



UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA
FACULDADE DE EDUCAÇÃO
DOUTORADO MULTI-INSTITUCIONAL E MULTIDISCIPLINAR
EM DIFUSÃO DO CONHECIMENTO

Tese de doutorado

Uma Proposta para Difusão do Conhecimento em
Correlações Cruzadas de Séries Temporais
Econômicas

Apresentada por: Marcus Fernandes da Silva
Orientador: José Garcia Vivas Miranda

Maio de 2016

Marcus Fernandes da Silva

Uma Proposta para Difusão do Conhecimento em Correlações Cruzadas de Séries Temporais Econômicas

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Difusão do Conhecimento, Curso de Doutorado Multi-Institucional e Multidisciplinar em Difusão do Conhecimento com sede na Faculdade de Educação da Universidade Federal da Bahia, como requisito parcial para a obtenção do título de **Doutor em Difusão do Conhecimento**.

Área de conhecimento: Interdisciplinar

Orientador: José Garcia Vivas Miranda
Universidade Federal da Bahia

Co-Orientador: Gilney Figueira Zebende
Senai-Cimatec

Salvador
Faculdade de Educação da Universidade Federal da Bahia
2016

SIBI/UFBA/Faculdade de Educação – Biblioteca Anísio Teixeira

Silva, Marcus Fernandes da.

Uma proposta para difusão do conhecimento em correlações cruzadas de séries temporais econômicas / Marcus Fernandes da Silva. – 2016.

68 f. : il.

Orientador: Prof. Dr. José Garcia Vivas Miranda.

Coorientador: Prof. Dr. Gilney Figueira Zebende.

Tese (doutorado Multi-institucional e Multidisciplinar em Difusão do Conhecimento) – Universidade Federal da Bahia. Faculdade de Educação, Salvador, 2016.

1. Análise de séries temporais. 2. Correlação (Estatística). 3. Autocorrelação (Estatística). 4. Modelos econométricos. 5. Mercado de câmbio. 6. Preços. I. Miranda, José Garcia Vivas. II. Zebende, Gilney Figueira. III. Universidade Federal da Bahia. Faculdade de Educação. Programa de Doutorado Multi-institucional e Multidisciplinar em Difusão do Conhecimento. IV. Título.

CDD 330.015195 - 23. ed.



LNCC



Sistema FIEB

SENAI

UFBA

FACED



DMMDC

**DOUTORADO MULTI-INSTITUCIONAL E MULTIDISCIPLINAR EM DIFUSÃO DO CONHECIMENTO
FACULDADE DE EDUCAÇÃO**

ATA DE DEFESA DE TESE DO DOUTORANDO **MARCUS FERNANDES DA SILVA NO DOUTORADO MULTI-INSTITUCIONAL E MULTIDISCIPLINAR EM DIFUSÃO DO CONHECIMENTO**

Aos dezesseis dias do mês de maio de dois mil e dezesseis, às 14hs, reuniu-se no Auditório I da FACED/UFBA a Comissão Examinadora composta pelos professores doutores: José Garcia Vivas Miranda (Orientador), Gilney Figueira Zebende, Trazíbulo Henrique Pardo Casas, Núbia Moura Ribeiro, Miguel Angel Rivera Castro e Sheila Rangel para julgar o trabalho intitulado **“UMA PROPOSTA PARA DIFUSÃO DO CONHECIMENTO EM CORRELAÇÕES CRUZADAS DE SÉRIES TEMPORAIS ECONÔMICAS”**, de autoria de **Marcus Fernandes da Silva**. Após a argüição e discussão, a Banca examinou, analisou e avaliou o referido trabalho, chegando à conclusão que este foi **APROVADO**. Nada mais havendo a ser tratado, esta Comissão Examinadora encerrou a reunião da qual eu lavrei a presente ATA, que após lida e achada conforme, vai assinada pelos presentes e encerrada por mim, José Garcia Vivas Miranda.

Salvador, 16 de maio de 2016.

Comissão Examinadora:

Prof. Dr. José Garcia Vivas Miranda (Orientador).....*José Garcia Vivas Miranda*.....

Prof. Dr. Gilney Figueira Zebende.....*Gilney Figueira Zebende*.....

Prof. Dr. Trazíbulo Henrique Pardo Casas.....*Trazíbulo Henrique Pardo Casas*.....

Profa. Dra. Núbia Moura Ribeiro*Núbia Moura Ribeiro*.....

Profa. Dra. Sheila Rangel ..*Sheila Rangel*.....

Prof. Dr. Miguel Angel Rivera Castro.....*Miguel Angel Rivera Castro*.....

Faculdade de Educação da Universidade Federal da Bahia
Programa de Pós-Graduação em Difusão do Conhecimento
Doutorado Multi-Institucional e Multidisciplinar em Difusão do Conhecimento

A Banca Examinadora, constituída pelos professores abaixo listados, leram e recomendam a aprovação [com distinção] da Tese de Doutorado, intitulada “Uma Proposta para Difusão do Conhecimento em Correlações Cruzadas de Séries Temporais Econômicas”, apresentada no dia 16 de maio de 2016, como requisito parcial para a obtenção do título de **Doutor em Difusão do Conhecimento**.

Orientador:

Professor Doutor José Garcia Vivas Miranda
UFBA

Co-Orientador:

Professor Doutor Gilney Figueira Zebende
Senai-Cimatec

Membro do DMMDC:

Professor Doutor Trazíbulo Henrique Pardo Casas
UEFS

Membro do DMMDC:

Professora Doutora Núbia Moura Ribeiro
IFBA

Membro externo ao DMMDC

Professor Doutor Miguel Angel Rivera Castro
UNIFACS

Membro externo ao DMMDC

Professora Doutora Sheila Rangel
Faculdade Ruy Barbosa

Dedico este trabalho a minha família e amigos.

Agradecimentos

Agradeço a minha esposa Idaraí Santos de Santana e a meu filho Ian Mateus Santana da Silva pelo amor e dedicação. A Lucas, Railza, Jaciara e Luci, irmão, mãe, madrinha e tia respectivamente; pelo apoio incansável nos momentos difíceis. Ao orientador José Garcia Vivas Miranda pela paciência e pelos exemplos de compromisso com a docência. A Aloísio Machado da Silva Filho, Arleys Pereira Nunes de Castro, Éder Johnson de Area Leão Pereira pela parceria e amizade. E finalmente agradeço a FAPESB.

Salvador, Bahia, Brasil
16 de maio de 2016.

Marcus Fernandes da Silva

Resumo

Esta tese é formada por 3 trabalhos publicados em periódicos e com uma tentativa de associação entre eles. A ferramenta metodológica mais utilizada em todos estes trabalhos foi o cálculo do coeficiente DCCA entre as séries temporais econômicas consideradas. Os três periódicos compõem os capítulos 4, 5 e 6. As motivações de cada um deles estão em encontrar uma relação precisa entre o expoente λ de correlação cruzada e os expoentes α de auto-correlação; em utilizar o coeficiente de correlação cruzada associado com a hipótese estatística nula para calcular a correlação entre as flutuações do mercado de câmbio com as flutuações dos preços do milho e da soja, no município de Barreiras; observar se há intervalo de tempo para começar essas correlações. Medir as correlações entre o índice bovespa e cada uma das blue-chips consideradas para os períodos pré e pós crise de 2008 respectivamente. Encontramos como resultados a associação precisa entre os expoentes λ e α a partir do coeficiente DCCA, observamos que existe um tempo de 174 dias para começar as correlações entre as flutuações dos preços do câmbio com as flutuações do preço da soja. Com as flutuações do preço do milho este tempo não aconteceu. Observamos que as correlações das blue-chips consideradas com índice bovespa são mais fortes para o período pós-crise de 2008. Sobre a associação entre estes trabalhos, optamos por mostrar uma proposta inédita de utilizar o coeficiente DCCA para medir a quantidade de informações perdidas durante este processo de associação. Observamos que na correlação entre os índices Down Jones e NASDAQ há pouca informação perdida durante a associação entre eles. Nos índices Downs Jones e SSE ocorre este mesmo comportamento para escalas temporais maiores que 1000 dias. No que diz respeito às correlações entre as flutuações dos preços do mercado de câmbio associado com as flutuações dos preços do milho e da soja no município de Barreiras há uma considerável perda de informação durante este processo. E finalmente, nas correlações entre as blue-chips consideradas e o índice Bovespa essa perda de informação é menor para o período pós crise de 2008, se comparado com outros períodos.

Abstract

This thesis consists of three articles published in journals and an attempt to draw an association between them. The methodological tool most used in all these works was the calculation of the DCCA coefficient between the economic time series considered. The three periodicals make up chapters 4, 5 and 6. The motivations of each are: the need to find a relationship between the λ exponent cross-correlation and the α exponent auto-correlation; to use the coefficient of cross-correlation associated with the null statistical hypothesis to calculate the correlation between the fluctuations of the foreign exchange rate in corn prices and soybean, in Barreiras; to observe whether there is a time slot in which these correlations start to measure the correlations between the Bovespa index and each of the blue chips considered for the periods before and after the 2008 crisis, respectively. The results: found as a result of the association needs between α and λ exponents from DCCA coefficient, we note that there is a period of 174 days in which to obtain a correlation between fluctuations in exchange rates with the soybean price fluctuations. With the corn price fluctuations this time does not occur. We note that the correlations of the blue chips considered with the Bovespa index are stronger for the 2008 post-crisis period. On the association between these works, we have chosen to show an unprecedented proposal to use the DCCA coefficient to measure the amount of information lost in this association process. We note that the correlation between the Dow Jones and NASDAQ index there is little information lost during the association between them. The Dow Jones and SSE index show the same behavior for more than 1000 days timescales. Regarding the correlation between fluctuations in the foreign exchange rate prices associated with fluctuations in the prices of corn and soybean in Barreiras, there is a considerable loss of information during this process. Finally, regarding the correlations among the blue chips considered and the Bovespa index, the loss of information is less for the period after the 2008 crisis, compared with other periods.

Sumário

| | | |
|----------|--|-----------|
| 1 | Introdução | 1 |
| 2 | Fundamentação Teórica | 3 |
| 2.1 | Séries Temporais | 3 |
| 2.1.1 | Terminologia | 4 |
| 2.1.2 | Objetivos | 4 |
| 2.1.3 | Abordagens | 4 |
| 2.1.4 | Exemplos de Séries Temporais | 5 |
| 2.2 | Intervalo de Confiança | 6 |
| 2.2.1 | Valor Esperado | 7 |
| 2.3 | Teste de Hipóteses | 8 |
| 2.4 | Coefficiente DCCA | 9 |
| 3 | Difusão do Conhecimento e Correlação Cruzada em Séries Temporais Econômicas | 12 |
| 4 | Diferenciação do Coeficiente de Correlação Cruzada DCCA: Abordagens Teóricas e Aplicações | 15 |
| 4.1 | Resumo | 15 |
| 4.2 | Introdução | 15 |
| 4.3 | Implementação Teórica | 17 |
| 4.4 | Dados e Resultados | 19 |
| 4.5 | Conclusões | 22 |
| 4.6 | Associação com Difusão do Conhecimento | 22 |
| 5 | Quantificando a Influência do Mercado de Câmbio nos Preços do Milho e da Soja no Município de Barreiras | 25 |
| 5.1 | Introdução | 25 |
| 5.2 | Metodologia | 26 |
| 5.3 | Dados e Resultados | 27 |
| 5.4 | Conclusões | 28 |
| 5.5 | Associação com Difusão do Conhecimento | 29 |
| 6 | Quantificando a Correlação Cruzada entre o Ibovespa e as Blue-Chips Brasileiras: Uma Abordagem DCCA | 32 |
| 6.1 | Resumo | 32 |
| 6.2 | Introdução | 32 |
| 6.3 | Metodologia | 33 |
| 6.3.1 | O Coeficiente ρ_{DCCA} | 33 |
| 6.3.2 | Diferencial do Coeficiente ρ_{DCCA} | 34 |
| 6.4 | Dados e Resultados | 35 |
| 6.5 | Conclusões | 37 |
| 6.6 | Associação com Difusão do Conhecimento | 38 |
| 7 | Teste de Estacionariedade com o Método DFA | 42 |

| | | |
|---|----------------------|----|
| 8 | Considerações Finais | 47 |
| | Referências | 48 |

Lista de Tabelas

| | | |
|-----|--|----|
| 6.1 | Blue-Chips do Ibovespa. Fonte: (SILVA et al., 2015). | 37 |
| 6.2 | Descrição Estatística dos retornos dos preços das nove blue-chips e do índice Ibovespa: (i) séries temporais inteiras (célula esquerda), (ii) antes da crise de 2008 (acima a direita) e (iii) depois da crise de 2008 (abaixo a direita).Fonte: (SILVA et al., 2015). | 38 |

Lista de Figuras

- 2.1 Retorno dos Preços das commodities soja e milho em função do tempo em dias. Nesta figura também estão os retornos dos preços diários do dólar para suas respectivas commodities. Fonte: (SILVA; S.FILHO; CASTRO, 2014). 5
- 2.2 Retorno do Ibovespa para: (a) dados coletados entre 22 de outubro de 2001 e 22 de outubro de 2014, (b) antes da Crise de 2008 e (c) depois da Crise de 2008. Fonte: (SILVA et al., 2015). 6
- 2.3 Representação esquemática de amostras de intervalos de confiança de uma determinada população. Fonte: (CATANI, 2015) 8
- 2.4 Representação esquemática de um intervalo de confiança de uma distribuição normal com seus valores extremos: $-Z_{\frac{\alpha}{2}}$ e $Z_{\frac{\alpha}{2}}$, onde α é o erro da estimativa e Z é o quantil da distribuição normal de probabilidade. Fonte: (CATANI, 2015) 9
- 4.1 (a) Variância sem tendência, F_{DFA} , e covariância sem tendência, F_{DCCA} , como função de n (lags n significa escala logaritmica de n), para duas séries temporais geradas pelo processo ARFIMA com $\rho_1 = 0,1$ (bolinhas vazias), $\rho_2 = 0,4$ (quadrados preenchidos) e $W = 1,0$. Nesse processo ARFIMA ambas as séries temporais, y_1 e y_2 , compartilham o mesmo processo Gaussiano independente e identicamente distribuído $\varepsilon_{1,i} = \varepsilon_{2,i}$. Uma lei de potência de auto correlação de longo alcance, $F_{DFA}(n) \sim n^\alpha$, e uma lei de potência de correlação cruzada de longo alcance, $F_{DCCA}(n) \sim n^\lambda$, são geradas. (b) Coeficiente de Correlação Cruzada ρ_{DCCA} versus n . A linha contínua representa o ajuste linear, $\frac{dy}{dx}$, com coeficiente de correlação 0,99, desvio padrão 0,02 e $p_{valor} < 0,0001$. Fonte: (ZEBENDE; SILVA; S.FILHO, 2013). 18
- 4.2 (a) Variância sem tendência $F_{DFA}(n)$ e covariância sem tendência, $F_{DCCA}(n)$ como função de n (lags n significa escala logaritmica de n) para Down Jones y_1 e NASDAQ y_2 para fechamento de preços ajustados para dividendos e splits registrados diariamente entre 5 de fevereiro de 1971 e 9 de dezembro de 2010. (b) Essa figura representa o gráfico $\log x \log$ de $\rho_{DCCA}x^n$. Fonte: (ZEBENDE; SILVA; S.FILHO, 2013). 20
- 4.3 (a) Variância sem tendência $F_{DFA}(n)$ e covariância sem tendência, $F_{DCCA}(n)$ como função de n para duas séries temporais y_1 e y_2 geradas pelo processo ARFIMA: Nesse processo nós temos $\rho_1 = 0,1$, $\rho_2 = 0,4$, $\varepsilon_{1,i} \neq \varepsilon_{2,i}$ e $W = 0,85$. Uma lei de potência de auto correlação de longo alcance, $F_{DFA}(n) \sim n^\alpha$, e uma lei de potência de correlação cruzada de longo alcance, $F_{DCCA}(n) \sim n^\lambda$, foram geradas. (b) Coeficiente de Correlação cruzada DCCA, $\rho_{DCCA}(n)$ em função de n . A linha contínua representa o ajuste linear $\frac{dy}{dx}$ com coeficiente de correlação 0,98, desvio padrão 0,05 e $p_{valor} < 0,0001$. Fonte: (ZEBENDE; SILVA; S.FILHO, 2013). 23
- 4.4 (a) Variância sem tendência, $F_{DFA}(n)$, e covariância sem tendência, $F_{DCCA}(n)$, como função de n para diferenças sucessivas nos preços ajustados de fechamento para os índices Down Jones, y_1 , e SSE, y_2 , registrados diariamente de 4 de janeiro de 2000 até 9 de dezembro de 2010. (b) Coeficiente de Correlação cruzada DCCA, $\rho_{DCCA}(n)$, em função de n . A linha contínua representa o ajuste linear, $\frac{dy}{dx}$, com coeficiente de correlação 0,94, desvio padrão 0,11 e $p_{valor} < 0,0001$. Fonte: (ZEBENDE; SILVA; S.FILHO, 2013). 24

- 5.1 Preços das commodities soja e milho em função do tempo em dias. Obs.: O primeiro dia $t = 1$ corresponde a data de 18/03/2004, tanto para soja quanto para o milho; o dia $t = 1616$ para o milho e $t = 1880$ para a soja correspondem a data de 18/07/2012. O número total de dados das séries temporais destas commodities foi diferente devido a exigência do método. Ajustaram-se simultaneamente aos dias em que existia a cotação do dólar, e, portanto, o número de observações da série temporal do câmbio foi igual aos respectivos números de dados dos preços da soja e do milho. Nesta figura, também estão os preços diários do dólar para suas respectivas commodities. Fonte: (SILVA; S.FILHO; CASTRO, 2014). 30
- 5.2 Retorno dos Preços das commodities soja e milho em função do tempo em dias. Nesta figura também estão os retornos dos preços diários do dólar para suas respectivas commodities. Fonte: (SILVA; S.FILHO; CASTRO, 2014). 31
- 5.3 Valores encontrados do coeficiente ρ_{DCCA} em função das escalas temporais s . Obs.: Para cada escala temporal considerada, têm-se os valores de ρ_{DCCA} e os seus pontos críticos. Valores $|\rho_{DCCA}| \geq \rho_C$ são considerados estatisticamente significativos e $|\rho_{DCCA}| \leq \rho_C$ não são significativos, de acordo com a hipótese nula considerada. Observa-se que o gráfico da soja mostra que as flutuações dos preços começam a ser afetadas pelas variações do preço do câmbio a partir de 174 dias (aproximadamente seis meses), enquanto que as flutuações do milho são constantemente influenciadas pelo mercado de câmbio. Fonte: (SILVA; S.FILHO; CASTRO, 2014). 31
- 6.1 Retorno do Ibovespa para: (a) dados coletados entre 22 de outubro de 2001 e 22 de outubro de 2014, (b) antes da Crise de 2008 e (c) depois da Crise de 2008. Fonte: (SILVA et al., 2015). 39
- 6.2 Coeficiente de Correlação Cruzada sem tendência entre Ibovespa e as 9 empresas Blue-Chips em função da escala s . (a) Representa a análise das séries temporais completas, (b) do período antes da Crise de 2008 e (c) do período após a crise de 2008. Fonte: (SILVA et al., 2015). 40
- 6.3 $y = \log(\rho_{DCCA})$ em função de $x = \log(s)$ para a correlação cruzada entre o Ibovespa e as blue-Chips: (a) análise para as séries temporais inteiras, (b) antes da crise de 2008 e (c) depois da crise de 2008. Fonte: (SILVA et al., 2015). 41
- 7.1 Função Variância sem tendência com relação a escala temporal n dos retornos dos preços do mercado de câmbio, da soja e do milho no município de Barreiras. Observa-se que em todos eles o coeficiente α_{DFA} é diferente de zero o que comprova que as séries temporais analisadas não são estacionárias. 43
- 7.2 Função Variância sem tendência com relação a escala temporal n dos retornos do índice bovespa e das blue-chips para todo o período analisado. Encontramos, seguindo a sequência da legenda, os respectivos valores do coeficientes α_{DFA} iguais a 0,5, 0,47, 0,41, 0,49, 0,54, 0,42, 0,51, 0,48, 0,53 e 0,58. Isso mostra que estas séries temporais não são estacionárias. 44
- 7.3 Função Variância sem tendência com relação a escala temporal n dos retornos do índice bovespa e das blue-chips para o período anterior a crise de 2008. Encontramos, seguindo a sequência da legenda, os respectivos valores do coeficientes α_{DFA} iguais a 0,47, 0,45, 0,40, 0,46, 0,51, 0,42, 0,51, 0,46, 0,48, 0,49. Isso mostra que estas séries temporais são não-estacionárias. 45

- 7.4 Função Variância sem tendência com relação a escala temporal n dos retornos do índice bovespa e das blue-chips para o período pós-crise. Encontramos, seguindo a sequência da legenda, os respectivos valores do coeficientes α_{DFA} iguais a 0,40, 0,45, 0,39, 0,51, 0,45, 0,39, 0,38, 0,41, 0,50 e 0,37. Isso mostra que estas séries temporais não possuem o comportamento estacionário. 46

Lista de Siglas

| | |
|---------------|---|
| ARFIMA ... | Autoregressive Fractionally Integrated Moving Average |
| BACEN | Banco Central do Brasil |
| Bovespa | Bolsa de Valores do Estado de São Paulo |
| COPOM | Comitê de Política Monetária |
| DCCA | Detrended Cross-Correlation Analysis |
| DFA | Detrended Flutuation Analysis |
| Ibovespa | Índice da Bolsa de Valores do Estado de São Paulo |
| PIB | Produto Interno Bruto |
| SEI | Superintendência de Estudos Econômicos e Sociais |
| SELIC | Sistema Especial de Liquidação e de Custódia |
| WWW | World Wide Web |

Introdução

Esta tese está baseada no contexto empirista da economia em associação com uma teoria da física, em que são manipulados dados reais para a partir desta manipulação extrairmos resultados. Este contexto está estruturado a partir de dados econômicos conhecidos em conjunto com uma teoria da física de correlação cruzada em séries temporais (ver esta teoria com mais detalhes nas seção 2.4). Por isso, podemos afirmar que esta tese é mais uma pesquisa disposta a contribuir para o desenvolvimento da econofísica.

Na literatura não encontramos trabalhos que abordassem a associação entre difusão do conhecimento e correlações cruzadas em séries temporais econômicas. Portanto, justificamos a opção por começar a desenvolver esta temática devido ao seu ineditismo.

Dentro deste contexto, escolhemos desenvolver estudos de correlações cruzadas em séries temporais econômicas de um ponto de vista empírico destes sistemas e a partir daí propomos estabelecer uma conexão com difusão do conhecimento considerando que existe toda uma cadeia de desenvolvimento de fatos que conectam as duas variáveis consideradas. Diante do exposto, optamos por responder a seguinte questão: *Qual o percentual de informação perdida entre as séries temporais econômicas consideradas?*

Para respondermos esta pergunta construímos o capítulo 2 onde mostramos uma breve fundamentação teórica com os conceitos que consideramos mais relevantes para a compreensão dos capítulos subsequentes. No capítulo 3 lançamos nossa proposta de associação entre difusão do conhecimento e correlações cruzadas de séries temporais econômicas. Os capítulos 4, 5, 6 são periódicos disponíveis em (ZEBENDE; SILVA; S.FILHO, 2013), (SILVA; S.FILHO; CASTRO, 2014) e (SILVA et al., 2015), respectivamente ¹. Ao encerrar cada um destes capítulos optamos por responder a questão problema desta tese criando uma pequena seção de associação entre cada periódico com a difusão do conhecimento. O capítulo 7 prova que todas as séries temporais analisadas não são estacionárias, que é a condição para se utilizar o coeficiente DCCA da seção 2.4. No capítulo 8 mostramos nossas considerações finais.

