



CIÊNCIA,
FILOSOFIA
E POLÍTICA

UMA HOMENAGEM A
FERNANDO BUNCHAFT

OLIVAL FREIRE JÚNIOR
SAULO CARNEIRO
(Orgs.)



EDUFBA

CIÊNCIA,
FILOSOFIA
E POLÍTICA

UMA HOMENAGEM A
FERNANDO BUNCHAFT

UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA

REITORA

Dora Leal Rosa

VICE-REITOR

Luiz Rogério Bastos Leal



EDITORA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA

DIRETORA

Flávia Goulart Mota Garcia Rosa

CONSELHO EDITORIAL

Alberto Brum Novaes

Angelo Szaniecki Perret Serpa

Caiuby Alves da Costa

Charbel Ninõ El-Hani

Cleise Furtado Mendes

Dante Eustachio Lucchesi Ramacciotti

Evelina de Carvalho Sá Hoisel

José Teixeira Cavalcante Filho

Maria Vidal de Negreiros Camargo

OLIVAL FREIRE JÚNIOR
SAULO CARNEIRO
(Orgs.)

CIÊNCIA,
FILOSOFIA
E POLÍTICA

UMA HOMENAGEM A
FERNANDO BUNCHAFT

Edufba
Salvador
2013

2013, autores.
Direitos para esta edição cedidos à EDUFBA.
Feito o depósito legal.

Grafia atualizada conforme o Acordo Ortográfico da Língua
Portuguesa de 1990, em vigor no Brasil desde 2009.

REVISÃO
Eduardo Ross

NORMALIZAÇÃO
Susane Barros

CAPA, PROJETO GRÁFICO e EDITORAÇÃO
Rodrigo Oyarzábal Schlabitz

SIBI – Sistema de Bibliotecas da UFBA

Ciência, filosofia e política : uma homenagem a Fernando Bunchaft / Olival Freire Júnior, Saulo
Carneiro (Org.). - Salvador : EDUFBA, 2013.
211 p.

ISBN 978-85-232-1063-2

1. Bunchaft, Fernando, 1924-2001. 2. Mecânica. 3. Física. 4. Matemática. 5. Ciência.
6. Filosofia. 7. Política. I. Freire Júnior, Olival. II. Carneiro, Saulo.

CDD - 531

Editora filiada a



EDUFBA
Rua Barão de Jeremoabo, s/n, *Campus* de Ondina,
40170-115, Salvador-BA, Brasil
Tel/fax: (71) 3283-6164
www.edufba.ufba.br | edufba@ufba.br

SUMÁRIO

7 **INTRODUÇÃO**

Olival Freire Júnior e Saulo Carneiro

PARTE I

15 **OS FUNDAMENTOS DA MECÂNICA CLÁSSICA
DE PARTÍCULAS E O PROGRAMA DE MACH:**

UM PREITO A FERNANDO BUNCHAFT

Thierry Petit Lobão

43 **EINSTEIN E A COSMOLOGIA**

Saulo Carneiro

53 **O DESVIO PARA O VERMELHO REVISITADO**

André Koch Torres Assis e Marcos César Danhoni Neves

71 **SISTEMAS DINÂMICOS NA MECÂNICA CLÁSSICA:
ASPECTOS HISTÓRICOS E CONCEITUAIS**

Suani Tavares Rubim de Pinho e Mayane Leite da Nóbrega

PARTE II

91 **MINHAS MEMÓRIAS DO FÍSICO FERNANDO BUNCHAFT**

Adir Moysés Luiz

107 **CIÊNCIA E POLÍTICA NA ITÁLIA DOS ANOS 1970**

Olival Freire Júnior

123 **CRITIQUE OF SCIENCE VS CRITICAL SCIENCE
VS TRADITIONAL KNOWLEDGE (TK)**

Bruno Vitale

- 139 **FILOSOFIA DA MATEMÁTICA PARA FÍSICOS**
Oswaldo Pessoa Júnior
- 151 **A MATEMÁTICA E A CRÍTICA DA ECONOMIA POLÍTICA**
João Damásio
- 185 **O CONCEITO E O MÉTODO DE DERIVAÇÃO NOS
MANUSCRITOS MATEMÁTICOS DE MARX:
UMA CONTROVÉRSIA**
Fernando Bunchaft
- 201 **O SIGNIFICADO GNOSEOLÓGICO**
Fernando Bunchaft
- 205 **NOTA BIOGRÁFICA SOBRE FERNANDO BUNCHAFT**
Antônio Bunchaft
- 209 **SOBRE OS AUTORES**

INTRODUÇÃO

Olival Freire Júnior
Saulo Carneiro

Se Maria Eugênia propusesse esta publicação a um editor que não houvesse conhecido Fernando Bunchaft pessoalmente, o mesmo provavelmente se perguntaria qual a razão de tal homenagem a um pesquisador com cerca de dez artigos científicos publicados em revistas de prestígio, poucas citações e restrito reconhecimento. Por sorte elegeu como organizadores, para bem ou para mal, dois ex-colegas de seu pai, membros daquele restrito círculo que sabe ter sido Fernando um professor e cientista muito especial. Lembrá-lo, passada uma década de sua morte, através de antigos estudantes e colaboradores, e também de seus próprios trabalhos inéditos, é recordar e ressaltar um pensar e fazer ciência que, atípicos e cada vez mais raros, nos fazem enxergar de forma crítica nossa própria atividade.

Pode-se dizer que Fernando foi uma espécie de Sócrates fora de época, marcando com suas conversas e atitudes a vida e a carreira de quem quer que com ele interagisse. Dono de uma rica personalidade e de um passado digno de livro, reunia em si o físico, o matemático, o filósofo e economista marxista, o militante político. Quando analisamos seus trabalhos e lembramos de suas conversas, a impressão que prevalece é a da crítica profunda e, ao mesmo tempo, inconclusa e nunca definitiva. Por essa razão seus “diálogos” nos deixavam inúmeras perguntas, mas poucas vezes davam origem a artigos

acabados, em parte e principalmente devido ao perfeccionismo do velho pensador. Os trabalhos que seguem, de alguns de seus ex-alunos, colaboradores e amigos, deixarão mais claro o que aqui queremos dizer quando falamos da face profunda, mas eternamente inconclusa, de suas ideias e pesquisas, a começar pela pedra angular desta edição, um estudo original dos manuscritos matemáticos de Marx, concluído – porém nunca publicado – por Fernando.

Talvez algumas de nossas próprias reminiscências ajudem o leitor a formar uma ideia sobre esse homem tão idiossincrático. Um de nós, Saulo Carneiro, foi aluno de Fernando no primeiro semestre da graduação, pouco antes de deixar Salvador para estudar em São Paulo. Apesar de alguns excelentes cursos que encontrou na USP, nunca deixou de afirmar que aquele primeiro semestre de Física Básica na UFBA foi absolutamente *hors concours*. Dos 50 alunos inicialmente matriculados, apenas cinco terminariam o semestre, o que, do ponto de vista de uma educação de massas, não seria muito louvável. Do ponto de vista qualitativo, no entanto, a adoção pioneira do recém-lançado Moysés Nussenzveig como livro-texto e a profundidade das aulas faziam toda a diferença. A primeira edição do Moysés não continha exercícios, e Fernando resolvia em sala criações dele mesmo, não encontradas em livro algum. Sua provas duravam quatro horas, era permitida a consulta a qualquer livro, e durante as mesmas aprendíamos sempre algo novo. Resolver suas questões correspondia, para nós, a fazer uma descoberta. Aqueles cinco moicanos deixavam as aulas e provas realizados.

Em seu primeiro ano em São Paulo, Saulo teve o prazer de reencontrar Fernando num congresso da Sociedade Brasileira para o Progresso da Ciência (SBPC) no qual apresentaria uma de suas principais linhas de pesquisa, da qual voltaremos a falar: a formalização da mecânica clássica e o chamado princípio de Mach. Após seu seminário, uma turba de jovens estudantes o perseguiu pelos gramados da cidade universitária, cujas perguntas ele respondia calma e incansavelmente, a despeito de ainda estar se recuperando de um enfarte. Os dois só voltariam a se encontrar muitos anos mais tarde, quando iniciariam uma colaboração sobre os fundamentos da Mecânica e em Relatividade Geral.

Não é trivial delinear o percurso que o levou a essa linha de investigação. Uma olhadela em sua trajetória política e acadêmica, porém, pode nos dar algumas pistas. Após um início de carreira conturbado, em que estudo e pesquisa andavam a par com uma intensa atividade política e partidária (ver as reminiscências de Adir Luiz sobre isso), e após ser expulso da UFRJ pela ditadura militar, Fernando se refugiou na Europa por mais de dez anos, estabelecendo-se como *ricercatore* do Istituto Nazionale di Fisica Nucleare (INFN), em Nápoles, após um ano como bolsista em Saclay. Durante esse período, publicou, na então muito respeitada *Nuovo Cimento*, da Sociedade Italiana de Física, uma série de artigos sobre mecânica hamiltoniana e sua formulação no espaço de fase. Como discutirá Olival Freire Júnior em sua contribuição ao presente volume, esse período na Itália era de grande efervescência política, efervescência da qual a comunidade científica tomava parte ativamente, como nos conta também Bruno Vitale em sua contribuição. Isso estimulava a discussão sobre fundamentos em ciências, e foi sobre os fundamentos da mecânica clássica, em particular sobre as deficiências da axiomatização newtoniana e sua contrapartida machiana, que Fernando se debruçou. Por outro lado, seu interesse na formulação no espaço de fase o levaria ainda ao interessante problema da formulação 4-dimensional, covariante, da mecânica clássica, projeto também oriundo de sua sólida formação em Relatividade Geral.

Essas linhas de pesquisa irão florescer após seu retorno ao Brasil, com a anistia, quando então se fixou na UFBA. Em sua contribuição a este volume, seu ex-aluno Thierry Petit Lobão nos descreve esse período, ressaltando a profundidade da formulação dada por Fernando ao problema, mas, ao mesmo tempo, mostrando sua relutância em aceitar um trabalho como terminado e passível de publicação. Seus interesses em mecânica clássica tiveram também influência na carreira de Suani Pinho, hoje uma especialista em sistemas complexos, influência que se deu em particular através de um curso pioneiro sobre mecânica clássica moderna, cujas bases Suani discute em sua contribuição, em coautoria com Mayane Nóbrega.

Thierry nos conta que a crítica da mecânica por Ernst Mach continua suas próprias deficiências axiomáticas, em especial suas definições de

massa e força. Esse problema foi satisfatoriamente resolvido por Fernando e Thierry, levando à publicação de uma pequena nota no *Journal of Symbolic Logic*. No entanto, há um outro aspecto da mecânica de Mach que tampouco foi resolvido por este último, uma realização física concreta para a ideia de origem da inércia a partir da interação de um corpo com o restante do universo. Einstein acreditou um dia que sua Relatividade Geral realizava tal projeto, tornando todos os sistemas de referência, inerciais ou não, plenamente equivalentes. Mais tarde se deu conta de que esta realização não era completa, e algumas das razões disso são discutidas na contribuição de Saulo Carneiro, sobre os trabalhos de Einstein em cosmologia.

Fernando era, como ele próprio dizia, um relativista de carteirinha. Referia-se à Teoria da Relatividade Geral, da qual era profundo conhecedor, com sólido e amplo domínio da geometria diferencial. Mas a realização da axiomática de Mach, retirando do sistema inercial de Newton seu caráter absoluto, foi algo que sempre o perseguiu. Foi assim que tomou conhecimento dos trabalhos de André Assis, físico da Unicamp, o qual implementava a interação universal de Mach com ajuda de uma gravitação modificada, baseada numa lei de força weberiana. Fernando tomou de forma séria e crítica a proposta de Assis, mostrando, em um artigo publicado na *Foundations of Physics*, que, em sua forma original, a força gravitacional weberiana não conseguia explicar simultaneamente a precessão do periélio de Mercúrio e a deflexão da luz pelo sol. Mais tarde, em sua dissertação de mestrado, sua filha Rosa Bunchaft mostrou que tampouco era bem descrito o desvio gravitacional para o vermelho em experimentos de tipo Pound-Rebka.

Bunchaft passou então a trabalhar em generalizações relativísticas da força weberiana, entre elas uma antiga proposta de Erwin Schrödinger, sobre a qual apresentou uma comunicação em um simpósio sobre fundamentos da física, organizado na USP por Osvaldo Pessoa Júnior. Já ao final de sua vida, ao publicar esse seu último trabalho nos anais do encontro, o velho professor comentava: “tenho aprendido recentemente que, para publicar nossos resultados e ideias, não é absolutamente necessário que eles sejam conclusivos”. Esse artigo versava sobre velocidades de “desligamento” em tais tipos de força. Curiosamente, tal efeito parecia também existir em modelagens experi-

mentais baseadas na Relatividade Geral. Após dois anos analisando esse problema, Fernando chegou à conclusão de que, nesse caso, o efeito era apenas aparente, resultado da escolha do sistema de referência. Esse estudo resultou em seu último artigo em revistas especializadas, publicado em 1998 na prestigiada revista britânica *Classical and Quantum Gravity*.

Ele era também um marxista de carteirinha. Matemático e filósofo de formação sólida, interessou-se, no final dos anos 1970, pelos manuscritos matemáticos de Karl Marx, publicados em russo em 1968 e traduzidos para o italiano em 1975. Como discute o economista João Damásio em sua contribuição, Marx procurava uma formalização matemática para sua economia política durante os anos em que escrevia *O Capital*. Abandonado tal projeto, ficaram de herança seus manuscritos. Fernando debruçou-se em particular sobre o método de derivação em Marx, o qual não fazia uso do conceito de limite, mas do de extensão por continuidade. Marx assim antecipava em quase um século um método hoje muitas vezes presente em livros-texto. A identificação deste procedimento nos manuscritos e sua formalização em linguagem moderna foi uma descoberta independente e original de Fernando. A tradução italiana não continha o prefácio, apêndices e notas dos organizadores da edição soviética, nos quais tal identificação também fora feita. Somente em 1984 Fernando receberia, das mãos de Aurino Ribeiro, a tradução inglesa de 1983, esta sim completa.

Contudo, havia uma discordância de fundamentos entre nosso professor e os autores soviéticos. Enquanto estes afirmavam serem os dois procedimentos de derivação, por limite e por continuidade, equivalentes, Fernando mostra que na verdade não o são, nem no nível matemático formal nem, muito menos, no nível de sua interpretação. Pois ele não se limitou a identificar o método “marxiano”, mas a descobrir no mesmo a dialética do pensamento marxista em ação, em particular a categoria “negação da negação”, além da contraposição entre os conceitos de infinito potencial – contido no método de derivação por limite – e infinito atual, implícito no procedimento marxiano.

Seus resultados foram apresentados pela primeira vez no congresso da SBPC realizado no Rio de Janeiro em 1980, encontro no qual Fernando

apresentou ainda outras três comunicações, sobre mecânica clássica. Voltaria a expô-los novamente num *workshop* interno da UFBA, em 1983. E finalmente, em 1987, planejava levá-los ao VIII Congress of Logic, Methodology and Philosophy of Science, realizado em Moscou, e onde provavelmente teria a oportunidade de discutir pessoalmente suas diferenças com os citados organizadores da edição soviética. Sua comunicação foi aceita pelo congresso, e o resumo publicado em seus anais. No entanto, Fernando não pôde realizar a viagem a Moscou. Fatores circunstanciais e um subsequente enfarte cardíaco o levariam a manter na gaveta, indefinidamente, o texto completo de seu trabalho.

Publicá-lo postumamente é um projeto antigo de seus mais próximos colaboradores e amigos. Em mãos de seu filho, Antônio Bunchaft, encontramos várias versões do texto, a primeira delas datilografada em um papel já amarelado, repleta de correções e comentários à mão. Uma segunda versão, a única em inglês, contém parte da bibliografia que viria a ser citada na quarta e aparentemente definitiva versão, esta já em formato impresso. As demais fontes citadas foram por nós identificadas em uma lista à parte, manuscrita por Fernando e também deixada com Antônio. Por fim, o que passamos a chamar terceira versão continha, além de um ordenamento distinto do texto da quarta, uma seção final com redação claramente provisória, posteriormente suprimida por Fernando, intitulada *O significado gnosiológico*. Optamos por publicar em separado esta seção, tal como está escrita. Nela, Fernando leva a cabo uma discussão filosófica que também podemos encontrar nos textos de Osvaldo Pessoa Júnior, João Damásio e Bruno Vitale.

PARTE I

OS FUNDAMENTOS DA MECÂNICA CLÁSSICA DE PARTÍCULAS E O PROGRAMA DE MACH: UM PREITO A FERNANDO BUNCHAFT

Thierry Petit Lobão

UMA PESSOA COM FIRMES CONVICÇÕES!

Creio que seria esta a melhor forma de descrever Fernando Bunchaft, caso me pedissem para fazê-lo em apenas uma frase! Inabaláveis convicções, de fato. Ainda que, de algumas delas, eu certamente discordasse, e de que outras me parecessem insondáveis; assim permaneceria ele: convicto!

Nestas linhas, tentarei contar um pouco da minha relação com Fernando. Uma relação que se construiu em torno das minhas muitas dúvidas e de algumas das suas, não menos numerosas, certezas. Desenvolvida ao longo de muitos encontros e muitas conversas; conversas curtas, densas, entremeadas por longos, imensos silêncios... confrangedores, exasperantes. Posto que muito eloquentes! Contar um pouco como se deu esta relação, penso eu, é a única forma pela qual poderia comunicar ao leitor a lembrança que tenho de Fernando; ao tempo em que direi também das investigações que realizamos sobre os fundamentos da Física. Infelizmente, em quase sua totalidade, os resultados da pesquisa que desenvolvemos não foram publicados. Isto se deveu à quase obsessiva busca, por parte de Fernando, pelo resultado

irretorquível, pela ideia perfeita e pela arrematadora teoria. Não nego o meu próprio perfeccionismo, mas, com Fernando, aprendi a desenvolvê-lo com os requintes das *beaux-arts*. Conquanto não pretenda enveredar por intrincadas discussões técnicas ou filosóficas acerca daquelas pesquisas, comentar aqui algumas destas ideias é uma forma de fazer justiça ao seu pensamento. Este é o modo que tenho de prestar homenagem à memória de uma pessoa que aprendi a respeitar profundamente. Afinal, em que pese nossas discor-dâncias, sempre tive uma grande admiração por este homem que tinha a es-tranha propriedade de deixar profundas marcas naqueles que o conheciam; sim, pois que ele fez alguns amigos, muitos inimigos, porém certamente a ninguém causou indiferença.

Para tanto, caro leitor, me permitirei fazer uma narrativa não muito ordenada das minhas experiências com Fernando; ela flutuará por lugares e momentos vários, avançando e retrocedendo. E isto, a meu ver, não estará em desacordo com a personalidade do próprio Fernando, que tinha a insólita ca-pacidade de aliar uma vida atribulada e inconstante a um pensamento firme e sereno. Ademais, acerca da nossa pesquisa, a razão de comentá-la sem me aprofundar muito em seus aspectos técnicos deve-se ao fato de que, passados mais de vinte anos, é-me muito difícil recuperar toda a memória de nossas discussões sobre temas tão árduos. Para ser honesto com o pensamento de Fernando, deveria examinar com muito mais cuidado e vagar todo o mate-rial que compusemos. Assim, preocupado em manter esta fidelidade é que farei uso de diversas passagens dos textos que escrevemos, reproduzindo-os, quando possível, literalmente. Conservarei também, a menos de menção ex-plícita, as referências que tínhamos e consultamos à época; conquanto muito se tenha feito desde então e a bibliografia sobre estes temas, notadamente a partir deste novo século, seja vastíssima.

UM SUSTO, OU MELHOR: UM ASSOMBRO

O céu límpido e extremamente azul prenunciava que o final de semana já próximo não teria grandes variações de temperatura, ou seja, permaneceria em torno dos vinte e poucos graus centígrados... abaixo de zero! O vento

fustigava-me o rosto, mas eu me apressava em direção à livraria, como costumava fazer naqueles dias ao final da tarde, em busca de algo para ler no fim de semana que fosse distinto dos inúmeros artigos e livros de Álgebra com os quais, naquela época, estava sempre às voltas.

Eram aquelas as últimas semanas de dezembro de 2001 em Edmonton; o final do primeiro ano de um novo século. Melhor: de um novo milênio. Decerto um início de milênio conturbado. O mundo ainda vivia sob os efeitos do último assombro global: a destruição das Torres Gêmeas em Nova Iorque. E eu ainda não sabia que em breve viveria mais um dos meus assombros pessoais.

Chegara a Edmonton havia alguns meses para um programa de pós-doutorado, o que significa que tivera ainda a oportunidade de usufruir das últimas temperaturas positivas naquele ano. Para o leitor que vê com irrisão minha frívola alegria com as temperaturas positivas, creia-me: nestas latitudes, elas são valiosas! Ali, os dias quentes se demoram a chegar e se vão rapidamente. As primeiras neves surgem trazendo um misto de encanto e receio pelo que virá; e quão mais cedo chegam, maior o temor que despertam. Eu trabalhava, nos últimos anos, em Álgebra, mais precisamente em temas da teoria de anéis e da teoria de grupos com um importante cientista, o Prof. S. K. Sehgal. Os anos em que me preocupava com os fundamentos da Mecânica Clássica eram ainda uma lembrança, porém distante. Fizera minha formação em Física e em Matemática, porém lentamente me direcionei para as matemáticas, e, à medida que prosseguia nas pós-graduações, tornava-me mais e mais matemático. Entretanto, os mistérios do mundo físico ainda (e sempre) me fascinavam.

Deixei para trás as longas, quase infinitas, sombras das pessoas no caminho. Imensas sombras devido a um sol que sempre se recusava, por todo o dia, a subir muito acima da linha do horizonte e apenas rolava na copa das árvores. Ao cruzar a segunda das portas do saguão do imenso prédio administrativo que abrigava a livraria da universidade, senti que já era possível descobrir as orelhas; esquecera o gorro que as protegia, mas o ambiente era aconchegante. Havia uma enorme lareira e para lá me dirigi, pensando sobre o que diriam meus amigos que me chamava de “o homem do gelo” se me vissem agora. Gosto realmente de temperaturas mais baixas, porém, em Edmonton, o frio é um superlativo! Enfim, fui à livraria. Não me lembro

exatamente de qual foi o meu percurso, provavelmente fui às estantes de literatura, onde devo ter me demorado por algum tempo, dali fui às de filosofia, às de história, bem como às de religião, temas que sempre me atraíram. Por certo também remexi as de culinária e as das línguas e dicionários. Perdoem-me os que acham ser esta uma atividade enfadonha e algo misantropa, mas, para mim, ir a uma livraria ou mesmo biblioteca sempre foi um programa demorado. As estantes de livros técnicos e científicos ficavam mais ao fundo da grande livraria; porém, naquele dia, prometera a mim mesmo que lá não iria. Não apenas o fim de semana, mas o final de ano estava próximo e queria alguma leitura para relaxar. Costumo ser intransigente em minhas decisões. Talvez por isto, após uma infundável luta com minha consciência que se estendeu por vários minutos... decidi ir ao fundo do salão!

Ao longo do caminho, passei pelas estantes dos livros de divulgação científica; uma indicação de “livros recentes” me atraiu.

Havia já folheado alguns livros quando um título, próximo ao final da prateleira, me chamou a atenção: *Three Roads to Quantum Gravity*, de Lee Smolin (2001). O autor me era conhecido, seus textos sobre teoria da relatividade, cosmologia e relações com a mecânica quântica já me tinham atraído alguns anos atrás... Mas isto ficara no passado. Embora sedutores, aqueles temas não eram mais o centro dos meus atuais interesses. Seria esta a minha leitura do final de semana?

Ao pegar o livro, ele se abriu ao acaso e, ao meio da trigésima página, li a seguinte passagem:

Na história da Física, tem acontecido frequentemente que, no momento em que os físicos são capazes de concluir pela necessidade de uma nova (teoria) matemática, eles percebem que os matemáticos lá chegaram antes e já a inventaram. Isto é o que ocorreu com a matemática necessária à teoria quântica e à relatividade...¹ (SMOLIN, 2001, tradução nossa)

¹ In the history of physics it has often happened that by the time the physicists have been able to understand the need for a new mathematics, they found the mathematicians had got there first and had already invented it. This is what happened with the mathematics needed for quantum theory and relativity...

Até aí, sentia apenas a satisfação de saber que a minha migração da Física à Matemática fora de fato acertada. Prossegui na leitura para, num sobressalto que me tirou o fôlego, ler:

Os matemáticos, ao que parece, não sabiam estar inventando a forma correta da lógica para a cosmologia, portanto a chamaram por outros nomes. Em suas formas iniciais, foi chamada de 'lógica intuicionista'. Versões mais sofisticadas, que têm sido estudadas mais recentemente, são conhecidas em geral como 'teoria de topos'.² (SMOLIN, 2001, p. 30-31, tradução nossa)

Topos theory! Meu pulso acelerou-se; li sofregamente o que tinha ante os olhos, respirar não era mais importante, para, no final da página, encontrar ainda: "Assim, a lógica do topos, ou cosmológica, é também a lógica correta para entender o nosso mundo. Ela, e não Aristóteles, deve ser a base correta para a Economia, a Sociologia e a Ciência Política."³

Meus pensamentos não mais me obedeciam, giravam num vórtice, e, numa prova de que ainda muito temos o que entender sobre tempo e espaço, num átimo, fui transportado para uns 20 anos antes e para o outro hemisfério da Terra. Fernando Bunchaft materializou-se frente a mim bem como aquele que fora eu, e que lhe indagava inconformado:

– Mas, afinal, por que uma categoria? Isto nos obrigará a trabalhar em um topos!

Ao que ele pacientemente retrucava:

– Porque sinto que é mais apropriado! – e completava com algo como – Em categorias falamos o idioma das relações e das coisas e, afinal, a Natureza se constrói por processos e relações entre as coisas, não pelas próprias coisas.

2 The mathematicians, it seems, were not aware that they were inventing the right form of logic for cosmology, so they called it other names. In its first forms it was called 'intuitionistic logic'. More sophisticated versions which have been studied more recently are known collectively as 'topos theory'.

3 So topos, or cosmological logic, is also the right logic for understanding the human world. It, and not Aristotle, must be the basis for economics, sociology and political science.

Acontece que um dos capítulos do livro de Smolin é intitulado: *The universe is made of processes, not things...*! [O universo é constituído por processos, não por coisas...]

Aristóteles, o mesmo citado por Smolin, para quem a lógica clássica não é mais apropriada para a investigação do universo, afirmava que a filosofia, e de resto, todo o conhecimento, nasce com o assombro diante do mistério do mundo. Bem, eu vivi uma estranha experiência; mas meu assombro era sobre como Fernando penetrara os mistérios do mundo. Se muitas foram as coisas que aprendi na convivência com ele, jamais apreendi as suas intuições, ou o modo como ele construía a sua interpretação do mundo. Este segredo, mais um, ele o levou quando partiu.

Haveria certamente uma leitura para o final de semana: comprei imediatamente o livro! Não sei se também levei alguma outra coisa, corri para casa e naquela mesma noite, e pela madrugada seguinte, li o livro. Se fiquei sem nada para ler durante aquele final de semana, não mais tinha importância.

UMA VIDA ATRIBULADA

Conheci Fernando Bunchaft nos anos 1980. Àquela época, ele dividia-se entre seus compromissos acadêmicos no Brasil e na Itália. Senti uma atração imediata por aquele estranho homem; não sei bem explicar o porquê. Talvez fosse o seu modo peculiar, falava muito pouco – o que era uma dádiva, pois o que dizia me custava tempo entender. Talvez ainda por sua inusitada aparência sóbria e desleixada: era um sócia circunspecto de Woody Allen, de quem eu era aficionado e já possuía vários filmes. Fiz questão de me inscrever em seu curso de Mecânica Clássica. Suas aulas eram densas, difíceis, motivo das muitas queixas dos alunos; mas, desde que conseguíssemos acompanhar seu raciocínio, suas ideias tornavam-se cristalinas. Seu pensamento era sempre profundo e preciso. Quiçá pense o leitor que esta minha apologia trata-se tão somente de uma adulação gratuita, não é o caso. Poucas, sinceramente, foram as pessoas que me inspiraram tanta segurança em temas difíceis. Eu tinha sempre a sensação de que ele meditara muito e demoradamente sobre aqueles assuntos, e não seria exagerado dizer que o mesmo se dava em todas

as discussões que tivemos, sobre quaisquer temas. Ele estava sempre convicto em suas afirmações, o que me levava a considerar sempre suas conclusões, mesmo aquelas às quais eu veementemente me opunha. Era realmente muito difícil responder e contrapor-se aos seus argumentos!

Até onde conheço, sua vida renderia uma saga e menestréis poderiam cantá-la sem receio da monotonia. As informações que dele tenho, as obtive nos muitos encontros que tivemos: eu, minha esposa, Suani, e a dele, Maria Elizabeth. Mais ela, que era um azougue, falava do que ele! Portanto, não sei ao certo o quão são corretas e mesmo a memória talvez já não me seja tão fiel. Fernando Bunchaft nasceu em 1924 na cidade histórica de Rovne, então pertencente à Polônia e atualmente conhecida como Rivne e integrando a Ucrânia. Sua família, de origem judia, veio fixar-se em Ilhéus, na Bahia. Seu pai progrediu financeiramente desde mascate, que vendia suas mercadorias de porta em porta em longas viagens em lombo de burros, até tornar-se um rico comerciante com várias lojas na região e com negócios também no Rio de Janeiro, onde possuía diversas propriedades. Lá, no Rio, Fernando teve sua formação profissional; inicialmente como engenheiro, chegou a trabalhar no Departamento Nacional de Estradas de Rodagem (DNER), mas, nos anos 1960, ingressou no curso de Física da antiga Faculdade Nacional de Filosofia da Universidade do Brasil. Infelizmente, naquele momento, os tempos da brutalidade e da ignorância já se avizinhavam. Veio o golpe militar em 1964, de triste lembrança. Fernando, um comunista empedernido, foi expulso da faculdade e lhe negaram o título acadêmico, que só lhe foi concedido no final da década de 1990! A partir de então, viveram, ele e Elizabeth, quase clandestinos em um périplo por vários lugares, da América Latina à Europa. Esteve prestes a conseguir uma posição na França, mas foi obrigado a abandoná-la, assim me contaram, devido a perseguições políticas do próprio Partido Comunista Brasileiro, o “Partidão”, do qual fora membro. Estes acontecimentos nunca me foram inteiramente esclarecidos. Finalmente, obteve uma posição em Nápoles no Istituto Nazionale di Fisica Nucleare, onde ficou até retornarem ao Brasil, no final dos anos 1970, e ambos serem admitidos na Universidade Federal da Bahia no início da década de 1980, pois que Elizabeth fizera formação em Ciências da Computação. Tempos di-

fíceis. Elizabeth era sua segunda esposa, no primeiro casamento tivera uma filha que não conheci. Na jornada pela Europa, ele e Elizabeth já levavam as duas primeiras crianças dos três filhos que tiveram: Antonio, Rosa e Maria Eugenia. Ela, Elizabeth, me contava que guardava suas roupas em caixas de papelão, sempre prontas para a próxima viagem. Uma destas caixas fizera mesmo as vezes de berço.

Das características da personalidade de Fernando que me chamaram a atenção, creio que uma delas era aquela combinação inusitada de uma grande serenidade a ocultar uma vida cheia de desassossego e plena de reveses. Ele, nas mais penosas situações, permanecia impassível. Nunca vi exacerbação em Fernando, ao contrário de Elizabeth. Certa vez, nós quatro fomos a um clube, o Hebraico, a convite deles. Um pandemônio. Dezenas, centenas (na minha contagem: milhões) de crianças gritavam, corriam, pulavam, caíam, choravam... numa imensa piscina, espanavam água para todos os lados. Dante, se tal lugar tivesse conhecido, por certo acrescentaria mais um círculo aos Infernos. Fernando, fleumaticamente, lia um livro que, com alguma dificuldade, protegia dos inúmeros respingos de água. Eu assistia àquela cena perplexo! Elizabeth era espirituosa, vendo-me naquele transe, aproximou-se e disse: "...ele parece autista, não é mesmo? Isto às vezes me irrita tanto, mas acho tão lindo!". A propósito, o sentimento dela para com ele era devocional. Mais tarde, com a morte dela, descobri que esta devoção era recíproca.

Sim, assim era Fernando: inflexível e contraditório. E também assim foi a nossa relação. Eu, que considerava o meu ateísmo incorruptível, me encantava com o seu ateísmo plácido de filho de judeus que casou-se com uma moça católica, que, para acompanhá-lo, praticamente fugira de casa; e me deliciava com seus convites para irmos ao clube Hebraico e para comemorarmos o Natal! Eu, que me dizia anarquista e que ostentava com orgulho a proeza de ter sido detido em manifestações contra a ditadura, tendo passado uma noite na cadeia, sucumbia diante da quase lendária história de vida daquele comunista visceral que, ainda rapazola, para opor-se ao rico capitalista, na figura de seu pai, saíra de casa para o Partido Comunista. Lá foi motorista de Luís Carlos Prestes, de quem herdou alguns ademanos que, embora sutis, eram perceptíveis para quem o conhecesse bem. Sua vida atribulada deixou-lhe de fato alguns sestros, um deles o silêncio, o outro, a desconfiança.

Foi perseguido pelas forças da ditadura militar no Brasil e seus inúmeros e desprezíveis vassallos, mas também o foi por alguns de seus próprios companheiros de partido, não menos desprezíveis, numa prova de que venerações, a quaisquer credos, são sempre cretinas e deletérias. Creio que o fato de estar sempre evitando as perseguições à esquerda e à direita transformou Fernando numa pessoa desconfiada e esquiva. Para quem não o conhecesse, pareceria mesmo taciturno.

Era, pois, uma pessoa a quem eu admirava imensamente. Não tive muitas dúvidas, portanto, em aceitar sua proposta quando me convidou a iniciar uma pesquisa sobre os fundamentos da Mecânica Clássica de Partículas que visava a investigar a possibilidade de desenvolver uma axiomática para esta teoria compatível com a proposta de uma teoria inteiramente relacional, ou seja, ao que chamamos de **programa de Mach**.

O PROGRAMA DE MACH E AS PROPOSIÇÕES EXPERIMENTAIS

Ernst Mach foi um físico e filósofo austríaco cujas ideias exerceram grande influência na filosofia da ciência na passagem do século XIX ao XX. Embora ele próprio não se sentisse à vontade em ser referido como filósofo da ciência é justamente nesta área em que é mais lembrado, posto que também tenha feito importantes contribuições à ciência e à técnica. Como, por exemplo, o conhecido número de Mach na moderna aerodinâmica, que mede a razão da velocidade de um móvel em relação à da velocidade do som, que foi assim chamado em reconhecimento aos seus estudos experimentais sobre o som e ondas de choque. Fez também importantes investigações em fisiologia e em outras áreas. Numa concepção de mundo que se assemelharia à de George Berkeley⁴ e David Hume, porém influenciado principalmente por Kant, Mach desenvolve uma análise crítica dos fundamentos da mecânica newtoniana. Em particular, examina os conceitos de tempo e espaço absolutos, bem como os de força e massa, propondo, em seu juízo, uma “definição”

4 Há quem, como Karl R. Popper (1953) ou V. I. Lênin (1982), identifique em Berkeley um precursor das ideias de Mach. Deve-se, entretanto, notar que, em oposição ao idealismo metafísico de Berkeley, Mach não admite a possibilidade de causas extra-físicas à experiência sensorial.

desta última noção como medida do movimento relativo de corpos em interação. Estas ideias sobre a mecânica ele as expõe em sua obra *Die Mechanik in ihrer Entwicklung Historisch-kritisch dargestellt* (Leipzig, 1883). Também de interesse é *Die Geschichte und die Wurzel des Satzes von der Erhaltung der Arbeit* (Praga, 1872). Suas concepções filosóficas são igualmente apresentadas em seu *Die Analyse der Empfindungen und das Verhältnis des Physischen zum Psychischen* (Iena, 1900).

