl Vieira de Melo 
Doutorado em Engenharia Química pela Universidade Federal do Rio de Janeiro, UFRJ, Brasil, em 1997.

Prof. Dr. Rogério Hermida Quintella 
Doutorado em Gerenciamento Estratégico pela University of Brighton, Inglaterra, em 1993.

Prof. Dr. Benjamin Miranda Tabak 
Doutorado em Economia pela Universidade de Brasília, Brasil, em 2000.

Profa. Dra. Celia Beatriz Anteneodo de Porto 
Doutorado em Física pelo Centro Brasileiro de Pesquisa Física, Brasil, em 1993.

Salvador, 04 de novembro de 2011

Aos meus pais, José Miguel e Juana Maria (*in memoriam*), por suas histórias de sucesso na educação dos filhos, diante de todas as adversidades.

A minha esposa, Teresa Betania Silva Almeida, que me ensinou as prioridades na vida.

A meus filhos, Miguel e Anabel, motivo de entusiasmo e paixão pela vida.

Ao professor Emilio José de Castro e Silva (*in memoriam*) pela motivação e apoio brindado.

Para eles eu dedico a minha tese.

AGRADECIMENTOS

A presente tese é um esforço no qual, direta ou indiretamente, participaram várias pessoas lendo, opinando, corrigindo, tendo muita paciência para comigo, dando ânimo, acompanhando nos momentos de crise e nos momentos de felicidade. Sem dúvidas este trabalho não podia ter sido realizado sem a formação que recebi durante estes anos no CIENAM. Obrigado a todos os mestres que contribuíram realmente na minha formação

Em primeiro lugar, quero expressar minha sincera gratidão a minha esposa, Betania, por seu apoio, paciência e incentivo. Ela me ajudou a atravessar os momentos mais difíceis e me ensinou a ser sempre otimista.

Agradeço ao meu orientador, o professor Roberto Andrade, por me fazer parte do seu grupo, e pelo seu apoio, incentivo e orientação durante os últimos três anos. Minha eterna gratidão por aceitar a difícil tarefa de orientação deste trabalho e contribuir decisivamente com a qualidade do mesmo, ainda mais, pela oportunidade de conhecer alguém com mente brilhante e espírito nobre.

Ao professor Ernesto Borges meu segundo orientador, agradeço sinceramente a contribuição imprescindível e entusiasta na realização deste trabalho, minha gratidão pela forma cuidadosa como orientou este estudo.

Sou grato ao professor Daniel Cajueiro, meu Co-orientador, por dar sempre as primeiras ideias que deram como fruto este trabalho de estudo e compartilhar seus conhecimentos em muitos campos científicos.

Ao professor José Garcia, pelo exemplo de cordialidade, motivação e apoio em todos os seus atos. Sou realmente grato a ele por compartilhar comigo suas opiniões engenhosas e conhecimento, por sua inspiradora energia, entusiasmo contagiante e generosidade. Sinto-me feliz e honrado por ter trabalhado com ele e aprender com ele.

A todos eles muito obrigado.

*A instabilidade, a desordem e
a imprevisibilidade são fatores
preponderantes na formação de novas
ordens, às vezes mais complexas
na sua organização.
Assim, o segredo não é prever o futuro,
mas criar condições para prosperar num
futuro que não pode ser previsto.*

— ILYA PRIGOGINE

RESUMO

Neste trabalho se pretende fazer a aplicação de algumas ferramentas da física estatística para o estudo dos fenômenos chamados de Switching Points (SP's) em ativos financeiros do setor de energia. O estudo se concentra nas flutuações de preços geradas pelo comportamento coletivo que podem ser associados em muitos momentos às subidas e quedas bruscas de preços, caracterizando desta forma o fenômeno em estudo.

Nos últimos anos, novas formas interdisciplinares foram desenvolvidas para o estudo das ciências econômicas, entre estas tem se destacado a econofísica. A econofísica usa o arcabouço teórico da física estatística para a explicação dos fenômenos econômicos. Do ponto de vista físico estatístico, os mercados financeiros são um típico sistema complexo, já que possui um grande número grande de participantes com percepções diferentes e conflito de interesses, e os movimentos dos preços são interpretados como efeitos coletivos macroscópicos observáveis gerados a partir das interações microscópicas entre os agentes. Por outro lado, a natureza estocástica do mercado financeiro resulta da sua complexidade e do fato que são diversas as causas que podem gerar pequenas perturbações que, coletivamente, podem resultar em grandes efeitos. Portanto, os mercados financeiros oferecem sistemas ideais para estudar a complexidade de comportamentos estocásticos.

Inicialmente esta tese utiliza o conceito de análise destendenciada assimétrica de flutuações (A-DFA) para investigar e caracterizar a ocorrência de mudança de tendência em séries temporais não estacionárias. O A-DFA-introduz dois novos expoentes de rugosidade ao usual expoente de Hurst (H), tendo em consideração a influência que tem as tendências sobre as flutuações. A metodologia desenvolvida avalia localmente tais expoentes em função de um tamanho de janela pré-definido e de uma vizinhança onde as tendências mudam de sinal. Através da utilização de uma forma específica para quantificar os expoentes nós identificamos e caracterizamos os SP's. Testamos e validamos a metodologia usando a função de Weierstrass com picos isolados e séries financeiras reais do setor de energia da Bovespa e do preço do petróleo.

Num segundo momento caracterizamos os eventos SP's em série temporais não estacionárias através de máximos e mínimos quantificados com o uso de um *kernel* gaussiano com várias janelas. Neste caso, o nosso interesse não é a quantificação dos eventos ex-

tremos em si, mas sim a magnitude da diferença entre dois preços extremos (máximos ou mínimos), pelo lapso de tempo entre os dois eventos correspondentes que chamamos tempos de espera, e pelo intervalo de tempo entre os eventos extremos que denominamos tempos de retorno. Os resultados são obtidos para a análise do índice diário do Dow Jones Industrial Average (DJIA) e da série intradiária do índice de Energia da Bolsa de Nova Iorque (NEI). Funções q -gaussianas com caudas em formato de lei de potência são usadas para fornecer uma descrição mais precisa das diversas medidas obtidas a partir das estatísticas da série.

Finalmente, são exploradas algumas propriedades dos SP's usando os conceitos da teoria da confiabilidade. Neste caso, definimos os SP's como eventos extremos ou "falhas" de um sistema, e pudemos constatar que as mesmas características encontradas para outros sistemas complexos que adotam a teoria da confiabilidade como seu marco teórico podem ser encontradas nas flutuações que existem no mercado financeiro. Nesta caso os resultados são obtidos para a série do DJIA e para a série intradiária do índice de Energia e Petróleo da Bolsa de Madri.

Palavras-chave: Econofísica, Switching Points, Expoente de Hurst, Tempos de espera, Tempos de retorno, Confiabilidade.

ABSTRACT

This research intends to apply some statistical physics tools to the study of phenomena called Switching Points (SP's) in financial assets in the energy sector. The study focuses on in prices fluctuations generated by the collective behavior that can be associated in many instances to sudden rises and falls in prices, thereby characterizing the phenomenon under study.

In the latest years, new interdisciplinary forms were developed for the economics study, among these econophysics has been prominent. The econophysics uses the theoretical framework of statistical physics to the explanation of economic phenomena. From the statistical physics point of view, financial markets are a typical complex system, since it has a large number of participants with large different perceptions and conflict of interest, and price movements are interpreted as collective macroscopic observable effects generated from the microscopic interactions between the agents. On the other hand, the stochastic nature of financial markets results from their complexity and the fact that there are various causes that can generate small perturbations that can result in large effects collectively. Therefore, financial markets provide ideal systems to study the complexity of stochastic behavior.

Initially this thesis uses the concept of asymmetric detrended fluctuation analysis (A-DFA) to investigate and characterize the occurrence of change in trends in nonstationary time series. The A-DFA-introduces two new exponents of the usual roughness Hurst exponent (H), taking into account the influence which it has on the fluctuating trends. The methodology evaluates locally exponents such as a function of a pre-defined window size and a neighborhood where trends change signal. Through the use of a specific way to quantify the exponents we have identified and characterized the SP's. We test and validate the methodology using the Weierstrass function with isolated peaks and real financial series of the energy sector of Bovespa and the price of oil.

In a second phase we characterized events in the SP's non-stationary time series by maximum and minimum quantified using a *kernel* Gaussian with multiple windows. In this case, our interest is the quantification of extreme events in themselves, but the magnitude of the difference between two extremes prices (maximum or minimum), the

time lapse between the two corresponding events that call wait times, and the range time between extreme events we call time of return. Results are obtained in the analysis of daily index of the Dow Jones Industrial Average (DJIA) and the intraday series of index of the New York Energy Stock Exchange (NEI). q -gaussian Functions with tails in power law form is used to provide a more accurate description of the various measures obtained from the statistics of the series.

Finally, we explored some properties of the SP's using the concepts of reliability theory. In this case, we define the SP's as extreme events or as "failure" of a system, and we found that the same found features for other complex systems which adopt the theory of reliability as its theoretical framework can be found in the fluctuations which there are in the financial market. In this case the obtained results for the series of the DJIA series and for the intraday index of Energy and Petroleum of the Madrid Stock.

Keywords: Econophysics, Switching points, Hurst exponent, Time interval, Time return, Reliability.

RESUMO

En este trabajo pretendemos hacer aplicaciones de algunas herramientas de la física estadística para estudiar los fenómenos llamados de Switching Points (SP's) en activos financieros del sector de energía. El estudio se concentra en las fluctuaciones de precios generadas por el comportamiento colectivo que pueden ser asociados en muchos momentos a las subidas y bajadas bruscas de precios, caracterizando de esta forma el fenómeno en estudio.

En los últimos años, nuevas formas interdisciplinarias fueron desarrolladas para el estudio de las ciencias económicas, entre estas se ha destacado la econofísica. La econofísica usa el arcabazo teórico de la física estadística para la explicación de los fenómenos económicos. Del punto de vista físico estadístico, los mercados financieros son un típico sistema complejo, ya que posee un número grande de participantes con percepciones diferentes y conflicto de intereses y los movimientos de los precios son interpretados como efectos colectivos macroscópicos observables generados a partir de las interacciones microscópicas entre los agentes. Por otro lado, la naturaleza estocástica del mercado financiero resulta de su complejidad y del hecho que son diversas causas que pueden generar pequeñas perturbaciones que, colectivamente, pueden resultar en grandes efectos. Por tanto, los mercados financieros ofrecen sistemas ideales para estudiar la complejidad de comportamientos estocásticos.

Esta tesis inicialmente utiliza el concepto de análisis destendenciada asimétrica de fluctuaciones (A-DFA) para investigar y caracterizar la ocurrencia de los cambios de tendencia en series temporales no estacionarias. El A-DFA introduce dos nuevos exponentes de rugosidad al usual exponente de Hurst (H), teniendo en consideración la influencia que las tendencias tienen sobre las fluctuaciones. La metodología desarrollada evalúa localmente tales exponentes en función de un tamaño de ventana pre-definido y una vecindad en donde las tendencias cambian de señal. A través de la utilización de una forma específica para cuantificar los exponentes identificamos y caracterizamos los SP's. Testamos y validamos la metodología usando la función de Weierstrass con picos aislados y series financieras reales del sector de energía de la Bolsa de São Paulo - Bovespa y del precio del petróleo.

En un segundo momento caracterizamos los eventos SP's en series temporales no estacionarias a través de máximos y mínimos cuantificados con el uso de un *kernel gaussiano* con varias ventanas. En este caso, nuestro interés no fue la cuantificación de los eventos extremos en sí misma, si no que en la magnitud de las diferencia entre dos precios extremos (máximos o mínimos), por el lapso de tiempo entre dos eventos correspondientes que llamamos de tiempos de espera y tiempos de retorno. Los resultados obtenidos para el análisis del índice diario del Dow Jones Industrial Average (DJIA) y de la serie intradía del índice de Energía de la Bolsa de New York (NEI). Funciones q -gaussianas con colas en formato de lei de potencia fueron usadas para obtener una descripción más precisa de la diversas medidas obtenidas a partir de las estadísticas de la serie.

Finalmente, son exploradas algunas propiedades de los SP's usando los conceptos de la teoría de la fiabilidad. En este caso, definimos los SP's como eventos extremos o "fallas" de un sistema, y pudimos constatar que las mismas características encontradas para otros sistemas complejos que adoptan a la teoría de la confiabilidad como su marco teórico pueden ser encontradas en la fluctuaciones que existen en el mercado financiero. En este caso los resultados son obtenidos para la serie del DJIA y para la serie intradía del índice de Energía y petróleo de la Bolsa de Madrid.

Palavras-chave: Econofísica, Switching Points, Exponente de Hurst, Tiempos de espera, Tiempos de retorno, Fiabilidad.

SUMÁRIO

I FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

| | |
|---|----|
| Capítulo 1—Consideraciones Iniciales | 2 |
| 1.1 Introdução | 2 |
| 1.2 Caracterização do problema | 4 |
| 1.3 Objetivos | 5 |
| 1.4 Relevância da pesquisa | 6 |
| 1.5 Delimitação da pesquisa | 7 |
| 1.6 Estrutura do trabalho | 7 |
| Capítulo 2— REVISÃO DA LITERATURA | 9 |
| 2.1 Introdução | 9 |
| 2.2 Flutuações no mercado financeiro | 9 |
| 2.2.1 Notações e métricas das flutuações de preços | 11 |
| 2.2.1.0.1 Notações: | 11 |
| 2.2.1.0.2 Definições de retornos e da volatilidade: | 12 |
| 2.3 A econofísica, um campo para a física estatística | 13 |
| 2.3.1 Agentes homogêneos | 15 |
| 2.3.2 Agentes heterogêneos | 17 |
| 2.4 Visão da econofísica sobre as flutuações financeiras e <i>Switching Points (SP's)</i> | 21 |
| 2.5 Visão da economia sobre as flutuações financeiras e <i>SP's</i> | 26 |
| 2.5.1 Identificação de SP's: Métodos empíricos. | 27 |
| 2.5.1.1 O procedimento de Bry-Boschan: | 28 |
| 2.5.1.2 O procedimento <i>F</i> : | 31 |
| 2.5.2 Identificação de SP's: Métodos baseados em modelos. | 32 |
| 2.5.2.1 Modelos auto-regressivos por limiares (TAR): | 33 |
| 2.5.2.2 Modelo Auto-regressivo com regime de mudança Markoviano (MS-AR): | 35 |

| | | |
|-----------|--|----|
| 2.6 | Visão financeira sobre as flutuações e <i>SP's</i> - Análise técnica | 38 |
| 2.6.1 | Desenvolvimento conceitual | 41 |
| 2.6.1.1 | A teoria de Dow | 43 |
| 2.6.1.2 | Conceitos básicos de tendência | 45 |
| 2.6.1.2.1 | Suportes e resistências: | 46 |
| 2.6.2 | Análise Técnico Estatístico | 47 |
| 2.6.2.1 | Classificação dos indicadores quantitativos | 48 |

II APLICAÇÕES

| | | |
|--|---|-----|
| Capítulo 3— DETECTANDO SWITCHING POINTS USANDO A ANÁLISE DESTENDENCIADA ASSIMÉTRICA DE FLUTUAÇÕES A-DFA | 51 | |
| 3.1 | Introdução | 51 |
| 3.2 | O método $A - DFA$ local | 53 |
| 3.3 | Resultados | 56 |
| 3.3.1 | Detectando eventos “switching” | 57 |
| 3.3.2 | Eventos “Switching” em séries reais | 64 |
| 3.4 | Considerações finais | 72 |
| Capítulo 4— UMA ABORDAGEM DE PREÇOS TOP-BOTTOM PARA CARACTERIZAÇÃO DE FLUTUAÇÕES FINANCEIRAS | 75 | |
| 4.1 | Introdução | 75 |
| 4.2 | Determinação de máximos e mínimos | 77 |
| 4.3 | Distribuições dos tempos de retorno e dos tempos de espera | 79 |
| 4.4 | Efeito memória nos tempos de retorno e nos tempos de espera | 83 |
| 4.5 | Considerações finais | 92 |
| Capítulo 5— APLICAÇÃO DOS CONCEITOS DA TEORIA DA CONFIABILIDADE NO ESTUDO DE FLUTUAÇÕES FINANCEIRAS | 94 | |
| 5.1 | Introdução | 94 |
| 5.2 | Conceitos principais | 97 |
| 5.3 | Metodologia | 100 |
| 5.3.1 | Dados | 104 |
| 5.3.2 | Ajuste de dados | 107 |

| | | |
|---|--|-----|
| 5.4 | Resultados | 110 |
| 5.4.1 | Tempos de vida | 111 |
| 5.4.2 | Tempos de reparo | 115 |
| 5.5 | Conclusões | 120 |
| Capítulo 6— CONSIDERAÇÕES FINAIS | | 121 |
| 6.1 | Conclusões | 121 |
| 6.2 | Limitações e futuras pesquisas | 123 |
| Apêndice A— Programas usados no Capítulo 3 | | 124 |
| A.1 | Programa em Fortran para o cálculo do H assimétrico | 124 |
| A.2 | Programa em Fortran para calcular SP's | 132 |
| Apêndice B— Programas usados no Capítulo 4 | | 136 |
| B.1 | Programa em $C++$ para o cálculo de máximos e mínimos | 136 |
| B.2 | Programa em Fortran para calcular a distribuição integrada | 139 |
| B.3 | Programa em Fortran para calcular as correlações | 141 |
| B.4 | Programa em Fortran para calcular os tempos de retornos | 144 |

LISTA DE FIGURAS

| | | |
|-----|---|----|
| 3.1 | Aplicação do método $A - DFA_1$ global na série WTI. As linhas de cor preta, vermelha e azul indicam a função de flutuação global, de tendências positivas e de tendências negativas respectivamente. No painel superior se mostra o resultado para todo o período (1986-2010). No painel intermediário o resultado para o período da crise de 2007 e, no painel inferior o resultado durante o período dos atentados de setembro de 2001. | 58 |
| 3.2 | No painel (a). Dependência temporal de um perfil conhecido $W_{0.5}(t)$ (preto) em conjunto com seus correspondentes expoentes de Hurst locais $H(t)$ (vermelho - cinza). No painel (b), os expoentes de Hurst assimétricos $H^+(t)$ (preto) e $H^-(t)$ (vermelho - cinza) e, no painel (c), suas diferenças $H^+(t) - H^-(t)$ | 59 |
| 3.3 | Dependência local $H^i(t)$ com relação ao tamanho da janela L para perfis determinísticos: no painel (a), consideramos um pico derivado de uma curva gaussiana com variância $\sigma = 15$, juntamente com um pico gaussiano de variância $\sigma = 12$ sobreposta sobre mesma $W_{0.5}(t)$ perfil (indicado por uma seta em r.h.s). Em (b), o $H(t)$ habitual com larguras de janela $L = 60$ (preto) e $L = 100$ (vermelho - cinza). Para obter uma imagem mais clara, em (c) desenhamos apenas as curvas de $H^+(t)$ (preto) e $H^-(t)$ (vermelho - cinza) quando $L = 100$ | 61 |
| 3.4 | Dependência nas combinações de expoentes $\overline{H}^+(t) - \overline{H}^-(t)$ (b) e $2\overline{H}(t) - \overline{H}^+(t) - \overline{H}^-(t)$ (c) para o perfil $W_{0.5}(t)$ (a). É possível perceber um ajuste muito bom nos SP's em (a) com os valores extremos em (b) e (c). Em (c) incluímos o valor do extremo $\Delta\overline{H}$ obtidos pelo procedimento descrito no texto. | 62 |
| 3.5 | Evolução temporal de DJIA(a), WTI(b) e IEE(c) com indicação dos períodos que estão sujeitos a uma análise mais detalhada. | 65 |

- 3.6 Distribuição de probabilidade da magnitude dos eventos SP's na série DJIA (medido por $\Delta\bar{H}$) para vários valores de L e ℓ . Símbolos indicam diferentes pares (L, ℓ) conforme indicado: triangulos solidos (40,5); círculos sólidos (80,5); estrelas sólidas (120,5); triangulos vazios (40,8); círculos vazios (80,8); estrelas vazias (120,9). A distribuição é pouco sensível ao valor de ℓ , mas não ao de L 67
- 3.7 Distribuição de probabilidade da magnitude dos eventos SP's na série WTI (medido por $\Delta\bar{H}$) para vários valores de L e ℓ . Símbolos indicam diferentes pares (L, ℓ) conforme indicado: a) triangulos azuis (120,8); círculos vermelhos (80,8); quadrados pretos (40,8); b) triangulos azuis (120,5); círculos vermelhos (80,5); quadrados pretos (40,5). A distribuição é pouco sensível ao valor de ℓ , mas não ao de L 68
- 3.8 Distribuição de probabilidade da magnitude dos eventos SP's na série IEE (medido por $\Delta\bar{H}$) para vários valores de L e ℓ . Símbolos indicam diferentes pares (L, ℓ) conforme indicado: a) triangulos azuis (120,5); círculos vermelhos (80,5); quadrados pretos (40,5); b) triangulos azuis (120,8); círculos vermelhos (80,8); quadrados pretos (40,8). A distribuição é pouco sensível ao valor de ℓ , mas não ao de L 69
- 3.9 Evolução temporal do índice DJIA que engloba a crise de 1987 (linha cheia) em conjunto com a localização dos SP's discutidos no texto (barras de erro) para $L = 40, 80$, e 120 . Em (a), $\Delta\bar{H}_c = 0$ enquanto em (b) e (c) $\Delta\bar{H}_c = e^{-1}$. $\ell = 8$ nos painéis (a) e (b), e $\ell = 5$ no painel (c). 70
- 3.10 Evolução temporal do índice WTI e localização dos SP's no período de 1993-1995. Diferentes painéis ilustram a dependência da localização dos SP's como função de L , para valores fixos de $\ell = 5$ e $\Delta\bar{H}_c = e^{-1}$. Painel (a) inclui os SP's detectados com $L = 40, 80$, e 120 . Em (b) e (c) apenas os SP's detectados com $L = 40$ e 120 , respectivamente. Não apenas a frequência de eventos diminuem quando L aumenta, mas também a magnitude de $\Delta\bar{H}$. 71
- 3.11 Curvas semelhantes às da Fig. 3.11 são mostradas para o WTI no período 2006-2008, para valores fixos de $\ell = 5$ e $\Delta\bar{H}_c = e^{-1}$. No painel (a), SP's detectados com $L = 40, 80$, e 120 . Em (b) e (c) apenas SP's detectados com $L = 40$ e 80 , respectivamente. Como na Fig. 3.10, uma diminuição similar na frequência e magnitude dos eventos é observada nos resultados para $L = 40$ e 80 . Isto sugere que pequenos valores de L são necessários para uma localização mais precisa dos eventos. 72

3.12 Evolução temporal do IEE no período de 2002–2006 (linha cheia) em conjunto com a localização dos SP's, para $L = 40, 80,$ e 120 . Em (a), $\Delta\bar{H}_c = 0$ enquanto em (b) e (c) $\Delta\bar{H}_c = e^{-1}$. $\ell = 8$ nos painéis (a) e (b), e $\ell = 5$ no painel (c). 73

4.1 Evolução temporal da série DJIA de 1928 até 2011. Devido ao período de tempo muito longo, os efeitos da inflação e o crescimento econômico natural são evidentes. A comparação entre os painéis (a) e (b) torna evidente que a série $\ln(\text{DJIA})$ é mais adequada para a análise dos tempos de retorno. No detalhe ilustra-se o efeito de valores distintos de h no *kernel* de alisamento em comparação com os dados originais (preto, solido); em vermelho se mostra o efeito de $h = 3$ e em verde de $h = 7$ 81

4.2 Evolução temporal do Índice Intradiário de Energia do NYSE (NEI) desde 2010 até 2011. A comparação entre os painéis (a) e (b) mostra o comportamento das duas séries: (NEI) e $\ln(\text{NEI})$ usamos série $\ln(\text{NEI})$ para a análise dos tempos de retorno. O detalhe ilustra o efeito de valores distintos de h no *kernel* de alisamento em comparação com os dados originais (preto, solido); em vermelho se mostra o efeito de $h = 3$, em azul o efeito de $h = 5$ e em azulado o efeito de $h = 7$ 82

4.3 Evolução temporal do $\ln(\text{DJIA})$ (Linha preta), em conjunto com os valores extremos obtidos através do kernel gaussiano para cada valor de h . Os detalhes dos painéis (a),(b) e (c) mostram os diferentes máximos e mínimos encontrados para cada curva alisada. Como pode ser observado, existe uma diminuição no número de extremos em função do valor de h 83

4.4 Distribuição integrada $P_h(x > X)$ para os tempos de retorno obtidos na série $\ln(\text{DJIA})$ para três valores distintos de $h = 3$ (a), 5 (b), e 7 (c). Círculos indicam os resultados dos pontos obtidos. A linha vermelha corresponde à função q -gaussiana $F(x) = \exp_q(-\beta x^2)$. Obtemos o valor de $q = 1.8$ para todos os valores de h . São obtidos os valores $\beta = 540, 350,$ e 250 para, $h = 3, 5,$ e 7 respectivamente. 84

4.5 Distribuição integrada $P_h(x > X)$ para os tempos de retorno obtidos na série $\ln(\text{NEI})$ para três valores distintos de $h = 3$ (a), 5 (b), e 7 (c). Círculos indicam os resultados dos pontos obtidos. A linha vermelha corresponde à função q -gaussiana $F(x) = \exp_q(-\beta x^2)$. Obtemos o valor de $q = 1.5$ para todos os valores de h . São obtidos os valores $\beta = 5000, 3000,$ e 2500 para, $h = 3, 5,$ e 7 respectivamente. 85

- 4.6 Distribuição integrada $P_h^I(x > X)$ para os tempos de espera obtidos na série ln(DJIA) para três valores distintos de $h = 3$ (quadrados), 5 (círculos), e 7 (triângulos). Ao contrário dos dados da Figura 4.4, os dados não podem ser bem ajustados por uma função q -gaussiana. O gráfico log-linear indica que a cauda segue um decaimento exponencial. 86
- 4.7 Distribuição integrada $P_h^I(x > X)$ para os tempos de espera obtidos na série ln(NEI) para três valores distintos de $h = 3$ (quadrados), 5 (círculos), e 7 (triângulos). Ao contrário dos dados da Figura 4.4, os dados não podem ser bem ajustados por uma função q -gaussiana. O gráfico log-linear indica que a cauda segue um decaimento exponencial. 87
- 4.8 Dependência temporal da função $C^I(\tau)$ para os tempos de espera (a) e $C^R(\tau)$ para os tempos de retorno (b) na série ln(DJIA). Resultados indicam a presença apenas de ruído (para $C^I(\tau)$) e comportamentos correlacionados (para $C^R(\tau)$) de acordo com os resultados encontrados nas Figuras 4.4 e 4.6. 88
- 4.9 Dependência temporal da função $C^I(\tau)$ para os tempos de espera (a) e $C^R(\tau)$ para os tempos de retorno (b) na série ln(NEI). Resultados indicam a presença apenas de ruído (para $C^I(\tau)$) e comportamentos correlacionados (para $C^R(\tau)$) de acordo com os resultados encontrados nas Figuras 4.4 e 4.6. 89
- 4.10 Distribuição integrada $\overline{P}_h^{TI}(x > X)$ e $\overline{P}_h^{NE}(x > X)$ para os tempos de retorno dos extremos ln(DJIA) em função do intervalo de tempo real (a) e o número de eventos (b). Em (a), as curvas tem uma tendência de comportamento inicialmente plano seguido por caudas mais largas que podem ser descritas por funções do tipo $A \exp_q^{-\beta x^\gamma}$. Em (b), curvas com decaimento muito rápido e não podem ser descritas com precisão por funções q -exponenciais nem por funções exponenciais clássicas. 90
- 4.11 Distribuição integrada $\overline{P}_h^{TI}(x > X)$ e $\overline{P}_h^{NE}(x > X)$ para os tempos de retorno dos extremos ln(NEI) em função do intervalo de tempo real (a) e o número de eventos (b). Em (a), as curvas que podem ser descritas por funções do tipo $A \exp_q^{-\beta x^\gamma}$. Em (b), Inicialmente se curvas tem um decaimento do tipo lei de potencia e vá convergendo a funções que podem ser descritas com precisão por funções q -exponenciais. 91
- 5.1 Evolução temporal a 1 minuto do log-preço das séries intradiárias dos índices DJIA e IEP - (janeiro - agosto de 2011). 104

| | | |
|------|--|-----|
| 5.2 | Volatilidade a 1 minuto das séries intradiárias dos índices DJIA e IEP - (janeiro - agosto de 2011). A linha tracejada de cor preta indica o limiar pré-determinado para a definição dos SP's. | 105 |
| 5.3 | Retornos a 1 minuto das séries intradiárias dos índices DJIA e IEP - (janeiro - agosto de 2011). A linha tracejada de cor vermelha indica o limiar pré-determinado para a definição dos SP's. | 106 |
| 5.4 | Tempos de reparo a nas séries intradiárias dos índices DJIA e IEP. A linha tracejada de cor vermelha indica o limiar pré-determinado para a definição dos SP's. | 107 |
| 5.5 | Comparação entre a função de distribuição Weibull (curvas em vermelho e verde) e q -Weibull (curva preta). | 109 |
| 5.6 | Tempos de vida em uma série climatológica | 110 |
| 5.7 | Tempos de reparo em uma série climatológica | 110 |
| 5.8 | Evolução no tempo dos SP's obtidos como extremos maiores do que o percentil 95 na série DJIA | 110 |
| 5.9 | Evolução no tempo dos SP's obtidos como extremos maiores do que o percentil 95 na série IEP | 110 |
| 5.10 | Distribuição dos tempos de vida na série DJIA | 111 |
| 5.11 | Distribuição dos tempos de vida na série IEP | 111 |
| 5.12 | Função de confiabilidade para os tempos de vida na série DJIA. | 111 |
| 5.13 | Função de confiabilidade para os tempos de vida na série IEP. | 111 |
| 5.14 | Ajuste q -Weibull na função de confiabilidade para os tempos de vida na série DJIA | 112 |
| 5.15 | Ajuste q -Weibull na função de confiabilidade para os tempos de vida na série IEP | 112 |
| 5.16 | Ajuste q -Weibull na função de confiabilidade para os tempos de vida na série DJIA | 112 |
| 5.17 | Ajuste q -Weibull na função de confiabilidade para os tempos de vida na série IEP | 112 |
| 5.18 | Curvas da banheira para os tempos de vida na série DJIA | 113 |
| 5.19 | Curvas da banheira para os tempos de vida na série IEP | 113 |
| 5.20 | Ajuste q -Weibull na curva da banheira sem suavização para os tempos de vida na série DJIA | 114 |
| 5.21 | Ajuste q -Weibull na curva da banheira sem suavização para os tempos de vida na série IEP | 114 |

| | | |
|------|---|-----|
| 5.22 | Ajuste q -Weibull na curva da banheira com interpolação linear para os tempos de vida na série DJIA | 115 |
| 5.23 | Ajuste q -Weibull na curva da banheira com interpolação linear para os tempos de vida na série IEP | 115 |
| 5.24 | Distribuição dos tempos de reparo na série DJIA | 115 |
| 5.25 | Distribuição dos tempos de reparo na série IEP | 115 |
| 5.26 | Função de confiabilidade para os tempos de reparo na série DJIA | 116 |
| 5.27 | Função de confiabilidade para os tempos de reparo na série IEP | 116 |
| 5.28 | Ajuste q -Weibull na função de confiabilidade para os tempos de reparo na série DJIA | 117 |
| 5.29 | Ajuste q -Weibull na função de confiabilidade para os tempos de reparo na série IEP | 117 |
| 5.30 | Ajuste q -Weibull na função de confiabilidade para os tempos de reparo na série DJIA | 117 |
| 5.31 | Ajuste q -Weibull na função de confiabilidade para os tempos de reparo na série IEP | 117 |
| 5.32 | Curvas da banheira para os tempos de reparo na série DJIA | 118 |
| 5.33 | Curvas da banheira para os tempos de reparo na série IEP | 118 |
| 5.34 | Ajuste q -Weibull na curva da banheira sem suavização para os tempos de reparo na série DJIA | 119 |
| 5.35 | Ajuste q -Weibull na curva da banheira sem suavização para os tempos de reparo na série IEP | 119 |
| 5.36 | Ajuste q -Weibull na curva da banheira com interpolação linear para os tempos de reparo na série DJIA | 119 |
| 5.37 | Ajuste q -Weibull na curva da banheira com interpolação linear para os tempos de vida na série IEP | 119 |

LISTA DE ABREVIATURAS

| | |
|---------|---|
| SP's | <i>Switching Points</i> |
| DJIA | <i>Dow Jones Industrial Average</i> |
| IEE | <i>Índice de Energia Eléctrica - Bovespa</i> |
| WTI | <i>Western Texas Intermediate</i> |
| NEI | <i>NYSE Energy Index</i> |
| IEP | <i>Índice de Energia e Petróleo da Bolsa de Madri</i> |
| FdP | <i>Função de Densidade de Probabilidade</i> |
| FIGARCH | <i>Fractional Integrated General Autoregressive Conditional Heterocedasticity</i> |
| fBm | <i>Movimento Browniano Fracionário</i> |

PARTE I

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

CAPÍTULO 1

CONSIDERACIONES INICIALES

1.1 INTRODUÇÃO

Nos últimos anos, novas formas interdisciplinares foram desenvolvidas para o estudo das ciências econômicas. Problemas tais como crescimento econômico, distribuição da riqueza, e desemprego requerem um maior entendimento dos mercados e das sociedades. Para uma abordagem mais completa, esses problemas devem ser entendidos de uma forma interdisciplinar como sistemas complexos. A econofísica, entre outras disciplinas que formam parte do leque de ciências interdisciplinares, tem surgido como um campo de pesquisa interdisciplinar que aplica métodos, ferramentas e ideias procedentes em grande parte da física estatística para solucionar problemas em economia e finanças [125].

A física estatística estuda sistemas compostos por uma grande quantidade de indivíduos que interagem entre si, para os quais seria impossível tentar prever o comportamento de cada componente individual. Um dos objetivos da física estatística é encontrar leis universais que dirijam o comportamento conjunto dos sistemas, sendo, até certo ponto, independentes do comportamento individual de cada um dos seus membros, que em economia podemos identificar como agentes. Neste esquema, além da microeconomia, a macroeconomia e, especialmente, as finanças podem ser entendidas como sistemas complexos [5, 9]. Com a enorme quantidade de dados disponíveis no campo das finanças, especialmente os vindos dos mercados de valores e cambiais, é natural que esta parte da economia seja a que mais tenha interessado à econofísica.

Os movimentos de preços são efeitos coletivos macroscópicos observáveis gerados a

partir dessas interações microscópicas entre os agentes. Por essas características, o mercado de energia pode ser descrito com as ferramentas da física estatística, que tem tido algumas explicações do comportamento coletivo de grandes conglomerados de partículas. Os índices dos mercados analisados, podem ser caracterizados como a medida do desempenho do mercado. No final de um pregão apura-se um índice que representa de forma geral o valor do ativo e volume de negócios que sinalizam a tendência geral do mercado: queda ou valorização. A comparação entre as transações de dias consecutivos dá a ideia da flutuação que tem o mercado, esta variação percentual que é a que caracteriza o comportamento da bolsa. Desta forma, considera-se que estes mercados são sistemas abertos onde seus elementos se relacionam seguindo pautas de retroalimentação não linear e outras características comuns, pelo qual é possível explicar alguns fenômenos que acontecem às séries temporais financeiras.

Pode-se perguntar se realmente é factível utilizar modelos emprestados da física estatística, até mesmo da teoria quântica, simplesmente porque podem refletir algumas das características mais importantes das séries temporais financeiras, como são as caudas largas ou as autocorrelações [80, 46, 84]. Os proponentes da econofísica alegam que esta disciplina utiliza um procedimento mais adequado que os utilizados pela econometria ou por disciplinas mais familiarizadas com os fatos econômicos. Segundo seus proponentes, estes fenômenos são considerados a partir de uma perspectiva comparativa, que busca regularidades empíricas com senso comum com a finalidade de oferecer um marco teórico e não o contrário. A abordagem sistêmica, permite análises globais com consideração dos fluxos que atravessam o sistema econômico e ajuda na identificação de modelos dinâmicos próprios.

1.2 CARACTERIZAÇÃO DO PROBLEMA

Este trabalho tem por objetivo caracterizar o mercado de energia que é uma parte do mercado global. Desta forma, este mercado pode ser caracterizado como um sistema complexo devido ao grande número e heterogeneidade de seus agentes, assim como na forma com que estes interagem, podendo existir cooperação e competição entre eles. Se parte da hipóteses de que os mercados são sistemas dinâmicos complexos onde existem os fenômenos chamados de *Switching Points* { SP's} que fazem parte da dinâmica do mercado, mas que não podem ser preditos. Estes fenômenos podem ser entendidos como mudanças abruptas e de grande magnitude que ocorrem dentro de uma série temporal. Assim, pretende-se apresentar aplicações das ferramentas usadas pela física estatística para estudar este tipo de fenômeno.

As análises se concentram nas flutuações de preços geradas pelo comportamento coletivo, onde podemos caracterizar em muitos momentos subidas e quedas de preços. Como dito anteriormente, as flutuações que interessam são caracterizadas pelos SP's que, segundo Preis e Stanley (2010) [102], são fenômenos nos quais certos sistemas complexos mudam abruptamente de um estado para outro de uma forma muito descontínua. Por exemplo, as flutuações do mercado financeiro são caracterizadas por muitos eventos *switching* criando tendências crescentes (formação de bolhas) e tendências decrescentes (colapso financeiro). Tal mudança ocorre em escalas de tempo que variam de bolhas macroscópicas persistentes por centenas de dias até bolhas microscópicas persistindo apenas por alguns segundos. Desta forma, a problemática desta tese esta relacionada com a caracterização do fenômeno de SP's e com o entendimento dos tempos de espera associados ao fenômeno em estudo, principalmente no mercado de energia.

1.3 OBJETIVOS

Uma vez delimitado o setor que será investigado foi decidido focalizar o estudo para um objeto particular que não é exclusivo do mercado de energia, mas que pode ser encontrado em qualquer mercado, com efeito o objetivo deste trabalho é tratar três questões ligadas aos eventos SP's:

- Caracterizar o fenômeno em análise, para isto usamos uma metodologia de análise fractal;
- Analisar as distribuições dos tempos de espera e dos tempos de retornos assim como as autocorrelações dos SP's;
- Considerar os eventos SP's como falhas do sistema e analisar os tempos de espera e os tempos de reparo entre estas falhas.

Para isso foram analisados diversos bancos de dados com informações diária e/ou intradiária de índices financeiros globais, índices financeiros do setor de energia e algumas ações de empresas ligadas ao setor em estudo. Através dos trabalhos de [3, 100, 102, 77, 123, 124, 111] obtemos os conceitos fundamentais para entender os diferentes níveis de complexidade dos objetivos que queremos alcançar. Por tanto, este trabalho não pretende fazer uma revisão histórica, teórica ou metodológica exaustiva do campo da econofísica, nem centrar-se no debate entre físicos e economistas sobre a capacidade e interesse da econofísica como campo científico útil no estudo dos sistemas econômicos ¹. Neste sentido, se parte da premissa de uma certa complementariedade entre ambos ramos da ciência com potenciais contribuições úteis, neste caso, da física estatística sobre a economia.

¹detalhes podem ser encontrados em [125, 25] entre outros.

1.4 RELEVÂNCIA DA PESQUISA

A principal motivação deste trabalho consiste em investigar o comportamento dos eventos SP's em séries temporais financeiras de ativos nos mercados de energia. Sua detecção implica na percepção de dependência de longo alcance nos dados financeiros, o que é essencial para facilitar as decisões de formação de carteiras, já que a presença destes eventos causa vários inconvenientes. Como exemplo pode-se citar i) o consumo ótimo e as carteira de decisões podem ser muito sensíveis ao investimento; ii) os métodos de precificação de derivativos financeiros são baseados em modelos de Martingales e assim o modelo Black Scholes já poderia não ser útil; iii) as estimativas de risco e retorno baseadas nos modelos CAPM ou APT (Capital Asset Pricing Model e Arbitrage Pricing Theory), somente funcionam em mercado teoricamente eficientes, assim, não levam em consideração a dependência de longo alcance e, com isso, estes modelos não são passíveis de aplicação a uma série temporal que tem este tipo de comportamento.

Por outro lado, compreender a dinâmica de uma série de preços é importante, sobretudo nos momentos de crise, já que pode permitir avaliar os possíveis impactos nas diversas economias mundiais e também em outros ativos financeiros. Por isso há um grande interesse científico e econômico, em avaliar o risco dos negócios, em tentar prever o comportamento do mercado. A expectativa é que, ao analisar as séries de preços das empresas que compõem o setor em estudo possam ser obtidos modelos que expliquem melhor a estrutura destes mercados, a formação de preços e sua dinâmica, especificamente quando estes mudam drasticamente de sinal em função do impacto que isto tem nos ativos e nas carteiras de investimento dos agentes.

1.5 DELIMITAÇÃO DA PESQUISA

O estudo pretende concentrar-se em ativos financeiros representantes de setores de energia. Especificamente se trabalha com índices diários e intradiários relativos aos mercados do petróleo (WTI), energia elétrica (IEE,NEI) e, preços de ativos das empresas que compõem o índice de energia e petróleo da bolsa de Madri. Ainda assim, para validar as metodologias usadas nas aplicações, usa-se também o índice DJIA. A base de dados foi formada com informação obtida em www.yahoofinance.com, www.eia.doe.gov e dados provenientes de olsendata.com.

1.6 ESTRUTURA DO TRABALHO

O trabalho está dividido em três partes, dispostas de acordo com as questões que abordam:

- Parte I: Fundamentação Teórica
 - O primeiro capítulo traz a introdução do tema, a caracterização do problema, os objetivos a atingir, a relevância da pesquisa, a delimitação do estudo e a estrutura do trabalho;
 - O segundo capítulo trata da revisão da literatura que fornece o enquadramento teórico das aplicações. Conceituam-se tanto o paralelo das relações entre a economia e a física estatística, assim como a econofísica como um campo de estudos para a física estatística. Também se definem as métricas para o estudo das flutuações de preços nos mercados financeiros, como os Sp's do ponto de vista da econofísica como da economia. Por último, se conceitua a análise técnica como um importante campo de aplicação para os estudos realizados nesta tese.
- PARTE II: Aplicações

- O terceiro capítulo apresenta a metodologia *Asymmetric Detrended Fluctuation Analysis* - ($A - DFA$) para investigar e caracterizar a ocorrência de mudanças na tendência de séries temporais financeiras e desta forma poder detectar os eventos SP's.
- No quarto capítulo se estudam as distribuições dos tempos de retornos e dos tempos de espera de eventos SP's, assim como, a autocorrelação, caracterizadas neste capítulo como pontos máximos e mínimos extraídos através do uso de um *Kernel Gaussiano*.
- O quinto capítulo apresenta os SP's abordados segundo a teoria da confiabilidade, isto é, como eventos extremos ou “falhas” dentro de um sistema. Com esta perspectiva são estudadas as relações entre os tempos de espera e os tempos de reparo entre falhas.
- O sexto capítulo traz as conclusões e as sugestões para futuras pesquisas.

CAPÍTULO 2

REVISÃO DA LITERATURA

2.1 INTRODUÇÃO

Mercados financeiros, que facilitam a comercialização de grandes quantidades de ativos financeiros em um ambiente competitivo global, são de grande importância para a economia mundial. As subidas e quedas no mercado não só afetam os comerciantes e investidores, mas também influenciam a vida da sociedade em geral. Por exemplo, a última crise do mercado financeiro vem afetando a vida de muitas empresas, setores industriais e governos, carregando enormes prejuízos para muitas economias, investidores e bancos. Além disso, o risco que frequenta o mercado nos últimos tempos pode ser significativo não só em quedas bruscas de mercado, mas também com as flutuações menos perigosas se estas são inesperadas e os investimentos não estão bem protegidos. Os bancos tem que estimar o risco de seus investimentos e tomar providências, a fim de serem capazes de resistir a grandes flutuações sem irem à falência. Para reduzir o risco ou especular, é necessário entender os mecanismos subjacentes das flutuações financeiras não de forma casual mas sim, de forma permanente.

2.2 FLUTUAÇÕES NO MERCADO FINANCEIRO

É de senso comum que o preço das ações em um mercado onde existem muitos agentes flutue, é difícil também ter uma explicação para essas flutuações. Aqui, o foco são as flutuações nos mercados financeiros internacionais porque a informação é abundante e

se tem muitos agentes envolvidos, espera-se que comportamento seja típico de vários mercados. De um ponto de vista pode se entender que a flutuação dos preços das ações deveriam ser determinadas pelos elementos fundamentais da economia, tais como: as taxas de juros, o produto interno bruto, etc. Pode-se pensar também que os preços são afetados pelas notícias que rondam os mercados, nesse sentido, os preços mudam a cada minuto, ainda que, os elementos fundamentais não mudem de um dia para o outro e nenhum tipo de grande notícia apareça a cada hora. Na economia financeira se entende que a flutuação é simplesmente dada pelo fato de que muitos agentes estão envolvidos no mercado. Para [18, 19] cada agente, ainda com a mesma informação sobre as variáveis de mercado pode julgar cada reação diferente desses fatores e criar uma flutuação coletiva. Do ponto de vista da econofísica, os mercados financeiros, sistemas complexos com um grande número de participantes com percepções diferentes e conflitos de interesses e ainda afetados pelas notícias internacionais, as quais não são passíveis de predizer em tempo e no tipo de notícias. Portanto, os mercados financeiros oferecem sistemas ideais para estudar a complexidade de comportamentos estocásticos e desta forma poder entendê-los [84, 23, 123, 124].