Assim, como qualquer pesquisa, esta tese também pode e deve ser refutada pois, possui limitações. Como estamos estabelecendo um trabalho empírico de correlação cruzada entre pares de séries temporais econômicas, não desenvolvemos uma teoria econômica para explicar o maior número possível de fatores em cadeia que conectem estes pares de variáveis.

¹Cada um destes capítulos possui este perfil, por isso supomos que possam ser lidos separadamente desta tese, sem prejuízo de suas compreensões. O capítulo 4 tem como motivação estabelecer uma relação bem definida entre os expoentes α_{DFA} , λ_{DCCA} e ρ_{DCCA} . O capítulo 5 tem como motivação medir a correlação entre os retornos dos preços da soja com os retornos dos preços do mercado de câmbio e dos retornos dos preços do milho com os retornos dos preços do mercado de câmbio, medir o tempo em que começam a existir essas correlações utilizando o coeficiente DCCA associado com a hipótese estatística nula. O capítulo 6 tem como motivação calcular a aderência entre cada uma das blue-chips analisadas e o índice Bovespa, utilizando o coeficiente DCCA com os conceitos vistos no capítulo 4, para os períodos pré e pós crise financeira de 2008.

Focamos no resultado final desta conexão para a partir daí analisá-lo. Portanto, a explicação destas conexões está condiciada a construção de modelos teóricos que optamos por colocá-los como perspectivas futuras no capítulo 8.

Fundamentação Teórica

Construímos esta seção com o objetivo de mostrar, de forma um pouco mais ampliada ao leitor, os conceitos teóricos que consideramos como mais importantes e mais abordados neste trabalho.

Na medida em que são abordados nos capítulos seguintes, fazemos uma referência à fundamentação teórica. Portanto, o exercício da leitura fica a critério do leitor: seguir a sequência estrutural desta tese ou retornar a esse capítulo.

2.1 Séries Temporais

De acordo com [EHLERS \(2005\)](#), uma *série temporal* é uma coleção de observações feitas sequencialmente ao longo do tempo. A característica mais importante deste tipo de dados é que as observações vizinhas são dependentes e estamos interessados em analisar e modelar esta dependência. Enquanto em modelos de regressão por exemplo a ordem das observações é irrelevante para a análise, em séries temporais essa ordem é crucial. Vale notar também que o tempo pode ser substituído por outra variável como espaço, profundidade, etc.

Como a maior parte dos procedimentos estatísticos foi desenvolvida para analisar observações independentes, o estudo de séries temporais requer o uso de técnicas específicas. Dados de séries temporais surgem em vários campos do conhecimento como Economia (preços diários de ações, taxa mensal de desemprego, produção industrial), Medicina (eletrocardiograma, eletroencefalograma), Epidemiologia (número mensal de novos casos de meningite), Meteorologia (precipitação pluviométrica, temperatura diária, velocidade do vento), etc.

Algumas características são particulares a estes tipos de dados, por exemplo,

- Observações correlacionadas são mais difíceis de analisar e requerem técnicas específicas;
- Precisamos levar em conta a *ordem temporal* das observações;
- Fatores complicadores como presença de tendências e variação sazonal ou cíclica podem ser difíceis de estimar ou remover;
- A seleção de modelos pode ser bastante complicada, e as ferramentas de difícil interpretação ;

- É mais difícil de lidar com observações perdidas e dados discrepantes devido à natureza sequencial.

2.1.1 Terminologia

Uma série temporal é dita ser *contínua* quando as observações são feitas continuamente no tempo ou *discreta* quando as observações são feitas em tempos específicos, geralmente equiespaçados. Note que estes termos não se referem à variável observada, esta pode assumir valores discretos ou contínuos.

Por outro lado, séries temporais discretas podem surgir de várias formas. Séries contínuas podem ser *discretizadas*, i.e. seus valores são registrados a certos intervalos de tempo. Séries de valores agregados ou acumulados em intervalos de tempo, por exemplo exportações medidas mensalmente ou quantidade de chuva medida diariamente. Finalmente, algumas séries são inerentemente discretas, por exemplo dividendos pagos por uma empresa aos seus acionistas em anos sucessivos.

2.1.2 Objetivos

Em algumas situações o objetivo pode ser fazer previsões de valores futuros enquanto em outras a estrutura da série ou sua relação com outras séries pode ser o interesse principal. De um modo geral, os principais objetivos em se estudar séries temporais podem ser os seguintes,

- Descrição: propriedades da série, e.g. o padrão de tendência, existência de variação sazonal, outliers, alterações estruturais;
- Explicação: Usar a variação em uma série para explicar a variação em outra série;
- Predição: prever valores futuros com base em valores passados;
- Controle de processos: por exemplo controles estatísticos de qualidade.

2.1.3 Abordagens

- Técnicas Descritivas: gráficos, identificação de padrões;
- Modelos probabilísticos: seleção de modelos, estimação, predição. Ferramenta básica é a *função de auto-correlação*;

- Análise Espectral;
- Métodos não paramétricos (alisamento ou suavização);
- Outras Abordagens: modelos de espaço de estados, modelos não lineares, séries multivariadas, estudos longitudinais, processos de longa dependência, volatilidade estocástica;

2.1.4 Exemplos de Séries Temporais

Vamos tomar como exemplo as séries temporais econômicas dos capítulos seguintes, bem como uma breve descrição estatística das mesmas.

Na Figura 2.1 temos os retornos do preço do milho em Barreiras com os retornos do preço do mercado de câmbio. Também temos o retorno dos preços da soja para este mesmo município e o retorno do preços do mesmo mercado de câmbio. Observa-se que todos os gráficos possuem média praticamente nula em torno de zero e variância aumentando, no decorrer do tempo. Esse comportamento caracteriza estas séries como não- estacionárias (para mais detalhes ver o capítulo 7).

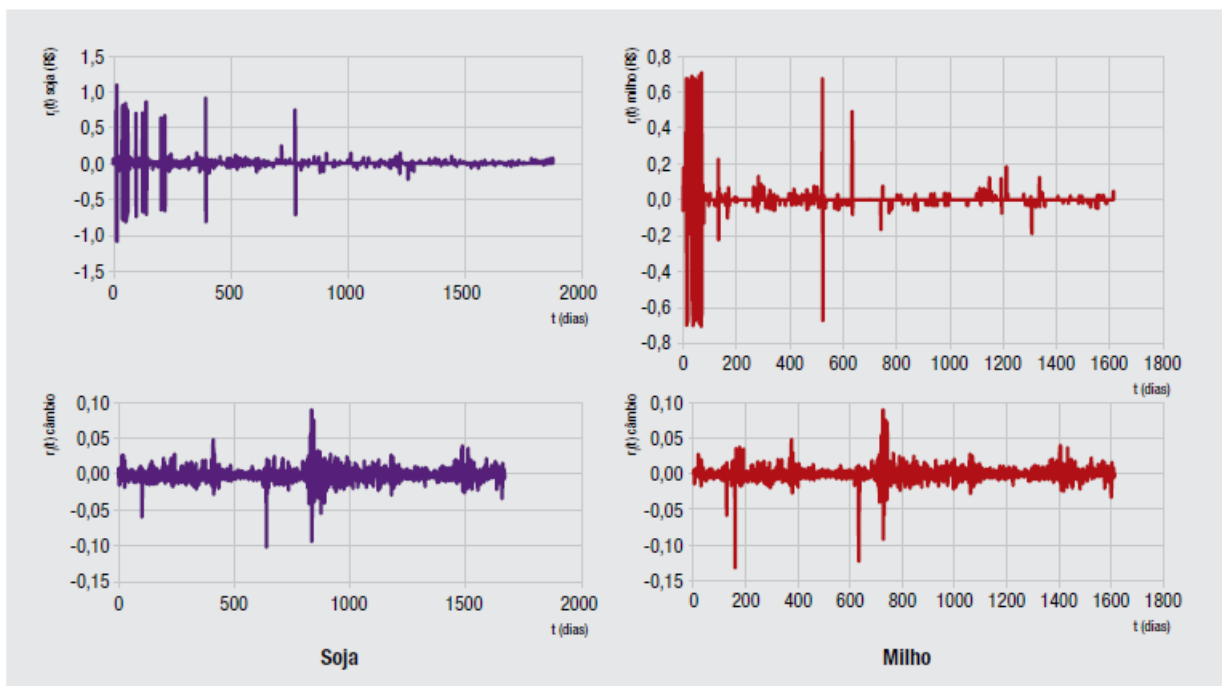


Figura 2.1: Retorno dos Preços das commodities soja e milho em função do tempo em dias. Nesta figura também estão os retornos dos preços diários do dólar para suas respectivas commodities. Fonte: (SILVA; S.FILHO; CASTRO, 2014).

Na Figura 2.2 temos os retornos do índice Bovespa entre os anos de 2001 e 2014 e separados entre antes e depois da crise financeira de 2008. Observa-se o mesmo comportamento

da figura anterior com média praticamente nula e variância aumentando com as escalas temporais (para mais detalhes ver o capítulo 7).

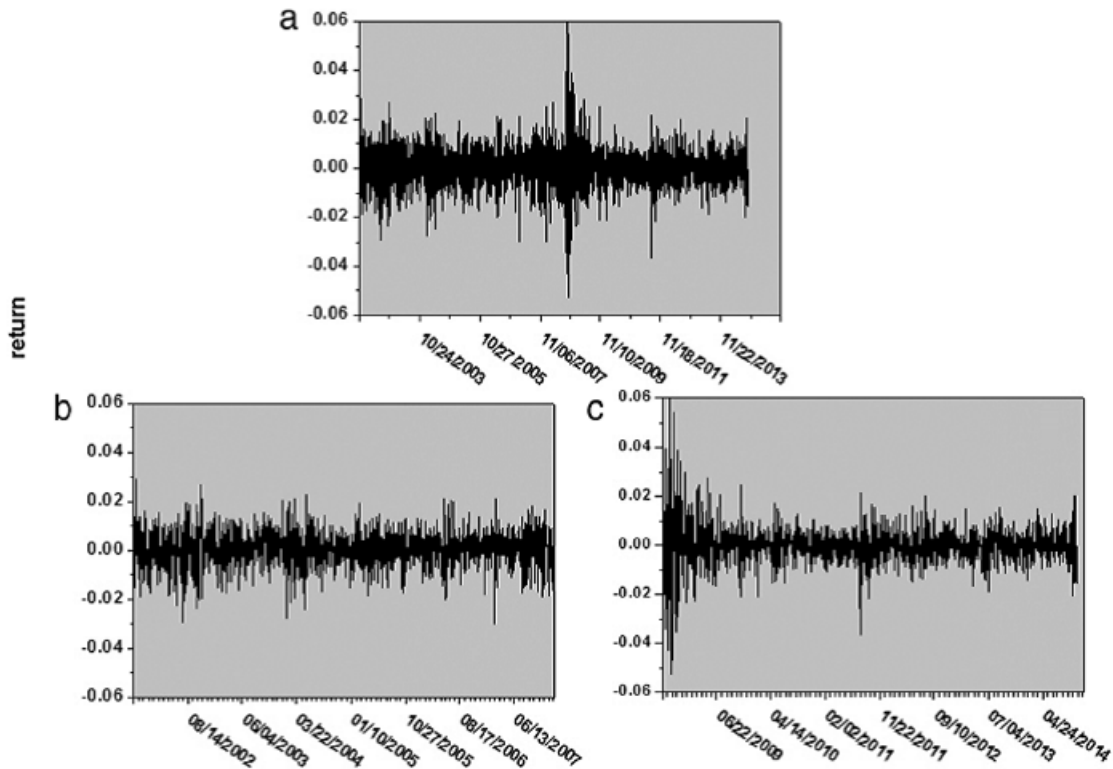


Figura 2.2: Retorno do Ibovespa para: (a) dados coletados entre 22 de outubro de 2001 e 22 de outubro de 2014, (b) antes da Crise de 2008 e (c) depois da Crise de 2008. Fonte: (SILVA et al., 2015).

2.2 Intervalo de Confiança

De acordo com CATANI (2015) um intervalo de confiança é um intervalo estimado de um parâmetro de interesse de uma população. Em vez de estimar o parâmetro por um único valor, é dado um intervalo de estimativas prováveis. O quanto estas estimativas são prováveis será determinado pelo coeficiente de confiança $(1 - \alpha)$, para $\alpha \in (0, 1)$.

Intervalos de confiança são usados para indicar a confiabilidade de uma estimativa. Por exemplo, um intervalo de confiança pode ser usado para descrever o quanto os resultados de uma pesquisa são confiáveis. Sendo todas as estimativas iguais, uma pesquisa que resulte num intervalo de confiança pequeno é mais confiável do que uma que resulte num intervalo de confiança maior.

Se U e V são estatísticas (isto é, funções da amostra) cuja distribuição de probabilidade dependa do parâmetro θ , e $P(U < \theta < V | \theta) = 1 - \alpha$, então o intervalo aleatório (U, V) é um intervalo de confiança com nível $100(1 - \alpha)\%$ para θ . Portanto, podemos interpretar o intervalo de confiança como um intervalo que contém os valores “plausíveis” que o parâmetro θ pode assumir. Assim, a amplitude do intervalo está associada a incerteza que temos do parâmetro.

Considere X_1, X_2, \dots, X_n uma amostra aleatória retida de uma população com distribuição f_θ que depende do parâmetro θ . Por exemplo, tomamos X_1, X_2, \dots, X_n uma amostra aleatória com distribuição normal com média μ desconhecida e desvio padrão conhecido $\sigma = 1$. Para propormos um intervalo de confiança para o parâmetro θ , vamos introduzir o conceito de quantidade pivotal. Uma função Q da amostra (X_1, X_2, \dots, X_n) e do parâmetro θ cuja distribuição de probabilidade não depende do parâmetro θ é denominada quantidade pivotal. Desta forma, dado o nível de confiança $1 - \alpha$, tomamos $1 - \alpha = P(q_1 \leq Q(X_1, X_2, \dots, X_n; \theta) \leq q_2)$.

Se a quantidade pivotal Q for inversível, podemos resolver a inequação acima em relação a θ e obter um intervalo de confiança.

2.2.1 Valor Esperado

Suponha que queiramos estimar a média μ de uma população com distribuição normal e variância σ^2 conhecida. O estimador de máxima verossimilhança para a média populacional μ é dado pela média amostral \bar{X} de uma amostra de tamanho n . Assim, temos a seguinte quantidade pivotal $e = (\bar{X} - \mu) \sim N(0, \frac{\sigma^2}{n})$. Então $P(|e| < 1,96 \frac{\sigma^2}{n}) = 0,95 \implies P(|\bar{X} - \mu| < 1,96 \frac{\sigma^2}{n}) = 0,95 \implies P(\bar{X} - 1,96 \frac{\sigma^2}{n} < \mu < \bar{X} + 1,96 \frac{\sigma^2}{n}) = 0,95$.

Para interpretar o intervalo de confiança da média, assumimos que os valores foram amostrados de forma independente e aleatória de uma população com distribuição normal com média μ e variância σ^2 . Dado que estas suposições são válidas, temos 95% de “chance” do intervalo conter o verdadeiro valor da média populacional. Em outras palavras, se produzirmos diversos intervalos de confiança provenientes de diferentes amostras independentes de mesmo tamanho, podemos esperar que aproximadamente 95% destes intervalos devem conter o verdadeiro valor da média populacional. A Figura 2.3 mostra uma pequena representação esquemática de um conjunto de amostras de intervalos de confiança para uma população qualquer.

Quando queremos estimar a média de uma população através de uma amostra temos dois casos distintos a considerar: quando a variância da população é conhecida e quando ela é desconhecida. A seguir mostraremos somente o primeiro caso porque é o que nós utilizamos neste trabalho.

Consideremos uma amostra aleatória simples X_1, \dots, X_n obtida de uma população com distribuição normal, com média μ e variância σ^2 conhecida. Desta forma, a distribuição amostral da média também é normal com média μ e variância $\frac{\sigma^2}{n}$, ou seja, $\bar{X} \sim N(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$. Assim temos que $Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \sim N(0, 1)$, isto é, a variável Z tem distribuição normal padronizada.

Consideremos que a probabilidade da variável Z tomar valores entre $-Z_{\alpha/2}$ e $Z_{\alpha/2}$ é $1 - \alpha$. Os valores $-Z_{\alpha/2}$ e $Z_{\alpha/2}$ são obtidos na tabela da distribuição normal conforme mostra a figura 2.4.

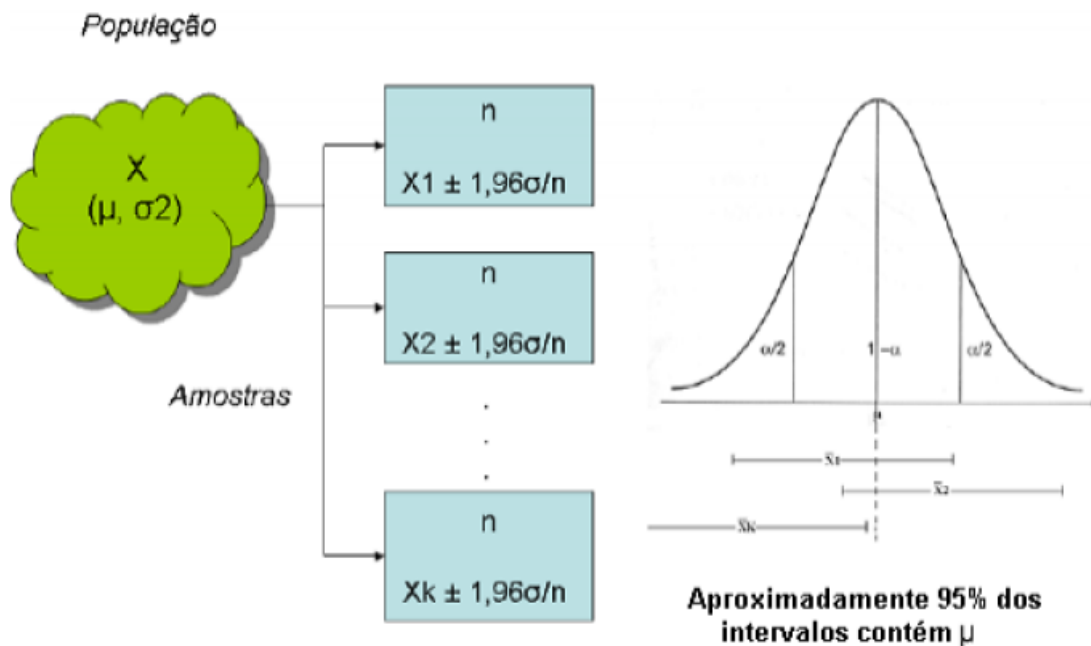


Figura 2.3: Representação esquemática de amostras de intervalos de confiança de uma determinada população. Fonte: (CATANI, 2015)

Então temos que $P[-Z_{\alpha/2} \leq Z \leq Z_{\alpha/2}] = 1 - \alpha$, ou seja, $P[-Z_{\alpha/2} \leq \frac{\bar{X}}{\sigma/\sqrt{n}} \leq Z_{\alpha/2}] = (1 - \alpha)$, o que implica que $P[\bar{X} - Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}] = 1 - \alpha$. Com isso o intervalo de confiança da média é dado por $(\bar{X} - Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}; \bar{X} + Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$. Caso os dados não tenham distribuição normal, podemos aplicar o teorema central do limite e construir um intervalo de confiança aproximado. Podemos afirmar que, se pudermos repetir muitas vezes o experimento e coletarmos os dados, aproximadamente em $100(1 - \alpha)\%$ das vezes a média populacional estará no intervalo encontrado.

2.3 Teste de Hipóteses

De acordo com VIALI (2015) uma hipótese estatística é uma suposição ou afirmação que pode ou não ser verdadeira, relativa a uma ou mais populações. A veracidade ou falsidade de uma hipótese estatística nunca é conhecida com certeza, a menos que, se examine toda a população, o que é impraticável na maior parte das situações.

Desta forma, toma-se uma amostra aleatória da população de interesse e com base nessa amostra é estabelecido se a hipótese é provavelmente verdadeira ou provavelmente falsa. A decisão de que a hipótese é provavelmente verdadeira ou falsa é tomada com base em “distribuições amostrais”. Em estatística trabalha-se com dois tipos de hipótese.

A **hipótese nula** é a hipótese de igualdade. Esta hipótese é denominada de hipótese de

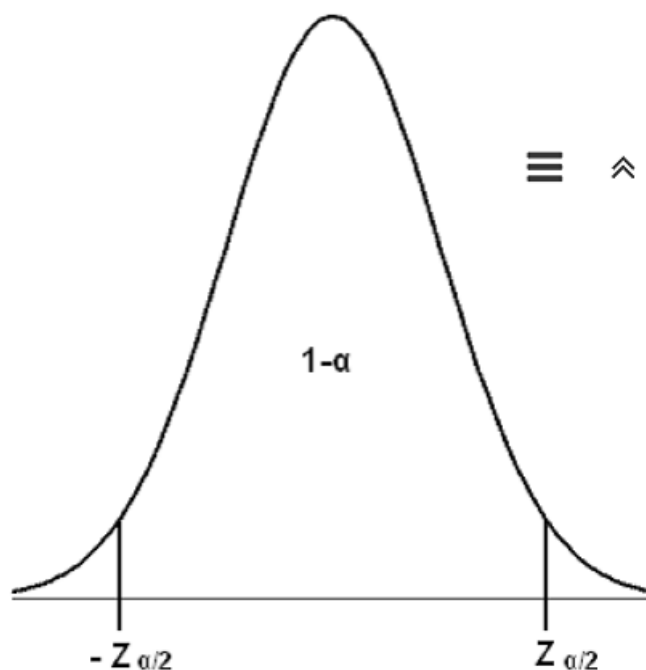


Figura 2.4: Representação esquemática de um intervalo de confiança de uma distribuição normal com seus valores extremos: $-Z_{\frac{\alpha}{2}}$ e $Z_{\frac{\alpha}{2}}$, onde α é o erro da estimativa e Z é o quantil da distribuição normal de probabilidade. Fonte: (CATANI, 2015)

nulidade e é representada por H_0 (lê-se h zero). A hipótese nula é normalmente formulada com o objetivo de ser rejeitada. A rejeição da hipótese nula envolve a aceitação de outra hipótese denominada de **alternativa**. Esta hipótese é a definição operacional da hipótese de pesquisa que se deseja comprovar. A natureza do estudo vai definir como deve ser formulada a hipótese alternativa. Por exemplo, se o teste é do tipo paramétrico, onde o parâmetro a ser estudado é representado por θ , então a hipótese nula seria: $H_0 : \theta = \theta_0$ e as hipóteses alternativas seriam

$H_1 : \theta = \theta_1$ (Hipótese alternativa simples) ou

$H_2 : \theta \neq \theta_0; \theta > \theta_0$ ou $\theta < \theta_0$. (Hipóteses alternativas compostas)

No segundo caso, $H_2 : \theta \neq \theta_0$, diz-se que o teste é bilateral (ou bicaudal), se $H_2 : \theta > \theta_0$, diz-se que o teste é unilateral (ou unicaudal) à direita e se $H_2 : \theta < \theta_0$, diz-se que o teste é unilateral (ou unicaudal) à esquerda.