Creio que algumas de suas ideias não foram inteiramente compreendidas; ou ainda – como só ia acontecer com muitos pensadores que se aventuraram em meditar sobre noções muito profundas e fundamentais –, que suas propostas foram um pouco exacerbadas por seguidores. Ele não chegou a elaborar um corpo filosófico sistematizado ou mesmo uma proposta acabada para a filosofia da ciência; antes ele indica o que, na sua concepção, seriam diretrizes para uma teoria do conhecimento. Numa concepção, a meu ver, ingênua da natureza da ciência como economia de pensamento, ou seja, grosso modo, as teorias científicas nada mais são que uma forma abreviada de relatar fatos da Natureza. É inegável, todavia, que inspirou muito dos movimentos filosóficos no século XX. É, por exemplo, juntamente com L. Wittgenstein, uma das fortes influências do conhecido Círculo de Viena que, no final dos anos 20 daquele século, reuniu-se em torno de M. Schlik agregando, entre outros, K. Gödel, O. Neurath e R. Carnap. Por esta razão, é, por muitos, apontado como um dos precursores do positivismo lógico (também conhecido como empirismo lógico), que teria R. Carnap e H. Reichenbach como seus mais notáveis expoentes. Penso que o centro de sua crítica, no que diz respeito aos fundamentos da Física, dirigia-se mais à excessiva *ontologização* de alguns conceitos e à quase dogmática visão em relação a estes em sua época. Este fato é reconhecido por A. Einstein, que também fora bastante influenciado pelas ideias de Mach, quando do desenvolvimento de sua teoria da relatividade. A este respeito, é notória a passagem no texto, uma espécie de obituário, que Einstein (1916 apud PAIS, 1982, p. 332-333) escreveu quando da morte de Mach, no qual afirma crer que: “[...] Mach reconhecia claramente os aspectos fracos da mecânica clássica e que não esteve longe de exigir uma Teoria da Relatividade Geral, isto há cerca de meio século!”

Abraham Pais (1982) lembra que Einstein escreveu em 1916: “A mecânica clássica e, de igual modo, a teoria da relatividade restrita sofrem de uma deficiência epistemológica que foi salientada, provavelmente pela primeira vez, por Mach”. E é Pais que também nos informa que a primeira vez que a expressão **princípio de Mach** entrou na literatura ocorreu por intermédio de Einstein. É polêmica, entre os especialistas nestes temas, a compreensão e explicitação do que viria de fato a ser este princípio.⁵ A respeito desta controvérsia, é oportuno lembrar a formulação de F. Aeshlimann (1960, p. 61, tradução nossa), que propõe sistemas axiomáticos para a mecânica e afirma sobre um deles:

Há também a vantagem de exprimir em termos precisos, por meio de fórmulas, a ideia de Mach que desempenhou um papel importante na elaboração das teorias relativísticas ou cosmológicas recentes, ideia segundo a qual a massa de um ponto material não é uma propriedade intrínseca deste ponto, mas exprime sua solidariedade com o resto do universo, e a influência que sofre da parte de corpos mais afastados (cuja ação por forças é negligenciável).⁶

É curioso o texto entre parêntesis da autora: ela parece reconhecer o quão cabuloso é este tema, por isto mesmo o uso dos parêntesis; mas caberia saber, por certo diriam alguns, como se dá esta fantasmagórica solidariedade com o resto do universo sem a intervenção de forças, vez que são estas negligenciáveis.

Em um de seus artigos, Einstein (1912 apud PAIS, 1982, p. 336) mostra que, se uma esfera oca e com massa é acelerada em torno de um eixo que lhe passa pelo centro, então a massa inercial de um ponto com massa no centro desta esfera é aumentada, e afirma que tal

5 Confira os artigos de W. H. McCrea (1971), L. I. Schiff (1964) e S. L. Schwebel (1970).

6 Il a aussi l'avantage d'exprimer en termes précis, au moyen de formules, l'idée de Mach qui a joué un rôle important dans l'élaboration des théories relativistes ou cosmologiques récentes, idée selon laquelle la masse d'un point matériel n'est pas une propriété intrinsèque de ce point, mais exprime sa solidarité avec le reste de l'univers, et l'influence qu'il subit de la part des corps très éloignés (et dont l'action par des forces est négligeable).

[...] fornece plausibilidade à conjectura de que a inércia total de um ponto com massa é um efeito que decorre da presença de todas as outras massas, graças a um tipo de interação com estas últimas [...]. É este justamente o ponto de vista sustentado por Mach nas suas investigações penetrantes sobre este tema.

Insisto em expor a visão de Einstein sobre Mach não apenas para deixar patente que a influência deste último se estendeu aos próprios cientistas e não somente aos filósofos, como também porque estou convencido de que foi a partir dos seus estudos sobre a teoria da relatividade que Fernando Bunchaft sentiu necessidade de investigar as concepções de Mach. Contrariamente ao que se poderia pensar, como teria sido talvez a leitura de Lênin, motivada por seus interesses ideológicos, que o levou a considerar mais atentamente Mach.

Entretanto, é este mesmo Einstein (1922 apud PAIS, 1982, p. 334) que escreve sobre as propostas filosóficas de Mach:

O sistema de Mach [consiste no] estudo das relações existentes entre dados experimentais; de acordo com Mach, a ciência é a totalidade destas relações. Este é um ponto de vista incorreto; com efeito, o que Mach realizou foi um catálogo, e não um sistema. Mach era tão bom em mecânica como deplorável em filosofia.

De fato, não apenas Einstein discordou das concepções filosóficas de Mach. Ele foi alvo de uma severa crítica por parte de diversos pensadores. Lênin (1982, p. 263), por exemplo, afirma:

A filosofia do naturalista Mach é para as ciências da natureza o que o beijo do cristão Judas foi para Cristo. Exatamente do mesmo modo, Mach vende as ciências da natureza ao fideísmo, passando, no fundo, para o campo do idealismo filosófico. A renúncia de Mach ao materialismo histórico-natural é um fenômeno reacionário em todos os aspectos: vimo-lo com bastante nitidez quando falamos da luta dos 'idealistas físicos' contra a maioria dos naturalistas que continuam a manter o ponto de vista da velha filosofia.

Foi para combater as ideias de A. Bogdanov e outros, profundamente marcados pela herança de Mach, que associavam teses marxistas ao positivismo, que Lênin escreveu o seu *Materialismo e Empiriocriticismo* (1982). Nesta obra se podem encontrar as linhas acima, eivadas da rudeza e truculência típicas do pensamento, um pouco raso neste caso, do primeiro bolchevique. Ele propõe, com a teoria do reflexo, o que acreditava ser uma teoria do conhecimento adequada às suas teses marxistas. Todavia, e nisto difere de Mach, que não se arvora a propor explicitamente um sistema, não consegue muito bem resolver o problema das condições em que o conhecimento é verdadeiro.

Entretanto, as ideias de Mach foram também criticadas por outros de muito mais estofo filosófico. Assim o fez, por exemplo, J. D. Sneed (1979). Mas certamente a mais contundente e sistemática crítica foi apresentada pelo filósofo da ciência Mario Bunge, que não apenas expõe as frágeis concepções epistemológicas de Mach, mas também descarta a possibilidade de aplicação de suas propostas metodológicas a qualquer tentativa de fundamentação da teoria da mecânica clássica de partículas, contrariando muitos autores que pensaram encontrar nestas propostas uma sustentação aceitável para tal teoria. Bunge (1966, p. 596, tradução nossa), com seu estilo incisivo, diz:

Os erros de Mach em sua crítica à mecânica newtoniana – sua mais relevante contribuição à pesquisa em fundamentos – podem ser corrigidos com a ajuda de um pouco de lógica, de um pouco de semântica e uma dose de realismo. Um estudo crítico do trabalho de Mach acerca dos fundamentos da mecânica deverá ser útil se, quando muito, evitar seus erros, os quais provêm de uma filosofia que suspeita das ideias. Ignore toda a filosofia e você será escravo de uma má filosofia.⁷

Bem, foi a este *critical study* que Fernando se dedicou e ao qual eu me associei. Mas afinal, qual era a proposta de Mach?

⁷ Mach's mistakes in his criticism of Newtonian mechanics – his most distinguished contribution to foundations research – can be corrected with the assistance of a bit of logic, another of semantics, and a dose of realism. A critical study of Mach's work in the foundation of mechanics should be helpful, if only to avoid repeating his mistakes, which were those of a philosophy distrustful of ideas. Ignore all philosophy, and you will be the slave of one bad philosophy.

Após uma análise inicial dos enunciados da mecânica clássica como expostos por Newton (1984), Mach (1960, p. 303-304, tradução nossa) apresenta a sua proposta de reformulação destes enunciados nos termos que seguem, não sem antes esclarecer que:⁸

Mesmo se aderirmos inteiramente aos pontos de vista newtonianos, desprezado as complicações e os aspectos indefinidos mencionados, os quais não são removidos, porém meramente ocultados pelas designações abreviadas de 'Tempo' e 'Espaço', é possível substituir os enunciados de Newton por proposições bem mais simples, metodologicamente melhor organizadas e mais satisfatórias. Estas, em nossa opinião, seriam as seguintes:

a. Proposição Experimental. *Corpos, um frente a outro, induzem-se mutuamente, sob certas condições a serem especificadas pela física experimental, acelerações contrárias ao longo da linha que os une. (O princípio de inércia está aqui incluído).*

b. Definição. *A razão das massas de dois corpos é a razão inversa com sinal negativo das acelerações mutuamente induzidas por estes corpos.*

c. Proposição Experimental. *As razões de massas dos corpos são independentes da natureza do estado físico (dos corpos) que condicionam as acelerações mútuas produzidas, sejam tais estados elétricos, magnéticos ou o que sejam; e mantêm-se, ademais, as mesmas, caso se alcancem mediata ou imediatamente.*

d. Proposição Experimental. *As acelerações induzidas por qualquer número de corpos A, B, C... num corpo K são mutuamente independentes.*

e. Definição. *A força motriz é o produto do valor da massa de um corpo pela aceleração induzida neste corpo.*⁹

8 Utilizo aqui a edição inglesa da obra de Mach revista e aprovada por ele.

9 *Even if we adhere absolutely to the Newtonian points of view, and disregard the complications and indefinite features mentioned, which are not removed but merely concealed by the abbreviated designations 'Time' and 'Space', it is possible to replace Newton's enunciations by much more simple, methodically better arranged, and more satisfactory propositions. Such, in our estimation, would be the following: a. Experimental Proposition. Bodies set opposite each other induce in each other, under certain circumstances to be specified by experimental physics, contrary accelerations in the direction of their line of junction (The principle of inertia is included in this). b. Definition. The mass-ratio of any two bodies is the negative inverse ratio of the mutually induced accelerations of those bodies. c. Experimental Proposition. The mass-ratios of bodies are independent of the character of the physical states (of the bodies) that condition*

Como disse anteriormente, a repercussão das Proposições Experimentais foi imensa entre os físicos, mesmo entre aqueles que se propuseram a discutir os fundamentos desta ciência como, por exemplo, P. W. Bridgman (1936) ou R. B. Lindsay e H. Margenau (1957) que, após afirmarem que procederão “as carefully as possible”, apresentam definições dos conceitos de massa e força exatamente como propõe Mach. Até mesmo textos didáticos, isto é, manuais de ensino de mecânica clássica, adotaram estas propostas na introdução destas noções, como se pode conferir em K. R. Symon (1982).

A partir da revisão da mecânica clássica de Mach, talvez instigados mesmo por ela, muitos foram os autores que apresentaram discussões acerca desta teoria e diversas foram as propostas para a sua axiomatização. Algumas delas aproximam-se das ideias de Mach, como em H. A. Simon (1947, 1954), L. Eisenbud (1958), H. Hermes (1959) (confira também Barkley, 1938); outras se opõem com mais ou menos veemência, como, por exemplo, C. G. Pendse (1937, 1939, 1940), J. C. C. McKinsey, A. C. Sugar e P. Suppes (1953). Vale ainda conferir os trabalhos de G. Hamel (1908, 1927), H. Hertz (1899), V. V. Narlikar (1939), L. N. G. Filon (1938) e Bunge (1961, 1967b, 1973), bem como P. Painlevé (1922, p. VII, tradução nossa), que, logo nas primeiras linhas de sua obra, anuncia: “A Ciência moderna nasceu no dia em que foram anunciados, de uma forma geral e precisa, os axiomas fundamentais da Mecânica.”¹⁰

Lembro ao leitor que a demanda pela axiomatização das teorias da Física foi estabelecida por David Hilbert em seu famoso discurso inaugurando a Matemática do século XX. Entre todas as axiomatizações propostas, a que tem mais importância na contestação da estrutura lógica das ideias de Mach é certamente a de McKinsey, Sugar e Suppes (1953). Até porque, nela, que foi celebrada por Bunge (1966), os autores introduzem as noções de massa e força como conceitos primitivos em seu sistema axiomático, ademais

the mutual accelerations produced, be those states electrical, magnetic, or what not; and they remain, moreover, the same, whether they are mediately or immediately arrived at. d. Experimental Proposition. The accelerations which any number of bodies A, B, C... induce in a body K, are independent of each other. e. Definition. Moving force is the product of the mass-value of a body into the acceleration induced in that body.

10 La Science moderne est née le jour où furent énoncés, sous une forme générale et précise, les axiomes fondamentaux de la Mécanique.

demonstram rigorosamente que estes conceitos são logicamente independentes de todos os demais, usando o método de Padoa (confira também McKinsey, 1935). Bunge cita este trabalho como uma prova de que o chamado Programa de Mach para fundamentação da mecânica clássica de partículas estava irremediavelmente perdido. Uma vez que, para atender às suas próprias exigências operacionalistas para a definição de conceitos físicos, Mach advoga que o conceito de massa pode ser definido por intermédio das relações entre os movimentos dos corpos em interação e, ademais, define o conceito de força como o produto da aceleração do corpo em tela pelo que pensava ter já obtido como definição da massa deste corpo. Como boas fontes de informação sobre estes temas, sugiro as obras de Max Jammer (1957, 1961). P. Suppes (1957, p. 298, tradução nossa), um dos autores da axiomatização no mencionado artigo, chega mesmo a dizer ironicamente:

Os leitores familiarizados com a literatura acerca dos fundamentos da mecânica podem achar estranha a afirmação de que as noções de massa e força interna são independentes das outras noções primitivas, uma vez que as definições destas são discutidas tão amplamente. Todavia, tais definições são discutidas, como a ‘definição’ de massa relativa entre dois corpos, de Mach, dada como o inverso da razão de suas acelerações ‘mutuamente induzidas’ quando isoladas dos demais corpos, são apenas definições, de algum modo, no sentido de Pickwick que têm pouca conexão com a teoria da definição [...].¹¹

Parecia, portanto, que independentemente das patentes deficiências das concepções epistemológicas de Mach, deficiências que Fernando e eu próprio censurávamos, o seu programa era inaceitável do ponto de vista lógico. Sim... assim seria, se Fernando não tivesse a incorrigível obstinação de não aceitar o que a todos era assente e pacífico! Ele resolveu duvidar e perguntar-

¹¹ Those readers familiar with the literature on the foundations of mechanics may find strange the claim that the notions of mass and internal force are independent of the other primitives, since definitions of these notions are so widely discussed. However, these much-discussed definitions, like Mach’s ‘definition’ of the relative mass of two bodies as the inverse ratio of their ‘mutually induced’ accelerations when they are isolated from other bodies, are only definitions in some Pickwickian sense that has little connection with the theory of definition [...].

-se se seria possível, de alguma forma, salvar o Programa de Mach. Não para reviver a sua doutrina filosófica, mas para verificar se a proposta de fundamentação da mecânica, que tanto tinha atraído a atenção de Einstein, poderia ser remendada, uma vez que seu caráter relacional era, de certo modo, conveniente para um ulterior desenvolvimento das teorias relativísticas.

A RECONSTRUÇÃO AXIOMÁTICA DAS PROPOSIÇÕES EXPERIMENTAIS

Iniciei meu trabalho com Fernando Buncahft na primeira metade da década de 1980. Ele me propusera, como tema para uma dissertação de mestrado, a sistematização e formalização matemática dos resultados que já vinha obtendo acerca da reformulação das Proposições Experimentais de Mach. Naquele momento, ele tinha recentemente apresentado algumas de suas conclusões, nesta linha de pesquisa, em um congresso de Lógica, o que viria a materializar-se em uma nota publicada em 1986. Posso dizer que, a partir de então, estreitaram-se os nossos laços, pois que, antes, nossa relação não ia muito além da de aluno e professor. Contudo, o velho marxista continuava silencioso e desconfiado. Logo de início fez uma exposição geral de suas ideias, porém sem muitos detalhes das partes mais cruciais. O que me deixava, às vezes, um pouco sem rumo. Sabia que iríamos analisar cuidadosamente as propostas de Mach com o objetivo de verificar a viabilidade de livrá-las de suas inconsistências lógicas ou técnicas e construir uma axiomatização da mecânica clássica de partículas que mantivesse o caráter relacional que as distinguiam, sendo este o aspecto mais relevante do programa de Mach. De partida, ficou evidente que não era de nosso interesse qualquer discussão de cunho epistemológico, até porque, neste aspecto, o pensamento machiano era, de fato, deficiente.

Faríamos uma busca exaustiva de toda a literatura sobre o tema existente até então. Coletamos, de fato, uma imensa bibliografia, e em todas as viagens que fazíamos, dele ou minhas, era obrigatório que vasculhássemos as bibliotecas existentes. Lembro que, naquele momento, não havia as facilidades que encontramos hoje na internet. Tão vasta foi esta pesquisa, que tínhamos dificuldade em lidar com todos os textos que obtivemos. Eu ti-

nha inúmeras caixas-arquivo em casa e as prateleiras de livros começaram se tornar muito curtas. Fernando chegou a fazer uma reforma no gabinete que tinha em sua casa, acrescentando uma estante e um móvel-arquivo. Quanto à leitura de Mach (1960), conseguimos uma cópia em inglês de *The Science of Mechanics*, algum tempo depois. Podíamos até cotejá-la com outras cópias em alemão e espanhol que encontramos. Consegui também um exemplar em inglês de *The Analysis of Sensations* (1959), mas tive que me haver com a edição alemã de *Die Geschichte und die Wurzel des Satzes Von der Erhaltung der Arbeit* (1969), só então entendi a importância das minhas aulas no Goethe Institut!

A estrutura matemática que nos serviria de apoio deveria ser a teoria das categorias. Estudar esta teoria, relativamente recente naquele momento, foi um desafio excitante para mim, mas teve seus percalços: minha primeira leitura foi o livro de S. Mac Lane (1971), que Fernando me emprestou numa edição em italiano, até que comprasse a minha própria. O desenvolvimento do nosso trabalho exigiu que tratássemos com um tipo específico de categoria conhecido como topos; a primeira referência que obtive foi o livro de P. T. Johnstone (1977). Infelicidade a minha, se Mac Lane era difícil, Johnstone era quase incompreensível! Minha autoconfiança foi muito abalada naqueles meses, descobri que fizera o percurso inverso ao de um iniciante na leitura daquela cabala. Finalmente me caíram nas mãos os livros de H. Herrlich e G. E. Strecker (1973) e de R. Goldblatt (1984), e outros me vieram em seguida. As estruturas matemáticas de categorias surgiram explicitamente na literatura científica nos anos 1940 do século passado no artigo de S. Eilenberg e S. Mac Lane (1945), muito embora os mesmos autores, alguns anos antes, já tivessem publicado outro artigo em que fazem uso das mesmas ferramentas. Ademais, há quem afirme que ideias semelhantes já eram discutidas na Polônia nos anos 1930. Na década de 1950, já eram bem utilizadas no contexto da álgebra homológica e topologia algébrica. No final desta década, com os trabalhos de A. Grothendieck, a quem se deve a introdução do conceito de topos, e de D. M. Kan, sua aplicação estendeu-se à geometria algébrica e à teoria da homotopia. No início da década seguinte, notadamente pelos esforços de F. W. Lawvere, a teoria de categorias viria a sofrer uma revolução, na medida em

que foi proposta como meio para fundamentação de toda a Matemática. O caráter fundamental da teoria de categorias leva Jean Dieudonné à “profética”, nas palavras de Goldblatt (1984, p. 16, tradução nossa), afirmação:

Nos anos entre 1920 e 1940 ocorreu, como você sabe, uma completa reforma da classificação de diferentes ramos da Matemática, necessária devido à nova concepção da essência do pensamento matemático em si próprio, que originou-se dos trabalhos de Cantor e Hilbert. Deste último brotou a axiomatização sistemática da ciência matemática em sua totalidade e o conceito fundamental de estrutura matemática. O que você talvez não sabe é que a Matemática está prestes a atravessar uma segunda revolução neste exato momento. Esta é aquela que, de certo modo, está completando o trabalho da primeira revolução, qual seja, a que está libertando a Matemática das condições muito restritas dos ‘conjuntos’; é a teoria das categorias e funtores, para a qual estimar o seu alcance ou perceber suas consequências é ainda muito cedo [...].¹²

De modo não muito rigoroso, podemos entender uma categoria como uma abstração da noção geral de conjuntos e de funções. Compõe-se de objetos e setas que, de certo modo, traduzem aqueles anteriores. Propriedades importantes em categorias revelam-se na forma de universais. Categorias relacionam-se via funtores, e estes, via transformações naturais. Um fato valioso é que categorias são passíveis de capturar as características essenciais de diversas entidades matemáticas. Ademais, é relevante o fato de que, se na teoria de conjuntos o enfoque se faz sobre as entidades, em categorias ele ressalta as relações entre entidades.

12 In the years between 1920 e 1940 there occurred, as you know, a complete reformation of the classification of different branches of mathematics, necessitated by a new conception of the essence of mathematical thinking itself, which originated from the works of Cantor and Hilbert. From the later there sprang the systematic axiomatization of the mathematical science in entirety and the fundamental concept of mathematical structure. What you may perhaps be unaware of is that mathematics is about to go through a second revolution at this very moment. This is the one which is in a way completing the work of the first revolution, namely, which is releasing mathematics from the far too narrow conditions by ‘set’; it is the theory of categories and functors, for which estimation of its range or perception of its consequences is still too early [...].

Voltando à nossa pesquisa, assim como um navio à deriva, eu seguia em meio a um oceano de livros e artigos ainda sem rumo. As conversas com Fernando, embora me esclarecessem alguns pontos de dificuldade, sempre me traziam mais dúvidas e interrogações; este era o seu modo de pensar e trabalhar. Todas as questões tinham que ser respondidas completamente, não podia haver qualquer ponto obscuro ou cuja compreensão não estivesse esgotada. Fernando gostava de citar Bunge (1967a) quando lhe perguntava qual a importância em buscarmos uma construção rigorosa dos fundamentos da mecânica clássica de partículas, frente ao fato de que, com as modernas teorias da relatividade e mecânica quântica, a extensão de sua aplicação já estava superada; e, mais ainda, fazê-lo usando a reformulação machiana que fora alvo de tantas críticas:

Um corpo de conhecimentos que é usado regularmente e ao qual é atribuído um papel de controle sobre praticamente toda ideia nova, embora, ao mesmo tempo, seja desprezado como basicamente falso e não considerado como digno de ser reparado é como uma concubina que vale a pena manter – apenas de modo miserável e no fundo de casa.¹³ (BUNGE, 1967a, p. 129, tradução nossa)

– Lembre-se de Bunge: Vamos reconhecer e emancipar nossa concubina! – dizia ele.

Entretanto, me ficava sempre a sensação de que, talvez devido à sua desconfiança lapidada por anos de perseguições políticas, nem sempre ele me revelava todo o seu pensamento. Isto não era bom, uma vez que não apenas atrasava o meu progresso na investigação como também me fazia percorrer caminhos para, em seguida, retornar, pois não estavam em acordo com as perspectivas de Fernando. Outrossim, nesta mesma época ele sofreu um grave infarto, o que exigiu seu afastamento das atividades e o obrigou a um longo período de convalescença. Se, por um lado, este incidente dificultou as nossas

¹³ A body of knowledge that is regularly used and is assigned a role of control of practically every new idea yet at the same time is despised as basically false and is not regarded as worth being repaired, is like a concubine who is worth being kept – only miserably and indoors.

discussões, por outro, fez com que ele me confiasse um imenso número de anotações pessoais, manuscritos etc. Não foi nada fácil singrar aqueles novos mares; porém eu comecei a melhor entender quais eram os seus objetivos e métodos.

Farei agora um relato sumário dos resultados que obtivemos em nossa investigação. Como inicialmente anunciei, evitarei uma exposição rigorosa, explorando as técnicas matemáticas, pois acredito que tal não seria conveniente neste manuscrito. Ademais, repito, esta tarefa exigiria a revisão e interpretação cuidadosa da grande quantidade de textos que desenvolvemos àquela época, sob pena de imprecisão ou por não fazer justiça ao próprio Fernando. As principais objeções às proposições de Mach podem ser resumidas nos seguintes pontos centrais:

- a) Mach não estabelece a estrutura de espaço e tempo em que se baseia a sua proposta;
- b) Sua “definição” de massa não é invariante entre distintos referenciais;
- c) Ademais, esta “definição” é ilusória; isto é, ela não fornece um atributo intrínseco aos corpos físicos.

Para dar uma resposta à primeira questão, era imprescindível a determinação de um sistema de referência (ou uma classe destes) independentemente das noções de massa e força. Fomos assim levados a construir o que Bunge chamaria da cronogeometria de nossa estrutura e obtivemos um sistema de referência inercial definido sobre pressupostos puramente cinéticos e relacionais.

Concluimos ainda que esta reconstrução das proposições de Mach é compatível tanto com as concepções newtonianas de tempo e espaço absolutos quanto com o caráter relacional da proposta de Mach. Esta ambivalência traduz o significado da assim chamada forma abstrata das proposições experimentais. Superamos também a controvérsia acerca da invariância não geral da relação de massas, pois ela se baseia na admissão de uma covariância geral. Entretanto, esta extensão direta não se aplica no contexto conceitual do princípio de Mach. Nesta estrutura pré-relativística, uma covariância geral, cosmológica, da defi-

nição de massa possivelmente poderia ser estabelecida, o que asseguraria uma invariância geral e recuperaria a definição, compatível com as proposições experimentais, em sua forma local de sistema de referência.

Quanto à noção de massa, que posso afirmar que foi o cerne de nossa pesquisa, também obtivemos uma definição rigorosa; porém, para tanto, foi imprescindível o uso da teoria de categorias. De fato, toda a nossa construção fez-se no âmbito da linguagem de categorias. Para ser mais específico, sentimos a necessidade de utilizar uma estrutura de topos elementar, não degenerado com um objeto terminal e localmente *well-pointed* (ou seja, satisfazendo o princípio da extensionalidade de modo restrito) e que prescinde da escolha, não sendo, porém, necessariamente a categoria dos conjuntos.¹⁴ Este é um fato extremamente interessante em si mesmo, pois sabemos que a lógica interna em um topos é intuicionista, ou seja, tem uma estrutura de álgebra de Heyting. É justamente este aspecto não clássico que atualmente está sendo explorado por diversos autores no campo da cosmologia e no da gravitação quântica,¹⁵ entre os quais encontra-se F. Markopoulou (2000), citada por Smolin no início deste manuscrito. Esta autora, em particular, usa esta característica intuicionista de um topos para nele traduzir a informação causal de um espaço discreto. Agora o leitor pode ter uma ideia do meu espanto ao ler o livro de Smolin. Foi o desenvolvimento da nossa pesquisa que me obrigou a convencer Fernando da necessidade de trabalharmos em um topos para aí estabelecermos as estruturas de espaço-tempo, bem como dar cabo da construção do conceito de massa. Ele relutou, pois, como não era muito versado em teoria de categorias, não entendia ao certo quais seriam as implicações desta escolha. De início ele se interessou pela linguagem de categorias por achar que estas melhor capturariam as características relacionais das nossas entidades. A escolha de um topos também se mostrou importante na definição mesma do atributo de massa de um corpo físico, pois ele foi obtido em um *pullback* como a seta caráter da seta representante da relação de massas por intermédio de um subobjeto classificador, uma das propriedades

14 Cf. Lawvere (1964), Osius (1974) e Diaconescu (1975).

15 Veja, por exemplo, C. J. Isham (1997) e J. Baez e J. Dolan (2001).

essenciais de um topos. Ao final, nos ficou patente que a estrutura de topos era inescapável nesta reformulação.

Um dos problemas difíceis na construção do conceito de massa compatível com as proposições machianas era o fato de que uma noção intrínseca deveria ser extraída de um ente relacional, ou seja, a obstrução estava em transformar algo essencialmente binário em outro unário. A solução foi dada por Fernando. Ele a buscou em ninguém mais senão no próprio Mario Bunge, aquele que mais contundente e inteligentemente se opusera às ideias de Mach! Nisto ele era surpreendente – uma de suas formas de me encantar –, tinha a capacidade de transformar o que seria uma oposição em um auxílio inesperado, talvez os anos de treino no pensamento dialético, quem sabe...? O fato é que a técnica de unarização foi inspirada em Bunge (1974).

Quanto à alegação de que o conceito de massa é independente das demais noções, como as cinemáticas, segundo a prova em McKinsey et al. (1953), concluímos que tal não ocorre em nosso sistema axiomático. E tal se deve apenas ao fato de que é fundamentalmente distinto do adotado pelo artigo em tela; ou seja, a estrutura da lógica interna das noções primitivas é distinta nos dois sistemas axiomáticos.

Deste modo, obtivemos, enfim, uma reformulação das proposições experimentais livre das inconsistências que apontamos anteriormente. Construímos também uma axiomatização da mecânica clássica de partículas compatível com o programa de Mach e que salvava aquele que considerávamos o seu mais importante aspecto: o caráter relacional.

Vale dizer que, em torno do início dos anos 1990, outro pesquisador também brasileiro, A. K. T. Assis, igualmente foi atraído por Mach e refletiu sobre os mesmos temas e da possibilidade de uma mecânica relacional.¹⁶ Desenvolveu uma interessante teoria de modo inteiramente independente de Fernando e do nosso trabalho, pois que fundamentada na lei de Weber. Não me cabe aqui discutir os seus resultados. Todavia, após ler suas publicações, afirmo que estou convencido de que as ideias de Fernando eram mais gerais e profundas. Ademais, não padeciam de algumas das imperfeições da proposta de Assis, que, entretanto, não lhe empanam a importância.

16 Confira A. K. T. Assis (1998) e as referências lá arroladas.

Novas questões, é claro, foram suscitadas. Ficou patente a necessidade de um estudo mais acurado sobre os sistemas de referência que vise a uma resposta de ordem cosmológica. Percebemos também que, neste contexto, é provável uma transição mais direta para as teorias relativísticas. Ademais, muitas também foram as questões no âmbito formal: em quê este topos é distinto da categoria de conjuntos? Quais as consequências da não bivalência lógica do topos? (parece que Smolin tem sugestões a este respeito!) E quanto à completeza deste topos, basta ser finitamente completo?

Evidentemente muitas foram as questões que ficaram em aberto, e este foi um dos grandes problemas para Fernando, que não admitia jamais não esgotar todos os caminhos. Eu lhe dizia que, como Trotski advogava a revolução permanente, ele me propunha uma dissertação permanente! Isto representou uma grande dificuldade em nossa relação. Via a minha dissertação se converter em um tapete de Penélope, tantos eram os pontos que ele ainda queria apurar, tantos outros que, em sua opinião, deveriam ser acrescentados! Os dias, os meses se passavam e nosso trabalho apenas se aprofundava e crescia, tornava-se um verdadeiro tratado.

Bem, a vida tem seus caprichos. As coisas se precipitaram. Enviei, um pouco contra a sua vontade, o trabalho para prováveis participantes de minha banca de avaliação. Fui convidado para prosseguir imediatamente para um programa de doutorado... distanciei-me daqueles temas... comecei a trabalhar com álgebra, grupos, anéis... e um dia, enquanto fazia um pós-doutorado no Canadá, num final de uma tarde muito fria, corri para a livraria...

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Parabenizo Olival Freire Jr. e Saulo Carneiro pela feliz ideia de homenagear Fernando Bunchaft com esta publicação; não sei se faço o mesmo pela temeridade que cometeram ao me convidar para dela participar, mas lhes agradeço pela lembrança.

Escrever estas linhas foi muito penoso, porém gratificante. De início tive receio em abrir este baú de recordações. Ao falar de pessoas que tiveram grande importância em nossas vidas, corremos o risco de que nossos

manuscritos não passem de fastidiosos panegíricos. Peço desculpas ao leitor se o meu foi enfadonho, mas certamente não o foi laudatório. Sim, admiro profundamente Fernando Bunchaft, mas sei que era um homem de grandes virtudes e não menos vastos defeitos. Discordei dele inúmeras vezes; em algumas, reconsiderarei, mas em outras, não houve acordo. Discordava de seu preciosismo, que chegava ao ápice de substituir, em nosso trabalho, palavras por sinônimos, para logo em seguida voltar atrás (ficamos algumas tardes inteiras assim!). Discordava do seu perfeccionismo, que às vezes abeirava-se da paralisia. Discordava também de outras coisas... Stalin, União Soviética, alguns filmes e livros que me pareciam panfletários...

Mas admirava aquele homem contraditório, ou como ele me dizia, sorrindo: dialético! Creio que me atraíam justamente os contrários. Por exemplo, me fascinava ver aquele homem extremamente cordato me convidar para assistir lutas de boxe! Porém, o que mais me encantava era a sua relação com o saber, conhecer pelo simples fato de querer saber mais. Era um bom cientista, não sei se genial, embora o susto que relatei acima ainda me inquiete, mas tinha um profundo respeito pela ciência. Sua atitude para com a ciência era, como me disse certa vez, a única devoção digna de um ateu!

Para dar uma ideia deste homem e sua relação com a ciência, gostaria de contar uma última história. Já havia algum tempo que não encontrava pessoalmente Fernando, pois estava distante em meu programa de doutorado. Porém, nos encontramos em um congresso em que ambos participamos. Ele iria apresentar um trabalho cujo título era algo como *Velocidades de “cut-off” nas interações de tipo Weberiano e na força de Schrödinger*. Fui à sua palestra; bem apresentada, o tema tinha relação com o trabalho de Assis, já mencionado acima, e este estava lá presente. No momento das discussões finais, Assis fez um comentário em que parabenizava Fernando pelo trabalho e pelo fato de ele estar divulgando e defendendo as suas ideias, dele, Assis, sobre uma mecânica relacional! Não tive palavras naquele momento... Terminada a sessão, corri até Fernando e disse-lhe:

– Fernando! Você é o pioneiro na reconstrução das proposições de Mach! A ideia de uma mecânica relacional inteiramente consistente é primeiramente sua, não de Assis. E mais: creio que nosso trabalho, todo inspirado por você, é bem melhor do que o que dele li!

Ele me olhou com indisfarçável alegria e disse:

– Você acredita mesmo que alguma construção completa e rigorosa da mecânica relacional é possível?

Eu atônito com a sua pergunta, provavelmente balbuciei um “Sim!”. E ele retrucou:

– Mas, então, não é isto o que importa?!

Ele me ensinou muitas lições, esta última, entretanto, ainda me esforço para aprender.

REFERÊNCIAS

AESCHLIMANN, F. *Recherches sur la Notion de Système Physique*. Paris: Gauthier-Villars, 1960.

ASSIS, A. K. T. *Mecânica Relacional*. Campinas, SP: Editora Unicamp, 1998.

BAEZ, J.; DOLAN, J. From Finite Sets to Feynman Diagrams. In: ENGQUIST, B.; SCHMID, W. *Mathematics Unlimited – 2001 and Beyond*. Berlin: Springer, 2001. p. 29-50.

BARKLEY, R. A note about Hans Hermes. *J. Sym. Log.*, v. 3, p. 119-120, 1938.

BRIDGMAN, P. W. *The Nature of Physical Theories*. New York: Dover, 1936.