Para [23] as flutuações, cada vez mais frequentes e de maior magnitude nos mercados financeiros tem gerado um entorno de maior incerteza e, como isso, tem aumentado os riscos de que os investimentos obtenham as rentabilidades esperadas nos prazos estabelecidos. A incerteza está vinculada com o risco, ainda que, não são a mesma coisa. Por um lado, a incerteza se define como a falta de informação que propicia que o processo de tomada de decisões financeiras se veja afetado pela presença de riscos internos e externos, consequência de um diagnóstico estratégico incompleto. Por outro lado, o risco é a probabilidade de que as organizações possam vir a sofrer perdas no futuro devido a eventos que não são previsíveis, mas que afetam negativamente à rentabilidade do investimento; é por isto, que o risco está imerso em toda a atividade econômica. No âmbito financeiro as principais fontes de risco começam com as flutuações dos preços, tipos de câmbio e

taxas de juros. Como estamos interessados nas flutuações de preços geradas pelo comportamento coletivo que se caracterizam em muitos momentos como subidas e quedas de preços maiores que o esperado, estas flutuações chamadas de *switching points* são o foco de nosso estudo. O ponto de partida é definir a notação e as métricas que serão usadas nesta tese.

2.2.1 Notações e métricas das flutuações de preços

Nesta subseção descrevemos as quantidades que são amplamente utilizadas nesta tese. Definimos x_i e y_i dois conjuntos de dados, $i = 1, 2, \dots, N$, e N é o tamanho do conjunto de dados.

2.2.1.0.1 Notações:

- Valor Médio

$$\langle x \rangle \equiv \sum_{i=1}^N x_i / N \quad (2.1)$$

onde x é uma variável e $\langle \cdot \rangle$ representa a média.

- Desvio padrão

$$\sigma(x) = \sqrt{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2} \quad (2.2)$$

onde x é uma variável, σ denota seu desvio padrão e σ^2 sua variância.

- Função de densidade de probabilidade (FDP) para a variável x é denotada por $P(x)$
- Distribuição condicional é denotada como $P(x|x_0)$, e mede a distribuição condicional em que o valor anterior pertence ao subconjunto x_0 .
- Função de distribuição acumulada (FDA) é denotada como $Q(x)$ para a variável x , que é a integral de $P(x)$, i.e.,

$$Q(x) \equiv \int_x^{\infty} P(x)dx \quad (2.3)$$

Note que a Eq. (2.3) é precisamente para a função de distribuição acumulada complementar. Nesta tese nós a chamamos de distribuição cumulativa para simplificar.

- Função de autocorrelação (FAC) Nesta tese avaliamos a função de correlação das flutuações sobre o valor médio \bar{x} , como segue:

$$C(\tau) = \frac{1}{T} \frac{1}{A} \sum_{e=1}^T (x(e) - \bar{x})(x(e + \tau) - \bar{x}), \quad (2.4)$$

onde $A = \sum_{e=1}^T (x(e) - \bar{x})^2$.

2.2.1.0.2 Definições de retornos e da volatilidade: As flutuações nos preços se medem pelos incrementos destes, seja através dos retornos logarítmicos dos preços ou pelo valor absoluto destes últimos. Se denotamos o preço de algum ativo num dia qualquer de negociação a métrica básica para medir as flutuações financeiras é a do retorno r , que é definido como a variação do logaritmo do preço,

$$r(t) \equiv \ln \frac{P(t + \Delta t)}{P(t)} \approx \frac{P(t + \Delta t) - P(t)}{P(t)} \quad (2.5)$$

onde $P(t)$ é o preço das ações ou outro ativo financeiro no tempo t , e Δt é um espaço de tempo transcorrido. Para pequenas mudanças de P , o retorno é aproximadamente o preço a futuro em relação à mudança, conforme definido na equação (5.14).

Outra métrica básica usada nesta tese para as flutuações financeiras é a volatilidade V , a qual caracteriza a magnitude das flutuações. Para esse fim, a volatilidade V é normalmente definida como o valor absoluto do retorno, ou seja,

$$V(t) = |r(t)| \quad (2.6)$$

Note-se que a volatilidade é definida usualmente como o desvio padrão dos retornos na literatura financeira. Entretanto, a equação (5.15) tem pontos de volatilidade para cada ponto do retorno, o que nos dará uma série temporal de volatilidade e não alguns pontos de volatilidade para analisar. Portanto, escolhemos a Eq. (5.15) como a definição de volatilidade.

2.3 A ECONOFÍSICA, UM CAMPO PARA A FÍSICA ESTATÍSTICA

A econofísica é um campo de pesquisa interdisciplinar que aplica métodos, ferramentas e ideias procedentes da física estatística para resolver problemas em economia e finanças [125]. Os primeiros trabalhos que podem ser considerados no campo da econofísica datam dos primeiros anos da década de noventa [82, e.g.]. Desde essa época este novo campo, cruza os caminhos entre a física, as matemáticas, a computação e, naturalmente, a economia e as finanças, e tem gerado uma grande quantidade de artigos de pesquisa, assim como, congressos e conferências, periódicos especializados no tema e, inclusive, estudos de graduação relacionados com este novo campo. Assim, por exemplo temos, *Physica A*, *Physical Review Letters*, *Quantitative Finance*, *European Physical Journal B* e *International Journal of Modern Physics C* são alguns periódicos que tem publicado trabalhos com este tema. No campo da economia tem sido um pouco mais raras as aparições destes artigos, exceto em *Quantitative Finance* e alguns trabalhos monográfico aparecidos no *Journal of Economic Dynamics and Control*. Igualmente, começam a existir livros relevantes sobre o tema [84, 35] entre outros e a *Encyclopedia of Complexity and System Science*, que aparece em Springer com um compendio amplo e detalhado de ferramentas, ideias e métodos. Não estamos interessados em fazer uma apologia à econofísica, mas deixar em evidência que ela é um campo importante para o desenvolvimento da física

estatística.

Ainda que, a econofísica pareça um campo conceitual único, na realidade existem duas visões sobre ela, e cada uma segue postulados parcialmente diferentes, compartilhando pontos em comum. Por um lado, vamos analisar a perspectiva proporcionada pela física estatística, onde o elemento básico para pesquisar é um investidor representativo médio, como se fosse uma partícula de gás. A outra perspectiva vem representada pela geração de modelos baseados em agentes ou simulação artificial dos mercados financeiros; isto é, parte da consideração do agente como um investidor autônomo e independente cuja conduta é o resultado de um conjunto de hipóteses cuja geração depende da complexidade outorgada a dito agente. Assim, se podem gerar condutas simples com base em hipóteses simples (análise técnica, fundamental, mercado eficiente) ou em mais complexas, baseadas em um raciocínio indutivo que utilize uma cesta de algoritmos que repliquem um comportamento perto do observado nos mercados financeiros do mundo real.

Utilizando elementos das duas aproximações encontra-se a disciplina da econofísica. Por ser uma disciplina nova, muitos pesquisadores, especialmente do campo da física, incluem tanto modelos próprios de diversas subdisciplinas da física aplicados às séries temporais financeiras como modelos que recolhem elementos de simulação artificial dos mercados financeiros. Por isto, acredita-se que seja conveniente considerar sob o mesmo guardachuva da econofísica as duas aproximações, sempre que a metodologia utilizada seja comum à física, e deixar uma seção própria para a inclusão de modelos de simulação que sigam os postulados próprios da complexidade.

Como foi comentado no parágrafo anterior, entre as opções possíveis de simulação dos mercados existem muitas hipóteses sobre a conduta dos agentes, algumas delas altamente complexas. No entanto, uma das hipóteses que principalmente se destaca é a de considerar os mercados financeiros como sistemas “adaptativos” complexos. Isto é devido ao desenvolvimento das ciências da complexidade aplicado aos sistemas, entre eles, o econômico e o financeiro, cujas características diferem em um alto grau das consideradas

nas outras hipóteses de conduta na simulação dos mercados. Estas características bem específicas e que tem sido estabelecidas por vários autores, [122, 74, 58, 68, e.g.] que enquadram o novo campo da complexidade.

Como indicamos anteriormente, a econofísica distingue duas aproximações aos problemas econômicos e financeiros: uma aproximação baseada em agentes homogêneos e uma outra em agentes heterogêneos que utilizam algum tipo de hipótese sobre o futuro e/ou partem de diferentes níveis de riqueza. A seguir se desenvolvem estas duas vertentes onde a física estatística pode encontrar campos importantes para o seu desenvolvimento.

2.3.1 Agentes homogêneos

Esta aproximação [11, 113, 40, 65, 23] utiliza principalmente métodos da física estatística não linear, geralmente aplicados a problemas da física de sistemas de grande escala e utilizada nos mercados financeiros; isto é, proporciona uma média genérica e típica estatística¹ de propriedades que representam descrições compactas dos sistemas complexos. Assim, se podem construir teorias sobre estes sistemas que são insensíveis aos detalhes. O leque de modelos formais que utiliza a física estatística não linear recebe o nome de mecânica estatística dos mercados financeiros.

Os modelos mais utilizados são os da família do tipo esfriamento simulado (Simulated Annealing) [62] no qual se utilizam para gerar códigos de conduta no sistema de compra e venda na bolsa de valores. Outros modelos utilizam os vidros de spin (spin glass), utilizados na física dos modelos desordenados [37], a teoria de calibre (gauge theory) da electrodinâmica segundo modelos matemáticos de (fibre bundle) [61] a família de modelos de percolação² Cont-Bouchaud [34], modelos quânticos [107] e alguns tipos de modelos baseados na teoria de redes e das matrizes aleatórias [84, 65, 70, 83, 20]. Esta quantificação da realidade social formalizada estatisticamente com matrizes de correlações e equações

¹Como se fosse uma molécula de gás com velocidade e temperatura média

²Trata sobre os efeitos de variar a riqueza das interconexões em um sistema aleatório

diferenciais ou em diferenças estocásticas não lineares continua uma linha de pesquisa que começou com a formalização matemática da realidade econômica. Por estar ainda muito longe dos experimentos próprios aplicados sistematicamente à física, a sua aplicação a um entorno social tem sido questionada.

Roehner [105] estuda o suposto “reducionismo”³ exportado à ciência econômica e encontra menos similaridades do que até agora foram assimiladas. Para isto, compara a observação de uma maçã ao cair de uma árvore com a dinâmica diária de um índice de bolsa. Para estudar a queda da maçã, o acontecimento se divide em fases w , e para cada fase, intervêm diferentes campos da física, como a gravitação, os estudos sobre os materiais, a dinâmica de fluidos e os astros. Na disciplina econômica, a informação sobre a causa do evento relacionadas todas elas entre si, mas não existe um campo do conhecimento organizado, como na física, sobre o que se possa basear para investigar cada fase.

Roehner [105] traz à luz algumas lacunas na geração de modelos econômicos. Enquanto a universalidade da forma de interação permite que física resolva o problema do tipo de dois corpos, por exemplo, o sol e cada planeta, o proton e o eletron. Na economia, os estudos sobre dois mercados, duas empresas, dois setores ou dois países não tem caráter universal facilmente reconhecível. Em contraposição ao que ocorre na física, estes modelos de dois corpos não podem ser comparados com evidência empírica porque não existe nenhum sistema econômico real que iguale o requisito do tipo de os dois corpos. A um nível mais complexo, uma colônia de formigas, por exemplo, constitui um exemplo de um sistema econômico simples e, nestes casos, seria possível gerar dados de confiança ao observar as colônias de formigas no laboratório.

Em resumo, esta via de campo de estudos para a física estatística onde a teoria

³O Premio Nobel de Física, Philip Anderson (1972), no seu artigo (More is different), considerado como quem iniciou o desenvolvimento posterior das ciências da complexidade, critica o reducionismo epistemológico no sentido da capacidade de reduzir tudo a leis simples fundamentais, pois cada nível de complexidade possui suas próprias leis.

econômica tem estado excessivamente separada dos experimentos é extremamente refinada, teórica e autoconsistente. Isto é, em vez de observar como se comportam os agentes, se estuda o como se deveriam de se comportar e, existe uma grande diferença entre o esperado e a conduta real. Em concreto, os modelos analíticos em finanças e em economia, geralmente, postulam um conjunto de axiomas que conduzem a alguns resultados obtidos analiticamente, como, por exemplo, preços de equilíbrio de ativos com risco. Isto requer algumas suposições pouco realistas, como por exemplo, normas de decisão fixa, agentes representativos racionais, restrições do mercado em equilíbrio, inexistência de custos de transação, mundo sem impostos, e expectativas homogêneas. No entanto, a nova economia experimental tenta avançar no conhecimento do observado nos mercados reais ou, pelo menos nos mercados artificiais criados no computador.

2.3.2 Agentes heterogêneos

O outro campo de aproximação aos problemas econômicos, segundo a econofísica, utiliza modelos de simulação baseados em agentes. Isto é, experimenta-se com diferentes tipos de agentes em um ambiente artificial como é um computador. Esta aproximação parte da economia experimental, evolutiva e computacional, sub-disciplinas bem interrelacionadas que englobam um conjunto de propostas experimentais dentro das ciências sociais. Desta forma, tem surgido o (Agent-Based Computational Economics) para as ciências econômicas e, como subconjunto, (Agent-Based Computational Finance) para a disciplina financeira [73, 14, 72, 115] analisando-se posteriormente os resultados com métodos estatísticos.

Em geral, os modelos baseados em agentes aplicados aos mercados financeiros consistem em modelos dinâmicos gerados em um computador onde os agentes possuem diferentes estados e normas de conduta (micromotivos), interagindo em um processo iterativo. Se baseiam sob o presuposto de que os sistemas econômicos de mercado descentralizado são

sistemas complexos em evolução [73]. O processo dinâmico se expressa algorítmicamente de tal forma que, através de um processo seletivo, vão-se criando novas condutas. Os resultados surgem simplesmente ao se executar o programa (ou software), produzindo uma macroconduta. Trata-se de entender as regularidades globais emergentes que surgem de baixo até acima através das interações locais (vizinhança) repetidas por agentes egoístas [72, 115].

O código informático inclui uma análise estatística; as interações entre os agentes se efetuam de forma sequencial, ainda que se tente desenvolver software e hardware para que os agentes atuem em paralelo, como pode ocorrer em um sistema real. A finalidade consiste em oferecer decisões ótimas de distribuição de carteiras ou alguma previsão qualitativa. Os modelos baseados nos agentes possuem as vantagens da facilidade para modelar o nível de racionalidade dos agentes, de criar agentes heterogêneos, de poder observar a dinâmica histórica do processo em estudo e de relacionar interações e redes sociais com o espaço físico. Como desvantagens podemos incluir a dificuldade de programação, a sensibilidade a pequenas mudanças em um parâmetro e a inclusão de variáveis não definidas de forma adequada [73], e a falta de resultados matemáticos analíticos que permitam restringir algum tipo de comportamento.

Os modelos mais avançados incluem uma variedade de fenômenos observáveis nas economias de mercado descentralizado como o aprendizado indutivo, competência imperfeita, formação de redes de negociação endôgena, a co-evolução das condutas dos agentes e as instituições econômicas. Tais modelos distinguem entre um enfoque descritivo sobre a emergência de conduta global. Isto é, porque surge uma macroconduta geral de um conjunto de micromotivos particulares, e permitem enfoques normativos sobre as consequências de diferentes desenhos do modelo. O gerador do modelo começa com a construção de uma economia que inclui uma população de agentes econômicos, sociais e institucionais, aos quais se especifica o estado inicial por meio de atributos de inicialização dos agentes. Estes atributos podem ser normas de conduta, de comunicação, aprendizado,

armazenamento de dados sobre o próprio agente e os demais e outras características que possam definir os agentes [14].

Esta aproximação baseada em agentes pode ser sub-divida em dois grupos. De uma parte encontramos os modelos baseados em dinâmicas que dependem do caminho percorrido (path-dependent dynamics), representados por conjuntos de normas ou estratégias fixas. Por outro lado, temos modelos mais complexos cujos agentes evoluem através de um processo de aprendizado dinâmico em um espaço amplo de possibilidades, nos quais sua resolução requer procedimentos difíceis de resolver⁴

A proposta mais simples que depende do caminho percorrido, consiste em modelar tais caminhos como normas operativas dinâmicas e rígidas que sejam mais aproximadas às estratégias utilizadas no mundo real. Desta forma, o modelo [73] segue um processo parecido à análise de sensibilidade ao fazer variar o nível de riqueza e as estratégias básicas dos agentes, observando o processo de iteração, é o resultado final. Este modelo varia a normativa aplicada aos agentes dependendo das três hipóteses (análise fundamentalista, técnica e mercado eficiente) que se escolha. Por exemplo, um agente que utiliza um modelo de predição baseado em uma média ponderada pelo tempo dos retornos passados devido a um certo ponto de retorno acima da média (análise fundamentalista), ou um modelo onde sua conduta dependa de um certo índice de força relativa⁵ que se situa acima ou abaixo de uma quantidade determinada. Outro tipo de modelo considera agentes de inteligência zero; isto é, que atua de forma aleatória, somente com uma restrição orçamentária, e que geram resultados bastante eficientes.

O outro tipo de agente possui um nível de complexidade maior, já que tem que ser desenhado com técnicas de pesquisa operativa ou inteligência artificial para que tenham a capacidade de aprendizado e adaptação e desta forma poder explorar as vantagens potenciais de mercados ineficientes. Para implementar tal tipo de agente se supõe que o

⁴[e.g.] O “comerciante viajante”, incluído nos manuais de pesquisa operativa.

⁵Índice proveniente da análise técnica segundo o qual, se o $IFR < 30$, então o valor poderia estar infravalorado; se > 70 , então, supervalorizado.

mercado esta em um estado de não-equilíbrio, com agentes que tem informação limitada, e que utilizam uma ecologia em evolução de estratégias de negociação. Cada estratégia é percebida como uma espécie biológica e o capital utilizado em cada estratégia como a população de cada espécie. Estas espécies podem desaparecer, sendo substituídas por outras, a depender dos resultados obtidos para os investidores. Ao evoluir as estratégias, o mercado como um todo tende a ficar mais eficiente, de forma que os preços flutuam devido à dinâmica interna criada pela interação complexa da população de estratégias. O mercado mais conhecido é o mercado artificial do (Santa Fe Institute) de [11]. Neste modelo, os agentes começam com habilidades e estratégias similares. Ao iterar o modelo, vão surgindo endogenamente diferenças na conduta e estratégia, resultando na formação de agentes heterogêneos sem imposição externa.

Por exemplo, pode-se começar a simulação com uma norma fixa de predição, baseada numa média histórica ponderada de retornos, e ir variando a forma a depender da melhora na sua capacidade de predição. Devido à utilização de uma população grande de elementos, agentes ou condutas, com suas interações dinâmicas respectivas, as normas de decisão devem ser agrupadas em elementos fundamentais. Assim, os agentes ou operadores financeiros se dividem em grupos segundo os modelos utilizados, que se baseiam: i) na análise fundamentalista; relação preço-retorno, modelo de Gordon, fluxo de caixa descontado, etc., ii) na análise técnica; ondas de Elliot, índice IFR, bandas de Bollinger, etc., iii) na imitação; seguir a tendência do mercado, replicar o índice geral, ou iv) nos modelos chamados contrários baseados na teoria do caos e outros modelos matemáticos, de tal forma que os agentes possam evoluir.

Os trabalhos mais recentes sobre os modelos baseados em agentes [115] discutem sobre o fato de que não existe uma adequação completa entre a conduta real dos agentes econômicos e os agentes artificiais que utilizam um modelo de conduta baseada na teoria dos jogos ou nos algoritmos genéticos clássicos. Portanto, precisam-se gerar modelos mais efetivos e que se enquadrem em um processo de interação de estratégias, de tal forma que

os agentes evoluem; isto é, melhorem suas habilidade para poder afinar sua capacidade de decisão, como ocorre no mundo real. Existem vários tipos de mecanismos de negociação nos modelos baseados em agentes; o mais complexo e o que copia o mecanismo real do mercado com várias características deste. Eles se baseiam na simulação de conduta dos mercados usando, por exemplo, o jogo da minoria ⁶ e o dilema do prisioneiro na teoria dos jogos ⁷. Contudo, estabelecer conexões entre estes mecanismos e o mercado real é ainda algo forçado.

Com o aumento do poder da computação e o desenvolvimento de bases de dados financeiras criaram-se novas formas de ver a economia financeira. Para poder conduzir bem o rumo destes estudos, e devido a sua complexidade, se faz necessária a formação de equipes interdisciplinares entre informáticos, físicos e economistas que conjuguem seus conhecimentos com o objetivo de melhorar o entendimento e compreensão dos mercados financeiros. A simulação de mercados através da análise de sensibilidade ao variar parâmetros segundo os diversos modelos é um campo aberto e promissor de pesquisa para a física estatística como uma nova fronteira entre a economia e as finanças.

2.4 VISÃO DA ECONOFÍSICA SOBRE AS FLUTUAÇÕES FINANCEIRAS E *SWITCHING POINTS (SP'S)*

Nesta seção destacamos alguns dos trabalhos realizados com um enfoque de econofísica sobre flutuações financeiras e SP's que serviram de base para o desenvolvimento desta tese.

Os trabalhos de Preis et al., [100, 102, 101, 103, 99] tem sido o ponto de partida conceitual para o desenvolvimento deste estudo. Estes trabalhos tem ampliado a perspectiva do que são os SP's, definidos para qualquer sistema complexo, o que torna possível ca-

⁶Em contraposição á hipóteses da escolha racional e seu procedimento dedutivo. e.g. o problema do Farol [10]

⁷Ver os trabalhos de [12, 13] sobre a teoria dinâmica dos jogos

racterizar de forma conceitual estes eventos de uma forma mais precisa. O primeiro dos cinco trabalhos de Preis et al., [100] nos indica por exemplo que cada tendência em um mercado financeiro começa e termina com um processo único de *switching*. Também se percebe que o mecanismo de formação de bolhas financeiras não tem escalas de tempo definidas. Assim, a formação de tendências positivas e negativas em todas as escalas é um princípio fundamental da negociação, a partir da escala de menor tempo possível, o que leva à natureza não-estacionária dos mercados financeiros, bem como à queda de eventos em escalas de tempo grande. Assim, as crises que ocorrem em escalas de tempo grande pode não ser *outliers*, mas na verdade representações causadas pelo comportamento em escala dos agentes financeiros.

Segundo a definição original, um evento SP, pode ser quantitativamente analisado como segue: seja $P_{(t)}$ o preço de transação da negociação t , que será tratado como uma variável discreta $t = 1, 2, \dots, T$. Cada preço $P_{(t)}$ é definido como sendo um máximo local $p_{max}(\Delta t)$ de ordem ΔT se não houver preço mais elevado no intervalo $t - \Delta t \leq t \leq t + \Delta t$. Assim, se $P_{(t)} = P_{max}(t, \Delta t)$, $P_{(t)}$ é um máximo local quando:

$$P_{max}(t, \Delta t) = \max\{P_{(t)} | t - \Delta t \leq t \leq t + \Delta t\} \quad (2.7)$$

Da mesma forma, cada preço $P_{(t)}$ é definido como um mínimo local da ordem Δt , se não existe um preço mais baixo neste intervalo:

$$P_{min}(t, \Delta t) = \min\{P_{(t)} | t - \Delta t \leq t \leq t + \Delta t\} \quad (2.8)$$

Ainda que nesta tese não usamos esta definição para os eventos SP's, pensamos que é importante investigar se outras características presentes nos dados podem ser usadas para detectar SP's.

Nos trabalhos seguintes [102, 101, 103, 99] é testado a possível universalidade dos resultados obtidos no primeiro artigo [100], realizando uma análise paralela das flutuações,

volume de transações e tempos de espera entre negociações. Os resultados indicam por exemplo, que os processos de *switching* no mercado financeiro tem propriedades semelhantes às de transição de fase uma vez que, quando ele esta presente, se exibe um regime livre de escala. Também se evidencia uma conexão entre a volatilidade, os volumes, os tempos de espera entre negociações, e as flutuações de preços entre um extremo é o extremo seguinte. A lei subjacente que descreve como as caudas de volatilidade, os volumes e tempos de espera em torno aos extremos variam ao longo de nove ordens de magnitude a partir do menor tempo possível, e é expressa como uma lei de potência com um expoente único que caracteriza quantitativamente a região em torno do ponto de *switching*.

O trabalho de Wang et al., [123] analisa as cotações do NYSE ⁸, que registra todas as operações de títulos no mercado acionário dos EUA, para o período de dois anos a partir de 01 de janeiro de 2001 a 31 de dezembro de 2002, representando um total de 497 dias de negociação. Estudou-se todas as 30 empresas do índice médio da DJIA. Outro banco de dados que analisado foi o SP500 para um período de 13 anos, a partir de 01 de janeiro de 1984 a 31 de dezembro de 1996, com dados a cada 10 minutos, totalizando cerca de 130.000 registros. Confirmou-se que semelhanças de escala e de comportamentos de memória ocorrem em uma ampla gama de resoluções de tempo (não apenas na escala diária). Exploraram-se conjuntos de tempos de retorno a curto e longo prazo, e identificou-se que quanto maior forem os tempos de retorno mais forte é a memória destes tempos. A partir dos resultados apresentados, verifica-se que os valores são muito diferentes nos dois tipos de tempos de espera, e ambos têm Hurst maiores do que 0.5, o que indica correlações de longo prazo na série temporal investigada, mas eles não são os mesmos para diferentes escalas de tempo. Foi descoberto ainda que, a função de distribuição para os tempos de retorno de várias ações pode ser bem descrita por uma única função escalar que depende apenas da relação do tempo médio para várias escalas de tempo variando de um tempo de curto prazo = 1 minuto para um tempo = 30 minutos. A função de escala,

⁸New York Security Exchange

que resulta da correlação de longo prazo da volatilidade, difere da distribuição de Poisson para dados correlacionados. Este trabalho nos indica que as propriedades estatísticas das flutuações dos preços são importantes para compreender e modelar a dinâmica do mercado financeiro. Entender o comportamento da volatilidade é de interesse para os acionistas, pois quantifica o risco, otimiza as carteiras e fornece uma contribuição essencial para os modelos de precificação de opções que são baseados na estimativa da volatilidade do ativo.

No artigo de Wang et al., [124] foram analisados os tempos de retornos da volatilidade do mercado acionário dos EUA. O período estudado foi de 02 de janeiro de 2001 a 31 de dezembro de 2002, totalizando 500 dias de negociação. Aplicou-se o método de DFA para os tempos de retornos de limiares de volatilidade. Observou-se que existe lei de potência para a cauda da distribuição, especialmente para os tempos de retorno dos limiares de grande porte. O expoente da cauda sistematicamente muda de 2 para 1 e o limiar de 2 para 5 desvios padrão. Empregou-se uma análise de momentos para examinar a existência multi-escalar na distribuição. Esse comportamento é ligado ao tamanho da empresa e foi encontrada uma dependência fraca sob este aspecto. Também se analisou os efeitos de memória em várias escalas de tempo, a partir da FdP condicional, os clusters foram classificados pela média dos tempos de retorno das correlações de longo prazo. Se mostram comportamentos correlacionados em todas as análises. Além disso, testou-se dois modelos de memória de longo prazo, FIGARCH e fBm. Apenas o fBm mostra um bom escalonamento na distribuição. No entanto, ambos os modelos evidenciaram o efeito memória. Porém, enquanto o modelo FIGARCH superestima o efeito, o modelo fBm ligeiramente o subestima.

O trabalho de Alvarez et al., [3] desenvolveu uma extensão do DFA para explorar a existência de assimetrias no comportamento de séries temporais não estacionárias. O objetivo é mostrar que, para determinada gama de escalas de tempo, com diferentes propriedades de escala, são encontradas tendências de sinal positivo e negativo. Esta versão

do DFA, que nesta tese chamamos de *A-DFA*, separa as tendências positivas e negativas no estudo das contribuições individuais para o comportamento de escala global. Os resultados obtidos em três diferentes séries mostraram que as assimetrias são dependentes da escala, o que significa que para algumas escalas do comportamento a escala é simétrica, mas apresenta comportamento assimétrico para outra escala de tempo. Os resultados mostram claramente a existência de correlações com propriedades diferentes quando o sinal tem tendência positiva e quando o sinal tem tendência negativa. Os resultados na série de preços da eletricidade, a frequência do retorno dos preços para escalas maiores do que 10 dias mostram que a distribuição não é gaussiana, nem simétrica. Na verdade, a distribuição apresenta assimetria à esquerda. Desta forma, a escala assimétrica observada pode ser atribuída, pelo menos parcialmente, a assimetria das diferenças de preço para as escalas maiores que 10 dias. Evidencia-se um comportamento não-linear decrescente associado a um comportamento multifractal da série temporal do preço. Os resultados também sugerem que as correlações assimétricas são mais fortes para grandes variações de preço. Verifica-se também que o comportamento da escala do preço total de séries temporais é o comportamento médio dos efeitos da escala para cima e para baixo.

Em contraste com os preços da eletricidade, a análise sobre as temperaturas do hemisfério norte para os últimos dois milênios, indica que este fenômeno é mais persistente quando a temperatura está diminuindo do que quando está aumentando. A possível causa dessa diferença deve ser explorada na geração de entropia durante condições de aquecimento, o que produz flutuações mais aleatórias no sistema. Na análise do número de manchas solares (SSN), o comportamento assimétrico da escala é observado para as escalas de tempo superior a um ano, indicando que o sinal é mais persistente, quando o SSN está aumentando. O comportamento assimétrico não é mais observado para as escalas de tempo maiores do que cerca de 11 anos, quando a tendência decrescente e crescente, não pode ser facilmente discriminada. Ao calcular a diferença de SSN para escalas de um ano, observou-se que os dados se comportam aproximadamente como uma

distribuição Gaussiana com reduzidas assimetrias em torno da média, de modo que o comportamento da escala assimétrica pode ser atribuído a correlação intrínseca, em vez de caudas. Os resultados DFA apresentados confirmam que a assimetria da escala não é uniforme, mas é dependente do ciclo.

Hong e Zhou (2007), [59] fornecem um teste para correlações assimétricas em que as ações se movem mais frequentemente quando o mercado for para baixo do que quando elas sobem, e também fornece tais testes para os coeficientes de assimetria e para as covariâncias. Os mercados foram classificados por tamanho, e encontrou-se forte evidência de assimetrias de tamanho e de dinâmica das carteiras, Além disso, pode-se avaliar a importância econômica de incorporar as assimetrias para as decisões de investimento e confirma-se que elas podem ter uma importância econômica considerável para um investidor com aversão à perdas. A importância deste trabalho está na quantificação da correlação assimétrica. Primeiro, na cobertura de seguros, que depende de forma crucial das correlações entre os ativos coberto e os instrumentos financeiros utilizados. A presença de correlações assimétricas pode causar problemas na eficácia da cobertura. Em segundo lugar, embora a teoria de investimento recomende a diversificação da carteira, o valor desse conselho pode ser questionável se todas as ações ou índices tendem a cair o que indica que com o aumento da assimetria, aumenta também o risco de perda.

2.5 VISÃO DA ECONOMIA SOBRE AS FLUTUAÇÕES FINANCEIRAS E SP'S

Nesta seção se faz uma análise introdutória sobre como a economia tem lidado com os eventos chamados de SP's. Em economia temos duas visões sobre este tema, por um lado está a visão da economia onde os SP's são um dos elementos de análise de conjuntura econômica para determinar ciclos econômicos, e por outro lado está a visão das finanças onde os SP's são os elementos de análise para que os analistas tomem decisões de compra ou venda de ativos financeiros. Flutuações, SP's e classificação dos ciclos econômicos

são três conceitos-chave para a análise da conjuntura econômica e, por isso, o analista econômico dedica muito do seu tempo para a sua estimativa, avaliação e previsão. Os SP's são eventos especialmente relevantes no ciclo econômico normal, porque a sua presença indica mudanças de fase nas condições econômicas. A seguir se explicitam os métodos mais usados para a análise de SP's.

2.5.1 Identificação de SP's: Métodos empíricos.

A análise empírica dos SP's consiste na identificação de ditos pontos mediante um conjunto de regras de decisão que refletem a experiência prática acumulada pelos analistas de ciclo econômico assim como as noções a priori acerca da natureza das flutuações econômicas. Neste tipo de análise não se usam modelos estatístico-econômicos explícitos para representar à série que se deseja analisar. Pelo contrário, adota-se uma perspectiva bastante ampla que se concentra nas propriedades finais, observáveis, da série cujos SP's se desejam detectar. Este caráter não paramétrico é, ao mesmo tempo, uma vantagem e um inconveniente. A vantagem se deriva da simplicidade da sua aplicação e do fato de que não se usam premissas discutíveis o que torna estes SP's mais fáceis de serem aceitos pelos analistas com orientações teóricas diferentes. O inconveniente se deriva da dificuldade para realizar inferências com estes métodos tais como, por exemplo, gerar predições sobre a ocorrência de um SP.

Os métodos empíricos utilizam em graus diversos uma combinação de técnicas de filtro linear para obter um sinal cíclico suficientemente isento de irregularidade, e de algoritmos de busca para identificar os máximos e mínimos cíclicos. Finalmente, estes métodos usualmente aparecem codificados como programas informáticos dotados de uma parametrização relativamente estrita. A seguir se expõem dois destes métodos: Bry e Boschan (1971) [24] e F de Abad e Quilis (1996, 1997) [1, 2]. Outros métodos podem ser vistos em Boldin (1994) [16] e Chin et al., (2000) [36].

2.5.1.1 O procedimento de Bry-Boschan: A metodologia da “National Bureau of Economic Research (NBER)” para a análise do ciclo econômico se baseia, na identificação univariante dos *SP's* das séries temporais objeto desse estudo. No trabalho de Burns e Mitchell (1947) [26] o cálculo de tais pontos se realizou examinando as representações gráficas das séries e incorporando as considerações a priori a respeito do comportamento cíclico que se havia destilado no *NBER* desde que esta instituição começou seu estudo sistemático das flutuações econômicas. Deve ser enfatizado que tais considerações refletem noções do tipo estatístico, puramente instrumentais, mas não conceituais emanadas da teoria econômica. Desta forma, a análise do *NBER* constitui a primeira expressão do que, na década de oitenta, se conheceria como macroeconomia empírica [36].

Naturalmente, a réplica do processo de cálculo seguido por Burns e Mitchell [26] requeria a codificação de suas regras de decisão em um marco formal, susceptível de representação computacional, de forma que pudesse ser aplicado por diferentes analistas de forma subjetiva. O trabalho de Bry e Boschan (1971) [24] é, precisamente, a codificação mais conhecida dos métodos de cálculo de Burns e Mitchell.

O método de Bry e Boschan consiste na aplicação sucessiva de um algoritmo de identificação de *SP's* a uma sequência de séries filtradas, evoluindo o grau de suavização de maior a menor. Assim, se utiliza em primeiro lugar uma média móvel de 12 termos (MM(12)), em continuação um filtro de Spencer, depois uma média móvel de 3 termos (MM(3)) e, finalmente, a série original sem suavizar. Os *SP's* finais são determinados nesta última série, mantendo a coerência com os que se tem determinado previamente em suas versões suavizadas e assegurando o cumprimento de uma série de restrições, destacando que as durações totais e parciais dos ciclos tem que ser, como mínimo, de 16 e de 6 meses, respectivamente. Da mesma forma, deve ser ressaltado que a série de partida à que se aplica o procedimento deve carecer de oscilações estacionais, por sua própria natureza ou por ter sido submetida a um processo de desestacionalização.

Os três filtros que usam o método de Bry e Boschan são casos particulares de um

filtro de média móvel simétrico da forma:

$$H(B) = \sum_{j=-s}^s h_j B^j \text{ com } h_j = h_{-j} \forall j \quad (2.9)$$

sendo,

$$h = 1/25 \text{ para } MM(12), h = 1/5 \text{ para } MM(3) \text{ e}$$

$$h = [0.2313, 0.2094, 0.1438, 0.0656, 0.0094, -0.0156, -0.0188, -0.0094]$$

para o filtro de Spencer.

As principais etapas do procedimento de Bry e Boschan são:

1. Determinação de extremos e substituição dos mesmos.
2. Determinação dos ciclos na série MM(12), pela prévia eliminação de extremos.
 - (a) Identificação de máximos e mínimos locais em um entorno com um raio de 5 meses.
 - (b) Assegurar a correta alternância dos SP's, selecionando o maior dos diversos máximos (o menor dos diversos mínimos).
3. Determinação dos correspondentes SP's na curva de Spencer (previa eliminação de extremos).
 - (a) Identificação do maior (ou menor) valor em um entorno de 5 meses dos SP's selecionados previamente na série MM(12).
 - (b) Cumprimento de uma duração mínima dos ciclos de 15 meses, eliminando os menores máximos e os maiores mínimos que definem ciclos menores.

4. Determinação dos SP's correspondentes na série MM(3) ou MM(6), dependendo do quociente MCD (months for cyclical dominance, meses requeridos para o domínio cíclico).
 - (a) Identificação do maior (ou menor) valor em um entorno de 5 meses dos SP's selecionados previamente na curva de Spencer.

5. Determinação dos SP's na série não suavizada.
 - (a) Identificação do maior (ou menor) valor em um entorno de 4 meses (ou de MCD meses, dependendo de qual seja maior) dos SP's selecionados previamente na série MM(3) (ou MM(6)).
 - (b) Eliminação dos SP's que se encontram a menos de 6 meses no início e no final da série.
 - (c) Eliminação dos máximos (ou mínimos) que são menores (maiores) que os valores próximos aos extremos.
 - (d) Eliminação dos ciclos cuja duração é inferior a 15 meses.
 - (e) Eliminação das fases cuja duração é inferior a 5 meses.

6. Apresentação final dos SP's identificados.

No procedimento de Bry e Boschan existem três elementos fundamentais: (a) uma identificação preliminar dos SP's na série MM(12), (b) uma projeção temporal de ditos pontos sobre a sequência das séries transformadas mediante filtros de passo baixo até chegar à série não transformada e (c) a imposição final de todas as restrições de duração e localização tendentes a assegurar que os SP's identificados são compatíveis com a definição habitual de ciclo.

2.5.1.2 O procedimento F : O procedimento F é um algoritmo de identificação empírica de SP's que utiliza como input um sinal cíclico puro, isto é, livre da influência de elementos irregulares. Este procedimento determina os SP's detectando em dito sinal os máximos e mínimos locais que satisfaçam duas restrições fundamentais:

1. Que a distância entre dois SP's do mesmo tipo (e.g., dois máximos cíclicos) seja, como mínimo, L meses.
2. Que a distância entre dois SP's de distinto tipo (e.g., um máximo e um mínimo cíclico) seja, como mínimo, M meses.

Este procedimento tem sido codificado com a finalidade de facilitar sua aplicação sistemática e oferecer uma tentativa para a análise do ciclo econômico, ver Abad e Quilis (1996, 1997) [1, 2] para uma descrição detalhada. O processo completo de cálculo pode ser formalizado da seguinte forma:

$$f_t = \langle F \rangle c_t = \langle F_5 \rangle \langle F_6 \rangle \langle F_5 \rangle \langle F_4 \rangle \langle F_3 \rangle \langle F_2 \rangle \langle F_1 \rangle c_t \quad (2.10)$$

onde c_t é o sinal cíclico estimado segundo os procedimentos comentados anteriormente, f_t é a série indicadora da presença e tipo de um SP e $\langle F_i \rangle$ são os filtros (geralmente, não lineares) que, aplicados em cascata, determinam os pontos detectados. A sequência opera da direita à esquerda, começando por intervalos preliminares pouco restritivos para ir impondo progressivamente condições mais exigentes. A série final deve verificar:

$$f_t = \begin{cases} 1 \Leftrightarrow c_t = \max[c_{t-L} \dots c_{t+L}] \\ -1 \Leftrightarrow c_t = \min[c_{t-L} \dots c_{t+L}] \\ 0 \quad \text{em outros casos} \end{cases}$$

e

$$f_i f_{t \pm s} = 0 \quad s = 1 \dots M \quad (2.11)$$

Estas duas condições fazem referência, respectivamente, às durações totais e parciais que tem que ter os ciclos identificados mediante o procedimento F . O padrão usado é, $L=16$ meses e $M=6$ meses.

A identificação empírica dos SP's consiste, simplificando talvez de forma abusiva, em associar uma etiqueta a umas determinadas observações em função da relação de seus valores com um critério de classificação externo (a condição de máximo ou mínimo local). De uma forma similar, se agrupam as observações de uma série em valores crescentes ou decrescentes, em função do sinal de sua taxa de variação. Em consequência, a propriedade de uma determinada observação de ser SP's é algo essencialmente alheio à própria série: é, nem mais nem menos, uma forma útil e conveniente para o analista de classificar suas observações.

2.5.2 Identificação de SP's: Métodos baseados em modelos.

A análise dos SP's baseado em modelos estatísticos explícitos para a série de interesse considera que ditos pontos são uns elementos intrínsecos no funcionamento habitual da série, isto é, que sua própria dinâmica interna gera observações especiais que permitem identificar intervalos diferenciados em sua evolução. Em consequência, os SP's são observações que sinalizam a transição da série de um regime a outro.

A maior parte dos modelos que usam na análise do ciclo desde uma perspectiva explícita são do tipo não linear. Em particular, as mais utilizadas são as auto-regressões por limiares (threshold autoregression, TAR) e as auto-regressões com mudança de regime Markoviana (Markov switching autoregression, MS-AR). Em ambas as classes de modelos a própria dinâmica interna da série é a que faz com que se adote um estado ou outro, sendo os SP's aquelas observações nas quais acontece a transição.

A seguir se expõem as principais características dos modelos TAR e MS-AR assim como sua metodologia. Para detalhes adicionais pode-se consultar, para os modelos TAR, Tong (1983, 1990) [117, 118], Tsay (1989) [120], Tiao e Tsay (1994) [116] e Montgomery et al., (1998) [89] e, para os modelos MS-AR, em Hamilton (1989, 1994) [54, 55], Filardo (1993, 1994) [48, 49], McCulloch e Tsay (1994a, 1994b) [86, 87] e Filardo e Gordon (1998) [50].

2.5.2.1 Modelos auto-regressivos por limiares (TAR): Se considera que a série Z_t evoluindo segundo um modelo auto-regressivo por limiares (TAR) pode ser expressa por:

$$Z_t = \mu^{(j)} + \sum_{i=1}^{p(j)} \phi_i^{(j)} Z_{t-i} + \varepsilon_t^{(j)} \quad \text{se } r_{j-1} \leq Z_{t-d} < r_j \quad \forall j = 1, \dots, k \quad (2.12)$$

onde j designa o número de regimes e r_j são os correspondentes limiares, que deste ponto em diante são indicados por: $p = \max[p(j)]$. Para completar o modelo TAR se consideram os seguintes elementos:

- Defasagem do limiar: $d \geq 1$: Determina-se a variável Z_{t-d} que define o regime do comportamento de Z_t segundo a expressão 2.12. Esta variável atua como índice do estado (observável) que divide o espaço do comportamento de Z_t em k regiões separadas.
- Limiares: São os valores que definem a divisão de Z_{t-d} e, em consequência, o regime que seguirá Z_t :

$$-\infty = r_0 < r_1 < \dots < r_k < r_{k+1} = \infty \quad (2.13)$$

- Inovações: Assume-se, como caso geral, que as inovações são sempre gaussianas, de média nula e com variância dependente do regime em que se encontra a série:

$$\varepsilon_t^{(j)} : iid \sim Normal(\mu = 0, \sigma = V_j) \quad (2.14)$$

Verifica-se que as inovações correspondentes a regimes distintos são independentes entre si:

$$E(\varepsilon_t^{(j)} \varepsilon_s^{(h)}) = 0 \quad \forall j, h \quad \forall t, s \quad (2.15)$$

O modelo TAR é um modelo linear por trajetos que, globalmente, apresenta um comportamento não linear. Um modelo TAR pode representar algumas características que um linear (e.g., ARIMA) não pode: ciclos limite, amplitude dependente da frequência, ciclos assimétricos, mudanças de nível, etc. É conveniente ressaltar alguns aspectos específicos destes modelos:

1. A ordem do operador auto-regressivo (AR) pode diferir entre regimes. Desta forma, a dinâmica de cada um deles pode diferenciar-se não só porque os parâmetros do operador AR sejam distintos, mas também porque o próprio operador seja diferente.
2. Um caso particular interessante é aquele no qual a única diferença entre os regimes se deve a que a variância da inovação depende do estado. Neste caso se tem um modelo linear não homogêneo.
3. O modelo TAR se reduz a um modelo AR de nível aleatório (random level AR) se só o termo constante difere entre regimes. Este caso e o anterior permitem considerar o modelo TAR como uma ferramenta útil para a análise de valores anômalos: para mudanças na variância e mudanças no nível.
4. O elemento básico que induz a falta de linearidade no modelo TAR é a dependência dos parâmetros a respeito dos valores (defasados) da própria variável:

$$Z_t = \phi_0(Z_{t-d}) + \sum_{i=1}^{p(j)} \phi_i(Z_{t-d}) Z_{t-i} + \varepsilon_t \quad (2.16)$$

$$\varepsilon_t : iid \sim Normal(\mu = 0, \sigma = V_{Z_{t-d}}) \quad (2.17)$$

A aplicação de um modelo TAR requer, como passo preliminar, a identificação da defasagem do limiar (d), dos próprios limiares (r_j) das ordens $p(j)$ dos operadores AR vigentes em cada um dos regimes. Em [120] se propõe uma metodologia de identificação tentativa baseada em quatro etapas:

1. Modelização linear preliminar.
2. Seleção do retardo do limiar.
3. Determinação dos limiares.
4. Especificação dos operadores AR de cada regime.