2.4 Coeficiente DCCA

Este coeficiente (ZEBENDE, 2011) é a teoria norteadora dos capítulos seguintes, vamos mostrar nesta seção as etapas de sua determinação, que são estabelecidas a partir dos métodos DFA (PENG et al., 1994) e DCCA (PODOBNIK; STANLEY, 2008). E portanto, nos parágrafos seguintes vamos explicar com um pouco mais detalhes, o primeiro e o segundo métodos, finalizando com a determinação deste coeficiente e com as informações que

ele traz sobre a correlação entre pares de séries temporais.

Vamos iniciar pelo método DFA que foi desenvolvido para quantificar a auto-correlação de longo alcance de séries temporais não-estacionárias. Este método se estrutura em uma sequência de passos para determinar a auto-correlação de uma série temporal não estacionária qualquer $u(i)$ com $i = 1, 2, 3 \dots N$, onde N é o número total de elementos da série $u(i)$. Inicialmente integramos a série $u(i)$ e obtemos uma nova série integrada $y(k) = \sum_{i=1}^k u(i) - \langle u \rangle$, onde $\langle u \rangle$ é a média de $u(i)$ para cada k variando de 1 a N . Em seguida a série integrada é dividida em caixas de tamanho n (essas caixas são as escalas temporais). Para cada escala temporal n ajustamos a melhor reta, o qual representa a tendência na escala temporal. Tiramos a tendência local subtraindo a série integrada $y(k)$ de sua tendência local linear $y_n(k)$ em cada escala temporal n . Então para cada n , calculamos função raiz quadrática média das flutuações $F_{DFA}(n) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N [y(k) - y_n(k)]^2}$. No final, teremos um conjunto de valores de $F_{DFA}(n)$ e seus respectivos n .

Para observarmos se há uma lei de potência entre essas duas variáveis basta plotar os gráficos destas em escalas logarítmicas e observar se há um comportamento linear. Caso isso ocorra, teremos a seguinte lei de potência $F_{DFA}(n) \propto n^\alpha$, onde α denota o comportamento da persistência da série (FEDER, 1988). Quando $\alpha = 0,5$ temos uma série temporal não-correlacionada, ou seja, sem memória. Quando $\alpha > 0,5$ temos uma série temporal persistente, ou seja, incrementos positivos no passado aumentam a probabilidade de incrementos positivos no futuro, ou vice-versa. Quando $\alpha < 0,5$ temos uma série temporal anti-persistente, ou seja, incrementos positivos no passado aumentam a probabilidade de incrementos negativos no futuro, ou vice-versa.

O método DCCA, generalização do método DFA, foi desenvolvido para analisar a lei de potência de correlação cruzada de longo alcance de pares de séries temporais não estacionárias. Ele se estrutura em uma sequência de passos para determinar esta lei, considerando inicialmente duas séries temporais não estacionárias qualquer $u_1(i)$ e $u_2(i)$ com $i = 1, 2, 3 \dots N$, onde N é o número total de elementos destas séries. Logo em seguida integramos as séries $u_1(i)$ e $u_2(i)$, obtendo os sinais integrais $R_1(k) = \sum_{i=1}^k u_1(i)$ e $R_2(k) = \sum_{i=1}^k u_2(i)$, onde $k = 1, \dots, N$. Depois dividimos cada uma dessas séries integradas em $(N - n)$ caixas sobrepostas cada uma contendo $(n + 1)$ valores.

Cada caixa começa com i e termina com $(i + n)$ elementos, então definimos as tendências locais, $\tilde{R}_{1,i}(k)$ e $\tilde{R}_{2,i}(k)$ ($i < k < i + n$), sendo o ajuste dos mínimos quadrados de ordem linear. Então retiramos a tendência de $R_1(k)$ e $R_2(k)$ calculando a diferença entre estas e suas respectivas tendências locais. Em seguida calculamos a covariância dos resíduos em cada caixa $f_{DCCA}^2(n, i) \equiv \frac{1}{(n+1)} \sum_{k=1}^{i+n} (R_1(k) - \tilde{R}_{1,i}(k))(R_2(k) - \tilde{R}_{2,i}(k))$. Finalmente, a função covariância sem tendência é calculada pelo somatório de todas as caixas sobrepostas $(N - n)$ de tamanho n $F_{DCCA}^2(n) \equiv (N - n)^{-1} \sum_{i=1}^{N-n} f_{DCCA}^2(n, i)$. No final teremos um conjunto de valores de $F_{DCCA}^2(n)$ e seus respectivos n^2 . Para observarmos se há uma lei de potência entre essas duas variáveis basta plotar o gráficos destas em escalas logarítmicas e observar se há um comportamento linear.

Caso isso ocorra, teremos a seguinte lei de potência $F_{DCCA}^2(n) \propto n^{2\lambda}$, onde λ é o expoente

da lei de potência de correlação cruzada de longo alcance que traz informações sobre a propriedade persistência. Quando $\lambda = 0,5$ as duas séries crescem e decrescem sem memória de longo alcance. Quando $\lambda > 0,5$ temos a persistência, ou seja, incrementos positivos no passado de uma série aumentam a probabilidade de incrementos positivos no futuro da outra, ou vice-versa. Quando $\lambda < 0,5$ temos a anti-persistência, ou seja, incrementos positivos no passado de uma série aumentam a probabilidade de incrementos negativos no futuro da outra, ou vice-versa. De acordo com [PODOBNIK; STANLEY \(2008\)](#), em geral, λ tende à média dos valores dos expoentes DFA, assim, $\lambda \approx \frac{(\alpha_1 + \alpha_2)}{2}$ ¹.

Finalmente, a teoria de Zebende é definida a partir de um coeficiente de correlação cruzada ² que tem como objetivo quantificar o nível de correlação entre pares de séries temporais não-estacionárias. Este coeficiente é definido como a razão entre a função covariância sem tendência $F_{DCCA}^2(n)$ e a função variância sem tendência $F_{DFA}(n)$ de $u_1(i)$ e $u_2(i)$, ou seja, $\rho_{DCCA}(n) \equiv \frac{F_{DCCA}^2(n)}{F_{DFAu_1}(n)F_{DFAu_2}(n)}$. O $\rho_{DCCA}(n)$ é um coeficiente adimensional que possui valores entre -1 e 1. $\rho_{DCCA}(n) = 0$ significa que não correlação entre as séries, quando ele é igual a 1 isso significa que as séries temporais analisadas são perfeitamente correlacionadas e quando é igual a -1 significa que estas séries são perfeitamente anti-correlacionadas.

¹O capítulo 4 mostra uma visão mais detalhada desta relação, baseando-se na teoria de Zebende.

²A utilização deste coeficiente é válida para séries temporais simultâneas e com o mesmo número total de elementos.

Difusão do Conhecimento e Correlação Cruzada em Séries Temporais Econômicas

Neste capítulo assumiremos que a difusão do conhecimento está relacionada com a correlação cruzada em séries temporais econômicas. Partiremos de uma definição de séries temporais da seção 2.1 para em seguida mostrar uma breve explicação de como se formam as correlações cruzadas entre estas séries a partir de um conjunto de fatores em cadeia. Em seguida, mostraremos que utilizamos a teoria da seção 2.4, a teoria norteadora de todos os capítulos seguintes, para quantificar a difusão de informação entre estas séries. Finalizaremos este capítulo afirmando que a difusão do conhecimento está relacionada com a correlação cruzada em pares de séries temporais econômicas a partir de um conjunto de fatores econômicos em cadeia, a partir do parâmetro ρ_{DCCA} que mostra o quanto de informação é transmitida entre os mesmos.

Dentre as inúmeras definições da literatura de séries temporais, tomaremos como base a da seção 2.1. Quando existe a proposta de estudar as relações entre pares de séries temporais temos a correlação cruzada entre elas. E fazendo um paralelo desta definição de séries temporais e da correlação cruzada entre elas e esta tese, em todos os capítulos seguintes utiliza-se a teoria da seção 2.4, como base norteadora dos mesmos.

Exemplificamos a aplicação da teoria da seção 2.4 nos retornos¹ das séries temporais nos capítulos 5, 6 e nos dados reais do capítulo 4. No capítulo 5 utilizamos a teoria da seção 2.4 para correlacionar os retornos da série diária dos preços do milho com os retornos da série diária do preço do câmbio (relação entre o preço do dólar e o preço do real) e os re-

¹De acordo com MORETTIN (2006) um dos objetivos em finanças é a avaliação de riscos de uma carteira de ativos (instrumentos) financeiros. O risco é frequentemente medido em termos de variações de preços dos ativos. Denotemos por P_t o preço de um ativo no instante t , normalmente um dia de negócio. Suponha, primeiramente, que não haja dividendos pagos no período. A variação de preços entre os instantes $t - 1$ e t é dada por $\Delta P_t = P_t - P_{t-1}$ e a variação relativa de preços ou *retorno líquido simples* desse ativo entre esses mesmos instantes é definido por

$$R_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} = \frac{\Delta P_t}{P_{t-1}} \quad (3.1)$$

Note que $R_t = (\frac{P_t}{P_{t-1}}) - 1$. Chamamos $1 + R_t = (\frac{P_t}{P_{t-1}})$ de *retorno bruto simples*. Usualmente expressamos R_t em percentagem, relativamente ao período (um dia, um mês, um ano, etc.). É também chamado de *taxa de retorno*. Denotando $p_t = \ln P_t$, definimos o *retorno composto continuamente* ou simplesmente *log-retorno* como

$$r_t = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) = \ln(1 + R_t) = p_t - p_{t-1} \quad (3.2)$$

Esta definição será aquela comumente utilizada e, muitas vezes r_t será chamado simplesmente de *retorno*. Na prática é preferível trabalhar com retornos, que são livres de escala, do que com preços, pois os primeiros têm propriedades estatísticas mais interessantes (como estacionaridade e ergodicidade). Note que, para u pequeno, $\ln(1 + u) \approx u$, do que segue que os retornos simples R_t e os log-retornos r_t serão em geral valores próximos.

tornos da série diária do preço da soja também correlacionada com os retornos dos preços diários do câmbio. As séries de preços da soja e do milho foram para o Município de Barreiras. No capítulo 6 correlacionamos os retornos dos preços diários de cada uma das empresas blue-chips com os retornos do índice Bovespa. Já nos dados reais do capítulo 4 correlacionamos os retornos do índice Dow Jones com os do NASDAQ e os retornos do índice Dow Jones com os retornos do índice SSE da Bolsa de Shanghai. Em todos estes capítulos utilizamos a teoria da seção 2.4 em séries temporais de variáveis econômicas, ou seja, foi feito um estudo interdisciplinar entre a economia e a física que pode-se afirmar ser uma nova linha de pesquisa em econofísica ².

Na literatura existem vários trabalhos econofísicos que utilizam esta teoria aplicada em outros pares de variáveis econômicas. Alguns exemplos mais recentes destas aplicações estão citados na seção 2 do capítulo 5 desta tese. Vamos mostrar um pequeno resumo de cada citação começando por (WANG et al., 2013) que utilizou esta teoria para medir a correlação cruzada dos retornos dos preços das moedas das 44 maiores economias mundiais em rede e chegou-se a conclusão que Estados Unidos e Europa têm maior peso nesta rede. Em (REBOREDO; RIVERA-CASTRO; ZEBENDE, 2014) fez-se um estudo da correlação cruzada entre o preço do petróleo no mercado internacional e o mercado de câmbio na zona do euro, Austrália, Canadá, Japão, México, Noruega e Reino Unido, e observou-se que a correlação cruzada entre o preço do petróleo e o mercado de câmbio é baixa e negativa, tendo como destaque a dependência negativa entre os preços do dólar e o do petróleo aumentaram depois da crise financeira de 2008 para todas as escalas de tempo.

Em (WANG et al., 2014) investigou-se a correlação cruzada entre os mercados de energia e de emissões³, ou seja, a correlação entre os retornos dos preços do petróleo e do gás natural, petróleo e dióxido de carbono e gás natural e dióxido de carbono; observou-se que o nível de correlação cruzada entre estes é diversificado em diferentes escalas de tempo.

Em (WANG et al., 2013) foi feito um estudo comparativo de correlação entre séries temporais dos coeficientes de Pearson e o de correlação cruzada já comentada, utilizando como

²Apesar de já existirem há muitos anos estudos que associavam teorias da física com problemas em economia, foi somente em 1995 que o termo econofísica surgiu. Basicamente ela faz uma abordagem da física para a economia, ou até mesmo que a economia está baseada na física, de forma similar a outras áreas multidisciplinares como biofísica, geofísica e astrofísica (RIBEIRO, 2015). De acordo com DURLAUF; BLUME (2008) o termo econofísica surgiu no ano de 1995 pelo físico americano Eugene Stanley na segunda Conferência Statphys na cidade de Calcutá, capital do Estado de Bengala Oriental na Índia. Nesta conferência ele descreveu uma grande quantidade de artigos escritos por físicos em problemas de bolsa de valores. Quatro anos mais tarde ele junto com Rosário N. Mantegna endossaram ainda mais a econofísica no livro AN INTRODUCTION TO ECONOPHYSICS: Correlations and Complexity in Finance.

³O crédito de carbono é um certificado eletrônico que é emitido quando há diminuição de emissão de gases que provocam o efeito estufa, gerador de aquecimento global. Um crédito de carbono equivale a uma tonelada de CO₂ (dióxido de carbono) que deixou de ser emitido para a atmosfera. Aos outros gases reduzidos são emitidos créditos, utilizando-se uma tabela de equivalência entre cada um dos gases e o CO₂.

Empresas que conseguem diminuir a emissão de gases de efeito estufa (GEE) obtêm esses créditos, podendo vendê-los nos mercados financeiros. Os créditos de carbono são considerados commodities (mercadorias negociadas com preços estabelecidos pelo mercado internacional).

Estes créditos geralmente são comprados por empresas no exterior que, em função do protocolo de Quioto, têm metas obrigatórias de redução de emissões de gases de efeito estufa, mas não conseguem atingir o patamar determinado. A compra dos créditos permite-lhes manter ou aumentar suas emissões.

Ou seja, empresas que poluem acima do limite permitido pelo Protocolo de Quioto pagam pela poluição adicional que geram, remunerando as atividades que reduzem as emissões de gases (MENEGUIN, 2012).

dados empíricos o índice S&P 500 (S&P500 é a abreviatura de Standard & Poor's, um índice de mercado norte americano que consiste em ações de 500 empresas escolhidas, entre outros fatores, de acordo com seu tamanho, liquidez e setor (CTVM, 2016)) com 462 empresas onde este último se mostrou mais eficiente nos resultados. Portanto é possível afirmar que isso mostra que, atualmente esta teoria está razoavelmente consolidada dentro da econofísica.

Com relação a difusão do conhecimento associada a esta linha de pesquisa da econofísica podemos dizer que esta é a quantificação de informações que se estabelecem entre duas variáveis econômicas, por exemplo, quando observamos a correlação entre a variável Taxa Básica de Juros da economia brasileira (Taxa SELIC) e a variável mercado de câmbio no Brasil (relação entre o dólar dos Estados Unidos e o real) vamos considerar, por hipótese, uma possível atitude do Banco Central do Brasil em uma reunião do COPOM quando este resolve aumentar a taxa SELIC ⁴ para diminuir o consumo e conter uma possível inflação de demanda.

Na medida em que isso ocorre existe uma grande demanda por títulos públicos da dívida pública brasileira, em particular as Letras Financeiras do Tesouro, por investidores estrangeiros porque estes rendem a esta mesma taxa (PASTORE; PINOTTI, 2000) ou seja, rendem conforme o valor da SELIC.

Antes de comprarem estes títulos os investidores precisam converter sua moeda estrangeira (geralmente o dólar) em reais e isto faz com que o preço do dólar em reais caia, porque neste caso a oferta de dólares fica maior que sua demanda. Ou seja, entre a correlação da taxa SELIC e o mercado de câmbio houve um conjunto de fatores econômicos que, no final, desencadeou a correlação final entre estas variáveis, fazendo com que o crescimento da primeira desencadeasse o decréscimo da segunda.

A teoria que pode medir esta correlação é a da seção 2.4 em que podemos dizer que $\rho_{DCCA} = 1$ significa que 100 % da informação foi transmitida de uma série temporal econômica para outra, $\rho_{DCCA} = 0,5$ significa que 50% da informação foi transmitida de uma série para outra com perdas de mesmo percentual durante o processo, $\rho_{DCCA} = 0$ significa que toda informação foi perdida durante o processo, e assim sucessivamente. Portanto, podemos concluir que esta teoria, do ponto de vista da econofísica, pode quantificar a difusão de informações (ou difusão de conhecimento) entre duas variáveis econômicas.

⁴Esta taxa é um dos fatores que integram a taxa de juros final utilizadas em compras a prazo, empréstimos bancários, cartão de crédito etc.

Diferenciação do Coeficiente de Correlação Cruzada DCCA: Abordagens Teóricas e Aplicações

4.1 Resumo

Propomos neste trabalho estabelecer uma relação bem definida entre α_{DFA} (expoente de auto-correlação de longo alcance) e λ_{DCCA} (expoente de correlação cruzada de longo alcance), respectivamente descritos pelos métodos DFA e DCCA. Essa relação será feita teoricamente pela diferenciação do coeficiente de correlação cruzada DCCA, $\rho_{DCCA}(n)$. E também, para algumas séries temporais específicas, aplicaremos essa teoria em séries simuladas e séries de Dow Jones e NASDAQ com o objetivo de estabelecer sua validade.

4.2 Introdução

Em décadas recentes o estudo dos sistemas complexos têm se tornado cada vez mais importante. Esses sistemas são estudados em diversas áreas das ciências naturais, matemáticas e ciências sociais (KING; ROSENBERG; SHILATIFARD, 1999; KING; ROSENBERG; SHILATIFARD, 2009; CAMPBELL, 2001; MANDELBROT, 1982). Sistemas Complexos têm comportamento não linear e podem ser estudados levando em consideração as propriedades dos fractais (MANDELBROT, 1982), tal como auto afinidade.

Se, por exemplo, em uma dada série temporal $y(i)$ (GOLDBERGER et al., 2000; HUEBNER; ABRAHAM; WEISS, 1989; HUEBNER et al., 1989a; HUEBNER et al., 1989b; HYNDMAN, 2015) aparece auto-afinidade, então leis de potência de correlação de longo alcance estão presentes (PENG et al., 1992; PHYSIONET, 2015; ZEBENDE; OLIVEIRA; PENNA, 1998; HURST, 1951; HE; QIAN, 2012). Isso faz o estudo dos sistemas complexos muito interessante, porque é possível identificar uma universalidade em diferentes tipos de problemas (FEDER, 1988; BAK, 1997).

Sabe-se que, no mundo real os dados são altamente não-estacionários (DEVLIN; GNANADESIKAN; KETTENRING, 1975), e muitos métodos convencionais de análise não são adequados para séries temporais não-estacionárias. Para resolver esse problema e quantificar leis de potência de correlação de longo alcance em séries temporais não-estacionárias o método DFA foi proposto (PENG et al., 1994). Ele fornece uma relação entre $F_{DFA}(n)$ (flutuação da raiz quadrática média) e a escala temporal n caracterizada pela lei de potência:

$$F_{DFA}(n) \propto n^\alpha \tag{4.1}$$

O expoente α é um parâmetro de auto-afinidade, representando a lei de potência de auto-correlação de longo alcance, propriedade das séries temporais. Se o sinal tem correlação de curto alcance (ou absolutamente sem correlação), $\alpha = 0,5$. Por outro lado, se $\alpha < 0,5$ as correlações no sinal são antipersistentes, e se $\alpha > 0,5$ as correlações no sinal são persistentes.

Além disso, muitos observáveis podem ser medidos e registrados simultaneamente, em sucessivos intervalos de tempo, formando séries temporais com o mesmo comprimento N (GOLDBERGER et al., 2000; HUEBNER; ABRAHAM; WEISS, 1989; HUEBNER et al., 1989a; HUEBNER et al., 1989b; HYNDMAN, 2015). Por exemplo, se temos duas séries temporais $y_1(i)$ e $y_2(i)$, a análise da correlação cruzada entre essas séries temporais pode ser aplicada. Nesse caso, nós podemos usar a generalização do método DFA, chamado o método DCCA (PODOBNIK; STANLEY, 2008), para estudar a correlação cruzada de longo alcance na presença de não estacionaridade (HORVATIC; STANLEY; PODOBNIK, 2011).

Assim, dada correlação cruzada de longo alcance de duas séries temporais, calculamos os sinais integrais $R_1(k) \equiv \sum_{i=1}^k y_1(i)$ e $R_2(k) \equiv \sum_{i=1}^k y_2(i)$, onde $k = 1, \dots, N$. Em seguida, dividimos todas as séries temporais em $(N-n)$ caixas sobrepostas, cada uma contendo $(n+1)$ valores. Para ambas séries temporais, em cada caixa que começa em i e termina $i+n$ elementos, definimos a tendência local, $\tilde{R}_{1,i}(k)$ e $\tilde{R}_{2,i}(k)$ ($i \leq k \leq i+n$), para ser o ajuste dos mínimos quadrados de ordem linear. Definimos a caminhada sem tendência como a diferença entre a caminhada original e a tendência local. Em seguida, calculamos a covariância dos resíduos em cada caixa $f_{DCCA}^2(n, i) \equiv \frac{1}{n+1} \sum_{k=i}^{i+n} (R_1(k) - \tilde{R}_{1,i}(k))(R_2(k) - \tilde{R}_{2,i}(k))$. Finalmente, a função covariância sem tendência é calculada sobre todas as caixas sobrepostas $(N-n)$ de tamanho n ,

$$F_{DCCA}^2(n) \equiv (N-n)^{-1} \sum_{i=1}^{N-n} f_{DCCA}^2(n, i) \quad (4.2)$$

Se aparece auto-afinidade, então existe uma lei de potência na correlação cruzada, em outras palavras,

$$F_{DCCA}^2(n) \propto n^{2\lambda} \quad (4.3)$$

onde λ é o expoente da lei de potência da correlação cruzada de longo alcance. Supondo $((R_1)(k) = (R_2)(k))$, a covariância sem tendência $F_{DCCA}^2(n)$ se reduz a variância sem tendência $F_{DFA}^2(n)$ usada no método DFA. De acordo com (PODOBNIK; STANLEY, 2008), em geral, λ tende a ser a média dos expoentes DFA, ou seja,

$$\lambda \approx \frac{(\alpha_1 + \alpha_2)}{2} \quad (4.4)$$

O expoente λ quantifica a lei de potência de correlação de longo alcance e também identifica sazonalidade (ZEBENDE; S.FILHO, 2009). Mas, λ não quantifica o nível de correlação cruzada (ZEBENDE, 2011) e não existe uma relação clara entre α e λ (ZHOU, 2008), (CAO;

XU; CAO, 2012).

Mostraremos que é possível derivar uma clara relação entre α e λ se usarmos o coeficiente de correlação cruzada $\rho_{DCCA}(n)$ (ZEBENDE, 2011). Para este propósito o restante deste trabalho tem a seguinte estrutura: Na Seção 4.3 há uma breve discussão sobre o coeficiente de correlação cruzada DCCA e sua implementação teórica; Seção 4.4 apresenta nossos dados, simulações e resultados; fechamos na Seção 4.5 com o registro de conclusões.