BUNCHAFT, F. From Mach's definition of mass to a Machian definition of mass. *J. Sym. Log.*, v. 51, p. 1094, 1986.

BUNGE, M. Laws of Physical Laws. *Am. J. Phys.* v. 29, p. 518-529, 1961.

_____. Mach's Critique of Newtonian Mechanics. *Amer. J. Phys.*, v. 34, p. 585-596, 1966.

_____. *Foundations of Physics*. Berlin: Springer-Verlag, 1967a.

_____. Physical Axiomatics. *Rev. Mod. Phys.*, v. 39, p. 463-474, 1967b.

_____. *Filosofia da Física*. Lisboa: Edições 70, 1973.

_____. *Treatise on Basic Philosophy*. Dordrecht: Reidel, 1974.

DIACONESCU, R. Axiom of choice and complementation. *Proc. Am. Math. Soc.*, v. 51, p. 176-178, 1975.

EILENBERG, S.; MAC LANE, S. General Theory of Natural Equivalences. *Trans. Am. Math. Soc.*, v. 58, p. 231-294, 1945.

- EISENBUD, L. On the Classical Laws of Motion. *Amer. J. Phys.*, v. 26, p. 144-159, 1958.
- FILON, L. N. G. Mass and Force in Newtonian Mechanics. *Math. Gaz.*, v. 22, p. 9-16, 1938.
- GOLDBLATT, R. *Topoi, The Categorical Analysis of Logic*. New York: Dover, 1984.
- HAMEL, G. Über die Grundlagen der Mechanik. *Mathem. Ann.* v. 66, p. 350-397, 1908.
- _____. Die Axiome der Mechanik. *Handbuch der Physik*, v. 5, p. 1-42, 1927.
- HERMES, H. Zur Axiomatisierung der Mechanik. In: HENKIN, L.; SUPPES, P.; TARSKI, A. (Ed.). *The Axiomatic Method*. Amsterdam: North-Holland, 1959.
- HERTZ, H. *The Principles of Mechanics*. New York: Dover, 1956.
- HERRLICH, H.; STRECKER, G. E. *Category Theory*. Boston: Allyn and Bacon, 1973.
- ISHAM, C. J. Topos theory and consistent histories: the internal logic of the set of all consistent sets. *Int. J. Theor. Phys.*, v. 36, p. 785, 1997.
- JAMMER, M. *Concepts of Force*. New York: Dover, 1957.
- _____. *Concepts of Mass in Classical and Modern Physics*. New York: Dover, 1961.
- JOHNSTONE, P. T. *Topos Theory*. London: Academic Press, 1977.
- LAWVERE, F. W. An Elementary Theory of the Category of Sets. *Proc. Nat. Acad. Sci.*, v. 52, p. 1506-1511, 1964.
- LÊNIN, V. I. *Materialismo e empiriocriticismo*. Lisboa: Edições Avante, 1982.
- LINDSAY, R. B.; MARGENAU, H. *Foundations of Physics*. New York: Dover, 1957.
- MACH, E. *The Analysis of Sensations*. New York: Dover, 1959.
- _____. *The Science of Mechanics: A Critical and Historical Account of Its Development*. La Salle: The Open Court, 1960.
- _____. *Die Geschichte und die Wurzel des Satzes Von der Erhaltung der Arbeit*. Amsterdam: Bonset, 1969.
- MAC LANE, S. *Categories for the Working Mathematician*. New York: Springer-Verlag, 1971.
- MARKOPOULOU, F. The Internal Description of a Causal Set: What the Universe Looks Like from the Inside. *Commun. Math. Phys.*, v. 211, p. 559-583, 2000.
- MCCREA, W. H. Doubts about Mach's Principle, *Nature*, v. 230, p. 95-97, 1971.
- MCKINSEY, J. C. C. On the independence of undefined ideas. *Bull. Am. Math. Soc.*, v. 41, p. 291-297, 1935.

- MCKINSEY, J. C. C.; SUGAR, A. C.; SUPPES, P. Axiomatic Foundations of Classical Particle Mechanics. *J. Rat. Mech. Anal.*, v. 2, p. 253, 1953.
- NARLIKAR, V. V. The Concept and Determination of Mass in Newtonian Mechanics. *Phil. Mag.*, v. 27, p. 33-36, 1939.
- NEWTON, I. *Mathematical Principles of Natural Philosophy*. [S.l.]: Britannica, 1984. (Great Books, 34)
- OSIUS, G. Categorical Set Theory: A Characterization of the category of sets. *J. Pure App. Alg.*, v. 4, p. 79-119, 1974.
- PAIS, A. "Sutil é o Senhor..." *A Ciência e a Vida de Albert Einstein*. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1982.
- PAINLEVE, P. *Les Axiomes de la Mécanique, Examen Critique*. Paris: Gauthier-Villars, 1922.
- PENDSE, C. G. A note on the definition and determination of mass in Newtonian mechanics. *Phil. Mag.*, v. 24, p. 1012-1022, 1937.
- _____. A further note on the definition and determination of mass in Newtonian mechanics. *Phil. Mag.*, v. 27, p. 51-61, 1939.
- _____. On mass and force in Newtonian mechanics. *Phil. Mag.*, v. 29, p. 477-484, 1940.
- POPPER, K. R. A Note on Berkeley as a Precursor of Mach. *Brit. J. Phil. Sci.*, v. 4, 1953.
- SCHIFF, L. I. Observational Basis of Mach's Principle. *Rev. Mod. Phys.*, v. 36, p. 510-511, 1964.
- SIMON, H. A. Axioms of Newtonian mechanics. *Phil. Mag.*, v. 38, p. 888-905, 1947.
- _____. Discussion: The Axiomatization of Classical Mechanics. *Phil. Sci.*, v. 21, p. 340, 1954.
- SCHWEBEL, S. L. Mach's Principle and Newtonian Mechanics. *Int. J. Theor. Phys.*, v. 3, p. 145-152, 1970.
- SMOLIN, Lee. *Three Roads to Quantum Gravity*. New York: Basic Books, 2001.
- SNEED, J. D. *The Logical Structure of Mathematical Physics*. Dordrecht: D. Reidel, 1979.
- SUPPES, P. *Introduction to Logic*, Princeton: D. van Nostrand, 1957.
- SYMON, K. R. *Mecânica*. Rio de Janeiro: Editora Campos, 1982.

EINSTEIN E A COSMOLOGIA¹

Saulo Carneiro

INTRODUÇÃO

Dado seu papel na fundação da física moderna, seria surpreendente se o nome de Einstein não guardasse relação com a moderna cosmologia. Na verdade, foi quem estabeleceu seus princípios. Foi o criador da teoria geral da relatividade, base dos modelos cosmológicos contemporâneos. A generalização da teoria especial da relatividade surgiu da necessidade de compatibilizá-la com a descrição da gravidade. A gravitação newtoniana fazia uso da interação à distância, instantânea, entre os corpos, enquanto que o princípio da relatividade exigia sua intermediação por campos, nos quais qualquer processo se desse à velocidade finita, não superior à velocidade da luz no vácuo. A teoria eletromagnética não só era compatível com essa exigência, como já a continha em seus fundamentos. A gravitação, no entanto, havia que ser generalizada, o que só foi possível com a generalização da própria relatividade. A teoria resultante coincide com a de Newton no limite de baixas velocidades e campos gravitacionais fracos. Por outro lado, leva a novas previsões quando

¹ Texto publicado originalmente em *Ciência & Ambiente*, Santa Maria, RS, v. 30, p. 101-109, 2005.

em presença de grandes massas ou grandes densidades, e é portanto necessária se queremos descrever a evolução do universo em larga escala.

Foi Einstein também quem propôs, em 1917, o primeiro modelo cosmológico relativístico, caracterizado por um espaço finito, porém ilimitado, no qual a matéria é distribuída uniformemente. Nesse modelo, solução das equações da relatividade geral, a densidade da matéria não varia no tempo, o que levou a seu posterior abandono, após o estabelecimento definitivo por Hubble, em 1929, do afastamento das galáxias. No entanto, o modelo de Einstein não foi apenas prototípico dos demais modelos relativistas. Através dele estabeleceu-se a possibilidade de uma definição moderna de cosmos. Pois uma definição razoável de universo – ou ao menos de um universo estático, no qual o movimento médio da matéria é nulo em larga escala, como se acreditava então – não era possível nos marcos da gravitação newtoniana. Em Newton, um universo estático era necessariamente infinito, com matéria uniformemente distribuída em todo o espaço, caso contrário colapsaria sobre si mesmo. Tal cenário continha dificuldades insolúveis, entre as quais o célebre paradoxo de Olber, segundo o qual o céu noturno de um cosmos infinito e homogêneo deveria ser totalmente luminoso.

A definição apropriada do que chamamos universo, e sua consistência com a física que temos em mãos, é condição básica para qualquer cosmologia. Essa condição era bem satisfeita, por exemplo, na cosmologia medieval, onde o cosmos era o conjunto das esferas etéreas, cada qual girando ao redor da Terra, carregando consigo os corpos celestes. A imobilidade da Terra no centro desse universo estava de acordo com a física aristotélica, segundo a qual os elementos pesados buscavam naturalmente o centro. Além disso, se a Terra se movesse, seu movimento seria perceptível em experiências simples, como soltar um peso do alto de uma torre e vê-lo cair a grande distância da mesma. Foi para dar credibilidade ao modelo heliocêntrico que Galileu desenvolveu sua nova física, onde os conceitos de inércia e de relatividade do movimento jogam um papel central. Assim, uma longa via de duas mãos foi traçada. Da cosmologia aristotélica à física galileana, a qual, aprofundada e ampliada por Newton, não admitia em si uma cosmologia consistente. E da física newtoniana à cosmologia moderna, passando pela nova física relativística.

O interesse primeiro de Einstein não era cosmológico, tendo ele percorrido um caminho inverso ao de Galileu: enquanto este se inspirou em problemas astronômicos para a construção de uma física terrestre, Einstein tinha, em primeiro lugar, interesses eminentemente físicos, que o levaram da eletrodinâmica à relatividade restrita, e desta à relatividade geral. A obtenção de um modelo cosmológico relativístico, assim como a explicação de fenômenos astronômicos antes inexplicados, como a precessão do periélio de Mercúrio, ou a predição de novos fenômenos, como a deflexão da luz de estrelas pelo Sol, foram consequências da nova teoria, cujo único laboratório à época – e o melhor ainda hoje – eram os céus, com suas grandes massas e distâncias.

Isso não significa que, na criação de sua teoria da gravitação, Einstein não tenha tido qualquer inspiração de cunho cosmológico. Ao contrário, ele foi fortemente influenciado pela crítica do físico e filósofo Ernst Mach à física newtoniana, crítica na qual um modelo de cosmos era imprescindível. Veremos a seguir que as ideias de Mach não influenciaram apenas o desenvolvimento dado por Einstein à sua nova física, mas também o primeiro modelo cosmológico de nossa era.

EINSTEIN E O PRINCÍPIO DE MACH

A grande contribuição de Galileu à defesa do modelo heliocêntrico, posta em forma final pela mecânica newtoniana, consistiu em mostrar que todo movimento uniforme é relativo. Não é possível saber, através de nenhuma experiência, se um sistema físico está em repouso ou em movimento uniforme em relação a um sistema de referência inercial. O que significa que quaisquer sistemas de referência em movimento uniforme em relação a um sistema inercial são também inerciais, e que as leis físicas devem se expressar da mesma forma em todos eles. É assim que explicamos como a pedra, solta do alto da torre, cairá ao pé da mesma, apesar de a torre, arrastada pela terra, estar em rápido movimento. Como diferentes observadores medem, para um mesmo objeto, diferentes posições e velocidades, seria o mesmo dizer que espaço e velocidade são grandezas relativas, o que conhecemos como princípio

da relatividade de Galileu (o princípio da relatividade de Einstein acabaria ainda com o caráter absoluto do tempo).

A primeira crítica que se pode fazer aqui é a respeito do conceito de sistema inercial, que não está previamente definido. Poderíamos defini-lo através da segunda lei de Newton, como aquele em que um corpo livre da ação de forças permanece em movimento uniforme. Mas para isso teríamos que definir força, ou estabelecer as condições em que um corpo é considerado livre, o que só é possível fazendo-se referência a um sistema inercial. A alternativa era simplesmente identificar os sistemas inerciais como aqueles em movimento uniforme em relação às estrelas fixas, ou distantes, identificação que, além de puramente empírica, era mera coincidência.

Outra característica da axiomática newtoniana criticada por Mach, cinco décadas antes do advento da relatividade geral, era o caráter absoluto das acelerações. Ao contrário dos movimentos uniformes, os movimentos acelerados são detectáveis através de experiências. Se no interior de um trem vemos um pêndulo em posição vertical, não saberemos dizer se o trem está em repouso ou em movimento uniforme em relação à estação. Mas, se o mesmo acelera, o pêndulo inclina-se imediatamente. Trata-se aqui do que Newton chamaria aceleração absoluta, ou seja, aceleração em relação a um sistema inercial, em contraposição à aceleração relativa. Por exemplo, se na mesma estação é outro trem que acelera, a aceleração relativa entre os dois não ocasionará qualquer efeito observável sobre o pêndulo.

Para Mach os conceitos de espaço e tempo não são mais que construções do espírito humano, construções secundárias e sempre relativas ao conceito primário de matéria. Para ele, espaço e tempo não podiam ter existência e propriedades independentes da matéria, e qualquer movimento, acelerado ou não, era portanto sempre relativo à matéria. Quando o trem acelera na estação, ele acelera em relação ao conjunto de toda a matéria do universo, considerada em seu estado médio de movimento, e o desvio do pêndulo seria consequência dessa aceleração relativa. Se o trem ao lado tivesse massa suficientemente grande, sua aceleração relativa ao primeiro ocasionaria efeito semelhante. Aí residiria, por outro lado, a explicação para a aparente coincidência entre um sistema inercial e o sistema das estrelas distantes.

Apesar de Mach não propor uma realização física concreta para suas ideias, seria natural que os efeitos inerciais advindos da aceleração relativa entre um corpo e a totalidade do universo resultasse de uma interação gravitacional (alguma correção à gravitação newtoniana?). A gravidade, além de ser de longo alcance, é universal, existindo entre quaisquer corpos. Isto daria às forças de inércia, como a força centrífuga, surgidas em sistemas de referência acelerados, uma origem gravitacional, e justificaria outra curiosa coincidência: aquela observada entre a massa inercial de um corpo, presente na segunda lei de Newton, e sua massa gravitacional, presente na lei da gravitação universal. É esta coincidência que faz massas diferentes caírem com mesma aceleração na superfície da Terra.

Não é difícil perceber a influência dessas ideias sobre Einstein, que, em 1907, teria a inspiração inicial para o desenvolvimento da teoria geral da relatividade. Seu *insight* consistiu em estabelecer uma equivalência entre sistemas uniformemente acelerados e campos gravitacionais uniformes. Considere um cosmonauta no interior de uma pequena espaçonave. Ele não poderá discernir, através de experiências mecânicas, se a espaçonave está uniformemente acelerada “para cima”, ou se se encontra em repouso em um campo gravitacional uniforme que aponta “para baixo”. A razão disto está na já referida coincidência entre as massas inercial e gravitacional, o que faz todos os corpos caírem com mesma aceleração num campo gravitacional uniforme. Einstein postulou que essa equivalência é válida para qualquer experiência física, e não apenas as mecânicas. Em seguida a generalizou para campos não uniformes, o que só foi possível através de uma formulação local: numa região suficientemente pequena do espaço, qualquer campo gravitacional é fisicamente equivalente a um campo de forças inerciais, ou seja, pode ser localmente “desligado” através de uma mudança de sistema de referência. Esse “princípio da equivalência” seria a base da relatividade geral, teoria que só viria à luz em sua forma definitiva em 1916. Do ponto de vista geométrico, dizemos que um campo gravitacional é equivalente a um espaço-tempo curvo, ao passo que o espaço-tempo plano da relatividade restrita corresponde à ausência de campo.

Inicialmente, Einstein acreditava que a nova teoria seria uma realização das ideias de Mach: se campos gravitacionais são localmente equivalentes a campos inerciais, seria o mesmo dizer que as forças de inércia, presentes em sistemas acelerados, e portanto a própria inércia, têm origem gravitacional. Entretanto, para isso faz-se necessário um modelo cosmológico adequado. Em primeiro lugar, a distribuição de matéria deve ser isotrópica, caso contrário a massa inercial de um corpo poderá depender da direção em que este é acelerado. Como não ocupamos uma posição central no universo (sequer ocupamos uma posição central em nossa própria galáxia), a distribuição da matéria deve ser isotrópica em torno de qualquer ponto, e portanto ela é também homogênea (a isso se chama princípio cosmológico).

Em segundo lugar, a matéria deve estar em repouso em relação a algum sistema localmente inercial (nos referimos ao movimento médio da matéria, tomado em escala cosmológica). Para entendermos o que isso significa, consideremos novamente nosso cosmonauta em sua pequena espaçonave, distante de qualquer corpo celeste. Com as cortinas das janelas fechadas, ele faz algumas experiências para se assegurar de que sua nave é um sistema inercial. Solta uma fruta em repouso, e, percebendo que ela acelera numa certa direção, aciona os retrofoguetes de forma a compensar o efeito. Mas nota ainda que a fruta adquire um movimento de rotação, e novamente o compensa, fazendo com que a nave gire também. Por fim consegue que a fruta permaneça em repouso, e, como sobre a mesma não age qualquer força, conclui que sua nave é agora um sistema inercial. Finalmente, abre as cortinas e observa as estrelas distantes. Segundo Mach, elas deverão estar em repouso (ou em movimento uniforme).

O modelo cosmológico de Einstein cumpre as condições acima: a matéria é distribuída de forma homogênea e isotrópica, e está em repouso num sistema de referência apropriado, que, na vizinhança de um ponto qualquer do espaço, é localmente inercial. Além disso, sendo o espaço finito (porém ilimitado, numa geometria curva isso é possível, pense, por exemplo, na superfície de um globo), o paradoxo de Olber fica naturalmente resolvido, pois o número de estrelas no céu é finito. Apesar de tudo, a recepção de Mach à teoria da relatividade, mesmo em sua forma restrita, evoluiu para uma cla-

ra rejeição. Einstein atribuiu tal atitude a uma diminuição da capacidade de compreensão do velho filósofo. Veremos que não foi necessariamente assim, e que as razões de Mach foram, provavelmente, as mesmas que levaram Einstein – e a maioria dos cosmólogos modernos – a, paulatinamente, abandonar o “princípio de Mach”.

Antes, chamemos a atenção para outro importante ingrediente do modelo. Para obter uma solução estática, Einstein foi obrigado a adicionar às equações originais da relatividade geral um novo termo, por ele denominado termo cosmológico (também conhecido por constante cosmológica). A presença desse termo fazia, ademais, com que o espaço-tempo plano, vazio de matéria, não fosse solução das equações da teoria. Para Einstein, isto indicava a impossibilidade de soluções na ausência de matéria, em acordo com as expectativas de Mach. Neste ponto, porém, ele não podia estar mais enganado.

OS NOVOS MODELOS

Suponha que você se encontre em um veículo em movimento. Se o veículo freia bruscamente, você é atirado para a frente, como se uma força real o empurrasse. Na verdade você simplesmente seguiu em movimento uniforme em relação ao referencial – aproximadamente inercial – da Terra. Mas, visto do referencial do veículo, você foi retirado do repouso por uma força inercial, a qual, segundo Mach, tem sua origem em uma interação com o conjunto do universo. Note, contudo, que essa força aparece instantaneamente, assim que os freios do veículo são acionados. Surge então uma incômoda pergunta: como as galáxias distantes “percebem”, instantaneamente, a aceleração (frenagem) do veículo? Há duas possíveis respostas. A primeira nos diz que a interação entre você e o restante do universo se dá à distância, como na teoria newtoniana. Mas isso é contraditório com os princípios da relatividade restrita, segundo os quais nenhuma informação se pode propagar com velocidade superior à da luz.

A segunda alternativa é introduzir um campo que transmita a interação entre você e as galáxias distantes. Na relatividade geral esse papel é desempenhado pelo próprio espaço (na verdade, pelo espaço-tempo). A dis-

tribuição de matéria determina a curvatura do espaço em cada ponto, curvatura que, por sua vez, determina a inércia dos corpos em movimento. Mais precisamente, a curvatura determina a trajetória (a geodésica) percorrida por um corpo “livre”, ou seja, na ausência de outras forças que não a gravidade. Foi esta a solução adotada por Einstein. Mas aqui surgem dois problemas, relacionados entre si. O primeiro é a introdução de uma entidade física, o espaço-tempo, com existência e propriedades intrínsecas, violando a concepção original de Mach sobre a primazia da matéria. O espaço-tempo já não é apenas um palco inerte onde as coisas acontecem, mas participa ele mesmo do desenrolar dos acontecimentos. Segundo, ao representar graus de liberdade independentes, a curvatura do espaço-tempo – e, portanto, a inércia dos corpos – não é determinada completa e univocamente pela distribuição de matéria.

De fato, no mesmo ano de 1917 veio à luz uma nova solução cosmológica das equações da relatividade geral, devida a de Sitter. Esse universo tinha a surpreendente propriedade de ser vazio, ou seja, de ser uma solução com ausência de matéria, porém com curvatura não nula, o que era possível devido, ironicamente, ao termo cosmológico introduzido por Einstein. Essa curvatura determina as linhas geodésicas seguidas por uma massa de prova, seu movimento inercial, apesar de não haver qualquer outra matéria nesse universo.

Einstein julgou que a solução de de Sitter, apesar de matematicamente correta, continha inconsistências físicas, devido à presença de uma singularidade, ou seja, de uma região do espaço na qual as equações da teoria se tornavam indefinidas. Mas logo ficou claro que esse problema se devia à escolha do sistema de referência utilizado. Para isso foi importante a contribuição, entre outros, do padre belga George Lemaître. Através de uma transformação adequada de coordenadas ele mostrou, em 1925, durante seu doutoramento, que o universo de de Sitter é um universo homogêneo e isotrópico em expansão, e usou em favor deste modelo as observações do afastamento das galáxias, que surgiam à época. Dois anos depois ele proporia um universo que evolui da solução estática de Einstein, com matéria e termo cosmológico, para a solução de de Sitter, na qual a matéria se encontra totalmente diluí-

da, um cenário sugerido originalmente por Eddington, em 1923. Ao mesmo tempo, entre 1922 e 1924, de forma totalmente independente, o matemático russo Alexander Friedmann apresentava soluções cosmológicas não estáticas das equações de Einstein da gravitação, nas quais o espaço se encontra em expansão. Após o estabelecimento definitivo do afastamento das galáxias, essas soluções se tornaram o paradigma da cosmologia moderna.

Apesar de pouco estudado pelos historiadores da ciência, um outro tipo de modelo, surgido várias décadas mais tarde, tornaria ainda mais claro o insucesso da relatividade geral em realizar a concepção de Mach da relatividade de todo movimento. Em 1949, o matemático Kurt Gödel demonstrou a existência de soluções cosmológicas das equações de Einstein nas quais a matéria está em rotação em relação a um sistema localmente inercial. Os sistemas inerciais não coincidem com o das estrelas distantes, cuja rotação é, neste sentido, absoluta. A solução original de Gödel era estacionária (sem expansão) e necessitava de uma constante cosmológica de sinal oposto à introduzida por Einstein. No entanto, não tardou muito para que ele demonstrasse a existência de soluções com rotação e expansão, com ou sem constante cosmológica (curiosamente, nenhuma dessas soluções foi explicitamente encontrada). Outra intrigante característica das soluções de Gödel é a possibilidade de trajetórias espaço-temporais que retornam ao instante de partida, colocando em questão nossa concepção de causalidade, tão cara a Einstein. Com exceção de um pequeno e pouco esclarecedor comentário, não sabemos como este, colega e amigo de Gödel, reagiu a tais resultados.

Para concluir, uma breve nota sobre a constante cosmológica. Após a descoberta da recessão das galáxias essa constante já não era necessária, pois foi introduzida de forma a possibilitar uma solução estática. Einstein sugere então seu abandono definitivo (ao contrário de Lemaître, que a manteve por toda a vida). O termo cosmológico está presente, contudo, nas versões mais modernas do modelo padrão de evolução do universo, presença corroborada por observações recentes. É surpreendente que o maior erro de Einstein, como teria dito ele próprio, tenha sido, afinal, mais um brilhante acerto. Mas essa é uma outra história.

REFERÊNCIAS

- EINSTEIN, Albert. *O significado da relatividade*. Coimbra: Armênio Amado Ed., 1984.
- PAIS, Abraham. “*Sutil é o Senhor...*”, *a ciência e a vida de Albert Einstein*. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1995.
- KRAGH, Helge. *Quantum Generations, A History of Physics in the Twentieth Century*. Princeton, New Jersey: Princeton University Press, 1999. Cap. 7 e 23.
- EISENSTAEDT, Jean. Lemaître and the Schwarzschild Solution. In: EARMAN, J.; JANSSEN, M.; NORTON, J. D. (Ed.). *The Attraction of Gravitation: New Studies in the History of General Relativity*. Boston: Birkhäuser, [1993]. p. 353-389.
- GÖDEL, Kurt. A Remark About the Relationship Between Relativity Theory and Idealistic Philosophy. In: SCHILPP, P. A. (Ed.). *Albert Einstein, Philosopher-Scientist*. La Salle, Illinois: Open Court, 1949. p. 555-562.
- EINSTEIN, Albert. *Einstein's reply*. In: SCHILPP, P. A. (Ed.). *Albert Einstein, Philosopher-Scientist*. La Salle, Illinois: Open Court, 1949. p. 684-688.

O DESVIO PARA O VERMELHO REVISITADO¹

André Koch Torres Assis
Marcos Cesar Danhoni Neves

INTRODUÇÃO

A origem do desvio para o vermelho das fontes estelares, galáxias e quasares tem sido discutida há muito tempo. A maioria dos trabalhos neste tema interpretou o fenômeno do desvio para o vermelho como sendo um efeito Doppler associado com a recessão das fontes (principalmente galáxias). Esta interpretação leva diretamente à ideia do estrondão (*big bang*),² já que a maioria das galáxias apresenta um desvio para o vermelho, sendo

1 Homenagem: Este artigo é uma homenagem a Fernando Bunchaft (1924-2001), quando se completam dez anos de seu falecimento. Ele sempre foi um pesquisador fascinado pelos fundamentos da física. Agradecemos aos Profs. Saulo Carneiro e Olival Freire pelo convite para participarmos desta homenagem e pela liberdade que nos concederam na escolha do tema deste artigo. O texto é a tradução do artigo *The redshift revisited*, de A. K. T. Assis e M. C. D. Neves, publicado no volume 227 da *Astrophysics and Space Science*, em 1995. Ele também foi publicado em inglês em *Plasma Astrophysics and Cosmology*, editado por A. L. Peratt e publicado pela Kluwer Academic Publishers, de Dordrecht, em 1995.

2 Nesta versão em português deste artigo estamos traduzindo a expressão inglesa *big bang* por *estrondão*, seguindo a sugestão de Soares (2002). O termo *big bang* foi criado por um dos mais ácidos críticos desta teoria, o Prof. Fred Hoyle (1915-2001), ao referir-se jocosamente, durante um programa radiofônico da BBC, à ideia de um universo “explosivo.” A tradução usualmente utilizada, *grande explosão*, é insatisfatória por trair o espírito com que o termo foi cunhado.

que apenas poucas delas localizadas em nossas proximidades apresentam um desvio para o azul.

Neste artigo discutimos ideias apresentadas em alguns trabalhos recentes Reber (1986), Arp (1987) e Assis (1992) que mostram uma interpretação alternativa que também é consistente com os dados observacionais. Apresentamos, além disso, uma análise histórica do tema, citando vozes discordantes em relação a este paradigma do estrondão.

VISÕES DIFERENTES SOBRE A HISTÓRIA DA COSMOLOGIA MODERNA

Stephen G. Brush, no interessante artigo *Como a cosmologia tornou-se uma ciência*, faz uma análise histórica de dois modelos da cosmologia moderna: o estrondão e a teoria do estado estacionário (*steady state theory*), de Hoyle, Narlikar e Gould. (BRUSH, 1992) De acordo com ele, a descoberta da radiação cósmica de fundo, RCF, em 1965, foi o fator decisivo a favor do modelo cosmológico padrão do estrondão contra a teoria do estado estacionário. O espectro da radiação cósmica de fundo foi encontrado como sendo equivalente ao espectro de um corpo negro com uma temperatura característica de 2,7 K. Como a teoria do estado estacionário não previu esta temperatura, enquanto que o estrondão a havia previsto, a descoberta teria resolvido a questão em favor do estrondão, de acordo com Brush.

Os personagens principais na história de Brush são Gamow e seus colaboradores, Alpher e Herman, que haviam previsto o valor correto da temperatura do espaço antes da descoberta de Penzias e Wilson. Ele menciona brevemente o trabalho de A. Eddington, escrito em 1926, no qual ele estimou a temperatura do espaço interestelar como sendo de 3,2 K. (EDDINGTON, 1988b, p. 371) Embora esse trabalho tenha surgido muito antes das estimativas de Gamow feitas no período entre 1949 e 1961, ele tinha um problema, pelo menos de acordo com Brush (1992), a saber: “Eddington não propôs um procedimento específico para testar sua previsão.” Mais adiante retornaremos a este ponto.

Além de Eddington e os trabalhos de Gamow e colaboradores, assim como o trabalho de Dicke e Hoyle, Brush só considera o trabalho de Andrew

Mackellar, que utilizou os níveis de excitação da molécula de cianogênio (CN) no espaço intergaláctico para estimar a temperatura do meio intergaláctico. Neste trabalho notável ele obteve o valor de 2,3 K, em 1941, sem a conjectura do estrondão.

Enfatizamos aqui o artigo de Brush, não apenas devido à sua importância no campo da história da cosmologia moderna, mas também devido ao seu impacto nas percepções populares; por exemplo, seus artigos publicados na *Scientific American*. Mas seu trabalho é similar às declarações encontradas em quase todos os livros didáticos sobre este assunto. Nosso artigo, ao contrário, discute uma linha de desenvolvimento da história da radiação cósmica de fundo que é usualmente desprezada pela maioria dos autores.

UMA TEORIA DO ESTADO ESTACIONÁRIO SEM EXPANSÃO E SEM CRIAÇÃO CONTÍNUA DE MATÉRIA

O artigo de Brush e o trabalho da maioria dos cosmólogos compara usualmente apenas dois modelos do universo: o modelo do estrondão e a teoria do estado estacionário de Hoyle, Bondi e Gold. Estes dois modelos possuem um aspecto importante em comum: ambos aceitam a interpretação do desvio para o vermelho cosmológico como sendo devido a um efeito Doppler. Logo, estas duas teorias aceitam a expansão do universo sem questionamentos adicionais. Contudo, existe um terceiro modelo do universo, desenvolvido no século XX por cientistas tais como Regener, Nernst (o pai da terceira lei da termodinâmica), Finlay-Freundlich e os Prêmios Nobel Max Born e Louis de Broglie. Infelizmente, este terceiro modelo é sempre desprezado nos livros didáticos e é virtualmente desconhecido dos físicos e astrofísicos da atualidade. É o trabalho destes cientistas notáveis que queremos resgatar.

O modelo desenvolvido por estes autores tem em comum uma interpretação do desvio para o vermelho cosmológico como sendo devido a algum tipo de interação do fóton em sua jornada desde uma galáxia distante até a Terra. Estas explicações são chamadas usualmente de teorias da “luz cansada”. Porém, em geral é pouco conhecido que estes autores previram o valor correto das características de temperatura da radiação cósmica de fundo

antes do trabalho de Gamow e de seus colaboradores. Isto significa que a descoberta de Penzias e Wilson não pode ser considerada decisiva em favor do estrondão, já que existia um modelo alternativo que também previu o valor correto da temperatura.

Em primeiro lugar, vamos analisar o livro de 1926 de Eddington, (1988b). O aspecto notável da temperatura do espaço interestelar como 3,2 K é que ela é devida, de acordo com ele, ao campo de radiação total emitida pelas fontes estelares sendo contrabalançada pela radiação incidente sobre elas e sendo absorvida por elas. Isto é típico de uma situação de equilíbrio. Além do mais, ele utilizou a lei de Stephan-Boltzmann, de acordo com a qual o fluxo total F emitido por um corpo negro é dado por

$$F = \sigma T^4, \quad (1)$$

na qual σ é a constante de Stephan-Boltzmann ($\sigma = 5,67 \times 10^{-8} \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-4}$).

Mais tarde, Eddington (1988a) mudou seus pontos de vista cosmológicos e aceitou a ideia de um universo em expansão (ele escreveu até mesmo o livro *O Universo em Expansão*, em 1933). Mas pelo menos sua previsão de 1926, de uma temperatura de 3,2 K, não foi baseada em um universo em expansão.

A utilização da lei de Stephan-Boltzmann, característica de um espectro de corpo negro, é um elemento extremamente importante nos trabalhos de Regener (1933), Nernst (1937) e Finlay-Freundlich (1954).

Em 1933, Regener, (1933) – com tradução para a língua inglesa em (1995), analisando a energia dos raios cósmicos chegando à Terra, escreveu:³

Um corpo celeste que possui as dimensões apropriadas para absorver a radiação cósmica [...] é aquecido por meio desta radiação cósmica. O aquecimento resulta ser

3 Ein Himmelskörper, der die zur Absorption der Ultrastrahlung notwendige Dimension hat [...] wird sich durch die Ultrastrahlung erwärmen. Die Erwärmung wird proportional der zugestrahnten Ultrastrahlungsenergie S_U und der Oberfläche O sein. Er wird so lange erwärmen, bis die emittierte Wärmestrahlung, bei schwarzer Strahlung also σT^4 , ebensogross geworden ist. Es ergibt sich die Endtemperatur $T = \sqrt[4]{S_U/O}$. Das gibt nach Einsetzung der Zahlenwerte 2.8 K.

proporcional à energia S_U da radiação cósmica e à superfície O [do corpo]. Ele é aquecido até o ponto em que emite a mesma quantidade de radiação térmica, que é igual a σT^4 para uma radiação de corpo negro. A temperatura final é determinada por $T = \sqrt[4]{S_U / U}$. Isto fornece 2,8 K após inserir os valores numéricos.

Ao seguir este trabalho, Nernst apresentou um artigo notável em 1937 (com tradução para a língua inglesa em 1995). Nernst acreditava em um universo estacionário. Fazendo referência ao trabalho de Regener, comentou:⁴ “No trabalho importante de Regener citado acima encontra-se o fato de que, no universo, um corpo celeste que absorve radiação cósmica tem de ser aquecido até a temperatura de 2,8 K.”

Nernst, utilizando o trabalho de Regener, defendeu um modelo de um universo espacialmente infinito, homogêneo em larga escala e sem expansão. Ele sugeriu uma equação para explicar a absorção da luz pela poeira cósmica ou por algo similar, devido a uma diminuição da energia luminosa de cada quantum de luz, a qual resultaria em um avermelhamento do fóton:

$$-d(h\nu) = H(h\nu)dt \quad (2)$$

na qual h é a constante de Planck ($h = 6,6 \times 10^{-34} \text{Js}$), ν é a frequência da luz e H é a constante de Hubble. Uma de suas conclusões neste artigo é a de que o desvio para o vermelho cosmológico não é devido a um efeito Doppler.

Em 1954, Finlay-Freundlich discutiu o desvio para o vermelho das linhas espectrais das estrelas B e O pertencentes ao grupo da Nebulosa de Orion. Ele analisou a influência do potencial gravitacional sobre os resultados dos desvios para o vermelho observados. Resumiu seus resultados para as estrelas B afirmando: “As estrelas B na nebulosa de Orion mostram um desvio para o vermelho sistemático em relação às linhas na nebulosa que chegam a pelo menos + 10 km/s. Este valor é maior, por um fator da ordem de dez, do que o desvio para o vermelho previsto pela teoria da relatividade.”