O modelo finalmente especificado é estimado via mínimos quadrados ordinários, considerando k séries formadas pelas observações pertencentes a cada regime. Finalmente, se utilizam os contrastes de diagnóstico usuais para aceitar como válido o modelo e, em caso contrário, modificá-lo na direção apropriada.

2.5.2.2 Modelo Auto-regressivo com regime de mudança Markoviano (MS-AR):

Os modelos MS-AR apresentam importantes semelhanças com os modelos TAR, sobretudo no que se refere a sua combinação de elementos não lineares (pulos discretos dotados de um padrão sistemático) e lineares (uma estrutura auto-regressiva local). No entanto, tanto seu processo de especificação como, especialmente, de estimação são muito diferentes dos que se aplicam usualmente aos modelos TAR.

Nos modelos MS-AR o comportamento dinâmico da série Z_t varia em função do regime ou estado em que se encontra, seguindo dentro de cada um deles uma evolução linear do tipo auto-regressivo.

$$Z_t = \mu^{(j)} + \sum_{i=1}^{p(j)} \phi_i^{(j)} Z_{t-i} + \varepsilon_t^{(j)} \quad \text{se } S_t = j \quad \text{sendo } j = 1, \dots, k \quad (2.18)$$

onde S_t é uma variável de estado binária e não observável que define o regime em que se encontra o sistema.

Supõe-se que as inovações são normais, de média nula e com variância dependente do regime em que se encontra a série:

$$\varepsilon_t^{(j)} : iid \sim N(0, V_j) \quad (2.19)$$

Até este ponto a especificação de um modelo MS-AR é muito similar a um modelo TAR, o que valida os comentários já realizados anteriormente. A evolução da variável de estado (não observável) S_t que define o regime em que se encontra a série obedece a uma cadeia de Markov de primeira ordem:

$$prob(S_t = i | S_{t-1} = j) = \varepsilon_{i,j} \in (0, 1) \quad \forall i, j = 1, \dots, k \quad (2.20)$$

Para facilitar a exposição se assumirá que só existem dois estados: $j = 1$ (expansão ou subida) e $j = 2$ (contração ou descida). A matriz de transição será:

$$\begin{bmatrix} 1 - \varepsilon_1 & \varepsilon_2 \\ \varepsilon_1 & 1 - \varepsilon_2 \end{bmatrix}$$

O elemento chave do modelo MS-AR, e que o diferencia do modelo TAR, é a estrutura markoviana da variável de estado S_t . Este esquema permite uma definição precisa e rigorosa dos SP's ao mesmo tempo em que os coloca em um marco formal explícito. Se consideramos que $S_t = 1(2)$ designa estados de descida(subida), então ε_2 (ε_1) quantifica a probabilidade de observar um máximo (mínimo) cíclico. Naturalmente, $1 - \varepsilon_1$ ($1 - \varepsilon_2$) mede a probabilidade de continuidade da fase de subida (descida). Desta forma, o estado subjacente do sistema evoluciona de acordo com uma lei interna de movimento que faz com que a transição entre as distintas fases do ciclo sejam um processo intrínseco.

Por outra parte, as probabilidades de transição ε_i permitem a representação de al-

gumas características dos ciclos econômicos que não são fáceis de expressar com outros modelos, como por exemplo:

- Assimetria: Se $\varepsilon_1 \neq \varepsilon_2$ se constatará uma assimetria entre as fases de subida e descida. Assim, se $\varepsilon_1 < \varepsilon_2$ as primeiras serão mais duradouras que as segundas [54, 55, 59].
- Dependência da duração: Se ε_i mostra uma dependência funcional do número de períodos transcorridos desde o SP anterior, se formaliza a noção de que a probabilidade de observar um SP aumenta a medida que transcorre a fase atual [71].
- Dependência sazonal: Aparece quando ε_i varia de acordo com a estação. Isto indicaria a presença de uma interação entre o componente cíclico e o estacional que daria lugar, por exemplo, a que os mínimos cíclicos não sejam observados no trimestre de verão [52].
- Indicadores adiantados: Usualmente se considera que x_t é um indicador adiantado de Z_t se sua consideração melhora a predição dos SP's. Uma forma simples de formalizar esta possibilidade é verificando se ε_i depende de x_t , usualmente através de um modelo de escolha discreta (tipo Logit ou Probit) que vincula as probabilidades de transição com os valores presentes e passados do indicador x_t [48, 49].

A determinação de um modelo MS-AR é complicada devido à natureza não linear de sua representação no espaço dos estados e, por conseguinte, às aproximações numéricas que tem que ser realizadas através do filtro de Kalman em cada uma de suas iterações [55]. Uma forma de evitar estes problemas consiste em utilizar uma amostragem de Gibbs, conforme detalhado na referência [86].

2.6 VISÃO FINANCEIRA SOBRE AS FLUTUAÇÕES E SP'S - ANÁLISE TÉCNICA

Nesta seção conceituamos uma das formas que os operadores de mercados utilizam para tomar decisões de compra ou venda, já que esta forma particular de analisar os mercados tem vínculos com as teorias da física estatística e dos sistemas complexos. A análise técnica de mercados existe desde finais do século *XIX*, e é amplamente utilizada por operadores de bolsa. A análise técnica procura analisar os preços dos ativos, de forma gráfica e através de indicadores estatísticos, seus resultados são formações gráficas dos preços e é bem conhecido que estes tem características fractais [81, 95].

Para ver algumas analogias entre análise técnica e a física estatística, temos por exemplo:

1. A estrutura fractal de séries temporais financeiras, é conhecida em análise técnica como a Teoria das ondas de Elliott. Esta teoria propõe que o padrão dos preços é regular e que, numa etapa de subida de preços, ele é formado por cinco ondas, três de subida e duas de descida. Por outro lado, uma descida de preços está formada por cinco ondas, só que, neste caso, são três de descida e duas de subida. Mas ainda, se supõe que cada uma das cinco ondas consta de outras cinco e com o mesmo comportamento anterior, três são no sentido da tendência e duas são de correção ou de tendência contrária, e, novamente, estes submovimentos constam também de ondas de menor dimensão e assim sucessivamente [91, 104, 95].
2. Uma determinada ação pode ser benéfica se for realizada por um indivíduo, mas essa mesma ação pode ser inútil se é realizada por todos, ou por uma grande maioria.

Por exemplo, uma estratégia “stop loss”⁹ pode ser uma boa ideia para que um

⁹Uma ordem stop loss é uma ordem de compra ou venda de ações cujo envio à bolsa se atrela a que se cumpra uma condição no preço fixado pelo usuário. Quando esta se cumpre, se envia ao mercado uma ordem limitada a um preço do que também a sido informado. Assim, por exemplo, quando se compram determinados títulos sucessivamente, pode-se ordenar que sejam vendidos automaticamente, se sua cotação cai, por exemplo, acima de 5%. A condição de ativação poderá ser maior ou igual, ou menor ou igual a um determinado preço.

investidor coloque um “stop loss” em algum ou alguns dos títulos que tem em seu portfólio. Mas se uma grande quantidade de pessoas fazem a mesma coisa, o “stop loss” se converterá em uma ferramenta inútil, que poderá produzir perdas generalizadas a todo o coletivo de investidores que as usa.

Estas estratégias aplicadas generalizadamente pelos investidores são responsáveis pelo comportamento errático na dinâmica do mercado. Constituem em si mesmos o ingrediente fundamental que se dá na dinâmica caótica: a retroalimentação. Um “stop loss” não é outra coisa que um laço de retroalimentação entre a entrada e a saída dessa caixa preta que é o mercado. Portanto, se esse laço for débil (isto é, adotado por poucos investidores), ele pode ser benéfico. Mas, se a retroalimentação é forte (muitos investidores o aplicam), as flutuações bruscas que serão induzidas, levarão a perdas generalizadas. Isto está regulado por um parâmetro que é formalmente idêntico ao que descreve o fenômeno da percolação: a densidade crítica.

De forma geral, a análise técnica se concentra no estudo dos movimentos do mercado. As teorias dos analistas técnicos afirmam que através de uma minuciosa análise dos preços passados pode-se desenvolver um conhecimento dos padrões subjacentes do comportamento dos preços, e que isto pode ser usado para predizer o comportamento futuro e, dessa maneira, obter lucros extraordinários. Em contrapartida, os analistas fundamentalistas não otorgam importância aos estudos dos preços históricos e concentram sua atenção em variáveis que, por sua importância, geram mudanças nos preços dos ativos. Quer dizer que dedicam seu estudo às causas dos movimentos nos preços, e não às mudanças de preços em si. De tal maneira que o analista fundamentalista orienta seu estudo aos relatórios financeiros emitidos pela companhia, as notícias corporativas, as notícias econômicas e políticas que possam ter incidência em um determinado ativo, e o contexto macroeconômico entre outros [91, 63, 106, 95]. A análise fundamentalista se baseia nas forças econômicas da oferta e demanda que fazem com que os preços subam,

baixem, ou se mantenham no mesmo nível. O enfoque fundamental examina todos os fatores relevantes que afetam o preço de um mercado ou ativo para determinar seu valor intrínseco. O valor intrínseco é o que os fundamentos indicam como valor real de algo segundo a lei de oferta e de demanda. Se este valor está abaixo do preço atual de mercado, quer dizer que o mercado está sobrevalorizado e deve vender-se. Se o preço de mercado está abaixo do valor intrínseco, então o mercado está infra valorizado e deve comprar-se [95, 91, 63].

A análise fundamentalista estuda as causas do movimento do mercado, entretanto o técnico estuda o efeito. O analista técnico considera que o efeito é tudo o que se necessita saber, e que as razões ou as causas não são necessárias, já que estão descontadas no preço de mercado. Por outro lado o analista fundamentalista sempre deve conhecer as razões pelas quais se gera um determinado movimento. O problema que se apresenta é que os gráficos e os fundamentos muitas vezes estão em conflito entre si. E isto ocorre por uma questão de tempo. Geralmente ao princípio de um movimento no mercado os fundamentos não explicam nem apoiam o que o mercado parece estar fazendo, e é nestes momentos críticos da tendência quando os dois enfoques parecem diferir mais. É habitual que depois voltem a comportar-se de maneira similar, mas às vezes é demasiadamente tarde para que os operadores possam atuar [106, 104].

Ambos enfoques de prognóstico de mercado tentam solucionar o mesmo problema, quer dizer, determinar a direção na que os preços provavelmente se moverão, mas consideram este problema com enfoques diferentes. Cabe agregar que existem numerosos seguidores de ambas correntes, e que as posturas encontram-se divididas. Entretanto pode ser que ambos os enfoques possam ser complementares entre si e gerar benefícios adicionais para os investidores [95, 91].

2.6.1 Desenvolvimento conceitual

Antes de começar a estudar as técnicas e ferramentas utilizadas para levar adiante uma análise técnica é necessário se definir a análise técnica e as premissas filosóficas sobre as quais se baseia. A análise técnica é o estudo dos movimentos do mercado, principalmente mediante o uso de gráficos, com o propósito de prognosticar as futuras tendências dos preços. Como esclarecimento preliminar, o dito “movimentos do mercado” faz referência aos movimentos de preços nos ativos que cotizam no mercado, ou em seus índices de referência [104].

A análise técnica se baseia em três premissas fundamentais [91]:

1. Os preços se movem com base nas tendências:

O conceito de tendência é absolutamente essencial para o enfoque técnico. Com efeito, o único propósito da representação gráfica dos movimentos de preços de um mercado, é identificar tendências que estão nas primeiras etapas de seu desenvolvimento, com o fim de que as transações vão na direção destas tendências. Há um corolário a esta premissa, enfatizando que uma tendência em movimento tem maiores probabilidades de continuar que de retroceder, quer dizer que não mudará até que não mostre sinais de voltar.

2. Os preços refletem sempre todos os fatores que podem afetar uma empresa, índice, moeda, matéria prima, entre outros:

Provavelmente a pedra angular da análise técnica seja esta segunda premissa, que os movimentos do mercado descontam tudo. Se não se aceita esta ideia, toda a filosofia da análise técnica fica desvirtuada. Estritamente, a análise técnica considera que qualquer coisa que possivelmente possa afetar ao preço, sejam por razões fundamentais, políticas, econômicas, etc., se reflete efetivamente no preço dos ativos. O que o técnico pretende assegurar com isto é que as mudanças de preços

deveriam refletir as mudanças na oferta e demanda do ativo. Se a demanda supera a oferta, os preços devem subir enquanto que, em caso contrário, se a oferta supera a demanda, os preços devem baixar. Esta ação é a base de todos os prognósticos econômicos e fundamentais. Desta maneira, o analista técnico chega a conclusão de que independentemente das causas que o geram, um movimento de subida vem dado por uma demanda maior que a oferta, ainda que certamente não conheça os fundamentos que geraram tal mudança nos preços do ativo [63, 106, 95].

É por esta premissa que, a priori, a análise técnica pode parecer simplista. Entretanto, se se aceita a premissa mencionada anteriormente, a lógica por trás desta premissa se torna mais evidente [63]. Com efeito, a conclusão de que se tudo o que afeta o preço do mercado fica refletido definitivamente neste preço, então o que falta é estudar esse preço. Mediante o estudo de gráficos de preços e uma grande quantidade de indicadores técnicos de apoio, o chartista ¹⁰ deixa que o mercado lhe indique em qual direção é provável que se mova um determinado ativo. Em resumo, se afirma que o chartista sabe que existem razões pelas quais os mercados sobem ou descem, mas não acha que seja necessário conhecer estas razões para realizar seu prognóstico, já que todas elas encontram-se descontadas no preço de mercado.

3. Os comportamentos das cotações são repetitivos no tempo, com base nos ciclos:

Grande parte da análise técnica e do estudo dos movimentos do mercado tem que ver com a psicologia humana. Os padrões de preços que foi dado no passado tem repetido, e dado que tem funcionado bem, se assume que seguirão sendo aplicáveis no futuro. Isto é assim porque os padrões estão baseados no estudo da psicologia humana, que tem tendência a não se modificar.

¹⁰A análise chartista é o método pelo qual os especialistas e investidores graficam as cotações que vá tendo um ativo financeiro e tenta determinar as tendências e as mudanças nos mesmos.

2.6.1.1 A teoria de Dow Até agora tem-se utilizado os termos “técnico” e “chartista” em forma indistinta, entretanto, tem-se que esclarecer que não são a mesma coisa [91]. O amplo campo da análise técnica se encontra cada vez mais dividido em dois tipos, o chartista, e o técnico estatístico. A diferença entre ambos está no fato que o primeiro utiliza principalmente os gráficos para fazer prognósticos, e, portanto, prevalece o carácter subjetivo em sua análise, já que um gráfico pode ser interpretado de distintas maneiras por pessoas diferentes. Ao contrario, o analista estatístico toma estes princípios subjetivos, os quantifica e gera distintas indicações mecânicas de compra ou venda [63]. A intenção é reduzir ou eliminar por completo o elemento humano subjetivo da transação.

Para Robert e Magee [104] pode-se entender o chartismo como uma análise gráfica, que prescinde completamente do valor intrínseco que pode ter uma ação, dos resultados da empresa, das notícias sobre a mesma, etc. O chartismo centraliza toda sua atenção na cotações, e no volume de negociação. Com estes dados, o chartista, dispõe de dois elementos que não admitem muita manipulação e que são fáceis de obter. O objetivo do chartismo é determinar as tendências das cotações (quer dizer se está em fase alta ou baixa) e identificar os movimentos que realiza a curva de cotações quando a tendência muda (quer dizer quando perde a fase alta e passa à baixa, e vice-versa). Para obter resultados se baseia exclusivamente no estudo das figuras que desenham suas cotações.

A maioria dos técnicos e analistas de mercados coincidem em que grande parte do que hoje chamamos análise técnica tem suas origens nas teorias propostas pela primeira vez por Charles Dow. ¹¹ Estas são baseadas em uma série de premissas sobre o funcionamento dos mercados, usando para isto os preços de fechamento nas gráficas diárias. Os trabalhos de Dow focavam na descrição do comportamento de mercado, sem adotar a priori uma decisão de aproveitar a evolução futura dos valores. Ele nunca tentou an-

¹¹Em 3 de Julho de 1884 Dow publicou a primeira média do mercado de valores, composta por onze empresas: nove de ferrovias, e duas industriais. Posteriormente considerou que era necessário dividir o índice em dois, e criou um de indústrias e outro de ferrovias. Até 1928 a média industrial incluía 30 valores, número que se mantém na atualidade o índice é conhecido como Dow Jones Industrial Average (DJIA).

tecipar as tendências, mas procurou reconhecer o aparecimento de mercados em alta ou em baixa. Os princípios básicos da teoria de Dow são os seguintes [104, 91]:

- As médias descontam tudo: a soma e tendência das transações da bolsa representam a soma de todo o conhecimento do passado. Esta premissa coincide com a mencionada anteriormente como premissa fundamental da análise técnica.
- O mercado tem três tendências: Dow entendia por tendência ascendente aquela situação em que cada sucessiva recuperação de preços fecha em um nível mais alto que o nível anterior mais alto da recuperação previa. Em outras palavras, uma tendência ascendente segue um padrão de picos e vales cada vez mais altos. A situação oposta se define como uma tendência descendente. Dow considerava que uma tendência teria três partes: primária, secundária, e menor, e as comparava com a maré, as ondas, e as ondas do mar. Cada uma, forma parte de uma maior. A tendência primária é a de maior duração, geralmente superior a um ano, e podem durar vários anos. A tendência secundária representa correções à tendência primária e geralmente dura de três semanas a três meses. Por último a tendência menor dura menos de três semanas.
- As tendências principais têm três fases: Dow concentrou sua atenção nas tendências primárias, as que considerava que se desenvolviam em três fases bem diferenciadas:
 1. Fase de acumulação: representa a compra informada que fazem os investidores mais rápidos e melhor informados.
 2. Fase de participação pública: é quando começam a participar a maioria dos investidores que seguem tendências, e tem lugar quando os preços começam a avançar rapidamente e as notícias melhoram.
 3. Fase de distribuição: começa quando os jornais publicam notícias progressivamente melhores, quando as notícias econômicas são melhores que nunca, e

quando se incrementa o volume especulativo e a participação pública. Durante esta etapa, os investidores astutos que começaram a acumular quando ninguém queria comprar, começam agora a distribuir e a fazer de lucros sobre os investidores que entraram tarde na tendência.

- As médias devem confirmar-se entre elas: Ao referir-se a média industrial e a média de ferrovias, Dow considerava que não podia dar-se nenhum sinal importante de um mercado com tendência de subida ou descida a não ser que ambas médias tivessem o mesmo sinal, confirmando-se assim uma a outra. Se isto não ocorria assumia que a tendência anterior, ainda se manteria.
- O volume deve confirmar a tendência: Dow considerava que o volume devia incrementar-se na direção da tendência principal. Em uma tendência ascendente o volume deveria aumentar a medida que os preços crescem e diminuir quando estes caem. Em uma tendência descendente, o volume deveria incrementar-se a medida que os preços baixam, e diminuir quando os preços avançam. Os operadores sempre comparam tendência e volume a fim de buscar uma confirmação entre os dois parâmetros.
- Uma tendência continua em vigor até que dé sinais de inversão: Este princípio se relaciona com uma lei física pela qual um objeto (neste caso a tendência), tende a continuar em movimento até que uma força externa o faz mudar de direção.

A tarefa mais difícil para os seguidores da teoria de Dow, ou para qualquer seguidor de tendências, é ser capaz de distinguir entre uma correção secundária normal em uma tendência existente, e o primeiro trecho de uma nova tendência em direção oposta.

2.6.1.2 Conceitos básicos de tendência O conceito de tendência é essencial para o enfoque técnico da análise de mercados. Todas as ferramentas utilizadas pelo charlista, como níveis de apoio e resistência, padrões de preços, médias móveis, etc., tem

o único propósito de medir a tendência do mercado com o objetivo de participar nela. Começaremos por conceituá-la. Em sentido geral, a tendência é simplesmente a direção na qual o mercado de está movendo. Os movimentos de mercado se caracterizam por uma série de zig zags que se visualizam em forma de sucessivos picos e vales. É justamente a direção destes picos e vales o que constitui a tendência do mercado. Quando tais picos e vales se movem até em cima, abaixo, ou lateralmente, nos estão indicando a tendência do mercado. Como fica reflexado, a tendência pode ser ascendente, descendente, ou lateral. Esta última é conhecida também como “banda de flutuação”. Este tipo de movimento reflete um período de equilíbrio no nível de preços no qual as forças da oferta e demanda estão em relativa igualdade. A Doutrina técnica qualificada considera que o mais recomendável nestes períodos é não operar [104, 91].

Cabe esclarecer que o grau de tendência (principal, secundária, ou menor) depende do horizonte de investimento do operador. Para um operador de posições longas, os movimentos diários, ou semanais podem resultar insignificantes, enquanto que para um operador de posições diárias, um avanço de dois ou três dias pode indicar uma tendência principal.

2.6.1.2.1 Suportes e resistências: É importante ressaltar neste trabalho que, do ponto de vista da análise técnica, os eventos SP's considerados como um conjunto de preços máximos ou mínimos, se denominam resistências ou suportes respectivamente. O suporte é o nível ou área do gráfico abaixo do mercado, onde o interesse por comprar é suficientemente forte para vencer as pressões vendedoras. Como resultado, os preços descem até esse nível e voltam a subir. Geralmente um nível de suporte fica identificado pelo mínimo anterior (vale). Por outro lado, a resistência é o oposto e representa um nível ou área de preços acima do preço de mercado, onde a pressão vendedora é maior que a compradora, e, portanto, os preços sobem até esse determinado nível e retrocedem. Geralmente um nível de resistência fica identificado por um pico anterior. Estes conceitos são muito úteis

para compreender o enfoque de tendências. Para que uma tendência seja ascendente e assim continue, cada mínimo sucessivo (suporte) deve ser mais alto que o anterior. Se este nível de suporte é violado, então é provável que ocorra uma mudança completa da tendência [91].

Cada vez que se põe a prova um nível de resistência, a tendência ascendente se encontra em uma fase crítica. A impossibilidade de superar um pico anterior em uma tendência ascendente, ou a capacidade dos preços tornaram-se mais baixas que o mínimo anterior em uma tendência descendente, é geralmente a primeira advertência de que a tendência atual está mudando [104].

É de grande importância mencionar um fenômeno que ocorre com estes níveis de preços, que é a mudança de seus papéis. Quando um nível de apoio ou resistência se vê penetrado significativamente, eles mudam seus papéis e se transformam no oposto. Em outras palavras, um nível de resistência superado, se transforma em um nível de apoio, e um nível de apoio penetrado se transforma em um nível de resistência. O conhecimento deste permite identificar com maior transparência estes pontos críticos e assim poder antecipar e ingressar em uma posição ou sair dela em um momento mais adequado. Cabe mencionar que adquirir uma posição no momento exato pode ser uma tarefa bastante difícil para os operadores, motivo pelo qual se estabelecem “níveis” de apoio e resistência entre determinadas margens de preços, e não preços exatos [63].

2.6.2 Análise Técnico Estatístico

O que foi desenvolvido até agora forma parte do segmento subjetivo da análise técnica. A identificação de padrões de preços, suportes e resistências, entre outros, é um ramo de estudo chamado “chartismo”, que se baseia exclusivamente na interpretação que cada analista confere a um determinado gráfico de preços. É uma tarefa de suma importância a de lograr reconhecer com facilidade a formação de modelos de preços, e são necessários

anos para se adquirir a experiência para identificar padrões e não cometer erros. Contudo, dois analistas, frente a um mesmo gráfico, podem observar padrões diferentes, e geralmente não se chega a um acordo com respeito ao padrão que se acredita estar vendo [106, 95].

Agora passaremos ao estudo da análise técnica estatística, (também chamada de análise técnica quantitativa), que caracteriza a ação daquele que deixa de lado as interpretações dos gráficos, e aplica ferramentas que tentam eliminar o fator subjetivo da análise. Através de relações matemáticas de preços, estas ferramentas dão ao analista um número ou um índice, que não pode ser interpretado de duas ou mais maneiras. Portanto reduz a margem de interpretação, o que leva a uma menor subjetividade, e consequentemente menor grau de erro. Com isto não se tenta afirmar que a análise técnica estatística seja infalível, já que existe certo grau de flexibilidade na interpretação de cada ferramenta, mas se pretende dizer que utilizado em conjunto com uma boa análise de chart, proporciona um elevado nível de compreensão dos movimentos do mercado, e aumenta as possibilidades de atuar na direção correta [104, 91].

2.6.2.1 Classificação dos indicadores quantitativos

- De seguimento ou tendência: família de médias móveis e variações
- Osciladores: MACD, Estocástico, Momento, RSI
- De volatilidade: Bandas de Bollinger

Características dos indicadores

1. Indicadores de tendência:

São indicadores retardados; perdem os começos e os finais dos movimentos; Funcionam bem em períodos com tendência definida; São de escassa utilidade em períodos sem tendência.

2. Osciladores:

São indicadores adiantados. Detectam com rapidez as mudanças de tendência. Em períodos sem tendência se saturam rapidamente. Funcionam bem em períodos laterais ou com tendência pouco definida.

3. Indicadores de volatilidade:

Medem a direção do mercado. São usados como filtros junto a outros indicadores. Sua principal aplicação é identificar e distinguir entre tendências e períodos laterais. Todos eles são susceptíveis de otimização e automação.

Nos seguintes capítulos se apresentam três aplicações que envolvem estudos relativos aos *SP's*. Cada um deles aborda um tema específico independente. Com isto, cada capítulo se dimensiona de forma particular, isto é, se tenta que cada capítulo seja auto-suficiente; com introdução, metodologia, resultados e conclusões. Cabe mencionar, que isto nos levará em alguns momentos a que exista alguma superposição teórica com os temas já abordados neste capítulo, mas consideramos que isto é necessário para outorgar maior robustez às análises.

PARTE II

APLICAÇÕES

CAPÍTULO 3

DETECTANDO SWITCHING POINTS USANDO A ANÁLISE DESTENDENCIADA ASSIMÉTRICA DE FLUTUAÇÕES A-DFA

3.1 INTRODUÇÃO

Dentro do marco geral da física estatística, se reconhece que os mercados financeiros são sistemas complexos típicos, com agentes com diferentes perspectivas e conflito de interesses, afetados por informação aleatória dependente do tempo vindo de qualquer país no mundo [65, 108, 109]. A natureza estocástica e complexa deste sistema resulta das diversas forças que afetam o mercado. A grande quantidade de informação dos mercados é congruente com a sua importância na vida diária das pessoas, e tem transformado os mercados em sistemas paradigmáticos, sendo desenvolvidas ferramentas para medir, entender, e se possível, prever as dinâmicas da complexidade [111, 110, 84].

As flutuações de preço no mercado constituem fontes de informação econômica primária [51, 43] que tem sido investigadas como o objetivo de entender características específicas da dinâmica econômica, tal como a tendência do incremento ou diminuição nas mudanças de preços. Como visto na seção anterior a identificação de SP's tem sido objeto de estudo desde 1928, mas recentemente Preis and Stanley [100, 102, 101, 103] ampliaram esta perspectiva para qualquer sistema genérico complexo, introduzindo o conceito de *switching points* para caracterizar tais eventos em uma forma mais precisa, dizendo que tais tendências ocorrem numa forma abrupta e quase descontínua. No caso

específico dos mercados financeiros, a mudança de eventos criando tendências crescentes (“bolhas”) e tendências decrescentes (“colapso financeiro”), tem sido comuns nas 3 últimas décadas [112, 111, 110]. Esta mudança ocorre em tempos que vão desde bolhas macroscópicas persistindo por centenas de dias até bolhas microscópicas que duram só uns poucos segundos.

Segundo a definição original, um evento SP em um instante de tempo específico t_i dentro de um sistema complexo $y(t)$, é identificado por um valor alto da variância de retorno dentro de uma janela local perto de t_i [102]. A magnitude de tais eventos pode variar dentro de várias escalas temporais que dependem de uma definição precisa da “largura” da janela L e, como tal, é necessária uma abordagem compreensiva para a análise dos SP’s. Por outro lado, pensamos que é importante investigar se outras características presentes nos dados podem ser usadas para detectar SP’s. Neste trabalho desenvolvimos uma abordagem para a identificação e caracterização do SP, baseada no método *Asymmetric Detrended Fluctuation Analysis (Análise Destendenciada Assimétrica de Flutuações. A-DFA)*[3]. O método foi concebido para identificar as diversas propriedades de flutuação de séries não-estacionárias [94]. Isto foi feito separando e identificando as contribuições de flutuação segundo o caráter ascendente ou descendente das tendências locais. Se as flutuações podem ser divididas em dois grupos, é possível definir dois expoentes de escalonamento, digamos H^+ e H^- . Se a série é simétrica em função das tendências, tanto H^+ como H^- são estatisticamente iguais, ou dito de outra forma, tem um único expoente de Hurst (H). Se esta característica não é observada, a série é atribuída um caráter assimétrico passível de mensuração.

Para expandir a idéia de poder identificar os SP’s, foi desenvolvido um procedimento local de avaliação A-DFA. Além disso, juntamos o método A-DFA com um procedimento de janela móvel, que serve para avaliar os expoentes locais $H(t)$, $H^+(t)$ and $H^-(t)$. Como pode ser visto no decorrer da pesquisa, acontece que o conjunto dos três expoentes locais de rugosidade, permite caracterizar de forma qualitativa e quantitativa, o surgimento

de mudanças bruscas no tempo que produzem o que identificamos como SP's. O método é robusto no que diz respeito ao comprimento da janela móvel, desde que ele seja o suficientemente pequeno para ser considerado local e suficientemente grande para incluir os pontos suficiente para fazer uma análise do tipo DFA .

3.2 O MÉTODO $A - DFA$ LOCAL

O DFA é um método confiável para a avaliação do expoente de Hurst em uma série temporal aleatória não estacionária. Na sua forma original [90, 94], o método elimina as tendências lineares da série calculando as flutuações em torno ao melhor ajuste linear numa caixa de tamanho n . Versões generalizadas da idéia original tem sido propostas, nas quais as tendências podem ser eliminadas com um ajuste que depende do grau do polinômio característico que se ajusta q ($DFAq$) [66]. Alternativamente, podem ser executadas análises multifractais destendenciadas de séries não estacionárias [67]. O DFA é muito útil porque permite eliminar tendências em várias regiões de escala que refletem o ajuste global do sistema a um parâmetro de variação, em vez de refleti-lo nas propriedades dinâmicas do sistema.

Em trabalhos recentes [98, 97], a idéia da análise destendenciada foi ampliada em um contexto diferente, ou seja, tomando em consideração a influência mútua de duas séries temporais, definindo a análise de correlações cruzadas destendenciada. Também foi mostrado que, por trabalhar com polinômios de grau q , tendências periódicas nos dados foram eliminadas na análise de correlação cruzada [60]. A característica comum em qualquer algoritmo DFA é muito útil porque permite eliminar tendências em variadas regiões de escala que refletem o ajuste global do sistema a um parâmetro de variação, em vez de refleti-lo nas propriedades dinâmicas do sistema.

O algoritmo $A - DFA$ implica nos seguintes passos básicos: se começamos com uma série de incrementos igualmente espaçados $\{x(t)\}, t = 1, \dots, N$, podemos obter o trajeto

(ou perfil)

$$y(t) = \sum_{t'=1}^t x(t'). \quad (3.1)$$

O intervalo inteiro $[1, N]$ pode ser dividido em séries de M_n caixas de comprimento ni , não necessariamente auto-excluintes. Cada caixa é identificada por (m, n) , $m = 1, \dots, M_n$. Em nossos cálculos, consideramos um certo nível de sobreposição entre as caixas com o propósito de incrementar o número de caixas onde o método é aplicado e, conseqüentemente, melhorar as estatísticas.

Para avaliar a magnitude das flutuações na caixa (m, n) e eliminar a tendência de ordem q , consideramos a diferença

$$y_s(t) = y(t) - p_q(t; (m, n)), \quad (3.2)$$

onde $p_q(t; (m, n))$ representa o polinômio de ordem q que minimiza a soma de $y_s(t)^2$ quando t abrange todos os pontos da caixa considerada. Para ser mais precisos, consideramos o resíduo

$$f(m, n) = \frac{1}{n} \sum_{j=I_{min}(m, n)}^{I_{max}(m, n)} y_s^2(j), \quad (3.3)$$

onde $I_{min}(m, n)$ e $I_{max}(m, n)$ indicam o limite inferior e superior da caixa (m, n) . Quando $q = 0$, $f(m, n)$ corresponde a função de rugosidade $W(m, n)$ da caixa (m, n) . Subseqüentemente, consideramos a média:

$$F(n) = \left[\frac{1}{M_n} \sum_{m=1}^{M_n} f(m, n) \right]^{1/2}, \quad (3.4)$$

que expressa a rugosidade média destendenciada na escala de tamanho n , de todo o perfil. Se a série original apresenta correlações de longo alcance, é esperado que os valores de $F(n)$ sigam uma lei de potência

$$F(n) \sim n^H, \quad (3.5)$$

onde o expoente de rugosidade $H = 1 - \gamma/2$ está relacionado com o expoente que descreve o decaimento da função de correlação $C(j) = \langle y(t)y(t+j) \rangle \sim j^{-\gamma}$, e $\langle \rangle$, e representa a média da série. No presente trabalho, enquanto prosseguimos com a investigação sobre dados econômicos e financeiros, $y(t)$ representa o logaritmo do preço ou do índice de mercado da série original.

A variante $A - DFA_q$ proposta por Ramirez *et al.* [3] tenta caracterizar correlações nas series de tempo não estacionárias e assimétricas, para que os expoentes H^+ e H^- possam prover as propriedades de escala quando a tendência da série é crescente ou decrescente. A idéia básica é dividir os valores calculados na equação (3.3) em duas classes segundo a tendência da caixa (m, n) . Para que isto possa acontecer, se devem executar passos adicionais na abordagem DFA_q . Então, consideramos também que:

$$x_s(t) = x(t) - r_1(t; (m, n)), \quad (3.6)$$

onde $r_1(t; (m, n))$, assim como $p_q(t; (m, n))$, representam uma função linear que minimiza a soma de $x_s(t)^2$ quando t abrange todos os pontos da caixa em questão. É claro que $r_1(t) = ct + d$, sendo c e d constantes dependentes da caixa. O conjunto de todas as caixas (m, n) pode ser dividido em dois subconjuntos: B^+ B^- segundo a tendência da caixa, i.e., para o sinal de c nessa caixa. Portanto, consideraremos duas novas funções

$$F(n)^\pm = \left[\frac{1}{M_n^\pm} \sum_{(m,n) \in B^\pm} f(m, n) \right]^{1/2}. \quad (3.7)$$

Em (3.7), M_n^\pm conta o número de caixas nos subconjuntos B^\pm . Finalmente, os expoentes assimétricos H^\pm podem ser definidos se a dependência da lei de potência entre $F(n)^\pm$ e n é verificada, por exemplo:

$$F(n)^\pm \sim n^{H^\pm}. \quad (3.8)$$

O $A - DFAq$ local combina os passos usados para detectar assimetria entre as flutuações crescentes e decrescentes, junto com as propostas de detectar as dependências locais da função de rugosidade $W(t)$ e o expoente $H(t)$. Tais análises locais tem sido propostas e usadas na investigação de sistemas complexos, partindo de econofísica [79, 42, 33] até sinais sísmicos [7, 56, 57]. Neste trabalho, usamos o procedimento de janela móvel [30, 31, 76], com o valor específico de $q = 1$, para obter as propriedades assimétricas da série em questão. Isto leva a substituir o número total de pontos N usados na avaliação das somas e expoentes nas equações (3.3)-(3.7) por L , o tamanho da janela móvel. Em qualquer ponto dado t , os expoentes correspondentes $H(t)$, $H^+(t)$, and $H^-(t)$, serão avaliados tomando em conta o conjunto de pontos $L + 1$, sendo $L/2$ pontos a esquerda e $L/2$ pontos a direita do ponto t .

É importante lembrar a existência de um limite natural para a localização do evento. De fato, a avaliação dos expoentes de escala com base em uma vizinhança de tamanho L está baseado na inclinação do ajuste linear do $\log F(n)$ em relação a n (ver equação 3.5), onde n está normalmente restrita a $L/4$. Se exigimos um mínimo de 5 pontos para obter um valor significativo da inclinação, e consideramos que, em média, a metade dos pontos são utilizados para avaliar H^+ e H^- , então $L = 40$ aparece como o limite inferior para a largura da janela.

3.3 RESULTADOS

Os resultados nesta seção foram planejados, em primeiro lugar, para testar o método com uma série de dados bem caracterizada com um único pico no perfil. No primeiro caso, se espera que, quando tomemos em consideração as tendências com sinais positivo e negativo em diferentes intervalos da escala temporal, os valores globais H^+ e H^- não

devem se desviar um do outro. Por outro lado, os valores locais $H^+(t)$ e $H^-(t)$ podem ser diferentes entre si de uma forma significativa. O uso de um perfil com um pico único ajuda a mostrar o tipo de resposta que o método proporciona, seja para perturbação única ou um conjunto de SP's aleatórios. Tomando em consideração o exposto anteriormente, a superposição de um pico permite gerar artificialmente eventos *switching* controlados para dados aleatórios. Uma vez que a validação, confiabilidade, e limitação do método foram avaliados, ele é usado para explorar séries de dados financeiros reais ligados ao setor de energia. Estas estão sujeitas à influência de um grande número de fatores políticos e naturais que modificam a dinâmica usualmente relacionada à demanda e oferta de bens e serviços. Nas seguintes subseções discutimos detalhes específicos dos resultados de cada grupo de resultados.

3.3.1 Detectando eventos “switching”

Como foi dito na seção anterior a identificação e caracterização de SP's parte do método $A - DFA$ proposto por Ramirez *et al.* [3]. Se a série é simétrica, tanto H^+ como H^- são iguais, tendo estatisticamente o mesmo expoente (H). Se a série é assimétrica em função das tendências positivas ou negativas, tanto H^+ como H^- podem ser estatisticamente diferentes, e ter um expoente (H) que dependa da escala de análise [3]. Na Fig. 3.1 pode ser observado o resultado da aplicação do método $A - DFA_1$ global para a série do preço do petróleo (WTI). Pela natureza do mercado do petróleo esta série é não estacionária, isto é, não tem média nem variância constante. Note-se que os expoentes H^+ e H^- se comportam de forma diferente a depender da escala de flutuação. Os resultados para a análise de todo o período (1986–2010) indicam que a série é assimetria. Também poder ser observada a assimetria que existe em períodos de turbulência financeira por exemplo, durante a terceira do crise do petróleo ocorrida em 2007 e durante os atentados ocorridos em setembro de 2001.

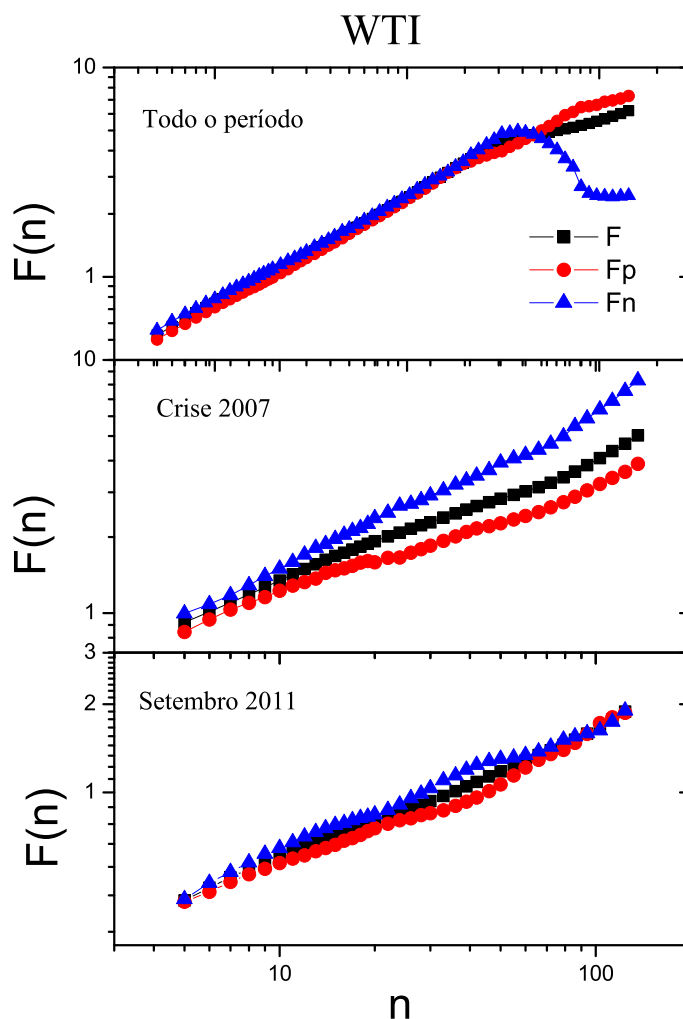


Figura 3.1 Aplicação do método $A - DFA_1$ global na série WTI. As linhas de cor preta, vermelha e azul indicam a função de flutuação global, de tendências positivas e de tendências negativas respectivamente. No painel superior se mostra o resultado para todo o período (1986-2010). No painel intermediário o resultado para o período da crise de 2007 e, no painel inferior o resultado durante o período dos atentados de setembro de 2001.

Na Fig. 3.2, ilustramos a implementação do $A - DFA_1$ local para uma função Weierstrass de 2500 pontos com um expoente Hurst de 0.5 ($W_{0,5}(t)$). Como já foi dito anteriormente, a dependência das 3 funções $F(n)$, $F(n)^\pm$ em n , mostra uma dependência linear muito precisa no plot duplo-logarítmico com inclinação de 0.5 quando toda a amostra de dados é considerada. As Figs. 3.2 a e b mostram como $H_0(t)$, $H^+(t)$, e $H^-(t)$ depen-

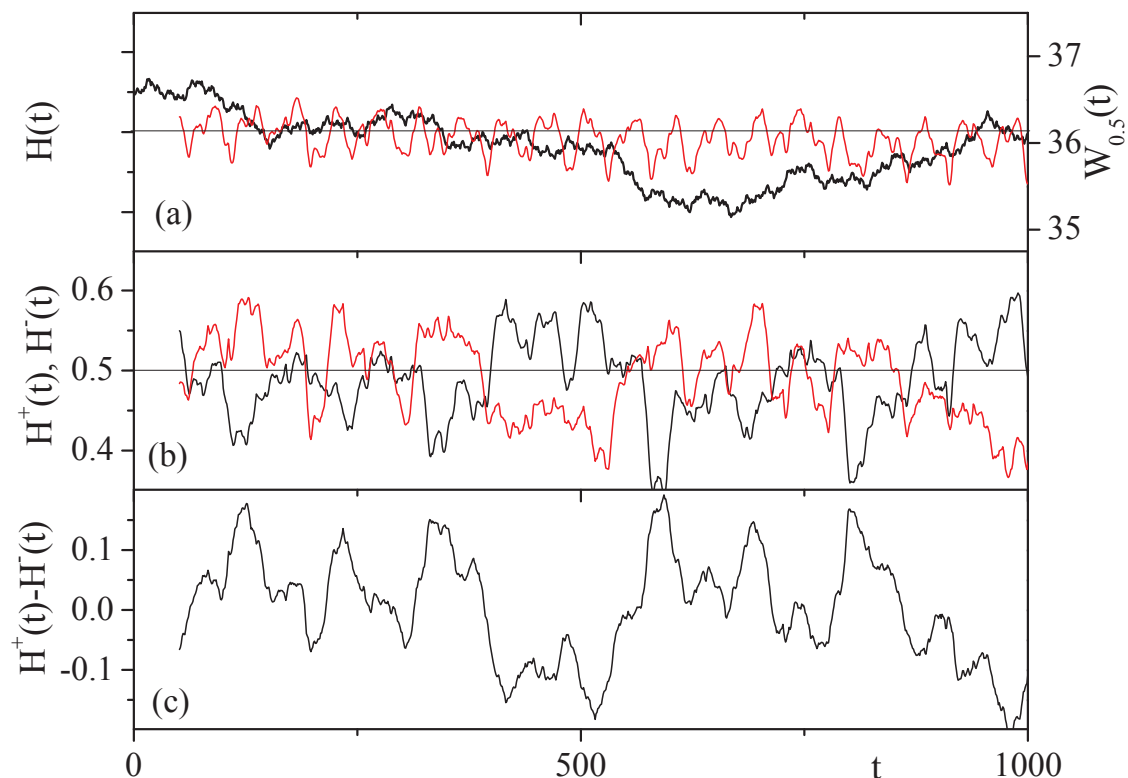


Figura 3.2 No painel (a). Dependência temporal de um perfil conhecido $W_{0.5}(t)$ (preto) em conjunto com seus correspondentes expoentes de Hurst locais $H(t)$ (vermelho - cinza). No painel (b), os expoentes de Hurst assimétricos $H^+(t)$ (preto) e $H^-(t)$ (vermelho - cinza) e, no painel (c), suas diferenças $H^+(t) - H^-(t)$

dem de t , quando a análise e cálculo dos expoentes está restrita a um janela móvel de largura $L = 100$. É possível notar pequenas flutuações no valor de $H(t)$ em torno de $H = 0,5$ relacionadas com uma estatística bem menor, mas, tais flutuações se tornam menores quando a largura do janela móvel se incrementa. Observamos também que, para o mesmo tamanho de janela, as flutuações dos valores de $H^+(t)$ e $H^-(t)$ são sem dúvida maiores que os de $H(t)$, e que estão fora de fase, por exemplo, quando $H^+(t) > H(t)$ é mais provável que $H^-(t) < H(t)$ e vice versa. Na Fig. 3.2 c. vemos a subtração de $H^+(t) - H^-(t)$ para mostrar mais claramente a característica de oposição de fase entre as duas funções.