4.3 Implementação Teórica

Abaixo, apresentaremos o coeficiente de correlação cruzada ρ_{DCCA} (ZEBENDE, 2011). O coeficiente de correlação cruzada foi criado com o objetivo de quantificar o nível de correlação cruzada entre duas séries temporais não-estacionárias. O coeficiente de correlação cruzada DCCA é definido como a razão entre a função covariância sem tendência F_{DCCA}^2 e a função variância sem tendência F_{DFA} de $y_1(i)$ e $y_2(i)$, ou seja,

$$\rho_{DCCA}(n) \equiv \frac{F_{DCCA}^2(n)}{F_{DFA1}(n)F_{DFA2}(n)} \quad (4.5)$$

Desta maneira, a equação 4.5 nos conduz a uma nova escala de correlação cruzada em séries temporais não-estacionárias.

O valor de $\rho_{DCCA}(n)$ varia entre $-1 < \rho_{DCCA}(n) < 1$ (ZEBENDE, 2011; PODOBNIK et al., 2011). O valor $\rho_{DCCA}(n) = 0$ significa que não existe correlação cruzada, e se divide o nível de correlação cruzada entre os casos negativos e positivos (ver Tabela 1 em (ZEBENDE, 2011)).

O coeficiente sem tendência $\rho_{DCCA}(n)$ tem sido testado em séries temporais reais e simuladas (ZEBENDE, 2011; VASSOLER; ZEBENDE, 2012). Com o objetivo de testar se $\rho_{DCCA}(n)$ pode ser considerado estatisticamente significativo ou não; um teste estatístico foi proposto por (PODOBNIK et al., 2011). Esse teste foi baseado na hipótese nula, isto é, assumindo que as séries temporais são independentes e com variáveis aleatórias identicamente distribuídas, com $\alpha_1 = \alpha_2 = 0,5$. Como resultado, com 95% de nível de confiança, esse teste determina o intervalo dentro do qual a correlação cruzada pode ser estatisticamente considerada significativa.

Agora, baseado na suposição de que não existe uma relação clara entre λ e α , e com a particularidade de que o coeficiente de correlação cruzada sem tendência $\rho_{DCCA}(n)$ é um coeficiente sem dimensão, então agora vamos propor derivar uma relação bem definida entre λ e α . Essa relação será aplicada para duas séries temporais não estacionárias com lei de potência de auto correlação de longo alcance e com lei de potência de correlação cruzada de longo alcance,

$$F_{DFA1}(n) = K_1 n^{\alpha_1}, F_{DFA2}(n) = K_2 n^{\alpha_2}, \quad (4.6)$$

e

$$F_{DCCA}^2(n) = K_3 n^{2\lambda} \quad (4.7)$$

K_1 , K_2 e K_3 são constantes não nulas. Assim, de 4.5, 4.6 e 4.7, temos

$$\rho_{DCCA}(n) = K n^{2\lambda - \alpha_1 - \alpha_2} \quad (4.8)$$

Com $K \equiv \frac{K_3}{K_1 K_2}$

Considerando $y \equiv \log(\rho_{DCCA}(n))$ e $x \equiv \log(n)$, então da equação 4.8,

$$\frac{dy}{dx} = 2\lambda - \alpha_1 - \alpha_2 \quad (4.9)$$

Portanto, o objetivo deste trabalho é estabelecer, usando a equação 4.9, uma relação

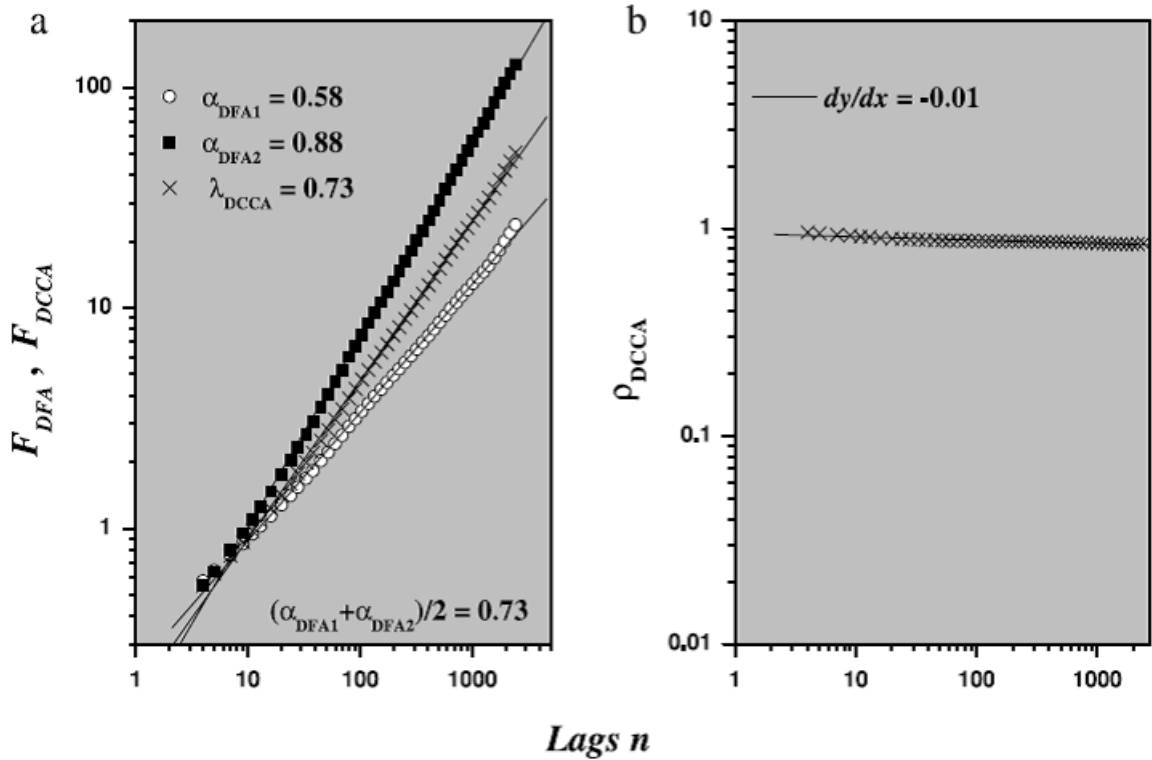


Figura 4.1: (a) Variância sem tendência, F_{DFA} , e covariância sem tendência, F_{DCCA} , como função de n (lags n significa escala logaritmica de n), para duas séries temporais geradas pelo processo ARFIMA com $\rho_1 = 0, 1$ (bolinhas vazias), $\rho_2 = 0, 4$ (quadrados preenchidos) e $W = 1, 0$. Nesse processo ARFIMA ambas as séries temporais, y_1 e y_2 , compartilham o mesmo processo Gaussiano independente e identicamente distribuído $\varepsilon_{1,i} = \varepsilon_{2,i}$. Uma lei de potência de auto correlação de longo alcance, $F_{DFA}(n) \sim n^\alpha$, e uma lei de potência de correlação cruzada de longo alcance, $F_{DCCA}(n) \sim n^\lambda$, são geradas. (b) Coeficiente de Correlação Cruzada ρ_{DCCA} versus n . A linha contínua representa o ajuste linear, $\frac{dy}{dx}$, com coeficiente de correlação 0,99, desvio padrão 0,02 e $p_{valor} < 0,0001$. Fonte: (ZEBENDE; SILVA; S.FILHO, 2013).

clara entre α_1 , α_2 e λ via diferenciação do coeficiente ρ_{DCCA} . Observando a equação 4.9,

podemos ver três possibilidades ¹:

$$\lambda = \frac{(\alpha_1 + \alpha_2)}{2},$$

$$\lambda > \frac{(\alpha_1 + \alpha_2)}{2}, \quad (4.10)$$

e

$$\lambda < \frac{(\alpha_1 + \alpha_2)}{2}.$$

Observando a equação 4.8, nós podemos ver que, no limite de $n \rightarrow \infty$, então $\frac{1}{\log(n)} \rightarrow 0$ (decai muito devagar). Conseqüentemente $\lambda \approx \frac{(\alpha_1 + \alpha_2)}{2}$, porque $\frac{(\log(\rho_{DCCA}(n)) - \log(K))}{\log(n)} \rightarrow 0$. A fim de verificar essas possibilidades, consideramos aqui dois casos importantes:

1. $\frac{dy}{dx} = 0$, com $\lambda = \frac{(\alpha_1 + \alpha_2)}{2}$, o qual é um caso típico;
2. $\frac{dy}{dx} = \xi$ ($\xi \in \mathfrak{R}$). Nesse caso, $\lambda = \frac{(\xi + \alpha_1 + \alpha_2)}{2}$ ou $\lambda \neq \frac{(\alpha_1 + \alpha_2)}{2}$.

Para testar esta suposição listada nos itens 1 e 2, propomos analisar algumas séries temporais não estacionárias. Essa análise será feita em ambas as séries temporais reais e simuladas.

4.4 Dados e Resultados

Começamos por tratar duas séries temporais com lei de potência de correlação cruzada de longo alcance, utilizando o processo ARFIMA (HOSKING, 1981; GRANGER, 1980; PODOLNIK et al., 2005). Essas séries temporais são independentes e não correlacionadas com expoentes DFA $\alpha_1 = \alpha_2 = 0,5$ ². No processo ARFIMA cada variável não depende somente do seu próprio passado, mas também dos valores passados de outras variáveis, por

¹Quando $(F_{DCCA}^2(n))$ é negativo para cada n , a constante K_3 é negativa. Nesse caso, nós podemos apresentar $-F_{DCCA}^2(n)$ (ou simplesmente tomando K_3 negativo) em um gráfico $\log - \log$, a fim de calcular o valor de λ . No caso onde não estão presentes lei de potência de correlação cruzada, $\rho_{DCCA}(n) = 0$, ou $-F_{DCCA}^2(n)$ flutua ao redor de zero, ou seja, não existe nenhuma relação entre os expoentes α e λ .

²Construímos duas séries temporais auto afins e simuladas, com números aleatórios ($rand_i$) entre 0 e 1, y_{rand1} e y_{rand2} , com $N = 20000$ pontos. Introduzimos um comprimento de corte $l = 10^4$ em nossas simulações e deixamos que a soma ocorresse de 1 até l ; isto é, colocamos $a_n = 0$ para $n \geq l$.

exemplo,

$$y_{1,i} = W \sum_{n=1}^{\infty} a_n \rho_1 y_{1,i-n} + (1 - W) \sum_{n=1}^{\infty} a_n \rho_2 y_{2,i-n} + \varepsilon_{1,i}$$

$$y_{2,i} = (1 - W) \sum_{n=1}^{\infty} a_n \rho_1 y_{1,i-n} + W \sum_{n=1}^{\infty} a_n \rho_2 y_{2,i-n} + \varepsilon_{2,i} \quad (4.11)$$

e desse processo geramos duas novas séries temporais. Nesse processo $\varepsilon_{1,i}$ e $\varepsilon_{2,i}$ denotam duas variáveis Gaussianas independentes, identicamente distribuídas com média zero e variância unitária, $a_n(\rho)$ são pesos estatísticos definidos por $a_n(\rho) = \Gamma(n - \rho) / (\Gamma(-\rho)\Gamma(1 + n))$, onde Γ denota a função Gama. ρ são parâmetros que variam de -0,5 até 0,5, relacionados com o expoente DFA, $\alpha = 0,5 + \rho$, e W é um parâmetro livre variando de 0,5 até 1 e controla a intensidade da lei de potência de correlações cruzadas entre $y_1(i)$ e $y_2(i)$. No

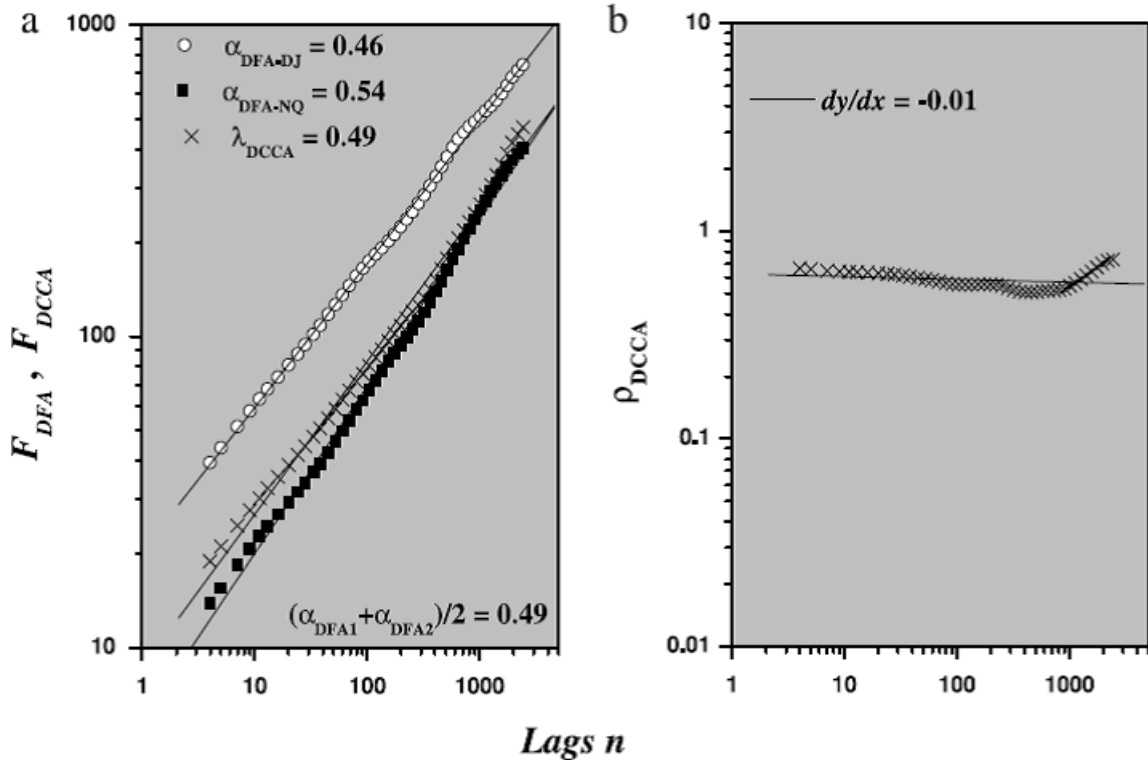


Figura 4.2: (a) Variância sem tendência $F_{DFA}(n)$ e covariância sem tendência, $F_{DCCA}(n)$ como função de n (lags n significa escala logaritmica de n) para Down Jones y_1 e NASDAQ y_2 para fechamento de preços ajustados para dividendos e splits registrados diariamente entre 5 de fevereiro de 1971 e 9 de dezembro de 2010. (b) Essa figura representa o gráfico log x log de $\rho_{DCCA} \times n$. Fonte: (ZEBENDE; SILVA; S.FILHO, 2013).

primeiro teste, propomos analisar o processo ARFIMA onde ambas as séries temporais

partilham o mesmo processo Gaussiano $\varepsilon_{1,i} = \varepsilon_{2,i}$ com $W = 1$, ver referência (PODOBNIK et al., 2009a) apêndice A, nesta referência foi encontrado que essas séries temporais são leis de potência de correlação cruzada de longo alcance, onde o dimensionamento de correlação cruzada λ é igual a média dos expoentes α . Esses resultados também foram encontrados numericamente na referência (PODOBNIK; STANLEY, 2008).

Usando esse processo de dois componentes ARFIMA com $\rho_1 = 0,1$, $\rho_2 = 0,4$ e $\varepsilon_{1,i} = \varepsilon_{2,i}$, são geradas correlações cruzadas de longo alcance (ver Figura 4.1). Como resultado desse processo, Figura 4.1 (a), apresenta a variância sem tendência, $F_{DFA}(n)$, e a covariância sem tendência, $F_{DCCA}(n)$, como função de n .

Esse processo pode ser montado por leis de potência, $F_{DFA}(n) \sim n^\alpha$ e $F_{DCCA}(n) \sim n^\lambda$, com expoentes de escala, $\alpha_1 = 0,58$, $\alpha_2 = 0,88$ e $\lambda = 0,73$. Nessa Figura podemos observar que $\lambda = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}$ (a média dos expoentes α). Figura 4.1 (b) mostra o coeficiente de correlação cruzada $\rho_{DCCA}(n)$ em gráfico log x log apresentando a aplicação da equação 4.9. Podemos ver que $\frac{dy}{dx} \simeq 0$ (linha contínua), e ilustra a relação esperada entre os expoentes: $\lambda = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}$.

Para testar um caso do mundo real, com $\frac{dy}{dx} = 0$ e $\lambda = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}$, incluímos agora uma aplicação empírica. Escolheremos séries temporais de alguns índices de bolsa de valores, porque estes têm sido amplamente estudados (GVOZDANOVIC et al., 2012; ERB; HARVEY; VISCANTA, 1994; PODOBNIK et al., 2007; PODOBNIK et al., 2009b).

Escolhemos estudar a correlação cruzada entre o Down Jones e o NASDAQ para diferenças de preços de fechamento ajustado. Os dados foram coletados diariamente durante o período de 5 de fevereiro de 1971 e 9 de dezembro de 2010 (YAHOO, 2015). Como esperado, encontramos uma lei de potência de auto correlação, $F_{DFA}(n) \propto n^\alpha$, com $\alpha_{DJ} = 0,46$ (bolinhas vazias) e $\alpha_{NQ} = 0,54$ (quadrados preenchidos) assim como lei de potência de correlação cruzada, $F_{DCCA}(n) \propto n^\lambda$, com $\lambda = 0,49$ (sequência de cruces) (ver Figura 4.2). Como podemos ver, $\langle \alpha \rangle = 0,49$ tem o mesmo valor de λ . A Figura 4.2 (b) ilustra a relação esperada entre os expoentes, porque $\frac{dy}{dx} \approx 0$.

Agora para testar o caso onde $\lambda \neq \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}$ um processo ARFIMA foi gerado com $W = 0,85$, $\rho_1 = 0,1$ (série temporal 1), $\rho_2 = 0,4$ (série temporal 2) e $\varepsilon_{1,i} \neq \varepsilon_{2,i}$. Os resultados desse caso simulado estão na Figura 4.3.

Como podemos ver, na Figura 4.3 (a), $F_{DFA}(n) \propto n^\alpha$, com $\alpha_1 = 0,82$ (bolinhas vazias) e $\alpha_2 = 0,72$ (quadrados preenchidos), para as séries temporais 1 e 2. Também nós podemos ver que $F_{DCCA}(n) \propto n^\lambda$ com $\lambda = 0,86$ (sequência de cruces). Mas, a correlação cruzada não é perfeita para esse processo ARFIMA (ZEBENDE, 2011) (ver Figura 4.3 (b)) e $\lambda \neq \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}$. No entanto, observamos $\frac{dy}{dx} = 0,38$ e evidentemente essa simulação confirma a teoria sugerida na equação 4.9, somente porque $\lambda = \frac{(0,38 + \alpha_1 + \alpha_2)}{2}$.

Finalmente, como exemplo empírico de $\lambda \neq \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}$, propomos estudar a correlação cruzada entre os índices Down Jones e o 00062.SS (empresa local Shangai SSE). A fim de alcançar esse objetivo, estudaremos os valores das diferenças sucessivas nos preços de fechamento

ajustado de 4 de janeiro de 2000 até 9 de dezembro de 2010, registrados diariamente (YAHOO, 2015).

Novamente, como nos casos anteriores, $F_{DFA}(n)$ e $F_{DCCA}(n)$ podem ser ajustadas por uma lei de potência de correlações com $\alpha_{DJ} = 0,47$ (bolinhas vazias), $\alpha_{SSE} = 0,59$ (quadrados preenchidos) e $\lambda_{DJX_{SSE}} = 0,77$ (sequência de cruces), ver Figura 4.4 (a). A Figura 4.4 (b) apresenta o valor do coeficiente de correlação cruzada sem tendência, $\rho_{DCCA}(n)$ com $\frac{dy}{dx} = 0,48$ (linha contínua). Como esperado teoricamente, da equação 4.9

$$\lambda = \frac{0,48 + \alpha_{DJ} + \alpha_{SSE}}{2}.$$

4.5 Conclusões

Nesse trabalho propomos uma nova abordagem teórica baseada no coeficiente de correlação cruzada sem tendência, $\rho_{DCCA}(n)$. O objetivo desta teoria foi usá-la para estabelecer uma relação entre α_{DFA} (o expoente de auto correlação de longo alcance) e λ_{DCCA} (expoente de correlação cruzada de longo alcance).

Enfatizamos que essa teoria foi testada em ambos os casos simulados e reais, e os resultados estão inteiramente de acordo com a equação 4.9.

Concluimos que ela pode ajudar a compreender as correlações cruzadas na presença de não-estacionariedade, porque no futuro a derivada $\frac{dy}{dx}$ pode ser um interessante indicador.

4.6 Associação com Difusão do Conhecimento

Tomando como base os resultados encontrados para todas as séries temporais econômicas reais deste trabalho, pudemos observar que da figura 4.2 os valores dos coeficientes DCCA entre os índices Down Jones e NASDAQ estão bem próximos de 1, que mostra que há pouca informação perdida nas interações microeconômicas entre estes índices.

Na figura 4.4 a correlação entre os índices Down Jones e SSE possui este comportamento somente para escalas temporais próximas de 1000 dias.

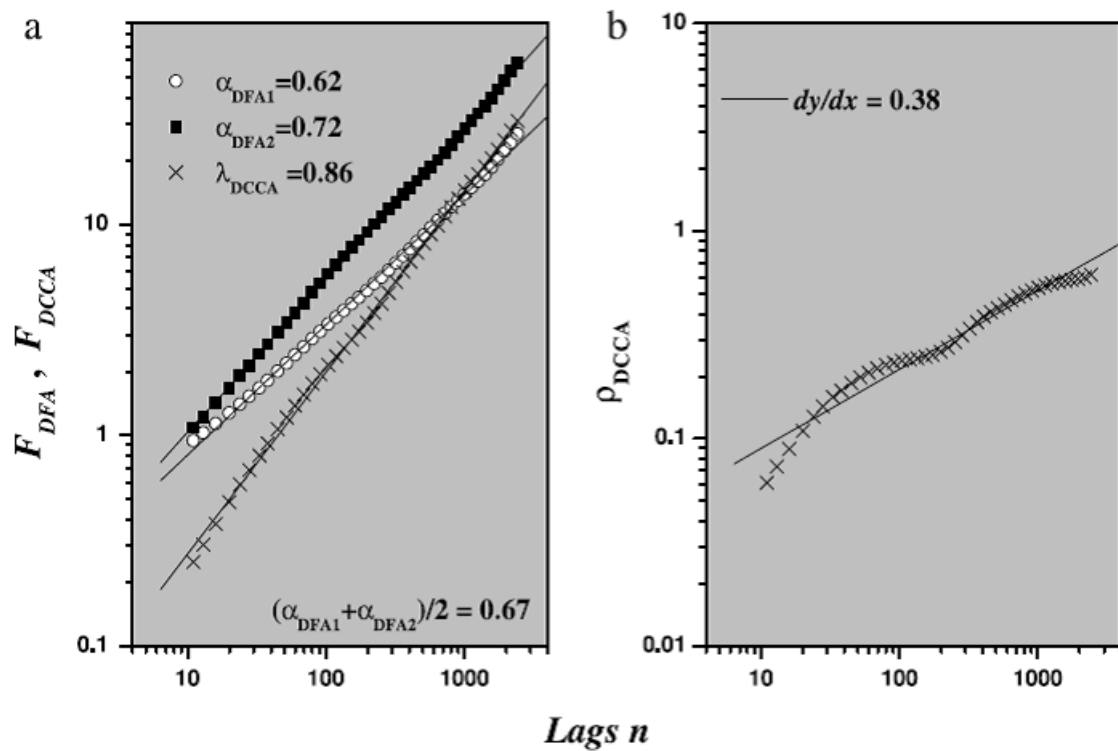


Figura 4.3: (a) Variância sem tendência $F_{DFA}(n)$ e covariância sem tendência, $F_{DCCA}(n)$ como função de n para duas séries temporais y_1 e y_2 geradas pelo processo ARFIMA: Nesse processo nós temos $\rho_1 = 0,1$, $\rho_2 = 0,4$, $\varepsilon_{1,i} \neq \varepsilon_{2,i}$ e $W = 0,85$. Uma lei de potência de auto correlação de longo alcance, $F_{DFA}(n) \sim n^\alpha$, e uma lei de potência de correlação cruzada de longo alcance, $F_{DCCA}(n) \sim n^\lambda$, foram geradas. (b) Coeficiente de Correlação cruzada DCCA, $\rho_{DCCA}(n)$ em função de n . A linha contínua representa o ajuste linear $\frac{dy}{dx}$ com coeficiente de correlação 0,98, desvio padrão 0,05 e $p_{valor} < 0,0001$.
 Fonte: (ZEBENDE; SILVA; S.FILHO, 2013).