4 In der soeben erwähnten wichtigen Arbeit von Regener findet sich die Angabe, dass im Universum ein die Kosmische Strahlung absorbierender Körper sich bis auf 2,8° abs. erwärmen müsste.

Freundlich encontrou, para as estrelas *O*, que os desvios para o vermelho eram de aproximadamente + 18 km/s. Analisando sistemas de estrelas binárias, encontrou desvios para o vermelho maiores, por um fator de 10 ou 20, do que os valores previstos pela relatividade geral (desvio para o vermelho gravitacional). Disse o seguinte sobre este fato:

É muito improvável que eles sejam produzidos por um movimento sistemático das estrelas na nebulosa de Orion em relação à própria nebulosa, ou por um movimento sistemático das estrelas *O* em relação às estrelas *B* no mesmo aglomerado. [...] Vemos assim que os grandes valores dos desvios para o vermelho revelam um efeito físico que não pode ser interpretado como um deslocamento gravitacional nem como um efeito de recessão real.

Ao tentar interpretar os desvios para o vermelho observados, Freundlich (1954) sugeriu uma hipótese interessante:

Proponho introduzir como uma hipótese adicional que a luz, ao atravessar camadas espessas de um intenso campo de radiação, perde energia – talvez devido a uma interação fóton-fóton – e que a energia perdida é proporcional tanto à densidade do campo de radiação quanto ao comprimento da trajetória da luz através do campo de radiação.

Desta forma, Freundlich apresenta uma fórmula para explicar estes desvios para o vermelho:

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = -AT^4\ell, \quad (3)$$

na qual $\Delta\nu$ é a mudança na frequência da linha espectral, ν é a frequência original, A é uma constante, T é a temperatura do campo de radiação e ℓ é o comprimento percorrido pela luz através do campo de radiação. A constante A é obtida quando temos $\ell=10^7\text{cm}$, $\frac{\Delta\nu}{\nu}=-3,3 \times 10^{-5}K$ e $T=20.000K$ para a temperatura de uma estrela *B*. Portanto, o valor de A é $2 \times 10^{-29}K^{-4}cm^{-1}$.

Freundlich aplica sua fórmula para a explicação do desvio para o vermelho do Sol, das estrelas *A*, das estrelas *M* supergigantes, para as estrelas Wolf-Rayet, e para as anãs brancas, com grande sucesso.

Com estes resultados, Freundlich comparou o desvio para o vermelho cosmológico e os desvios para o vermelho estelares (por exemplo, das estrelas *B*). Aplicou então sua fórmula para o desvio para o vermelho cosmológico. Em sua análise, Freundlich deduziu uma temperatura de corpo negro para o espaço intergaláctico. Os dois valores extremos obtidos pela fórmula de Freundlich para a temperatura média do espaço intergaláctico foram $T = 1,9K$ e $T = 6,0K$.

Finlay-Freundlich (1954) concluiu seu artigo escrevendo:

Portanto, podemos ter de encarar que o desvio para o vermelho cosmológico não é devido a um universo em expansão, mas sim devido a uma perda da energia sofrida pela luz nas distâncias imensas de espaço que ela tem de percorrer ao vir até nós a partir dos sistemas estelares mais distantes. O fato de que o espaço intergaláctico não é completamente vazio é indicado pela descoberta de Stebbins e Whitford (1948) de que o desvio para o vermelho é acompanhado de um simultâneo avermelhamento adicional inexplicável. Assim, a luz tem de estar exposta a algum tipo de interação com a matéria e com a radiação presentes no espaço intergaláctico.

PREVISÕES DIFERENTES DE GAMOW PARA A TEMPERATURA DA RADIAÇÃO CÓSMICA DE FUNDO

Em seu artigo, Finlay-Freundlich cita o artigo de 1953 de Gamow com uma temperatura de 7 K, um valor obtido a partir de considerações termodinâmicas, para a temperatura média do espaço intergaláctico. Freundlich não mencionou o artigo de Alpher e Herman de 1949. Estes autores, colaboradores de Gamow, escreveram:

[...] (a densidade atual da radiação, $\rho_r=10^{-32}\text{g/cm}^3$) corresponde a uma temperatura hoje em dia da ordem de 5 K. Esta temperatura média para o universo é para ser interpretada como a temperatura de fundo que resultaria apenas da expansão. Contudo, a energia térmica resultante da produção de energia nuclear nas estrelas aumentaria este valor. (ALPHER; HERMAN, 1949)

Assim, de acordo com estes autores, a temperatura característica desta radiação deve ser de **pelo menos 5 K**.

Em 1961 Gamow publicou uma edição revisada de seu livro popular, *A Criação do Universo*. Este é o último trabalho de Gamow conhecido por nós no qual discutiu a temperatura do espaço interestelar antes da descoberta da radiação cósmica de fundo por Penzias e Wilson, em 1965. Ele menciona a temperatura da radiação cósmica de fundo em apenas um local neste livro. Vamos citar estes parágrafos importantes em sua totalidade (GAMOW, 1961, p. 42-43, grifo nosso):

A relação estabelecida anteriormente entre o valor da constante de Hubble e a densidade média do universo nos permite derivar uma expressão simples que nos fornece a temperatura durante os estágios iniciais da expansão como função do tempo decorrido a partir do momento da compressão máxima. Expressando este tempo em segundos e a temperatura em graus (ver o Apêndice, páginas 142-43), temos:

$$\text{temperatura} = 1,5 \times 10^{10} / [\text{tempo}]^{1/2}$$

Assim, quando o universo tinha a idade de 1 segundo, 1 ano, e 1 milhão de anos, sua temperatura era de 15 bilhões, 3 milhões, e 3 mil graus absolutos [K], respectivamente. Inserindo a idade atual do universo ($T=10^{17}$ segundos) nesta fórmula, obtemos:

$$T_{\text{atual}} = 50K$$

a qual está razoavelmente de acordo com a temperatura atual do espaço interestelar. Sim, nosso universo levou algum tempo para esfriar desde o calor borbulhante dos dias iniciais até o frio congelante de hoje em dia!

Enquanto que a teoria fornece uma expressão exata para a temperatura no universo em expansão, ela fornece apenas uma expressão com um fator desconhecido para a densidade de matéria, de fato, pode-se provar que (ver o Apêndice):

$$[\text{densidade de matéria}] = \text{constante}/[\text{tempo}]^{3/2}$$

Vemos no Capítulo III que o valor desta constante pode ser obtido a partir da teoria da origem das espécies atômicas.

Este valor de 50 K é, obviamente, muito diferente do valor obtido por Penzias e Wilson em 1965, a saber, $T = (3,5 \pm 1,0)K$. Uma curva mostrando as estimativas da temperatura do espaço cósmico ano por ano, feitas por Gamow e colaboradores, diverge do valor finalmente medido em 1965. Na Figura 1 apresentamos um gráfico, em ordem cronológica, das previsões baseadas em um universo que não está se expandindo, de acordo com Eddington (1926), Regener (1933), Nernst (1937) e Finlay-Freundlich (1954).

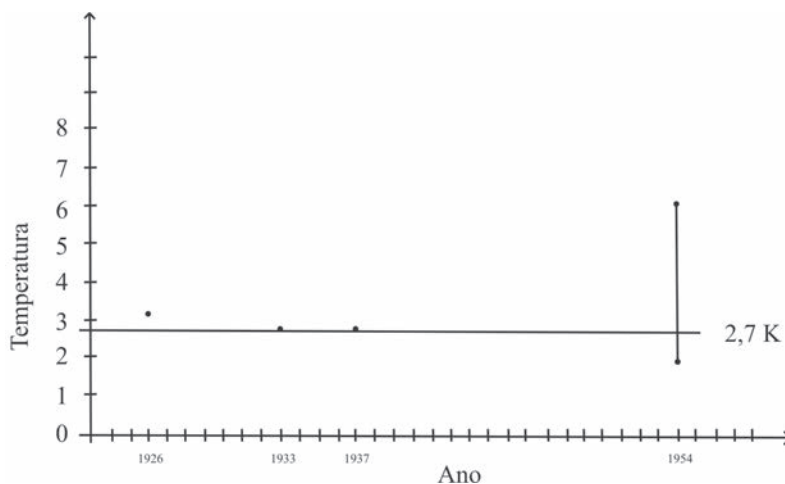


Figura 1 – Previsões da temperatura da radiação cósmica de fundo baseadas em um universo em equilíbrio dinâmico sem expansão (para resumir, chamado aqui de universo estacionário): Eddington, 1933 [ver [Edd88b]] ($T = 3,2 K$); Regener, 1933 ($T = 2,8 K$); Nernst, 1937 ($T = 2,8 K$); e Finlay-Freundlich, 1954 ($1,9K \leq T \leq 6,0K$). Também é mostrado o conhecido resultado observacional de 2,7 K.

Na Figura 2 apresentamos, em ordem cronológica, as previsões da temperatura da radiação cósmica de fundo de acordo com Gamow e colaboradores.

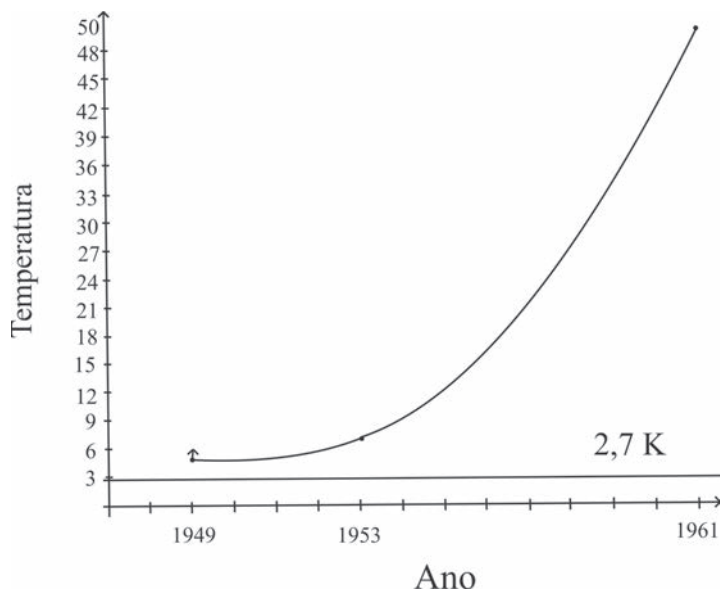


Figura 2 – Previsões do valor atual da temperatura da radiação cósmica de fundo de acordo com Gamow e colaboradores (1949: $T \geq 5$ K, 1953: $T = 7$ K, 1961: $T = 50$ K). Também é apresentado o valor observacional de 2,7 K.

Estes dados estão reunidos na Tabela 1.

Tabela 1 – Previsões da temperatura da radiação cósmica de fundo de acordo com modelos diferentes do universo e de acordo com diferentes autores

Ano	Universo estacionário	Estrondão	Temperatura
1926	Eddington		3,2 K
1933	Regener		2,8 K
1937	Nersnt		2,8 K
1949		Alpher e Herman	$T \geq 5$ K
1953		Gamow	7 K
1954	Finlay-Freundlich		$1,9 \text{ K} \leq T \leq 6,0 \text{ K}$
1961		Gamow	50 K

É relevante lembrar aqui uma carta enviada por Gamow para Arno Penzias, em 1965 (que curiosamente foi datada de 1963). Esta carta está reproduzida no artigo de Penzias (1972), intitulado *Cosmologia e astronomia de microondas*. Reproduzimos esta carta aqui:

“29 de setembro de 1963

Prezado Dr. Penzias,

Obrigado por me enviar seu artigo sobre a radiação de 3 K. Ele está muito bem escrito, exceto pela “história inicial” que não está “bem completa.” A teoria daquilo que é conhecido hoje em dia como a “bola de fogo original” (*primeval fireball*) foi inicialmente desenvolvida por mim em 1946 (Phys. Rev. 70, 572, 1946; 74, 505, 1948; Nature 162, 680, 1948). A previsão do valor numérico da temperatura atual (residual) pode ser encontrada no artigo de Alpher & Herman (Phys. Rev. 75, 1093, 1949) que a estimaram como 5 K, e no meu artigo (KongDansk. Ved. Sels 27 n° 10, 1953) com a estimativa de 7 K. Mesmo no meu livro popular *Criação do Universo (Creation of the Universe)* (Viking 1952) você pode achar (na página 42) a fórmula $T = 1,5 \times 10^{10} / t^{1/2}$ K, e o limite superior de 50 K. Assim, você vê que o mundo não começou com o onipotente Dicke.

Sinceramente,

G. Gamow”

Esta carta, como vimos, não corresponde aos fatos verdadeiros. Gamow, na edição revisada de seu livro de 1952, publicado em 1961, calculou uma temperatura **igual a 50 K**. Assim, Gamow não estimou em seu trabalho um **limite superior** de 50 K.

A cronologia das previsões da temperatura da radiação cósmica de fundo sugere uma história diferente do que aquela apresentada nos livros didáticos de cosmologia e nos artigos escritos sobre cosmologia.

Com respeito a isto, citamos uma outra parte do artigo de Penzias (1972):

Está além do escopo desta contribuição comparar as várias explicações teóricas da [temperatura] de 3 K. Apesar disto, a reivindicação única da teoria do universo em

expansão quente (*hot evolving universe theory*) é que ela previu a radiação de fundo antes do fato [isto é, antes de sua confirmação observacional]. No 4º Simpósio “Texas” de Astrofísica Relativística, George Gamow era o presidente da sessão sobre Radiação de Fundo de Microondas. Ele terminou suas observações com um comentário que, pelo melhor de minhas lembranças, foi assim: ‘Se eu perco um níquel [moeda de cinco centavos de dólar], e alguém encontra um níquel, não posso provar que é o meu níquel. Contudo, perdi um níquel exatamente onde encontraram um níquel.’ O aplauso foi alto e longo.

Contudo, Gamow não perdeu uma única moeda, mas muitas delas. Além do mais, estas moedas tinham valores diferentes, em uma série diferente em relação ao valor correto que foi encontrado em uma data posterior. É ainda mais notável que outras pessoas perderam níqueis muito mais próximos de onde eles foram encontrados posteriormente, e em uma data anterior àquela de Gamow!

DISCUSSÃO E CONCLUSÃO

Dois outros autores importantes no assunto de um universo sem expansão são Max Born (1954) e Louis de Broglie (1966). Max Born mostrou que a teoria de Finlay-Freundlich (colisões de fóton-fóton como sendo a causa do desvio para o vermelho) era cientificamente razoável. Ao discutir o desvio para o vermelho cosmológico em seu artigo, Max Born fez uma previsão notável: “Assim, o desvio para o vermelho está ligado com a radioastronomia.” Isto foi escrito onze anos antes da descoberta da radiação cósmica de fundo por Penzias e Wilson (1965), utilizando uma antena refletora no formato de chifre (*horn reflector antenna*) construída para estudar a radioastronomia.

Apesar deste fato, Max Born nunca afirmou, pelo melhor que conhecemos, que ele não acreditava em um universo em expansão. Mas ele não se sentia confortável com a teoria do estrondão, como indicado pelas seguintes citações de seu livro *Teoria da Relatividade de Einstein* (1962, p. 369):

O leitor pode ficar com a impressão que a cosmologia moderna afastou-se da sensata trajetória empírica para uma região selvagem na qual podem ser feitas afirmações sem ter medo da confirmação observacional. Na verdade, isto pode ser dito das teorias que acabamos de resumir, particularmente pelo fato de que a sensação misturada de admiração e de ligeiro desgosto que elas produzem é ampliada pela segurança quase fanática com a qual elas são apresentadas por seus autores. Infelizmente, mas bem naturalmente, esta situação tem sido utilizada por ideologias diferentes para apresentar uma destas teorias como uma confirmação de seus dogmas e para anatematizar [amaldiçoar] as outras teorias.

Pontos de vista deste tipo, apresentados como dogmas, são alheios ao espírito da ciência, e cada um deles pode ser refutado mostrando que ele não leva em conta todos os aspectos. Aqueles que acham bem vinda a idéia de um 'início' se esquecem de que tudo o que pode ser dito com segurança é que este [início] é um estado de alta densidade da matéria bem diferente da distribuição de estrelas isoladas conhecida por nós; pode-se duvidar que sejam aplicáveis neste estado as noções de espaço e tempo, já que estas noções estão intimamente relacionadas ao sistema de estrelas espalhadas. O 'início' refere-se apenas à nossa habilidade em descrever o estado das coisas em termos de conceitos com os quais já estamos acostumados. Não é uma questão científica saber se houve uma criação a partir do nada, mas um assunto de crença e que está além da experiência, como sabiam os antigos filósofos e teólogos como Tomás de Aquino.

Louis de Broglie defendeu um “envelhecimento do fóton” devido a uma perda contínua de energia pelo fóton. Uma discussão mais detalhada sobre estes dois autores pode ser encontrada em Assis (1992, 1993).

Neste artigo, apresentamos uma outra visão da história da cosmologia; uma visão que é muito diferente daquela apresentada por Brush. Enfatizamos o fato de que existe uma quantidade muito grande de pesquisa, realizada por vários físicos notáveis, que é crítica em relação à explicação dos desvios para o vermelho cosmológicos como sendo devidos a um efeito Doppler. Também deve ser enfatizado que existem vários artigos sobre o tópico das observa-

ções de desvios para o vermelho anômalos (ver, por exemplo, Reber (1981), com uma lista de 772 desvios para o vermelho não triviais). Os desvios para o vermelho anômalos não podem ser explicados facilmente com o modelo Doppler. Mas se o desvio para o vermelho cosmológico não é devido a um efeito Doppler, qual é sua origem?

Finlay-Freundlich acreditava em uma interação fóton-fóton ocorrendo nos intensos campos de radiação das estrelas. Marmet acredita em um desvio para o vermelho produzido por colisões inelásticas de fótons com átomos e moléculas. Reber e Kierein sugeriram o efeito Compton (interação fóton-elétron). Vigier e Monti propuseram a resistividade do meio intergaláctico. Arp acredita em um efeito devido à idade dos corpos celestes. Para uma discussão adicional destes modelos, com referências, ver Assis (1992, 1993).

Com respeito ao efeito Compton (espalhamento de fótons por elétrons livres), é conhecida a variação do comprimento de onda do fóton dada por:

$$\lambda - \lambda_0 = \frac{h}{mc} (1 - \cos \theta),$$

na qual λ é o comprimento de onda do fóton espalhado, λ_0 é o comprimento de onda do fóton incidente, h é a constante de Planck, m é a massa do elétron, c é a velocidade da luz e θ é o ângulo entre o fóton incidente e o fóton espalhado.

Portanto, se o desvio para o vermelho cosmológico é devido a um efeito Compton, teríamos para cada interação a seguinte contribuição do desvio para o vermelho:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{1}{\lambda} \frac{h}{mc} (1 - \cos \theta).$$

As constantes h , m e c não dependem de λ . Portanto, concluímos que o desvio para o vermelho cosmológico deveria ser proporcional a $1/\lambda$, mas isto não é observado. De fato, a constante de Hubble parece ser independente do comprimento de onda. Logo, parece improvável que o desvio para o vermelho cosmológico seja devido a um efeito Compton.⁵

5 Uma discussão mais detalhada deste ponto encontra-se em Neves e Assis (1995).

Qual é o mecanismo real que produz os valores observados para o desvio para o vermelho cosmológico? Esta questão continua a ser um grande mistério. Uma possível resposta pode surgir no futuro a partir de um modelo de universo estacionário sem expansão.

Concluimos este artigo com três citações feitas por Hubble, como dadas por Reber (1986):⁶

A luz *pode* perder energia durante a sua jornada através do espaço, mas, se assim for, ainda não sabemos como a perda pode ser explicada.

As características perturbadoras são introduzidas pelos fatores de recessão, pela suposição de que os desvios para o vermelho são desvios de velocidade. A divergência de uma relação linear dos desvios para o vermelho, a divergência de uma distribuição uniforme, a curvatura necessária para restaurar a homogeneidade, a matéria excessiva requerida pela curvatura, cada um destes é meramente o fator de recessão em outra forma. Estes elementos identificam um único modelo entre o rol de mundos em expansão, e, neste modelo, as restrições na escala de tempo, a limitação das dimensões espaciais, a quantidade de matéria não observada, é, cada um, equivalente ao fator de recessão.

Por outro lado, se o fator de recessão é eliminado, se os desvios para o vermelho não são primariamente desvios de velocidades, o quadro é simples e plausível. Não existe evidência da expansão e não existe restrição da escala de tempo, nenhum traço de curvatura espacial, e nenhuma limitação das dimensões espaciais.

Parecemos encarar, como uma vez nos dias de Copérnico, a escolha entre um universo pequeno e finito, e um universo indefinidamente grande, mais um novo princípio da natureza.

6 Traduções tiradas de Assis, Neves e Soares (2008).

AGRADECIMENTO

A. K. T. A. deseja agradecer à FAPESP, FAEP (Unicamp) e CNPq (Brasil) pelo auxílio financeiro nos últimos anos. M. C. D. N. deseja agradecer ao DFI, PPG (Universidade Estadual de Maringá) e ao Comitê Organizador do Segundo Workshop Internacional IEEE em Astrofísica e Cosmologia pelo auxílio financeiro. Os autores agradecem ao Prof. Emil Wolf por sugestões importantes relacionadas à primeira versão deste artigo.

REFERÊNCIAS

- ALPHER, R. A.; HERMAN, R. C. Remarks on the evolution of the expanding universe. *Physical Review*, n. 75, p. 1089-1095, 1949.
- ARP, H. *Quasars, Redshifts and Controversies*. Berkeley: Interstellar Media, 1987.
- ASSIS, A. K. T.; NEVES, M. C. D. The redshift revisited. *Astrophysics and Space Science*. n. 227, p. 13-24, 1995. Este artigo também foi publicado em PERALT, A. L. (Ed.). *Plasma Astrophysics and Cosmology*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1995. p. 13-24.
- ASSIS, A. K. T.; NEVES, M. C. D.; SOARES, D. S. L. A cosmologia de Hubble: De um universo finito em expansão a um universo infinito no espaço e no tempo. In: NEVES, M. C. D.; SILVA, J. A. P. (Ed.). *Evoluções e revoluções: o mundo em transição*. Maringá: Editora Massoni: LCV Edições, 2008. p. 199-221.
- ASSIS, A. K. T. On Hubble's law of redshift, Olbers' paradox and the cosmic background radiation. *Apeiron*, n. 12, p. 10-16, 1992.
- _____. A steady-state cosmology. In: ARP, H. C.; KEYS, C. R.; RUDNICKI, K. (Ed.). *Progress in New Cosmologies: Beyond the Big Bang*. New York: Plenum Press, 1993. p. 153-167.
- BORN, M. On the interpretation of Freundlich's red-shift formula. *Proceedings of the Physical Society A*, n. 67, p. 193-194, 1954.
- _____. *Einstein's Theory of Relativity*. New York: Dover, 1962.
- BRUSH, S. G. How cosmology became a science. *Scientific American*, n. 267, p. 62-70, 1992.
- BROGLIE, L. de Sur le déplacement des raies émises par un objet astronomique lointain. *Comptes Rendues de l'Academie des Sciences de Paris*, n. 263, p. 589-592, 1966.

- EDDINGTON, A. S. *The Expanding Universe*. Cambridge: Cambridge University Press, 1988a. Reimpressão da edição de 1933.
- _____. *The Internal Constitution of the Stars*. Cambridge: Cambridge University Press, 1988b. Reimpressão da edição de 1926.
- FINLAY-FREUNDLICH, E. Red-shifts in the spectra of celestial bodies. *Proceedings of the Physical Society A*, n. 67, p. 192-193, 1954.
- GAMOW, G. *The Creation of the Universe*. New York: Viking Press, [Revised edition], 1961.
- NEVES, M. C. D.; ASSIS, A. K. T. The Compton effect as an explanation for the cosmological redshift. *Quarterly Journal of the Royal Astronomical Society*, n. 36, p. 279-280, 1995.
- NERNST, W. Weitere Prüfung der Annahme eines stationären Zustandes im Weltall. *Zeitschrift für Physik*, n. 106, p. 633-661, 1937.
- _____. Further investigation of the stationary universe hypothesis. *Apeiron*, n. 2, p. 58-71, 1995.
- PENZIAS, A. A. Cosmology and microwave astronomy. In: REINES, F. (Ed.). *Cosmology, Fusion & Other Matters*. Boulder: Colorado Associated University Press, 1972. p. 29-47.
- PENZIAS, A. A.; WILSON, R. W. A measurement of excess antenna temperature at 4080 Mc/s. *Astrophysical Journal*, n. 142, p. 419-421, 1965.
- REBOUL, K. J. Untrivial red shifts: A bibliographical catalogue. *Astronomy and Astrophysics*, n. 45, p. 129-144, 1981.
- REBER, G. Intergalactic plasma. *IEEE Transactions on Plasma Science*, PS-14, p. 678-682, 1986.
- REGENER, E. Der Energiestrom der Ultrastrahlung. *Zeitschrift für Physik*, n. 80, p. 666-669, 1933.
- _____. The energy flux of cosmic rays. *Apeiron*, n. 2, p. 85-86, 1995.
- SOARES, D. S. L. A tradução de *Big Bang*. 2002. Disponível em: <<http://www.fisica.ufmg.br/~dsoares/>>. Acesso em: 04 mar. 2013.

SISTEMAS DINÂMICOS NA MECÂNICA CLÁSSICA: ASPECTOS HISTÓRICOS E CONCEITUAIS

*Suani Tavares Rubim de Pinho
Mayane Leite da Nóbrega*

INTRODUÇÃO

As primeiras contribuições na Mecânica remontam à época de Arquimedes (287-212 a.C.). Posteriormente, nomes como Johannes Kepler (1561-1730), Galileu Galilei (1564-1642), Isaac Newton (1643-1727), Leonhard Euler (1707-1783), Jean D'Alembert (1717-1783), Joseph-Louis Lagrange (1736-1813), Pierre Simon Laplace (1749-1827), Siméon Denis Poisson (1781-1840), William Rowan Hamilton (1805-1865), dentre outros, deram grandes contribuições nesta área. De acordo com Abraham e Marsden (1966), a Mecânica se inicia com uma longa tradição em investigação qualitativa culminando com Kepler e Galileu, seguido de um período de teoria quantitativa que vai de aproximadamente 1687 até 1889, quando Henri Poincaré ganha o prêmio oferecido pelo Rei Oscar II da Suécia para quem resolvesse o problema da Mecânica Celeste que ficou conhecido como “o problema dos três corpos”.

O problema dos três corpos tinha o objetivo de estudar o movimento de três corpos de massas arbitrárias por ação exclusiva da força de atração

gravitacional entre cada par de corpos. Este problema surgiu com o estudo do movimento dos planetas. Por exemplo, o sistema Sol-Terra-Lua pode ser considerado um caso particular do problema dos três corpos se desprezarmos o efeito dos outros planetas neste sistema. Este problema ficou assim conhecido em 1747 com Jean d'Alembert. Na interpretação clássica, resolver o problema dos três corpos consistia em obter uma expressão para a posição de cada corpo num instante t arbitrário, dadas as massas dos corpos e suas velocidades num instante inicial.

O problema dos três corpos foi formalizado no período de investigação quantitativa e é recorrente no trabalho de figuras importantes da época, já mencionados anteriormente, tais como Laplace (1773), Lagrange (1776), Poisson (1809) e Dirichlet (1858), em que todos buscavam provar que o universo era estável. (ABRAHAM; MARSDEN, 1966) De acordo com Cajori (2007), este problema havia sido tratado de várias formas desde o tempo de Lagrange, de modo que o interesse teórico nas formas lagrangiana e hamiltoniana aumentou. Poincaré, motivado pela premiação oferecida pelo Rei Oscar II, apresentou solução para o problema em 1882, vindo a receber o prêmio em 1889.

O trabalho científico de Poincaré (apud AUBIN; DALMEDICO, 2002) articula quatro importantes temas: (1) a teoria qualitativa das equações diferenciais; (2) o estudo da estabilidade global das trajetórias; (3) a noção de bifurcação junto com o estudo das famílias de sistemas dinâmicos que dependem de um parâmetro; (4) a introdução de conceitos probabilísticos na dinâmica, com respeito à teoria ergódica. Desta forma, Poincaré ressuscitou a investigação qualitativa acompanhada por novos métodos matemáticos. A partir deste momento se iniciou, conforme aponta Abraham e Marsden (1966), o período neoqualitativo da Mecânica, que consistiu primariamente na aplicação dos métodos qualitativos e geométricos de Poincaré. A contribuição de Poincaré, como também ressalta Abraham e Marsden (1966), culminou com o desenvolvimento da Geometria Diferencial e da Topologia Moderna, concomitantemente ao início do que pode ser chamada hoje de Mecânica Clássica Moderna.

No contexto da Mecânica neoqualitativa surge a Teoria dos Sistemas Dinâmicos. De acordo com Aubin e Dalmedico (2002, p. 279):

Embora existam conflitos entre pontos de vista historiográficos, o reconhecimento de Poincaré como o verdadeiro pioneiro e maior teórico deste domínio tem sido unânime. A variedade de ferramentas, conceitos, e métodos desenvolvidos por Poincaré, não deixa dúvidas de que suas investigações constituem o ponto de origem do estudo em sistemas dinâmicos e das bases construídas a partir de então. A partir de elementos qualitativos e análises geométricas, Poincaré tornou possível conhecer uma visão geral da solução a partir do retrato de fase.

Neste contexto, a solução do problema dos três corpos apresentada por Poincaré é nosso ponto de partida para este trabalho.

O PROBLEMA DOS TRÊS CORPOS

Já era conhecido que o problema de corpos sujeitos à atração gravitacional, quando restrito a dois corpos, era integrável, isto é, o sistema de equações diferenciais que o descreve apresentava solução analítica. Poincaré tratou o problema de três corpos como uma perturbação do problema de dois corpos adicionando à sua hamiltoniana uma função perturbadora cuja alteração nas soluções estava fortemente relacionada com um fenômeno chamado de Ressonância. Tal fenômeno, característico de sistemas não integráveis, ocorre quando a razão entre os períodos de quaisquer dois corpos celestes corresponde a um número racional. O matemático russo Aleksandr Lyapunov (1857-1918) e o americano George David Birkhoff (1884-1944) desenvolveram o método das formas normais para determinar os termos da série de potências que não podem ser desprezados ao considerar um sistema não integrável como uma perturbação de um sistema integrável. (ARNOLD, 1987, 1988)

As pesquisas de Poincaré, direcionadas para o estudo de tais sistemas, estavam sustentadas em seus trabalhos matemáticos que investigavam as cur-

vas definidas por sistemas de equações diferenciais, para as quais Poincaré introduziu e desenvolveu o ponto de vista qualitativo das soluções. Obter informações sobre os sistemas de equações diferenciais não lineares correspondentes a curvas passava pelo estudo do comportamento das soluções estacionárias e da forma das trajetórias, uma vez que o sistema não era integrável. Esse estudo é determinado pelos ciclos limites (FERRARA; PRADO, 1992) e pelos pontos singulares da equação, que são de diferentes tipos: os pontos de sela, que apresentam uma direção atrativa e outra repulsiva; os nós, que podem ser atratores ou repulsores de uma infinidade de trajetórias; os focos, em torno dos quais as curvas se aproximam ou se afastam indefinidamente em forma de espirais; e os centros, envoltos pelas curvas que se envolvem sucessivamente.

Poincaré classificava-os a partir de suas propriedades de vizinhança estudadas pelo desenvolvimento em séries. Ele já considerava a estabilidade das soluções estacionárias, problema que estaria no centro de sua abordagem da dinâmica dos corpos na Mecânica Celeste. Para estudar a estabilidade ligada à periodicidade das soluções, ele empregava um ‘método das seções’: cortando a trajetória por um plano perpendicular em um ponto dado, ele estudava os outros pontos na vizinhança desse último. O problema estava, assim, ligado ao estudo de sistemas de duas dimensões em torno de um ponto singular. (PATY, 2009, p. 198)

Este método, conhecido como seção de Poincaré, é essencial ao estudo qualitativo dos sistemas dinâmicos. Seja $\mathbf{X}(t)$ uma função vetorial no \mathbf{R}^n e $\mathbf{F}(\mathbf{X}(t), t)$ um campo vetorial. Um sistema dinâmico, na sua forma vetorial, é dado por

$$\frac{d\vec{X}(t)}{dt} = \vec{F}(\vec{X}(t)) \quad (1)$$

Ele é dito autônomo se o campo vetorial \mathbf{F} não depende explicitamente de t . A solução do sistema dinâmico (1) define uma curva no espaço de fase chamada de órbita O . À família de curvas, chamamos de fluxo ϕ_t em \mathbf{R}^n .

Define-se a seção de Poincaré como a interseção de O com uma hipersuperfície S de dimensão $n-1$ transversal a ϕ_t . Desta forma, uma órbita periódica ou um ponto de equilíbrio no espaço de fase corresponde a um ponto fixo na seção de Poincaré, reduzindo a dimensão do sistema a ser analisado.

A abordagem de Poincaré caracterizou-se primeiramente pelo ponto de vista geométrico global. Ele tratou um sistema dinâmico como um campo de vetores num espaço de fases em que a solução é uma curva contínua tangente a cada um de seus pontos para o vetor base de cada ponto. Tendo como alicerce o trabalho de Poincaré, a Teoria dos Sistemas Dinâmicos foi sendo desenvolvida, tanto do ponto de vista teórico quanto do ponto de vista das aplicações, de forma que tais sistemas passaram a ser investigados não apenas na Matemática ou Mecânica, mas também em outras áreas do conhecimento.

O TEOREMA KAM

Os sistemas dinâmicos podem ser classificados em conservativos ou dissipativos de acordo com a conservação ou não das trajetórias no volume do espaço de fase. Dentre os sistemas conservativos da Mecânica Clássica, existem aqueles que são descritos pelas conhecidas equações de Hamilton, por sua vez determinadas por uma função hamiltoniana $H(q,p)$ das variáveis posição q e momento p .

Tendo em vista analisar o comportamento dos sistemas dinâmicos conservativos não integráveis, no Congresso Internacional de Matemática de 1954, o matemático russo Andrei Kolmogorov apresentava pela primeira vez o teorema, que seria posteriormente provado independentemente pelo matemático russo Vladimir Arnold (1963) e pelo matemático alemão, naturalizado americano, Jürgen Moser (1962), passando a ser conhecido como Teorema KAM. Tal teorema afirma que o espaço de fase de um sistema não integrável, cuja função hamiltoniana corresponde a uma pequena perturbação da hamiltoniana de um sistema integrável, é formado por uma pequena região instável cujas trajetórias são caóticas, e por outra região maior do que a anterior, cujas trajetórias são regulares, típicas de sistemas integráveis.

De forma um pouco mais rigorosa, dado um sistema hamiltoniano limitado espacialmente, podemos fazer uma transformação canônica nas variáveis de ação-ângulo (J, ϕ_i) de modo que o novo hamiltoniano seja função apenas das variáveis de ação. Para um sistema integrável com n graus de liberdade, as órbitas ficam confinadas em toros n -dimensionais no espaço de fase. Quando $n=2$, se as velocidades angulares ω_1 e ω_2 forem comensuráveis, o movimento é periódico e os toros são ditos ressonantes; se forem incommensuráveis, o movimento é dito condicionalmente periódico ou ergódico sobre o toro de modo que a órbita preenche densamente a superfície do toro, e este é dito toro não ressonante. Tal conceito pode ser generalizado para n qualquer tendo

$$\sum_{i=1}^n m_i \omega_i = 0$$

com m_i inteiros. Assim, de acordo com o teorema KAM, a pequena perturbação na função hamiltoniana provoca a desintegração dos toros ressonantes, que são em menor quantidade (conjunto de toros ressonantes tem medida nula), mas apenas deforma os toros não ressonantes que não estejam bastante próximos dos toros ressonantes. Devido à desintegração dos toros ressonantes, surgem pequenas regiões de instabilidade, correspondentes ao conjunto de condições iniciais, cujas órbitas apresentam um comportamento caótico, na medida em que, se a órbita estava num toro ressonante, torna-se difícil prever sua evolução. Se aumentarmos o efeito da perturbação ε dado que $H(J, \phi) = H_0 + \varepsilon H_1$, a região caótica aumenta com um maior número de toros ressonantes destruídos.