É também conveniente mostrar a dependência dos expoentes como função de L no caso

de dos SP's isolados em um perfil plano, como é mostrado na Fig. 3.3 a. Os resultados na Fig. 3.3 b, mostram claramente que os valores de H_i dependem de L . Na Fig. 3.3 c, ilustramos o comportamento de $H^+(t)$ e $H^-(t)$. Observe que, se o pico é assimétrico com respeito a $t = 0$, obtemos $H^+(t) = H^-(-t)$. A superposição de um pico externo em um sinal aleatório também leva a mudanças bruscas de $H^i(t)$ na vizinhança do pico, como é mostrado na segunda metade do perfil na Fig. 3.3 a-d. Características especiais para o pico isolado no l.h.s. incluem: o efeito de L no intervalo onde $H^i(t)$ é diferente de zero; um pico estruturado com presença de vários satélites; o máximo do $H^i(t)$ é deslocado com respeito ao pico máximo. A característica mais importante do pico imposto no r.h.s. se refere ao incremento do valor de $H(t)$ na região, que depende de σ e de L .

Na Fig. 3.3 é evidente que, para um pico único, o valor máximo obtido por $H^i(t)$ não coincide com o pico. Isto pode ser facilmente entendido quando se considera a avaliação de $H(t)$. Seu máximo valor corresponde ao instante de t , de tal forma que o intervalo $[t - L/2, t + L/2]$ cobre um lado (ascendente ou descendente) do pico. Para fazer com que o máximo de $H(t)$ coincida com o máximo do pico, é necessário mudar a coordenada de $H(t)$ por $L/2$. Para proceder de uma forma simétrica, consideramos a combinação $H(t - L/2)H(t + L/2) \equiv \overline{H}(t)$, mostrada na Fig. 3.3 d (linha vermelha). Note que o valor assim definido $\overline{H}(t)$ é o quadrado da média geométrica entre $H(t - L/2)$ e $H(t + L/2)$. Esta definição parece ser mais adequada para a localização de SP's, pois ela reduz a produção de picos satélites que são produzidos pela média aritmética. O gráfico mostra uma boa coincidência na localização dos picos, mas que ainda depende fortemente de L . Na Fig. 3.3 d, mostramos também (linha azul) a diferença entre os valores deslocados $\overline{H}^\pm(t) \equiv H^\pm(t - L/2)H^\pm(t + L/2)$. Além da localização dos picos, podemos observar um aumento na magnitude. Isto é causado pelo fato que, quando o pico chega ao seu mínimo local \overline{H}^+ também chega no seu mínimo local e \overline{H}^- a um máximo local. Ao contrário, quando o pico chega a um valor máximo local \overline{H}^- atinge o valor mínimo local e \overline{H}^+ chega a um valor máximo local.

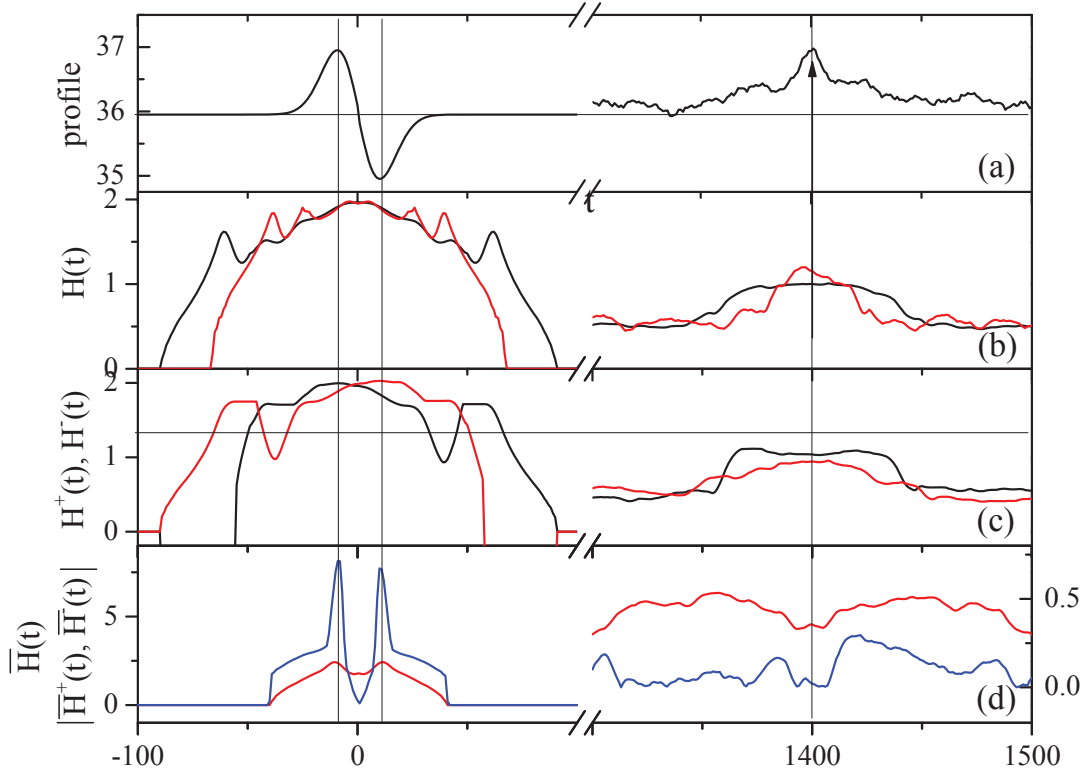


Figura 3.3 Dependência local $H^i(t)$ com relação ao tamanho da janela L para perfis determinísticos: no painel (a), consideramos um pico derivado de uma curva gaussiana com variância $\sigma = 15$, juntamente com um pico gaussiano de variância $\sigma = 12$ sobreposta sobre mesma $W_{0.5}(t)$ perfil (indicado por uma seta em r.h.s). Em (b), o $H(t)$ habitual com larguras de janela $L = 60$ (preto) e $L = 100$ (vermelho - cinza). Para obter uma imagem mais clara, em (c) desenhamos apenas as curvas de $H^+(t)$ (preto) e $H^-(t)$ (vermelho - cinza) quando $L = 100$.

O deslocamento no valor do argumento de $H^i(t)$ fornece uma boa concordância com a posição extrema em situações de picos simples, mas, a situação em series aleatórias merece uma discussão mais aprofundada. A discussão acima ainda pode ser aplicada mas com algumas restrições. Podemos observar que, como a série flutua aleatoriamente, mínimos e máximos locais podem ocorrer em uma variedade de formas: incorporado em um perfil de tendência neutra, no início ou no final do perfil com tendência persistente, e assim por diante. Portanto, a combinação de todos esses fatores fazem com que diversos pontos extremos locais sigam a regra já mencionada, dependentes de L , ainda com exceções em alguns casos. Outro efeito empírico e interessante é que o comportamento de $H^i(t)$ se

torna similar ao de $\overline{H}^i(t)$, como pode ser observado nos resultados em r.h.s na Fig. 3.3 c.

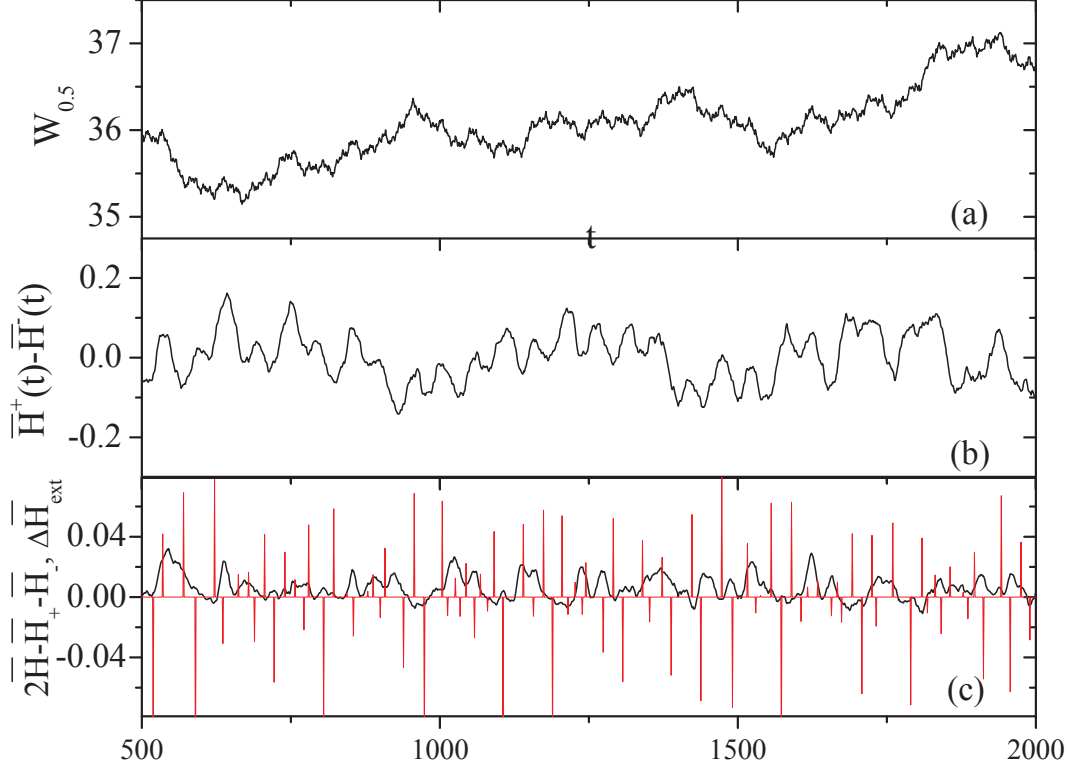


Figura 3.4 Dependência nas combinações de expoentes $\overline{H}^+(t) - \overline{H}^-(t)$ (b) e $2\overline{H}(t) - \overline{H}^+(t) - \overline{H}^-(t)$ (c) para o perfil $W_{0.5}(t)$ (a). É possível perceber um ajuste muito bom nos SP's em (a) com os valores extremos em (b) e (c). Em (c) incluímos o valor do extremo $\Delta \overline{H}$ obtidos pelo procedimento descrito no texto.

O efeito das combinações com os expoentes com o objetivo de obter uma boa correspondência com a localização dos SP's, se torna bastante evidente nas combinações $\overline{H}^+(t) - \overline{H}^-(t)$ e $2\overline{H}(t) - \overline{H}^+(t) - \overline{H}^-(t)$, que podem ser considerados como a subtração e a soma de $\overline{H}^\pm(t) - \overline{H}(t)$. Isto pode ser visto na Fig. 3.4 a e b, onde os extremos de $W_{0.5}$ freqüentemente ocorrem junto com o extremo de $\overline{H}^+(t) - \overline{H}^-(t)$. Note-se que, dependendo de $\overline{H}^+(t)$ sendo maior ou menor que $\overline{H}^-(t)$ e da relação com os valores mínimos e máximos dos dados com os valores mínimos e máximos de $\overline{H}^\pm(t)$, a magnitude dos valores extremos de $\overline{H}^+(t) - \overline{H}^-(t)$ são realçados nas seguintes condições:

1. O extremo é um máximo e $\overline{H}^+ > \overline{H}^-$;

2. O extremo é um mínimo e $\overline{H}^+ < \overline{H}^-$

Por outro lado, a magnitude é diminuída em condições opostas:

1. O extremo é um máximo e $\overline{H}^+ < \overline{H}^-$;
2. O extremo é um mínimo e $\overline{H}^+ > \overline{H}^-$.

O sinal mais alisado dado por: $2\overline{H} - \overline{H}^+ - \overline{H}^-$ oferece uma possibilidade adicional para a identificação dos SP's. A Fig. 3.4 c, mostra que essas duas características estão presentes. Entretanto, a magnitude máxima e mínima estão sujeitas as mesmas restrições apontadas pela curva $\overline{H}^+ - \overline{H}^-$.

Estas características trazem várias dificuldades se queremos relacionar as magnitudes dos valores extremos com os SP's. Então, as seguir discutimos a metodologia que desenvolvimos para minimizar este efeito assimétrico. Primeiro usamos um procedimento para localizar SP's nas primeiras duas series $\overline{H}^+ - \overline{H}^-$ and $2\overline{H} - \overline{H}^+ - \overline{H}^-$, embora o procedimento possa ser usado em qualquer série temporal $y(t)$ e extrair o máximo e mínimo local. O resultado deste é uma nova série $z(t)$ com a localização dos pontos extremos. Para este procedimento, primeiramente escolhemos o tamanho ℓ do intervalo de pontos contínuos para decidir se um ponto $(\bar{t}, y(\bar{t}))$ é um extremo ou não. Consideramos que $y(t)$ é um máximo local se $y(\bar{t} - j) < y(\bar{t}) > y(\bar{t} + j)$ para $0 < j \leq \ell$ e neste caso definimos $z(t) = y(t)$ caso contrário $y(t)$ não é um extremo, o que é observado para a grande maioria de valores de t , com isto definimos $z(t) = 0$. Se $z(t)$ é um extremo, escolhemos este valor específico de t e o identificamos como T_i . Este procedimento permite a identificação do extrema baseado apenas em uma análise local. Também estabelece uma magnitude dada para $z(i)$ que toma em consideração a magnitude dos três valores extremos contíguos de $y(T)$. Desta forma, a assimetria na magnitude de $\overline{H}^+ - \overline{H}^-$ e $2\overline{H} - \overline{H}^+ - \overline{H}^-$ será reduzida. Os picos vermelhos na Fig. 3.4 c, identificam os valores de $z(t_i) \rightarrow \Delta\overline{H}$ reconhecidos pela abordagem já explicada. Note-se que os valores não nulos

de $z(t)$ correspondem a SP's obtidos seguindo um tratamento coerente das tendências de subidas e descidas detectadas pelos valores dos expoentes \overline{H}^i , e que o valor de $z(i)$ também pode ser afetado pelo valor de ℓ .

Este procedimento também abre a possibilidade para medir a força de um SP pelo valor correspondente $z(t_i)$. Certamente é natural usar a condição $|z(t_i)| > z_c$ onde z_c toma em conta a ordem típica de magnitude das series $z(t_i)$, para decidir se um ponto $y(t_i)$ é um SP ou não. Este critério será usado na subseção seguinte com a análise de séries financeiras reais.

3.3.2 Eventos “Switching” em séries reais

Os métodos descritos na subseção anterior foram aplicados a três séries financeiras bem conhecidas:

- O índice Dow Jones Industrial Average (DJIA) é um índice criado em 1896 pelo editor do The Wall Street Journal e fundador do Dow Jones & Company, Charles Dow. O cálculo deste índice está baseado na cotação das ações de 30 das maiores e mais importante empresas dos Estados Unidos. Como o índice não é calculado pela Bolsa de Valores de Nova Iorque (New York Stock Exchange), seus componentes são escolhidos pelos editores do jornal financeiro norte-americano The Wall Street Journal. Não existe nenhum critério pré-determinado, a não ser que os componentes sejam companhias norte-americanas líderes em seus segmentos de mercado. Por não estar diretamente ligado ao setor de energia, a escolha deste índice que é utilizado em muitos estudos de economia e econofísica tem por objetivo servir como avaliador do método por sua trajetória, e pela influência que tem sobre os outros índices.
- O Índice West Texas Intermediate (WTI), é uma média do preço do petróleo produzido nos campos ocidentais do estado de Texas EUA. Se usa como preço de

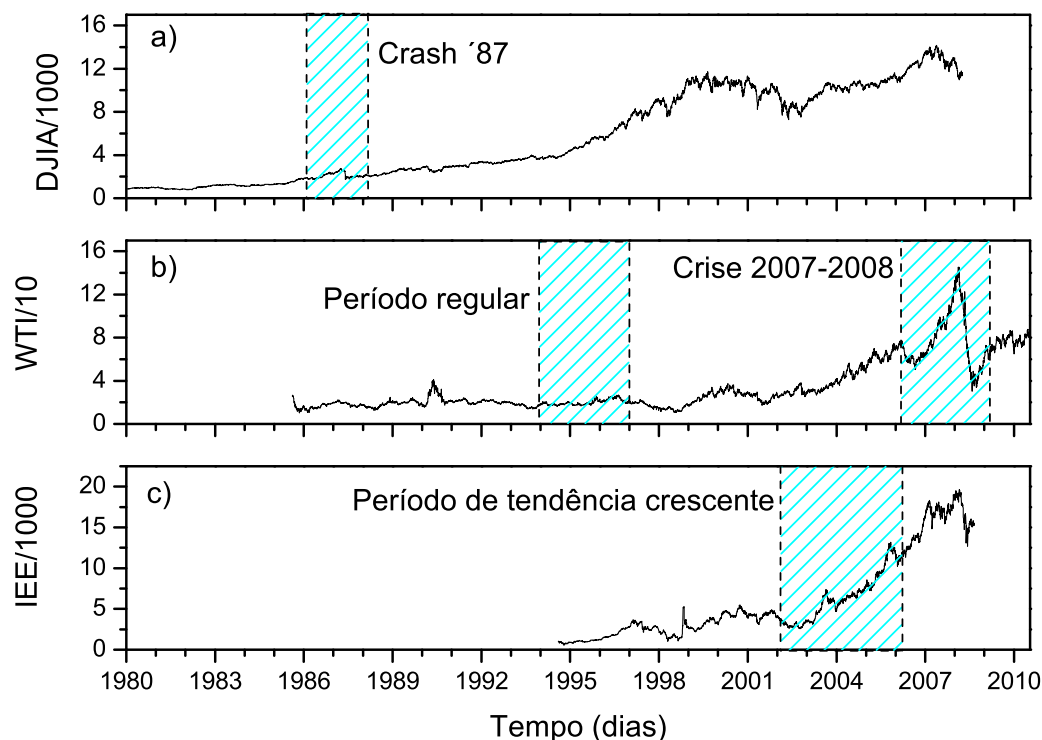


Figura 3.5 Evolução temporal de DJIA(a), WTI(b) e IEE(c) com indicação dos períodos que estão sujeitos a uma análise mais detalhada.

referência para fixar o preço de outros petróleos crus produzidos no oriente meio ou no mar do Norte (Petróleo Brent). O WTI mostra as flutuações do preço de petróleo, sendo mais sensível a eventos políticos que influenciam o comportamento do mercado deste produto.

- O Índice de Energia Elétrica do Ibovespa (IEE), mostra a evolução temporal dos preços do setor. Tem como objetivo oferecer uma visão segmentada do comportamento dos mercados de ações, medindo o comportamento do setor de energia elétrica. Ele está constituído pelas empresas abertas mais significativas do setor e representa uma medida do comportamento agregado do segmento econômico. O

índice esta composto pelas seguintes empresas: CELESC, CEMIG, CERJ, CESP, COPEL, ELÉTROBRAS, ENERSUL, F CATAGUAZES, LIGHT e PAUL F LUZ.

Na Fig. 3.5 mostramos o comportamento dos três índices ao longo do tempo: DJIA de 23/05/1980 até 25/08/2008, WTI de 02/01/1986 até 14/12/2010 e IEE de 29/12/1994 até 19/01/2009. As séries foram usadas totalmente com o objetivo de pesquisar a frequência e magnitude dos evento SP com respeito ao valor de ℓ e L . Além disso, já que eles são bastante longas, concentramos a nossa análise a três períodos diferentes: i) de 1985 até 1988, somando o crash de 1987 (Oct87, com o DJIA); ii) o período correspondente ao preço do petróleo relativamente estável dos anos 1994 a 1997 depois da guerra do golfo (94 – 97 com WTI); iii) o período de incremento de preços de forma sustentada, que começou em 2006 até 2009, contendo a terceira crise mundial do petróleo. iv) de 2002 até 2006, período de franco crescimento da bolsa de São Paulo (com o IEE).

Na Figura 3.6, mostramos como, usando a série DJIA, as distribuições de probabilidade $P(\Delta\bar{H})$ dependem de $\Delta\bar{H}$ para alguns valores típicos de $L = 40, 80, e 120$, enquanto que $\ell = 5$ e 8 . Para todos os casos, consideramos $z_c = \Delta\bar{H}_c = e^{-1}\langle\Delta\bar{H}\rangle$. Todas as curvas mostram uma frequência de decaimento exponencial com respeito a magnitude de $\Delta\bar{H}$. Como esperado, o número total de eventos (respectivamente 995, 739, e 460, para $\ell = 5$ e $L = 40, 80, e 120$, e 698, 580, e 415, para $\ell = 8$ e $L = 40, 80, e 120$) diminui quando as restrições impostas no incremento da definição de (L e ℓ). O mesmo comportamento é observado se restringimos o valor de $\Delta\bar{H}_c$. Um decaimento exponencial também é obtido na magnitude dos eventos definidos originalmente como SP baseada no comportamento local da variância [100, 102, 99].

Como as séries do WTI e IEE são mais curtas que o DJIA, isto dificulta obter as distribuições de probabilidade $P(\Delta\bar{H})$ depende de $\Delta\bar{H}$ dos extremos calculados. Desta forma, para se obter uma informação mais precisa na dependência funcional de $p(x)$ em x , preferimos trabalhar com um método que obtém diretamente as distribuições integradas

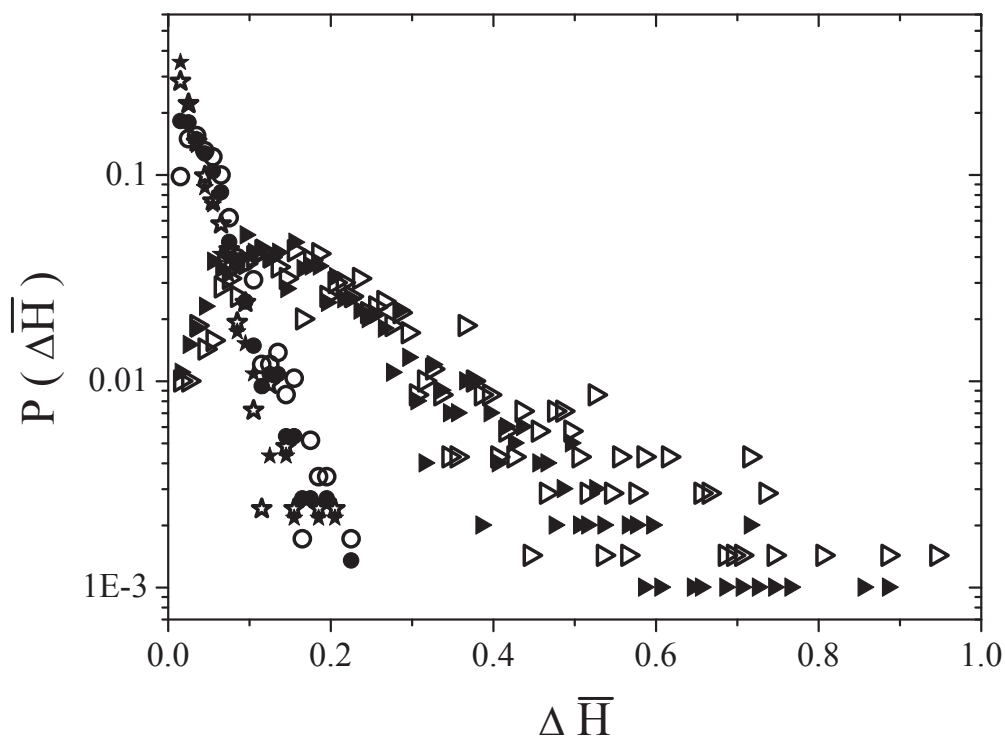


Figura 3.6 Distribuição de probabilidade da magnitude dos eventos SP's na série DJIA (medido por $\Delta\bar{H}$) para vários valores de L e ℓ . Símbolos indicam diferentes pares (L, ℓ) conforme indicado: triângulos sólidos (40,5); círculos sólidos (80,5); estrelas sólidas (120,5); triângulos vazios (40,8); círculos vazios (80,8); estrelas vazias (120,9). A distribuição é pouco sensível ao valor de ℓ , mas não ao de L .

$P_h(x > X)$ e $\bar{P}_h(x > X)$ definidas como:

$$P_h(x > X) = \int_X^{\infty} p(x) dx \quad (3.9)$$

$$\bar{P}_h(x > X) = \frac{1}{x} \int_X^{\infty} p(x) dx. \quad (3.10)$$

A vantagem deste método reside no fato que ele não requer a utilização de histogramas. Embora as duas probabilidades possam mostrar comportamento de lei de potência, a $P_h(x > X)$ ($\bar{P}_h(x > X)$) é mais adequada já que pode proporcionar os valores corretos dos expoentes da lei de potência.

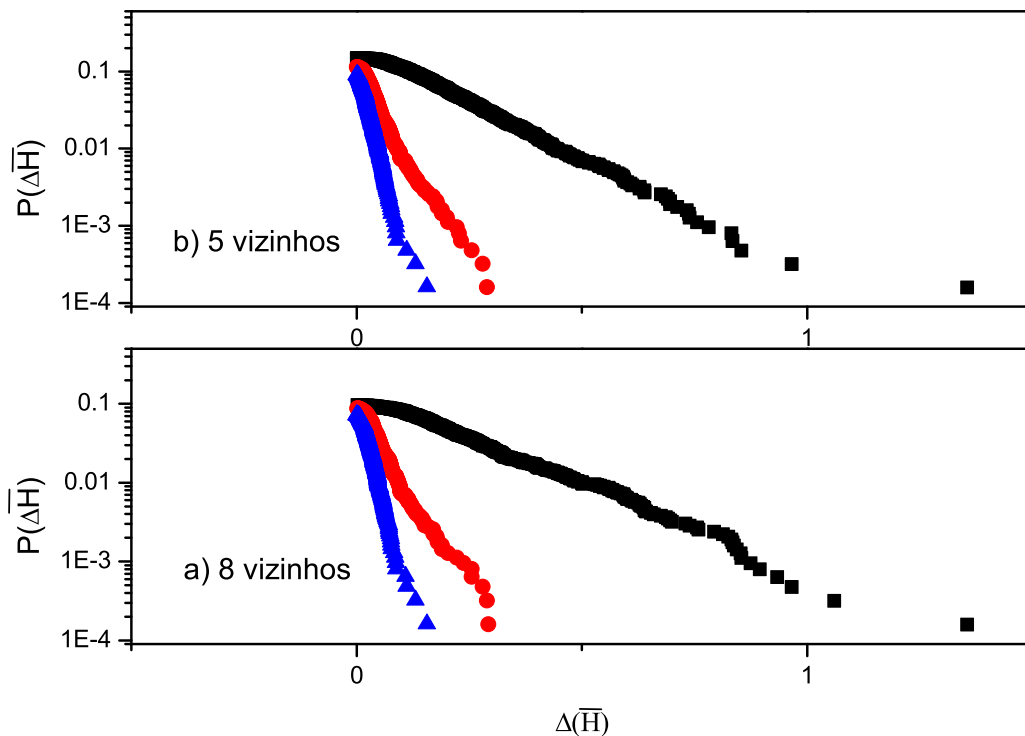


Figura 3.7 Distribuição de probabilidade da magnitude dos eventos SP's na série WTI (medido por $\Delta\bar{H}$) para vários valores de L e ℓ . Símbolos indicam diferentes pares (L, ℓ) conforme indicado: a) triângulos azuis (120,8); círculos vermelhos (80,8); quadrados pretos (40,8); b) triângulos azuis (120,5); círculos vermelhos (80,5); quadrados pretos (40,5). A distribuição é pouco sensível ao valor de ℓ , mas não ao de L .

A figura 3.9 mostra a localização dos SP's no período de Outubro de 1987. A linha indica a série temporal, enquanto que as barras de erro mostram os valores de t_i , como eventos SP. O tamanho da barra de erro é proporcional a magnitude de $\Delta\bar{H}$ e, em todos os painéis, incluímos três valores distintos de $L = 40, 80$, e 120 . Na figura 3.9(a), definimos $\ell = 8$ e $\Delta\bar{H}_c = 0$. É possível ver que quase todos os picos que são candidatos a eventos SP foram detectados pelo procedimento desenvolvido. A figura 3.9 (b), mostra que o número de ocorrências diminui quando consideramos que $\Delta\bar{H}_c = e^{-1}\langle\Delta\bar{H}\rangle$, mas os eventos SP's mais importantes são preservados. Note-se que essa diminuição é mais perceptível nas

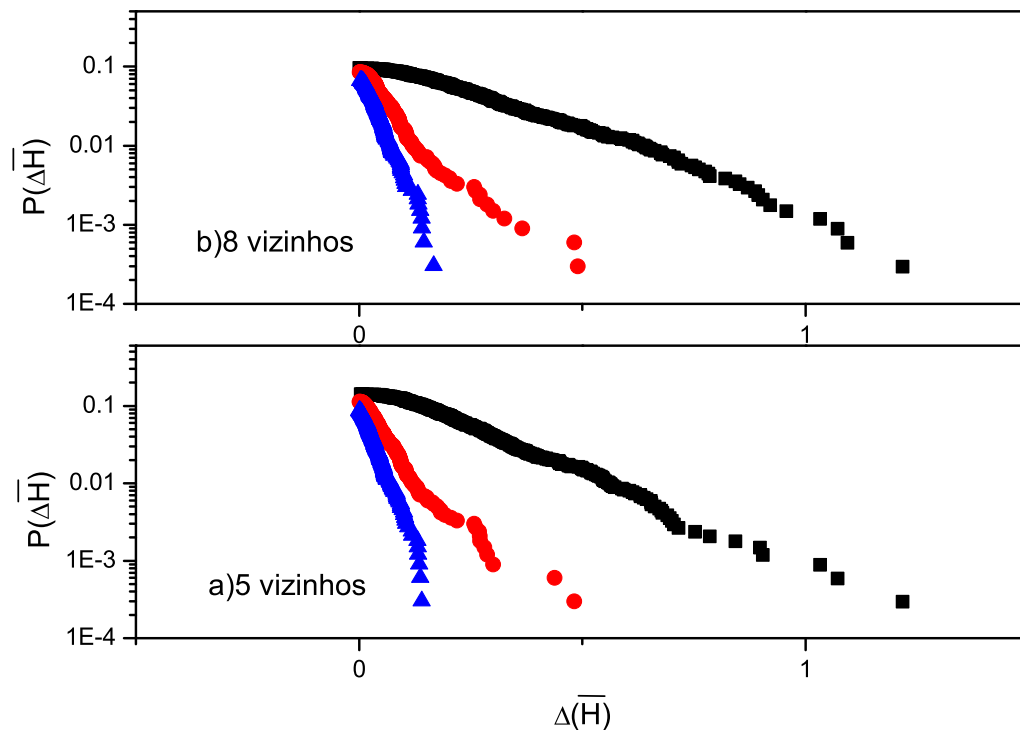


Figura 3.8 Distribuição de probabilidade da magnitude dos eventos SP's na série IEE (medido por $\Delta\bar{H}$) para vários valores de L e ℓ . Símbolos indicam diferentes pares (L, ℓ) conforme indicado: a) triângulos azuis (120,5); círculos vermelhos (80,5); quadrados pretos (40,5); b) triângulos azuis (120,8); círculos vermelhos (80,8); quadrados pretos (40,8). A distribuição é pouco sensível ao valor de ℓ , mas não ao de L .

regiões onde as flutuações não são tão grandes. Finalmente, de acordo com os resultados da 3.6, o número de SP's aumenta quando ℓ diminui, como mostrado no painel (c) para $\ell = 5$.

Na Fig. 3.10 mostramos a dependência da localização dos SP's com relação a L para o período 94-97. $\ell = 5$ é constante para todos os casos. Em (a), incluímos três valores diferentes de $L = 40, 80$, e 120 , enquanto os painéis (b) e (c) correspondem a $L = 40$ e 120 . O número menor de SP's em c) vai de acordo com os resultados prévios. Note-se que, entretanto, alguns extremos mais pronunciados, que não haviam sido detectados

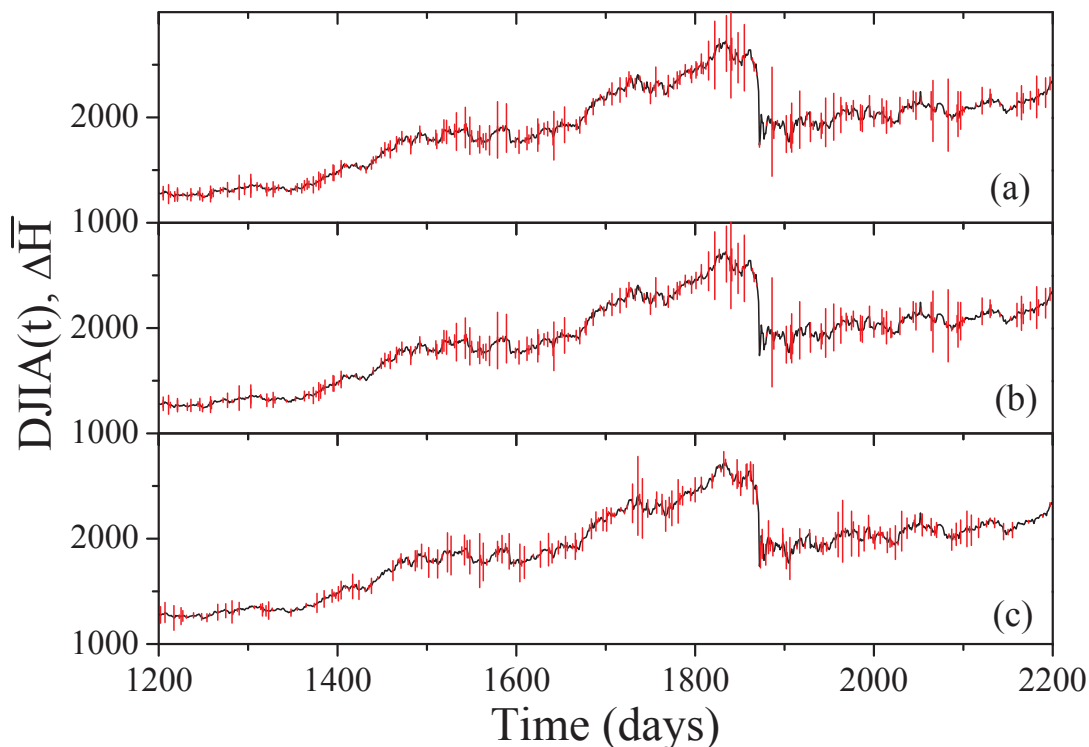


Figura 3.9 Evolução temporal do índice DJIA que engloba a crise de 1987 (linha cheia) em conjunto com a localização dos SP's discutidos no texto (barras de erro) para $L = 40, 80,$ e 120 . Em (a), $\Delta\bar{H}_c = 0$ enquanto em (b) e (c) $\Delta\bar{H}_c = e^{-1}$. $\ell = 8$ nos painéis (a) e (b), e $\ell = 5$ no painel (c).

pelo scanning do $L = 40$, foram detectados com as janelas maiores. A comparação com os resultados da Fig. 3.9 mostra que a variação na magnitude da barra de erro é menor, o que pode ser explicado pela ausência de grandes flutuações no intervalo analisado na série temporal.

Na Fig. 3.11 consideramos um período misturado de flutuações, caracterizado inicialmente pela tendência longa e constante do incremento de preço do petróleo que terminou com a crise de 2008. De novo, o método identifica a maioria de flutuações locais em ambas fases. Definindo $\ell = 5$ mostramos, em (a), os resultados para os três comprimentos de janela $L = 40, 80,$ e 120 enquanto em b) e c) restringimos a valores menores e intermediários $L = 40$ e 80 .

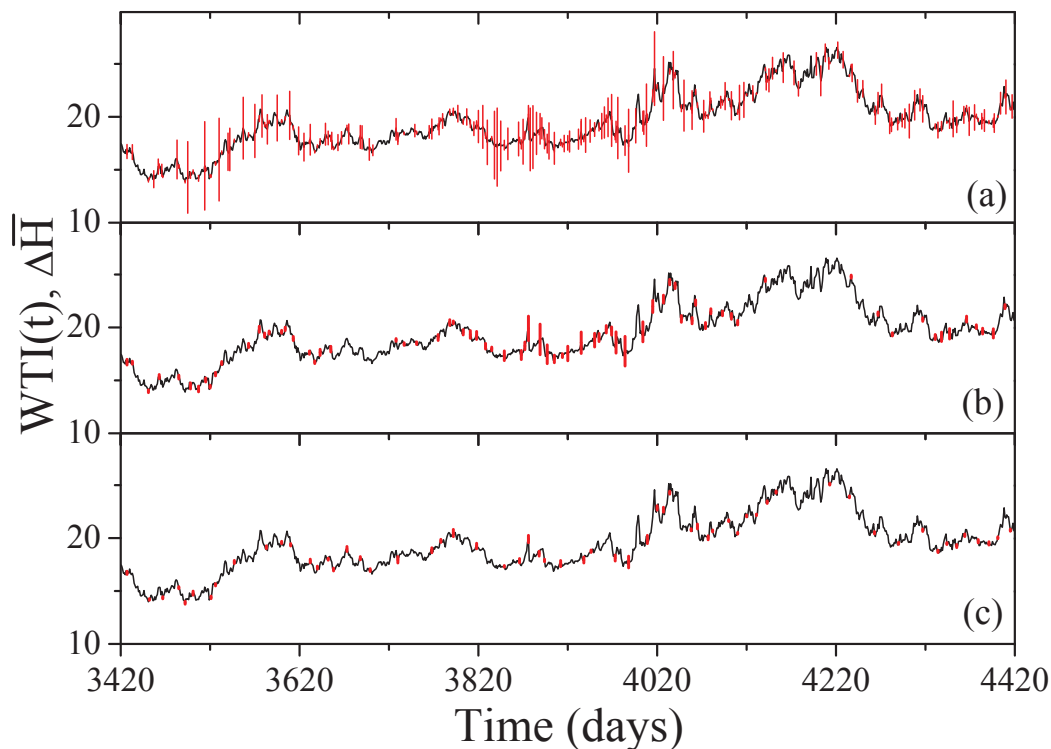


Figura 3.10 Evolução temporal do índice WTI e localização dos SP's no período de 1993-1995. Diferentes painéis ilustram a dependência da localização dos SP's como função de L , para valores fixos de $\ell = 5$ e $\Delta\bar{H}_c = e^{-1}$. Painel (a) inclui os SP's detectados com $L = 40, 80$, e 120 . Em (b) e (c) apenas os SP's detectados com $L = 40$ e 120 , respectivamente. Não apenas a frequência de eventos diminuem quando L aumenta, mas também a magnitude de $\Delta\bar{H}$.

Finalmente, a figura 3.12 mostra a localização dos SP's no período de 2002 a 2006 na série do IEE. Da mesma forma, o método identifica a maioria de flutuações locais nas tendências de subida e de descida assim como os pontos de virada. Na figura 3.12(a) usamos $\ell = 8$ e $\Delta\bar{H}_c = 0$. É possível ver que quase todos os picos que são candidatos a eventos SP's foram detectados pelo procedimento desenvolvido. A figura 3.12 (b) mostra que o número de ocorrências diminui quando consideramos que $\Delta\bar{H}_c = e^{-1}\langle\Delta\bar{H}\rangle$, mas os eventos SP's mais importantes são preservados. Note-se que essa diminuição é mais perceptível nas regiões onde as flutuações não são tão grandes. Finalmente, e da mesma forma que os exemplos anteriores os resultados da figura 3.12, o número de SP's aumenta

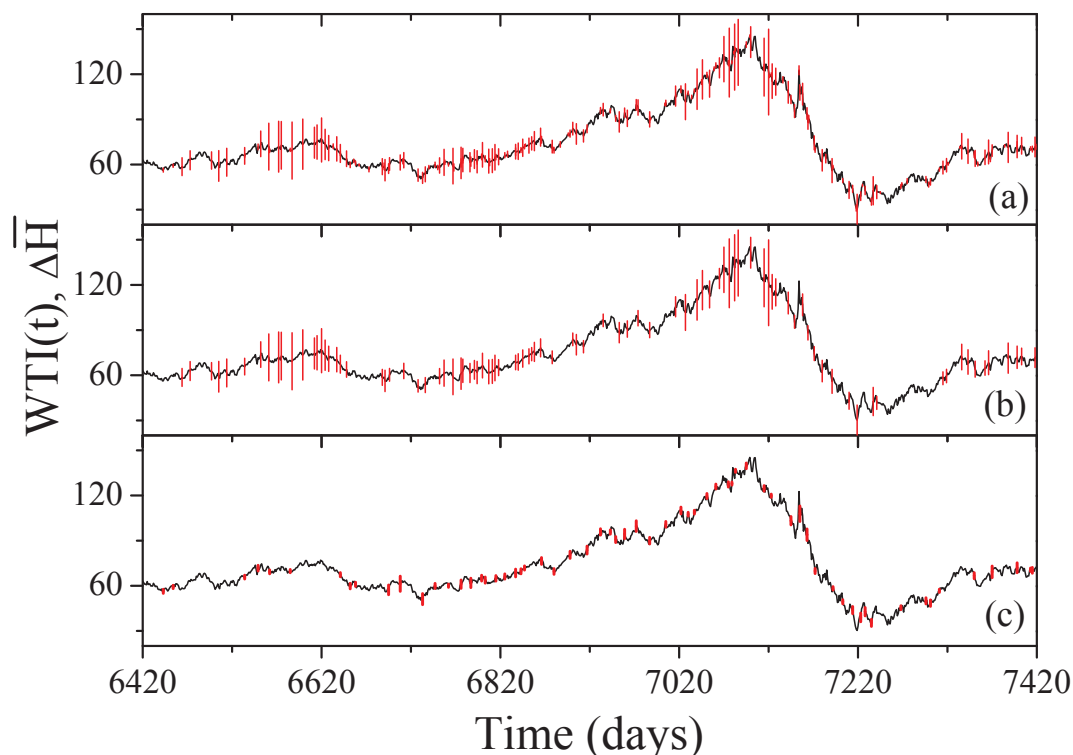


Figura 3.11 Curvas semelhantes às da Fig. 3.11 são mostradas para o WTI no período 2006–2008, para valores fixos de $\ell = 5$ e $\Delta\bar{H}_c = e^{-1}$. No painel (a), SP's detectados com $L = 40, 80,$ e 120 . Em (b) e (c) apenas SP's detectados com $L = 40$ e 80 , respectivamente. Como na Fig. 3.10, uma diminuição similar na frequência e magnitude dos eventos é observada nos resultados para $L = 40$ e 80 . Isto sugere que pequenos valores de L são necessários para uma localização mais precisa dos eventos.

quando ℓ diminui, como mostrado no painel(c) para $\ell = 5$.