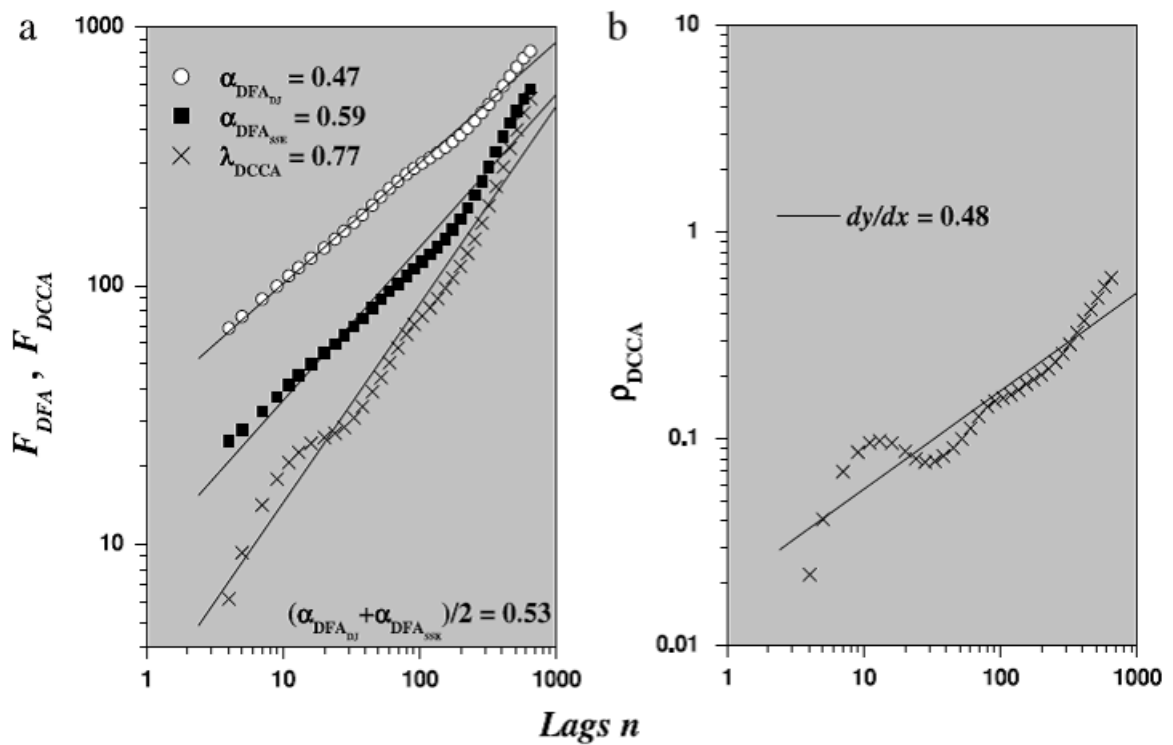


Figura 4.4: (a) Variância sem tendência, $F_{DFA}(n)$, e covariância sem tendência, $F_{DCCA}(n)$, como função de n para diferenças sucessivas nos preços ajustados de fechamento para os índices Down Jones, y_1 , e SSE, y_2 , registrados diariamente de 4 de janeiro de 2000 até 9 de dezembro de 2010. (b) Coeficiente de Correlação cruzada DCCA, $\rho_{DCCA}(n)$, em função de n . A linha contínua representa o ajuste linear, $\frac{dy}{dx}$, com coeficiente de correlação 0,94, desvio padrão 0,11 e $p_{valor} < 0,0001$. Fonte: (ZEBENDE; SILVA; S.FILHO, 2013).

Quantificando a Influência do Mercado de Câmbio nos Preços do Milho e da Soja no Município de Barreiras

5.1 Introdução

O agronegócio é essencial para a economia brasileira. Tem um peso significativo no crescimento do produto interno bruto brasileiro, representando segundo (FIGUEIREDO; CONTINI, 2013), 27 % nos últimos dez anos. Nesse contexto, uma região tem se caracterizado por concentrar o agronegócio no país. Ela está localizada entre o Centro-Oeste e o Nordeste do Brasil e é chamada MAPITOBA. A nomenclatura correspondente aos quatro Estados que a formam: Maranhão, Piauí, Tocantins e Bahia. A Bahia possui um importante município produtor de grãos, Barreiras, que concentra boa parte da infraestrutura de suporte para o agronegócio da Região Oeste do Estado.

O município de Barreiras está localizado a 850 km da capital baiana, e de acordo com o Censo de 2010 do IBGE (IBGE, 2010), possui uma população de 137427 habitantes e uma unidade de área territorial de $78859,225\text{Km}^2$. Este município está dentro do eixo oeste do Estado e é a maior representação do setor agropecuário baiano. Entre os cinco principais municípios agrícolas do Estado, quatro estão no eixo Oeste. Barreiras é um deles, ocupando o segundo lugar no PIB agropecuário baiano em valor agregado (SEI, 2010).

Segundo (CALDARELLI; BACCHI, 2012), a cadeia produtiva do milho é uma das mais importantes do agronegócio brasileiro. Considerando apenas a produção primária, a cadeia do milho corresponde a cerca de 40 % da produção nacional de grãos. A demanda crescente, tanto externa como internamente, reforça o grande potencial do setor. Junto com a soja, o milho é sempre um insumo básico para a avicultura e a suinocultura, dois mercados extremamente competitivos internacionalmente e geradores de receita para o Brasil.

Dentro desse contexto é importante quantificar a influência das flutuações cambiais nos preços do milho e da soja no município de Barreiras e se há defasagem de tempo para que se manifeste essa influência. Tal informação se configura como uma contribuição significativa para a compreensão da formação de preços desses produtos no município. Para dimensionar o fenômeno, será utilizada a teoria da métrica de correlação cruzada de séries temporais (ZEBENDE, 2011) e o teste estatístico da hipótese nula (PODOBNIK et al., 2011). Nesse estudo serão consideradas as séries temporais como as flutuações diárias do preço da soja, as flutuações diárias do preço do milho e as cotações diárias da taxa de câmbio. As correlações aos pares: preço da soja versus preço do câmbio e preço deste versus preço do milho.

([VERÍSSIMO; XAVIER; VIEIRA, 2012](#)), analisando a relação entre a taxa de câmbio e o preço das commodities por meio de um modelo de vetores de correção de erros (VEC), verificou que o período 1995-2009, essa relação para a maioria dos coeficientes se mostrou positiva, sendo que no período específico 2003-2009 foi marcado por problemas climáticos e um aumento significativo da demanda chinesa por commodities, além de condições macroeconômicas favoráveis. Esses fatores fizeram o preço das commodities se elevarem.

Em ([FERNANDEZ, 2003](#)) é estudada a relação entre a taxa de câmbio e o preço das commodities para Brasil e Nova Zelândia. A autora utiliza o modelo de equações simultâneas com variáveis endógenas, a partir da presença de heterocedasticidade nas séries. Ela concluiu que existe uma apreciação do câmbio real no Brasil e na Nova Zelândia com a elevação do preço das principais commodities.

Este trabalho se estrutura como segue: Na segunda seção é mostrada a teoria da correlação cruzada de séries temporais; na terceira seção são exibidos os dados e resultados e na quarta seção, as conclusões.

5.2 Metodologia

Recentemente em ([ZEBENDE, 2011](#)) foi proposto um novo método de correlação cruzada com o objetivo de quantificar o nível de correlação entre duas séries temporais não estacionárias. Ele é baseado nos métodos DFA, que é designado para estudar a autocorrelação de longo alcance de séries temporais não estacionárias ([PENG et al., 1994](#)), e DCCA que é modelada para estudar correlações cruzadas de longo alcance entre duas séries temporais não-estacionárias ([PODOBNIK; STANLEY, 2008](#)).

De acordo com ([ZEBENDE, 2011](#)), o algoritmo de correlação cruzada ρ_{DCCA} pode ser aplicado para medir o nível de correlação entre duas séries não estacionárias de mesmo número N de valores para diferentes escalas de tempo s . As etapas desse algoritmo podem ser descritas da seguinte maneira:

- Considere duas séries temporais x_t e y_t , com $t = 1, 2, 3, \dots, N$ onde (N é o tamanho das séries temporais). Então, integramos essas séries obtendo duas novas séries $xx_k = \sum_{t=1}^k x_t$ e $yy_k = \sum_{t=1}^k y_t$, $k = 1, 2, \dots, N$;
- Dividimos essas duas séries temporais xx_k e yy_k em $(N - s)$ caixas sobrepostas de igual comprimento s com $4 \leq s \leq \frac{N}{4}$;
- Calculamos a tendência local de cada caixa pelo ajuste dos mínimos quadrados de cada série, $xP_i(k)$ e $yP_i(k)$. Em seguida calculamos a covariância dos resíduos em cada caixa por $f_{xy}^2(s, i) = \frac{1}{(s+1)} \sum_{k=i}^{i+s} (xx_k - xP_i(k))(yy_k - yP_i(k))$;
- A média sobre todas as $(N - s)$ caixas sobrepostas é calculada para obter uma nova função covariância $F_{xy}^2(s) = \frac{1}{N-s} \sum_{i=1}^{N-s} f_{xy}^2(s, i)$;

- Finalmente calculamos o coeficiente de correlação cruzada por $\rho_{DCCA}(s) = \frac{F_{xy}^2(s)}{F_{xx}(s)F_{yy}(s)}$;

Obviamente, esse coeficiente de correlação cruzada não linear depende do comprimento de cada segmento s , sendo que em nossa análise consideramos esta escala como temporal. Então a grande importância do método para esse estudo estaria em fazer a transposição da teoria para este trabalho, aplicando-a a séries de flutuações diárias entre os preços do dólar e do milho e entre as flutuações dos preços do dólar e da soja no município de Barreiras. Assim, pode-se medir a influência do mercado de câmbio nos preços dessas *commodities*.

Os valores permitidos do coeficiente ρ_{DCCA} estão entre -1 e 1. Quando ele é nulo, significa que não existe correlação cruzada entre duas séries (uma série não influencia a outra); quando ele é igual a -1 significa que as séries são completamente anticorrelacionadas (o crescimento de uma série implica no decréscimo da outra, ou vice-versa); e quando é igual a 1, significa que as séries são perfeitamente correlacionadas (o crescimento de uma série implica o crescimento da outra, ou vice-versa) (ZEBENDE, 2011; S.FILHO; SILVA; ZEBENDE, 2014).

Embora proposto recentemente, o coeficiente ρ_{DCCA} foi modelado em diversos campos do conhecimento. É possível citar, por exemplo, a sua aplicação no estudo em fenômenos climáticos (VASSOLER; ZEBENDE, 2012; BALOCCHI; VARANINI; MACERATA, 2013), no estudo do mercado financeiro (ZEBENDE; SILVA; S.FILHO, 2013; WANG; XIE, 2013; GU; SHAO; WANG, 2013; MA; WEI; HUANG, 2013; WANG et al., 2013; REBOREDO; RIVERA-CASTRO; ZEBENDE, 2014), na análise de dados geofísicos (MARINHO; SOUSA; ANDRADE, 2013) e na análise de indicadores de criminalidade (S.FILHO; SILVA; ZEBENDE, 2014).

5.3 Dados e Resultados

Neste trabalho, é proposta a medição da correlação cruzada entre os retornos das séries temporais do preço do milho e os retornos do preço do mercado de câmbio, do citado retorno com os retornos do preço da soja e o intervalo de tempo em que começaram essas influências. A condição inicial é que as correlações só podem ser realizadas em séries temporais simultâneas, ou seja, com o mesmo número de observações (ZEBENDE, 2011). Então, foram escolhidos os preços diários da soja e do milho no município de Barreiras, no estado da Bahia, de 18/03/2004 até 18/07/2012, totalizando 1880 e 1616 observações respectivamente. Os dados dos preços dessas commodities foram extraídos de (AGROLINK, 2014) e do mercado de câmbio em (BACEN, 2014). Na Figura 5.1 estão os preços diários do milho e da soja no município de Barreiras, além dos valores do câmbio ajustados simultaneamente com os preços da soja e do milho.

Consideramos $P_i(t)$ o preço da commodity i no dia t . Então, o retorno da commodity i , $r_i(t)$, é calculado pelo logaritmo da diferença do preço $P_i(t)$, ou seja, $r_i(t) =$

$\log(P_i(t)) - \log(P_i(t-1))$. Na Figura 5.2 estão os retornos diários dos preços da soja, do milho e do mercado de câmbio.

A partir dos retornos diários, $r_i(t)$, dos preços dessas commodities, calculou-se o coeficiente ρ_{DCCA} e o teste estatístico da hipótese nula deste coeficiente ($H_0 : \rho_{DCCA} = 0$) (para mais detalhes sobre hipótese estatística nula ver a seção 2.3). Este teste baseia-se no trabalho de (PODOBNIK et al., 2011), que calcula os pontos críticos, ρ_C , para um nível de confiança de 95 % tal que a integral entre $-\rho_C$ e ρ_C é igual a 0,95 de probabilidade (para mais detalhes ver a seção 2.2). Com isso, pode-se determinar o intervalo de ρ_{DCCA} dentro do qual a correlação cruzada é estatisticamente significativa, ou seja, pode-se determinar as escalas temporais onde as correlações cruzadas apresentam valores significativos.

Para avaliar a hipótese nula, consideramos que as séries temporais são independentes e identicamente distribuídas (iid) por variáveis aleatórias. Essas séries temporais radômicas foram geradas pelo processo de aleatorização das séries iniciais dos retornos dos preços da soja, do milho e do câmbio. Para explicar este processo, considerou-se inicialmente o par de séries dos retornos dos preços da soja e do câmbio. Primeiramente o algoritmo “embaralha” a série da soja, depois a série do câmbio e por fim calcula o coeficiente ρ_{DCCA} para diferentes escalas temporais. O algoritmo repete esse processo por 10 mil vezes, gerando ao final 10 mil valores aleatórios do coeficiente ρ_{DCCA} para cada escala temporal, s , considerada ¹.

Observa-se na figura 5.3 que os retornos dos preços do milho são constantemente influenciadas pelos retornos dos preços do mercado de câmbio, porque todos os valores dos coeficientes ρ_{DCCA} encontrados estão abaixo da zona crítica negativa, enquanto que os retornos dos preços da soja começam a ser influenciadas a partir de 174 dias, porque os valores não significativos dos coeficientes estão dentro da zona crítica (entre $-\rho_C$ e ρ_C) até este número de dias.

Além disso, nota-se que o valor máximo do coeficiente ρ_{DCCA} encontrado para as correlações entre os retornos dos preços da soja e os retornos do mercado de câmbio é -0,2 em 457 dias, ou seja, o retorno do preço do câmbio influencia em 20% no retorno do preço da soja, e vice-versa. Sabendo-se que na medida que um tem flutuação positiva o outro tem flutuação negativa. E para a correlação entre os retornos do preço do milho e do mercado de câmbio, o valor máximo do expoente ρ_{DCCA} é -0,25 em 154 dias, temos o mesmo comportamento anterior com a distinção do valor do coeficiente.

5.4 Conclusões

Em virtude de seu comportamento complexo, sabe-se que existe uma gama de fatores que influenciam os preços do milho e da soja no município de Barreiras. Como não existe a possibilidade de se considerar todos esses fatores, optou-se pelas flutuações do mercado de

¹Pelo teorema central do limite (CATANI, 2016) podemos afirmar que os valores encontrados para cada escala temporal considerada tem uma distribuição normal.

câmbio porque estão muito associadas a exportação destas commodities. Ou seja, é um fator econômico de razoável importância na determinação dos preços dessas commodities. Este trabalho examinou se as flutuações dos preços do milho e da soja no município de Barreiras são influenciadas pelo mercado de câmbio. Fazendo uma análise empírica dos resultados encontrados, com o coeficiente ρ_{DCCA} foi possível observar essa influência e calculá-la em certos intervalos de tempo, e com a hipótese estatística nula foi possível determinar o tempo de retardo de influência das oscilações do mercado de câmbio nas flutuações do preço da soja no município de Barreiras (174 dias). Não foi constatado este tempo de retardo para as flutuações do preço do milho. Isso indica que, durante todos os intervalos de tempo considerados, ocorreu influência das flutuações do mercado de câmbio nos preços do milho.

Estes resultados podem contribuir para execução de políticas públicas neste setor. Levando em consideração que a moeda norte americana é um investimento seguro no mercado internacional, então em momentos de crise haverá uma forte demanda por essa moeda no mercado internacional, e no Brasil inclusive, isto (a partir da lei de oferta e demanda) leva a uma valorização do dólar com relação ao real.

E de acordo com os resultados encontrados isto tenderá a levar a uma queda no preço destas commodities provocando prejuízos no setor, sendo que, com relação as flutuações do preço da soja, haveria um intervalo de tempo de 174 dias para que este fenômeno ocorresse e com as flutuações do preço do milho este intervalo de tempo não existiria.

Levando isto em consideração o governo, neste momento de crise, poderia agir (política pública) no sentido de comprar estas commodities no mercado, para desta maneira tentar diminuir a possível depreciação dos preços do milho e da soja.

5.5 Associação com Difusão do Conhecimento

Da figura 5.3 observamos que grande parte desta informação é perdida durante o processo de correlação entre os retornos dos preços do milho com os retornos dos preços do câmbio e os retornos dos preços da soja com os retornos do preço do câmbio com seus valores máximos do coeficiente DCCA -0,2 e -0,25, respectivamente.

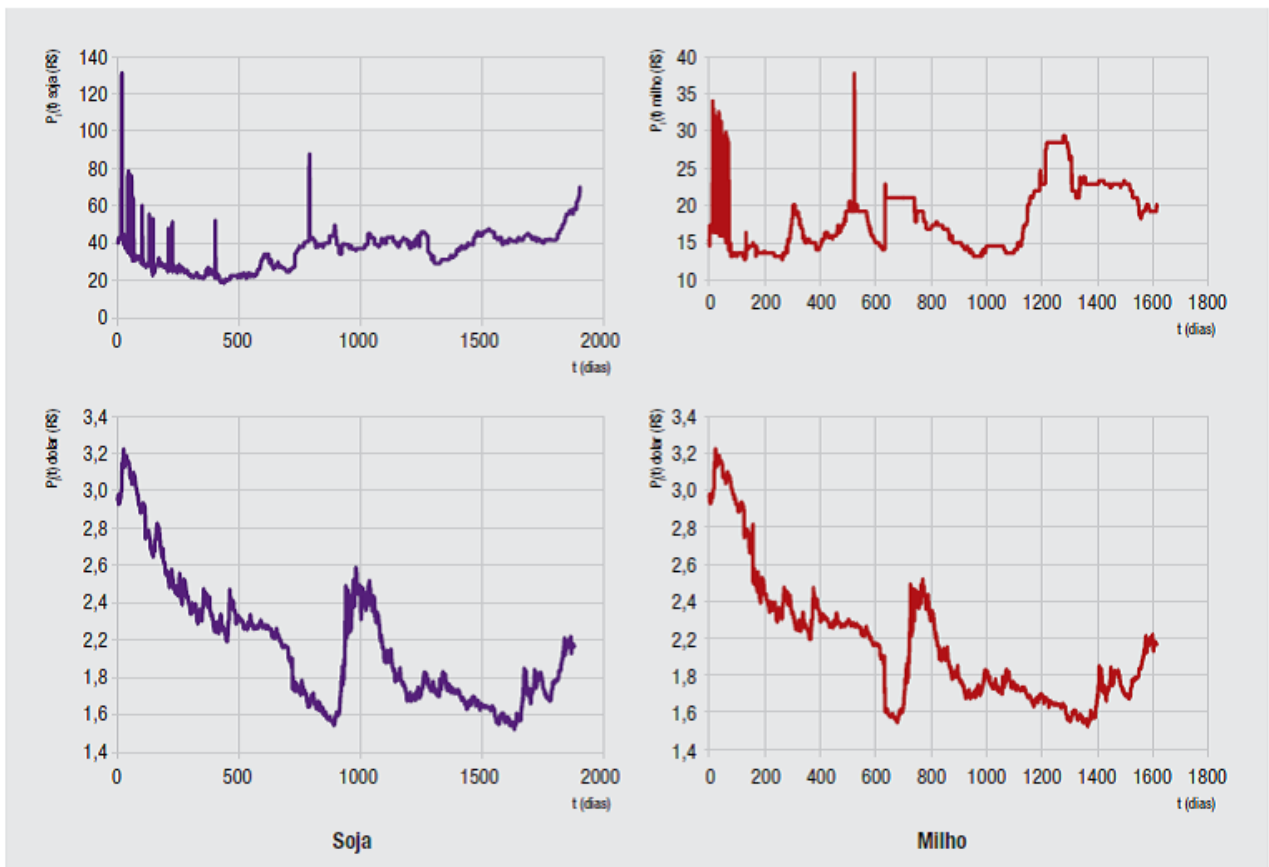


Figura 5.1: Preços das commodities soja e milho em função do tempo em dias. Obs.: O primeiro dia $t = 1$ corresponde a data de 18/03/2004, tanto para soja quanto para o milho; o dia $t = 1616$ para o milho e $t = 1880$ para a soja correspondem a data de 18/07/2012. O número total de dados das séries temporais destas commodities foi diferente devido a exigência do método. Ajustaram-se simultaneamente aos dias em que existia a cotação do dólar, e, portanto, o número de observações da série temporal do câmbio foi igual aos respectivos números de dados dos preços da soja e do milho. Nesta figura, também estão os preços diários do dólar para suas respectivas commodities. Fonte: (SILVA; S.FILHO; CASTRO, 2014).