Neste congresso de 1954, Kolmogorov tentava mostrar como era possível aplicar as ideias e resultados básicos da teoria da medida e da teoria dos sistemas dinâmicos ao estudo de sistemas conservativos da Mecânica Clássica. Entre outros pontos, Kolmogorov mostrava que este tema era “[...] o exemplo do nascimento do novo, inesperado, e profundo relacionamento das diferentes divisões da Matemática Clássica e Contemporânea”. (KOLMOGOROV, 1954 apud ABRAHAM; MARSDEN, 1966, p. 742) Ele argumentava que, para a Matemática do século XIX, um dos pontos centrais era a complexa questão de integrar os sistemas de equações diferenciais da Mecânica Clássica, onde

os problemas da Mecânica e a Teoria das Equações Diferenciais eram organicamente interligadas com os problemas de outras áreas da Matemática, tais como o Cálculo Variacional, a Geometria Diferencial e a Topologia, evidenciada com os trabalhos de Poincaré.

Ainda de acordo com Kolmogorov (1954 apud ABRAHAM; MARSDEN, 1966, p. 742), ele ressalta a aplicação destes conceitos e métodos a sistemas dinâmicos dissipativos:

Como sabemos, métodos topológicos adquirem aplicações significantes na teoria das oscilações, em particular, na solução dos problemas específicos que aparecem no estudo de controle de sistemas automáticos, eletrotécnologia, etc. Todavia, estas aplicações físicas e técnicas resolvem primeiramente sistemas não conservativos. Aqui, o problema usualmente consiste em encontrar movimentos individuais assintoticamente estáveis (em particular, pontos de equilíbrio estáveis e ciclos limites estáveis) e no estudo das curvas integrais que atraem estas trajetórias para estes pontos ou ciclos assintoticamente estáveis.

O teorema KAM consiste numa importante contribuição ao estudo dos sistemas dinâmicos conservativos, e os avanços das diversas áreas da Matemática acima referidas também possibilitavam o estudo de sistemas dinâmicos dissipativos, como sugere a afirmativa de Kolmogorov. No entanto, o desenvolvimento de computadores na segunda metade do século XX vem complementar de forma bastante profícua a análise dos sistemas dinâmicos.

CAOS DETERMINÍSTICO

Dois trabalhos são seminais no que se refere ao uso de técnicas computacionais para descrever soluções aproximadas de sistemas de equações diferenciais não lineares: o de Lorenz, em 1963, e o de Hénon e Heiles, em 1964. Ambos como sistemas não lineares de baixa dimensionalidade ($d \geq 3$) que apresentam o que veio a se chamar, na década de 1960, de comportamento caótico. O modelo de Lorenz e o modelo de Hénon-Heiles foram consi-

derados paradigmas de sistemas dissipativo e conservativo, respectivamente. O modelo de Lorenz é um sistema tridimensional proposto para simular o movimento convectivo de um fluido submetido a uma variação de temperatura, capaz de descrever tanto as células de convecção (movimento regular) quanto a turbulência (movimento caótico). Associada à dinâmica caótica, a região atratora das órbitas no espaço de fase, conhecida como atrator de Lorenz, corresponde a uma estrutura fractal (LORENZ, 1963). O modelo de Hénon-Heiles é um sistema hamiltoniano de quatro equações proposto para descrever o movimento de uma estrela sob potencial com simetria axial; nele são observados os toros ressonantes e não ressonantes que são destruídos e deformados, respectivamente, na medida em que a energia do sistema aumenta; assim temos trajetórias regulares e caóticas. (HÉNON; HEILES, 1964)

O termo “Caos Determinístico” é usualmente associado à sensibilidade às condições iniciais. Se uma órbita está na região de instabilidade, depois de um certo tempo, o sistema pode se encontrar num estado bem “afastado” daquele em que estaria para uma condição inicial bem próxima. A medida do afastamento baseia-se no chamado expoente de Lyapunov, medida especialmente relevante para os sistemas dissipativos. (FERRARA; PRADO, 1992) O estudo numérico (integrações aproximadas) destes modelos evidenciou, com base na visualização das seções de Poincaré, o comportamento caótico. Desde então este comportamento passou a ser revelado em diferentes sistemas dinâmicos dentro e fora do escopo da Mecânica. A partir da década de 1970, o estudo dos sistemas dinâmicos não mais se limitava ao domínio da Matemática e da Física. A área da Dinâmica Não Linear passou a ser uma temática interdisciplinar comportando aplicações que vão da Química à Dinâmica de Populações. Assim como passou a ser conhecida como “Caos Determinístico”. Os sistemas físicos envolvidos, ainda que sejam “determinísticos” na acepção laplaciana do termo, podem ser até mesmo totalmente imprevisíveis. Suas evoluções temporais são determinadas por equações diferenciais e por um conjunto de “condições iniciais”. No entanto, pequenas variações das condições iniciais podem provocar sérias alterações nas soluções do sistema de equações diferenciais, o que o torna completamente imprevisível. (PATY, 2009)

O estudo do comportamento das soluções estacionárias, para os sistemas dinâmicos definidos por equações diferenciais ordinárias não lineares, abriu um novo campo que se mostrou bem mais amplo que a dinâmica tradicional, preocupada com a resolução de problemas em termos de trajetórias bem definidas. Nascida do estudo do problema da interação de gravitação em três corpos, a Teoria dos Sistemas Dinâmicos iria ser aplicada em outros domínios da Física, nos quais intervêm equações não lineares.

MODELO DE HÉNON-HEILES

Estudaremos com mais detalhes o modelo de Hénon-Heiles, por se tratar de um modelo da Mecânica Clássica que apresenta comportamento caótico, sendo uma aplicação do teorema KAM e para o qual uma de nós, Suani Pinho, juntamente com Roberto Andrade (Instituto de Física, Universidade Federal da Bahia – UFBA), deu alguma contribuição à área. (PINHO, 1991; PINHO; ANDRADE, 1993)

O modelo de Hénon-Heiles corresponde a um problema do movimento de um sistema com 2 graus de liberdade cujo potencial gravitacional U apresenta simetria axial, ou seja, em coordenadas cilíndricas, $U=U(r,z)$. Em termos das coordenadas q_1 e q_2 e dos momentos p_1 e p_2 , foi assumida, por Hénon e Heiles, uma função polinomial cúbica $U(q_1, q_2)=(q_1^2+q_2^2+2q_1^2q_2-2q_2^3)/2$ de modo que a hamiltoniana é dada por

$$H(q_1, q_2, p_1, p_2) = \frac{1}{2}(p_1^2 + p_2^2) + \frac{1}{2}\left(q_1^2 + q_2^2 + 2q_1^2q_2 - \frac{2}{3}q_2^3\right).$$

Ao aplicarmos as equações de Hamilton $\dot{q}_i = \partial H / \partial p_i$ e $\dot{p}_i = -\partial H / \partial q_i$, $i=1,2$, no hamiltoniano acima, obtemos:

$$\begin{cases} \dot{q}_1 = p_1 \\ \dot{q}_2 = p_2 \\ \dot{p}_1 = -q_1 - 2q_1q_2 \\ \dot{p}_2 = -q_2 - q_1^2 + q_2^2 \end{cases} \quad (2)$$

cujas soluções estacionárias (pontos de equilíbrio) correspondem aos seguintes pontos (p_1, p_2, q_1, q_2) do espaço de fase quadridimensional:

$$\begin{cases} P_0 = (0,0,0,0) \\ P_1 = (0,0,0,1) \\ P_2 = (0,0,\sqrt{3}/2,-1/2) \\ P_4 = (0,0,-\sqrt{3}/2,-1/2) \end{cases} \quad (3)$$

Com base na análise de estabilidade das soluções estacionárias nos sistemas de coordenadas convenientes (ver Pinho, 1991), podemos mostrar que P_0 é um ponto de equilíbrio elíptico ou centro, e que P_1, P_2 e P_3 não são nem elípticos nem hiperbólicos, uma vez que dois dos seus autovalores são reais $(\pm 3^{1/2})$ e dois são imaginários puros $(\pm i)$.

Em 1964, Hénon e Heiles fizeram integrações numéricas do modelo para diferentes valores de energia. Este modelo passou a ser um exemplo paradigmático de aplicação do teorema KAM, isto é, quanto mais alto o valor de energia, maior a probabilidade dos toros ressonantes se romperem, como podemos observar na Figura 1 (à direita) levando a um comportamento caótico; a energia $1/6$ corresponde à energia de dissociação do sistema. Em 1966, Gustavson aplicou o método das formas normais para estudar analiticamente o modelo de Hénon-Heiles, segundo a abordagem de Birkhoff (restrita aos sistemas hamiltonianos); tal abordagem revelou concordância com os resultados das integrações numéricas apenas para baixos valores de energia $(E \leq 1/12)$, quando a perturbação do termo não linear ainda não é capaz de causar o rompimento dos toros ressonantes, como podemos ver na Figura 1. Em 1991, Miranda e Andrade aplicaram o método das formas normais segundo a abordagem de Poincaré-Dulac (aplicável a sistemas dinâmicos em geral, sejam eles hamiltonianos ou não hamiltonianos), construindo a transformação de forma normal em torno do ponto elíptico, chegando ao mesmo resultado. Tais resultados eram esperados, uma vez que a transformação de forma normal descreve bem o sistema nas proximidades do ponto de equilíbrio em torno do qual ela é construída, no caso de P_0 . Isto ocorre pois o método consiste na redução do sistema de equações diferenciais através do

desenvolvimento de séries de potências, mas mantendo alguns termos não lineares (essenciais à dinâmica do sistema) que assumem valores muito grandes no limite da ressonância.

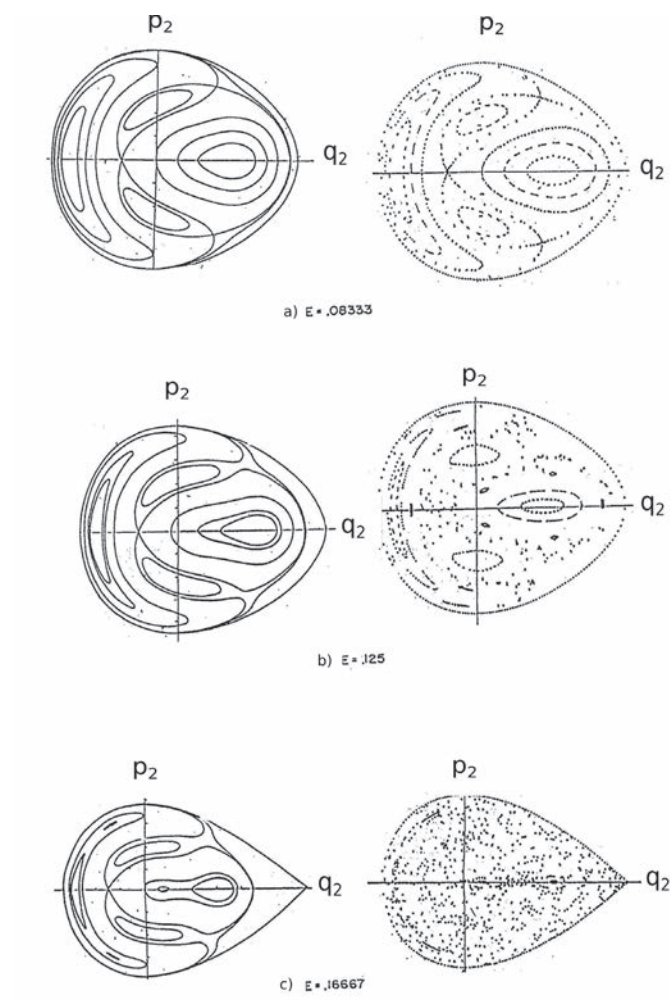


Figura 1 – Seção de Poincaré ($p_2 \times q_2$ com $q_2=0$ e $p_1 > 0$) do modelo de Hénon-Heiles para diferentes condições iniciais. Cada seção corresponde a um dos seguintes valores de energia: a) $E=1/12$; b) $E=1/8$; c) $E=1/6$. À esquerda os resultados de Gustavson (1966) obtidos a partir da transformação de forma normal em torno de P_0 ; à direita os resultados numéricos obtidos por Hénon e Heiles em 1964.

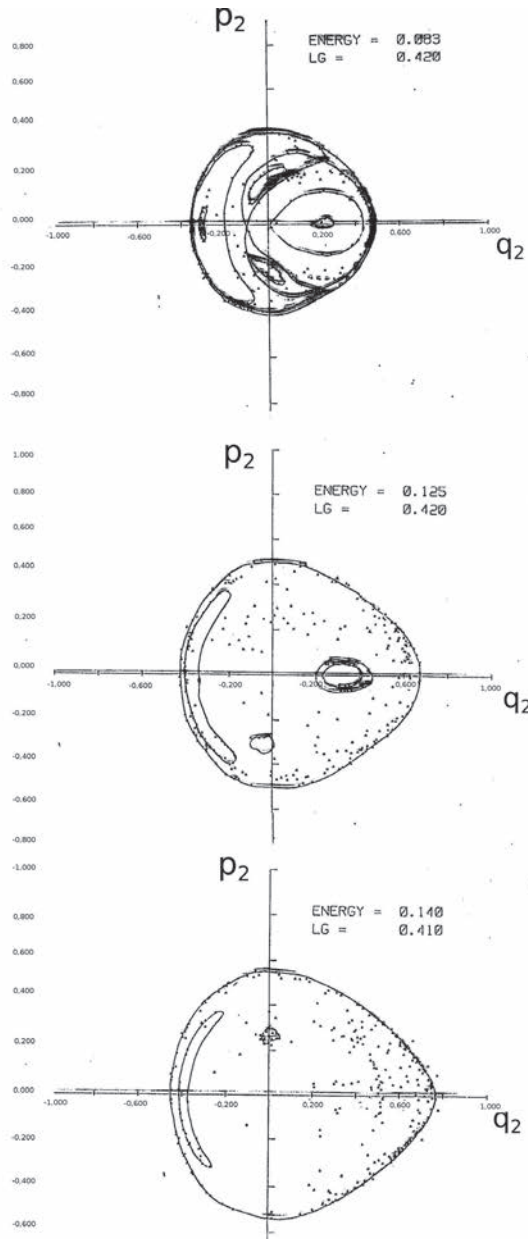


Figura 2 – Seções de Poincaré ($p_2 \times q_2$ com $q_1=0$ e $p_1 > 0$) do modelo de Hénon-Heiles a partir das duas transformações de forma normal segundo o esquema proposto na referência (PINHO, 1991), quando: a) $E=1/12$; b) $E=1/8$; c) $E=0.14$. Os eixos horizontais e verticais dos gráficos estão na faixa de -1.0 a 1.0.

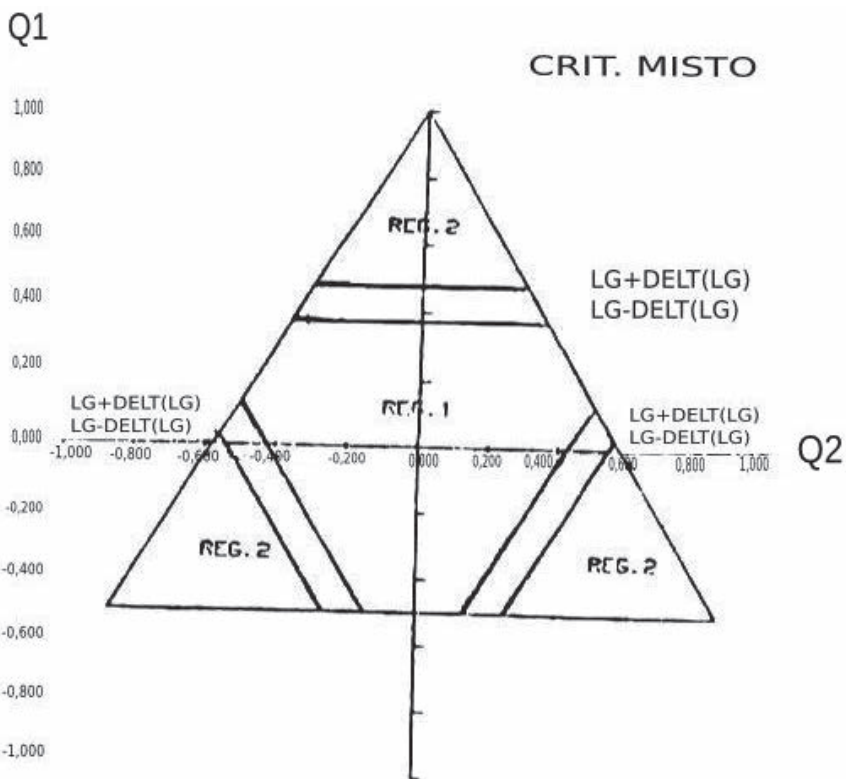


Figura 3 – Projeção do espaço de fase ($q_1 \times q_2$) com os pontos de equilíbrio P_0 , P_1 , P_2 e P_3 ; tendo P_0 na origem do plano $q_1 \times q_2$, e P_1 , P_2 e P_3 correspondendo, respectivamente, aos vértices do triângulo na parte superior, à direita e à esquerda. O parâmetro LG corresponde ao limite geométrico escolhido para definir a transformação de forma normal que governa a evolução temporal, e o parâmetro $DELT(LG)$ que define a região na qual o teste energético deve ser aplicado. Na região 1 aplica-se a forma normal em torno de P_0 enquanto na região 2 aplica-se a segunda forma normal em torno dos pontos P_1 , P_2 e P_3 .

No seu artigo *Lectures on Hamiltonian Systems*, Moser (1968, p. 14) registra a discrepância entre os resultados numéricos de Hénon e Heiles e os resultados analíticos de Gustavson:

Usando integrais formais, Gustavson encontrou um padrão de curvas para o Modelo de Hénon-Heiles correspondente ao encontrado por Hénon e Heiles com exce-

lente concordância para $E \leq 1/12$. Mas, enquanto para os cálculos de Hénon e Heiles o padrão de curvas se desintegra para $E=1/8$ e $E=1/6$, ela naturalmente persiste para a aproximação de Gustavson. Esta discrepância é uma indicação clara da divergência das séries envolvidas.

Motivados pela questão acima levantada, e pelo trabalho do Moser (1958), uma das autoras, orientada no final dos anos 1980 por Roberto Andrade na UFBA, desenvolveu sua dissertação de mestrado com o objetivo de obter a concordância dos resultados analíticos e numéricos, trabalhando com duas formas normais, e estabelecendo um critério de passagem entre as duas descrições. Apresentaremos nesta seção tais resultados. Como os pontos P_1 , P_2 e P_3 apresentam simetria trigonal, pode-se transformar o sistema (3) em um único sistema de equações e, conseqüentemente, em uma única forma normal. Mostrou-se que esta transformação de forma normal em torno dos pontos não elípticos obedece o teorema enunciado e provado por Moser em 1958, segundo o qual, se dois dos seus autovalores são independentes sobre os reais, tal transformação converge (PINHO; ANDRADE, 1993). A partir de cada forma normal, obteve-se as integrais de movimento e as evoluções temporais dos sistemas transformados. Em posse das integrais de movimento, obteve-se também as funções hamiltonianas. Finalmente voltou-se às variáveis originais bem como às hamiltonianas originais.

Analisando o subespaço q_2p_2 (ver Figura 3), definiu-se um critério baseado em aspectos geométrico e energético para estabelecer, a depender do ponto do espaço de fase, se o sistema evolui a partir de uma ou outra forma normal. De acordo com a Figura 3, os pontos P_1 , P_2 e P_3 correspondem aos vértices do triângulo, enquanto P_0 situa-se na sua mediana. Assim, definimos um limite geométrico LG, dividindo o triângulo em 4 partes que definem em torno de qual ponto de equilíbrio constrói-se a forma normal: na região 1 aplica-se a primeira forma normal em torno de P_0 (Miranda & Andrade 1991), enquanto na região 2 aplica-se a segunda forma normal em torno dos pontos P_1 , P_2 e P_3 . (PINHO, 1991; PINHO; ANDRADE, 1993) Para cada valor de LG define-se uma faixa de largura igual ao dobro do parâmetro DELT(LG), em que testa-se qual das duas hamiltonianas (elíptica e não elíptica)

mais se aproxima da hamiltoniana no instante anterior, escolhendo assim uma ou outra forma normal. Foi construído um sistema computacional que engloba todas as etapas descritas acima, incluindo o critério aplicado para diferentes condições iniciais, finalizando com a exibição das seções de Poincaré associadas a diferentes valores energéticos (ver Figura 2). Com este processo, consegue-se reproduzir as soluções das integrações numéricas para baixos, médios e altos valores de energia. Exibimos na Figura 4, para cada valor de energia, uma órbita obtida a partir do sistema computacional acima descrito; na Figura 4 exemplificamos um caso para o qual a trajetória é descrita unicamente pela transformação da forma normal em torno de P_0 , enquanto que na Figura 4 ocorre a passagem de uma forma normal para outra. Podemos notar que as trajetórias ficam confinadas na região limitada pelos pontos P_1 , P_2 e P_3 , correspondendo aos vértices do triângulo. Ressaltamos que os resultados apresentados nas Figuras 2 e 4, bem como a metodologia descrita para a utilização das duas formas normais, escolhida de acordo com a Figura 3, não foram publicados anteriormente.

Desta forma conseguiu-se exibir o comportamento caótico observado para médios e altos valores de energia (Figura 2), assim como indicam os resultados aproximados das integrações numéricas apresentados por Hénon e Heiles em 1964, mas com base em duas transformações de forma normal, o que confere um caráter mais formal aos resultados; vale notar que o comportamento caótico não foi exibido anteriormente por Gustavson (1966) utilizando apenas uma forma normal (Figura 1). Podemos notar que foram necessárias apenas duas transformações de forma normal, ao invés de quatro transformações, devido à simetria trigonal do problema. Ademais, utilizou-se um critério, implementado computacionalmente, para determinar, no espaço de fase coberto pelas trajetórias, qual das duas transformações utilizar em cada ponto do espaço de fase.

COMENTÁRIOS FINAIS

Neste trabalho, discutimos tópicos importantes, do ponto de vista histórico e conceitual, dos sistemas dinâmicos na mecânica clássica com o foco

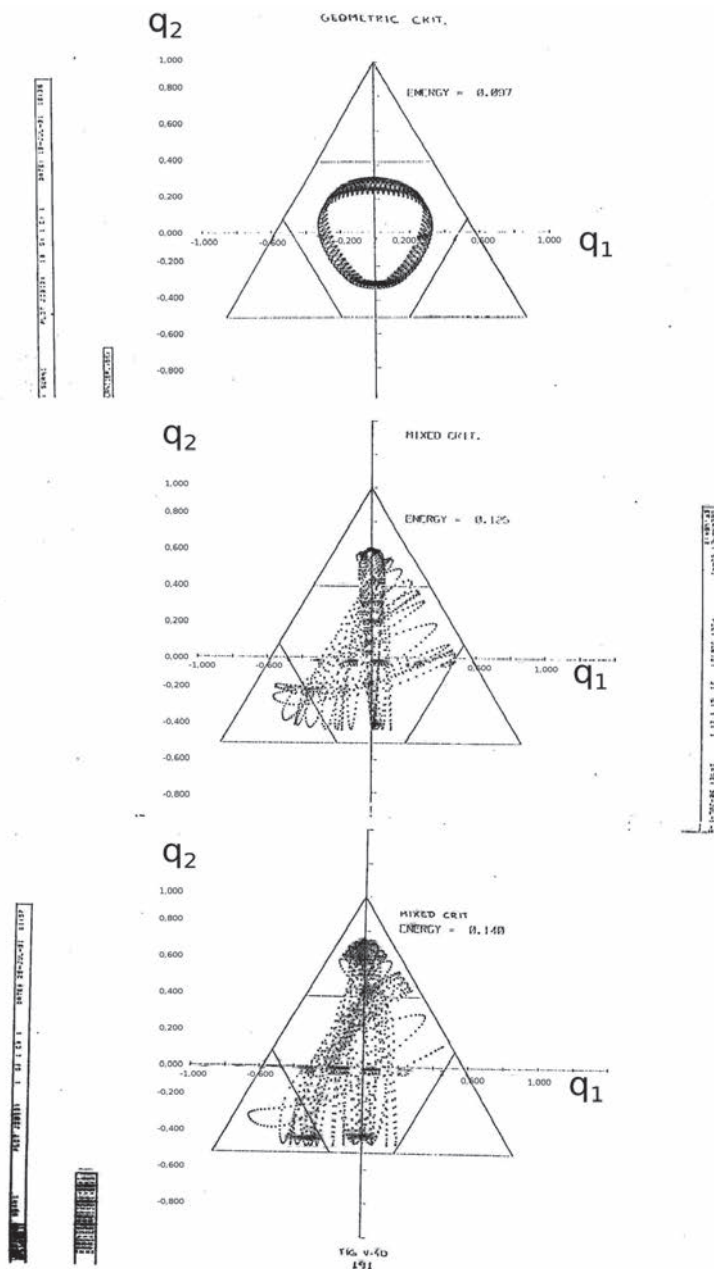


Figura 4 – Exemplo de trajetórias no subespaço de fase ($q_1 \times q_2$) do modelo de Hénon-Heiles para diferentes valores de energia: a) $E=0,097$ (apenas transformação de forma normal em torno de P_0); b) $E=0,125$; c) $E=0,14$. Os eixos horizontais e verticais dos gráficos estão na faixa -1,0 a 1,0.

no comportamento caótico observado em certos sistemas não lineares conservativos. Ressaltamos o problema de três corpos, estudado por Poincaré, importante marco na introdução do profícuo campo da dinâmica não linear e da teoria do caos; o teorema KAM, que governa o aparecimento do caos hamiltoniano; e o modelo de Hénon-Heiles, como paradigma de sistema conservativo que exhibe comportamento caótico obedecendo o teorema KAM.

Aproveitamos a oportunidade para fazer uma síntese de resultados obtidos por Suani Pinho sobre o modelo de Hénon-Heiles na dissertação de mestrado orientada por Roberto F. S. Andrade. O *approach* matemático deste trabalho, bem como a formação de Suani Pinho teve forte influência do Prof. Fernando Bunchaft, não apenas no tema da pesquisa, com quem teve curso na pós-graduação sobre Mecânica Clássica Moderna, com enfoque em Sistemas Dinâmicos, e abordagem matemática, como também na sua influência tão marcante durante o curso de graduação. Outro aspecto relevante neste texto é a abordagem histórica, fortemente desenvolvida por uma de nós (Mayane Nóbrega), e também fonte de interesse do professor Fernando Bunchaft, principalmente nas áreas de mecânica clássica e relatividade. Visamos, portanto, neste trabalho homenagear o Professor Fernando Bunchaft e ressaltar dois aspectos marcantes da sua vida acadêmica: o rigor matemático e a visão clara e abrangente do pensamento científico.

Agradecimentos: As autoras agradecem a leitura crítica e os relevantes comentários de Thiago Albuquerque e de Thierry Petit Lobão. Suani Pinho agradece pelas discussões com seu orientador de mestrado, Roberto F. S. Andrade, e pela sua concordância com a apresentação de resultados – desenvolvidos naquele período com sua participação – neste trabalho.

REFERÊNCIAS

- ABRAHAM, R.; MARSDEN, J. E. *Foundations of Mechanics*. Princeton, New Jersey: 1966.
- ARNOLD, V. I. *Métodos matemáticos da Mecânica Clássica*. Moscou: Ed. Mir, 1987.
- ARNOLD, V. I. *Geometrical methods in the Theory of Ordinary Differential Equations*. New York: Springer Verlag, 1988.

- AUBIN, D.; DALMEDICO, A. D. Writing the History of Dynamical Systems and Chaos: Longue Durée and Revolution, Disciplines and Cultures. *Historia Mathematica*, n. 29, p. 273-339, 2002.
- CAJORI, F. Uma história da matemática. Tradução: Lázaro Coutinho. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna, 2007.
- FERRARA, N.; PRADO, C. P. *Caos: uma introdução*. Rio de Janeiro: Ed. Edgard Blücher, 1992.
- GUSTAVSON, F. G. On Constructing Formal Integrals of a Hamiltonian System Near an Equilibrium Point. *Astron. J.*, n. 71, p. 670-686, 1966.
- HÉNON, M.; HEILES, C. The Applicability of the Third Integral of Motion: Some Numerical experiments. *Astron. J.*, n. 69, p. 73-79, 1964,.
- KOLMOGOROV, A. N. The General Theory of Dynamical Systems and Classical Mechanics. In: ABRAHAM, R.; MARSDEN, J. E. *Foundations of Mechanics*. New Jersey: Princeton, 1966. p. 741-757.
- LORENZ, E. N. Deterministic non-periodic flow. *Journal of Atmospheric Science*, n. 20, p. 130-141, 1963.
- MIRANDA FILHO, R. C.; ANDRADE, R. F. S. Normal Form Analysis of Integrable Hamiltonian Systems. *Phys. Let. A*, n. 153, p. 101-104, 1991.
- MOSER, J. K. Lecture on Hamiltonian Systems. *Memoir Am. Math. Soc.*, n. 81, p. 1-60, 1968.
- _____. On the generalization of a theorem of A. Liapunoff. *Comm. Pure Appl. Math.* n. 11, p. 257-271, 1958.
- PATY, M. Sistemas dinâmicos e fenômenos críticos. In: _____. *A física do século XX*. Tradução: Pablo Mariconda. Aparecida, SP: Idéias & Letras, 2009. p. 193-230.
- PINHO, S. T. R. Estudo do Modelo de Hénon-Heiles através de formas normais em torno dos pontos de equilíbrio. 187 f. Dissertação (Mestrado em Física) – Instituto de Física, Universidade Federal da Bahia, 1991.
- PINHO, S. T. R.; ANDRADE, R. F. S., Normal Form Transformation Around The Non-Elliptical Points of the Hénon-Heiles Model. *Phys. Let. A*, n. 179, p. 398-402, 1993.

PARTE II

MINHAS MEMÓRIAS DO FÍSICO FERNANDO BUNCHAFT

Adir Moysés Luiz

Meu primeiro contato com Fernando Bunchaft ocorreu no Rio de Janeiro no início de 1960 quando eu e ele frequentávamos a mesma turma de calouros do curso de Física da antiga Faculdade Nacional de Filosofia (FNFfi). Fizemos logo uma grande amizade que foi cultivada desde aquele ano até o seu falecimento, ocorrido em 14 de maio de 2001. No período de 1960 até 1964 me encontrava quase diariamente com ele. Porém, depois de 1964, em virtude da Ditadura Militar que se instalou no Brasil em abril de 1964, nossos encontros passaram a ser esporádicos, conforme narrarei mais adiante. Uma das primeiras homenagens comemorativas do falecimento de Fernando Bunchaft foi feita na imprensa da Bahia. (MIRANDA, 2011) Algumas das minhas lembranças mais relevantes de Fernando Bunchaft são registradas neste livro em comemoração ao aniversário do seu falecimento. Devo dizer que muitas das colocações políticas e ideológicas que aqui faço em meu próprio nome certamente seriam aprovadas, na íntegra, por Fernando Bunchaft, caso ele pudesse ler estas linhas por mim escritas em sua homenagem.

Meu professor de História no Ensino Médio citava sempre a célebre frase: “A História é a Mestra da vida”. Acredito que narrando partes da história da vida de Fernando Bunchaft estarei contribuindo para mostrar que o exemplo de sua vida é digno de ser seguido e certamente servirá para o en-

sino de uma lição que não se aprende nas escolas: como as discussões sobre filosofia e política contribuem para a formação de qualquer profissional.

Fernando Bunchaft foi o primeiro colocado no exame de vestibular para ingresso no curso de Física da FNF. Antes deste vestibular, Fernando Bunchaft já era formado em Engenharia pela antiga Universidade do Brasil, atual Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ). Como a Faculdade Nacional de Filosofia fazia parte desta mesma Universidade, ele não precisava ter feito o vestibular para ingressar no curso de Física, visto que, em áreas afins, não era necessário fazer o exame novamente. Bastaria fazer um pedido para ingressar no curso de Física. Contudo, ele preferiu fazer novo vestibular para não gozar deste privilégio. Como ele já havia cursado as disciplinas básicas comuns à Escola de Engenharia e ao curso de Física, ele também não precisava ter cursado essas disciplinas novamente, bastaria ter entrado com o pedido de isenção dessas matérias. Porém, ele fez novamente todas as disciplinas básicas comuns, talvez para não gozar desta vantagem ou talvez para fazer uma revisão do conteúdo.

Em toda sua vida acadêmica como aluno do curso de Física da antiga Faculdade Nacional de Filosofia ele sempre tirava as melhores notas e era sempre o primeiro colocado em todos os exames. Eu disputava o segundo lugar com o Carlos Maurício, que foi também um grande amigo de Fernando Bunchaft.

Eu, Fernando Bunchaft e Carlos Maurício sempre tirávamos as três maiores notas em todos os exames. Por que dou ênfase a esta informação? Porque, conforme descreverei mais adiante, nós três desenvolvemos intensa atividade política no meio estudantil. Havia na ocasião o seguinte preconceito: os estudantes que participavam da política eram chamados de “estudantes profissionais”, contratados por partidos políticos para atuar no meio estudantil. De acordo com esse preconceito, os “estudantes profissionais” passavam o tempo todo fazendo política, portanto não tinham tempo para estudar e certamente eram péssimos alunos. Contudo, nós três desenvolvemos intensíssima atividade política paralelamente aos nossos estudos. Como éramos os três melhores alunos da faculdade, contribuímos decisivamente para desmistificar esse preconceito.

A FNFi congregava mais de 20 cursos. Era, portanto, um ambiente ótimo para discussões políticas e filosóficas. Devido ao ambiente cultural favorável, todos estudantes queriam participar dos eventos culturais. Como existiam os partidos políticos, evidentemente as pessoas passaram a se envolver na própria política estudantil e depois, eventualmente, se engajavam ou não em movimentos mais sérios. Era uma época de muita efervescência política e os estudantes tinham motivação para participar. Além dos estudos de Física, eu e Fernando Bunchaft fazíamos juntos estudos de Filosofia. Foi através desses estudos que adotei, e adoto até hoje, uma filosofia marxista. Fernando Bunchaft era marxista mesmo antes de ingressar na Faculdade Nacional de Filosofia; ele era membro do antigo Partido Comunista Brasileiro (PCB). Eu ingressei no PCB no final do primeiro ano da faculdade.

É importante lembrar que Fernando Bunchaft não estudava apenas Física, ele gostava muito de Filosofia da Ciência, tendo dado grandes contribuições a esses dois ramos da cultura humana. Nestas minhas memórias não descreverei essas contribuições, darei ênfase principalmente às contribuições dadas por Fernando Bunchaft para a política do movimento estudantil. Em outros capítulos deste livro, o leitor terá oportunidade de conhecer algumas contribuições muito relevantes dadas por Fernando Bunchaft para a Física no Brasil. Acredito que participar de discussões sobre política seja muito importante para todo ser humano pensante. Não discutir política é uma das piores alienações. As discussões sobre política sempre estiveram presentes durante toda a vida de Fernando Bunchaft. Sendo assim, um livro escrito em homenagem à memória de Fernando Bunchaft tem que, necessariamente, conter pelo menos um capítulo fornecendo detalhes sobre sua ideologia.

Os anos de 1962 e 1963 foram marcados por uma ascensão sem precedentes do movimento estudantil brasileiro, principalmente na cidade do Rio de Janeiro. Na vanguarda desse movimento estudantil estavam os estudantes da FNFi. E, na vanguarda desse movimento, estavam os estudantes militantes do antigo PCB. Fernando Bunchaft e eu sempre participamos nas discussões e atividades decorrentes dessa liderança.