3.4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste capítulo apresentamos um novo método para investigar a ocorrência do SP's em séries temporais financeiras. Nós adaptamos o conceito de $A - DFA$ para obter valores locais $H^\pm(t)$ que provêm informação sobre as tendências de subida e descida. O próprio fato de H^\pm distinguir os comportamentos de escala em períodos distintos, com diferentes tendências, nos sugeriu explorar a potencialidade desta metodologia. Apesar

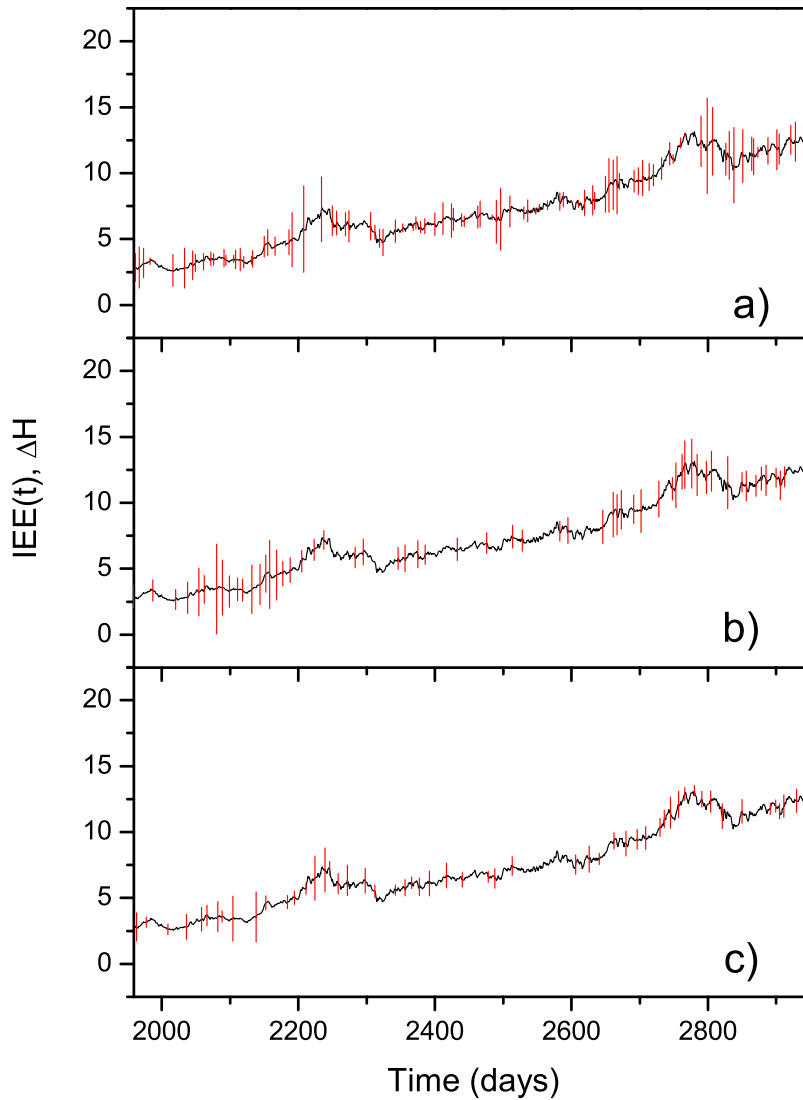


Figura 3.12 Evolução temporal do IEE no período de 2002–2006 (linha cheia) em conjunto com a localização dos SP's, para $L = 40, 80,$ e 120 . Em (a), $\Delta\bar{H}_c = 0$ enquanto em (b) e (c) $\Delta\bar{H}_c = e^{-1}$. $\ell = 8$ nos painéis (a) e (b), e $\ell = 5$ no painel (c).

do fato que tais medidas identificam mudanças básicas no comportamento das séries, a análise de picos isolados, nos sugeriu trabalhar com o produto de valores deslocados $H^\pm(t \pm L/2)$. Certamente, as medidas de $\bar{H}^\pm(t)$ nos permitiram identificar SP's em séries determinísticas e séries reais. A abordagem é suficientemente robusta, usando um

número pequeno de parâmetros relacionados com os comprimento de L e ℓ , e magnitudes relativas dos eventos $\Delta\overline{H}_c$, de tal forma que é possível escolher duas longitudes de escalas independentes para poder analisar o sistema. O número e a magnitude dos SP's estão relacionadas pelos valores preselecionados dos três parâmetros já mencionados, de tal forma que os eventos mais relevantes possam ser filtrados.

Já que o método proposto é mais elaborado do que olhar a vizinhança nas séries originais, gostaríamos de salientar que, para propósitos práticos, a flexibilidade e a nova informação que esta abordagem fornece parece justificar a nossa metodologia. Note-se que a nossa análise não requiere que se use re-normalização do tempo entre dois valores extremos, como é usada em [102, 99]. Finalmente, mostramos que os resultados do método desenvolvido podem ser mais relevantes na análise de um conjunto de dados onde o comportamento intrínseco e persistente de perfis ascendentes e descendentes sejam mais distintos que os que são mostrados neste trabalho. Embora se conheça que os crashes usualmente acontecem em escalas muito menores na parte temporal ascendente, os valores médios obtidos de $H^\pm(t)$ não se diferenciam muito entre si.

CAPÍTULO 4

UMA ABORDAGEM DE PREÇOS TOP-BOTTOM PARA CARACTERIZAÇÃO DE FLUTUAÇÕES FINANCEIRAS

4.1 INTRODUÇÃO

Sabe-se que o entendimento das flutuações financeiras é fundamental para a gestão adequada dos investimentos. Enquanto as flutuações financeiras podem representar uma fonte muito boa de ganhos, elas também podem se tornar prejudiciais para os acionistas se os seus portfólios não estiverem bem protegidos. Neste contexto, vários trabalhos tentam entender a dinâmica das flutuações econômicas e financeiras [45, 17, 112, 111, 126, 4, 32, 123, 124]. Uma área de particular interesse foi apresentada recentemente na referência [123]. Lá foi proposto que as flutuações financeiras podem ser estudadas através da abordagem dos intervalos de retorno, onde o intervalo de retorno é definido pelo intervalo de tempo entre duas volatilidades consecutivas acima de um determinado limite.

Neste trabalho, achamos importante mencionar que uma outra forma interessante de estudar as flutuações financeiras é com a abordagem baseada em preços máximos e mínimos (Mm). Como já visto nos capítulos anteriores os preços máximos e mínimos representam SP's em séries temporais financeiras que sinalizam mudanças das expectativas. Enquanto um preço mínimo significa que um ativo está sendo vendido por um valor pequeno, um preço máximo significa que o ativo está sendo vendido por um valor muito alto. Neste contexto, dois conceitos são significantivos, os chamados tempos de espera e

tempos de retorno. Neste trabalho definimos o tempo de retorno como o valor absoluto da diferença entre consecutivos preços máximos e preços mínimos de séries temporais de preços. Também definimos os tempos de espera como o intervalo de tempo entre dois eventos consecutivos máximos e mínimos ou viceversa.

Com base nessas medidas, procedeu-se uma caracterização estatística dos eventos em função de suas magnitudes. Os resultados mostram que a ocorrência de tempos de retornos e tempos de espera seguem padrões bastante diferentes. Além disso, na procura de uma análise mais abrangente, procuramos pela existência de efeitos de memória nas séries. Uma análise de dependência de longo prazo na série temporal é apresentada baseada nos resultados para os tempos de retorno (assim como umas outras idéias já mencionadas [123]), assim como, o comportamento da função de correlação entre os tempos de retornos e os tempos de espera. Ambas análises dos efeitos de memória identificam comportamentos diferentes para as duas medições, que podem ser correlacionadas com os padrões da distribuição de probabilidade.

A vantagem desta abordagem é que máximos e mínimos de uma série temporal financeira são peças importantes de informação para vários investidores. Em particular, vários padrões de análise técnica são baseados na informação que é obtida através das posições relativas aos preços máximos e mínimos das séries de preços [44]. Além disso, deve-se notar que os tempos de retorno e os tempos de espera estão fortemente relacionados e proporcionam informação importante. O tempo de retorno mede a máxima quantidade de dinheiro que um acionista pode ganhar ou perder num intervalo de tempo dado, quando o preço do ativo sobe ou cai.

Enquanto é muito fácil determinar máximos e mínimos em funções alisadas contínuas, é necessário um procedimento para fazer o análise já mencionado em séries temporais financeiras. Portanto, para determinar máximo e mínimos em séries temporais financeiras, seguimos o trabalho de Lo *et al.* [77] que fornece uma metodologia baseada numa abordagem onde se alisa a série temporal aleatória e procura-se máximos e mínimos usando

o sinal das derivadas.

Vale a pena dizer que o trabalho neste capítulo está relacionado com o do capítulo anterior e com a literatura recente [100, 102, 101] que tenta caracterizar processos de mudanças de tendência (*switching*), nos mercados financeiros. Usando uma abordagem diferente para determinar numericamente preços máximos e mínimos¹, estas referências estudam microtendências entre SP's em séries temporais financeiras. Além disso, tem-se o fato que o entendimento destas “micro-criSES” podem ajudar a entender crises financeiras maiores que são difíceis de modelar, pelo fato de serem eventos raros. Embora o foco deste trabalho seja diferente, a metodologia baseada em [77] aqui utilizado também pode ser aplicada em nosso contexto.

4.2 DETERMINAÇÃO DE MÁXIMOS E MÍNIMOS

Para poder determinar máximo e mínimos, consideramos uma metodologia baseada em [77], a qual foi introduzida para automatizar padrões de análise técnica, especificamente a análise gráfica². Esse método está baseado em dois passos: (1) alisar a série temporal e (2) determinar o máximo e mínimo usando a série temporal alisada. Para poder alisar a série de temporal de preços, pode-se assumir que o preço de um ativo é dado por:

$$p_t = y(t) + \varepsilon(t), \quad (4.1)$$

onde $y(t)$ é uma função não linear fixa e alisada que depende do tempo t e $\varepsilon(t)$ e a sequência de ruído branco.

Também assumimos que o estimador \hat{y} de y é dado por

¹Um preço é considerado um máximo ou mínimo se não houver um preço maior ou menor em um determinado intervalo de tamanho previamente definido.

²Definida nos capítulo 2

$$\hat{y}(t) \equiv \frac{1}{T} \sum_{s=1}^T \omega_s(t) P_s \quad (4.2)$$

onde os pesos ω_s são maiores para aqueles P_s nos quais s é próximo a t e menores caso contrário. Além disso, a forma funcional dos pesos define o tamanho da vizinhança onde a média é avaliada. Existe uma compensação entre vizinhanças grandes e pequenas. Uma vizinhança grande significa que a média ponderada é muito alisada. Por outro lado, uma vizinhança pequena implica que a média ponderada é muito variável. Portanto, usando o *kernel Gaussiano* tal como em [77], assumimos que os pesos são dados por:

$$\omega_{s,h}(t) \equiv K_h(t - s)/g_h(t) \quad (4.3)$$

onde

$$g_h(t) \equiv \frac{1}{T} \sum_{u=1}^T K_h(t - u) \quad (4.4)$$

e

$$K_h(x) = \frac{1}{h\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2h^2} \quad (4.5)$$

é o *kernel Gaussiano* e h é chamado de *bandwidth*, um parâmetro de alisamento que controla o tamanho da vizinhança já mencionada.

Portanto, usando a definição de \hat{y} na Eq. (4.2) e ω na Eq. (4.3), se obtém o estimador *kernel Nadaraya-Watson*

$$\hat{y}_h(t) = \frac{1}{T} \sum_{s=1}^T \omega_{s,h}(t) P_s = \frac{\sum_{s=1}^T K_h(t - s) P_s}{\sum_{u=1}^T K_h(t - u)} \quad (4.6)$$

Neste trabalho usamos o *kernel gaussiano* K para resolver a Eq. (4.6), como segue:

$$K_h(x) = \frac{1}{h\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2h^2} \quad (4.7)$$

Baseado nesta abordagem, condicionada à escolha de h , pode-se gerar uma série temporal alisada dos preços. O próximo passo é usar esta série temporal alisada para encontrar os extremos locais. Pode-se identificar esses extremos locais encontrando os tempos τ tal que $Sgn(\hat{y}'_h(\tau)) = -Sgn(\hat{y}'_h(\tau + 1))$, onde \hat{y}'_h é a derivada de \hat{y}_h com relação a τ e $Sgn(\cdot)$ é a função sinal. Um valor positivo (negativo) de $(\hat{y}'_h(\tau))$ seguido por um valor negativo (positivo) de $(\hat{y}'_h(\tau))$ significa que temos encontrado um máximo (mínimo) local \hat{y}_h^M (\hat{y}_h^m). Uma vez que o tempo τ tenha sido identificado, prosseguimos a identificar o máximo ou mínimo na série de original de preços $\{P_s\}$ no rango $[t - 1, t + 1]$. Os extremos locais encontrados são as proxys para máximos e mínimos usados neste trabalho.

4.3 DISTRIBUÇÕES DOS TEMPOS DE RETORNO E DOS TEMPOS DE ESPERA

Para poder obter um número significativo de tempos de retorno e tempos de espera em um conjunto de dados reais, é necessário trabalhar seja com séries diárias muito longas ou com dados de alta frequência. Na nossa abordagem usamos novamente o índice diário do Dow Jones Industrial Average (DJIA) no intervalo de tempo 1928–2010 e o índice intradiário de energia da bolsa de Nova Iorque (NEI) com uma periodicidade de 5 minutos no período desde janeiro de 2010 até julho de 2011³. Nas Figuras 4.1 e 4.2 (a), mostramos a evolução temporal do DJIA e do NEI. As Figuras 4.1 e 4.4 (b), ilustram a evolução temporal do logaritmo do DJIA ($\ln(\text{DJIA})$) e do logaritmo do NEI ($\ln(\text{NEI})$). Na Figura 4.3 mostram-se os pontos extremos (máximos e mínimos) calculados para o $\ln(\text{DJIA})$ em função de cada parâmetro de alisamento h . Nos detalhes das Figuras 4.1,

³O índice foi filtrado de uma série intradiária tick usando intervalos de 5 minutos, sendo que o valor estimado representa o último valor do intervalo da amostra

4.2, 4.3 mostra-se uma comparação entre os dados suavizados e a série original de acordo com o procedimento descrito na seção anterior. Como já foi comentado, os dados são mais ou menos alisados, e com isto o número de máximos e mínimos obtidos variam em função de maiores ou menores valores de h .

Dado o grande intervalo de tempo medido pela série DJIA, e o fato que o DJIA tem sido aumentado aproximadamente 10 vezes entre 1928 e 2010, a distribuição $p(x)$ dos máximos e mínimos com magnitude x se torna mais exato se tomamos em conta a magnitude relativa dos máximos e mínimos no momento em que ocorreu, o que pode ser obtido trabalhando com o $\ln(\text{DJIA})$ em vez da série DJIA. No caso da série NEI se trabalha com $\ln(\text{NEI})$ apenas para manter a coerência na metodologia, uma vez que ele compreende um intervalo de tempo muito menor.

Portanto, consideramos aqui duas distribuições distintas:

1. A distribuição dos tempos de log-retorno, $p_h^R(x)$ onde $x = |\hat{y}_h^M - \hat{y}_h^m|$ e \hat{y}_h^M e \hat{y}_h^m são dois valores extremos consecutivos das séries alisadas de $\ln(\text{DJIA})$ e $\ln(\text{NEI})$ respectivamente;
2. A distribuição dos tempos de espera $p_h^I(x)$, onde x é definido como $x = |\hat{y}_h^M - \hat{y}_h^m|$, mas \hat{y}_h^M e \hat{y}_h^m referem-se aos dias de dois valores consecutivos extremos das séries alisadas $\ln(\text{DJIA})$ e $\ln(\text{NEI})$ observados.

Trabalhando com três valores diferentes $h = 3, 5$, e 7 obtemos o número total de eventos para o $\ln(\text{DJIA})$ $N_e^h = 1512, 906$, e 664 , e $N_e^h = 3012, 2218$, e 1502 para o $\ln(\text{NEI})$. Note-se que os valores mencionados são quase idênticos aos resultados se a procura dos valores extremos fosse feita por exemplo sobre a série DJIA (1508, 902 e 664 respectivamente), mostrando a confiabilidade do método para identificação de eventos extremos. Para obter uma informação mais precisa na dependência funcional de $p(x)$ em x , preferimos trabalhar com o método da distribuição integrada introduzida no capítulo anterior ver Eqs. (3.9) e (3.10).

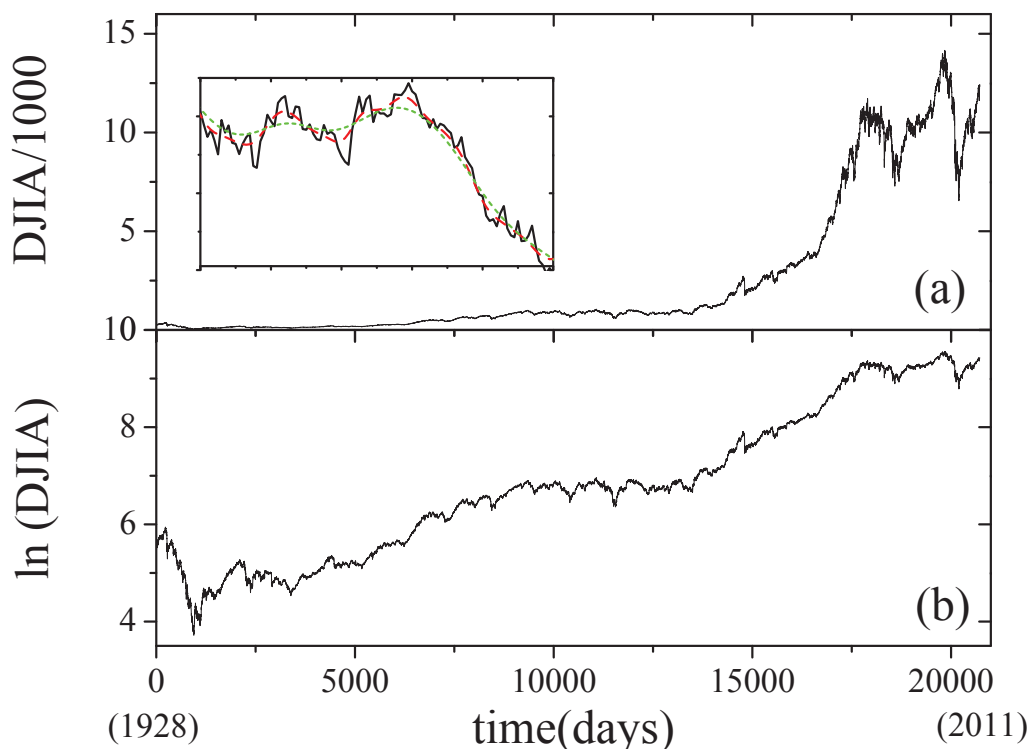


Figura 4.1 Evolução temporal da série DJIA de 1928 até 2011. Devido ao período de tempo muito longo, os efeitos da inflação e o crescimento econômico natural são evidentes. A comparação entre os painéis (a) e (b) torna evidente que a série $\ln(\text{DJIA})$ é mais adequada para a análise dos tempos de retorno. No detalhe ilustra-se o efeito de valores distintos de h no *kernel* de alisamento em comparação com os dados originais (preto, sólido); em vermelho se mostra o efeito de $h = 3$ e em verde de $h = 7$.

Note que um comportamento de decaimento intermediário do tipo *stretched* exponencial [123], pode ser inferido a partir das duas distribuições.

Nas Figs. 4.4 e 4.5 mostramos o comportamento de $\bar{P}_h^R(x > X)$ para os três valores citados de h . As curvas obtidas sugerem fortemente um decaimento assintótico de lei de potência. Dado o fato que a função generalizada q -exponencial definida por

$$\exp_q(x) = [1 + (1 - q)x]_+^{1/(1-q)}, \quad (4.8)$$

com $[p]_+ := \max p, 0$, tem sido utilizada com sucesso para tratar de assuntos interessantes em economia [78, 8, 22, 21, 29, 114, 85, 88, 41], procuramos encontrar os melhores

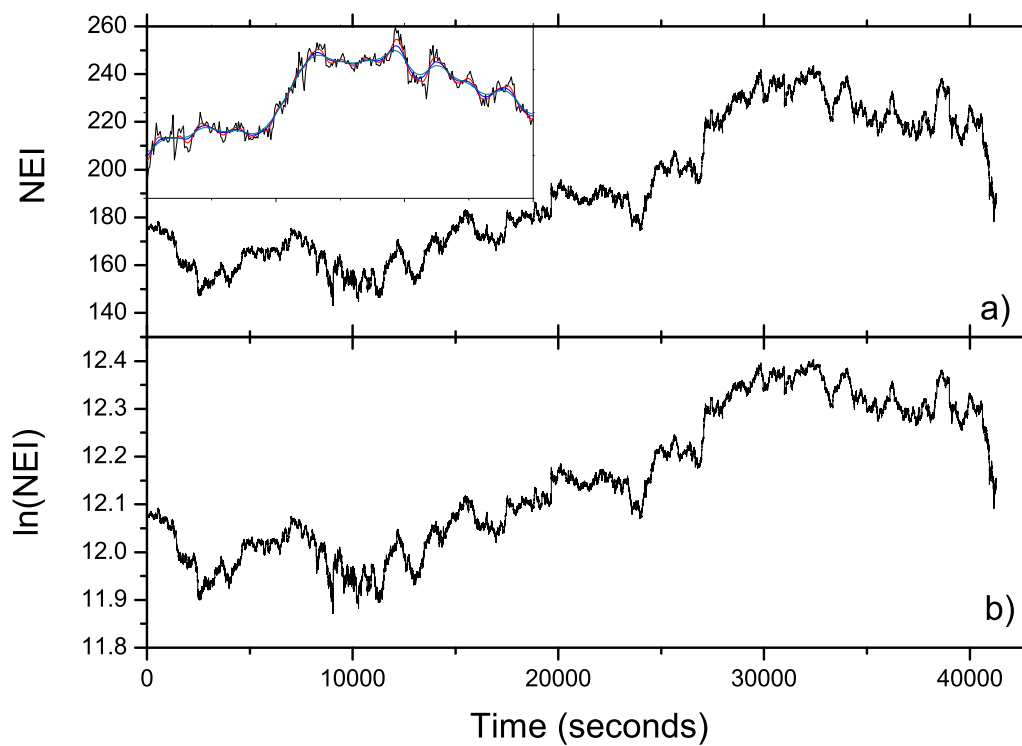


Figura 4.2 Evolução temporal do Índice Intradiário de Energia do NYSE (NEI) desde 2010 até 2011. A comparação entre os painéis (a) e (b) mostra o comportamento das duas séries: (NEI) e $\ln(\text{NEI})$ usamos série $\ln(\text{NEI})$ para a análise dos tempos de retorno. O detalhe ilustra o efeito de valores distintos de h no *kernel* de alisamento em comparação com os dados originais (preto, sólido); em vermelho se mostra o efeito de $h = 3$, em azul o efeito de $h = 5$ e em azulado o efeito de $h = 7$.

valores de ajuste em relação às funções já mencionadas. Como mostrado na Fig. 4.4 e 4.5, verifica-se que as curvas para a q -gaussiana $\exp_q(-\beta x^2)$ explicam com muita precisão todos os pontos da distribuição avaliada. O valor $q = 1.8$ para o $\ln(\text{DJIA})$ e $q = 1.5$ para o $\ln(\text{NEI})$ (obtido de forma independentemente para cada um dos três gráficos em cada figura respectivamente) indica que o decaimento de lei de potência para a cauda da distribuição, é descrito pelo expoente 2.5. Em ambos casos o valor de β aumenta monotonicamente enquanto h diminui.

Por outro lado, a distribuição dos tempos de espera tem um comportamento comple-

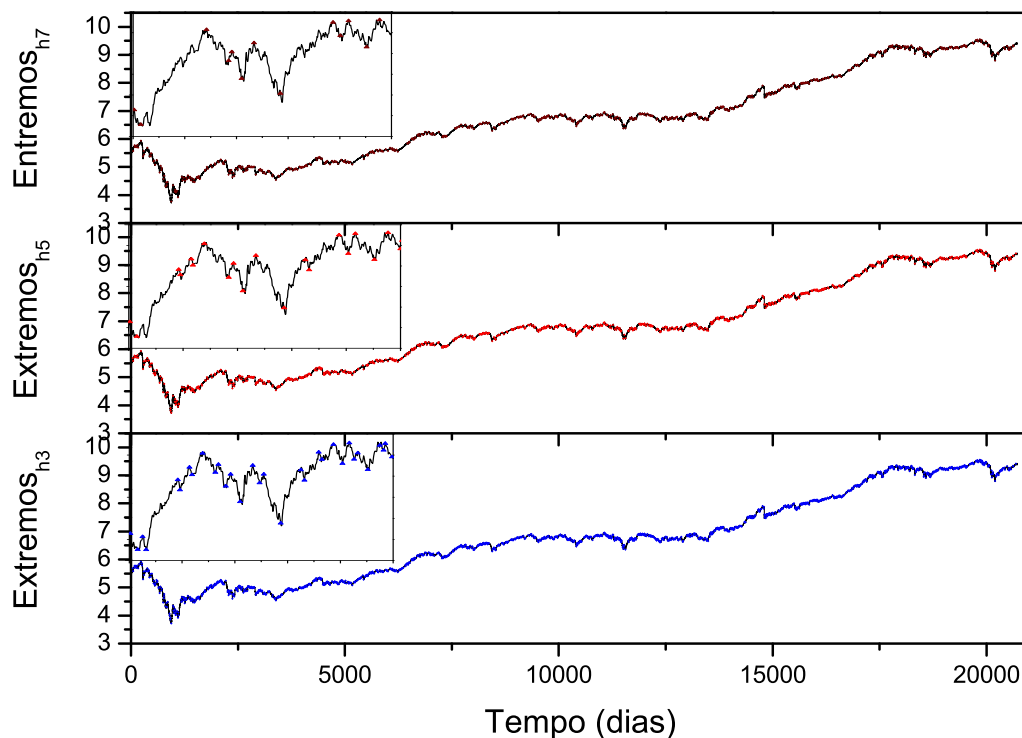


Figura 4.3 Evolução temporal do $\ln(\text{DJIA})$ (Linha preta), em conjunto com os valores extremos obtidos através do kernel gaussiano para cada valor de h . Os detalhes dos painéis (a), (b) e (c) mostram os diferentes máximos e mínimos encontrados para cada curva alisada. Como pode ser observado, existe uma diminuição no número de extremos em função do valor de h .

tamente distinto, como se mostram as curvas de $P_h^I(x > X)$ nas Figs. 4.6 e 4.7. Eles sugerem um decaimento exponencial para todos os valores de h , com a exceção de escalas de tempo muito curto, onde se forma um *plateau* similar ao das Figs. 4.4 e 4.5.

4.4 EFEITO MEMÓRIA NOS TEMPOS DE RETORNO E NOS TEMPOS DE ESPERA

É importante procurar evidência de previsibilidade entre os eventos máximos e mínimos nos dados analisados. Uma resposta positiva a esta pergunta quer dizer que pode-se

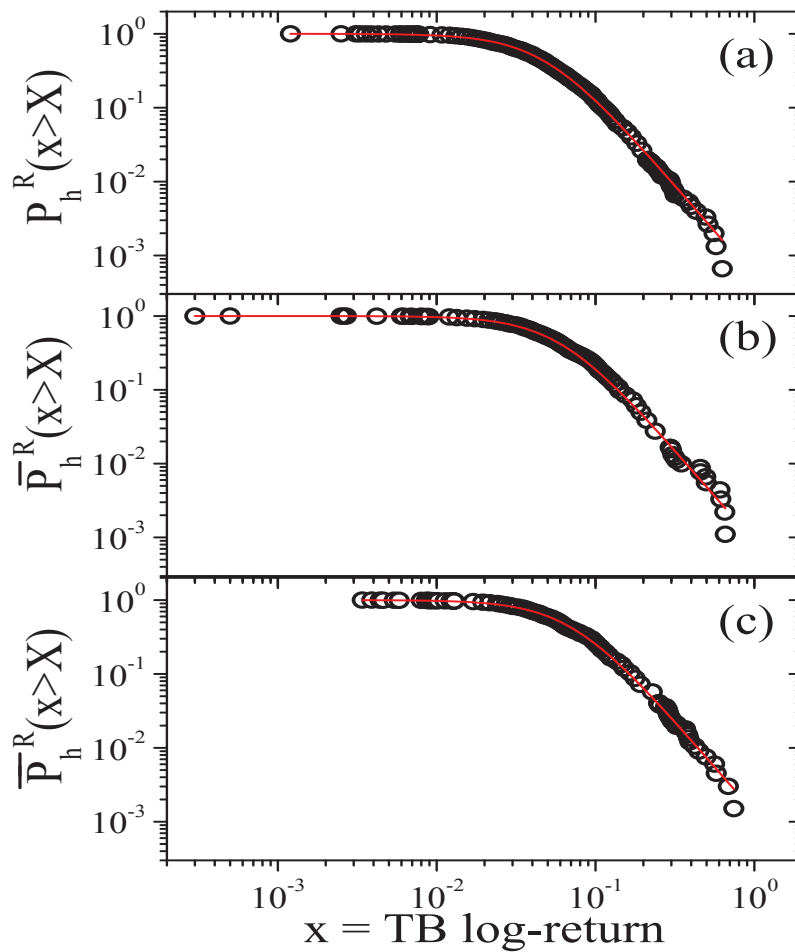


Figura 4.4 Distribuição integrada $P_h(x > X)$ para os tempos de retorno obtidos na série $\ln(\text{DJIA})$ para três valores distintos de $h = 3$ (a), 5 (b), e 7 (c). Círculos indicam os resultados dos pontos obtidos. A linha vermelha corresponde à função q -gaussiana $F(x) = \exp_q(-\beta x^2)$. Obtemos o valor de $q = 1.8$ para todos os valores de h . São obtidos os valores $\beta = 540, 350$, e 250 para, $h = 3, 5$, e 7 respectivamente.

aprender da história passada dos máximos e mínimos e tomar decisões para proteger e incrementar os lucros dos investimentos. Para abordar esta questão, tomamos dois procedimentos diversos: no primeiro avaliamos a função de correlação das flutuações sobre o valor médio \bar{x} :

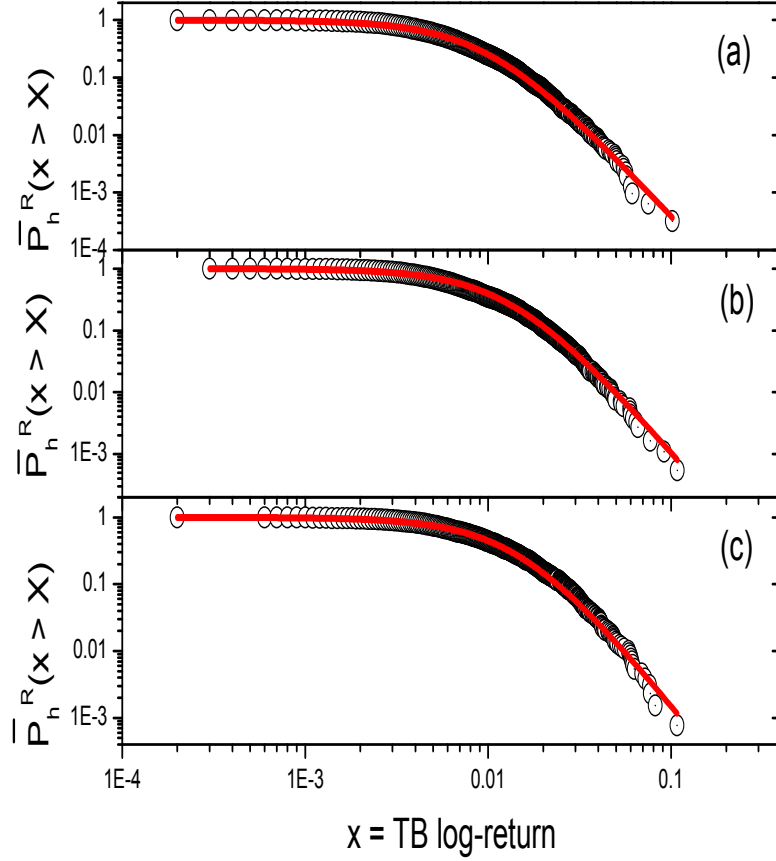


Figura 4.5 Distribuição integrada $P_h(x > X)$ para os tempos de retorno obtidos na série $\ln(\text{NEI})$ para três valores distintos de $h = 3$ (a), 5 (b), e 7 (c). Círculos indicam os resultados dos pontos obtidos. A linha vermelha corresponde à função q -gaussiana $F(x) = \exp_q(-\beta x^2)$. Obtemos o valor de $q = 1.5$ para todos os valores de h . São obtidos os valores $\beta = 5000, 3000$, e 2500 para, $h = 3, 5$, e 7 respectivamente.

$$C(\tau) = \frac{1}{T} \frac{1}{A} \sum_{e=1}^T (x(e) - \bar{x})(x(e + \tau) - \bar{x}), \quad (4.9)$$

onde $A = \sum_{e=1}^T (x(e) - \bar{x})^2$. Note-se que usamos o argumento e (para eventos) para enfatizar o fato de que os eventos ocorrem em diferentes intervalos de tempo, e o tempo não parece ser, em um primeiro momento, a variável adequada para medir a dependência

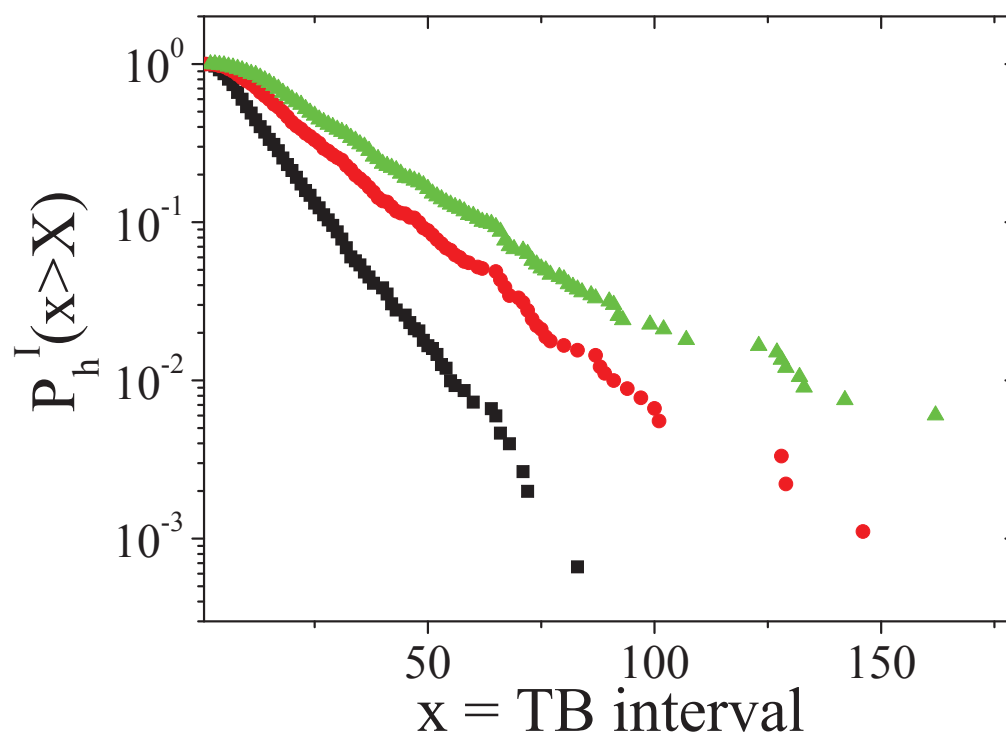


Figura 4.6 Distribuição integrada $P_h^I(x > X)$ para os tempos de espera obtidos na série $\ln(\text{DJIA})$ para três valores distintos de $h = 3$ (quadrados), 5 (círculos), e 7 (triângulos). Ao contrário dos dados da Figura 4.4, os dados não podem ser bem ajustados por uma função q -gaussiana. O gráfico log-linear indica que a cauda segue um decaimento exponencial.

das correlações.

As Figuras 4.8, 4.9 mostram o comportamento da função de correlação para as séries de tempos de espera e tempos de log-retorno, $C^I(\tau)$ e $C^R(\tau)$ de $\ln(\text{DJIA})$ e $\ln(\text{NEI})$ respectivamente. Como observado nos resultados da seção anterior, o comportamento é bastante robusto com respeito aos vários valores de h . Os resultados indicam uma ausência completa de correlação para os tempos de espera, e uma correlação perceptível para os tempos de retornos que dura aproximadamente uns 150 eventos para o $\ln(\text{DJIA})$ e 200 eventos para o $\ln(\text{NEI})$. É interessante observar um pequeno pico perto do valor 130, recuperando-se de um mínimo observado no evento 80. A presença (ausência) de correlações são congruentes com os distintos comportamento observado da distribuição

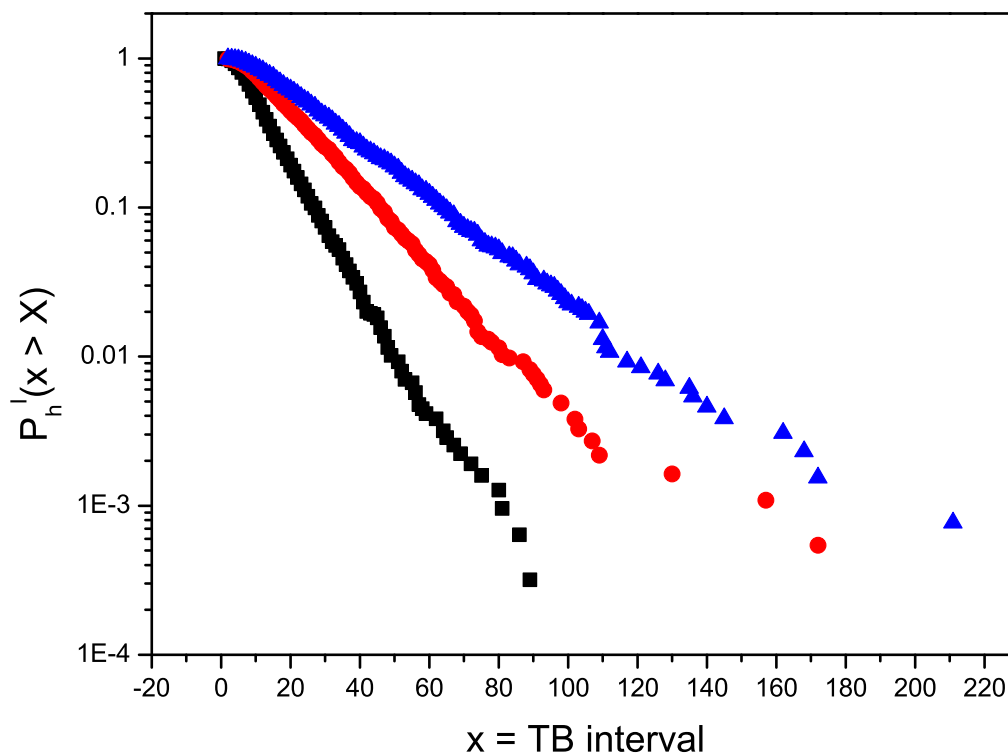


Figura 4.7 Distribuição integrada $P_h^I(x > X)$ para os tempos de espera obtidos na série $\ln(\text{NEI})$ para três valores distintos de $h = 3$ (quadrados), 5 (círculos), e 7 (triângulos). Ao contrário dos dados da Figura 4.4, os dados não podem ser bem ajustados por uma função q -gaussiana. O gráfico log-linear indica que a cauda segue um decaimento exponencial.

de eventos mostrada na seção anterior.

No segundo procedimento, investigamos a distribuição dos intervalos de tempo entre os tempos de retorno de magnitude maior que um limiar pré-estabelecido M_g . Análises anteriores de SP's [123, 100], onde a definição de tais eventos é diferente dos adotados aqui, revelam que a distribuição dos tempos de retorno decai mais lentamente do que a exponencial. Calculamos tais distribuições como função dos intervalos de tempo (TI) assim como em função do número de eventos (NE) entre eventos máximos e mínimos maiores do que M_g . Se definimos $M_g = 0$, a distribuição $\bar{P}_h^{TI}(x > X)$ se torna idêntica

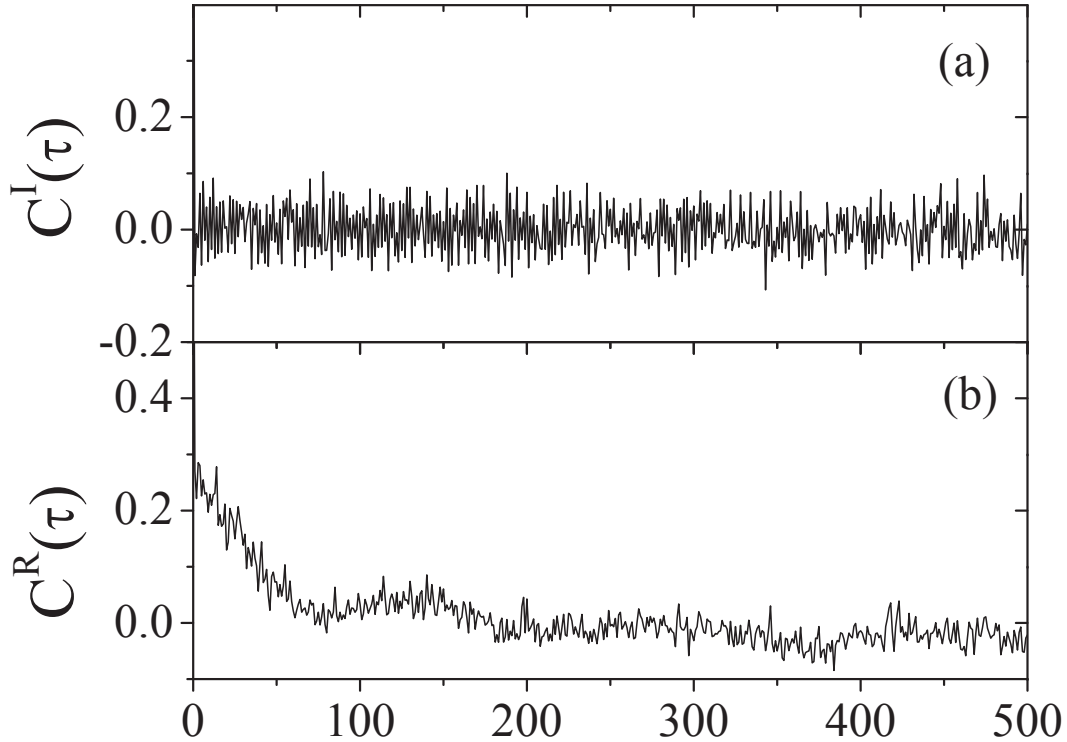


Figura 4.8 Dependência temporal da função $C^I(\tau)$ para os tempos de espera (a) e $C^R(\tau)$ para os tempos de retorno (b) na série $\ln(\text{DJIA})$. Resultados indicam a presença apenas de ruído (para $C^I(\tau)$) e comportamentos correlacionados (para $C^R(\tau)$) de acordo com os resultados encontrados nas Figuras 4.4 e 4.6.

a $\bar{P}_h^I(x > X)$, a qual foi mencionada na seção anterior. Quando aumentamos o valor de M_g , se espera que as distribuições sejam cada vez mais distintas em relação a $p_h^I(x)$.

Nas Figs. 4.10 e 4.11 mostramos o comportamento das distribuições integradas correspondentes $\bar{P}_h^{TI}(x > X)$ e $\bar{P}_h^{NE}(x > X)$ para o $\ln(\text{DJIA})$ e o $\ln(\text{NEI})$. Mantendo $h = 3$ para as duas séries em análise, os resultados obtidos indicam que quando M_g aumenta, a distribuição $\bar{P}_h^{TI}(x > X)$, evolui a partir da distribuição $\bar{P}_h^I(x > X)$ ($M_g = 0$) de uma forma progressiva.

Quando M_g é restringida ao intervalo $[0.02, 0.10]$, os pontos obtidos podem ser ajustados pela função $A \exp_q^{-\beta x^\gamma}$, o que leva a um comportamento estável quando z é pequena e uma cauda $\sim x^{\gamma/(1-q)}$. Este é um comportamento qualitativamente semelhante ao obtido

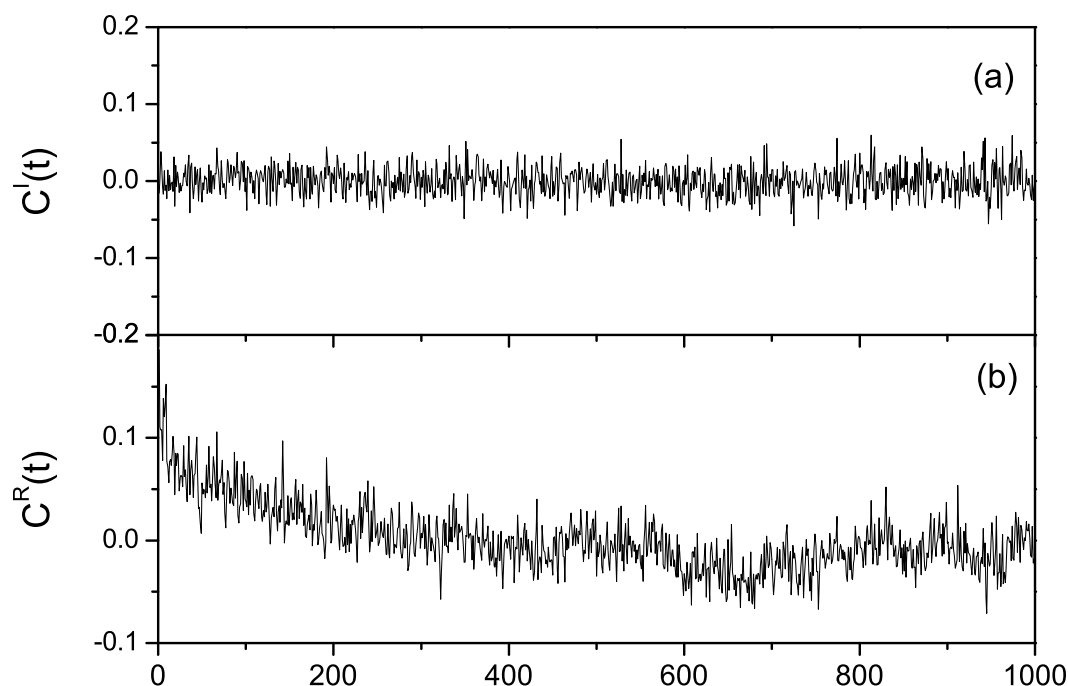


Figura 4.9 Dependência temporal da função $C^I(\tau)$ para os tempos de espera (a) e $C^R(\tau)$ para os tempos de retorno (b) na série $\ln(\text{NEI})$. Resultados indicam a presença apenas de ruído (para $C^I(\tau)$) e comportamentos correlacionados (para $C^R(\tau)$) de acordo com os resultados encontrados nas Figuras 4.4 e 4.6.

nos dados da seção anterior. Os valores ajustados para q e β mudam respectivamente numa forma monotônica, de 1.2 e 0.015 a 1.8 e 0.002 para o $\ln(\text{DJIA})$ e 1.0 e 0.065 a 1.2 e 0.005 para o $\ln(\text{NEI})$ quando M_g , vai do limite mínimo ao máximo dos intervalos mencionados. Por outro lado, o valor de $\gamma \simeq 1.52$ está sujeito a pequenas flutuações no mesmo intervalo de valores de M_g .