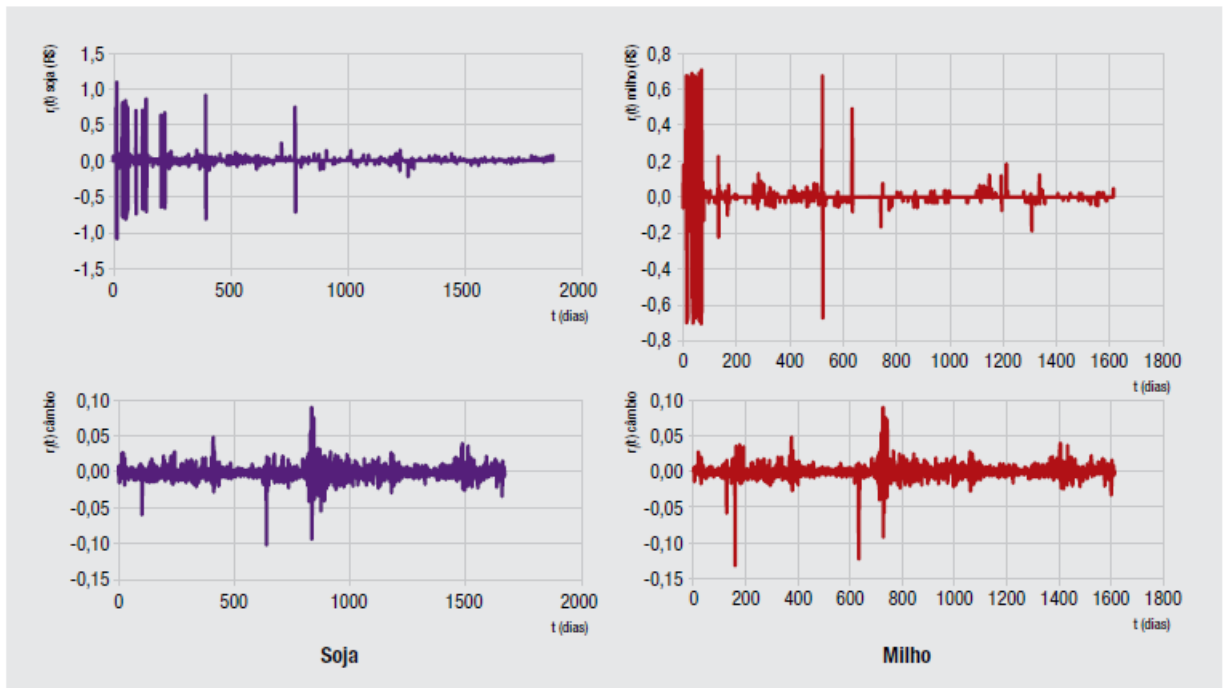


Figura 5.2: Retorno dos Preços das commodities soja e milho em função do tempo em dias. Nesta figura também estão os retornos dos preços diários do dólar para suas respectivas commodities. Fonte: (SILVA; S.FILHO; CASTRO, 2014).

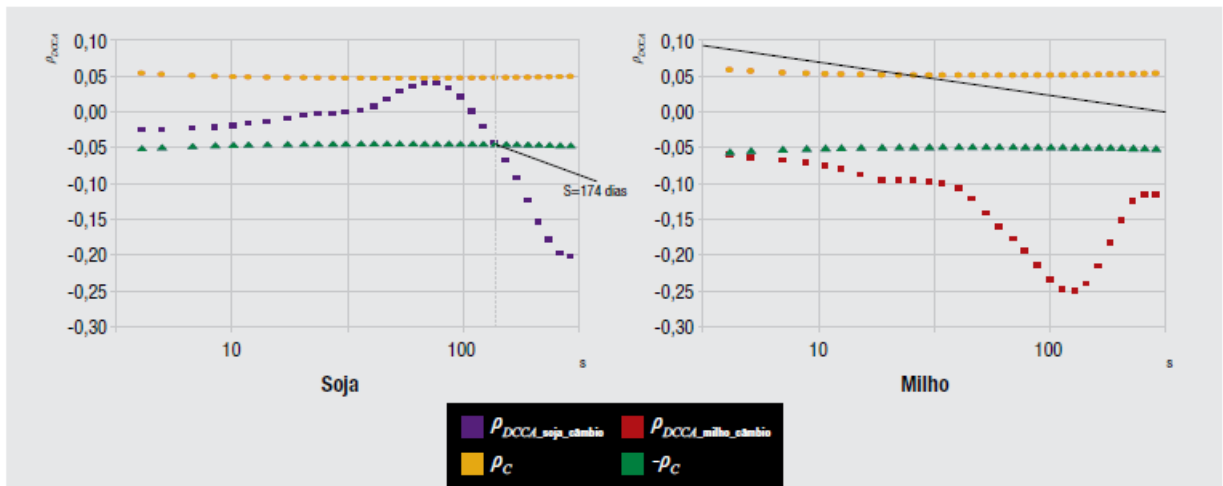


Figura 5.3: Valores encontrados do coeficiente ρ_{DCCA} em função das escalas temporais s . Obs.: Para cada escala temporal considerada, têm-se os valores de ρ_{DCCA} e os seus pontos críticos. Valores $|\rho_{DCCA}| \geq \rho_C$ são considerados estatisticamente significativos e $|\rho_{DCCA}| \leq \rho_C$ não são significativos, de acordo com a hipótese nula considerada. Observa-se que o gráfico da soja mostra que as flutuações dos preços começam a ser afetadas pelas variações do preço do câmbio a partir de 174 dias (aproximadamente seis meses), enquanto que as flutuações do milho são constantemente influenciadas pelo mercado de câmbio. Fonte: (SILVA; S.FILHO; CASTRO, 2014).

Quantificando a Correlação Cruzada entre o Ibovespa e as Blue-Chips Brasileiras: Uma Abordagem DCCA

6.1 *Resumo*

O objetivo deste trabalho é demonstrar a influência das empresas blue-chips no mercado de ações. Aplicamos o coeficiente de correlação cruzada sem tendência ρ_{DCCA} no mercado de ações de São Paulo (Ibovespa, Brasil). Inicialmente observamos que existe uma correlação cruzada positiva entre essas empresas e o índice. Em seguida nós mostramos que o valor do coeficiente de correlação cruzada depende da escala temporal e da empresa específica (blue-chips). Assim, esse tipo de análise nos leva a inferir qual é a empresa mais aderente com o Ibovespa. Também neste trabalho, analisamos do ponto de vista do ρ_{DCCA} a crise financeira de 2008 (antes e depois). De modo geral, os resultados mostram existir mais correlação cruzada entre o índice Ibovespa e as blue-chips depois da crise de 2008.

6.2 *Introdução*

Nos mercados financeiros, as blue-chips são ações de primeira linha, que têm alta liquidez, alta segurança e boa reputação. São geralmente empresas que são essenciais para o desenvolvimento em setores estratégicos de um país. No Brasil, elas pertencem principalmente aos setores financeiro ou de commodities (TERRA, 2013). Neste caso, O Ibovespa é o principal índice aplicado para incentivar os compradores a adquirir ações. Porque é um índice de retorno total bruto ponderado por volumes negociados e é fortemente afetado pelas ações de maior liquidez na bolsa de valores de São Paulo.

O Ibovespa é composto por 68 empresas com objetivos de serem a média dos índices dos preços dos ativos com maior negociabilidade e representatividade da economia brasileira (BM&FBOVESPA, 2014). Assim, da perspectiva das nove maiores empresas que compõem o índice (as blue-chips), esse trabalho visa identificar e medir a correlação cruzada entre essas blue-chips e o Ibovespa. Neste sentido, aplicaremos o coeficiente de correlação cruzada sem tendência ρ_{DCCA} (ZEBENDE, 2011).

Sabemos que o ρ_{DCCA} foi estabelecido a fim de quantificar o nível de correlação cruzada entre duas séries temporais não estacionárias. O coeficiente ρ_{DCCA} é definido como a razão entre a função covariância sem tendência (pelo método DCCA (PODOBNIK; STANLEY, 2008)) e a função variância sem tendência (pelo método DFA (PENG et al., 1994)), e pode ser considerado como a evolução do método DCCA, largamente utilizado nos últimos

anos (PODOBNIK et al., 2009a; WANG et al., 2014; PODOBNIK et al., 2009b; ZHOU, 2008; HORVATIC; STANLEY; PODOBNIK, 2011). O ρ_{DCCA} foi aplicado em meteorologia (VAS-SOLER; ZEBENDE, 2012), em séries temporais de homicídio doloso e homicídio tentado (S.FILHO; SILVA; ZEBENDE, 2014), em economia (SILVA; S.FILHO; CASTRO, 2014; WANG et al., 2013; REBOREDO; RIVERA-CASTRO; ZEBENDE, 2014; WANG et al., 2014, WANG et al., 2013, KRISTOUFEK, 2014b), entre outros. Além disso o ρ_{DCCA} foi comparado com o coeficiente de correlação de Pearson, e mostrou-se mais eficiente (KRISTOUFEK, 2014b), principalmente para duas séries temporais não estacionárias. Recentemente (KRISTOUFEK, 2014a) elaborou outro método de análise de correlação cruzada baseado na média móvel do coeficiente de correlação cruzada, para tornar a mesma mais robusta.

Pretendemos aplicar o ρ_{DCCA} para investigar a correlação cruzada entre as empresas blue-chips brasileiras e o Ibovespa. Certamente o estudo de tais relações é importante em finanças, e as conexões entre ações de bolsa de valores e índices de ações frequentemente utilizados em estratégias de negociação e construção de portfólio (economia financeira dominante em torno das teorias de Markovitz, Sharpe, CAPM, etc.).

Assim, organizamos este trabalho da seguinte maneira: na Seção 6.3 apresentamos a metodologia, na Seção 6.4 descrevemos os dados e resultados e na Seção 6.5 as conclusões.

6.3 Metodologia

6.3.1 O Coeficiente ρ_{DCCA}

O coeficiente de correlação cruzada sem tendência (ZEBENDE, 2011) é um novo método para quantificar o nível de correlação cruzada entre duas séries temporais não-estacionárias. Ele é baseado nos métodos DFA (PENG et al., 1994) e DCCA (PODOBNIK; STANLEY, 2008). Assim, para um melhor entedimento do ρ_{DCCA} , abaixo apresentamos seu algoritmo em cinco etapas:

Etapa I: Considerando duas séries temporais, x_t e y_t , com $t = 1, 2, 3, \dots, N$, (N é o tamanho das séries temporais). Então integramos essas séries temporais, obtendo duas novas séries

$$xx_k = \sum_{t=1}^k x_t e yy_k = \sum_{t=1}^k y_t \quad (6.1)$$

Etapa II: Dividimos essas duas séries integradas, xx_k e yy_k , em $(N-s)$ caixas sobrepostas de igual comprimento s , com $4 \leq s \leq \frac{N}{4}$.

Etapa III: Calculamos a tendência local de cada caixa pelo ajuste dos mínimos quadrados de cada série, $xP_i(k)$ e $yP_i(k)$. Em seguida, calculamos a covariância dos resíduos em cada caixa por:

$$f_{xy}^2(s, i) = \frac{1}{(s+1)} \sum_{k=1}^{i+s} (xx_k - xP_i(k))(yy_k - yP_i(k)) \quad (6.2)$$

Etapa IV: A média sobre todas as $(N-s)$ caixas sobrepostas é calculada para obter uma nova função covariância:

$$F_{xy}^2(s) = \frac{1}{(N-s)} \sum_{i=1}^{N-s} f_{xy}^2(s, i) \quad (6.3)$$

Etapa V: Finalmente, calculamos o coeficiente de correlação cruzada ρ_{DCCA} por:

$$\rho_{DCCA}(s) = \frac{F_{xy}^2(s)}{F_{xx}(s)F_{yy}(s)} \quad (6.4)$$

Como podemos ver, esse coeficiente de correlação cruzada depende do comprimento da caixa s (escala temporal). Uma das vantagens desse coeficiente de correlação cruzada é que ele mede as correlações entre duas séries temporais não-estacionárias em diferentes escalas temporais. O coeficiente de correlação cruzada DCCA varia dentro do intervalo $-1 \leq \rho_{DCCA} \leq 1$, logicamente 1 significa correlação cruzada perfeita, -1 significa anti correlação cruzada perfeita e 0 significa que não existe correlação. Para mais detalhes ver a referência (PODOBNIK et al., 2011).

Levando em conta o que foi mencionado acima, neste trabalho analisaremos a correlação cruzada entre o Ibovespa e as blue-chips de uma relação bem definida entre os expoentes α_{DFA} e λ_{DCCA} (ZEBENDE; SILVA; S.FILHO, 2013). Assim, na seção seguinte apresentaremos resumidamente essa teoria no sentido de facilitar a compreensão das ideias propostas.

6.3.2 Diferencial do Coeficiente ρ_{DCCA}

De acordo com (PENG et al., 1994), a lei de potência que descreve a auto correlação de duas séries temporais não estacionárias com lei de potência pode ser escrita como:

$$F_{xx}(s) = K_{xx}s^{\alpha_1}, \quad F_{yy}(s) = K_{yy}s^{\alpha_2} \quad (6.5)$$

e de acordo com (PODOBNIK; STANLEY, 2008) para a lei de potência de correlação cruzada temos:

$$F_{xy}(s) = K_{xy}s^{2\lambda} \quad (6.6)$$

aqui K_{xx} , K_{yy} e K_{xy} são constantes positivas. Das equações 6.4, 6.5 e 6.6, temos:

$$\rho_{DCCA}(s) = Ks^{2\lambda - \alpha_1 - \alpha_2} \quad (6.7)$$

com $K \equiv \frac{K_{xy}}{K_{xx}K_{yy}}$.

Se definimos $y \equiv \log(\rho_{DCCA}(s))$ e $x \equiv \log(s)$, então

$$\frac{dy}{dx} = 2\lambda - \alpha_1 - \alpha_2. \quad (6.8)$$

Assim, a relação entre α_1 , α_2 e λ pode ser dada por:

$$\lambda = \frac{\left(\frac{dy}{dx} + \alpha_1 + \alpha_2\right)}{2}. \quad (6.9)$$

De acordo com (ZEBENDE; SILVA; S.FILHO, 2013), $\frac{dy}{dx}$ pode nos ajudar a entender melhor a correlação cruzada em séries temporais não-estacionárias.

6.4 Dados e Resultados

Analizamos a média diária dos preços das ações dos setores financeiros e de commodities do mercado de ações do Estado de São Paulo. Esses dados são do Ibovespa e das nove empresas blue-chips que fazem parte desse índice ver Tabela 6.1.

Esses dados foram coletados diariamente entre 22 de outubro de 2001 e 22 de outubro de 2014 (YAHOO, 2015). Essas blue-chips foram as mais negociadas em 2011 (TERRA, 2015), porque elas alcançaram 1,6 bilhões de dólares por dia e representavam 47,2 % do total do mercado. A Vale PNA ¹ alcançou a maior média anual diária de volume de negociação

¹O símbolo “PN” significa ação Preferencial Nominativa, ou seja, uma ação que confere a seu detentor prioridade no recebimento de dividendos e/ou, no caso de dissolução da empresa, no reembolso de capital. Em geral não concede o direito de voto em assembleia.

As ações também podem ser diferenciadas por classes: A, B, C ou alguma outra letra que apareça após o PN.

em 2011 com 416,2 milhões de dólares por dia em média. Nesse trabalho consideramos o ano de 2011 como o ano base para a formação das blue-chips. Agora, considerando $P_i(t)$ como o preço da ação i no dia t , o retorno da empresa i , é definido por,

$$r_i(t) \equiv \log \frac{P_i(t)}{P_i(t-1)} \quad (6.10)$$

Para nosso entendimento e visualização dos dados, a Figura 6.1 mostra o retorno do Ibovespa para todo o período (a), antes da crise de 2008 (b) e depois da crise de 2008 (c). A Tabela 6.2 mostra a estatística descritiva dos retornos do Ibovespa e das Blue-Chips para todas as séries temporais, antes e depois da Crise de 2008.

A descrição estatística para as séries temporais inteiras mostra uma assimetria negativa, exceto para *bbdc3* e *itsa4*, que apresentaram valores positivos. Para o Ibovespa, a assimetria foi negativa por todo período e o pré crise, mas no pós crise a assimetria foi positiva com seu valor tendendo a zero. O coeficiente percentílico de Curtose na Tabela 6.2 é definido por:

$$Curtose \equiv \frac{(Q_3 - Q_1)}{2(P_{90} - P_{10})} \quad (6.11)$$

onde Q_i é o i ésimo quartil dos retornos e P_i é a ordem percentil i . Desta maneira, a distribuição normal tem $Curtose=0,263$. Na Tabela 6.2 cada valor de $Curtose$ é menor que 0,263, denotando retornos com comportamentos menos agudos que a distribuição normal, ou seja, mais dispersos com relação a média, mas este comportamento é muito próximo da distribuição normal, haja vista que estes coeficientes oscilam entre os valores de 0,217 a 0,249. Portanto, finalizamos com esta análise a descrição estatística dos dados observados na Figura 6.1.

Encerrada a análise descritiva, daqui em diante aplicaremos o ρ_{DCCA} . Os resultados são encontrados na Figura 6.2. Essa Figura mostra o valor coeficiente de correlação cruzada sem tendência entre o Ibovespa e todas as nove blue-chips. Aqui apresentamos a análise completa das séries temporais (Figura 6.2 (a)), antes da crise de 2008 (Figura 6.2 (a)) e depois da crise de 2008 (Figura 6.2 (c)). Os resultados mostram que o ρ_{DCCA} é sempre positivo e existe uma clara aderência entre as blue-chips e o Ibovespa. E, ainda mais, podemos ver uma escala de aderência, por exemplo:

- $\rho_{DCCA}(itsa4) > \rho_{DCCA}(itub4)$, para quaisquer escalas de tempo ;

As características de cada classe são estabelecidas pela empresa emissora da ação, em seu estatuto social. Essas diferenças variam de empresa para empresa, portanto não é possível fazer uma definição geral das classes de ações. Mais detalhes, ver folhainvest.folha.com.br/faq#pn-on_pnb_pna.

Tabela 6.1: Blue-Chips do Ibovespa. Fonte: (SILVA et al., 2015).

| Código de Negociação | Blue-Chip |
|----------------------|----------------------|
| bbas3 | Banco do Brasil |
| bbdc3 | Banco Bradesco |
| csna3 | Siderúrgica Nacional |
| ggbr4 | Grupo Guerdal |
| itsa4 | Banco Itaú |
| itub4 | Itaú-Unibanco |
| petr4 | Petrobrás |
| usim5 | Usiminas |
| vale3 | Vale do Rio Doce |

- $\rho_{DCCA}(petr4) > \rho_{DCCA}(csna3)$, para “pequenas” escalas de tempo < 100 dias ;
- $\rho_{DCCA}(petr4) < \rho_{DCCA}(csna3)$, para “grandes” escalas de tempo > 200 dias.

Nos resultados implementamos a crise de 2008 (Figura 6.2 (b) e (c)) que mostram um comportamento interessante. Se somente o período pré crise é analisado (Figura 6.2 (b)), então podemos ver um comportamento qualitativo similar a Figura 6.2 (a). No entanto, o período pós crise (Figura 6.2 (c)) mostra um comportamento mais aderente entre as Blue-Chips e o Ibovespa.

Para observar a variação do ρ_{DCCA} aplicamos o teste diferencial (ZEBENDE; SILVA; S.FILHO, 2013). Os resultados são encontrados na Figura 6.3. Esse tipo de análise corrobora com a Figura 6.2 como esperado, mas fazendo uma análise um pouco mais detalhada, em geral itsa4, usim5, ggbr4 e bbsa3 tem $\frac{dy}{dx} \approx 0$ para cada caso (período total, antes e depois da crise de 2008); enquanto que para as empresas restantes isso não ocorreu. No pré crise tal comportamento é mais evidente porque itub4, bbdc3, csna3, vale3 e petr4 flutuam com a escala temporal. Surpreendentemente, no pós crise, podemos ver que $\frac{dy}{dx} \approx 0$ para todas as blue-chips, mostrando uma quase aderência perfeita dos dados com o Ibovespa.

6.5 Conclusões

Em termos gerais, encontramos uma correlação cruzada positiva entre o Ibovespa e as Blue-Chips, mas dependendo da empresa específica essa correlação cruzada pode ser mais ou menos evidente.

Se analisarmos a correlação cruzada do ponto de vista da crise financeira de 2008, podemos ver mais aderência entre o Ibovespa e as Blue-Chips no período pós crise. Isso torna-se ainda mais pronunciado do ponto de vista de $\frac{dy}{dx}$ (Figura 6.3).

Esse comportamento distinto entre antes e depois da crise de 2008, pode ser consequência de políticas econômicas implementadas durante a crise financeira pelo governo brasileiro.

Tabela 6.2: Descrição Estatística dos retornos dos preços das nove blue-chips e do índice Ibovespa: (i) séries temporais inteiras (célula esquerda), (ii) antes da crise de 2008 (acima a direita) e (iii) depois da crise de 2008 (abaixo a direita).Fonte: (SILVA et al., 2015).

| | itub4 | | petr4 | | usim5 | | vale3 | | Ibovespa | |
|------------|---------|---------|---------|---------|--------|--------|---------|---------|----------|--------|
| Média | -0,001 | -0,001 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,001 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| | | 0,000 | | 0,000 | | -0,001 | | 0,000 | | 0,000 |
| Máximo | 0,091 | 0,042 | 0,058 | 0,058 | 0,082 | 0,043 | 0,059 | 0,048 | 0,059 | 0,029 |
| | | 0,091 | | 0,053 | | 0,082 | | 0,059 | | 0,059 |
| Mínimo | -2,995 | -2,995 | -0,602 | -0,602 | 0,290 | 0,152 | -0,469 | -0,469 | -0,053 | -0,030 |
| | | 0,056 | | -0,064 | | -0,290 | | -0,089 | | -0,053 |
| Desv. Pad. | 0,053 | 0,074 | 0,015 | 0,019 | 0,015 | 0,014 | 0,015 | 0,018 | 0,008 | 0,008 |
| | | 0,011 | | 0,011 | | 0,016 | | 0,011 | | 0,008 |
| Assimetria | -54,813 | -39,625 | -19,734 | -21,976 | -2,760 | -1,459 | -14,421 | -15,558 | -0,104 | -0,240 |
| | | 0,496 | | -0,092 | | -3,992 | | 0,132 | | 0,075 |
| Curtose | 0,243 | 0,249 | 0,249 | 0,257 | 0,243 | 0,260 | 0,217 | 0,242 | 0,245 | 0,251 |
| | | 0,231 | | 0,243 | | 0,233 | | 0,232 | | 0,234 |
| Obs (N) | 3372 | 1651 | 3354 | 1652 | 3386 | 1653 | 3552 | 1656 | 3409 | 1656 |
| | | 1497 | | 1477 | | 1495 | | 1510 | | 1524 |
| | bbas3 | | bbdc3 | | csna3 | | ggbr4 | | itsa4 | |
| Média | 0,000 | 0,001 | 0,000 | 0,001 | 0,000 | 0,001 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| | | 0,000 | | 0,000 | | -0,001 | | 0,000 | | 0,000 |
| Máximo | 0,114 | 0,062 | 0,994 | 0,994 | 0,470 | 0,470 | 0,210 | 0,210 | 0,097 | 0,033 |
| | | 0,082 | | 0,067 | | 0,085 | | 0,073 | | 0,097 |
| Mínimo | -0,296 | -0,039 | -1,002 | -1,001 | -0,596 | -0,596 | -0,307 | -0,307 | -0,066 | -0,058 |
| | | -0,296 | | -0,055 | | -0,294 | | -0,070 | | -0,066 |
| Desv. Pad. | 0,013 | 0,012 | 0,032 | 0,046 | 0,020 | 0,025 | 0,015 | 0,017 | 0,010 | 0,009 |
| | | 0,014 | | 0,001 | | 0,015 | | 0,012 | | 0,011 |
| Assimetria | -3,166 | 0,328 | 8,087 | 5,960 | -8,581 | -8,516 | -5,091 | -6,916 | 0,135 | -0,141 |
| | | -6,814 | | 0,017 | | -4,678 | | 0,064 | | 0,318 |
| Curtose | 0,244 | 0,260 | 0,230 | 0,240 | 0,241 | 0,260 | 0,247 | 0,257 | 0,236 | 0,246 |
| | | 0,245 | | 0,245 | | 0,235 | | 0,243 | | 0,223 |
| Obs (N) | 3547 | 1656 | 3532 | 1655 | 3557 | 1656 | 3332 | 1653 | 3408 | 1653 |
| | | 1508 | | 1516 | | 1508 | | 1507 | | 1507 |

Finalmente, este trabalho traz uma nova análise estatística de aderência financeira e por esta razão pode contribuir como mais um meio de tomada de decisões para governos e empresas em momentos de crises.