A FNFi teve um papel de vanguarda no movimento estudantil no Rio de Janeiro porque era uma espécie de universidade funcionando em um úni-

co bloco. Em um prédio só, localizado no centro do Rio de Janeiro, próximo do Castelo, ao lado do Consulado da França (Maison de France), funcionavam cerca de vinte cursos diferentes, e isso favorecia a interdisciplinaridade. Esse prédio, antes da Segunda Guerra Mundial, pertencia ao Consulado da Itália. Durante a Segunda Guerra Mundial, em represália aos ataques fascistas e nazistas, o prédio foi ocupado pelos estudantes brasileiros. O governo brasileiro, depois da Segunda Guerra Mundial, com a derrota do fascismo e entendendo que isso seria uma forma da Itália pagar ao Brasil sua dívida de guerra, usou o prédio para as instalações da FNFi da Universidade do Brasil (atual UFRJ). Mais recentemente, depois que os cursos da FNFi passaram para a Cidade Universitária, na Ilha do Fundão, o prédio foi finalmente devolvido para a Itália e nele hoje funciona um setor do Consulado da Itália.

Eu e Fernando Bunchaft sempre exercemos intensíssima atividade política, auxiliando também as atividades culturais patrocinadas pelo Diretório Acadêmico da FNFi. Essas atividades culturais também eram intensas: toda segunda-feira ocorria a exibição de um filme historicamente importante para a arte cinematográfica; toda semana convidávamos também algum historiador, sociólogo ou algum cientista para fazer conferências para os alunos da FNFi. Uma das conferências mais famosas patrocinadas pelo Diretório Acadêmico da FNFi foi feita pelo cientista político Wanderley Guilherme dos Santos que, em um auditório superlotado, fez uma palestra sobre marxismo. O truculento diretor da FNFi, Professor Eremildo Viana, tentou impedir a realização dessa palestra, porém, devido ao grande número de alunos presentes, a palestra foi realizada, apesar da proibição antidemocrática. Devido à insubordinação a essa ordem antidemocrática e a outros fatores que descreverei mais adiante, Fernando Bunchaft e diversos outros alunos foram suspensos da FNFi, e, depois do golpe, foram expulsos. A lista dos 19 alunos expulsos da FNFi será apresentada mais adiante. Entre os 19 expulsos estava Elio Gaspari, que mais tarde se tornou um escritor famoso e criou em sua coluna do jornal *O Globo* o personagem “o idiota”, para ridicularizar Eremildo Viana, o diretor antidemocrático responsável pela repressão ao movimento estudantil antes e depois de 1964. Eremildo Viana colaborou ostensivamente com a Comissão de Inquérito Militar. Devido a esse delator “idiota”, todos os alunos e pro-

fessores da FNFi que participaram dos movimentos democráticos antes do golpe de abril de 1964 foram indiciados nesse inquérito.

Eu e Fernando Bunchaft fomos os criadores do Núcleo de Estudos de Física (NEF), uma agremiação formada por estudantes de Física da FNFi. Eu fui eleito o primeiro Presidente do NEF e, com a participação de Fernando Bunchaft, fizemos uma proposta socialmente relevante: a criação do curso noturno de Física. Atendendo a essa solicitação, a Congregação da FNFi aprovou a criação do curso noturno de Física que passou a formar físicos e professores concomitantemente com o curso diurno. Cursos noturnos para o Ensino Superior são necessários porque, além de otimizar o uso das instalações e laboratórios usados apenas durante o dia, fornecem oportunidades aos alunos que precisam trabalhar para custear seus estudos. Infelizmente, o curso noturno de Física foi dissolvido durante a Ditadura Militar que se instalou no Brasil em 1964. Somente no final da década de 1980 é que, na UFRJ, o curso noturno de Física voltou a funcionar.

No final de 1963 ocorreu um episódio radical. Os alunos da FNFi ocuparam a faculdade para impedir uma colação de grau da turma de Jornalismo que convidou para Paraninfo o então governador Carlos Lacerda, líder da extrema direita naquela época e um dos fomentadores do golpe que a extrema direita desejava desencadear contra Getúlio Vargas. Como sabemos, essa tentativa de golpe culminou com o suicídio de Getúlio Vargas no dia 24 de agosto de 1954. Depois dessa tentativa frustrada, a direita sempre se articulava para dar o golpe e tomar o poder. Depois de outras tentativas frustradas, finalmente, 10 anos depois do suicídio de Getúlio, a extrema direita conseguiu chegar ao poder com o golpe militar de 1964.

No episódio de ocupação mencionado no parágrafo anterior, houve confrontos entre estudantes e tropas da Polícia Militar, solicitadas pelo governador Carlos Lacerda para garantir sua entrada na FNFi. Os ânimos só foram acalmados com a intermediação de tropas da Aeronáutica, oriundas de um quartel próximo, talvez solicitadas pelo reitor da UFRJ para impedir o acirramento dos confrontos entre estudantes e Polícia. O governador Carlos Lacerda não conseguiu entrar na FNFi e não pôde fazer seu discurso na colação de grau que provocou tais confrontos. Contudo, a FNFi ficou sob

intervenção federal desde o final de 1963 até abril de 1964. Caso o leitor esteja interessado em obter outros detalhes importantes sobre a história desse período da FNF*i*, recomendamos a tese de Ludmila G. Pereira (2010).

No início de 1964 a efervescência política se intensificou. Para impedir o crescimento do movimento popular e democrático que exigia reformas de base, os militares deram um golpe no dia 1 de abril de 1964, destituindo o então presidente João Goulart e rasgando a Constituição de 1946. Foi um duro golpe na democracia, motivado pelo anticomunismo. Os anticomunistas diziam absurdos do tipo: “Os comunistas comem criancinhas...”. Foi isso que acelerou o golpe. Eles tinham medo de que no Brasil pudesse ocorrer uma revolução comunista semelhante à Revolução Cubana ocorrida em 1959. Tinham medo de acontecer no Brasil o que aconteceu em Cuba e deram um golpe militar preventivo, e conseguiram paralisar tudo. O leitor interessado em diversas informações relevantes sobre as perseguições políticas e ideológicas desencadeadas depois do golpe militar de 1964 pode ler o livro de Nelson Werneck Sodré (1987).

Eu acho que a história recente do Brasil se divide em duas partes: antes de 1964 e depois de 1964. No final da Segunda Guerra Mundial, com o fim da ditadura reinante desde 1930, uma Assembleia Nacional Constituinte promulgou a Constituição Brasileira de 1946, na minha opinião a constituição mais democrática vigente em nosso país desde a proclamação da República Brasileira. Antes de 1964, o Brasil vivia uma democracia plena, baseada na Constituição de 1946. Quem viveu antes de 1964 pode comprovar que de 1946 até 1964 o Brasil foi conquistando e ampliando a vigência de uma verdadeira democracia. Aquela democracia plena, estrangulada pelo golpe militar de 1964, era completamente diferente da democracia incompleta atualmente vigente no Brasil. A parte recente da história da democracia no Brasil foi sepultada com o Golpe de 1964. Em decorrência da ditadura militar, as leis brasileiras que protegiam os trabalhadores foram paulatinamente sendo destruídas. Os sindicatos de trabalhadores e os diretórios acadêmicos dos estudantes foram fechados.

Como exemplo da paulatina destruição das leis que protegem os trabalhadores, cito um episódio ocorrido comigo. Em novembro de 1964, ao

ser demitido do CBPF por pressão da ditadura militar, entrei na Justiça do Trabalho para que eles me pagassem a fração do décimo terceiro salário e das férias. Em menos de dez dias meu processo foi concluído pela Justiça do Trabalho e o CBPF teve que me pagar a fração do décimo terceiro salário e das férias, que não me pagaram por causa de minha demissão sumária. Em 1964, algumas leis da Justiça do Trabalho ainda eram aplicadas, porém, paulatinamente essas leis começaram a ser abolidas. Em 1968, com a edição do *Ato Institucional n. 5*, foram abolidas as demais leis democráticas vigentes no país. Hoje, no Brasil atual da democracia incompleta, um processo na Justiça do Trabalho, por mais simples que seja, dura, no mínimo, mais de dois anos para chegar ao seu término. Atualmente, até no Tribunal de Pequenas Causas, criado para agilizar processos, um processo geralmente dura de três meses até dois anos.

A truculenta ditadura militar que se instalou no Brasil a partir de 1964 prejudicou minha carreira, a carreira de Fernando Bunchaft e alterou de forma irreversível o desenvolvimento democrático do povo brasileiro que, até hoje, sente as consequências antidemocráticas daquela ditadura. Alguns políticos que cresceram durante a ditadura de 1964 foram de tal maneira influenciados pelas ideias ditatoriais que assimilaram muitos dos seus métodos e, hoje, consideram normais certas anomalias antidemocráticas. Por exemplo, o atual instrumento chamado de “Medida Provisória” (permitido pela Constituição de 1988) é um resquício do antigo “Ato Institucional” que os militares usavam para impor suas políticas. Ambos instrumentos são editados pelo governante e passam a vigorar imediatamente após sua edição. Logo, a “Medida Provisória” e o “Ato Institucional” são muito semelhantes. O fato da “Medida Provisória” ser editada por um governante eleito pelo povo não elimina o seu caráter arbitrário e antidemocrático. Nem mesmo o presidente dos Estados Unidos tem o poder de editar uma “Medida Provisória”, visto que a Constituição americana não o permite, apesar deste país ser o país mais imperialista da história da humanidade. A lentidão da Justiça do Trabalho mencionada acima, bem como a possibilidade da edição de “Medidas Provisórias”, são sintomas que descredenciam o Brasil como sendo uma democracia plena. Foram por esses motivos que afirmei no parágrafo anterior que a ditadura

militar arruinou a democracia neste país e, embora atualmente existam muitos esforços para a normalização democrática, na minha opinião, ainda não recuperamos a plenitude de uma verdadeira democracia.

Outra consequência perversa da ditadura militar foi a alienação dos jovens. Antes de 1964 os jovens tinham mais motivação para participar. Todos os jovens gostavam de participar de esporte, da política, da arte, da música, enfim, de qualquer atividade que pudesse aumentar aquela vivacidade juvenil. Os Diretórios Acadêmicos, a União Metropolitana dos Estudantes e a União Nacional dos Estudantes (UNE) funcionavam como atratores para a participação da juventude. Na FNFi, além das atividades já mencionadas, surgiu o embrião do Centro Popular de Cultura da UNE, criado pelo saudoso Oduvaldo Viana Filho com a nossa ajuda e a colaboração de outros intelectuais da própria FNFi. O Centro Popular de Cultura da UNE difundiu pelos quatro cantos do nosso país uma cultura popular engajada, com a apresentação de peças teatrais, exibição de filmes e outras atividades culturais. Tudo isso terminou em abril de 1964.

A participação do movimento estudantil foi sempre forte antes de 1964, em muitos episódios da história do Brasil. Vou citar outros episódios relevantes ainda não citados anteriormente: (1) Os estudantes pediram a entrada do Brasil na Segunda Guerra Mundial para combater o nazismo, em represália aos ataques nazistas aos nossos navios; os estudantes ocuparam a embaixada da Alemanha que serviu de sede para a UNE até 1 de abril de 1964. Esse prédio da UNE foi demolido depois do golpe militar. Somente recentemente, passados mais de 30 anos, é que a UNE conseguiu se rearticular e conquistou um novo prédio; (2) Os estudantes participaram da queda da Ditadura do Estado Novo e influenciaram a elaboração da Constituição de 1946; (3) Os estudantes participaram da luta contra todas as tentativas de golpes frustrados desde o suicídio de Getúlio Vargas em agosto de 1954 até 1964, quando o golpe finalmente foi vitorioso e muitos estudantes foram presos, mortos ou perseguidos (como no meu caso, no caso de Fernando Bunchaft e de muitos outros companheiros). Entre as tentativas de golpes frustrados, a mais famosa foi a tentativa de impedir a posse de João Goulart, vice-presidente eleito pelo povo. Com a renúncia do presidente Jânio Quadros em agosto de 1962, pela

Constituição, quem deveria assumir era o vice-presidente João Goulart. Os militares queriam impedir a posse de João Goulart, porém, com o protesto do movimento estudantil e como o então governador do Rio Grande do Sul, Leonel de Moura Brizola, distribuiu armas ao povo gaúcho para evitar uma guerra civil, o Congresso permitiu a posse de João Goulart instituindo o regime parlamentarista. Os anos de 1962 até 1964 foram anos de intensa efervescência política para a conquista de reformas de base e na tentativa de impedir o golpe contra a democracia que continuava sendo tramado. Os estudantes da FNF*i* estavam na vanguarda de muitos dos acontecimentos políticos neste período histórico, conforme informei em outras partes deste trabalho. O leitor interessado em outras informações importantes pode ler a obra de Pereira (2010) ou então o livro de Wanderley Guilherme dos Santos (1962).

Depois de 1964, houve uma espécie de lavagem cerebral. Se você não tem uma válvula de escape, então em geral passa a fumar, beber, consumir drogas ou praticar outras atividades prejudiciais à saúde. As drogas sempre existiram, mas antes de 1964 você tinha a contrapartida: poder participar com facilidade de alguma atividade cultural ou esportiva. Contudo, na nossa sociedade atual, as possibilidades de participação nas atividades culturais são muito mais restritas.

Para punir o movimento estudantil, os principais alunos que participaram desse movimento na FNF*i* foram expulsos da universidade. Fernando Bunchaft, eu e Carlos Maurício encabeçávamos essa lista de expulsos. Antes da expulsão, no final de 1963, havia uma lista de suspensão de diversos alunos que eles puniram com uma suspensão antes do golpe. Fernando Bunchaft estava à frente desta lista. Talvez eles desejassem expulsar os alunos, porém antes do golpe não havia clima para tamanha repressão. Acho que o motivo principal da expulsão foi coibir os alunos de participarem do movimento; eles viam o que acontecia com os outros alunos e ficavam com medo. Os alunos pensavam: “se eu participar, vou ser expulso ou vou ser suspenso”. O objetivo foi a intimidação, como foi todo o objetivo do golpe, que era impedir os movimentos sociais, todos os tipos de movimentos. Realmente o Golpe de 1964 conseguiu engessar tudo; não teve como reagir quando começaram a prender, arrebentar, matar, fechar tudo. Então foi um golpe muito grande

no movimento estudantil e na sociedade brasileira como um todo. Quando Tiradentes foi sacrificado, o objetivo do seu trucidamento também era o mesmo: impedir a ascensão do movimento pela liberdade. Assim sendo, a expulsão de Fernando Bunchaft e dos demais estudantes também ficará na história como um registro de repressão à luta pela liberdade. Mais adiante relatarei a cerimônia pública na qual a UFRJ se redimiou desse ato antidemocrático, anulando simbolicamente as expulsões ocorridas em 1964.

Eu, Fernando Bunchaft e Carlos Maurício havíamos terminado o curso de Bacharel em Física no final de 1963, porém nossos diplomas não foram liberados. Contudo, com exceção de nós três, os demais alunos expulsos ainda não haviam terminado nenhum curso. A lista dos expulsos foi encabeçada pelos alunos que exerciam lideranças, ou seja, eles colocaram na lista dos expulsos justamente aqueles que participavam mais, para servir de exemplo. Havia muito mais gente participando. Porém eles foram muito seletivos, escolheram dois ou três alunos de cada curso, entre os cursos que participavam mais: Física, Matemática, Química, História, Ciências Sociais, Filosofia, Jornalismo e Letras. Se fossem expulsar todos os alunos que participavam, eles teriam que expulsar mais de trezentos estudantes. Os demais alunos da lista ficaram bem mais prejudicados que nós três porque ficaram sem a possibilidade de continuar seus estudos. Foi um prejuízo muito grande porque se você é expulso, depois não pode ir para uma faculdade federal nem estadual, fica com a carreira completamente truncada. Mesmo na faculdade particular há preconceito. “Você foi expulso, fulano”. Teve gente que foi para outros estados para continuar a estudar. Contudo, nós três sofremos outro grande prejuízo conforme mostrarei no próximo parágrafo. Em homenagem a todos os 19 expulsos, cito aqui os nomes dos sacrificados pela liberdade: Fernando Bunchaft, Carlos Maurício G. Ferreira Chaves, Adir Moysés Luiz, Paulo Cesar Dantas Esteves, Manoel José Rocha e Silva, Sílvio Clemente da Mota, Sergio Emmanuel Dias Campos, Elias Mansur Simão Filho, João Guilherme Vargas Neto, Enylton de Sá Rego, Yedda Salles, Sérgio Salomé, Rachel Teixeira, Elio Gaspari, Amaury Cano, Wilson do Nascimento Barbosa, Flavio Silva, Regina do Prado e Victoria Grabois.

Em 1964 eu e Fernando Bunchaft estávamos matriculados no curso de mestrado do Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas (CBPF) e obtivemos um contrato provisório como “instrutores do CBPF”. Contudo, no final de 1964, sob pressão de um Inquérito Policial Militar instalado na FNFi, fomos sumariamente demitidos do CBPF. O processo oriundo deste Inquérito Policial Militar só terminou em 1969, foi arquivado e ninguém foi condenado, mas foi uma pressão muito grande em cima dos alunos e professores que foram indiciados naquele inquérito. Havia pilhas e pilhas de depoimentos, diversos materiais que eles tiraram da faculdade. Eles fecharam a faculdade e pegaram todo o material que estava lá dentro, papéis do Diretório Acadêmico, vasculharam tudo e depois começaram a fazer terrorismo. Chamaram para depor os alunos, os professores... Muitos foram presos. Muitos professores da FNFi também foram demitidos, mas depois foram anistiados, porém os ex-alunos só foram anistiados simbolicamente em uma cerimônia pública realizada no Fórum de Ciência e Cultura da UFRJ, convocada pelo reitor da UFRJ. Descreverei com mais detalhes este evento mais adiante.

Depois da demissão do CBPF eu e Fernando Bunchaft nos separamos e passamos a nos encontrar muito raramente. No restante deste trabalho descreverei esses raros encontros. Eu fui fazer pós-graduação no Instituto de Química – atual Instituto Alberto Luiz Coimbra de Pós-Graduação e Pesquisa de Engenharia (COPPE) da UFRJ – e Fernando Bunchaft foi para a Argentina para prosseguir suas pesquisas de Física Teórica.

A partir da separação acima mencionada, não tive mais contatos com Fernando Bunchaft. Depois de completar meu mestrado, em 1966 fui para a Itália e comecei a trabalhar no Instituto de Física da Universidade de Pisa. Em 1969 Fernando Bunchaft foi para a Itália trabalhar no Instituto Nazionale de Fisica Nucleare, na Universidade de Nápoles. Embora trabalhando em cidades muito distantes, pudemos nos encontrar em duas ocasiões. Fernando Bunchaft esteve em Pisa e ficou hospedado em minha casa. Depois fui passear em Nápoles e fiquei hospedado em sua casa.

Em 1970 retornei para o Brasil. Fui contratado pelo Instituto de Física da UFRJ onde permaneço lecionando e fazendo pesquisas até hoje. Fernando Bunchaft permaneceu por mais alguns anos na Itália. Ele poderia ter ficado

na Itália pois passou em um concurso público. Ele assumiu um cargo público de professor na Itália e, se quisesse, poderia ter permanecido no país. Porém, sua pátria era o Brasil e era seu desejo retornar.

Com meu retorno ao Brasil em 1970, nossos destinos se separaram novamente. Alguns anos mais tarde, depois de retornar para o Brasil, Fernando Bunchaft fez concurso para a Universidade Federal da Bahia e, em 1980, foi contratado pelo Instituto de Física da UFBA e lá permaneceu até o momento da sua aposentadoria.

Eu trabalhava no Instituto de Física da UFRJ e Fernando Bunchaft trabalhava no Instituto de Física da Universidade Federal da Bahia. Apesar da distância, continuamos mantendo contatos esporádicos através de correspondências. Naquela época ainda não havia a facilidade de comunicação por e-mail. Nossas raríssimas correspondências eram enviadas pelo correio normal. Um encontro fortuito ocorreu quando eu participei de um congresso de Engenharia em Salvador; como não podia ficar muito tempo, para não incomodá-lo, não quis avisar Fernando Bunchaft da minha presença. Naquela época, no início da década de 1980, com o início da abertura política, os professores começaram a se organizar e, como eu me encontrava próximo da UFBA, resolvi dar uma olhada na Assembleia dos Professores universitários realizada em Salvador. Para minha surpresa e alegria, encontrei Fernando Bunchaft naquela ocasião. Não aceitando minha alegação de que eu já estava hospedado em um hotel e teria que retornar no dia seguinte para o Rio de Janeiro, ele me hospedou em sua casa. O curioso é que esse encontro, ao contrário dos demais, foi inteiramente casual. Encontrei casualmente o incansável Fernando Bunchaft participando de um outro movimento social, desta vez como professor e não como aluno.

Outros raros encontros ocorreram durante algumas férias escolares; às vezes Fernando Bunchaft vinha ao Rio de Janeiro e tivemos oportunidade de nos encontrar algumas vezes em um apartamento que ele estava adquirindo no Novo Leblon na Barra da Tijuca.

O relato de partes importantes da biografia de Fernando Bunchaft ficaria incompleto se não mencionássemos alguns aspectos da vida de Maria Elizabeth, a grande e dedicada esposa que sempre o acompanhou no exterior

durante os anos de chumbo. Maria Elizabeth se formou como Bacharel em Matemática pela FNF. Na mesma FNF que foi palco de sua paixão política, científica e filosófica, também foi o local onde Fernando Bunchaft conheceu Maria Elizabeth, sua maior paixão.

Posteriormente, Maria Elizabeth e Fernando Bunchaft se casaram e tiveram três filhos: Antônio, Rosa e Maria Eugênia. Sua maior paixão faleceu no dia 10 de agosto de 2000. Com o agravamento de problemas da sua saúde, e com a nostalgia da perda de sua companheira, Fernando Bunchaft faleceu em 14 de maio de 2001, menos de um ano depois do falecimento de Maria Elizabeth.

A carreira brilhante de Maria Elizabeth Fróes Bunchaft foi também prejudicada pela ditadura militar, não só por ter acompanhado Fernando Bunchaft no exterior, como também pelo medo da repressão quando eles estavam no Brasil. Além de ter que cuidar dos três filhos, ela conseguia tempo para fazer suas pesquisas de Matemática. Em meio a tantas dificuldades, ela conseguiu fazer pós-graduação na PUC do Rio de Janeiro, conforme relatarei mais adiante. Além disso, ela se tornou também poetisa e, entre suas poesias, destaco *A Voz Rouca das Ruas*. (BUNCHAFT, 1997) Em homenagem a Maria Elizabeth, transcrevo abaixo os seus belos versos:

*A voz rouca que ouço nas ruas
Grita: Emprego! Pros Filhos, Pão!
Homens famintos, crianças nuas,
O mar de excluídos da grande nação.
Se ergue também um grito mais forte:
Mas nos hospitais é a voz da morte,
Daqueles que a vida não podem comprar.
Do povo que luta, escuta e protesta,
Quando se tenta vencer a nação
Do ouro da Vale às nossas florestas,
As vozes das ruas são roucas de Não!*

Maria Elizabeth foi selecionada para fazer o mestrado em Matemática na PUC no Rio de Janeiro. No serviço público, quando um cônjuge viaja para outro estado, o outro cônjuge tem garantido o direito de acompanhar aquele que viajou. Se essa lei pudesse ser usada no caso de Fernando Bunchaft, seria

uma oportunidade de acompanhar Maria Elizabeth para ela fazer seu mestrado em Matemática na PUC no Rio de Janeiro e, ao mesmo tempo, realizar sua intenção de voltar à cidade.

Sabendo que eu era chefe de um dos departamentos do Instituto de Física da UFRJ, Fernando Bunchaft me encaminhou uma carta para fazer seu pedido de transferência para a UFRJ com base naquela lei. Eu encaminhei o pedido de transferência de Fernando Bunchaft para o meu Departamento no Instituto de Física da UFRJ. Com base na análise do currículo de Fernando Bunchaft, esse pedido foi aprovado por unanimidade. Contudo, não sei se por burocracias da UFRJ ou se por burocracias da Universidade Federal da Bahia, a transferência de Fernando Bunchaft para o meu departamento não foi efetivada, de modo que a intenção de Fernando Bunchaft de voltar definitivamente para o Rio de Janeiro foi frustrada.

Um dos últimos encontros com Fernando Bunchaft ocorreu no dia 22 de novembro de 1999, cerca de dois anos antes do seu falecimento. Fernando Bunchaft foi convidado pelo reitor da UFRJ para a sessão especial do Conselho Universitário da UFRJ realizada no dia 22 de novembro de 1999, cerimônia pública na qual a universidade se redimiou do ato antidemocrático da expulsão dos 19 alunos mencionado anteriormente, anulando simbolicamente as expulsões ocorridas em 1964. Quase todos os ex-alunos que foram expulsos em 1964 compareceram, exceto dois deles que já haviam falecido e um outro que não foi localizado. A cerimônia foi realizada no auditório do Fórum de Ciência e Cultura da UFRJ, que estava completamente lotado. Depois de vários discursos muito aplaudidos, os ex-alunos receberam das mãos do reitor da UFRJ um documento contendo a resolução do Conselho Universitário, anulando as expulsões ocorridas em 1964 e pedindo desculpas pelo erro cometido no passado.

A proposta de anulação das expulsões foi uma importante iniciativa do professor Aloísio Teixeira que, posteriormente, foi um excelente reitor da UFRJ, eleito pela comunidade da universidade em dois mandatos consecutivos. A proposta do professor Aloísio Teixeira foi aprovada por unanimidade na sessão do Conselho Universitário da UFRJ realizada no dia 5 de agosto de 1999. Como diz o velho ditado, antes tarde do que nunca. Cerca de 35 após

o ato antidemocrático, a UFRJ anulou aquela decisão arbitrária. Com aquela cerimônia de anulação da expulsão dos 19 alunos, a UFRJ se redimiu de uma mancha antidemocrática em sua história gloriosa de uma verdadeira universidade na qual todas as ideologias e credos devem conviver sem preconceitos nem perseguições.

Fernando Bunchaft veio ao Rio de Janeiro acompanhado de seu filho Antonio. Ele ainda gozava de uma saúde relativamente boa, porém, mesmo que ele estivesse doente, ele jamais deixaria de comparecer àquela cerimônia de caráter democrático que homenageava os 19 alunos expulsos. A cerimônia serviu também para eu reencontrar outros companheiros que eu não via desde 1964. Esse evento foi amplamente noticiado pela imprensa.¹

Finalizando, espero haver prestado com estas linhas a minha singela homenagem a Fernando Bunchaft, uma personalidade marcante que jamais será esquecida. O sonho maior de Fernando Bunchaft era a possibilidade da existência no Brasil de uma democracia plena na qual não existisse mais nenhum tipo de exploração do homem pelo homem. Que a memória de Fernando Bunchaft seja sempre lembrada como um símbolo para todos aqueles que lutam por uma democracia socialista.

REFERÊNCIAS

BUNCHAFT, Maria Elizabeth F. A voz rouca das ruas. *Diário da Câmara*, Rio de Janeiro, 26 jan. 1997.

MIRANDA, Oldack. Em memória de Fernando Bunchaft, militante comunista. *Jornal A Tarde*, Salvador, 15 maio 2011. Também disponível no site Bahia de Fato: <<http://bahiadefato.blogspot.com.br/2011/05/em-memoria-de-fernando-bunchaft.html>>.

PEREIRA, Ludmila G. *O historiador e o agente da história: os embates políticos travados no curso da história da Faculdade Nacional de Filosofia da Universidade do Brasil (1959-1969)*. Dissertação (Mestrado em História) – Departamento de História, Universidade Federal Fluminense, Niterói, 2010.

¹ A exemplo da edição de 10 de novembro de 1999 do jornal *O Dia*, assim como a de 13 de novembro de 1999 do *Jornal do Brasil*, e as edições de 23 de novembro de 1999 de *O Globo* e a da *Tribuna da Imprensa*.

SANTOS, Wanderley Guilherme dos. *Quem Dará o Golpe no Brasil?* Editores: Álvaro Vieira Pinto e Ênio Silveira. [Rio de Janeiro]: Editora Civilização Brasileira, 1962. (Cadernos do Povo Brasileiro, v. 5)

SODRÉ, Nelson Werneck. *História da História Nova*. 2. ed. Petrópolis, RJ: Editora Vozes, 1987.

CIÊNCIA E POLÍTICA NA ITÁLIA DOS ANOS 1970*

Olival Freire Júnior

INTRODUÇÃO

Desde seu retorno ao Brasil, na sequência da anistia política de 1979, Fernando Bunchaft dedicou a maior parte de sua atividade como pesquisador à investigação sobre os fundamentos da Física, em particular sobre os fundamentos da Mecânica Clássica e da Relatividade Geral, e sobre os estudos de Karl Marx acerca dos fundamentos filosóficos do cálculo. Bunchaft sedimentou este interesse nos fundamentos da ciência durante seu exílio na Itália. Parece-me apropriado, portanto, homenagear Bunchaft com um trabalho que discuta como o interesse em fundamentos entre os físicos italianos foi significativamente motivado por inspirações políticas esquerdistas, uma conexão que certamente agradaria ao nosso homenageado se este a tivesse conhecido.

A Sociedade Italiana de Física (SIF) criou, em 1953, uma escola de verão que posteriormente passou a se denominar Escola de Verão Enrico Fermi. Esta escola promove três cursos a cada ano, com duração de uma a duas semanas cada, e têm sido realizados sempre na cidade de Varenna, às margens

* Agradeço ao CNPq o apoio que tem permitido esta pesquisa, à Sociedade Italiana de Física o acesso aos seus arquivos, e aos participantes daqueles cursos que gentilmente concederam depoimentos.

do Lago de Como. A escola tornou-se uma referência na formação de físicos de todo o mundo, inclusive com a publicação regular das aulas ministradas nestes cursos. Em 1970 e 1972, a SIF dedicou dois de seus cursos a temas até então inéditos em escolas voltadas à formação de físicos: fundamentos da teoria quântica e história da física do século XX. O contexto político presente tanto na decisão de realização destes cursos quanto na própria realização dos mesmos é o objeto da presente comunicação. Trata-se de resultado de pesquisa ainda em andamento. Esta pesquisa está baseada, metodologicamente, tanto no uso da história oral, com tomada de depoimentos de protagonistas, quanto de outras formas de depoimentos, bem como em documentação dos arquivos da Sociedade Italiana de Física.

A pesquisa histórica explorando as conexões entre ciência e política tem contribuído para a crítica de uma visão muito difundida segundo a qual a autonomia da ciência face à política deve ser preservada a todo custo, como se isto fosse possível, porque qualquer interferência da política na ciência levaria a efeitos desastrosos para esta última. Esta visão, quase de senso comum, especialmente entre os próprios cientistas, está lastreada nas ideias do sociólogo Robert Merton, que teorizou sobre a autonomia da comunidade científica como condição de êxito para a própria ciência. Na segunda metade do século XX, esta visão ficou reforçada pelas narrativas tanto do banimento da genética na União Soviética, por razões ideológicas, quanto da influência da ideologia nazista na defesa de uma “ciência ariana”. Contudo, como argumentado pelo historiador Alexei Kojevnikov, a força desta visão reflete também o peso do contexto da Guerra Fria na produção historiográfica ocidental, afinal, buscava-se mostrar que a influência da política na ciência soviética levava à distorção desta última. O problema com esta visão é que ela impedia uma compreensão mais clara dos casos de sucesso nos quais a ciência estava mesclada à atividade política. O caso mais impressionante, neste sentido, foi desenvolvido pelo próprio Kojevnikov (2004) com o livro que leva o sugestivo e provocativo título de *Stalin's Great Science*, dedicado à história da física soviética. O historiador Alexis De Greiff (2002) mostrou como a mescla de ciência com política, no caso diplomacia, foi essencial na criação

do Centro Internacional de Física Teórica, em Trieste, pelo físico paquistanês e Prêmio Nobel Abdus Salam. Outro estudo ilustrativo da interdependência entre ciência e política foi o estudo de Timothy Lenoir (2003) sobre a carreira do médico alemão Emil Du Bois-Reymond em meados do século XIX e a consolidação da disciplina da fisiologia experimental na Alemanha da segunda metade do século XIX. Neste estudo, Lenoir sugere que a “boa ciência” poderia ser parte de uma teia contínua de instituições políticas e econômicas sustentada por valores e ideologia.

O impacto das manifestações políticas dos anos 1960, principalmente as juvenis, na esfera da cultura e da política tem sido objeto de variados estudos históricos. O impacto daquela conjuntura de rebeliões universitárias na própria ciência tem recebido menor atenção, talvez refletindo a visão recebida que acabamos de criticar. Contudo, o fenômeno não tem passado despercebido. O historiador Daniel J. Kevles (1977), em obra já clássica sobre a formação da comunidade de físicos nos Estados Unidos, caracterizou a transição da década de 1960 para a de 1970 como a época da “nova revolta contra a ciência” para expressar a desconfiança política e cultural que se estabeleceu nos EUA em relação à ciência. Em estudo sobre o que denominei de “dissidentes quânticos”, eu incluí a contestação política do final dos anos 1960 dentre os fatores que contribuíram para a emergência das pesquisas sobre fundamentos da teoria quântica (FREIRE, 2004, 2009), e David Kaiser (2011) identificou a influência da contracultura, dos hippies em particular, no desenvolvimento do mesmo campo de pesquisa. Stevens (2003) estudou a influência do mesmo contexto político do final dos anos 1960 e início dos anos 1970 no discurso dos físicos de partículas norte-americanos que visava justificar socialmente a construção de equipamentos (aceleradores de partículas, como o Fermilab) cada vez maiores. Moore (2008) examinou, em alentado estudo, a interação entre a ciência norte-americana e a política, em especial a atividade política contra o uso militar da pesquisa científica, mas, este estudo explorou mais o impacto da política no compromisso social dos cientistas, sem explorar tal impacto nos rumos da prática da própria ciência.

BREVE DESCRIÇÃO DAS ESCOLAS ENRICO FERMI DE 1970 E DE 1972

O físico francês Bernard d'Espagnat, treinado em física teórica de partículas e campos, mas com publicações na área de fundamentos da física, foi o convidado pela SIF para dirigir os trabalhos da edição da escola dedicada aos fundamentos da física quântica, realizada em 1970. Dentre os palestrantes estavam alguns nomes de destaque neste campo de pesquisa, como John Bell, Eugene Wigner, Abner Shimony, David Bohm, J. M. Jauch e Bryce DeWitt. O tema, à época, era pouco valorizado entre os físicos, considerado assunto para filósofos, em parte devido ao estigma que cercava o tema das variáveis escondidas, isto é, as tentativas, lideradas por David Bohm, de modificar a teoria quântica de modo a recuperar descrições deterministas apelando para a inclusão de variáveis adicionais àquelas já usadas pela teoria quântica. O tema era, e ainda é, objeto de intensa controvérsia entre os físicos, o que o torna inusitado como tema de uma escola voltada à formação de jovens físicos. A impressão deixada no físico sueco Anders Barany (2011) ilustra o inusitado da iniciativa:

O que mais me impressionou foi que muitos (talvez mesmo a maioria) dos cientistas altamente qualificados ensinando naquele curso não podiam cooperar para tentar ajudar os estudantes a formar uma representação coerente dos diferentes problemas conectados com os fundamentos da física quântica. No lugar disso, eles imediatamente iniciavam discussões entre si e em alguns momentos eles estavam realmente lutando uns com os outros (quase fisicamente!). Em retrospectiva, tendo tanto participado quanto organizado um grande número de encontros científicos, eu não chamaria aquilo uma escola de verão, pois 'escola' significa, em certo sentido, que ela deveria ter um papel educacional, mas sim uma conferência para cientistas maduros apresentar seus próprios resultados e posições.