Quanto a distribuição $\bar{P}_h^{NE}(x > X)$, podemos ver que ela consiste em um ponto único quando $M_g = 0$, já que todos os máximos e mínimos estão separados por um evento só. Quando M_g é aumentada, a distribuição começa a ser construída. No entanto, a distribuição NE começa a expandir-se apreciavelmente para valores maiores apenas quando M_g está perto de 0.10. Neste limite, a distribuição não parece seguir um decaimento

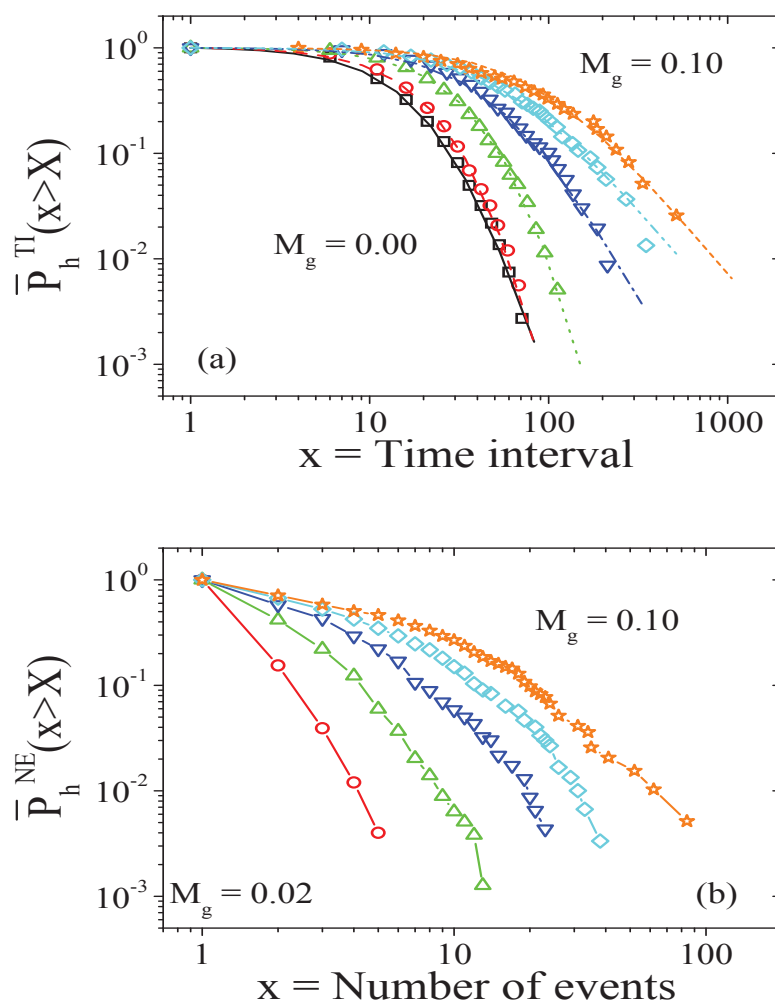


Figura 4.10 Distribuição integrada $\bar{P}_h^{TI}(x > X)$ e $\bar{P}_h^{NE}(x > X)$ para os tempos de retorno dos extremos $\ln(\text{DJIA})$ em função do intervalo de tempo real (a) e o número de eventos (b). Em (a), as curvas tem uma tendência de comportamento inicialmente plano seguido por caudas mais largas que podem ser descritas por funções do tipo $A \exp^{-\beta x^\gamma}$. Em (b), curvas com decaimento muito rápido e não podem ser descritas com precisão por funções q -exponenciais nem por funções exponenciais clássicas.

exponencial para o $\ln(\text{DJIA})$, mas para a série $\ln(\text{NEI})$ ela se tem um decaimento exponencial. O fato que a dependência precisa não possa ser estabelecida em termos de q -exponenciais para o $\ln(\text{DJIA})$ se deve à não existência do número de eventos mínimos necessários para poder construir tal distribuição o que não ocorre no caso da série do $\ln(\text{NEI})$.

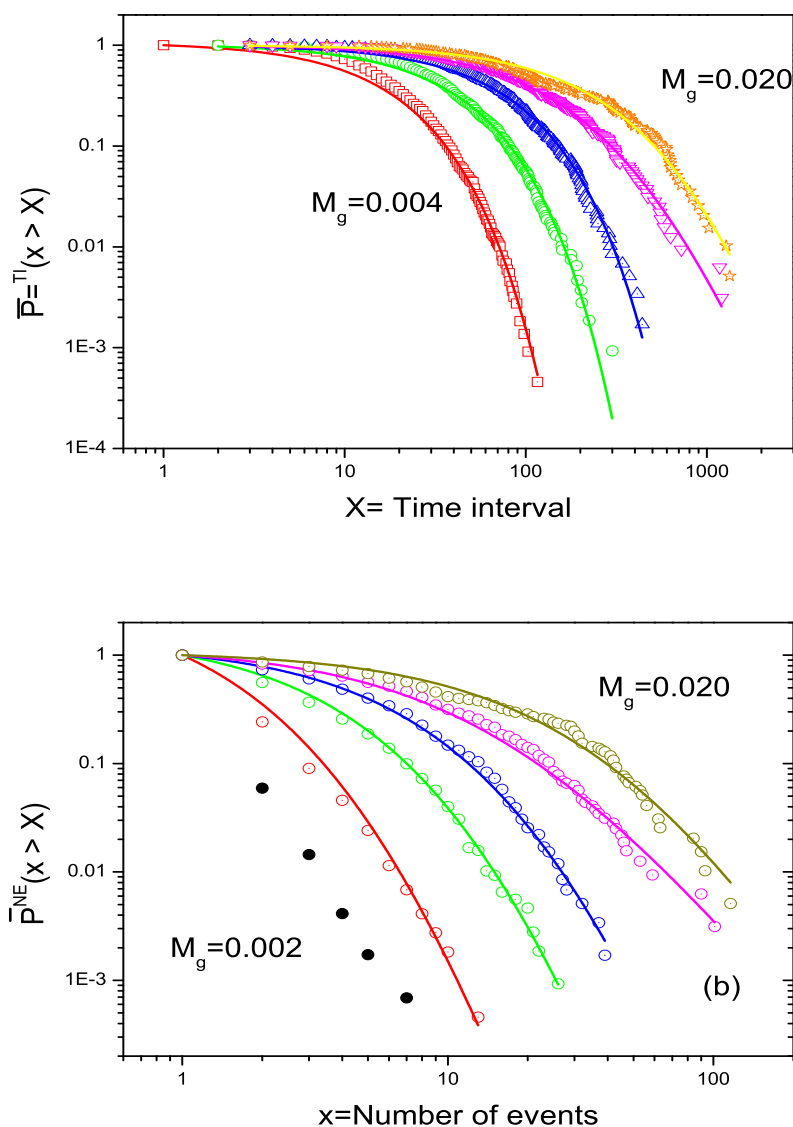


Figura 4.11 Distribuição integrada $\bar{P}_h^{TI}(x > X)$ e $\bar{P}_h^{NE}(x > X)$ para os tempos de retorno dos extremos $\ln(\text{NEI})$ em função do intervalo de tempo real (a) e o número de eventos (b). Em (a), as curvas que podem ser descritas por funções do tipo $A \exp_q^{-\beta x^\gamma}$. Em (b), Inicialmente se curvas tem um decaimento do tipo lei de potencia e vá convergendo a funções que podem ser descritas com precisão por funções q -exponenciais.

Finalmente podemos ver que, quando o valor de M_g aumenta, o número de máximos e mínimos maiores do que M_g diminui. Portanto, o número de pontos nas distribuições mostradas nas Figs. 4.10 e 4.11 diminui monotonicamente de 1511 ($M_g = 0$) a 194

($M_g = 0.10$) no caso do $\ln(\text{DJIA})$ e de 3012 ($M_g = 0$) a 965 ($M_g = 0.10$) para o $\ln(\text{NEI})$. Por este motivo, não aumentamos o valor de M_g após este limite.

4.5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho fizemos uma caracterização completa da ocorrência de *switching points* identificando estes como máximos e mínimos numa curva alisada dos dados originais. Baseamos as análises na regressão do tipo núcleo introduzida por Lo *et al.* [77], nós focamos no comportamento dos tempos de retorno e tempos de espera. O método foi usado para examinar as série do DJIA ao longo de 8 décadas e a série do NEI, mostrando que as duas métricas se comportam de forma diferente. Se encontraram diversos comportamentos quando consideramos unicamente a distribuição de magnitudes dos eventos, assim como, também mantendo intacta a estrutura de tempo das séries, e testamos correlação e tempo de retorno. Os nossos resultados também provaram ser robustos com respeito da largura do *kernel* de alisamento.

Ajustamos a distribuição dos eventos com a ajuda de funções q -gaussianas. Usando ajustes de mínimos quadrados para os valores de q nos levam a um valor constante de $q=1.8$, independentemente da largura de h , mas com mudanças no valores do parâmetro “temperatura” inversa β . O mesmo tipo de funções foi usado para ajustar a distribuição de tempos de retorno. Neste caso, notamos um incremento do valor $q = 1$ a $q = 2$, indicando que a estatística de tempos de retorno muda quando o valor do limiar é aumentado.

Gostaríamos de comentar que numa análise anterior das propriedades dos SP’s, onde o conjunto de pontos são identificados observando o comportamento da volatilidade, indicaram que a distribuição dos eventos pode ser explicada por funções exponenciais *stretched*. As diferentes propriedades encontradas no presente trabalho sugerem que diversas definições de eventos *switching* levam também a propriedades estatísticas diferentes. Por sua vez, isto indica que se requer uma comparação de diversas definições para poder

entender claramente este tipo de eventos.

CAPÍTULO 5

APLICAÇÃO DOS CONCEITOS DA TEORIA DA CONFIABILIDADE NO ESTUDO DE FLUTUAÇÕES FINANCEIRAS

5.1 INTRODUÇÃO

A teoria da confiabilidade tem por objetivo otimizar a previsão de riscos de falhas em equipamentos ou sistemas de qualquer natureza, de forma que medidas preventivas para evitar falhas possam ser tomadas antecipadamente, evitando maiores prejuízos de natureza humana, econômica, e de infraestrutura.

Os estudos sobre tempos de falha têm como principal intuito analisar o comportamento dos tempos de duração em relação a um determinado evento, chamado evento falha, que se caracteriza pela mudança de estado do objeto em questão. No caso dos estudos que analisam tempos de duração de equipamentos por exemplo, o evento falha pode ser especificado pelo momento em que este equipamento pára de funcionar. Dessa forma, o objetivo é analisar o comportamento dos tempos de duração dos equipamentos para estimar o comportamento da função probabilidade de falha, ou seja, estimar como se comporta no tempo: i) a probabilidade de que tal equipamento venha a parar de funcionar ou ii) a probabilidade de que tal equipamento fique em estado falho. Ainda que, os primeiros trabalhos realizados utilizando a análise de sobrevivência foram com a ideia de prever o tempo de vida de equipamentos em indústrias, esta análise tem sido mais utilizada em estudos médicos para estimar a probabilidade de que um paciente sobreviva

após determinados tratamentos e optar pelo tratamento que melhor aumente a sua chance de sobreviver.¹

Na área econômica é possível encontrar estudos sobre modelos de duração de desemprego ou de greves, por exemplo, e no caso do desemprego o evento denominado evento falha corresponde ao momento em que determinado indivíduo consegue um emprego. Embora pareça contraditório especificar que o momento em que um indivíduo começa a trabalhar seja denominado evento falha, este termo, como descrito acima, representa apenas o momento de mudança de estado do objeto estudado. Neste caso, o indivíduo era o objeto, que estava desempregado e depois conseguiu o emprego, ou seja, mudou de estado. Neste trabalho caracterizamos o conceito de falha em flutuações financeiras ao definir estas como aquelas flutuações que estão acima de um limiar determinado. Ao definir desta forma o evento falha, estamos caracterizando também os eventos extremos SP's (máximos e mínimos) estudados nos capítulos anteriores. Assim, as falhas são eventos cuja probabilidade de ocorrência seja muito pequena, mas cujas consequências são indesejáveis e desastrosas.

Desta forma, o entendimento das flutuações financeiras sob a ótica da teoria da confiabilidade pode ser útil, para determinar: i) os tempos de duração entre falhas (tempos de vida) ou seja, o tempo no qual as flutuações ficam oscilando em um intervalo de flutuação pre-estabelecido e ii) o tempo de duração de um evento falha ficar em estado falho (tempos de reparo) isto é, o tempo de espera que existe depois de ocorrer um SP para voltar ao intervalo de flutuação pre-estabelecido. Esta análise tem como principal aplicação à prevenção de falhas, que neste caso corresponde aos eventos SP's. Ainda que, a ideia de aplicar estes conceitos às flutuações financeiras não seja um abordagem que esteja dentro do escopo clássico da análise de risco, entendemos que o desenvolvimento aqui apresentado pode ser útil para tratar de entender e se prever dos eventos SP's. O

¹O termo análise de sobrevivência é muito utilizado para dados médicos, no entanto, para a mesma técnica estatística é possível encontrar terminologias como modelos de duração e análise de confiabilidade.

entendimento dos tempos de vida e dos tempos de reparo associados a eventos extremos são de muita importância porque ajuda a dimensionar de melhor forma o capital de reserva no caso de análise de risco ou quantificar os tempos de entrada, espera ou saída de posições financeiras abertas no caso de um investidor.

Como dito anteriormente, o objetivo da análise de sobrevivência consiste na análise dos tempos de duração de um equipamento, indivíduo, empresa ou flutuações financeiras no atual estado em que se encontram a fim de caracterizar ou explicar o comportamento destes tempos. Para tanto, os modelos estatísticos envolvidos em análise de sobrevivência são capazes de estimar a probabilidade de que estes elementos continuem em seus determinados estados. O resultado desta estimação consiste na chamada função de sobrevivência que corresponde à função das probabilidades, em tempos diferentes, de um elemento permanecer no atual estado em que se encontra. Sua utilização é de suma importância à medida que os resultados encontrados, correspondente à variável resposta e às variáveis explicativas, são capazes de auxiliar nas tomadas de decisão visando o aumento da probabilidade de sobrevivência.

Para Green e Kiefer [53, 69], este tipo de análise é utilizada em diversos temas tratados na literatura. Os autores fazem alusão à análise de sobrevivência, aplicada em diversas áreas da literatura, como por exemplo, duração do matrimônio, durabilidade de produtos, sobrevivência de empresas, etc. Ao analisar a duração do desemprego dos americanos entre os meses de abril e março de 1988 [69] descreve de forma clara e objetiva os principais conceitos ligados a este tipo de análise: a função de sobrevivência e a função de probabilidade condicional de falha, também conhecida como *hazard function*. A função hazard representa o conceito estatístico central em análise de sobrevivência. Esta função consiste na estimação das probabilidades condicionais de um determinado evento ocorrer em diferentes instantes. Ou seja, a análise de sobrevivência considera na análise de um evento não apenas a probabilidade de ocorrência do evento em si, mas a probabilidade de que o mesmo evento ocorra supondo uma condição anterior.

Também é possível encontrar na área de ciências sociais, estudos sobre a duração da criminalidade, escolaridade, mortalidade, etc. Já para a análise do tempo de vida de equipamentos, o termo análise de confiabilidade denota o estudo da probabilidade de duração dos mesmos nas indústrias. Nestes estudos, os dados são, em geral, denominados dados de tempo de vida. No âmbito empresarial, a análise de duração pode ser empregada tanto em estudos que analisam a duração de clientes em filas de bancos ou o tempo de permanência de clientes em uma empresa de telefonia, como estudos de previsão de insolvência de empresas, bancos ou instituições financeiras. Neste último caso, estima-se a probabilidade de uma empresa, banco ou instituição financeira sobreviver no mercado ou, de forma análoga, seu risco de insolvência. Em suma, apesar das diversas terminologias citadas, todas consistem em analisar, através de dados de tempo, as probabilidades de duração de interesse e as variáveis que possam explicar seu comportamento.

5.2 CONCEITOS PRINCIPAIS

As principais funções utilizadas nesta tese para analisarmos a confiabilidade aplicada às flutuações financeiras são: (i) a função confiabilidade, $R(t)$; (ii) a função de risco, $h(t)$; (iii) os tempos de vida; e (iv) os tempos de reparo. A seguir são apresentadas as descrições destas funções, alguns conceitos e outras funções relevantes para a análise.

A confiabilidade é expressa em função do tempo e pode ser interpretada como a proporção da população que sobrevive além de um tempo especificado. Seguindo os conceitos de Green [53] e Cox e Cox [39], supomos que a variável aleatória T tem uma função de densidade $f(t)$, sendo t uma realização de T . O tempo até a falha T será considerado como distribuído continuamente, com densidade de probabilidade $f(t)$. A função acumulada de falha $F(t)$ será dada por:

$$F(t) = \Pi(T \geq t) = \int_t^{\infty} f(s)ds \quad \forall t > 0 \quad (5.1)$$

Onde introduzimos a notação $\Pi(T > t)$ para a probabilidade acumulada que é útil na obtenção de diversas relações entre grandezas definidas nesta seção. Portanto, $F(t)$ representa a probabilidade acumulada da unidade falhar dentro do intervalo de tempo entre $(0, t)$. A densidade de probabilidade $f(t)$ é definida como:

$$f(t) = \frac{d}{dt}F(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{F(t + \Delta t) - F(t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Pi(t < T \leq t + \Delta t)}{\Delta t} \quad (5.2)$$

Quando Δt for pequeno teremos:

$$\Pi(t < T \leq t + \Delta t) \approx f(t) \times \Delta t \quad (5.3)$$

A função de confiabilidade $R(t)$ é definida como a função acumulada de sucesso no tempo t . Pode-se observar que $R(t)$ corresponde ao complemento da função acumulada de falha $F(t)$, isto é:

$$R(t) = 1 - F(t) = 1 - \Pi(T > t) \quad \forall t > 0 \quad (5.4)$$

Como estamos interessados nos tempos entre um evento SP e um evento normal, dado que este período de tempo tenha chegado até t , qual é probabilidade de que este período venha a finalizar em um intervalo de tempo curto, por exemplo Δt ?. Isto é, qual é a probabilidade de uma unidade falhar no intervalo de tempo $(t, t + \Delta t)$, dado que a unidade está operante no tempo t . Isto é dado pela probabilidade condicional

$$\Pi(t < T \leq t + \Delta | T > t) = \frac{\Pi(t < T \leq t + \Delta t)}{\Pi(T > t)} = \frac{F(t + \Delta t) - F(t)}{R(t)} \quad (5.5)$$

Outro conceito importante para a análise proposta e a definição da função de probabilidade condicional de falha, chamada também função de risco ou função hazard $h(t)$, que pode também ser apresentada como variável resposta de modelos elaborados com base na análise de sobrevivência. Se dividimos a Eq. (5.5) pelo comprimento do intervalo de

tempo Δt e considerando $\Delta t \approx 0$, obtemos a função de risco da unidade [39].

$$h(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Pi(t < T \leq t + \Delta t \mid T > t)}{\Delta t} = \frac{F(t + \Delta t) - F(t)}{\Delta t} \times \frac{1}{R(t)} = \frac{f(t)}{R(t)} \quad (5.6)$$

Esta função apresentada pela Eq. (5.6) representa uma probabilidade condicional que consiste não apenas na probabilidade de determinado evento ocorrer, mas na probabilidade de sua ocorrência dado que o mesmo evento não ocorreu até o instante t . Quando Δt é pequeno, pode-se usar a aproximação:

$$\Pi(t < T \leq t + \Delta t \mid T > t) \approx h(t) \times \Delta t \quad (5.7)$$

A taxa de falha nos informa a velocidade com que se vão completando os períodos de tempo após chegar a uma duração t , tendo em consideração que já tem durado até t . Desta forma, a taxa de falha é a resposta à pergunta feita anteriormente [53, 39].

A função de risco também pode ser descrita como a razão entre a função densidade de probabilidade e a própria função de sobrevivência além de ser o resultado da derivação do logaritmo neperiano da função de sobrevivência. Dessa forma, esta importante relação entre a função de sobrevivência e a função de risco é apresentada a seguir:

$$f(t) = \frac{d}{dt}F(t) = \frac{d}{dt}(1 - R(t)) = -\frac{dR(t)}{dt} \quad (5.8)$$

então

$$h(t) = \frac{-R'(t)}{R(t)} = -\frac{d}{dt} \ln R(t) \quad (5.9)$$

Como $R(0) = 1$ temos

$$\int_0^t h(t)dt = -\ln R(t) \quad (5.10)$$

e

$$R(t) = \exp^{-\int_0^t h(u)du} \quad (5.11)$$

A função de confiabilidade $R(t)$ e a função acumulada de falhas $F(t)$ podem ser determinadas pela função de risco $h(t)$ [53, 39]. Através das Equações (5.5) e (5.11), pode-se observar que a probabilidade de falhas pode ser expressa, alternativamente por

$$f(t) = h(t) \exp^{-\int_0^t h(u)du} \quad \forall t > 0 \quad (5.12)$$

5.3 METODOLOGIA

Através da Eq. 5.11, fica claro que a função de confiabilidade $R(t)$ pode ser determinada através da taxa de falha $h(t)$. Para determinar a forma de $h(t)$ analisando as flutuações financeiras, segue-se um procedimento genérico que é baseado em uma série de considerações. Em primeiro lugar convém notar que, uma vez que as falhas ocorrem de uma maneira particular para cada objeto de estudo, a própria forma de $h(t)$ também poderia variar para algumas classes de sistemas analisados. No entanto, se observa que existe um comportamento típico para a taxa de falha que é observado na grande maioria dos fenômenos. Existe uma curva de taxa de falha que é aplicável a uma grande variedade de fenômenos. Com isto, nosso objetivo é tentar de encontrar esta curva para as flutuações em estudo.

Inicialmente, divide-se o intervalo $(0, t)$ em pequenos intervalos com comprimento igual a Δt . Em $t = 0$, coloca-se em operação n unidades idênticas. Quando uma unidade falhar, registra-se o tempo até a falha, retirando-se a unidade do teste. Para cada intervalo

de tempo i , anota-se (i) o número de unidades que falharam no i ésimo intervalo; (ii) o tempo de vida de cada unidade $(T_{1i}, T_{2i}, \dots, T_{ni})$ no intervalo i , onde T_{ji} representa o tempo de funcionamento da unidade j no intervalo i . T_{ji} é igual a 0 se a unidade j falhar antes do intervalo i , onde $j = 1, 2, \dots, n$. Deste modo, somando-se as unidades que T_{ji} é diferente de zero em cada intervalo i , é obtido o número total de unidades funcionando neste período de tempo.

Desta forma, podemos obter a função taxa de falha no intervalo i dividindo o número de unidades que falharam pelo número total de unidades em funcionamento intervalo após o intervalo.

$$h(i) = \frac{n(i)}{\sum_{j=1}^n T_{ij}} \quad (5.13)$$

Como a função de $R(t)$ tem descontinuidades em função de intervalos de não ocorrência de falhas, já que estamos trabalhando nas caudas da distribuição, se faz uma interpolação linear na função de falha acumulada para os intervalos onde não tem SP's, desta forma os eventos tem mais continuidade melhorando as distribuições, o procedimento pode ser visto nos detalhes das Figs 5.12 e 5.13.

Como as funções $f(t)$ e $F(t)$, a função de risco pode assumir diversos formatos, conforme os valores assumidos pela variável aleatória T . Quando o número de unidades em teste (n) for muito grande, devem ser utilizados pequenos intervalos de tempo no procedimento descrito acima. Se considerarmos $\Delta t \rightarrow 0$, a função $h(t)$ poderá ser aproximada por uma curva, esta curva é conhecida como “Curva da Banheira”, devido ao seu formato. Três fases distintas podem ser distinguidas na curva da banheira, caracterizando as etapas da vida do fenômeno em análise, relativamente à sua probabilidade de ocorrência de falhas. A função de risco é geralmente alta no início da vida operacional das unidades, devido a ocorrências de falhas não identificadas no controle de qualidade do produto: tais falhas caracterizam o período denominado de mortalidade infantil. Estas falhas somente

virão a ser identificadas quando o sistema entrar em funcionamento. Após este período, a função de risco tende a estabilizar-se em um nível abaixo do inicial, caracterizando o período de vida útil; este é o período de maior duração na maioria dos produtos com vida operacional caracterizada pela curva da banheira. A função de risco volta a crescer após o fim da vida útil do produto, constituindo o período denominado de velhice (ou desgaste).

Como iremos mostrar na próxima seção, os resultados obtidos para flutuações nos preços de ativos também seguem este padrão da curva da banheira. Assim, seria interessante buscar uma interpretação econômica para estas fases de comportamento na curva da banheira, criando um modelo de comportamento coletivo baseado nas ações individuais dos agentes em um mercado real. O mercado financeiro se caracteriza por ser um sistema onde não existe equilíbrio permanente nas flutuações. Existem outros fenômenos naturais e sociais que não tendem ao equilíbrio nem a comportamentos periódicos, mas que oscilam constantemente em diferentes escalas de magnitude. Sua estrutura encontra-se em estado crítico que se auto-organiza de forma espontânea [15], muitas vezes em torno de um estado crítico. Dentro da perspectiva do conceito de criticalidade auto-organizada, mercados financeiros possuem uma forte analogia com a ocorrência de terremotos [15, 6, 7, 28, 27, 92]. Usando esta analogia, podemos lembrar que um terremoto de grande magnitude pode ser precedido por certos movimentos tectônicos menores conhecidos como precursoros e que, após cada grande terremoto, ocorrem movimentos de menor intensidade conhecidos como réplicas. Uma vez posto isto, então podemos tentar transferir estes conceitos da sismica aos mercados financeiros.

As bolhas podem formar-se por um processo de auto-reforçamento nas opiniões dos agentes. Se os investidores tem previsto que os preços vão subir, isto provoca mais compras e, por tanto, mais aumento nos preços dos ativos financeiros. Este clima tende a deteriorar-se quando notícias exógenas aos mercados ou apreciações dos próprios agentes provocam cautela ou decisões na direção contrária. Neste cenário os SP's se produzem

quando os agentes em grupo começam a vender, derrubando os preços. Em geral, se observa que o comportamento dos valores dos índices antes da ocorrência de um crash, se comportam de forma similar ao índice de Benioff antes de um sismo. Este comportamento, conhecido oscilações log-periódicas, estão presentes em diversos sistemas complexos [110, 6]. Nos trabalhos de [112, 47, 64, 75] podem ser encontradas explicações do comportamento dos índices financeiros antes dos crashes. Quando transposto para a estatística de tempos de espera, a presença de flutuações muito distantes do último grande evento se traduz no comportamento típico do setor chamado de velhice na curva da banheira. Aí, no final da vida útil do produto, se sabe que as falhas aumentaram por uso ou desgaste. Se este raciocínio é levado às flutuações, pode significar que, ao passar o sistema um tempo em estado não falho, isto é, os log-retornos estando dentro do intervalo de não falha e sabendo que o mercado financeiro é intrinsecamente crítico, quanto mais tempo passa sem ter SP's mais propenso fica a que os SP's aconteçam.

Por outro lado, na parte da curva da banheira chamada de morte infantil, pode-se fazer a mesma analogia, mas agora com as réplicas que acontecem após um terremoto. Esta idéia também tem pontos em comum com o comportamento dos mercados no período pós-crash. No trabalho de [75] se sugere que os índices nos mercados após um crash se comportam de forma similar às réplicas após grandes sismos. No caso dos terremotos, o fenômeno foi estudado por [93], que nos diz que após da enorme dissipação de energia que acompanha a um grande sismo, se produzem ainda uma série de ajustes menores tanto em intensidade como em tempo de duração. Nos mercados financeiros ocorre algo similar. A volatilidade dos mesmos, provocada pelo pânico dos investidores após uma grande queda de preços se dissipa rapidamente. Se calcularmos a sucessão de log-retornos após uma queda de preços e denotamos por $N(k)$ a quantidade de vezes que as diferenças compreendidas entre a primeira e o número k sobre passa um certo limiar (por exemplo, um desvio padrão) então a quantidade $N(k)$ se comporta como: $N(k)AK^{1-p}$. Desta forma, o comportamento das flutuações na parte da morte infantil pode ser entendida sob

a perspectiva dos eventos (réplicas pós-sismo) descritos pela conhecida lei de Omori [93, 75]. Embora esta analogia pareça plausível, é necessário que este modelo aqui discutido seja comprovado pelos resultados da análise dos dados reais.

5.3.1 Dados

Os dados utilizados correspondem aos índices intradiários registrados em intervalos de 1 segundo do DJIA e do IEP² para o período compreendido entre os meses de janeiro e agosto de 2011, contemplando aproximadamente 1.400.000 observações para o DJIA e 800.000 observações para o IEP. Na Fig. 5.1 pode-se observar uma amostra a 1 minuto das séries analisadas.

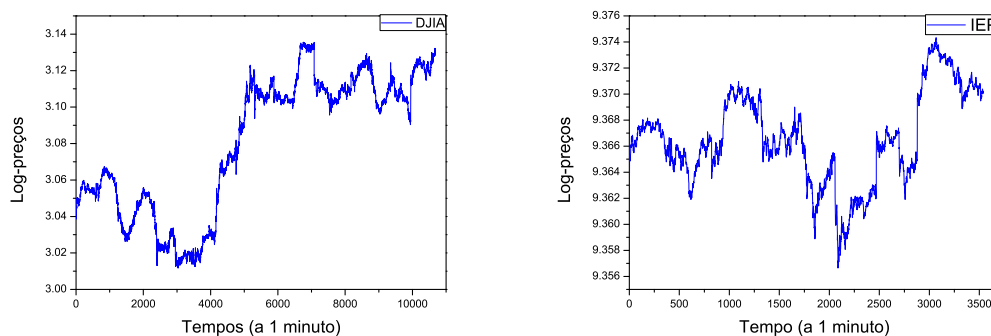


Figura 5.1 Evolução temporal a 1 minuto do log-preço das séries intradiárias dos índices DJIA e IEP - (janeiro - agosto de 2011).

Para poder calcular os tempos de espera entre falhas, primeiro caracterizamos os SP's como eventos falha. Para isto, os índices dos Log-preços foram transformados em Log-retornos, onde $P(t)$ é o preço das ações ou outro ativo financeiro no tempo t . Ao aplicar o valor absoluto sobre os log-retornos obtemos a volatilidade V , a qual caracteriza a magnitude das flutuações.

²Índice de Energia e Petróleo da bolsa de Madri composto pelas seguintes empresas: Repsol YPF, Iberdrola, Enagas, Endesa, Gás Natural, Electricidade e Gás.

$$r(t) = \log P(t+1) - \log P(t) \quad (5.14)$$

$$V(t) = |r(t)| \quad (5.15)$$

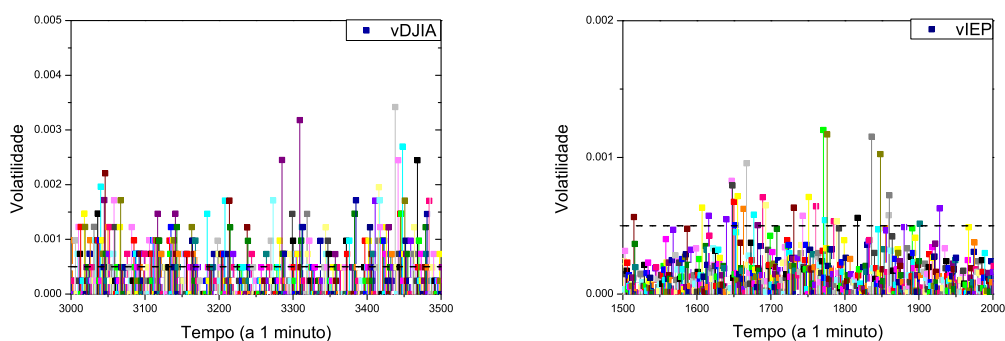


Figura 5.2 Volatilidade a 1 minuto das séries intradiárias dos índices DJIA e IEP - (janeiro - agosto de 2011). A linha tracejada de cor preta indica o limiar pré-determinado para a definição dos SP's.

Na Fig. (5.2) podemos observar os a volatilidade da série DJIA a 1 minuto. Usando a Eq. (5.15) podemos ordenar as magnitudes das flutuações de menor a maior e considerar como falhas os eventos maiores do que um percentil pré-estabelecido. Desta forma, caracterizamos como falhas aquelas flutuações que são maiores que um retorno pré-definido. Da mesma forma, ao usar a Eq. (5.14) podemos obter eventos falha associados a grandes subidas de preços, para isto, ordenamos de menor a maior as flutuações positivas e definimos um determinado limiar que ao ser ultrapassado caracterizam os eventos falhas. Finalmente, é possível obter os eventos falha para as flutuações associadas a grandes quedas de preços. Neste caso usamos a Eq. (5.14) e ordenamos de menor a maior as flutuações negativas e definimos o limiar que ao ser ultrapassado se converteram em nossos eventos falhas como pode ser observado na Fig. 5.3. Faz-se necessário lembrar que não estamos interessados propriamente nos eventos falha, mas sim nos tempos de vida e os tempos de reparo definidos na seção anterior.

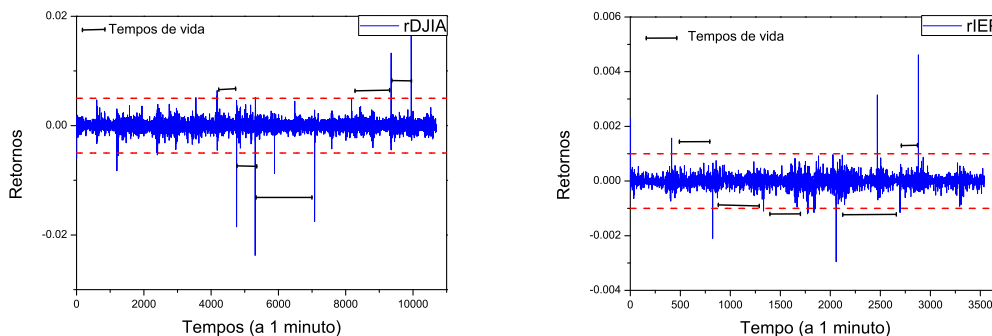


Figura 5.3 Retornos a 1 minuto das séries intradiárias dos índices DJIA e IEP - (janeiro - agosto de 2011). A linha tracejada de cor vermelha indica o limiar pré-determinado para a definição dos SP's.

Os eventos de análise estão atrelados aos tempos de vida entre dois eventos falhos a aos tempos entre um evento falho e o próximo evento não falho (tempos de reparo). Desta forma, consideramos as distribuições para ambos eventos. Para se obter as distribuições do tempo de vida e do tempo de reparo, é necessário definir os momentos que marcam a entrada (t^E) e a saída (t^S) de uma falha. Como identificamos uma falha com um SP, e este está relacionado com a mudança brusca e inesperada do comportamento da série, definimos o tempo t_n^E de entrada na n -ésima falha pela condição $y_h(t_n^E) > \hat{y}_h$ e $y_h(t) < \hat{y}_h$, para $t_{n-1}^S < t < t_n^E$. Nesta última desigualdade, t_{n-1}^S indica o instante de saída da $n - 1$ -ésima falha. De modo similar, definimos o tempo t_n^S de saída da n -ésima falha pela condição $y_h(t_n^S) < \hat{y}_h$ e $y_h(t) < \hat{y}_h$, para $t_{n-1}^E < t < t_n^S$. Nestas expressões, \hat{y}_h indica o limiar crítico que é estabelecido para a definição do evento crítico. Do ponto de vista metodológico, esta escolha é similar ao limiar estabelecido para a definição dos SP's no capítulo anterior.

1. A distribuição do tempo de vida, $p_h^I(x)$, é então obtida ao se determinar os valores das variáveis $x_n = |t_{n+1}^E - t_n^S|$, $n = 2, 3, \dots$. Assumindo que a análise começa em $t = 0$, o valor x_1 é definido por $x_1 = |t_1^E|$.
2. A distribuição dos tempos de reparo, $p_h^R(x)$, é obtida ao se determinar os valores

das variáveis $x_n = |t_n^S - t_n^E|, n = 1, 2, 3, \dots$

Estas definições podem ser visualizadas nas Figs. 5.3 e 5.4

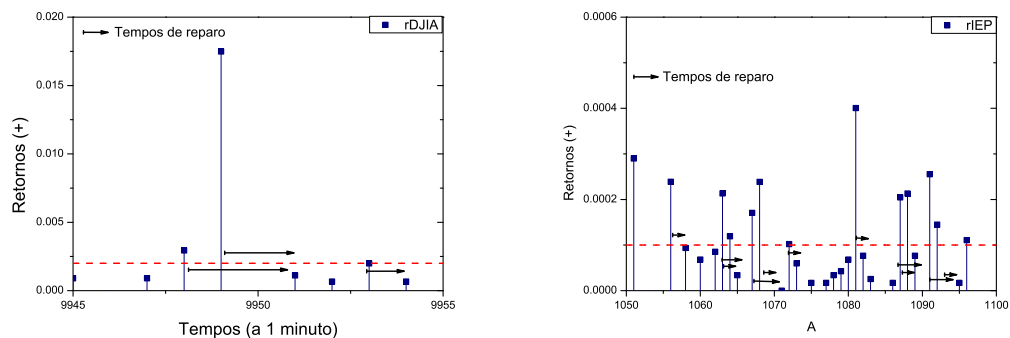


Figura 5.4 Tempos de reparo a nas séries intradiárias dos índices DJIA e IEP. A linha tracejada de cor vermelha indica o limiar pré-determinado para a definição dos SP's.

5.3.2 Ajuste de dados

Em muitos sistemas os resultados obtidos para a função de risco têm um comportamento peculiar que é conhecido como a curva da banheira. O comprimento de cada região pode variar conforme o sistema analisado. Ainda que, os dados para uma curva da banheira não são facilmente ajustados com a distribuição Weibull (5.16), neste trabalho usamos a generalização da distribuição q -Weibull [96, 38, 121] em função da capacidade desta em captar tanto o formato de descida como o de subida da curva mencionada como pode ser observado na Fig. 5.5. A função densidade de probabilidade Weibull é definida pela expressão

$$f(t) = \frac{\beta}{\alpha - t_0} \left(\frac{t - t_0}{\alpha - t_0} \right)^{\beta-1} \exp \left[- \left(\frac{t - t_0}{\alpha - t_0} \right)^{\beta} \right] \quad (5.16)$$

com $\beta > 0$ e $\alpha > t_0 > 0$, e $\int_0^{\infty} f(x)dx = 1$. Que pode ser visto como uma generalização da distribuição exponencial, se o parâmetro β é 1.

A distribuição q -Weibull foi introduzida e aplicada por [96]. O parâmetro q chamado de índice de entropia foi introduzido por [119] com o intuito de generalizar a entropia (Boltzmann-Gibbs) com este índice. A entropia de Tsallis pode ser usada para derivar generalizações das distribuições comumente usadas, tais como a exponencial ou a gaussiana. Se define a função q -exponencial, como

$$\exp_q(x) = \begin{cases} (1 + (1 - q)x)^{\frac{1}{1-q}}, & \text{if } (1 + (1 - q)x) \geq 0 \\ 0, & \text{caso contrário,} \end{cases} \quad (5.17)$$

com $x, q \in \mathbb{R}$.

Restringindo-nos ao quadrante positivo, $t \geq 0$, a função de densidade q -Weibull pode ser descrita como

$$f_q(t) = (2 - q) \frac{\beta}{\alpha} \left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta-1} \exp_q \left[- \left(\frac{t}{\alpha}\right)^\beta \right]. \quad (5.18)$$

O fator $(2 - q)$ e a restrição $q < 2$ são necessárias para normalizar $f_q(t)$. No limite de $q \rightarrow 1$ a distribuição Weibull usual é reconstruída, e coerente com a Eq. (5.16) onde passa a ser designada por $f_1(t)$ [96]. O primeiro trabalho sobre confiabilidade onde a distribuição q -Weibull foi usada é em [38], onde foi aplicada para descrever os tempos de falha em dispositivos eletrônicos. O modelo q -Weibull é obtido através do modelo Weibull clássico Eq. (5.16) pela substituição da função exponencial por uma q -exponencial [38]. t_0 na Eq. (5.16) é o parâmetro que localiza a condição inicial (*i.e.*, o tempo em que se espera que a primeira falha aconteça).

Se consideramos a probabilidade de sobrevivência até o tempo t , Eq. (5.4), definida como a função acumulada de sucesso no tempo t . A função de sobrevivência acumulada $F_q(t)$ é o complemento da função de confiabilidade

$$F_q(t) = 1 - R_q(t). \quad (5.19)$$

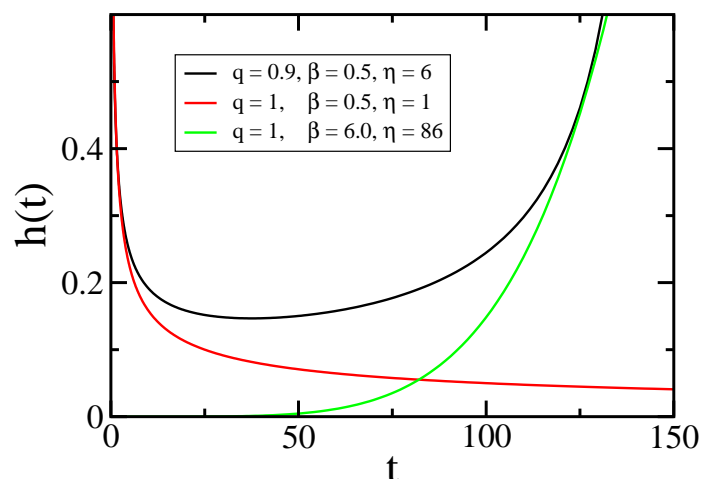


Figura 5.5 Comparação entre a função de distribuição Weibull (curvas em vermelho e verde) e q -Weibull (curva preta).

A taxa de falha instantânea, fica definida por

$$h_q(t) \equiv \frac{f_q(t)}{R_q(t)}, \quad (5.20)$$

e sua versão generalizada, fica definida por

$$\begin{aligned} h_q(t) &= \frac{(2-q)\beta}{\alpha} \left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta-1} \left[1 - (1-q) \left(\frac{t}{\alpha}\right)^\beta \right]^{-1} \\ &= \frac{(2-q)\beta}{\alpha} \left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta-1} \left[\exp_q \left[- \left(\frac{t}{\alpha}\right)^\beta \right] \right]^{q-1}, \end{aligned} \quad (5.21)$$

que é consistente com a versão reduzida da distribuição Weibull para $q \rightarrow 1$:

$$h_1(t) = \frac{\beta}{\alpha} \left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta-1}. \quad (5.22)$$

Nas Figs. 5.6 e 5.7 se mostra o formato do comportamento das curvas da banheira em sistemas reais (eventos climatológicos). No decorrer deste capítulo iremos demonstrar que o formato da curva é similar aos encontrados em mercados financeiros.

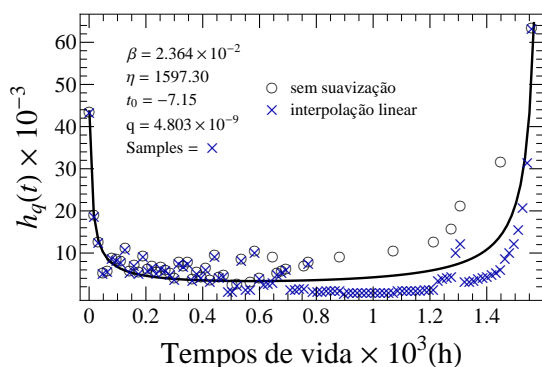


Figura 5.6 Tempos de vida em uma série climatológica

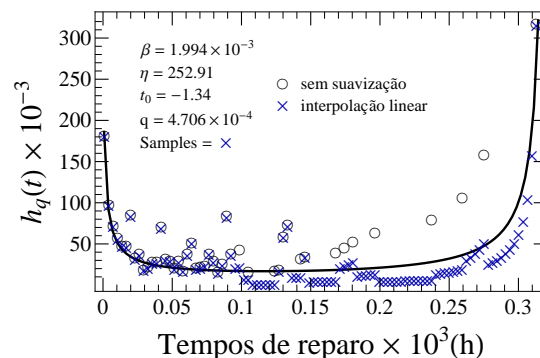


Figura 5.7 Tempos de reparo em uma série climatológica

5.4 RESULTADOS

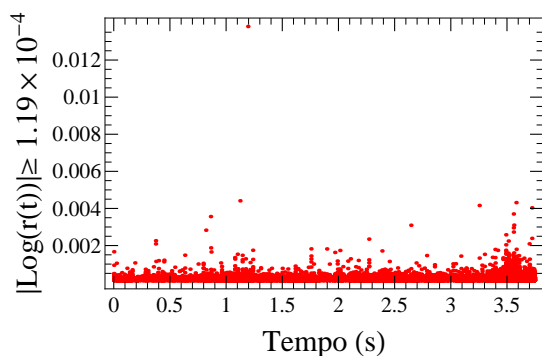


Figura 5.8 Evolução no tempo dos SP's obtidos como extremos maiores do que o percentil 95 na série DJIA

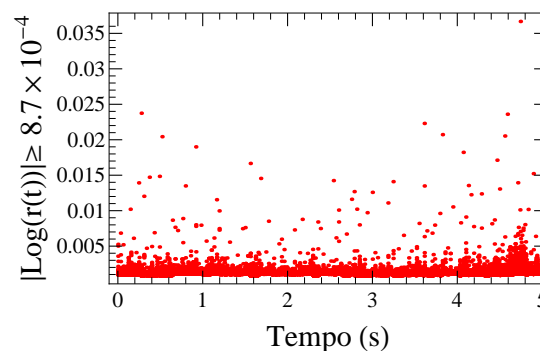


Figura 5.9 Evolução no tempo dos SP's obtidos como extremos maiores do que o percentil 95 na série IEP

O método descrito na seção anterior foi aplicado as séries intradiárias do DJIA e do IEP. Os Sp's foram determinados em função de ser eventos por acima de um limiar determinado (percentil). Para os tempos de vida das série DJIA e IEP o limiar pré-determinado foi o percentil 95 (Figs. 5.8 e 5.9). No caso dos tempos de reparo os limiares foram estabelecidos no percentil 85 para o DJIA e o percentil 90 para a série IEP. O fato de ir mudando o limiar foi para mostrar que a metodologia pode ser aplicada a vários percentis, dependendo da definição de falha adotada pelo analista.