6.6 Associação com Difusão do Conhecimento

Na figura 6.2 pudemos observar que a perda de informações nas correlações entre as blue-chips e o índice Bovespa é menor para o período posterior a crise de 2008, se comparado com o período anterior.

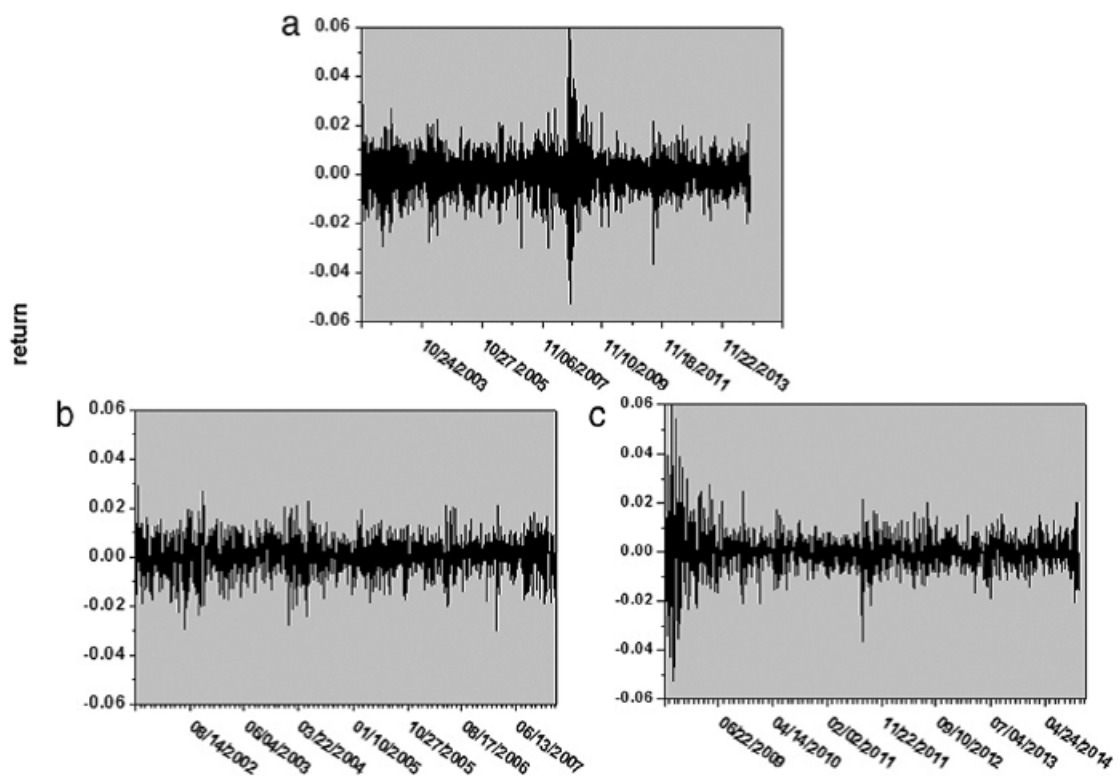


Figura 6.1: Retorno do Ibovespa para: (a) dados coletados entre 22 de outubro de 2001 e 22 de outubro de 2014, (b) antes da Crise de 2008 e (c) depois da Crise de 2008. Fonte: (SILVA et al., 2015).

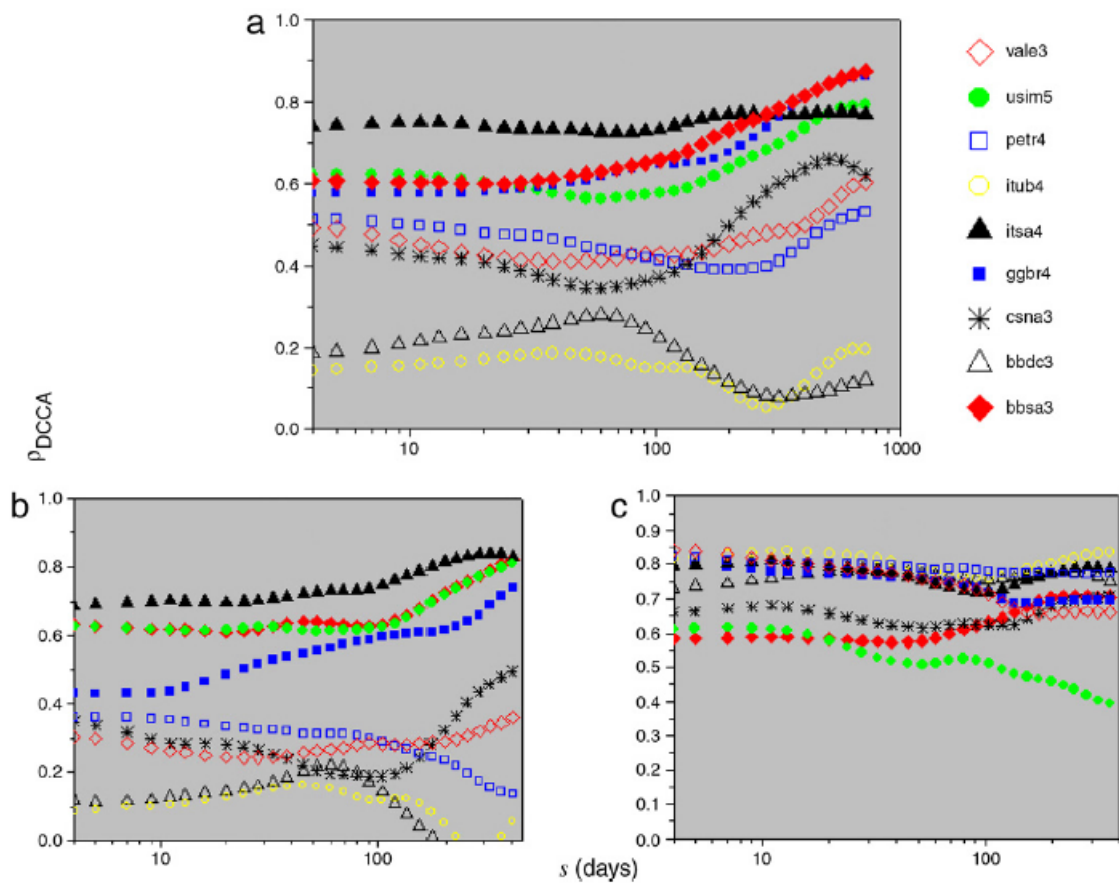


Figura 6.2: Coeficiente de Correlação Cruzada sem tendência entre Ibovespa e as 9 empresas Blue-Chips em função da escala s . (a) Representa a análise das séries temporais completas, (b) do período antes da Crise de 2008 e (c) do período após a crise de 2008. Fonte: (SILVA et al., 2015).

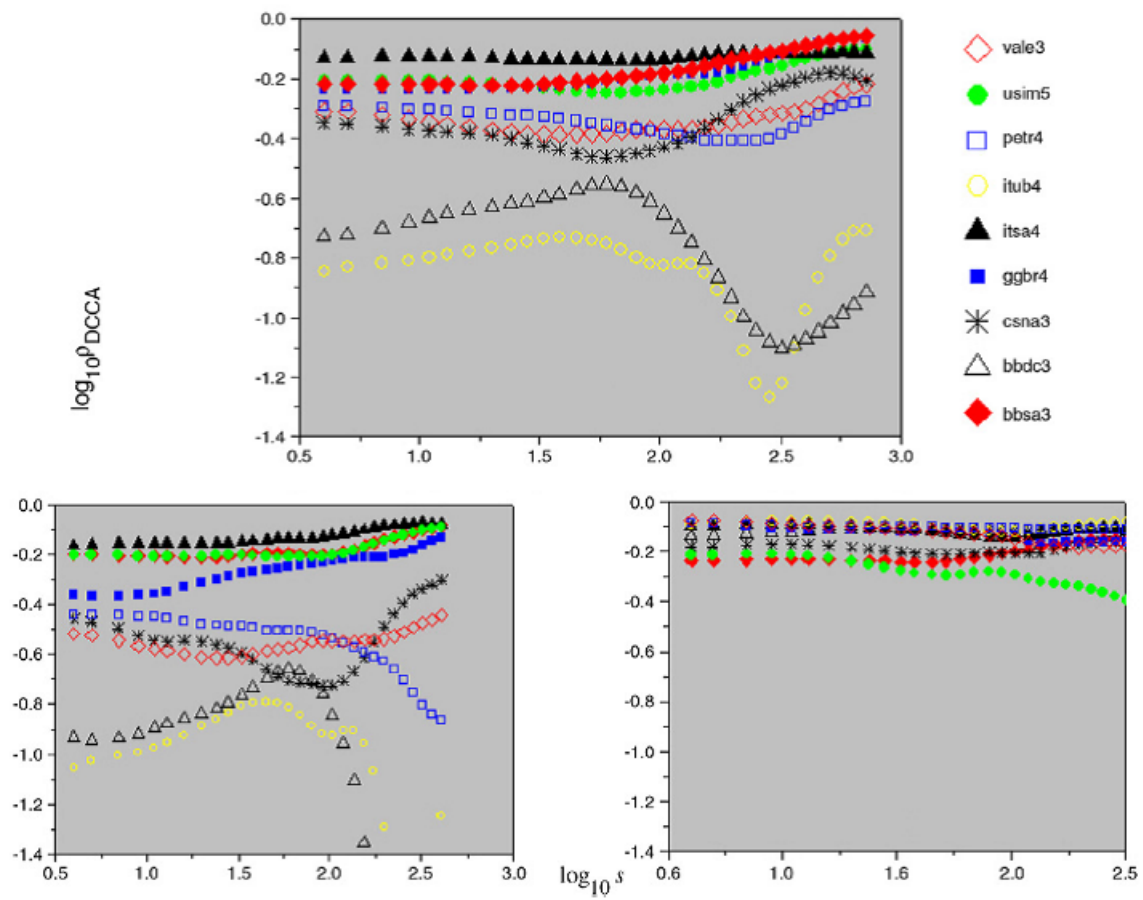


Figura 6.3: $y=\log(\rho_{DCCA})$ em função de $x=\log(s)$ para a correlação cruzada entre o Ibovespa e as blue-Chips: (a) análise para as séries temporais inteiras, (b) antes da crise de 2008 e (c) depois da crise de 2008. Fonte: (SILVA et al., 2015).

Teste de Estacionariedade com o Método DFA

De acordo com MORETTIN (2006) um processo é dito estacionário se ele oscila ao redor de uma média constante, com uma variância constante. Baseado nesta definição vamos testar a estacionariedade das séries temporais estudadas nos capítulos 4, 5, 6, haja vista que a teoria da seção 2.4, utilizada nos mesmos, assume que sua validade está condicionada a séries temporais não-estacionárias.

Caso qualquer uma das condições de estacionariedade já comentadas não sejam satisfeitas estão concluídas que as séries analisadas são não-estacionárias.

Utilizaremos a definição de variância do método DFA da seção 2.4 associada ao expoente α . De acordo com este a variância das séries analisadas permanecem constantes se o expoente for nulo, ou seja, a variância permanecerá invariante no decorrer do tempo.

De outra maneira, qualquer valor deste expoente diferente de zero significa que a variância evolui no tempo: a série temporal analisada é não-estacionária.

Com relação ao capítulo 4, podemos observar que as Figuras 4.1 (a), 4.2 (a), 4.3 (a) e 4.4 (a) mostram que α é diferente de zero para todas as séries analisadas deste capítulo evidenciando que todas elas são não-estacionárias.

Com relação ao capítulo 5 é possível também concluir que as séries temporais dos retornos dos preços da soja, do milho e do mercado de câmbio também não são estacionários. A figura 7.1 mostra esta evidência com mais clareza. Com relação ao capítulo 6 podemos concluir que, de acordo com os argumentos já comentados, os retornos do índice bovespa e das blue-chips também são séries temporais não-estacionárias porque os seus respectivos coeficientes α_{DFA} são diferentes de zero. As figuras 7.2, 7.4 e 7.3 enriquecem estes resultados com mais precisão.

A partir de um teste simples de estacionariedade em séries temporais pudemos comprovar que a condição de não-estacionariedade está bem estabelecida para utilização do coeficiente ρ_{DCCA} utilizado como base metodológica em praticamente todos os trabalhos abordados nesta tese.

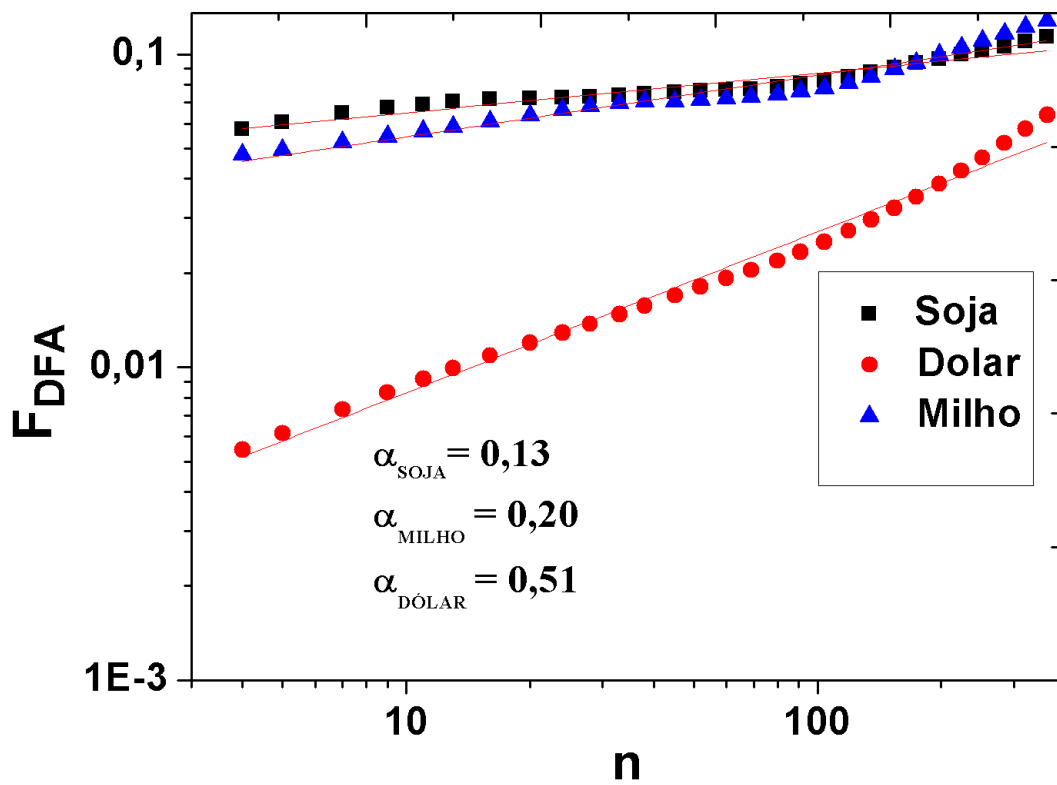


Figura 7.1: Função Variância sem tendência com relação a escala temporal n dos retornos dos preços do mercado de câmbio, da soja e do milho no município de Barreiras. Observa-se que em todos eles o coeficiente α_{DFA} é diferente de zero o que comprova que as séries temporais analisadas não são estacionárias.

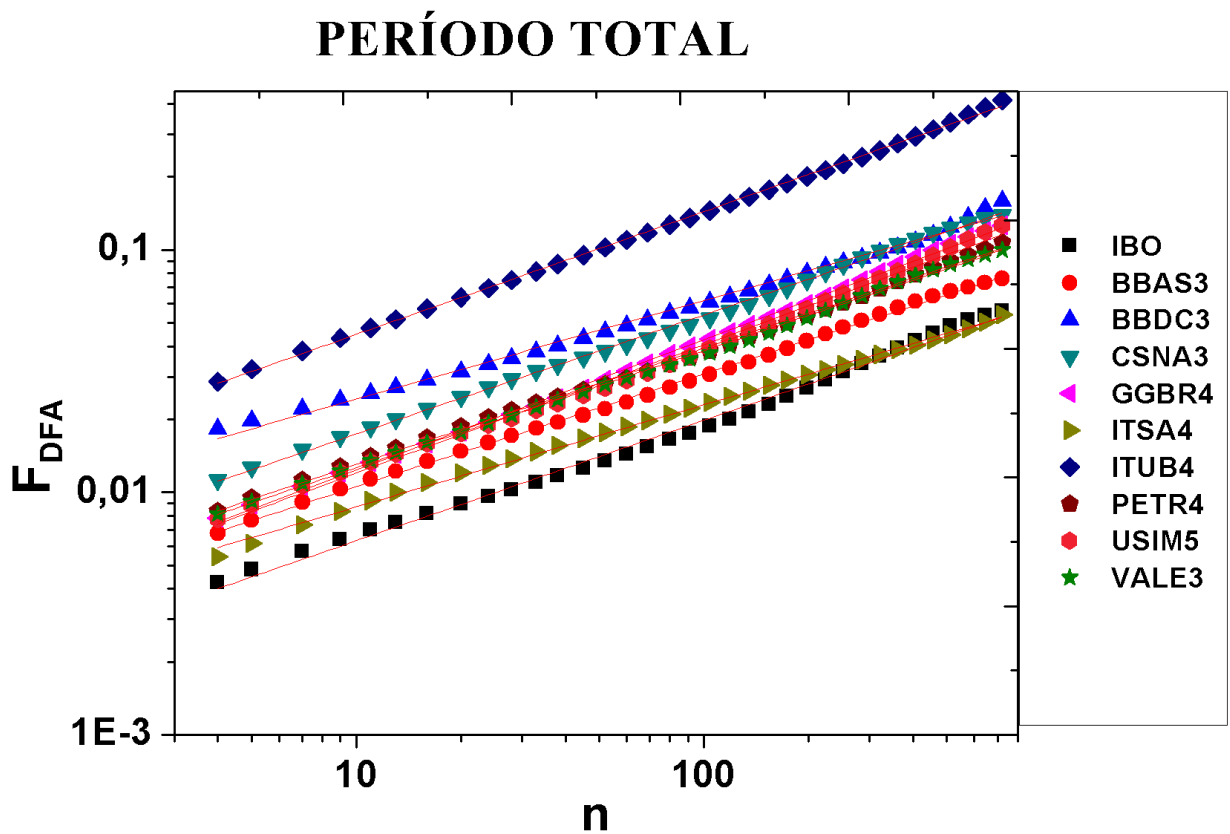


Figura 7.2: Função Variância sem tendência com relação a escala temporal n dos retornos do índice bovespa e das blue-chips para todo o período analisado. Encontramos, seguindo a sequência da legenda, os respectivos valores do coeficientes α_{DFA} iguais a 0,5, 0,47, 0,41, 0,49, 0,54, 0,42, 0,51, 0,48, 0,53 e 0,58. Isso mostra que estas séries temporais não são estacionárias.

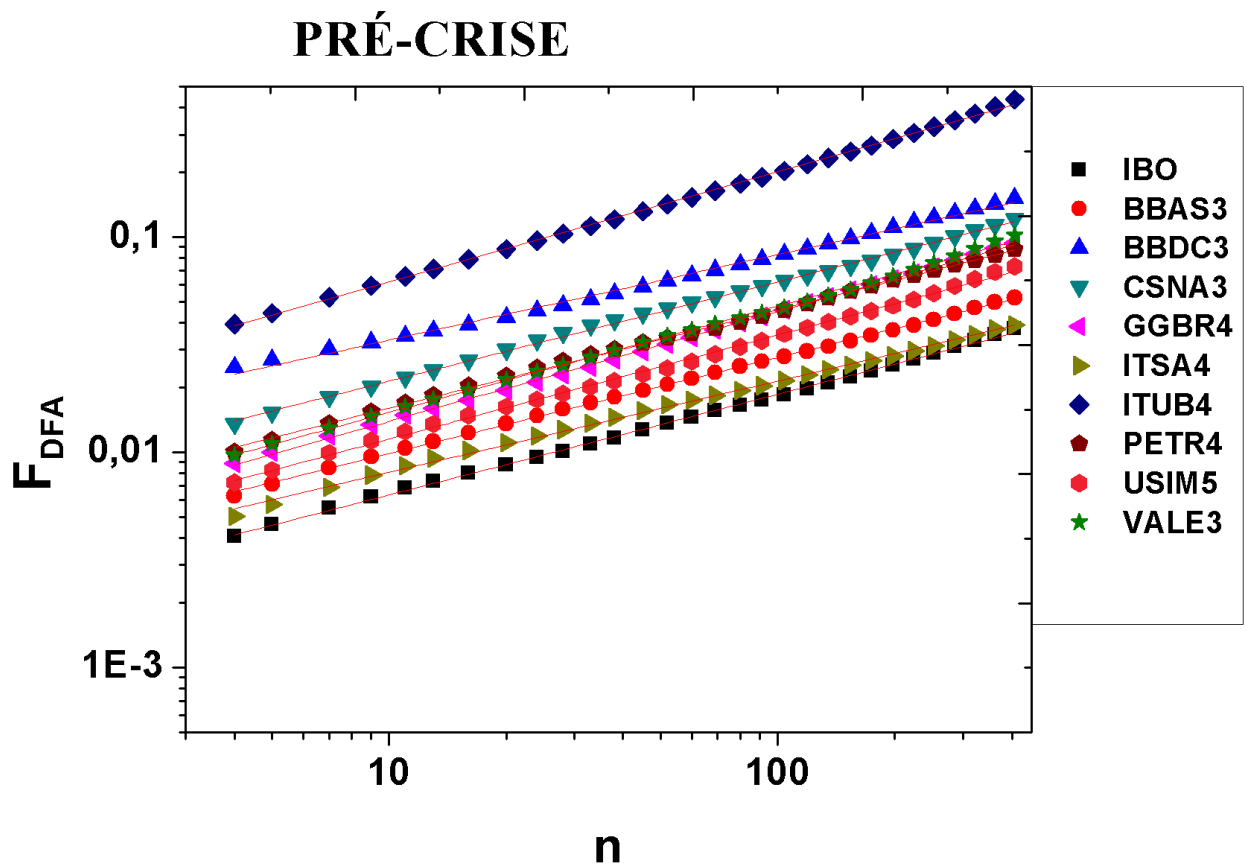


Figura 7.3: Função Variância sem tendência com relação a escala temporal n dos retornos do índice bovespa e das blue-chips para o período anterior a crise de 2008. Encontramos, seguindo a seqüência da legenda, os respectivos valores do coeficientes α_{DFA} iguais a 0,47, 0,45, 0,40, 0,46, 0,51, 0,42, 0,51, 0,46, 0,48, 0,49. Isso mostra que estas séries temporais são não-estacionárias.