Ainda que inusitada, pelo tema, a escola pode ser considerada plenamente exitosa, pelos seus efeitos de curto e médio prazo. O volume com o teor das palestras e das discussões tornou-se referência em um campo de pesquisa que não tem cessado de crescer. (D'ESPAGNAT, 1971) A exis-

tência da própria escola contribuiu para enfrentar preconceitos existentes em relação ao tema, pois a sua realização sinalizava uma atitude da corporação profissional dos físicos de institucionalizar a controvérsia.¹ Depoimentos recentes, como os de G. M. Prosperi (2011) e de Anders Barany (2011), indicam que a escola teve um forte impacto em suas carreiras influenciando as escolhas intelectuais e profissionais feitas desde então.

A escola dedicada à história da física do século XX, realizada em 1972, foi dirigida pelo historiador norte-americano Charles Weiner, então diretor do Center for History and Philosophy of Physics do American Institute of Physics. Dentre os palestrantes, além de historiadores da física tanto jovens quanto seniores, a exemplo de Joan Bromberg, Gerald Holton e Martin Klein, estavam presentes físicos de projeção como o Prêmio Nobel Paul Dirac, Hendrik Casimir, Viktor Weisskopf e Léon Rosenfeld, sendo que o último nutria um sério interesse na história da física.² Era prevista a participação, como palestrantes, de historiadores como Thomas Kuhn e Paul Forman, o que não se realizou.³ Comparada com a escola dedicada aos fundamentos da física quântica, pode-se dizer que esta escola teve impacto menos profundo na configuração deste campo de pesquisa, mesmo porque a história da física já era, àquela altura, um campo acadêmico bem definido. As palestras apresentadas, contudo, certamente converteram-se em referências importantes para os pesquisadores deste campo. (WEINER, 1977) É certo, também, que uma escola dedicada à história da física, mas promovida por uma sociedade de físicos, foi, e ainda hoje seria, algo inusitado.

1 Para uma análise mais detalhada das atividades desta escola, ver Freire (2003).

2 Sobre Rosenfeld, ver Jacobsen (2011). Os seguintes brasileiros estavam inscritos neste curso: Amélia Império Hamburger, Enio Frota da Silveira, Penha Maria Cardoso Dias, Ernst Hamburger, além do italiano, hoje radicado no Brasil, Ennio Candotti. O casal Hamburger desistiu da participação, impedidos que foram pelo julgamento a que estavam submetidos no Brasil em processo político movido pelo regime militar. Promemoria per la SIF – Elenco dei candidati accettati per il 3° corso di Varenna; Amélia e Ernst Hamburger, cable, 27/06/1972; Amélia e Ernst Hamburger para Toraldo di Francia, 26/07/1972; Arquivos da SIF, Bolonha.

3 Segundo telegrama de Charles Weiner enviado aos diretores da SIF em 19/02/1972. Arquivos da SIF, Bolonha.

A POLÍTICA COMO FORÇA MOTIVADORA

Ainda que pouco usuais, os dois cursos de verão foram considerados, à época, parte integrante das atividades tradicionais da Sociedade Italiana de Física. Vistos em retrospectiva, eles foram algo mais que inusitados ou não tradicionais. Eles contribuíram, especialmente o de 1970 sobre os fundamentos da física quântica, para a consolidação de disciplinas acadêmicas em física e em história da física. (FREIRE, 2003) E, contudo, como veremos, a iniciativa da realização destes cursos foi fortemente condicionada pelo modo como os físicos italianos, ou pelo menos parte significativa deles, agiram no contexto da ampla contestação política que marcou o final dos anos 1960 em praticamente todo o mundo. Esta contestação tinha uma forte componente voltada contra a guerra empreendida pelos Estados Unidos contra o Vietnã, e contra o uso da ciência e da tecnologia naquele esforço de guerra. Os principais protagonistas daquela contestação eram jovens universitários, e os físicos, italianos no caso, não foram imunes àquela contestação.⁴

A lembrança da escola de Varenna de 1970 evoca em Augusto Sabbadini (2011), físico italiano que havia se graduado em 1968 e participou daquela escola, impressões que expressam esta mescla entre ciência e política:

De volta a Varenna. Foi uma época muito fascinante em muitos aspectos. O movimento de 68 estava ainda em pleno desenvolvimento e eu tinha a sensação de ser parte daquele processo. O sentimento de abertura, de disposição para considerar as coisas em formas novas e não convencionais tinha de certo modo se espalhado das ruas para a academia. Varenna foi, parcialmente, uma expressão daquilo.

Tito Tonietti (2011), físico italiano, graduado em 1966, que depois faria uma conversão profissional para a história da ciência, tem lembranças análogas, especialmente no que diz respeito à interação entre o contexto político da época e a reorientação de direções de pesquisa:

⁴ Sobre a intelectualidade italiana naquele contexto, ver Camenietzki e Carvalho (2005).

Eu concluí minha graduação com uma tese original sobre teorias de calibre, mas naquela época ninguém estava interessado nisto. Então, no contexto político do final dos anos 1960, nós desejávamos uma mudança profunda não somente na sociedade, mas também na forma de fazer física. Assim, nós começamos pelos fundamentos da mecânica quântica, a qual eu tinha aprendido do Messiah.⁵

A proposta de escolas de verão dedicadas aos fundamentos da teoria quântica e à história da física do século XX, surgiu, efetivamente, em encontros da Sociedade Italiana de Física pelas mãos de físicos com fortes simpatias com a contestação política nos meios universitários. Angelo Baracca, que havia concluído sua graduação em física em 1965 e começava sua pesquisa em altas energias, e tinha então uma posição de “Professore incaricato” na Universidade de Florença, exemplifica esta tendência ao lembrar que era “muito sensível ao fluxo geral de práticas e considerações críticas contra a ciência institucionalizada e seus compromissos sociais”. Conforme suas lembranças:

Eu estava entre os jovens físicos que participaram do encontro e da assembléia da Sociedade Italiana de Física, na qual nós criticamos a pesquisa institucional, e expressamente propusemos este curso nos programas das Escolas de Verão de Varenna com a proposta de introduzir uma reflexão sobre os fundamentos da física. Além disso, nós tivemos uma iniciativa subsequente propondo e conseguindo uma Escola de Verão sobre a História da Física, que nós considerávamos uma forma concreta de estudo das implicações sociais da ciência. (BARACCA, 2011)

Seria um equívoco, contudo, pensar na realização daqueles cursos como uma iniciativa apenas de jovens físicos sensibilizados pela rebelião estudantil. Franco Selleri (2003), que apresentou formalmente a proposta do curso sobre fundamentos da teoria quântica em reuniões da SIF, era, àquela altura, um

5 Messiah é referência a clássico livro texto de mecânica quântica escrito por Albert Messiah.

experiente físico de partículas, com 36 anos de idade.⁶ Ulteriormente, Selleri se tornaria um cientista de projeção nesta área de pesquisa. Na sua palestra na escola de Varenna, Selleri já apresentava uma mescla de um programa científico de reforma da teoria quântica com a perspectiva filosófica do realismo e com o compromisso político com a mudança social. (D'ESPAGNAT, 1971) Esta é uma mescla que Selleri mantém ainda hoje. Conforme depoimento mais recente, ele afirmou “que é nosso dever construir uma ciência que possa ser comunicada a todos”, e acrescentou:

[...] naqueles tempos eu estava pensando em termos de classe trabalhadora, pessoas do mundo do trabalho [...] Vendo que importantes idéias de pessoas realistas como de Broglie, Einstein e outros tinham sido esquecidas, eu compreendi que a comunidade científica não funcionava adequadamente.

Mais expressivo ainda é o fato de que estas propostas de cursos, no contexto político em que foram formuladas, foram adotadas sem maiores conflitos pela Sociedade Italiana de Física. De fato, ocorreu uma espécie de compromisso político liderado por Toraldo di Francia, que presidiu a SIF entre 1968 e 1973. Giuliano Toraldo di Francia (1916-2011) foi um pesquisador muito prestigiado na área de ótica, detentor da Medalha Max Born da Optical Society of America. Toraldo di Francia definia-se como um homem de esquerda, mas não comunista, e apresentava sensibilidade para a dimensão filosófica da atividade científica. Em entrevista em 2003, ele recordou tanto o compromisso que ele liderou quanto o reconhecimento ulterior do acerto deste compromisso:

Eu me encontrei em uma situação, digamos, entre a bigorna e o martelo, entre os dois, porque de uma parte

⁶ “Eu era então um membro do conselho diretor da SIF e eu sugeri que uma escola de verão fosse organizada em Varenna pela SIF sobre os fundamentos da mecânica quântica. A idéia foi aceita e d’Espagnat foi nomeado diretor da escola e muitas pessoas influentes foram convidadas.” Franco Selleri, entrevista concedida a Olival Freire, Bari, em 24 de junho de 2003, depositada no Center for History of Physics do American Institute of Physics, College Park, MD.

eu tinha meus professores, meus antigos professores, que não eram fascistas, de modo algum, mas certamente reacionários, e as pessoas mais jovens que eram pró-comunistas, mas de modo excessivo. Eu disse não, você está certo aqui e você está errado aqui, e eu me encontrava em uma diferente posição. Mais tarde se reconheceu que adotando aquele ponto de vista eu salvei a SIF. Porque ela certamente estava arriscada a se cindir em duas naquela época. Eu disse não, nós não podemos cindir, nós devemos continuar a fazer pesquisa de alta qualidade em física de partículas como tem sido feito; mas também ter atenção com as necessidades da sociedade, o que partículas não faz, mas que poderia ser feito, e mais tarde se reconheceu que era um ponto de vista razoável.⁷

Preocupações políticas contemporâneas estão documentadas na própria definição do curso dedicado à história da física do século XX. Conforme proposta de Charles Weiner, seu diretor, este seria o tema geral, mas os subitens comportavam tanto itens típicos da disciplina história da física, a exemplo de “Origens e desenvolvimento da teoria quântica” e “História da física nuclear e de partículas”, como itens que expressavam mais o ambiente político-cultural que havia presidido a iniciativa do curso, a exemplo de itens como “Prospectivas históricas sobre física, tecnologia e sociedade” e “O papel social do físico profissional.” (WEINER, 1971)

A POLÍTICA PRESENTE NA REALIZAÇÃO DESTES CURSOS

Se o contexto político da rebelião universitária do final dos anos 1960 é o que explica a decisão da SIF de dedicar dois cursos da Escola de Verão Enrico Fermi aos temas dos fundamentos da teoria quântica e da história da física do século XX, não é de surpreender notarmos a presença do mesmo contexto durante a realização dos próprios cursos. Aos participantes não italianos chamava a atenção, na escola, a politização dos participantes italianos.

⁷ Toraldo di Francia, entrevista concedida a Olival Freire, Florença, em 01 de julho de 2003, depositada no Center for History of Physics do American Institute of Physics, College Park, MD.

“Eu lembro que os italianos discutiam muito política, mas eu não me lembro quais eram os temas,” são as lembranças do alemão Michael Drieschner (2011). O alemão H. Dieter Zeh (2011) tem reminiscências mais difusas, mas estas também apontam para o papel dos italianos: “alguém me disse que existiam muitos comunistas (por isso materialistas) entre os organizadores italianos. Por isso eles tinham problemas com o não realismo.” Referências aos italianos, ou melhor, aos latinos, também aparecem nas memórias do sueco Anders Barany (2011):

Existiram muitas discussões políticas violentas, emanando principalmente dos estudantes italianos (ou ‘latinos’). A maioria das discussões acontecia ‘fora das salas de aula’, mas, como eu me lembro, um estudante ‘agitador’ ocupou o tablado e leu, ou quis ler, um manifesto revolucionário para a audiência. Foi aí que Wigner interferiu e pelas minhas lembranças ele obteve êxito em acalmar o estudante e então ocorreu uma discussão pacífica.

As memórias de Barany trazem à tona dois elementos que são partilhados por vários participantes. O contexto político, ainda que muito vivo, não teria interferido diretamente no funcionamento da escola e o físico e Prêmio Nobel Eugene Wigner teria tido um papel singular naquele contexto. Efetivamente, o episódio político mais evocado pelos vários participantes da escola foi o incidente associado ao 4 de julho de 1970, data comemorativa da independência dos Estados Unidos, envolvendo Eugene Wigner.

O incidente pode melhor ser descrito compondo depoimentos de vários dos participantes. Conforme Basil Hiley (2011), assistente de David Bohm no Birkbeck College em Londres, quando perguntado sobre acontecimentos políticos durante a escola:

Sim, existiu um episódio clássico. Wigner decidiu organizar uma festa e escolheu o 4 de julho. Lembre-se que era a época do Vietnã e os estudantes italianos, principalmente italianos, tentaram mudar a data. Eles não iam participar de uma festa no 4 de julho. Como esperado, Wigner recusou-se a mudar a data. Aconteceu então

muitas discussões e protestos, muita fanfarra, mas no fim a festa foi realizada no 4 de julho, como planejada. E sem incidentes.

Outro depoimento, do físico espanhol Emilio Santos, ainda que essencialmente semelhante ao de Hiley (2011), sugere uma clivagem geracional entre os que protestaram e os que foram à festa oferecida por Wigner:

Eu lembro muito bem que Eugene Wigner convidou as pessoas para uma festa para comemorar o dia nacional da independência americana, 4 de julho, e pessoas (principalmente jovens) tentaram convencer as outras para não participar da festa porque os EUA estavam envolvidos na Guerra do Vietnã naquela época. De fato, a maioria das pessoas seniores (meu caso, em particular) participaram da festa. Eu lembro que Wigner foi muito gentil com os jovens mencionados, e existe mesmo uma foto de Wigner com eles. (SANTOS, 2011)

Ainda outro depoimento, do húngaro Andor Frenkel (2011), lembra-nos que o aspecto a aquecer o ambiente político não era apenas a coincidência com a data, mas a conhecida posição de Wigner de apoio à guerra contra o Vietnã: “Professor Wigner apoiava a Guerra dos EUA contra o Vietnã, e muitos participantes da escola queriam que os Estados Unidos se retirassem do Vietnã.” As lembranças do italiano Giovanni Proserpi (2011) descrevem com cores mais vivas alguns dos que se opuseram à iniciativa de Wigner:

Aos domingos não existiam cursos e, ocorrendo naqueles dias o dia nacional da independência dos EUA, Wigner quis oferecer uma festa aos participantes. Era a época da guerra do Vietnã e Selleri, que era bastante esquerdista, estava desapontado e tentou evitá-la chamando Toraldo di Francia em Bolonha. Contudo, Wigner estava muito determinado e a festa foi realizada.

Por fim, a referência de Anders Barany aos estudantes “latinos” como estando na origem das “violentas discussões políticas” não é infundada. Ao lado dos italianos, dois jovens físicos franceses, Rémy Lestienne e Jean-Marc

Lévy-Leblond, estavam plenamente sintonizados com o protesto contra a festa do 4 de julho como forma de protesto contra a guerra do Vietnã: “Eu era muito amigo de Jean-Marc Lévy-Leblond e o acompanhei na reprovação à proposta de E. Wigner de celebrar a festa nacional americana – 4 de julho – durante a guerra do Vietnã.” (LESTIENNE, 2011)

Se a festa organizada por Wigner para comemorar o 4 de julho é o evento mais lembrado por todos os participantes, outras evidências existem de que Wigner era, provavelmente, tanto pela sua proeminência científica quanto pelo seu alinhamento com a política externa norte-americana, o principal polo conservador, embora coexistindo pacificamente com os jovens físicos no ambiente protegido da Escola de Verão Enrico Fermi. Uma reminiscência de Tito Tonietti (2011) reforça esta impressão, e joga luz sobre o posicionamento político de outros físicos italianos:

A mescla de discussões políticas e ‘técnico-físicas’ era evidente e palpável durante aqueles dias em Varenna. Mais precisamente, eu lembro de uma discussão aberta com E. Wigner na mesa do jantar. Primeiro nós falamos um pouco sobre o melhor formalismo para a mecânica quântica; então Wigner disse que os estudantes do movimento de 68 ‘deviam estar loucos’. Diante disso, eu respondi, ‘eles devem ser muito inteligentes’. Nossa conversa foi interrompida. Toraldo di Francia e Franco Selleri, ambos alinhados com Partido Comunista Italiano, eu alinhado com o movimento dos estudantes contra a União Soviética e buscando uma Nova Esquerda.

No curso de 1972 os participantes aprovaram uma carta, dirigida às publicações científicas, criticando o envolvimento dos físicos com projetos em uso pelas forças militares norte-americanas na Guerra do Vietnã: “como participantes da escola de verão de Varenna sobre a história da física no século XX, neste mês de agosto de 1972, nós estamos particularmente preocupados com a utilização efetiva de conhecimentos científicos na guerra da Indochina.”⁸ O testemunho de um dos participantes, a historiadora norte-

8 Fragmentos do manifesto estão publicados em Jaubert e Lévy-Leblond (1973, p. 186-187). Agradeço a Ennio Candotti por ter chamado minha atenção sobre esta publicação.

-americana Joan Bromberg (2011), que ministrou uma das aulas do curso, traz vívidas lembranças que sugerem, no que diz respeito à relação ciência e política, acontecimentos análogos ao primeiro curso: “Minhas lembranças daquela conferência em Varenna: os estudantes estavam ocupados com protestos estudantis enquanto os professores, um punhado de velhos esquerdistas, estavam perplexos quanto a como reagir a estes acontecimentos.” Outra evidência, contemporânea aos eventos aqui narrados, é a carta do físico francês Lévy-Leblond (1972) que escreve aos organizadores do curso perguntando se eles estariam interessados em um seminário sobre “visões radicais sobre a ciência atual”, e em seguida reporta informações sobre o que teria ocorrido com o físico norte-americano Murray Gell-Mann em Paris. Este físico, que havia ganhado o Nobel de 1969, fora impedido de ministrar aula no Collège de France por estudantes que protestavam contra sua participação em pesquisas militares nos Estados Unidos.

O contexto político aqui analisado ainda teria desdobramentos posteriores à realização dos próprios cursos. Bernard d’Espagnat, ao organizar a edição do volume que resultava do curso de 1970 dedicado aos fundamentos da teoria quântica, temeu pela influência daquele contexto na própria edição do livro. A fonte do receio de d’Espagnat (1970), expressa em carta ao presidente da SIF, derivava de afirmações de Franco Selleri segundo as quais “uma tendência teria se manifestado na vossa Sociedade com a finalidade de associar intimamente as atividades científicas com atividades de outra ordem.” Os temores de d’Espagnat foram dissipados quando o presidente da SIF, Toraldo di Francia (1970), assegurou-lhe que

os diretores dos cursos de Varenna foram, sempre, os juízes últimos do que deve aparecer nas atas desses cursos e vosso caso não é uma exceção. Aliás, se é verdade que em nossa Sociedade a tendência a não se ocupar exclusivamente de questões técnicas é cada vez mais forte e muito bem justificada, é certo, contudo, que por ‘Fundamentos da mecânica quântica’ nós entendemos os fundamentos da mecânica quântica. E tal é o título do volume das atas que será publicado. Eu espero ter com isto dissipado vossas perplexidades.

Ou seja, o contexto político havia sido decisivo na escolha dos temas dos cursos da Escola de Verão, mas a prática corrente das reuniões científicas não seria alterada.

CONCLUSÃO

Os episódios que acabamos de analisar evidenciam, em um caso bem preciso, aspectos da prática científica que têm sido notados por outros historiadores da ciência, a exemplo dos já citados Timothy Lenoir, Alexis de Greiff e Alexei Kojevnikov. A esfera da política não leva necessariamente a um conflito com a prática da boa ciência. Sendo esta uma prática cultural e localmente situada, ela sofre a influência de todas as outras dimensões da cultura, da política e da economia. Mais que influência, como assinalado pelo também historiador Norton Wise (2010), o contexto cultural, em seu sentido amplo, pode ser considerado um depósito de recursos que os indivíduos e grupos, como protagonistas ativos e não sofrendo influências passivamente, podem mobilizar para o desenvolvimento de suas agendas profissionais e intelectuais. Este parece ter sido o caso da Escola de Verão Enrico Fermi no início da década de 1970. Um conjunto de cientistas, jovens e não tão jovens, exploraram o ambiente político que impulsionava mudanças nas práticas estabelecidas para impulsionarem tanto a área de fundamentos da teoria quântica quanto a de história da física.

REFERÊNCIAS

- BARACCA, Angelo. Publicação eletrônica [mensagem pessoal]. Mensagem recebida por <olival.freire@pesquisador.cnpq.br> em 17 jan. 2011.
- BARANY, Anders. Publicação eletrônica [mensagem pessoal]. Mensagem recebida por <olival.freire@pesquisador.cnpq.br> em 13 jan. 2011.
- BROMBERG, Joan. Publicação eletrônica [mensagem pessoal]. Mensagem recebida por <olival.freire@pesquisador.cnpq.br> em 28 jan. 2011.
- CAMENIETZKI, Carlos Z.; CARVALHO, D. O. Giordano Bruno: a Igreja e os trinta anos que nos separam de um filme. In: OLIVEIRA, Bernardo Jefferson de. (Org.). *História da Ciência no Cinema*. Belo Horizonte: Argumentum, 2005. p. 83-93.

DE GREIFF, Alexis. The tale of two peripheries: The creation of the International Centre for Theoretical Physics in Trieste. *HSPS*, v. 33, n. 1, p. 33-59, 2002.

D'ESPAGNAT, Bernard (Ed). *Foundations of quantum mechanics: proceedings of the international school of physics "Enrico Fermi"*. New York: Academic Press, 1971.

D'ESPAGNAT, Bernard. Carta [mensagem pessoal]. Mensagem recebida por Toraldo di Francia em 03 set. 1970. Arquivos da SIF, Bolonha.

DI FRANCIA, Toraldo. Carta [mensagem pessoal]. Mensagem recebida por Bernard d'Espagnat em 16 set. 1970. Arquivos da SIF, Bolonha.

DRIESCHNER, Michael. Publicação eletrônica [mensagem pessoal]. Mensagem recebida por <olival.freire@pesquisador.cnpq.br> em 24 jan. 2011.

FREIRE, Olival. A Story Without An Ending: The Quantum Physics Controversy 1950-1970. *Science & Education*, v. 12, n. 5-6, p. 573-586, 2003.

_____. The Historical Roots of "Foundations of Quantum Physics" as a Field of Research (1950-1970), *Foundations of Physics*, v. 34, n. 11, p. 1741-1760, 2004.

_____. Quantum dissidents: Research on the foundations of quantum theory circa 1970. *Studies in History and Philosophy of Modern Physics*, n. 40, p. 280-289, 2009.

FRENKEL, Andor. Publicação eletrônica [mensagem pessoal]. Mensagem recebida por <olival.freire@pesquisador.cnpq.br> em 13 maio 2011.

HILEY, Basil. Publicação eletrônica [mensagem pessoal]. Mensagem recebida por <olival.freire@pesquisador.cnpq.br> em 22 jan. 2011.

JACOBSEN, Anja. *Léon Rosenfeld, Physics, Philosophy, and Politics in the Twentieth Century*. Singapore: World Scientific, 2011.

JAUBERT, Alain; LÉVY-LEBLOND, Jean-Marc. *[Auto]critique de la science*. Paris: Éditions du Seuil, 1973.

KAISER, David. *How the Hippies Saved Physics: Science, Counterculture, and the Quantum Revival*. New York: W. W. Norton, 2011.

KEVLES, Daniel. *The Physicists – The History of a Scientific Community in Modern America*. New York: Knopf, 1977.

KOJEVNIKOV, Alexei. *Stalin's Great Science: The Times and Adventures of Soviet Physicists*. London: Imperial College Press, 2004.

LENOIR, Timothy. *Instituindo a ciência: a produção cultural das disciplinas científicas*. São Leopoldo: Editora Unisinos, 2003.

LESTIENNE, Rémy. Publicação eletrônica [mensagem pessoal]. Mensagem recebida por <olival.freire@pesquisador.cnpq.br> em 13 jan. 2011.

LÉVY-LEBLOND, Jean-Marc. Carta [mensagem pessoal]. Mensagem recebida por G. Jona-Lasinig em 28 jun. 1972. Arquivos da SIF, Bolonha.

MOORE, Kelly. *Disrupting Science – Social Movements, American Scientists, and the Politics of the Military, 1945-1975*. Princeton: Princeton University Press, 2008.

PROSPERI, Giovanni M. Publicação eletrônica [mensagem pessoal]. Mensagem recebida por <olival.freire@pesquisador.cnpq.br> em 28 jan. 2011.

SABBADINI, Augusti Shantena. Publicação eletrônica [mensagem pessoal]. Mensagem recebida por <olival.freire@pesquisador.cnpq.br> em 18 jan. 2011.

SANTOS, Emílio. Publicação eletrônica [mensagem pessoal]. Mensagem recebida por <olival.freire@pesquisador.cnpq.br> em 14 jan. 2011.

SELLERI, Franco. Publicação eletrônica [mensagem pessoal]. Mensagem recebida por <olival.freire@pesquisador.cnpq.br>

STEVENS, Hallam. *Fundamental physics and its justifications, 1945-1993, HSPS*, v. 34, n. 1, p. 151-197, 2003.

TONIETTI, Tito. Publicação eletrônica [mensagem pessoal]. Mensagem recebida por <olival.freire@pesquisador.cnpq.br> em 19 jan. 2011.

WEINER, Charles (Ed.). *History of twentieth century physics – (International School of Physics “Enrico Fermi”)*. New York: Academic Press, 1977.

WISE, Matthew Norton. Forman Reformed, Again. In: KOJEVNIKOV, Alexei. et al. (Ed.). *Quantum Mechanics: Selected Papers by Paul Forman and Contemporary Perspectives on the Forman Thesis*. London & Singapore: World Scientific Press, 2010. p. 415-431.

WEINER, Charles. Carta [mensagem pessoal]. Mensagem recebida por Toraldo di Francia em 01 jul. 1971. Arquivos da SIF, Bolonha.

ZEH, Dieter. Publicação eletrônica [mensagem pessoal]. Mensagem recebida por <olival.freire@pesquisador.cnpq.br> em 15 jan. 2011.

CRITIQUE OF SCIENCE VS CRITICAL SCIENCE VS TRADITIONAL KNOWLEDGE (TK)

Bruno Vitale

So many years ago, in Naples, discussions with Fernando turned often on ‘science’: we were both professionally immersed into ‘science’ and/but we were both ‘communists’ (or, as we used to say, ‘orphan communists’, as no communist party seemed to satisfy our expectations):

- “what is *science*?”; this was the first stumbling block (see 1. below);

- and “should we/could we try and define a *critique of science*?”; but it was enough to look around to see what *science* was doing to people in the world, so that a *critique* was needed, even if complex and difficult (see 2. below);

- and “could we/should we rather think about a *different science*, namely a *critical science*? or perhaps a *different way to do science*? or perhaps even a *different way to use science*?”; here, I think we often divided: Fernando, rather sceptical; me, with some interest and hopes (see 3. below).

And so, thinking on my long friendship with Fernando, I will now try and go back to those days of (relative) youth and reflect again on those by now almost forgotten themes; adding, to *critique of science* and to *critical*

science a newly born (if rather artificial but dangerous) theme: the so called set of *traditional knowledge* or *TK*, as a possible culture medium for some sort of *new, critical science* (see 4. below).

AN INTRODUCTION TO DOUBTS

“The *Institution of science* is the whole body of the present practice of science: the scientists, the scientific/academic institutions, the funding agencies, the scientific journals and associations, the administrative personnel ... All of this is needed to do ‘science’ today; and it is not given free to scientists to amuse themselves. It is part of a societal project, satisfying needs and interests ... reflecting the larger world that makes its existence possible.” Vitale (1985)

It is important to clarify what I mean by the most important word I shall extensively use in this context: *science*. Just to say what it did *not* then mean to us (and does *not* mean to me now): a *set of established facts*, a *set of acquired knowledge*, a *unique frame into which to interpret our experience*, ... (you can add quite a number of different objective, neutral definitions).

To me *science* will always mean: *the institution of science* (Vitale (1979), (1985), (1985a)).

In the same frame of mind, would you think of (and think on), let us say, ‘religion’ as only the basic religious books and theologies, and forget priests, churches, schools, moral and ethical constrains, compromises and collaborations with the powers that be, persecutions and bigotry, ...? What you would be thinking on would rather be (consciously or not) the whole of this historical, socially founded structure in our society: namely *the institution of religious practice*.

NEED OF, AND DOUBTS ON THE POSSIBILITIES OF, AN EFFICIENT ‘CRITIQUE OF SCIENCE’

Teremos de nos lembrar que a tecnologia capitalista, com a sua corte de especialistas e peritos, desfruta de

grande publicidade e está sempre à venda. Tudo foi concebido para servir uma sociedade de consumo, competitiva e individualista nas metrópoles, impulsionadora da dominação capitalista no resto do mundo. Ao longo da história, os povos do Terceiro Mundo entraram sempre em contacto com a tecnologia europeia e norte-americana através da guerra e da expansão capitalista, ambas impulsionadas pelo desejo do lucro de uns poucos interessados, deixando de lado qualquer preocupação com o elemento humano nos campos da ciência e da tecnologia. Anderson et al. (1977) 1º volume, p. 15.

A critique of science is therefore a critique of the whole setting of knowledge, research, aims, applications, institutions that control our everyday life *in the name of science*. In the name of science, every research project becomes ideologically *necessary*: be it going to Mars, knowing what happened during the first 1/100th of a second after the big bang, introducing a human gene into a wheat variety, and so on. How could you judge, how could you doubt of this *necessity*? For most of us, we have no instruments to be critical; to be able to shout sometimes: “The king is naked!”

And it is here that the doubts are quickly born: how to exercise our critique? to what social (class) needs to be sensitive, to what to be indifferent?

It does not help the fact of being, at the same time, part of the institution of science (as research scientists, as academic privileged people) and critique of it: apart from practical issues (and yes, money and social status!), in general, *we love what we do!*

(Here, the ‘internal logic of a given science’, so difficult to define, but so present at all time in our thinking, plays an essential role: I, as a physicist, would like to know *what happened during the first 1/100th of a second after the big bang*, but why should society as a whole, or better the lesser privileged classes in society, pay to go after this task?)

On very rare, clearly defined occasions, the terrible, negative results of scientific and technical research are clear enough for an energetic protest; as, for instance, in the case of the – civil and military – uses of depleted uranium (Vitale (2001)). But the general situation is far from being so clear-cut as to facilitate militant actions.

Two rather different attitudes towards a *critique of science* dominated the debate in the 70's and the 80's:

- a. It seems to me that the *critique of science* was often interpreted as a necessary critical look at several aspects of the *institution of science* which seemed to reflect unambiguously the basic structures of capitalistic (and, outside Europe and the United States, imperialistic) societies: division of labour, militarisation of research, women and/or scientists?, dogmatic teaching, oppressive cultural and technical superiority, ...

This general position dominated the debate in the 70's and the 80's; most of these themes were extensively and critically discussed, for instance, in Jaubert et al (1973), Arditti et al (1980), Hales (1982), Soley (1995) and – for what regards the imperialistic ‘division of labour’ between advanced industrial countries and ancient colonies – in Anderson et al (1977) and Lopes (1987).

- b. But something had been lost meanwhile: the sensitivity to the need of a *critique of science* that could try and go deeper, to the epistemological core of the construction of our *scientific description and mastery* of our experience.

One has to go back to 1931 and the seminal intervention by Bukharin at the London International Congress of the history of science and technology:

“The idea of the self-sufficient character of science (‘science for science’s sake’) is naive: it confuses the *subjective passions* of the professional scientist, working in a system of profound division of labour, in conditions of a disjointed society, in which individual social functions are crystallised in a diversity of types, psychologies, passions, ... with the objective *social role* of this kind of activity, as an activity of vast *practical* importance.” Bukharin (1931)

The basic idea (a dream program of research?) is there: the internal structure and organisation of the *institution of science* does not only mirror the internal structure and organisation of the class society into which it develops, but it has in turn the power to influence both the practical and the ideological aspects and values of that society – this being the essential *dialectical*

aspect of Bukharin's contribution. The research project that could be born out of this position was very clearly stated, later on, by Levins in a rather basic collective publication on Marxism and Science (Working Papers (1981)):

All science is class science, yet science finds real truths about the world. How do these two propositions fit together? How do we resolve that contradiction? First of all, you don't resolve contradictions. ... The break from radical philosophy to Marxist dialectical materialism is the recognition that contradictions aren't resolved by intellectual exercise. Rather you recognize those contradictions, examine them, understand them, fight them, participate in them. Levins (1981), p. 9.

I think we realise now better how difficult this analysis and, more, this proposed *frame for action* could be. But it was in this rather tense and divided mood that quite a number of *critique of science* journals were born in Europe and in the United States in the 70's and 80's (most of them, I would say, following the general inspiration outlined in a. above; very little was then inspired by Bukharin and b.).

The necessity was quickly felt to meet and discuss among us, trying to devise ways to confront/exchange ideas and papers. The 8 yearly *St-Nicolas Easter meetings*¹ lasted from 1978 to 1985; perhaps we did not do much – in order to clarify the how and why to pursue a coherent, militant *critique of science* – but surely we created permanent friendship and interest among us; and journals that generally knew nothing of the basic ideas and aims of each other started exchanging and translating papers.²

1 Ventures of the 8 St.Nicolas' Easter meetings (1978-1985): St.Nicolas de Véroce – France (1978, 1979); Saint-Croix aux Mines – France (1980), Milano – Italy (1981, 1982), Nijmegen – Holland (1983), Berlin – Germany (1984), London – U.K. (1985) (St.Nicolas de Véroce being the Haute Savoie village where the first two meetings took place, at Easter time, in Loup Verlet's chalet).

2 Reviews and Journals of the informal 'Critique of science' group, present at least at one St.Nicolas' meetings:
Cahiers Galilée (Belgium), Cahiers GERSULP (France), Fundamenta Scientiae (France), ImpaScience (France), Naturkampen (Denmark), Natur och Samhälle (Sweden), Radical Science Journal (U.K.), Revoluon (Holland), Sapere (Italy), Science for People (U.K.), Science for the People (USA), Science for the Villages (India), Scienza Esperienza (Italy), Kerala Shasthra Sahithya Parishad Bulletin (India), WechselWirkung (Germany), Wetenschap an Samenleving (Holland).

(While the meetings were quite informal, the need to find some sponsoring for the general expenses led sometimes to the organisation of open debates, whose themes reflected at least partially the themes that were dominating, that special year, the restricted, informal meeting: Milan 1981: 'Social control and environmental control'; Milano 1982: 'The informatics invasion'; Nijmegen 1983: 'Science for oppressed people'; Berlin 1984: 'Sympathy for the devil')

(There are informal, if rather sketchy, minutes of all meetings; but all concerned journals published something on the meetings to whom they had participated, so that it is still possible to follow the complexity of arguments, thesis, opinions, statements, ... that were proposed and discussed during the 8 meetings. I give here only a short list of these reports (generally translated and reprinted on several of our journals): **St-Nicolas 1978, 1979**: Vitale (1980); **Saint-Croix aux Mines, 1980**: Levidow (1980); **Milano 1981**: Goldberg (1981); **Milano 1982**: Levidow (1982); **Nijmegen 1983**: Young (1984); **Berlin 1984**: Levidow (1985); **London 1985**: RSJ (1985))

I would be unable to summarise the wealth of arguments, doubts and tentative solutions that enriched our meetings. One could even say: in reality, nothing happened; that is true, and surely no breakthrough was reached, no specific, clear-cut result can be still boosted as a permanent acquisition in the field. And, perhaps more clearly, nothing has been arresting in the meanwhile the overwhelming triumph and expansion of the *institute of science*, expanding its trends and aims: control of nature, control of production processes, control of society.

Personally, I can only say that that period was a rich one for me; I had to think, to modify old thinking patterns, to learn better how to confront my ideas with friends and colleagues. Was this what Levis was asking us to engage in?:

“... you recognize those contradictions, examine them, understand them, fight them, participate in them” .