As Figs. 5.8 e 5.9 mostram os SP's detectados para o limiar (percentil 95) nas séries

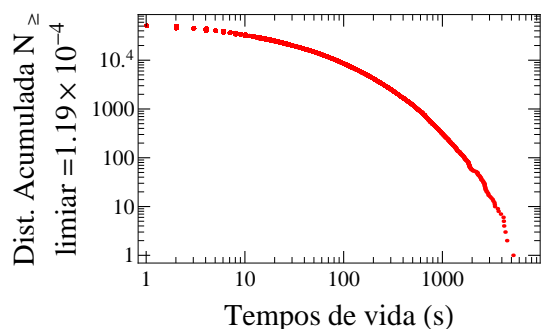


Figura 5.10 Distribuição dos tempos de vida na série DJIA

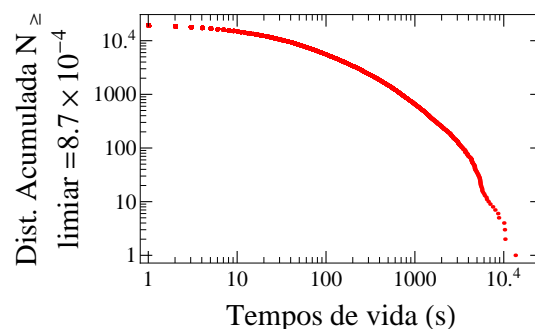


Figura 5.11 Distribuição dos tempos de vida na série IEP

analisadas. Pode ser observado que a variabilidade na magnitude dos SP's é bem diferente para as duas séries em análise. Ainda que não esteja dentro do escopo da análise, ao ver estes SP's podemos ver o impacto que tem os eventos extremos por exemplo, na formação de portfólios ótimos e na estimativa do valor em risco.

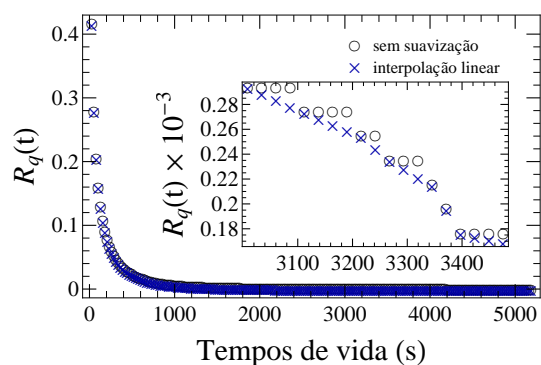


Figura 5.12 Função de confiabilidade para os tempos de vida na série DJIA.

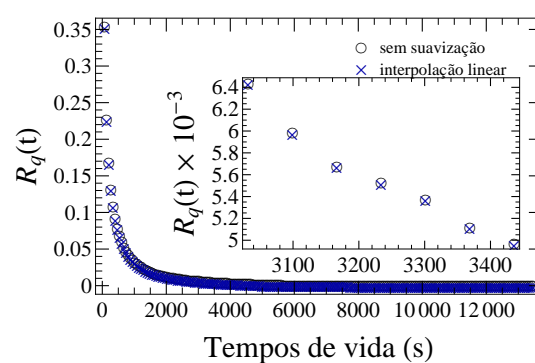


Figura 5.13 Função de confiabilidade para os tempos de vida na série IEP.

5.4.1 Tempos de vida

As Figs. 5.10 e 5.11 mostram as distribuições acumuladas dos SP's detectados. Ainda que a variabilidade na magnitude dos SP's é diferentes nas duas séries, pode ser observado que as distribuições tem um decaimento similar somente se diferenciando nas caudas.

A função de confiabilidade foi estimada via a Eq. (5.4) e os resultados observados

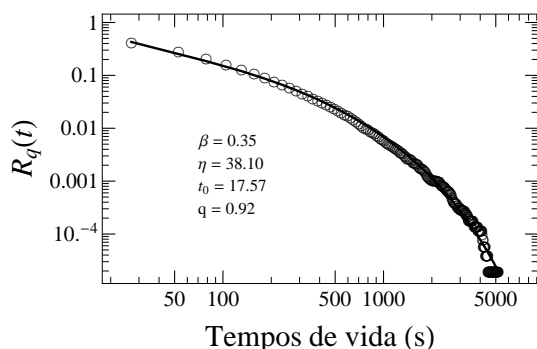


Figura 5.14 Ajuste q -Weibull na função de confiabilidade para os tempos de vida na série DJIA

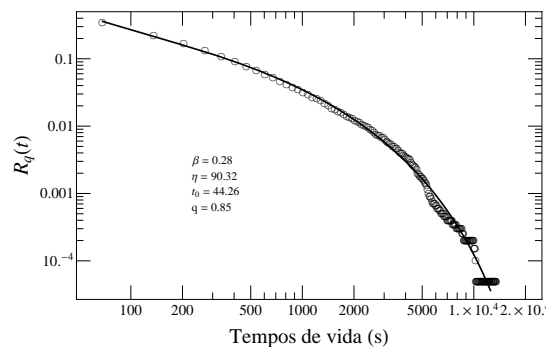


Figura 5.15 Ajuste q -Weibull na função de confiabilidade para os tempos de vida na série IEP

nas Figs. 5.12 e 5.13, constituem a probabilidade de funcionamento sem falhas após um período de tempo t condicionado a que já teve falhas. Os resultados mostram uma taxa de falha decrescente para os SP's detectados. Na série DJIA a taxa de falha converge a $R_q(t) < 0.01$ aproximadamente aos 1000 segundos, enquanto os SP's detectados para a série IEP convergem após terem transcorridos aproximadamente 2000 segundos. Isto significa no caso do DJIA que a probabilidade de ter SP's após ter tido SP's é alta em até 1000 segundos, e no caso do IEP a probabilidade de ter SP's após ter tido SP's é alta até 2000 segundos. Após esses tempos a probabilidade de acontecerem SP's tende a $R_q(t) < 0.01$.

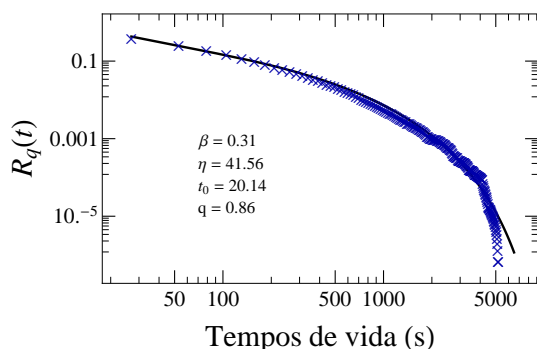


Figura 5.16 Ajuste q -Weibull na função de confiabilidade para os tempos de vida na série DJIA

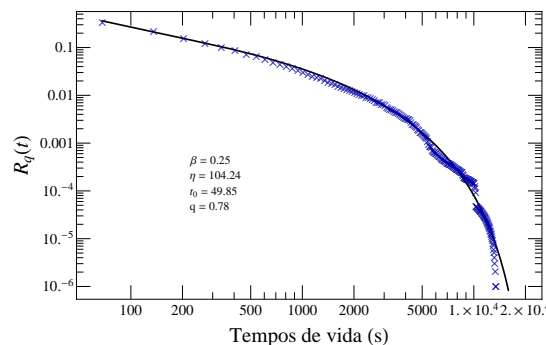


Figura 5.17 Ajuste q -Weibull na função de confiabilidade para os tempos de vida na série IEP

Estes resultados são coerentes com a variabilidade na magnitude dos SP's da série IEP. A diferença no tempo de convergência pode ser um indicio de que os movimentos de oferta e demanda para o índice DJIA são mais eficiente que o do índice IEP ou dito de outra forma o índice DJIA converge para um comportamento com pouca correlação semelhante a um *random walk*³ após 1000 segundos e a série IEP após 2000 segundos. Nos detalhes das figs. 5.12 e 5.13 pode ser observada o tipo de continuidade sem suavização e com interpolação linear nos intervalos da taxa de falha acumulada.

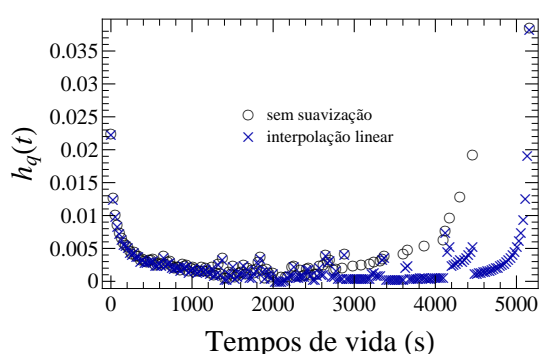


Figura 5.18 Curvas da banheira para os tempos de vida na série DJIA

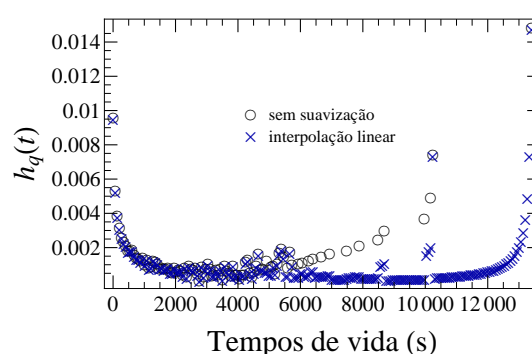


Figura 5.19 Curvas da banheira para os tempos de vida na série IEP

Nas Figs. 5.14, 5.15 se observam os ajustes de curva feitos na função de confiabilidade $R_q(t)$ sem suavização usando a distribuição q -Weibull, Eq. (5.18) e nas Figs. 5.16 e 5.17 podem ser visualizados os ajustes de curva na função de confiabilidade $R_q(t)$ com interpolação linear usando a distribuição q -Weibull, Eq. (5.18). Nestes ajustes pode ser observado a capacidade de ajuste que tem a distribuição generalizada q -Weibull.

Nas Figs. 5.18 e 5.19 ilustram o comportamento do tipo banheira definida através da Eq. (5.21) para a taxa de falha sem suavização e com interpolação linear. Como discutido na seção anterior, a curva da banheira mostra três tipos de comportamentos bem diferenciados. Na primeira parte da curva, o que se conhece como o período de mortalidade infantil pode ser visto como uma alta propensão a ter SP's que com o passar

³Neste caso *random walk* indicaria que o mercado esta operando dentro de uma faixa de de retornos com $\mu = 0$ e variância σ^2 .

do tempo va diminuido. Para a série DJIA este tempo é de 1000 segundos e no caso do IEP é de 2000 segundos. Este período inicial é o que associamos como o fenômeno das réplicas que ocorrem após ter tido um terremoto. Após este tempo de alta probabilidade de ter SP's aparece o período chamado de vida útil, entre 1000 e 3000 segundos para DJIA e entre 2000 e 6000 segundos para a série IEP onde a propensão a ter SP's ocorre de forma aleatória. Na última parte da curva da banheira após ter ocorrido o período de vida útil segue chamado período de velhice ou desgaste onde de novo a propensão a terem SP's é alta. Este período é o que associamos de forma analógica com o período dos precursores nos terremotos. Desta forma, após passar um tempo no qual o mercado opera em um estado com relativamente poucos SP's, o acumulo de informação, expectativas ou o indício de que os preços não são o que deveriam ser leva ao mercado a flutuar e ter SP's.

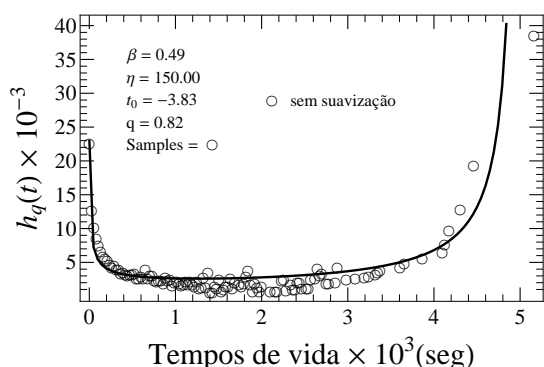


Figura 5.20 Ajuste q -Weibull na curva da banheira sem suavização para os tempos de vida na série DJIA

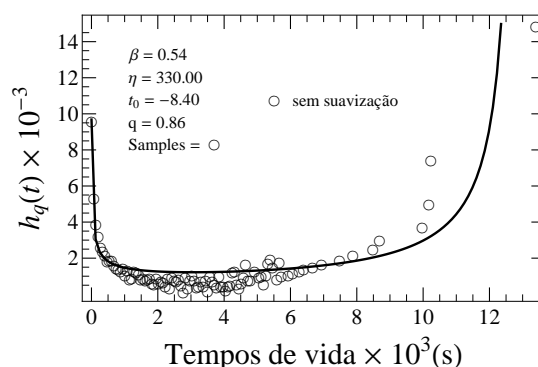


Figura 5.21 Ajuste q -Weibull na curva da banheira sem suavização para os tempos de vida na série IEP

Nas Figs. 5.20 e 5.21 podem ser observados os ajustes do tipo q -Weibull Eq. (5.21) para as curvas da banheira sem suavização nas séries analisadas, e nas Figs. 5.22 e 5.23 são ilustrados os ajustes do tipo q -Weibull Eq. (5.21) para as curvas da banheira com interpolação linear para as séries DJIA e IEP. Nestes ajustes pode ser observado a capacidade de ajuste que tem a distribuição generalizada q -Weibull, ainda que os períodos de corte para a formação da curva da banheira podem variar a depender do tipo de ajuste

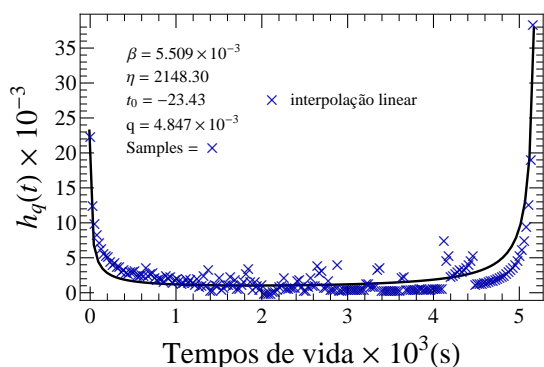


Figura 5.22 Ajuste q -Weibull na curva da banheira com interpolação linear para os tempos de vida na série DJIA

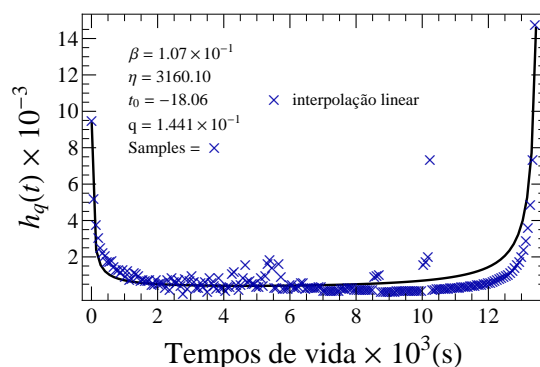


Figura 5.23 Ajuste q -Weibull na curva da banheira com interpolação linear para os tempos de vida na série IEP

que se faça.

5.4.2 Tempos de reparo

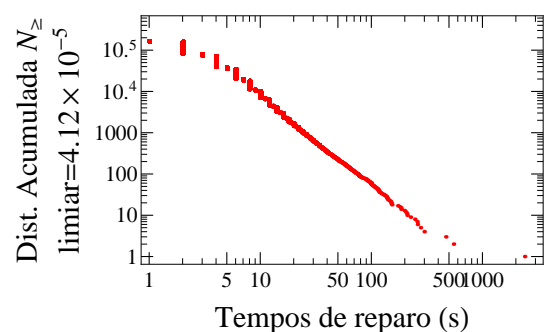


Figura 5.24 Distribuição dos tempos de reparo na série DJIA

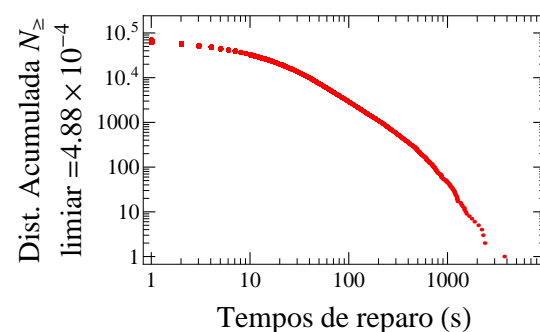


Figura 5.25 Distribuição dos tempos de reparo na série IEP

O método descrito na seção anterior também foi aplicado para os tempos de reparo, isto é, o tempo de espera que existem após o sistema ter tido uma falha e voltar a operar em um estado não falho. Trasladando estes conceitos ao mercado financeiro os tempos de reparo nos indicam o tempo necessário para que o mercado volte ao seu curso normal após ter tido um SP. Neste caso os limiares foram estabelecidos no percentil 85 para o DJIA e o percentil 90 para a série IEP. As Figs.5.24 e 5.25 em escala duplo logarítmica

mostram as distribuições acumuladas dos SP's detectados. Pode ser observado que a distribuição dos SP's referentes ao DJIA tem um decaimento diferente do decaimento mostrado pelas distribuição dos SP's da série IEP e diferente também ao decaimento que tem as distribuições dos SP's dos tempos de vida.

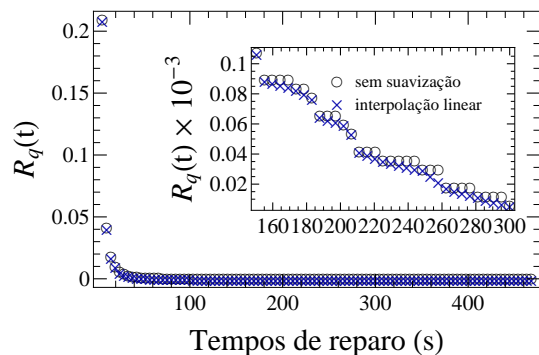


Figura 5.26 Função de confiabilidade para os tempos de reparo na série DJIA

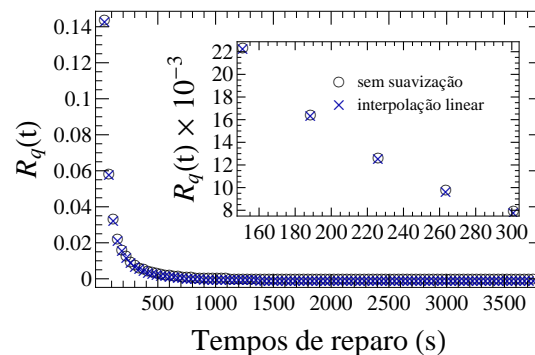


Figura 5.27 Função de confiabilidade para os tempos de reparo na série IEP

A função de confiabilidade foi estimada via a Eq. (5.4) os resultados observados nas Figs. 5.26 e 5.27, constituem o tempo de espera necessário para voltar a operar sem falhas após um período de tempo t condicionado a que já teve falhas. Os resultados mostram uma taxa de reparo decrescente para os SP's detectados. Na série DJIA a taxa de reparo converge a $R_q(t) < 0.05$ aproximadamente aos 50 segundos, enquanto os SP's detectados para a série IEP convergem a $R_q(t) < 0.05$ após terem transcorridos aproximadamente 500 segundos. Isto significa que após ter tido um SP's deveria haver um tempo de espera de 50 segundos para voltar a operar no caso do DJIA e para o IEP deveria existir um tempo de espera de 500 segundos para voltar a operar.

Da mesma forma que os resultados para os tempos de vida, este são coerentes com a variabilidade na magnitude dos SP's da série IEP. A diferença nos tempos de espera indica de que os movimentos de oferta e demanda para o índice DJIA são muito mais rápidos dos que o do índice IEP. Nos detalhes das Figs. 5.12 e 5.13 pode ser observada o tipo de continuidade sem suavização e com interpolação linear nos intervalos da taxa de

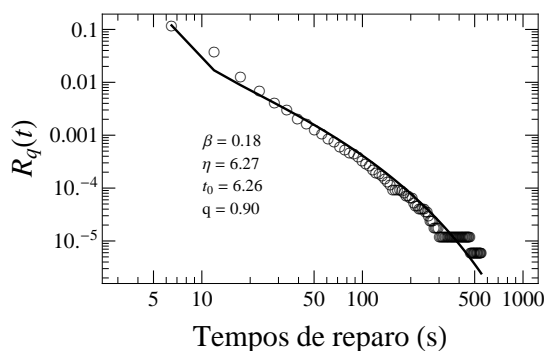


Figura 5.28 Ajuste q -Weibull na função de confiabilidade para os tempos de reparo na série DJIA

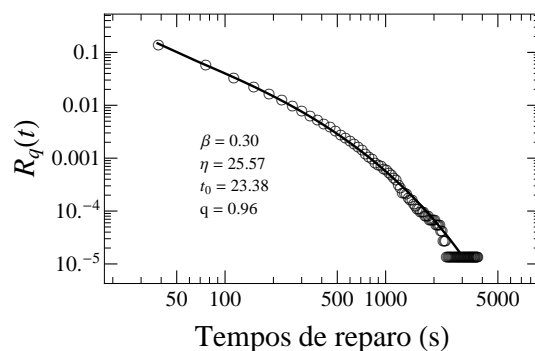


Figura 5.29 Ajuste q -Weibull na função de confiabilidade para os tempos de reparo na série IEP

falha acumulada.

Nas Figs. 5.28, 5.29 se observam os ajustes de curva feitos na função de confiabilidade dos tempos de espera $R_q(t)$ sem suavização usando a distribuição q -Weibull, Eq. (5.18), e nas Figs. 5.30 e 5.31 podem ser visualizados os ajustes de curva na função de confiabilidade dos tempos de reparo $R_q(t)$ com interpolação linear usando a distribuição q -Weibull, Eq. (5.18). Aqui também pode ser observado a capacidade de ajuste que tem a distribuição generalizada q -Weibull para os tempos de reparo.

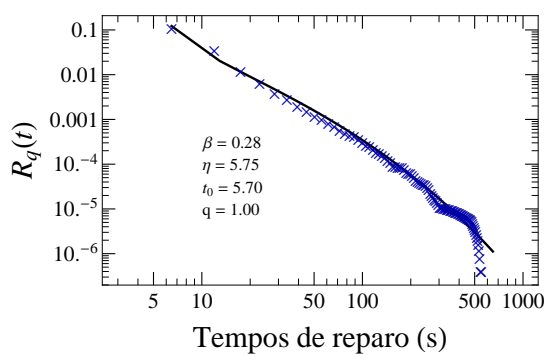


Figura 5.30 Ajuste q -Weibull na função de confiabilidade para os tempos de reparo na série DJIA

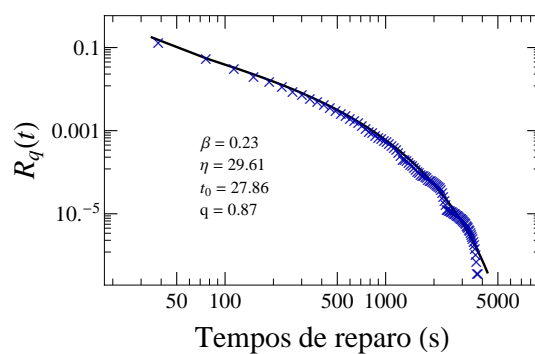


Figura 5.31 Ajuste q -Weibull na função de confiabilidade para os tempos de reparo na série IEP

Nas Figs. 5.32 e 5.33 ilustram o comportamento do tipo banheira definida através da Eq. (5.21) para a taxa de falha sem suavização e com interpolação linear. Como

discutido na seção anterior, a curva da banheira mostra três tipos de comportamentos bem diferenciados. Ainda que os resultados não são tão claros como os encontrados nos tempos de vida, levamos em conta que devido a que a forma de cálculo que é a mesma para os dois tipos de análise. Assim, é possível perceber que é necessária uma forma diferente de suavizar os dados para obter melhores resultados.

No período de mortalidade infantil pode ser visto como diminui a propensão do sistema a sair do estado falho com o passar do tempo. Para a série DJIA este tempo é de 100 segundos e no caso do IEP é de 500 segundos. Após estes tempos de espera aparece o período de vida útil, isto é, entre 100 e 400 segundos para DJIA e entre 500 e 3000 segundos para a série IEP a propensão a sair do estado falho é nula ou dito de outra forma a possibilidade de volver a operar dentro de uma faixa sem SP's é aleatória. Na última parte da curva após ter ocorrido o período de vida útil segue chamado período de velhice onde a propensão a sair do estado falho é alta, ou seja, após este período de tempo o mercado volta a operar em um faixa sem SP's.

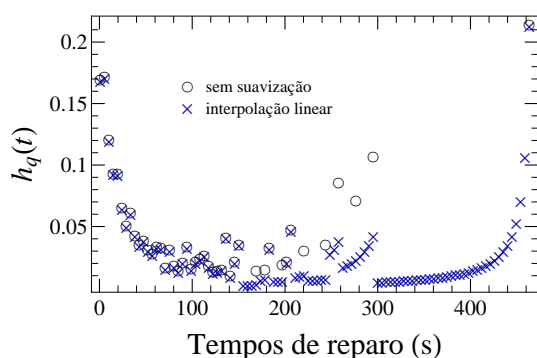


Figura 5.32 Curvas da banheira para os tempos de reparo na série DJIA

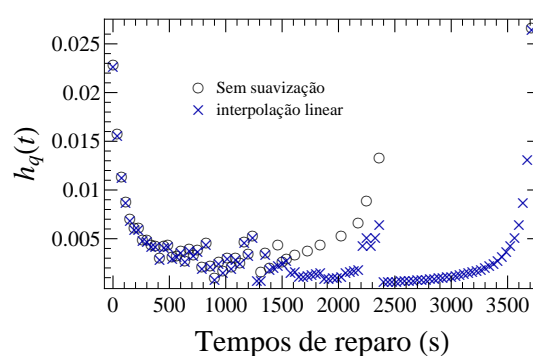


Figura 5.33 Curvas da banheira para os tempos de reparo na série IEP

Nas Figs. 5.34 e 5.35 podem ser observados os ajustes do tipo q -Weibull Eq. (5.21) para as curvas da banheira sem suavização nas séries analisadas, e nas Figs. 5.36 e 5.37 são ilustrados os ajustes do tipo q -Weibull, Eq. (5.21) para as curvas da banheira com interpolação linear para as séries DJIA e IEP. É importante observar que, em média, a

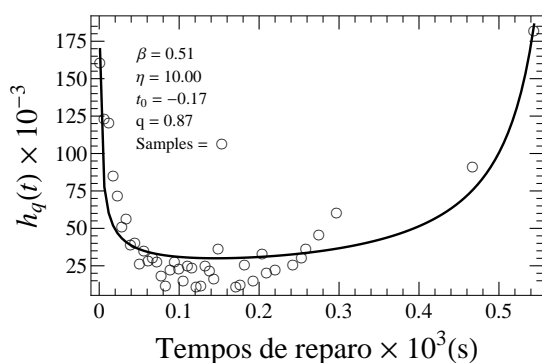


Figura 5.34 Ajuste q -Weibull na curva da banheira sem suavização para os tempos de reparo na série DJIA

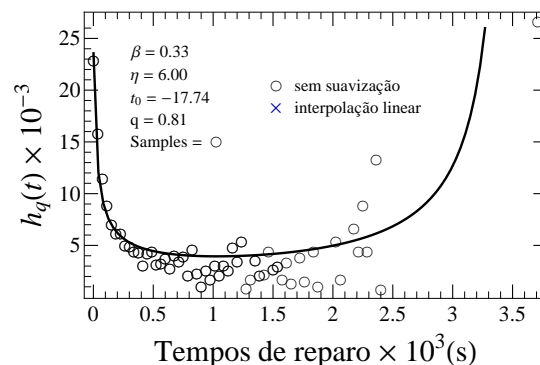


Figura 5.35 Ajuste q -Weibull na curva da banheira sem suavização para os tempos de reparo na série IEP

escala natural dos tempos de reparo é cerca de 10 vezes mais curta em comparação com a escala dos tempos de vida. Esta observação quantitativa corrobora o conhecimento empírico sobre o funcionamento “normal” do mercado em grande parte do tempo.

A comparação com os resultados da sub-seção anterior mostra também que os efeitos de interpolação no ajuste dos tempos de reparo são bem mais evidentes. Isto se deve ao decaimento mais lento nas curvas de $F(t)$ (Figs. 5.24 e 5.25), o que permite o aparecimento de alguns eventos grandes, muito espaçados. Este tipo de comportamento provoca grandes distorções entre as curvas obtidas com dados interpolados ou não evidenciados nas Figs. (5.32– 5.37).

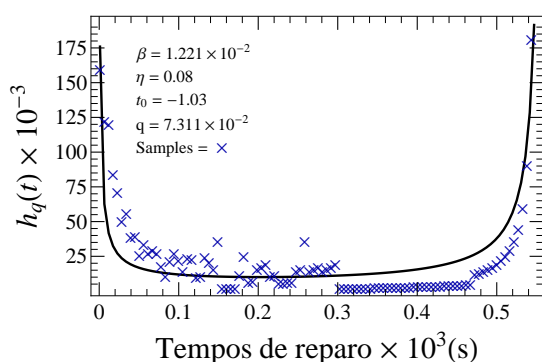


Figura 5.36 Ajuste q -Weibull na curva da banheira com interpolação linear para os tempos de reparo na série DJIA

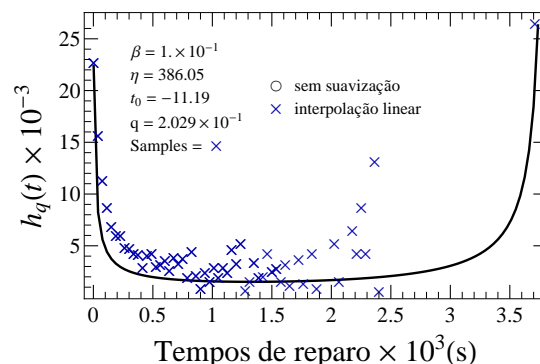


Figura 5.37 Ajuste q -Weibull na curva da banheira com interpolação linear para os tempos de vida na série IEP

5.5 CONCLUSÕES

Nesta capítulo, apresentou-se o desenvolvimento de uma metodologia que é aplicada formalmente para sistemas de engenharia e sua possível aplicação para a análise de flutuações financeiras. Tentamos verificar algumas propriedades dos SP's usando os conceitos da teoria da confiabilidade. Neste caso, definimos os SP's como eventos extremos ou "falhas" de um sistema e pudemos constatar que as mesmas características encontradas para outros sistemas complexos que adotam a teoria da confiabilidade como seu marco teórico podem ser encontradas nas flutuações que existem no mercado financeiro. Os resultados evidenciam que podem ser quantificados os tempos de vida e os tempos de reparo após terem ocorridos SP's e que como mínimo resulta interessante ter uma ideia dos tempos necessários para definir o *timing* de investimentos no mercado financeiro, assim como, o cálculo do capital de reserva para a de análise de risco.

Cabe salientar que esta proposta metodológica é, ao que sabemos após uma exaustiva busca na literatura, ainda inédita. Por outro lado, os resultados discutidos neste capítulo mostram que os conceitos e ferramentas matemáticas desenvolvidos e aplicados com sucesso em outras áreas do conhecimento podem ser estendidos para a área de mercados financeiros.

CAPÍTULO 6

CONSIDERAÇÕES FINAIS

6.1 CONCLUSÕES

A econofísica se tem perfilado como um campo de pesquisa interdisciplinar, com seus próprios objetos de estudo e suas técnicas de investigação. Ao seu redor se agrupa uma nova comunidade científica que reconhece alguns paradigmas de pesquisa (no sentido de Kuhn) como válidos para a obtenção da verdade nas interrogantes de seu interesse. Entretanto, a econofísica não está até hoje completamente reconhecida pela corrente principal da pesquisa econômica. Parece que ainda não é suficiente que a econofísica alcance um razoável sucesso na explicação de certos fenômenos associados aos mercados financeiros para que seja bem acolhida pela ortodoxia econômica. Enquanto o reconhecimento não chega, a econofísica segue seu caminho abordando grandes questões na teoria financeira, na teoria dos ciclos econômicos, na teoria do crescimento e em uma alternativa à formulação neoclássica do comportamento dos consumidores. A maior contribuição da física na área da economia é ter proposto um novo enfoque dos problemas econômicos, alheio às ideias do equilíbrio geral e a eficiência dos mercados que constituem hoje a corrente principal das doutrinas econômicas.

Neste trabalho apresentamos ideias, conceitos e métodos para caracterizar, investigar e analisar os fenômenos chamados de SP's, assim como, os tempos de espera e os tempos de retorno em séries temporais financeiras, e finalmente tentamos colocá-los dentro do escopo da teoria da confiabilidade. A utilização destas distintas abordagens para tratar um mesmo fenômeno busca demonstrar a consistência interna da econofísica. Com efeito, dois

dos métodos aqui utilizados vêm sendo aplicados a com frequência no estudo de sistemas complexos. Do ponto de vista do objeto escolhido, os resultados apresentados nesta tese fazem com que possa se ter um melhor entendimento destes fenômenos associados a eventos extremos e que são de muita importância para o dia a dia da análise econômico-financeira. Certamente o entendimento dos SP's ajudam a dimensionar de melhor forma o capital de reserva no caso de análise de risco ou quantificar os tempos de entrada, espera ou saída de posições financeiras assumidas por uma empresa ou um investidor.

Embora as conclusões específicas de cada uma das análises aqui desenvolvidas já tenham sido apresentadas em cada um dos capítulos específicos, resumimos aqui, mais uma vez, os principais resultados obtidos nesta tese.

A caracterização dos SP's usando a análise destendenciada assimétrica de flutuações é suficientemente robusta. Usando um número pequeno de parâmetros relacionados com o comprimento da janela, da vizinhança, e das magnitudes relativas dos eventos $\Delta\bar{H}_c$, é possível escolher duas escalas independentes para poder analisar o sistema. O número e a magnitude dos SP's estão relacionadas pelos valores pré-selecionados dos três parâmetros já mencionados, de tal forma que os eventos mais relevantes possam ser filtrados.

Quando caracterizamos os SP's como máximos e mínimos detectados através de uma curva alisada dos dados originais pudemos analisar o comportamento dos tempos de retorno e dos tempos de espera, mostrando que as duas métricas se comportam de forma diferente. Encontraram-se diversos comportamentos quando consideramos unicamente a distribuição de magnitudes dos eventos, assim como, mantendo intacta a estrutura de tempo das séries, e testamos a correlação dos tempos de retorno e dos tempos de espera.

Finalmente, tentamos verificar algumas propriedades dos SP's usando os conceitos da teoria da confiabilidade. Neste caso, definimos os SP's como eventos extremos ou "falhas" de um sistema e pudemos constatar que as mesmas características encontradas para outros sistemas complexos que adotam a teoria da confiabilidade como seu marco teórico podem ser encontradas nas flutuações que existem no mercado financeiro.

6.2 LIMITAÇÕES E FUTURAS PESQUISAS

O nosso estudo está enquadrado dentro da análise univariada de séries temporais. Com isto, a definição dos eventos SP's que naturalmente estão dentro de um sistema de muitas variáveis, podem não captar outras variáveis que contribuam para sua caracterização e análise. Em nosso caso analisamos somente o caso univariado, mas estas análises podem ser pensadas no caso bivariado ou multivariado. Pode-se pensar, por exemplo, que as flutuações não só dependem das diferenças entre preços logarítmicos, mas também do tempo entre negociações, desta forma pode-se estender o leque de possibilidades para a caracterização dos SP's.

Dentro das possibilidades para futuras encontram-se a capacidade que teriam os SP's quantificados via $A-DF A$ para predizer novos eventos SP's no futuro e compará-los com as metodologias mostradas no Capítulo 3. A definição de máximos e mínimos usadas no Capítulo 4 pode ser mudada e usar o método aplicado no Capítulo 3 ou um outro modelo, por exemplo, os modelos com econométricos com limiares. Desta forma poderiam ser estudados os tempos de espera e os tempos de retorno desde outros pontos de vista.

O uso da teoria da confiabilidade representa um avanço metodológico e conceitual proposto neste trabalho. Com efeito, embora a teoria seja aplicada na análise de sistemas relacionados com áreas tecnológicas e sociais, não conseguimos identificar trabalhos anteriores que utilizam o arcabouço teórico para analisar dados econômicos. Temos certeza que as idéias e resultados aqui apresentados para o enquadramento dos eventos SP's precisa ser madurado e estendido, assim como, a procura das verdadeiras relações que existem entre os Sp's e os eventos "falha".

APÊNDICE A

PROGRAMAS USADOS NO CAPÍTULO 3

A.1 PROGRAMA EM FORTRAN PARA O CÁLCULO DO H ASSIMÉTRICO

```
* programa dfalslidperfasmx
*****
* Programa para calcular expoentes de Hurst assimétrico por dfa de ordem 1.
* Faz o cálculo de H em uma série de intervalos de largura fixa.
* Contêm correções para decidir contribuições positivas e negativas
* pela série derivada.

*****Constantes*****
* np: número máximo de pontos no arquivo de entrada
* usado como parameter para definir os vetores x e y
* ncm: número máximo de colunas no arquivo de entrada
* usado como parameter para definir o vetor xt

    implicit double precision (a-h,o-z)
    parameter(np = 70000,ncm = 30)

*****Definição das variáveis*****
* ntt: número de pontos no arquivo de entrada
* nt: número de pontos no traço que será analisado
* ntmin: primeira linha dos pontos do conjunto de dados
* nc: número de colunas a serem lidas no arquivo de entrada
* ncx: número da coluna x
* ncy: número da coluna y
* ncz: número da coluna z
* io: largura da caixa inicial
* c: fator usado para aumentar a largura das caixas
* qmax: valor máximo de q para o cálculo de dimensões d(q)
* cmax: <=1, fração que indica largura da caixa maxima em relação a nt
* mic: valor mínimo dos pontos usados para a regressão linear no cálculo de alfa
* mxc: valor máximo dos pontos usados para a regressão linear no cálculo de alfa
* nisl: ponto inicial do traço a partir do qual a análise será feita
```

```

* nfsl: ponto final do traço até o qual a análise será feita
* insl: numero de pontos em cada janela
* delsl: intervalo no comeco de cada janela
* narq1: arquivo de entrada onde estao os pontos
* narq2: arquivo de saida com valores de il, ac e be
* x(0:np): vetor com nt coordenadas x
* y(0:np): vetor com nt coordenadas y da serie original (caminho)
* z(0:np): vetor com nt coordenadas z da serie diferenciada (passos)

      real*8  x(0:np),y(0:np),s(3),xt(ncm),ih(3),z(0:np)
      real*8  coorx1(5000),coorx2(5000),coorx3(5000)
      real*8  coorn1(5000),coorn2(5000),coorn3(5000)
real*8  xsl(0:np),ysl(0:np),zsl(0:np)
integer delsl
      character*100  narq1,narq2
*      common/block1/x,y,s
*      common/block2/a,b

*****Entrada de dados*****

open (unit=3,file='edfa1slidperfasmx.dat')

      read (3,*)ntt,nt,ntmin
      read (3,*)nc,ncx,ncy,ncz
      read (3,*)io,c
      read (3,*)cmax,mic,mxc
read (3,*)nisl,nfsl,insl,delsl

*****Teste para o número de pontos*****
      if(nt.gt.np)then
        write(*,*)'Número de pontos para análise maior que o permitido'
        stop
      else
        continue
      endif
*****

      read(3,500)narq1,narq2

      open(10,file=narq1,status='old')
      open(20,file=narq2)

      write(20,530)narq1,nt,ntmin,ncx,ncy,ncz,io,c,cmax,mic,mxc
      write(20,540)nisl,nfsl,insl,delsl

```



```
        write(20,550)

ki = 1
ko = 1

do while (ko.le.ntmin-1+nt)

        read(10,*,end=15)(xt(k),k=1,nc)

if(ko.ge.ntmin) then

        if (ncx.ne.0)then
                x(ki) = xt(ncx)
        else
                x(ki) = ki
        endif

        y(ki) = xt(ncy)
        z(ki) = xt(ncz)
        ki = ki + 1

endif

        ko = ko + 1

enddo

15      continue

*****Transfere dados para arquivos de armazenamento*****

do i = 1,nt
        xsl(i) = x(i)
        ysl(i) = y(i)
        zsl(i) = z(i)
enddo

*****começa grande loop para a serie de intervalos*****

nsl = (nfsl + 1 - nisl)/delsl

do isl = 1, nsl

        il = nisl + (isl-1)*delsl
```

```
do i = 1, insl

    ill = il + i - 1
    x(i) = xsl(ill)
    y(i) = ysl(ill)
    z(i) = zsl(ill)

enddo

    npp=0
    np2=0
    np3=0

*****Variação da escala*****

    k = io
    kaux = 20

    do while(k.lt.(1+insl*cmax))

ko = k
    ih(1) = 0
    ih(2) = 0
    ih(3) = 0
    xk = 1.0/(1.0*k)
    sx = 0.0
sy = 0.0
    sz = 0.0
    sx2=0.0
    sxy=0.0
    sxz= 0.0
    s(1) = 0.
    s(2) = 0.
    s(3) = 0.

*****Somatório inicial*****

    do n = 1,k
        sx=sx+x(n)
        sy=sy+y(n)
        sz=sz+z(n)
        sx2=sx2+x(n)*x(n)
        sxy=sxy+x(n)*y(n)
```

```

        sxz=sxz+x(n)*z(n)
    enddo

    call best(sx2,xk,sx,sy,sxy,ay,by)
    call best(sx2,xk,sx,sz,sxz,az,bz)

    j = 1
    call local(x,y,j,k,ih,ay,by,az,s)

*****Aumentando o somatório*****

        do n = 1,(insl-k-1)
            ik = n+k
            sx=sx+x(ik)
            sy=sy+y(ik)
            sz=sz+z(ik)
            sx2=sx2+x(ik)*x(ik)
            sxy=sxy+x(ik)*y(ik)
            sxz=sxz+x(ik)*z(ik)

            sx=sx-x(n)
            sy=sy-y(n)
            sz=sz-z(n)
            sx2=sx2-x(n)*x(n)
            sxy=sxy-x(n)*y(n)
            sxz=sxz-x(n)*z(n)

            call best(sx2,xk,sx,sy,sxy,ay,by)
            call best(sx2,xk,sx,sz,sxz,az,bz)

            j = j+1

            call local(x,y,j,k,ih,ay,by,az,s)
        enddo

*****Impressão dos resultados*****

        npp = npp+1

        s(1) = s(1)/ih(1)
        if (ih(2).gt.0)s(2) = s(2)/ih(2)
        if (ih(3).gt.0)s(3) = s(3)/ih(3)

        coorx1(npp) = dlog10(dfloat(k))

```

```

coorn1(npp) = dlog10(s(1))

if (ih(2)*ih(3).ne.0)then
  np2 = np2+1
  coorx2(np2) = dlog10(dfloat(k))
  coorn2(np2) = dlog10(s(2))
  np3 = np3+1
  coorx3(np3) = dlog10(dfloat(k))
  coorn3(np3) = dlog10(s(3))
else if (ih(2).ne.0.and.ih(3).eq.0)then
  np2 = np2+1
  coorx2(np2) = dlog10(dfloat(k))
  coorn2(np2) = dlog10(s(2))
else if (ih(2).eq.0.and.ih(3).ne.0)then
  np3 = np3+1
  coorx3(np3) = dlog10(dfloat(k))
  coorn3(np3) = dlog10(s(3))
endif

k = k * c
  if (k .lt. (kaux+1)) then
    k = k+1
    kaux = k
  endif

enddo

*****Calculo do valor de H pelos minimos quadraticos*****

  call linear(coorx1,coorn1,mic,mxc,a1,b1,npp)
  if (np2.gt.0)call linear(coorx2,coorn2,mic,mxc,a2,b2,np2)
  if (np3.gt.0)call linear(coorx3,coorn3,mic,mxc,a3,b3,np3)

if (np2*np3.ne.0)then
  write(20,510)(xsl(il)+xsl(il+insl))* .5,a1,b1,a2,b2,a3,b3,np2,np3
.,a2-a3,a2-a1,a3-a1,2*a1-a2-a3
c
  write(* ,510)(xsl(il)+xsl(il+insl))* .5,a1,b1,a2,b2,a3,b3,npp,np3
else if (np2.ne.0.and.np3.eq.0)then
  write(20,512)(xsl(il)+xsl(il+insl))* .5,a1,b1,a2,b2,np2,np3
.,a2-a3,a2-a1,a3-a1,2*a1-a2-a3
c
  write(* ,512)(xsl(il)+xsl(il+insl))* .5,a1,b1,a2,b2,np2,np3
else if (np2.eq.0.and.np3.ne.0)then
  write(20,513)(xsl(il)+xsl(il+insl))* .5,a1,b1,a3,b3,np2,np3
.,a2-a3,a2-a1,a3-a1,2*a1-a2-a3

```

```

c      write(* ,513)(xsl(il)+xsl(il+insl))*0.5,a1,b1,a3,b3,np2,np3
endif

      enddo

500  format(a100)
510  format(7(1x, e15.8),1x,i4,1x,i4,4(1x, e15.8))
512  format(5(1x, e15.8),33x,i4,1x,i4,4(1x, e15.8))
513  format(3(1x, e15.8),32x,2(1x, e15.8),i4,1x,i4,4(1x, e15.8))
520  format(' inicio = ',i8,' fim = ',i8,' ac = ',e15.8,' bc = ',e15.8)
530 format('# arquivo de dados: ',a12/'# número de pontos:',
.i6,'; linha inicial:',i6,'; coluna x:',i2,'; coluna y:',i2,
.'; coluna z:',i2/'# largura inicial :',i6,'; valor  c:',6x,f5.2,/
.'# cmax:',11x,f7.2,'; mic:',13x,i3,'; mxc:',4x,i3)
540 format('# nisl:',13x,i6,'; nysl:',10x,i6,'; insl:',1x,i5,
.'; delsl:',1x,i4)
550 format(/8x,'x',15x,'H0',14x,'B0',14x,'Hp',14x,'Bp',14x,'Hn',14x,
.'Bn',8x,'np2',2x,'np3',7x,'HpmHn',11x,'HpmH0',11x,'HnmH0',9x,
.'2H0mHpmHn')

      stop
      end

*****subroutine best*****
      subroutine best(sx2,xk,sx,sy,sxy,a,b)

      real*8 sx,sy,sxy,sx2,a,b,xk
real*8 aux
* common/block2/a,b

aux=sx2-xk*sx*sx
a=(sxy-xk*sx*sy)/aux
b=(sy-a*sx)*xk

      return
end
*****fim da subroutine best*****
*****subroutine local*****
      subroutine local(x,y,ii,kk,ih,ay,by,az,s)

      parameter(np = 70000)
      implicit double precision (a-h,o-z)
real*8 x(0:np),y(0:np),ih(3),s(3)
*      common/block1/x,y,s
* common/block2/a,b

```

```

        dh = 0.0

        do jj = ii,(ii+kk-1)
        dd = y(jj) - ay*x(jj)-by
        dh = dh + dabs(dd)
        enddo

if (dh.gt.0) then
        ih(1) = ih(1) + 1
        s(1)= s(1) + dh/kk
if (az.ge.0)then
        s(2)= s(2) + dh/kk
        ih(2) = ih(2) + 1
else if (az.lt.0)then
        s(3)= s(3) + dh/kk
        ih(3) = ih(3) + 1
endif
endif

        return
        end

*****fim da subroutine local*****
*****subroutine linear*****
        subroutine linear(coordx,coordy,mic,mx,c,a,b,np)
        implicit double precision (a-h,o-z)
        real*8 coordy(5000),coordx(5000),x(5000),y(5000)
        integer val

mx,c = min(mx,c,np)
        val = mx,c-mic+1

do i = 1,np
        x(i) = coordx(i)
        y(i) = coordy(i)
        enddo

sx = 0
        sy = 0
        sxy = 0
        sx2 = 0
        xk = 1/float(val)

do i = mic,mx,c

```

```

sx = sx+x(i)
  sy = sy+y(i)
  sxy = sxy+x(i)*y(i)
  sx2 = sx2+x(i)*x(i)

  enddo

aux = sx2-xk*sx*sx
a = (sxy-xk*sx*sy)/aux
b = (sy-a*sx)*xk

return

  end

```

A.2 PROGRAMA EM FORTRAN PARA CALULAR SP'S

```

* extremos
*****
* Programa para identificar pontos de máximo e mínimos em uma série numérica
*****Constantes*****
* np: numero máximo de pontos no arquivo de entrada
* usado como parameter para definir os vetores x e y
* ncm: numero máximo de colunas no arquivo de entrada
* usado como parameter para definir o vetor xt

  implicit double precision (a-h,o-z)
  parameter(np = 70000,ncm = 30)
*****Definição das variáveis*****
* ntt: numero de pontos no arquivo de entrada
* nt+1: numero de pontos do conjunto de dados, tem que valer nt <= np
* ntmin: primeira linha dos pontos do conjunto de dados
* nc: numero de colunas a serem lidas no arquivo de entrada
* ncx: numero da coluna x
* ncy: numero da coluna y
* npula: numero de linhas de cabecalho que sao puladas
* io: numero de pontos a direita e a esquerda para comparacao de extremos
* narq1: nome do arquivo de entrada onde estao os pontos
* narq3: nome do arquivo de saida com os todas as abcissas e ordenadas zero,
*       se o ponto não é extremo, e nao zero se o ponto é extremos
* x(0:np): vetor com nt coordenadas x
* y(0:np): vetor com nt coordenadas y da serie original

```

```

      real*8  x(0:np),y(0:np),yy(0:np),yf(0:np),xt(ncm)
      real*8  di(0:np),dp(0:np)
      character*30 narq1,narq3

*****Entrada de dados*****

open (unit=3,file='extremos.dat')

      read (3,*)ntt,nt,ntmin
      read (3,*)nc,ncx,ncy
      read (3,*)npula,io

*****Teste para o numero de pontos*****
      if(nt.gt.np)then
        write(*,*)'Numero de pontos para análise maior que o permitido'
        stop
      else
        continue
      endif
*****

      read(3,500)narq1,narq3

      open(10,file=narq1,status='old')
      open(30,file=narq3)

      write(30,530)narq1,nt,ntmin,ncx,ncy,io

do ki = 1,npula
  read (10,*)
enddo

do ki = 1,nt

      read(10,*,end=15)(xt(k),k=1,nc)
      if (ncx.ne.0)then
        x(ki) = xt(ncx)
      else
        x(ki) = ki
      endif

y(ki) = xt(ncy)
yf(ki) = 0.