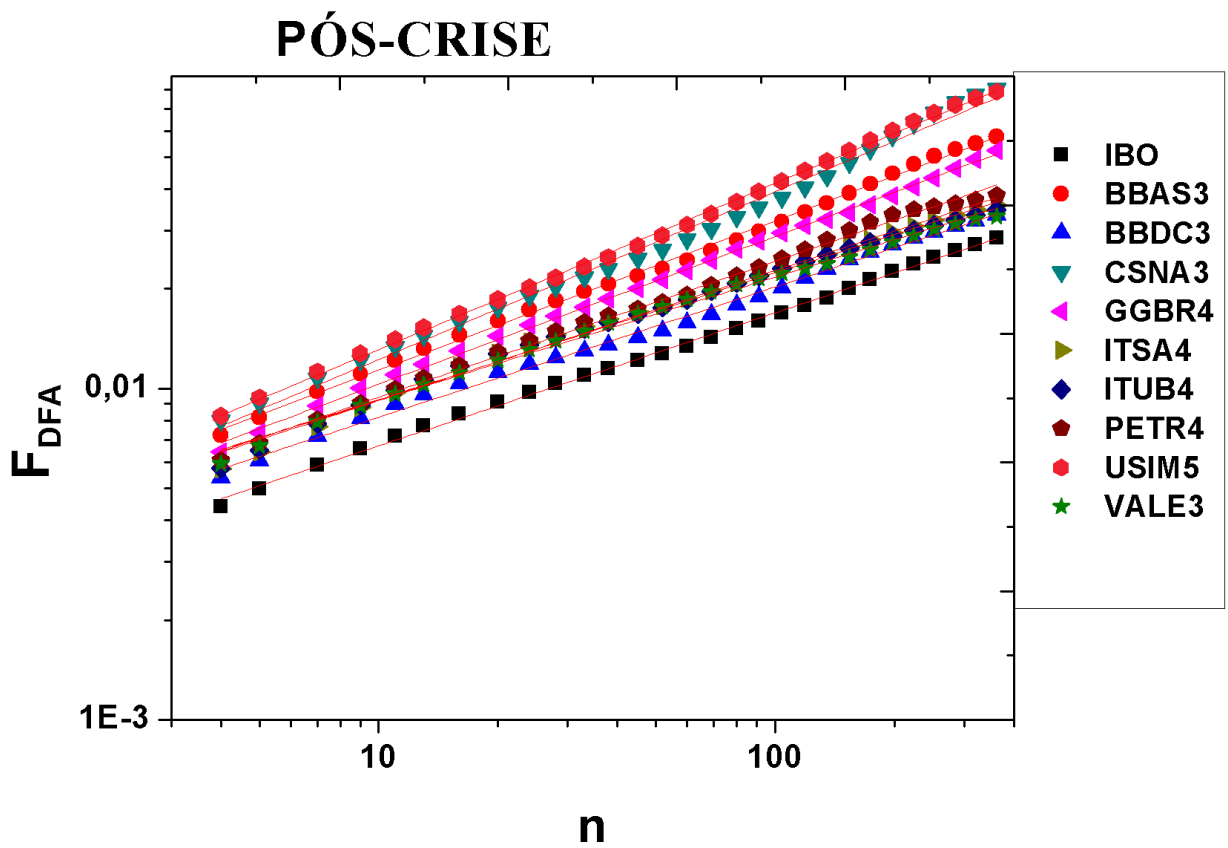


Figura 7.4: Função Variância sem tendência com relação a escala temporal n dos retornos do índice bovespa e das blue-chips para o período pós- crise. Encontramos, seguindo a sequência da legenda, os respectivos valores do coeficientes α_{DFA} iguais a 0,40, 0,45, 0,39, 0,51, 0,45, 0,39, 0,38, 0,41, 0,50 e 0,37. Isso mostra que estas séries temporais não possuem o comportamento estacionário.

Considerações Finais

Esta tese apresentou uma proposta inédita de associação entre correlações cruzadas em séries temporais econômicas e difusão do conhecimento considerando que existe um conjunto de fatores em cadeia que associam estas séries temporais podendo haver ou não perda de informações durante este processo. Condicionamos a proposta ao cálculo do coeficiente DCCA entre elas para observar o percentual de informação transmitida entre elas.

Os resultados encontrados de associação entre o coeficiente DCCA e a difusão do conhecimento a partir de perda de informação entre séries temporais econômicas nos capítulos 4, 5 e 6, do ponto de vista de perspectivas futuras, podem ajudar na construção de modelos microeconômicos destas interações porque inicialmente já conhecemos o quanto de informações são transmitidas entre cada uma destas séries temporais.

Com relação a aplicações pudemos observar que os resultados da figura 5.3, como já foi mencionado na seção 5.4, podem contribuir para execução de políticas públicas deste setor. Levando em consideração que a moeda norte americana é um investimento seguro no mercado internacional, então em momentos de crise haverá uma forte demanda por esta moeda no mercado internacional, e no Brasil inclusive; isto (a partir da lei de oferta e demanda) leva a uma valorização do dólar com relação real. E de acordo com os resultados encontrados levará a uma queda no preço destas commodities provocando prejuízos no setor e, com relação as flutuações do preço da soja este fenômeno demoraria 174 dias para ocorrer e com as flutuações do preço do milho este intervalo de tempo não existiria. Observando isto o governo, neste momento de crise, poderia agir (política pública) no sentido de comprar estas commodities no mercado, para assim, tentar diminuir a possível depreciação dos seus preços.

Um outro exemplo de aplicação estaria no destaque encontrado para empresa Usiminas da figura 6.2 para o período pós-crise de 2008. Tomamos este comportamento porque em períodos de crise existe uma fuga de investimentos em mercados de ações porque eles são considerados investimentos de risco. Na medida que ocorre esse movimento os preços das ações tendem a cair por causa da lei da oferta e demanda. Voltando ao destaque, então podemos concluir que, para escalas temporais próximas de 400 dias, a blue-chip Usiminas teve menos tendência de queda dos valores de suas ações do que o índice da bolsa considerada. E para um investidor, a referida empresa pode mostrar uma razoável lucratividade para períodos de crise financeira.

Referências Bibliográficas

- AGROLINK. *Cotações*. 2014. Disponível em: <<http://www.agrolink.com.br/cotacoes/cotacoes.aspx>>.
- BACEN. *Taxas de Câmbio*. 2014. Disponível em: <<http://www4.bcb.gov.br/pec/taxas/port/ptaxnpesq.asp?id=txcotacao>>.
- BAK, P. *How Nature Works: The Science of Self-Organized Criticality*. Oxford: Oxford University Press, 1997.
- BALOCCHI, R.; VARANINI, M.; MACERATA, A. Quantifying different degrees of coupling in detrended cross-correlation analysis. *Europhysics Letters*, v. 101, n. 2, p. 1–6, 2013. Disponível em: <<http://iopscience.iop.org/0295-5075/101/2/20011>>.
- BM&FBOVESPA. *A Nova Bolsa*. 2014. Disponível em: <<http://www.bmfbovespa.com.br/home.aspx?idioma=pt-br>>.
- CALDARELLI, C. E.; BACCHI, M. R. C. Fatores de influência no preço do milho no brasil. *Nova Economia*, v. 22, n. 1, p. 141–164, janeiro–abril 2012. Disponível em: <<http://www.scielo.br/pdf/neco/v22n1/a05v22n1.pdf>>.
- CAMPBELL, P. Electrons flows in two dimensions. *Nature*, v. 410, n. 6825, p. 242–284, Março 2001. Disponível em: <<http://www.nature.com/nature/journal/v410/n6825/>>.
- CAO, G.; XU, L.; CAO, J. Multifractal detrended cross-correlations between the chinese exchange market and stock market. *Physica A*, v. 391, n. 20, p. 4855–4866, 2012. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0378437112004062>>.
- CATANI, A. *Intervalo de confiança*. 2015. Disponível em: <<http://www.portalaction.com.br/inferencia/intervalo-de-confianca>>.
- CATANI, A. *Teorema Central do Limite*. 2016. Disponível em: <<http://www.portalaction.com.br/probabilidades/732-teorema-central-do-limite>>.
- CTVM. *S&P500*. 2016. Disponível em: <<https://www.rico.com.br/educacional/sp-500>>.
- DEVLIN, S. J.; GNANADESIKAN, R.; KETTENRING, J. R. Robust estimation and outlier detection with correlation coefficients. *Biometrika*, v. 62, n. 3, p. 531–545, 1975. Disponível em: <<http://biomet.oxfordjournals.org/content/62/3/531>>.
- DURLAUF, S. N.; BLUME, L. E. *The New Palgrave Dictionary of Economics*. 2. ed. Nova York: Macmillan, 2008. Disponível em: <<http://www.dictionaryofeconomics.com/dictionary>>.

EHLERS, R. *Análise de Séries Temporais*. Departamento de Estatística, 2005. Disponível em: <http://www.each.usp.br/rvicente/AnaliseDeSeriesTemporais.pdf>.

ERB, C. B.; HARVEY, C. R.; VISCANTA, T. E. Forecasting international equity correlations. *Financ. Anal. J.*, v. 50, p. 32–45, 1994.

FEDER, J. *Fractals*. Nova York: Plenum Press, 1988.

FERNANDEZ, C. Y. H. *Câmbio real e preços de commodities: Relação identificada através de mudança de regime cambial*. Dissertação (Mestrado em Economia) — Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2003. Disponível em: http://www.maxwell.vrac.puc-rio.br/4235/4235_1.PDF.

FIGUEIREDO, E. V. C.; CONTINI, E. China gigante também na agricultura. *Revista de Política Agrícola*, v. 22, n. 2, p. 5–29, 2013. Disponível em: http://www.conab.gov.br/OlalaCMS/uploads/arquivos/13_08_05_15_30_21_rpa_02_2013.pdf.

GOLDBERGER, A. et al. PhysioBank, PhysioToolkit, and PhysioNet: Components of a new research resource for complex physiologic signals. *Circulation*, v. 101, n. 23, p. e215–e220, Junho 2000. Circulation Electronic Pages: <http://circ.ahajournals.org/cgi/content/full/101/23/e215>; PMID:1085218; doi: 10.1161/01.CIR.101.23.e215. Disponível em: <http://www.physionet.org/physiobank/database/>.

GRANGER, C. W. J. Long memory relationships and the aggregation of dynamic models. *J. Econometrics*, v. 14, p. 227–238, 1980.

GU, R.; SHAO, Y.; WANG, Q. Is the efficiency of stock market correlated with multifractality? an evidence from the shanghai stock market. *Physica A*, v. 392, n. 2, p. 361–370, 2013. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0378437112008424>.

GVOZDANOVIC, I.; PODOBNIK, B.; WANGC, D.; STANLEY, H. E. 1/f behavior in cross-correlations between absolute returns in a us market. *Physica A*, v. 391, n. 9, p. 2860–2866, 2012. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0378437111009174>.

HE, L.-Y.; QIAN, W.-B. A monte carlo simulation to the performance of the r/s and v/s methods: Statistical revisit and real world application. *Physica A*, v. 391, n. 14, p. 3770–3782, 2012.

HORVATIC, D.; STANLEY, H. E.; PODOBNIK, B. Detrended cross-correlation analysis for non-stationary time series with periodic trends. *Eur. Phys. Lett.*, v. 94, n. 1, p. 1–6, 2011. Disponível em: <http://iopscience.iop.org/0295-5075/94/1/18007>.

HOSKING, J. R. M. Fractional differencing. *Biometrika*, v. 68, n. 1, p. 165–176, 1981. Disponível em: <http://biomet.oxfordjournals.org/content/68/1/165>.

HUEBNER, U.; ABRAHAM, N.; WEISS, C. Dimensions and entropies of chaotic intensity pulsations in a single-mode far-infrared nh3 laser. *Phys. Rev. A*, v. 40, 1989.

HUEBNER, U.; KLISCHE, W.; ABRAHAM, N.; WEISS, C. *Comparison of Lorenz-like laser behavior with the Lorenz model. Coherence and Quantum Optics VI*. New York: Plenum Press, 1989.

HUEBNER, U.; KLISCHE, W.; ABRAHAM, N.; WEISS, C. *On problems encountered with dimension calculations. Measures of Complexity and Chaos*. New York: Plenum Press, 1989.

HURST, H. E. Long-term storage capacity of reservoirs. *Trans. Am. Soc. Civ. Eng.*, v. 116, p. 770–808, 1951.

HYNDMAN, R. J. *Time Series Data Library*. 2015. Disponível em: <[http://data.is-/TSDLdemo](http://data.is/TSDLdemo)>.

IBGE. *Bahia, Barreiras, censo demográfico 2010: sinopse*. Brasília, DF: [s.n.], 2010. Disponível em: <<http://cidades.ibge.gov.br/xtras/perfil.php?lang=codmun=290320search=bahia—barreiras>>.

KING, G.; ROSENBERG, S.; SHILATIFARD, A. Complex systems. *SCIENCE*, v. 284, n. 5411, p. 1–212, Abril 1999. Disponível em: <<http://www.sciencemag.org/content/284/5411.toc>>.

KING, G.; ROSENBERG, S.; SHILATIFARD, A. Complex systems and networks. *Science*, v. 325, n. 5939, p. 357–504, Julho 2009. Disponível em: <<http://www.sciencemag.org/content/325/5939.toc>>.

KRISTOUFEK, L. Detrending moving-average cross-correlation coefficient: Measuring cross-correlations between non-stationary series. *Physica A*, v. 406, p. 169–175, 2014. Disponível em: <[http://www.sciencedirect.com/science/article/pii-S037843711400209X](http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S037843711400209X)>.

KRISTOUFEK, L. Measuring correlations between non-stationary series with dcca coefficient. *Physica A*, v. 402, p. 291–298, 2014. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S037843711400079X>>.

MA, F.; WEI, Y.; HUANG, D. Multifractal detrended cross-correlation analysis between the chinese stock market and surrounding stock markets. *Physica A*, v. 392, n. 7, p. 1659–1670, 2013. Disponível em: <[http://www.sciencedirect.com/science/article/pii-S0378437112010564](http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0378437112010564)>.

MANDELBROT, B. *The Fractal Geometry of Nature*. New York: W. H. Freeman and Company, 1982.

- MARINHO, E. B. S.; SOUSA, A. M. Y. R.; ANDRADE, R. F. S. Using detrended cross-correlation analysis in geophysical data. *Physica A*, v. 392, n. 9, p. 2195–2201, 2013. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0378437113000332>.
- MENEGUIN, F. *O que é o mercado de carbono e como ele opera no Brasil?* 2012. Disponível em: <http://www.brasil-economia-governo.org.br/2012/08/13/o-que-e-o-mercado-de-carbono-e-como-ele-opera-no-brasil/>.
- MORETTIN, P. *Econometria Financeira: Um Curso em Séries Temporais Financeiras*. São Paulo: Edgard Blucher LTDA, 2006.
- PASTORE, A.; PINOTTI, M. Globalização, fluxo de capitais e regimes cambiais: Reflexões sobre o brasil. *Est. Econ.*, v. 30, n. 1, p. 5–26, 2000. Disponível em: <http://raceadm3.nuca.ie.ufrj.br/BuscaRace/Docs/acpastore11.pdf>.
- PENG, C. K. et al. Mosaic organization of dna nucleotides. *Phys. Rev. E*, v. 49, n. 2, p. 1685–1689, 1994. Disponível em: <http://journals.aps.org/pre/abstract/10.1103/PhysRevE.49.1685>.
- PENG, C.-K. et al. Long-range correlations in nucleotide sequences. *Nature*, v. 356, n. 6365, p. 168–170, 1992. Disponível em: <http://www.nature.com/nature/journal/v356/n6365/abs/356168a0.html>.
- PHYSIONET, S. *Articles whith*. 2015. Disponível em: <http://www.physionet.org/publications/>.
- PODOBNIK, B.; FU, D.; STANLEY, H. E.; IVANOV, P. C. Power-law autocorrelated stochastic processes with long-range cross-correlations. *Eur. Phys. J. B*, v. 56, p. 47–52, 2007. Disponível em: <http://polymer.bu.edu/hes/articles/pfsi07.pdf>.
- PODOBNIK, B.; GROSSE I. HORVGRO, D.; ILIC, S.; IVANOV, P. C.; STANLEY, H. E. Quantifying cross-correlations using local and global detrending approaches. *Eur. Phys. J. B*, v. 71, p. 243–250, 2009. Disponível em: <http://polymer.bu.edu/hes/articles/pghiis09.pdf>.
- PODOBNIK, B.; HORVATIC, D.; PETERSEN, A. M.; STANLEY, H. E. Cross-correlations between volume change and price change. *Proc. Natl. Acad. Sci USA*, v. 106, n. 52, p. 22079–2208, 2009. Disponível em: <http://www.pnas.org/content/106/52/22079.abstract>.
- PODOBNIK, B.; IVANOV P. C. BILJAKOVIC, K.; HORVATIC, D.; STANLEY, H. E.; GROSSE, I. Fractionally integrated process with power-law correlations in variables and magnitudes. *Phys. Rev. E*, v. 72, n. 2, p. 1–7, 2005. Disponível em: <http://journals.aps.org/pre/abstract/10.1103/PhysRevE.72.026121>.

- PODOBNIK, B.; JIANG, Z. Q.; ZHOU, W. X.; STANLEY, H. E. Statistical tests for power-law cross-correlated processes. *Phys. Rev. E*, v. 84, n. 6, p. 1–8, 2011. Disponível em: <<http://journals.aps.org/pre/abstract/10.1103/PhysRevE.84.066118>>.
- PODOBNIK, B.; STANLEY, H. E. Detrended cross-correlation analysis: A new method for analyzing two nonstationary time series. *Phys. Rev. Lett.*, v. 100, n. 8, p. 1–4, 2008. Disponível em: <<http://journals.aps.org/prl/abstract/10.1103/PhysRevLett.100.084102>>.
- REBOREDO, J. C.; RIVERA-CASTRO, M. A.; ZEBENDE, G. F. Oil and us dollar exchange rate dependence: A detrended cross-correlation approach. *Energy Economics*, v. 42, p. 132–139, 2014. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0140988313002910>>.
- RIBEIRO, M. B. *ECONOFÍSICA*. 2015. Disponível em: <http://www.if.ufrj.br/~pef/aulas_seminarios/seminarios/2012_1_8_byrro.pdf>.
- SEI. *Produto Interno Bruto dos Municípios Bahia: 2010*. 2010. Disponível em: <http://www.sei.ba.gov.br/images/pib/pdf/municipal/boletim_tecnico/boletim_PIB_municipal_2010.pdf>.
- S.FILHO, A. M.; SILVA, M. F.; ZEBENDE, G. F. Autocorrelation and cross-correlation in time series of homicide and attempted homicide. *Physica A*, v. 400, p. 12–19, 2014. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0378437114000193>>.
- SILVA, M. F. et al. Quantifying cross-correlation between ibovespa and brazilian blue-chips: The dcca approach. *Physica A*, v. 424, p. 124–129, 2015. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0378437115000047>>.
- SILVA, M. F.; S.FILHO, A. M.; CASTRO, A. P. N. Quantificando a influência do mercado de câmbio nos preços do milho e da soja no município de barreiras. *Conjuntura & Planejamento*, v. 182, p. 42–49, 2014. Disponível em: <<http://pt.scribd.com/doc/235947848/2014-c-p-182>>.
- TERRA. *Saiba o que são as blue-chips no mercado financeiro*. 2013. Disponível em: <<http://economia.terra.com.br/operacoes-cambiais/operacoes-empresariais/saiba-o-que-sao-as-blue-chips-do-mercado-financeiro,0de999627f4df310VgnVCM4000009bcceb0aRCRD.html>>.
- TERRA. *Ação da Vale é a mais Negociada da Bovespa em 2011*. 2015. Disponível em: <<http://economia.terra.com.br/acao-da-vale-e-a-mais-negociada-da-bovespa-em-2011,2d680b89a3811410VgnCLD200000bbccc0aRCRD.html>>.
- VASSOLER, R. T.; ZEBENDE, G. F. Dcca cross-correlation coefficient apply in time series of air temperature and air relative humidity. *Physica A*, v. 391, n. 7, p.

2438–2443, 2012. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0378437111009125>.

VERÍSSIMO, M. P.; XAVIER, C. L.; VIEIRA, F. V. Taxa de câmbio e preços de commodities: Uma investigação sobre a hipótese da doença holandesa no brasil. *Revista EconomiA*, v. 13, n. 1, p. 93–130, 2012. Disponível em: http://www.anpec.org.br/revista/voll3/vol13n1p93_130.pdf.

VIALI, L. *Material Didático. Série Estatística Básica*. 2015. Disponível em: http://www.pucrs.br/famat/viali/graduacao/engenharias/material/apostilas/Apostila_4.pdf.

WANG, G. J.; XIE, C. Cross-correlations between renminbi and four major currencies in the renminbi currency basket. *Physica A*, v. 392, n. 6, p. 1418–1428, 2013. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S037843711201000X>.

WANG, G. J.; XIE, C.; CHEN, S.; YANG, J. J.; YANG, M. Y. Random matrix theory analysis of cross-correlations in the us stock market: Evidence from pearson's correlation coefficient and detrended cross-correlation coefficient. *Physica A*, v. 392, n. 17, p. 3715–3730, 2013. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0378437113003403>.

WANG, G. J.; XIE, C.; CHEN, S.; HAN, F. Cross-correlations between energy and emissions markets: New evidence from fractal and multifractal analysis. *Mathematical Problems in Engineering*, v. 2014, p. 1–13, 2014. Disponível em: <http://www.hindawi.com/journals/mpe/2014/197069/cta/>.

WANG, G. J.; XIE, C.; CHEN, Y. J.; CHEN, S. Statistical properties of the foreign exchange network at different time scales: Evidence from detrended cross-correlation coefficient and minimum spanning tree. *Entropy*, v. 15, n. 5, p. 1643–1662, 2013. Disponível em: <http://www.mdpi.com/1099-4300/15/5/1643>.

WANG, G. J.; XIE, C.; HE, L.-Y.; CHEN, S. Detrended minimum-variance hedge ratio: A new method for hedge ratio at different time scales. *Physica A*, v. 405, p. 70–79, 2014. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0378437114002040>.

YAHOO. *Yahoo Finance*. 2015. Disponível em: <http://finance.yahoo.com/>.

ZEBENDE, G. F. Dcca cross-correlation coefficient: Quantifying level of cross-correlation. *Physica A*, v. 390, n. 4, p. 614–618, 2011. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0378437110008800>.

ZEBENDE, G. F.; OLIVEIRA, P. M. C. de; PENNA, T. J. P. Long-range correlations in computer diskettes. *Phys. Rev. E*, v. 57, n. 3311–3314, 1998. Disponível em: <http://journals.aps.org/pre/abstract/10.1103/PhysRevE.57.3311>.

ZEBENDE, G. F.; S.FILHO, A. Cross-correlation between time series of vehicles and passengers. *Physica A*, v. 388, n. 23, p. 4863–4866, 2009. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0378437109006074>.

ZEBENDE, G. F.; SILVA, M. F.; S.FILHO, A. Dcca cross-correlation coefficient differentiation: Theoretical and practical approaches. *Physica A*, v. 392, n. 8, p. 1756–1761, 2013. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0378437113000253>.

ZHOU, W. X. Multifractal detrended cross-correlation analysis for two nonstationary signals. *Phys. Rev. E*, v. 77, n. 6, p. 1–4, 2008. Disponível em: <http://journals.aps.org/pre/abstract/10.1103/PhysRevE.77.066211>.