```



```
enddo

*****identificando os pontos extremos*****

15  do i = ntmin+io-1, nt-io+1

    ki = 0
    ko = 0
    kp = 0
    si = 1.
    sp = 1.

    do n = 1,io
        di(n) = y(i) - y(i-n)
    dp(n) = - y(i) + y(i+n)
    enddo

    do n = 1,io-1
        if(di(n)*di(n+1).lt.0)ki=-1
        if(dp(n)*dp(n+1).lt.0)kp=-1
    enddo

    if (ki.eq.0.and.kp.eq.0)then

        do n = 1,io
            if(di(n)*dp(n).lt.0)ko=-1
        enddo

        if(ko.eq.-1) then
            yy(i) = y(i)
        else
            yy(i) = 0.
        endif

    else

        yy(i) = 0.

    endif

enddo

*****Colocando valores nos pontos extremos*****
yr = 0.
```

```
ys = 0.
yt = 0.
ir = 0
is = 0
it = 0

      do i = ntmin+io-1, nt-io+1

if (yy(i).ne.0) then
  yr = ys
  ys = yt
  yt = yy(i)
  ir = is
  is = it
  it = i
  yf(is) = 1*(yt - 2*ys + yr)
endif

enddo
*****Impressao dos resultados*****
do ki = 1,nt
      write(30,510)x(ki),y(ki),yf(ki)
enddo
*****Calculo do valor de H pelos minimos quadraticos*****

500  format(a30)
510  format(4(1x, e15.8))
512  format(3(1x, e15.8))
513  format(2(1x, e15.8),17x,e15.8)
520  format(' npp= ',i5,' npusado= ',i5)
530  format('# arquivo de dados: ',a12/'# numero de pontos:',
.i6,'; linha inicial:',i6,'; coluna x:',i2,'; coluna y:',i2,
.'; coluna z:',i2/'# largura inicial :',i6,'; valor  c:',6x,f5.2,/
.'# cmax:',11x,f7.2,'; mic:',13x,i3,'; mxc:',4x,i3/)
540  format(' a1 = ',e15.8,' b1 = ',e15.8)
550  format(' a2 = ',e15.8,' b2 = ',e15.8)
560  format(' a3 = ',e15.8,' b3 = ',e15.8)

      stop
      end
```

APÊNDICE B

PROGRAMAS USADOS NO CAPÍTULO 4

B.1 PROGRAMA EM C++ PARA O CÁLCULO DE MÁXIMOS E MÍNIMOS

```
#include "fta.h"
#include <fstream>
#include <vector>
#include <string>
#include <math.h>
using namespace std;
fta::fta()
{
    this->h=3;
}
void fta::abreArq(string nome)
{
    ifstream arquivo(nome.c_str(),ios::in);
    double dado, lixo;
    this->dados.clear();
    while(arquivo >> lixo >> dado)
    {
        this->dados.push_back(dado);
    }
    arquivo.close();
}
void fta::calcConv()
{
    double T=0;
    double tF=0;
    double norm=0;
    T=2*h*6 + 1;
    for (int j=0; j<=T ; j++)
        norm+=K(j - T/2);
    this->conv.clear();
    for(unsigned i=0; i<this->dados.size()-T;i++)
    {
        tF=0;
        for(int j=0;j<= T;j++)
        {
```

```

        tF+=dados[i+j]*K(j - T/2);
    }
    this->conv.push_back(tF/norm);
}
}
double fta::K(double x)
{
    double result=0;
    result=exp(-(x*x)/(2.0*(h*h)));
    result=(1.0/(this->h*2.50662))*result;
    return result;
}
void fta::calcCV()
{
    int hIni=3;
    int hFin=((this->dados.size()/4)-1)/12;
    this->CV.clear();
    this->esch.clear();
    for(int ih=hIni;ih<=hFin;ih++)
    {
        this->CV.push_back(calcCvL(ih,hFin));
        this->esch.push_back(ih);
    }
}
double fta::calcCvL(int ih, int hFin)
{
    double T=0;
    double tF=0;
    double norm=0;
    double TF=0;
    int n=0;
    double soma=0;
    T=2*ih*6 + 1;
    TF=2*hFin*6 + 1;
    this->h=ih;
    for (int j=0; j<=T ; j++)
        if(j!=T/2)
            norm+=K(j - T/2);
    for(unsigned i=(TF-T)/2; i<this->dados.size()- (T+TF)/2;i++)
    {
        tF=0;
        for(int j=0;j<= T;j++)
        {
            if(j!=T/2)

```

```

        tF+=dados[i+j]*K(j - T/2);
    }
    soma+= (((dados[i+T/2]) - tF/norm)*((dados[i+T/2]) - tF/norm));
    n++;
}
return soma/n;
}
}
void fta::calcExtremo()
{
    int T=2*this->h*6 + 1;
    this->extremoX.clear();
    this->extremoY.clear();
    this->extremoXP.clear();
    this->extremoYP.clear();
    for (unsigned i=1; i<this->conv.size()-1; i++ )
    {
        double dv1,dv2,dx,dy;
        dy=this->conv[i]-this->conv[i-1];
        dx=1;
        dv1=dy/dx;
        dy=this->conv[i+1]-this->conv[i];
        dv2=dy/dx;
        if((dv1>0 && dv2<0) || (dv1<0 && dv2>0))
        {
            this->extremoX.push_back(i+T/2+1);
            this->extremoY.push_back(this->conv[i]);
            if(dv1>0 && dv2<0) //e maximo
                this->calcMaximoPrecoLocal(i+T/2);
            else
                this->calcMinimoPrecoLocal(i+T/2);
        }
    }
}
void fta::calcMaximoPrecoLocal(int x)
{
    double ya=this->dados[x-1];
    double y=this->dados[x];
    double yp=this->dados[x+1];
    double ye,xe;
    if(ya>y && ya>yp)
    {
        ye=ya;
        xe=x-1;
    }
}

```

```
    }
    else if(yp>y && yp>ya)
    {
        ye=yp;
        xe=x+1;
    }
    else
    {
        ye=y;
        xe=x;
    }
    this->extremoXP.push_back(xe+1);
    this->extremoYP.push_back(ye);
}
void fta::calcMinimoPrecoLocal(int x)
{
    double ya=this->dados[x-1];
    double y=this->dados[x];
    double yp=this->dados[x+1];
    double ye,xe;
    if(ya<y && ya<yp)
    {
        ye=ya;
        xe=x-1;
    }
    else if(yp<y && yp<ya)
    {
        ye=yp;
        xe=x+1;
    }
    else
    {
        ye=y;
        xe=x;
    }
    this->extremoXP.push_back(xe+1);
    this->extremoYP.push_back(ye);
}
```

B.2 PROGRAMA EM FORTRAN PARA CALCULAR A DISTRIBUIÇÃO INTEGRADA

c Ordena os dados para uma análise de frequência acumulada dos eventos
c sem histogramas

```

        parameter(npm=10000,ncm=20)
        real xx(npm,ncm),yy(npm,2)
        character*100 entrada3,saida5
        open (unit=2,file='histfree1.dat')
c      entrada de dados
c=====
10      read (2,*)nm,nc,ic
        if (nm.lt.0)stop
        read (2,500)entrada3
        read (2,500)saida5
        open (unit=3,file=entrada3)
        open (unit=5,file=saida5)
do i = 1,nm
  read (3,*)(xx(i,j),j=1,nc)
enddo
call order (xx,nc,ic,nm)
lc = 1
jc = 1
do i = 1,nm-1
  if (xx(i+1,ic).eq.xx(i,ic))then
    jc = jc+1
  else
    yy(lc,1) = xx(i,ic)
    yy(lc,2) = jc
    lc = lc + 1
    jc = 1
  endif
enddo
yy(lc,1) = xx(i,ic)
yy(lc,2) = jc
  yn = 0
do i = 1,lc
  yn = yn + yy(i,2)
enddo
do i = 1,lc
  yy(i,2) = yy(i,2)/nm
enddo
c do i = 1,lc
c  yy(lc-i+1,2) = yy(lc-i+1,2) + yy(lc-1+2,2)
c enddo
do i = 1,lc
  do j = i+1,lc
    yy(i,2) = yy(i,2) + yy(j,2)
  enddo
enddo

```

```

enddo
do i = 1,lc
c yy(i,2) = yy(i,2)/yy(i,1)
enddo
do i = 1,lc
write(5,*)yy(i,1),yy(i,2)
enddo
500 format(a100)
stop
end
subroutine order(set,nc,ic,n)
c program order - it orders, ascending, a set of numbers
c uses the column ic of the data set
parameter(npm=10000,ncm=4)
dimension set(npm,ncm)
c mc = nc
10 icont = 0
c write(*,*)'comeca do ',icont
do j= 1,n-1
c write(*,*)j,icont,set(j,1),set(j,2)
if (set(j,ic).gt.set(j+1,ic)) then
icont = 1
do k = 1,nc
x1 = set(j,k)
set(j,k) = set(j+1,k)
set(j+1,k) = x1
enddo
endif
c write(*,*)j,icont,set(j,1),set(j,2)
c pause
enddo
c write(*,*)'fora do '
if (icont.ne.0) go to 10
return
end

```

B.3 PROGRAMA EM FORTRAN PARA CALCULAR AS CORRELAÇÕES

```

* Programa para calcular correlações temporais na ocorrência de máximos e
* mínimos em uma série financeira alisadas pelo método de Lo
*****Constantes*****
* np: numero máximo de pontos no arquivo de entrada
* usado como parameter para definir os vetores x e y
* ncm: numero máximo de colunas no arquivo de entrada

```



```

* usado como parameter para definir o vetor xt
  implicit double precision (a-h,o-z)
  parameter(np = 70000,ncm = 30)
*****Definição das variáveis*****
* ntt: numero de pontos no arquivo de entrada, tem que valer ntt <= np
* ntau: valor maximo de tau
* ntmin: primeira linha dos pontos do conjunto de dados para o calculo
* ntmax: ultima linha dos pontos do conjunto de dados para o calculo
* nc: numero de colunas a serem lidas no arquivo de entrada
* ncx: numero da coluna x
* ncy: numero da coluna y
* npula: numero de linhas de cabecalho que sao puladas
* narq1: nome do arquivo de entrada onde estao os pontos
* narq3: nome do arquivo de saida com os todas as abcisas e ordenadas zero,
*       se o ponto não é extremo, e nao zero se o ponto é extremos
* x(0:np): vetor com nt coordenadas x
* y(0:np): vetor com nt coordenadas y da serie original
  real*8  xt(ncm)
  real*8  x(0:np),y(0:np),corr(0:np)
  character*30 narq1,narq3
*****Entrada de dados*****
open (unit=3,file='corflunorlo.dat')
  read (3,*)ntt,ntau,ntmin,ntmax
  read (3,*)nc,ncx,ncy
  read (3,*)npula
*****Teste para o numero de pontos*****
  if(ntt.gt.np)then
    write(*,*)'Numero de pontos para análise maior que o permitido'
    stop
  else
    continue
  endif
*****
  read(3,500)narq1,narq3
  open(10,file=narq1,status='old')
  open(30,file=narq3)
  write(30,530)narq1,ntt,ntau,ntmin,ntmax,ncx,ncy
do ki = 1,npula
  read (10,*)
enddo
do ki = 1,ntt
  read(10,*,end=15)(xt(k),k=1,nc)
  if (ncx.ne.0)then
    x(ki) = xt(ncx)

```

```

else
  x(ki) = ki
endif
y(ki) = xt(ncy)
enddo
15  continue
*****calculando a média da serie *****
xmed = 0
  do i = 1,ntt
    xmed = xmed + y(i)
  enddo
xmed = xmed/ntt
*****calculando a média das flutuações*****
ymed = 0
  do i = 1,ntt
    ymed = ymed + (y(i)-xmed)**2
  enddo
ymed = ymed/ntt
*****calculando as correlações das flutuações*****
  do itau = 0, ntau
    corr(itau) = 0
    i = 1
    do while(i+itau.le.ntt)
      corr(itau) = corr(itau) + (y(i)-xmed)*(y(i+itau)-xmed)
      i = i+1
    enddo
    corr(itau) = corr(itau)/(i-1)
    corr(itau) = corr(itau)/ymed
  enddo
*****Impressao dos resultados*****
do itau = 0,ntau
  write(30,510)float(itau),corr(itau)
enddo
500  format(a30)
510  format(4(1x, e15.8))
530  format('# arquivo de dados: ',a12/'# numero de pontos:',
.i6,','; valor maximo de tau:',i6/'# linha inicial:',i6,
.' linha final:',i6,','; coluna x:',i2,','; coluna y:',i2)
  stop
end

```

B.4 PROGRAMA EM FORTRAN PARA CALCULAR OS TEMPOS DE RETORNOS

```

* Programa para calcular tempos de retorno entre eventos de magnitude dada
* em uma série financeira alisadas pelo método de Lo.
*****Constantes*****
* np: numero máximo de pontos no arquivo de entrada
* usado como parameter para definir os vetores x, y, e z.
* ncm: numero máximo de colunas no arquivo de entrada
* usado como parameter para definir o vetor xt
  implicit double precision (a-h,o-z)
  parameter(np = 70000,ncm = 30)
*****Definição das variáveis*****
  real*8  xt(ncm)
  real*8  x(0:np),y(0:np),z(0:np)
  character*30 narq1,narq3
*****Entrada de dados*****
open (unit=3,file='returtime.dat')
  read (3,*)ntt
  read (3,*)nc,ncx,ncy,ncz
  read (3,*)npula,zmag
*****Teste para o numero de pontos*****
  if(ntt.gt.np)then
    write(*,*)'Numero de pontos para análise maior que o permitido'
    stop
  else
    continue
  endif
*****
  read(3,500)narq1,narq3
  open(10,file=narq1,status='old')
  open(30,file=narq3)
  write(30,530)narq1,ntt,ncx,ncy,ncz,zmag
do ki = 1,npula
  read (10,*)
enddo
do ki = 1,ntt
  read(10,*,end=15)(xt(k),k=1,nc)
  if (ncx.ne.0)then
    x(ki) = xt(ncx)
  else
    x(ki) = ki
  endif
  y(ki) = xt(ncy)

```

```
z(ki) = xt(ncz)
enddo
15  continue
*****calculando *****
ic = 0
i = 1
xret = 0
      do while (ic.eq.0)
        if (z(i).ge.zmag)then
          ic = 1
          ymin = i
        endif
        i = i+1
      enddo
j = i
k = 1
do i = j, ntt
  xret = xret + y(i)
    if (z(i).ge.zmag)then
      k = k + 1
      write(30,510)float(k),i-ymin,xret
      ymin = i
      xret = 0.
    endif
enddo
500  format(a30)
510  format(4(1x, e15.8))
530  format('# arquivo de dados: ',a12/'# numero de pontos:',
.i6,', coluna x:',i2,', coluna y:',i2,', coluna z:',i2,
. '; zmag:',e15.8)
      stop
      end
```

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] ABAD, A., AND QUILIS, E. F y G: dos programas para el análisis cíclico. aplicación a los agregados monetarios. *Boletín Trimestral da Coyuntura* 62 (1996), 63–103. [2.5.1](#), [2.5.1.2](#)
- [2] ABAD, A., AND QUILIS, E. Programas de análisis cíclico: F, G y FDESC. manual del usuario. Tech. rep., Instituto Nacional de Estadística, Spain, 1997. [2.5.1](#), [2.5.1.2](#)
- [3] ALVAREZ-RAMIREZ, J., RODRIGUEZ, E., AND ECHEVERRIA, J. C. A DFA approach for assessing asymmetric correlations. *Physica A* 388 (2009), 2263–2270. [1.3](#), [2.4](#), [3.1](#), [3.2](#), [3.3.1](#)
- [4] ANDERSEN, T. G., BOLLERSLEV, T., FX, F. X. D., AND LABYS, P. Modeling and forecasting realized volatility. *Econometrica* 71 (2003), 579–625. [4.1](#)
- [5] ANDERSON, P., ARROW, K., AND PINES, D. *The economy as an evolving complex system*. Addison-Wesley, Redwood City, 1988. [1.1](#)
- [6] ANDRADE, R. Detailed analysis of Log-periodic oscillations for an aperiodic Ising model. *Physical Review E* 61 (2000), 7196–7199. [5.3](#)
- [7] ANDRADE, R. F. S., OLIVEIRA, O., CARDOSO, A. L., LUCENA, L. S., LEITE, F. E. A., PORSANI, M. J., AND MACIEL, R. C. Exploring self-affine properties in seismograms. *Computational Geosciences* 13 (2009), 155–163. [3.2](#), [5.3](#)
- [8] ANTENEODO, C., TSALLIS, C., AND MARTINEZ, A. S. Risk aversion in economic transactions. *Europhysics Letters* 59 (2002), 635–641. [4.3](#)
- [9] AOKI, M. *New approaches to macroeconomic modeling: evolutionary stochastic dynamics, multiple equilibria and externalities as field effects*. University Press, Cambridge, Princeton, 1995. [1.1](#)
- [10] ARTHUR, B. Inductive reasoning and bounded rationality. *American Economic Review*, 84 (1994), 406–411. [6](#)
- [11] ARTHUR, B., HOLLAND, J., LEBARON, B., PALMER, R., AND TAYLER, P. *Asset pricing under endogenous expectations in an artificial stock market. The economy as an evolving complex system II*. Addison-Wesley, Reading, MA, 1997. [2.3.1](#), [2.3.2](#)
- [12] AXELROD, R. *The Complexity of Cooperation*. Princeton, New jersey, 1997. [7](#)

- [13] AXELROD, R., AND COHEN, M. *Harnessing Complexity*. The Free Press, New York, 1999. [7](#)
- [14] AXTELL, R. Why agents? on the varied motivations for agent computing in the social sciences. Working paper 17, Center on social and economic dynamics, 2000. [2.3.2](#)
- [15] BAK, P., TANG, C., AND WIESENFELD, K. Self-organized criticality, an explanation of $1/f$ noise. *Physical Review Letters* 59 (1987), 1987. [5.3](#)
- [16] BOLDIN, M. Dating turning points in the business cycle. *Journal of Business* 67, 1 (1994), 97–131. [2.5.1](#)
- [17] BOLLERSLEV, T. Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics* 31 (1986), 307–327. [4.1](#)
- [18] BONANNO, G., LILLO, F., AND MANTEGNA, R. Levels of complexity in financial markets. *Physica A* 299 (2001a), 16–27. [2.2](#)
- [19] BONANNO, G., LILLO, F., AND MANTEGNA, R. High frequency cross-correlation in a set of stocks. *Quantitative Finance* 1 (2001b), 96–104. [2.2](#)
- [20] BONANNO, G., PAPA, A., LALANDE, K., WESTPHAL, M., AND COIFMAN, K. The importance of being flexible: The ability to both enhance and suppress emotional expression predicts long-term adjustment. *Psychological Science* 15, 7 (2004), 482–487. [2.3.1](#)
- [21] BORGES, E. P. Empirical nonextensive laws for the county distribution of total personal income and gross domestic product. *Physica A* 334 (2004), 255–266. [4.3](#)
- [22] BORLAND, L. Option pricing formulas based on a non-gaussian stock price model. *Physical Review Letters* 89 (2002), 098701. [4.3](#)
- [23] BOUCHAUD, J., AND POTTERS, M. *Theory of financial risks: From statistical physics to risk management*. University Press, Cambridge, 2000. [2.2](#), [2.3.1](#)
- [24] BRY, G., AND BOSCHAN, C. Programmed selection of cyclical turning points in individual series. Working paper, National Bureau of Economic Research, Boston, 1971. [2.5.1](#), [2.5.1.1](#)
- [25] BURDA, Z., JURKIEWICZ, J., AND NOWAK, M. Is econophysics a solid science. *Acta Physica Polonica B* 34, 1 (2003), 87–133. [1](#)
- [26] BURNS, A., AND MITCHELL, W. Measuring business cycles. Working paper, National Bureau of Economic Research, Boston, 1946. [2.5.1.1](#)
- [27] BURRIDGE, R., AND KNOPOFF, L. Model and theoretical seismology. *Bull. Seismol. Soc. Am.* 57 (1967), 341. [5.3](#)

- [28] CAJUEIRO, D., AND ANDRADE, R. Controlling self organized criticality. *Physical Review E* 81 (2010), 015102R. 5.3
- [29] CAJUEIRO, D. O. A note on the relevance of the q-exponential function in the context of intertemporal choices. *Physica A* 364 (2006), 385–388. 4.3
- [30] CAJUEIRO, D. O., AND TABAK, B. M. The Hurst exponent over time: Testing the assertion that emerging markets are becoming more efficient. *Physica A* 336 (2004), 521–537. 3.2
- [31] CAJUEIRO, D. O., AND TABAK, B. M. Ranking efficiency for emerging markets. *Chaos, Solitons and Fractals* 22 (2004), 349–352. 3.2
- [32] CAJUEIRO, D. O., AND TABAK, B. M. Testing for time-varying long-range dependence in volatility for emerging markets. *Physica A* 346 (2005), 577–588. 4.1
- [33] CAJUEIRO, D. O., AND TABAK, B. M. Testing for long-range dependence in world stock markets. *Chaos, Solitons and Fractals* 37 (2008), 918–927. 3.2
- [34] CASTIGLIONE, F., AND STAUFFER, D. Multi-scaling in the cont-bouchaud microscopic stock market model. *Physica A* 300, 3-4 (2001), 531–538. 2.3.1
- [35] CHAKRABARTI, B., CHAKRABARTI, A., AND CHATTERJEE, A. *Econophysics and sociophysics trends and perspectives*. Wiley - VCH, Berlin, 2006. 2.3
- [36] CHIN, D., GEWEKE, J., AND MILLER, P. Predicting turning points. Staff report 267, Federal Reserve Bank of Minneapolis, 2000. 2.5.1, 2.5.1.1
- [37] CHOWDHURY, D., AND STAUFFER, D. A generalized spin model of financial markets, condensed matter. *The European Physical Journal B* 8, 3 (1998), 477–482. 2.3.1
- [38] COSTA, U., FREIRE, V., MALACARNE, L., MENDES, R., PICOLI, J., DE VASCONCELOS, E., AND DA SILVA, J. An improved description of the dielectric breakdown in oxides based on a generalized weibull distribution. *Physica A* 361 (2006), 209–215. 5.3.2, 5.3.2
- [39] COX, D., AND COX, M. *The mathematics of banking and finance*. Wiley and Sons, England, 2006. 5.2, 5.2, 5.2, 5.2
- [40] DECHERT, W., AND HOMMES, C. Complex nonlinear and computational methods. *Journal of economic dynamic and control* (2000), 651–662. 2.3.1
- [41] DESTEFANO, N., AND AS, A. S. M. The additive property of the inconsistency degree in intertemporal decision making through the generalization of psychophysical laws. *Physica A* 390 (2011), 1763–1772. 4.3

- [42] DIMATTEO, T., ASTE, T., AND DACORIGNA, M. M. Long-term memories of developed and emerging markets: Using the scaling analysis to characterize their stage of development. *Journal of Banking and Finance* 29 (2005), 827–851. 3.2
- [43] EDERINGTON, L. H., AND LEE, J. H. How markets process information - news releases and volatility. *Journal of Finance* 48 (1993), 1161–1191. 3.1
- [44] EDWARDS, R., AND MAGEE, J. *Technical analysis of stock trends*. J. Magee, Boston, 1966. 4.1
- [45] ENGLE, R. F. Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of variance of united kingdom inflation. *Econometrica* 50 (1982), 987–1008. 4.1
- [46] FAMA, E. Mandelbrot and the stable paretian hypothesis. *Journal of Business* 36, 4 (1963), 420–429. 1.1
- [47] FEIGENBAUM, J., AND FREUND, P. Discrete scale invariance in stock markets before crashes. *International Journal of Modern Physics B* 10 (1996), 3737–3745. 5.3
- [48] FILARDO, A. The evolution of u.s. business cycle phases. Working Paper 93-17, Federal Reserve Bank of Kansas City, 1993. 2.5.2, 2.5.2.2
- [49] FILARDO, A. Business-cycle phases and their transitional dynamics. *Journal of Business and Economic Statistics* 12, 3 (1994), 299–308. 2.5.2, 2.5.2.2
- [50] FILARDO, A., AND GORDON, S. Business cycle durations. *Journal of Econometrics* 85, 1 (1998), 99–124. 2.5.2
- [51] FOSTER, F. D., AND VISWANATHAN, S. Variations in trading volume, return volatility, and trading costs - evidence on recent price formation models. *Journal of Finance* 48 (1993), 187–211. 3.1
- [52] GHYSELS, E. On the periodic structure of the business cycle. *Journal of Business and Economic Statistics* 12, 3 (1994), 289–298. 2.5.2.2
- [53] GREENE, W. *Econometric Analysis*, 7 ed. Prentice Hall, New Jersey, 2008. 5.1, 5.2, 5.2, 5.2
- [54] HAMILTON, J. A new approach to the economic analysis of nonstationary time series and the business cycle. *Econometrica* 57, 2 (1989), 357–384. 2.5.2, 2.5.2.2
- [55] HAMILTON, J. *Time Series Analysis*. Princeton University Press, New Jersey, 1994. 2.5.2, 2.5.2.2
- [56] HERRMANN, F. Seismic facies characterization by scale analysis. *Geophysics Research Letters* 28 (2001), 3871. 3.2

- [57] HERRMANN, F. Seismic deconvolution by atomic decomposition: A parametric approach with sparseness constraints. *International Computational Engineering 12* (2005), 69. [3.2](#)
- [58] HOLLAND, J. *Hidden order*. Helixbooks, Cambridge, 1995. [2.3](#)
- [59] HONG, Y., AND ZHOU, G. Asymmetries in stock returns: Statistical test and economic evaluation. *The Review of Financial Studies*, 20 (2007), 1547–1581. [2.4](#), [2.5.2.2](#)
- [60] HORVATIC, D., STANLEY, H., AND PODOBNIK, B. Detrended cross-correlation analysis for non-stationary time series with periodic trends. *Europhysics Letters 94* (2011), 18007. [3.2](#)
- [61] ILINSKI, K. *Physics of finance: Gauge modelling in non equilibrium pricing*. Wiley and sons, New York, 2001. [2.3.1](#)
- [62] INGBER, L. Statistical mechanical aids to calculating term structure models. *Physical Review A 42* (1990), 7057–7064. [2.3.1](#)
- [63] JACK, T., AND FERGUSON, R. In defense of technical analysis. *Journal of Finance 40* (1985), 757–773. [2.6](#), [2](#), [2.6.1.1](#), [2.6.1.2.1](#)
- [64] JOHANSEN, A., AND SORNETTE, D. The NASDAQ crash of april 2000: Yet another example of log-periodicity in a speculative bubble ending in a crash. *Euro Physics Journal B 17* (2000), 319–328. [5.3](#)
- [65] JOHNSON, N. F., JEFFERIES, P., AND HUI, P. M. *Financial market complexity: What physics can tell us about market behaviour*. Oxford University Press, Oxford, 2003. [2.3.1](#), [3.1](#)
- [66] KANTELHARDT, J. W., KOSCIELNY-BUNDE, E., REGO, H. H., HAVLIN, S., AND BUNDE, A. Detecting long-range correlations with detrended fluctuation analysis. *Physica A 295* (2001), 441–454. [3.2](#)
- [67] KANTELHARDT, J. W., ZSCHIEGNER, S. A., E, E. K.-B., HAVLIN, S., BUNDE, A., AND STANLEY, H. E. Multifractal detrended fluctuation analysis of nonstationary time series. *Physica A 316* (2002), 87–114. [3.2](#)
- [68] KAUFFMAN, S. *At home in the universe*. Oxford University Press, Oxford, 1995. [2.3](#)
- [69] KIEFER, N. Economic duration data and hazard functions. *Journal of Economic Literature 26*, 2 (1988), 646–679. [5.1](#)
- [70] LALOUX, L., CIZEAU, P., BOUCHAUD, J., AND POTTERS, M. Noise dressing of financial correlation matrices. *Physical Review Letters 83* (1999), 1467–1470. [2.3.1](#)

- [71] LAM, P. A markov switching model of GNP growth with duration dependence. Working paper 124, Federal Reserve Bank of Minneapolis, 1997. [2.5.2.2](#)
- [72] LEBARON, B. A builder's guide to agente based financial markets. *Quantitative Finance* 1, 2 (2001), 254–261. [2.3.2](#)
- [73] LEVY, M., LEVY, H., AND SOLOMON, S. *Microscopic simulation of financial markets*. Academic Press, New York, 2000. [2.3.2](#)
- [74] LEWIN, R. *Complexity*. University of Chicago Press, Chicago, 1999. [2.3](#)
- [75] LILLO, F., AND MANTEGNA, R. Power law relaxation in a complex system: Omori law after a financial market crash. *eprint arXiv:cond-mat/0111257* (2001). [5.3](#)
- [76] LIM, K. P., AND BROOKS, R. The evolution of stock market efficiency over time: a survey of the empirical literature. *Journal of Economic Surveys* 25 (2011), 69–108. [3.2](#)
- [77] LO, A. W., MAMAYSKY, H., AND WANG, J. Foundations of technical analysis: computational algorithms, statistical inference, and empirical implementation. *Journal of Finance* 55 (2000), 1705–1765. [1.3](#), [4.1](#), [4.2](#), [4.2](#), [4.5](#)
- [78] LOEWENSTEIN, G., AND PRELEC, D. Anomalies in intertemporal choice - evidence and interpretation. *Quartely Journal of Economics* 107 (1992), 573–597. [4.3](#)
- [79] LUX, T. Long-term stochastic dependence in financial prices: evidence from the german stock market. *Applied Economic Letters*, year = 1996, volume = 3, pages = 701-706,. [3.2](#)
- [80] MANDELBROT, B. The variation os certain speculative prices. *Journal of business* 36 (1963), 394. [1.1](#)
- [81] MANDELBROT, B. *Fractals and scaling in finance*. Springer, New York, 1997. [2.6](#)
- [82] MANTEGNA, R. Levy walks and enhanced diffusion in milan stock exchange. *Physica A* 179 (1991), 232–242. [2.3](#)
- [83] MANTEGNA, R. Hierarchical structure in financial markets. *European Physical Journal B* 11, 193-197 (1999). [2.3.1](#)
- [84] MANTEGNA, R. N., AND STANLEY, H. E. *Introduction to econophysics: correlations and complexity in finance*. Cambridge University Press, Cambridge, 2007. [1.1](#), [2.2](#), [2.3](#), [2.3.1](#), [3.1](#)
- [85] MARTINEZ, A. S., GONZALEZ, R. S., AND TERCARIOL, C. A. S. Continuous growth models in terms of generalized logarithm and exponential functions. *Physica A* 387 (2008), 5679–5687. [4.3](#)

- [86] McCULLOCH, R., AND TSAY, R. Bayesian analysis of autoregressive time series via the gibbs sampler. *Journal of Time Series Analysis* 15, 2 (1994a), 235–250. [2.5.2](#), [2.5.2.2](#)
- [87] McCULLOCH, R., AND TSAY, R. Statistical analysis of economic time series via markov switching models. *Journal of Time Series Analysis* 15, 5 (1994b), 523–539. [2.5.2](#)
- [88] MELLO, B. A., AND CAJUEIRO, D. O. A note on the connection between the Tsallis thermodynamics and cumulative prospect theory. *Revista Brasileira de Economia de Empresas* 10 (2010), 31–36. [4.3](#)
- [89] MONTGOMERY, A., ZARNOWITZ, V., TSAY, R., AND TIAO, G. Forecasting the u.s. unemployment rate. *Journal of the American Statistical Association* 93, 442 (1998), 478–493. [2.5.2](#)
- [90] MOREIRA, J. G., DASILVA, J. K. L., AND KAMPHORST, S. O. On the fractal dimension of self-affine profiles. *Journal of Physics A* 27 (1994), 8079–8089. [3.2](#)
- [91] MURPHY, J. *Technical analysis of the financial markets: A comprehensive guide to trading methods and applications*. New york institute of finance, New York. [1](#), [2.6](#), [2.6.1](#), [2.6.1.1](#), [2.6.1.2](#), [2.6.1.2.1](#), [2.6.2](#)
- [92] OLAMI, Z., FEDER, H., AND CHRISTENSEN, K. Self-organized criticality in a continuous, nonconservative cellular automaton modeling earthquakes. *Physical Review Letters* 62 (1992), 1244–1247. [5.3](#)
- [93] OMORI, F. On the aftershocks of earthquakes. *Journal of the College of Science* 7 (1894), 111–200. [5.3](#)
- [94] PENG, C. K., BULDYREV, S. V., HAVLIN, S., SIMONS, M., STANLEY, H. E., AND GOLDBERGER, A. L. Mozaic organization of DNA nucleotides. *Physical Review E* 49 (1994), 1685–1689. [3.1](#), [3.2](#)
- [95] PETERS, E. *Chaos and order in the capital markets: A new view of cycles, prices, and market volatility*, second edition ed. John Wiley and Sons, New York, 1996. [2.6](#), [1](#), [2.6](#), [2](#), [2.6.2](#)
- [96] PICOLI, J., MENDES, R., AND MALACARNE, L. q-exponential, weibull, and q-weibull distributions: An empirical analysis. *Physica A* 324 (2003), 678–688. [5.3.2](#), [5.3.2](#), [5.3.2](#)
- [97] PODOBNIK, B., HORVATIC, D., PETERSEN, A. M., AND STANLEY, H. E. Cross-correlations between volume change and price change. *Proceedings of the National Academy of Sciences of USA* 106 (2009), 22079–22084. [3.2](#)
- [98] PODOBNIK, B., AND STANLEY, H. E. Detrended cross-correlation analysis: A new method for analyzing two non-stationary time series. *Physical Review Letters* 100 (2008), 084102. [3.2](#)

- [99] PREIS, T., SCHNEIDER, J. J., AND STANLEY, H. E. Switching processes in financial markets. *Proceedings of the National Academy of Sciences of USA* 108 (2011), 774–7678. 2.4, 2.4, 3.3.2, 3.4
- [100] PREIS, T., AND STANLEY, H. E. How to characterize trend switching processes in financial markets. *APCTP Bulletin 23-24* (2009), 18–23. 1.3, 2.4, 2.4, 3.1, 3.3.2, 4.1, 4.4
- [101] PREIS, T., AND STANLEY, H. E. *Econophysics approaches to large-scale business data and financial crisis*. Springer, 2010, ch. Trend switching process in financial markets, pp. 3–26. 2.4, 2.4, 3.1, 4.1
- [102] PREIS, T., AND STANLEY, H. E. Switching phenomena in a system with no switches. *Journal of Statistical Physics* 138 (2010), 431–446. 1.2, 1.3, 2.4, 2.4, 3.1, 3.3.2, 3.4, 4.1
- [103] PREIS, T., AND STANLEY, H. E. Bubble trouble. *Physics World* 24 (2011), 29–32. 2.4, 2.4, 3.1
- [104] ROBERT, E., AND MAGEE, J. *Technical analysis of stock trends*, 5 ed. John Magee, Boston, Massachusetts, 1966. 1, 2.6, 2.6.1, 2.6.1.1, 2.6.1.2, 2.6.1.2.1, 2.6.2
- [105] ROEHNER, B. *Patterns of speculation*. Cambridge University Press, Princeton, 2002. 2.3.1
- [106] SALIH, N., AND POLICANO, A. Can chartists outperform the market? market efficiency tests for technical analyst. *Journal of Future Markets* 4 (1984), 465–478. 2.6, 2, 2.6.2
- [107] SCHADEN, M. Quantum finance. *Physica A* 316 (2002), 511–538. 2.3.1
- [108] SCHWEITZER, F., FAGIOLO, G., SORNETTE, D., VEGA-REDONDO, F., VESPIGNANI, A., AND WHITE, D. R. Economic networks: The new challenges. *Science* 326 (2009), 422–425. 3.1
- [109] SCHWEITZER, F., FAGIOLO, G., SORNETTE, D., VEGA-REDONDO, F., AND WHITE, D. R. Economic networks: What do we know and what do we need to know? *Advances in Complex Systems* 12 (2009), 407–422. 3.1
- [110] SORNETTE, D. *Why stock markets crash: Critical events in complex financial systems*. Princeton University Press, Princeton, 2003. 3.1, 5.3
- [111] SORNETTE, D., AND JOHANSEN, A. Large financial crashes. *Physica A* 245 (1997), 411–422. 1.3, 3.1, 4.1
- [112] SORNETTE, D., JOHANSEN, A., AND BOUCHAUD, J. P. Stock market crashes, precursors and replicas. *Journal of Physics I* 6 (1996), 167–175. 3.1, 4.1, 5.3

- [113] STANLEY, H., GOPIKRISHNAN, P., PLEUROU, V., AND AMARAL, L. Quantifying fluctuations in economic systems by adapting methods of statistical physics. *Physica A* (2000), 339–361. [2.3.1](#)
- [114] TAKAHASHI, T., OONO, H., AND RADFORD, M. H. B. Empirical estimation of consistency parameter in intertemporal choice based on tsallis statistics. *Physica A* 381 (2007), 338–342. [4.3](#)
- [115] TEFATSION, L. Agent-based computational economics: Growing economics from the bottom up. Working paper 1, Iowa state university, 2002. [2.3.2](#)
- [116] TIAO, G., AND TSAY, R. Some advances in non linear and adaptive modeling in time series analysis. *Journal of Forecasting* 13 (1994), 109–131. [2.5.2](#)
- [117] TONG, H. *Threshold models in non-linear time series analysis*. Springer-Verlag, New York, 1983. [2.5.2](#)
- [118] TONG, H. *Non-linear time series: A dynamical system approach*. Clarendon Press, Oxford, 1990. [2.5.2](#)
- [119] TSALLIS, C. Possible generalization of Boltzmann-Gibbs statistics. *Journal of Statistical Physics* 52 (1988), 479–487. [5.3.2](#)
- [120] TSAY, R. Testing and modeling threshold autoregressive processes. *Journal of the American Statistical Association* 84, 405 (1989), 231–240. [2.5.2](#), [2.5.2.1](#)
- [121] VUORENMAA, T. A q-weibull autoregressive conditional duration model and threshold dependence. Discussion paper 117, University of Helsinki, 2006. [5.3.2](#)
- [122] WALDROP, M. *Complexity*. Penguin, London, 1992. [2.3](#)
- [123] WANG, F. Z., YAMASAKI, K., HAVLIN, S., AND STANLEY, H. E. Scaling and memory of intraday volatility return intervals in stock markets. *Physical Review E* 73 (2006), 026117. [1.3](#), [2.2](#), [2.4](#), [4.1](#), [4.3](#), [4.4](#)
- [124] WANG, F. Z., YAMASAKI, K., HAVLIN, S., AND STANLEY, H. E. Multifactor analysis of multiscaling in volatility return intervals. *Physical Review E* 79 (2009), 016103. [1.3](#), [2.2](#), [2.4](#), [4.1](#)
- [125] YAKOVENKO, V. *Econophysics, statistical mechanics approach to, encyclopedia of complexity and system science*. Springer, 2008. [1.1](#), [1](#), [2.3](#)
- [126] YANG, D., AND ZHANG, Q. Drift-independent volatility estimation based on high, low, open and close prices. *Journal of Business* 73 (2000), 477–491. [4.1](#)