(Part of the, at least relative, sterility of our debates can be seen in the terrific death toll of the St-Nicolas journals; for those I am aware of: *Fundamenta Scientiae* (1980-1988), *ImpaScience* (1975-1978), *Naturkampen* (1976-1991), *Radical Science Journal* (1974-1983), *Science for the People* (1970-1989), *Scienza-Esperienza* (1983-1988))

But quite another aspect of our common labour has to be made explicit: during our debates, one element was always present, but I think a bit prudently, as its very presence was in a way too big and disturbing: *if we do contest 'this' science, does this not imply that we think that 'another' science should/could exist?* which will lead us to next point, a rapid course through proletarian science, misuse of science, science shops and the like.

As Les lucidly wrote in his report of Milano 1982: “Our final thematic session took off from the recollection that most of us had originally got involved in ‘radical science’ with some notion of creating a people’s science capable of displacing established science. Although our original notions of a people’s science – conceptualized in terms of class control, accessibility, popularization, etc. – may in retrospect seem naive or reformist, the problem still remains of how some version of science could become truly oppositional.” Levidov (2002).

Which leads us to point 3.

DOUBTS ON THE POSSIBILITIES OF A *CRITICAL SCIENCE*

“The laws of physics are in fact so accurate as to transcend cultural differences. They boil down to mathematical formulae that cannot be given Chinese or Ethiopian or Mayan nuances. Nor do they cut any slack for masculinist or feminist variations.” Wilson (1998), p. 49.

Naturalmente, em todas as culturas e em todos os tempos, o conhecimento, que é gerado pela necessidade de uma resposta a problemas e situações distintas, está subordinado a um contexto natural, social e cultural. Indivíduos e povos têm, ao longo de suas existências e ao longo da história, criado e desenvolvido técnicas de

reflexão, de observação, e habilidades (artes, técnicas, *techné*, ticas) para explicar, entender, conhecer, aprender para saber e fazer como resposta a necessidades de sobrevivência e de transcendência (*matema*), em ambientes naturais, sociais e culturais (*etnos*) os mais diversos. Desenvolveu, simultaneamente, os instrumentos teóricos associados a essas técnicas e habilidades. Daí chamarmos o exposto acima de Programa Etnomatemática. D'Ambrosio (2004)

Here we seem to be confronted with two antithetic visions of *science*; but it is mostly a problem engendered by the different definitions of *science* as implicitly used by Wilson and Ubiratan.

Clearly, a definition of *science*, as outlined at the beginning of this paper (namely, as a *set of established facts*, a *set of acquired experimental knowledge*, etc.) leads easily to Wilson's position – who would nowadays dare contest Newton's or Coulomb's laws in terms of class struggle and/or capitalistic ideological power?

But equally clearly, a definition of *science* as *the institution of science* leads us directly towards a sympathetic position in favour of Ubiratan's ideas.

Hard to decide, however, how far we can go in this direction: shall we limit ourselves to talk only about the *use – or misuse – of science* in different social settings? (see, for instance, Primack et al (1974)); or about the *language of science*?³; or about *the marketing language of science* (think of the catchwords 'big bang' and the like)?

Clearly Ubiratan wants more, and more was asked by all groups that tried to dig into the ideological roots of the present scientific worldview and their epistemological justifications (see, for instance, BSSRS (1983), where the problem is reversed: as the present *science* was built to help the capitalistic class to keep their power, let us work and let us put “science on our side” to help the working class!).

3 A feminist critique of the *language of science* has dealt with the insistence on 'penetrating the mysteries of nature' as a typical machist worldview; but, more in general, sometimes the whole *science project of dominating and controlling nature* has been questioned as ideologically grounded.

The hope that some more limited, but at the same time more concrete and efficient program on a *new science* (liberated from the ideological and institutional fetters of capitalism and, perhaps, machism) could have been born in Soviet Union, during the culturally revolutionary period before Lenin's death (1924), encounters a difficulty: comrades there did speak and write and act in favour of a *Proletcultura* to be developed and experimented; but "science" – by any possible definition – seemed to have been rather absent from the play.

*Kultura*⁴ meant essentially: arts, literature, theatre, sport, ... – everything of which the proletarians had always been deprived and in which they had always been absent as actors. The most complete set of documents available (in other languages than Russian), namely the two volumes of Gorsen et al (1974, 1975), contains many items on the proletarian *kultura* (as previously defined), very little on the economic sciences, and nothing on the natural sciences.⁵ The same, limited sense of *culture* is at the basis of the (otherwise very important) book by Martinet on proletarian culture, Martinet (1935).

It seems to me that the only place, and the only practice, where to look nowadays for some conscious tentative to go out of the traditional, classical and rather closed way of *doing science* should be the assessments of the experiments associated with the practice of the *boutiques des sciences* (*science shops*). There, the implicit – dialectic? – postulate has generally been that by *doing science* in a different way, in a different social setting, for different aims (*liberation* instead of *control*) one could, almost automatically, construct a *different science* (see, for instance, Groenewegen et al (1983)).

I feel that I have too scanty information, almost 30 years later, to write about the contemporary activity, practice and theorization of the science-

4 *Kultura* is defined by the Dictionnaire Russe-Français (Moscow, 1969) as: «1. culture; 2. civilisation; 3. culture intellectuelle». During the Congreso Cultural (La Habana, 1968), I was told an anecdote: the organizers of the Congreso (Casa de las Américas) presented to Fidel a list of possible, potential people to invite; Fidel discovered that no scientist was in the list and asked for a suitable extension of the list. No ways, of course, to verify the anecdote; but, as we say in Italian, «se non è vero, è ben trovato».

5 Of course, Lenin's Materialism and Empiriocriticism is about the general, epistemological frame of science (in particular, physics) and about Mach's, Bogdanov's,... idealistic positions; but it is a 1908 book, well before the challenges, the practice and the crucible of revolution.

-shops-world. I have followed their birth and I have written on their first successes and difficulties (Vitale (1983, 1984)), I have even been through a short-lived and unsuccessful tentative in Geneva, but the whole field is now so deep and large that it would demand a separate study.

In a way, science shops seem now to be rather institutionalized (sponsored from the European Union, for instance). But I think that an answer to our questions:

was a new science,
was a different science,
was a different way of doing science
born out of the science shops practice?

could be found only after a very detailed analysis of the present practices and theoretical constructions.

I can suggest here only a few trails:

- to explore and follow what seems to be a rather long-lived and successful science shop, try and enter into the daily practice of the Wales science shop (2011):

Science Shops Wales: Welsh Higher Education staff, students and researchers responding to the knowledge needs of Welsh civil society:

www.scienceshopswales.org.uk

- to enter the entire world of contemporary European science shops, follow:

About Living Knowledge – The international Science Shop Network (2011):

ec.europa.eu/research/science-society/pdf/science_shop_en.pdf,

from which I copy:

“Re-imagining Research Relationships – Co-creating Knowledge in a Democratic Society.

Welcome to the 5th Living Knowledge conference which will be held in Gustav-Stresemann-Institut Bonn – 10-12 May 2012.

This conference will provide an opportunity for policy makers, academics and civil society organisations to consider current practice and future opportunities in the field of research partnerships.

The 5th Living Knowledge Conference will set its focus on different themes to get more insight in processes, and develop specific policy recommendations that resonate with public concerns and articulated research needs and built on the experience and know-how of the previous LK conferences in Leuven, Seville, Paris and Belfast.

It will be an opportunity to bring together some of the key thinkers and practitioners in the area of community based research, university/community partnerships and Science Shops and aims at providing options and opportunities for collaborations and ensuring that this area of work is prioritised on policy agendas both nationally and internationally.

The conference will also be a platform to exchange and discuss findings and results of the first half of the PERARES project. PERARES (Public Engagement with Research and Research Engagement with Society) is a project which has been awarded financial support by the European Commission as coordination action in the 7th Framework Programme for broader engagement on science-related questions and structuring public engagement in research.”

I will now end this rather nostalgic survey of the militancy of 40 to 30 years ago (apart from my rapid flying over the present realm of science shops) jumping into the quite novel and, to me, disturbing field of the proposed regularization of the so-called *intellectual property rights (IPR)*, associated with

the so-called *traditional knowledge* (TK). You will see that this new field is not totally extraneous to the themes discussed above.

COULD A STUDY OF *TRADITIONAL KNOWLEDGE* OFFER A GLIMPSE ON, BE A CULTURE MEDIUM FOR A POSSIBLE *CRITICAL SCIENCE*?

An efficient Intellectual Property (IP) system that protects Traditional Knowledge (TK) will promote continued creation and innovation based on that knowledge. IP is not only about conferring property rights. It is also about recognition of and respect for the contributions of human creators. From this perspective, IP has a very important role to play in protecting the dignity of holders of TK and, by recognizing property rights in relation to such knowledge, giving those holders a degree of control of its use by others. WIPO (2001), p. 233.

It is a few years now that the Geneva based WIPO (World Intellectual Property Organization) – whose action has been centred for the last few decades on the strictest possible defence of the patent, copyright and trademark systems of intellectual property rights – has discovered the existence and the (economical but mostly political) importance of *traditional knowledge*, friendly addressed to as *TK*.⁶

During centuries of imperialistic and colonial exploitation, the colonial powers did not seem to be unduly impressed by the TK of the local, indigenous people. The imposition of the general, overwhelming frame of the so-called judeo-christian culture and civilization swept away all remnants of local habits, beliefs, traditions, superstitions, healing practices But now, listen to the new adventure proposed and financed by WIPO, an aggressively supported and pursued program: “*Towards sustainable development for indi-*

⁶ As a matter of fact, the field has been later expanded to include: intellectual property and traditional knowledge, traditional cultural expressions and genetic resources.

genous communities". WIPO (2001, 2010) which is supposed to be realized through, of course, *patents* and *copyrights* for indigenous communities.⁷

The realm of TK is immense. Most if not all of religious and/or magical beliefs enter into it – even when they can conveniently be labelled as *revealed* – as well as most if not all of presumed healing properties of herbs, animals, minerals. You go from:

It is not easy to classify these formulae [pertaining to *ancestral medical knowledge* among African Yoruba populations]; for instance, ‘with some herbs you obtain that your enemy forgets everything when he is confronted with the judge’ [the necessary herbs are identified and listed at p.335] is ‘favourable’ for the person who is afraid of someone witnessing against him, and of course ‘unfavourable’ for the latter person. Verge (1995), p. 17.

to: “Expectant mothers traditionally changed shoes daily in order to confound those spirits of sickness that paid special heed to pregnant women”, Kreutzwald (1982), p.271

Could the collection of accepted TK (followed, of course, by monetary corruption, invented TK, tensions among indigenous communities, contradictory claims and so on) have any effect on *science*?⁸

In some way, it is a sort of *people’s science*. But how to discriminate between popular beliefs and knowledge, without some filter defined in the frame of some sort of well accepted *verification protocol*?; the presumed, affirmed *ancestral* nature of those beliefs does not guarantee in any way their status as knowledge. But on what *science* should those verification protocols be founded?

If they are just those accepted by our present universal, unique, global *institute of science*, how could this *science* be modified, enriched by the inclu-

7 My tentative asking, during an informal consultation process at WIPO, “how to discriminate ‘belief’ from ‘knowledge’?” was answered (through the Secretariat) by “this is a philosophical question”; Amen.

8 As a matter of fact, the WIPO initiative has nothing to do with any enriching of *science*, but quite a lot to do with the felt need to embrace indigenous and otherwise isolated populations into the global order of private ownership of knowledge; but this aspect has nothing to do with what we are discussing here.

sion of controlled strands of TK? Are not so many of these beliefs cognate to the position of Thomas's shepherd:

"I read somewhere of a shepherd who, when asked why he made, from within fairy rings, ritual observances to the moon to protect his flock, replied: 'I'd be a damn' fool if I didn't!'", Thomas (1952), Note, November 1952, p.vii.

CONCLUSIONS?

I am too deeply aware of the rambling nature of these notes of doubts and nostalgic remembrances of past militancy, to presume reaching any conclusion. Let me ask here Pascal for help:

J'écrirais ici mes pensées sans ordre, et non pas peut-être dans une confusion sans dessein: c'est le véritable ordre, et qui marquera toujours mon objet par le désordre même. Je ferais trop d'honneur à mon sujet, si je le traitais avec ordre, puisque je veux montrer qu'il en est incapable. Pascal: Pensées, no.373, *Pyrrhonisme* (1669)

REFERENCES

Anderson et al (1977): S. Anderson e M. Bazin (eds.): *Ciência e [in]dependência; O terceiro mundo face à ciência e tecnologia* (2 voll.). Lisboa: Livros Horizonte, 1977.

Arditti et al (1980): R. Arditti, P. Brennan and S. Cavrak: *Science and liberation*. Boston: South End Press, 1980.

BSSRS (1983): *Science on our side; A new socialist agenda for science, technology and medicine*. London: British Society for Social Responsibility in Science, 1983.

Bukharin (1931): N. Bukharin: *Theory and practice from the standpoint of dialectical materialism, in Science at the crossroads; Papers presented to the International Congress of the history of science and technology*, London, June 29th to July 3rd, 1931. London: Frank Cass, 1931.

D'Ambrosio (2004): Ubiratan D'Ambrosio: *O programa etnomatemática: história, metodologia e pedagogia*. Site oficial de Ubiratan D'Ambrosio, 2004. web: vello.sites.uol.com.br/ubi.htm

- Goldberg (1981): T. Goldberg: SftP attends a radical science magazine meeting in Italy (Milano 1980). *Science for the People*, June/July 1981.
- Gorsen et al (1974): P. Gorse und E. Knödel-Bunte: *Proletkult 1, System einer proletarischen Kultur; Dokumentation*. Stuttgart: Fromman, 1974.
- Gorsen et al (1975): P. Gorse und E. Knödel-Bunte: *Proletkult 2, Zur Praxis und Theorie einer proletarischen Kulturrevolution in Sowjetrussland 1917-1925; Dokumentation*. Stuttgart: Fromman, 1975.
- Groenewegen et al (1983): P. Groenewegen and P. Swuste: *Science shops in the Netherlands*. Nijmegen: *Science for Oppressed Groups*, 1983, p. 16.
- Hales (1982): M. Hales: *Science or society? The politics of the work of scientists*. London: Pan Books, 1982.
- Jaubert et al (1973): A. Jaubert et J. M. Lévy-Leblond: *(Auto) critique de la science*. Paris: Seuil, 1973.
- Kreutzwald (1982): Fr. R. Kreutzwald: *Kalevipoeg; An ancient Estonian tale*. Moorestown: Symposia P., 1982.
- Levidow (1980): L. Levidow: *All-European conference on radical science journals (Saint-Croix aux Mines, 1980)*. *Radical Science Journal*, nr. 10, 1980.
- Levidow (1982): L. Levidow: *International meeting of radical science journals (Milano 1982)*. *Radical Science Journal*, nr. 12, 1982; *Science for the People*, nr. 1, January/February 1983.
- Levidow (1985): L. Levidow: *1984 Conference of Radical Science Periodicals (Berlin 1984)*. *Issues in Radical Science*, *Radical Science* 16, 1985.
- Levins (1981): R. Levins: *Class science and scientific truth*, in *Working papers (1981)*, pp. 9-22.
- Lopes (1987): J. Leite Lopes: *Ciência e desenvolvimento (ensaios, 1947-1963)*. Rio de Janeiro: Tempo Brasileiro, 1987 (2a edição).
- Martinet (1935): M. Martinet: *Culture prolétarienne (1935) (reprint: Paris: Maspero, 1976)*.
- Pascal (1669): B. Pascal: *Pensées de M. Pascal sur la religion, et sur quelques autres sujets, qui ont été trouvées après sa mort parmi ses papiers*. Paris: Desprez, 1669 (modern edition: Paris: Garnier, 1961, p. 166).
- Primack et al (1974): J. Primack and F. von Hippel: *Advice and dissent; Scientists in the political arena*. New York: New Political Library, 1974.
- RSJ (1985): *International meeting of radical science periodicals (London 1985)*. *Issues in Radical Science*, *Radical Science* 17, 1985.
- Soley (1985): L. C. Soley: *Leasing the ivory tower; The corporate takeover of Academia*. Boston: South End Press, 1995.

- Thomas (1952): D. Thomas: Collected poems, 1934-1952. London: Dent, 1952.
- Verge (1995): P. Verge (Fatumbi Ojuobá): Ewe; The use of plants in Yoruba society. São Paulo: Oderbrecht, 1995.
- Vitale (1979): B. Vitale: What becomes of a scientist? in T.Segerstedt (ed.): Ethics for science policy; Report from a Nobel Symposium (Södergarn, Sweden, 1978). Oxford: Pergamon Press, 1979, pp. 145-152.
- Vitale (1980): B. Vitale: Per un lavoro comune in Europa (St-Nicolas 1978, 1979). Sapere, marzo 1980.
- Vitale (1983): B. Vitale: “Botteghe della scienza” e “critica della scienza” a confronto in Olanda. Il Manifesto, aprile 1983.
- Vitale (1984): B. Vitale: La bottega delle scienze di Leida (Scienza per i gruppi oppressi, II). Scienza-Esperienza, marzo 1984.
- Vitale (1985): B. Vitale : Scientists as military hustlers. Radical Science Journal (Issues in radical science), no. 17, 1985.
- Vitale (1985a): B. Vitale: Military funded research; The institution of science and the military. Current Research on Peace and Violence, 8, 65-73, 1985; Ciência e Sociedade, CBPF, Rio de Janeiro, no. 13, 1985.
- Vitale (2001): B. Vitale: Novos crimes contra a humanidade. Ciência Hoje, vol. 29, junho 2001, pp. 60-63.
- Wilson (1998): E. O. Wilson: Consilience; The unity of knowledge. New York: Knopf, 1998.
- WIPO (2001): Intellectual property needs and expectations of traditional knowledge (WIPO report on fact-finding missions on Intellectual Property and Traditional Knowledge (1998-1999)). Geneva: World Intellectual Property Organization, April 2001.
- WIPO (2010): International symposium on intellectual property and traditional knowledge, traditional cultural expressions and genetic resources; Towards sustainable development for indigenous communities (October 31-November 3, 2010; Panel report). Saint Peterburg: World Intellectual Property Organization, 2010.
- Working Papers (1981): Working Papers on Marxism and Science. New York: New York Marxist School, Science Task Force, 1981.
- Young (1984): R. Young: International meeting of radical science journals (Nijmegen 1983). Radical Science Journal, no. 14, 1984.

FILOSOFIA DA MATEMÁTICA PARA FÍSICOS

Oswaldo Pessoa Júnior

A OBJETIVIDADE DA MATEMÁTICA

Se pudéssemos voltar no tempo, para 10.000 anos atrás, e chacoalhássemos um pouco a Terra, e então contrafactualmente a humanidade pudesse evoluir a partir desta condição inicial levemente diferente, será que a humanidade chegaria às mesmas estruturas matemáticas que ela chegou em nosso mundo atual? Muito certamente, se nossa espécie não fosse destruída por algum cataclisma, ela teria chegado ao teorema de Pitágoras, às seções cônicas, ao número zero, à álgebra, à geometria analítica e ao cálculo. Poderíamos imaginar cem mundos diferentes ramificando em histórias causalmente possíveis. (PESSOA JÚNIOR, 2009) Certamente a ordem em que os conceitos e resultados matemáticos surgissem seria diferente em muitas histórias: uma investigação dos caminhos possíveis pelos quais a matemática poderia ter sido construída seria deveras interessante! Provavelmente, na maioria desses mundos, chegar-se-ia aos números imaginários, aos conjuntos transfinitos, à incompletude da aritmética, à análise não standard e à constante de Chaitin, mas pressões circunstanciais e culturais certamente teriam atrasado ou adiantado o surgimento de alguns desses conceitos.

Em suma, a maior parte da matemática seria a mesma na maioria desses cenários contrafatuais, ou mesmo em mundos causalmente possíveis que se ramificariam em tempos muito anteriores a 10.000 anos. Nesse sentido, pode-se afirmar que a matemática é objetiva. Mas como se pode explicar esta objetividade?

FILOSOFIA DA MATEMÁTICA PARA FÍSICOS

Há vários anos venho ministrando uma disciplina optativa de Filosofia da Física para licenciandos e graduandos em Física da Universidade de São Paulo, e alguma atenção tem sido dada à filosofia da matemática. Algumas questões que são de interesse aos filósofos profissionais, como a discussão sobre a indispensabilidade da matemática para a ciência (COLYVAN, 2011), tende a gerar mais bocejos nos alunos do que perguntas. Mas outras questões, concernentes à aplicação da matemática na física, despertam maior interesse. Assim, mencionarei três questões que os estudantes de física tendem a achar interessantes.

A primeira questão é a da ontologia: todo mundo gosta de discutir sobre o que existe e o que não existe, e na filosofia das ciências físicas esta é um problema recorrente. Existem de fato forças? O campo magnético existe, ou é apenas um epifenômeno das correntes elétricas? O potencial vetor eletromagnético não é mesmo real, como nos ensinam, mesmo levando em conta o efeito quântico descrito por Aharonov-Bohm? O que dizer do referente da função de onda quântica? Os invariantes da teoria da relatividade restrita têm estatuto ontológico superior, mesmo não sendo diretamente observáveis? E o espaço e o tempo, são densos ou discretos?

Nessas discussões, uma distinção fundamental deve ser traçada entre realismo científico e “fenomenalismo” (termo que englobaria diversas formas de antirrealismo científico). Deveria a ciência tentar explicar a parte observável da realidade, postulando entidades e estruturas inobserváveis (realismo), ou deveria ela se ocupar apenas de descrever as observações de maneira econômica, fazendo previsões bem corroboradas e “salvando os fenômenos”?

As outras duas questões são relativas à aplicação da matemática na ciência. A primeira se pergunta por que a matemática é tão útil nas ciências naturais (seção 4), e a segunda investiga quais são as entidades matemáticas que devem ser usadas para descrever a física (seção 6).

O QUE SÃO AS ENTIDADES MATEMÁTICAS?

Partindo da tese de que a matemática é objetiva, vista na seção 1, cabe agora buscar uma explicação para esta objetividade, o que nos leva para o problema ontológico das entidades matemáticas.

Uma classe de concepções na filosofia da matemática considera que a melhor explicação para a objetividade da matemática é que as entidades e estruturas matemáticas são reais, no sentido de que têm existência independente de seres pensantes. Tradicionalmente, há duas variedades deste realismo matemático: (i) as entidades matemáticas de fato existem no mundo físico, ou (ii) subsistem, fora do espaço e do tempo, no mundo das ideias universais. Esta segunda visão é a bem conhecida concepção de Platão, restrita às entidades matemáticas, e a primeira é a concepção da escola de Pitágoras, recentemente defendida de forma radical por Tegmark (2007), ao afirmar que “nosso mundo físico é uma estrutura matemática abstrata”.

A classe de concepções que se opõem a essas formas de realismo matemático pode ser chamada genericamente de “nominalismo”. Bueno (2010) apresenta uma classificação detalhada de diferentes formas de realismo e nominalismo matemáticos. Grosso modo, a visão nominalista afirma que a objetividade da matemática é uma consequência da estrutura do cérebro humano (ou de qualquer ser inteligente), ou da maneira como a mente está ligada ao mundo, ou das regras do jogo matemático. As entidades matemáticas seriam projeções da mente, que podem estar associadas à realidade física, mas segundo esta visão seria sem sentido afirmar que a matemática existe fora da mente de seres inteligentes ou que subsiste em um domínio externo à mente e suas projeções.

Vale notar que a questão do realismo na ciência, mencionada na seção 2, é bem diferente da questão do realismo na matemática. A primeira discute

a realidade de entidades físicas concretas, postuladas por teorias científicas, mas não observáveis, e que existiriam independentemente dos seres humanos. Já o realismo na matemática postula a realidade de estruturas matemáticas abstratas, cuja realidade seria independente da existência de seres inteligentes, ou que existiriam no próprio mundo físico (pitagorismo) ou que subsistiriam numa dimensão para além do tempo e do espaço (platonismo).

A UTILIDADE DA MATEMÁTICA

Depois de discutir a ontologia da matemática, uma questão predileta para os físicos é por que a matemática é tão útil na ciência, ou como colocou Eugene Wigner, como explicar a “desarrazoada efetividade” [*the unreasonable effectiveness*, a eficácia não razoável] da matemática nas ciências naturais. Esta questão pode ser considerada um “problema de aplicação”. (BUENO, 2010, p. 69) O físico húngaro-americano salientou dois papéis para a matemática na física. O papel mais fundamental seria exprimir as leis da natureza. Já o papel mais prático, que ele chama “matemática aplicada”, seria ser um instrumento para avaliar os resultados dessas leis, ao inserir condições iniciais e de contorno, calcular previsões numéricas, e compará-las com os números obtidos nas medições experimentais. (WIGNER, 1967, p. 228) O que impressionou Wigner foi o primeiro papel: por que as leis matemáticas da natureza funcionam tão bem? Mais especificamente, como um cientista, como Newton, trabalhando com relativamente pouca evidência empírica, é capaz de formular uma lei da gravitação que funciona tão bem para um domínio tão vasto e inesperado da realidade física?

(a) A resposta mais simples a este problema é fornecido pelos pitagóricos, como Tegmark, que explicariam essa efetividade pelo fato de a natureza *ser intrinsecamente matemática*, de ela *ser constituída* por estruturas matemáticas. Assim, fica explicado por que o cientista tem tanto sucesso em descrever a natureza com a linguagem matemática, e em fazer novas previsões. Na variante platonista, as formas das coisas seriam cópias imperfeitas das ideias matemáticas puras e perfeitas.

(b) A resposta de Wigner foi um pouco desapontadora, pois ele considerava que a efetividade da matemática é um “milagre”. Nessa sua atitude, que pode ser chamada de *misteriana*, ele considerava até “difícil acreditar que nosso poder de raciocínio foi levado, pelo processo de seleção natural de Darwin, à perfeição que ele parece possuir”. (WIGNER, 1967, p. 224) Sua posição tem sido descrita como “mentalista”, indicando que claramente não tinha uma visão de mundo estritamente materialista.

(c) A maneira como Wigner formulou a questão pode ser identificada com o problema da indução: o que justifica estender uma lei que descreve adequadamente um domínio restrito de objetos para um domínio mais amplo? Seguindo David Hume, o filósofo empirista John Stuart Mill ponderou sobre esta questão, no contexto de sua filosofia empirista, e concluiu postulando a existência de um princípio de uniformidade do curso da natureza. (MILL, 1843, Livro III, p. 175) Ou seja, a natureza tem uma tendência a ser uniforme, a se repetir no tempo e no espaço, de forma que se observamos uma regularidade em um número finito de objetos, geralmente (mas nem sempre, é claro) estaremos seguros em generalizar esta regularidade ou lei de maneira universal, para todos os objetos daquela espécie.

(d) Uma abordagem menos empirista e mais “construtivista”, ou seja, uma postura que considera que a experiência é ativamente formatada pela mente humana, como a do filósofo Immanuel Kant, não apela para um princípio de uniformidade *na* natureza, mas sim para um princípio *interno* ao sujeito do conhecimento, para a maneira como o aparato cognitivo do sujeito estrutura os dados do mundo externo, maneira esta que seria matemática. O que Mill consideraria a uniformidade da natureza é para Kant um pré-requisito *a priori* de qualquer experiência possível, expressa como uma “categoria do entendimento”. A efetividade da matemática seria uma consequência necessária da maneira como nossa mente constrói sua representação do mundo (SILVA, 2011).

(e) Eu gostaria de articular uma solução adicional, consistente tanto com o realismo científico quanto com o nominalismo matemático. A ideia é simples, e está relacionada com as concepções de Hilbert (1902, p. 448) e Poincaré (1908, p.162) de que a existência matemática é livre de contradição. A proposta é que a matemática tem, em sua essência, uma propriedade X_{mat} que correspon-

de a uma propriedade física geral $X_{\text{fis.}}$ possuída pela realidade física. No relato de Mill, a propriedade física correspondente seria a uniformidade da natureza, que seria expressa por certas regularidades da descrição matemática.

Seguindo a sugestão de Hilbert e Poincaré, pode-se argumentar que a consistência das teorias matemáticas usadas nas ciências naturais ($X_{\text{mat.}}$) corresponderia a uma certa propriedade de “consistência” ou “ausência de contradição” ($X_{\text{fis.}}$) da realidade natural. Se de fato se puder estipular $X_{\text{mat.}}$ e $X_{\text{fis.}}$, então poder-se-ia explicar por que a matemática funciona tão bem no domínio das ciências naturais, e por que outros sistemas formais (diferentes da matemática) não o fazem.

O QUE NÃO É MATEMÁTICA?

Para que o argumento, apresentado no item (e) acima, possa funcionar, é preciso descrever o gênero do qual a matemática é uma espécie. Parece razoável considerar entidades e sistemas matemáticos como um subconjunto dos “construtos abstratos”, que também incluiriam: (i) construtos contraditórios, como o quadrado redondo e outros dos “objetos impossíveis” de Meinong; (ii) construtos triviais; (iii) construtos mal definidos; (iv) personagens fictícios, como Sherlock Holmes e Macunaíma.

Nenhum desses construtos abstratos têm lugar na ciência. As classes (i) e (iii) carecem de consistência; a classe (ii) carece de riqueza ou complexidade; os itens da classe (iv) carecem de generalidade, usando uma linguagem factual para entidades de fato inexistentes.

Uma outra classe que poderia ser incluída seriam (v) os conceitos universais, como os de triangularidade, brancura e justiça. Alguns deles podem ter aplicação na ciência, como os conceitos envolvidos em leis científicas, mas neste caso eles seriam considerados matemáticos.

Uma classe adicional seria (vi) a lógica. Sistemas lógicos são geralmente consistentes, mas seu uso na ciência não é tão notável quanto a efetividade da matemática, talvez porque a lógica clássica seja suficientemente adequada para todas as teorias científicas (apesar de as lógicas não clássicas poderem

ser usadas em interpretações alternativas de teorias físicas, especialmente na mecânica quântica), ou talvez porque a riqueza e complexidade dos sistemas lógicos não são muito relevantes para a maior parte das ciências naturais (ao contrário de sua importância na computação, nos fundamentos da matemática e outras disciplinas relacionadas).

A tese apresentada no item (e) da seção anterior afirma que dentre todos esses objetos abstratos, aqueles que satisfazem uma propriedade de consistência $X_{\text{mat.}}$ são aqueles que têm aplicação na ciência, que são somente os objetos matemáticos e lógicos. Vale a pena darmos um exemplo de um sistema abstrato não trivial que não satisfaz a consistência: os números ternários de Hamilton. Sua ideia original foi estender os números complexos, descritos nas duas dimensões do plano de Argand, para três dimensões. No entanto, na álgebra resultante não se consegue definir a divisão entre números de maneira consistente. (BAEZ; HUERTA, 2011, p. 70-1) Hamilton só conseguiu resolver o problema ao introduzir uma quarta dimensão, o que resultou em sua famosa teoria dos quatérnions. Segundo a visão nominalista adotada no presente artigo, os números ternários e os quatérnions teriam o mesmo estatuto: são ambas construções abstratas bem definidas. No entanto, os números ternários carecem de uma propriedade, $X_{\text{mat.}}$, tornando-os inúteis na ciência, ao contrário dos quatérnions.

Para finalizar, devo admitir que a identificação de $X_{\text{mat.}}$ com a propriedade de consistência é uma hipótese preliminar, a ser refinada no futuro. Continuo sustentando que a melhor explicação para o sucesso da matemática na ciência é o fato de ela ser um construto abstrato com uma propriedade $X_{\text{mat.}}$ que corresponde a uma propriedade análoga $X_{\text{fis.}}$ do mundo físico. Mas é ainda preciso refinar melhor qual é esta propriedade $X_{\text{mat.}}$.

Por exemplo, há as lógicas paraconsistentes, que não satisfazem a consistência, mas que têm aplicação em sistemas reais. (PRIEST; TANAKA, 2009) O que essas lógicas têm é uma regra que impede a trivialidade, ou seja, a possibilidade de derivar qualquer conclusão a partir de uma contradição. Apesar de tais lógicas terem aplicações práticas, resta verificar se elas podem ser aplicadas à realidade física, ou apenas a situações envolvendo falta de conhecimento humano.

NÚMEROS IMAGINÁRIOS DESCREVEM A REALIDADE?

Descrevemos diferentes visões sobre a ontologia das entidades matemáticas, e discutimos uma primeira questão de aplicação, de por que a matemática é tão útil nas ciências naturais. Uma segunda questão de aplicação, que é especialmente interessante para alunos de Física, é se os números imaginários descrevem a realidade. A visão convencional é que números imaginários não são nunca usados para descrever aspectos observáveis do mundo, apesar de eles poderem ser úteis nos passos intermediários de cálculos sobre esses aspectos observáveis. Os números reais, por outro lado, descreveriam o que observamos.

Esta visão convencional tem seus problemas. Em primeiro lugar, em que sentido números reais podem ser atribuídos a grandezas observáveis, já que, no mundo físico concreto, não há maneira de distingui-los dos números racionais? Quais classes de números podemos observar?

Há 13 pares de nervos cranianos em cada mamífero, mostrando que é direta a aplicação de números naturais para objetos bem definidos e distintos. Um pitagórico poderia afirmar com segurança que números naturais existem no mundo físico (mas não todos eles, se o universo for finito).

E quanto aos números inteiros negativos? A quais coisas eles podem ser aplicados? A altitude do Mar Morto é -378 metros, onde o sinal negativo indica que ele está abaixo do nível de referência dos oceanos. Mas se o nível de referência fosse o centro da Terra, a altitude seria sempre um número positivo. O sinal negativo apenas exprime uma escolha convencional de referência: por que, então, o pitagórico deveria acreditar em sua existência no mundo físico?

Números racionais podem ser aplicados de maneira mais direta para exprimir razões entre comprimentos (expressos como números inteiros, por exemplo, múltiplos inteiros de uma unidade básica, como o milímetro), como em cordas musicais, onde o intervalo de quinta corresponde à razão $3/2$ entre os comprimentos de duas cordas.

E os números reais? O número real $\sqrt{2}$ descreveria de maneira exata o comprimento da diagonal de um quadrado de lados unitário, mas esse re-

sultado não se aplica de maneira exata à realidade, onde há sempre pequenas imperfeições e flutuações. Ou seja, um número racional descreveria igualmente bem a diagonal de um quadrado concreto. Mesmo assim, os números reais são utilizados como base para as teorias físicas, então temos o costume de associar os resultados de medições reais a números reais.

De um ponto de vista nominalista, não há nada de errado em associar números reais ao mundo físico, pois ao fazer isso não estaríamos presumindo que os números reais “existem” no mundo físico (como diria um neopitagórico), mas simplesmente que os números reais, entendidos como uma construção mental abstrata, podem ser *aplicados* de maneira coerente ao mundo físico.

E o que dizer dos números complexos? Eles são muito úteis para descrever as fases relativas de movimentos oscilatórios, o que levou alguns físicos, como Yang (1987) e Wigner (1967, p. 225, 229), a considerar que eles não podem ser eliminados da física teórica, especialmente das teorias de calibre, pondo-os em pé de igualdade com os números reais. Tal atitude parece sensata. Do ponto de vista do nominalismo matemático, a questão é se um conceito matemático é útil na ciência, e não se ele “de fato existe”, como tenderia a dizer um pitagórico. É verdade que, na teoria quântica usual, nenhum valor esperado calculado pela teoria envolve termos imaginários, o que significa apenas que os números reais (ou racionais) são suficientes para representar valores medidos, e não que estes tenham “mais realidade” que aqueles.

Outro caso interessante é o de probabilidades negativas. Feynman (1987) salientou que estes números nunca podem ser aplicados à realidade, apesar de serem uma ferramenta útil nos passos intermediários de um cálculo de grandezas observáveis da natureza. No entanto, pode-se interpretar uma probabilidade negativa como indicando que uma situação tem um grau de impossibilidade maior do que uma situação cuja probabilidade é simplesmente zero. Em outras palavras, pode-se classificar diferentes cenários logicamente possíveis de acordo com um certo parâmetro a , e tal parâmetro pode aparecer em uma equação exprimindo o grau de possibilidade do cenário: o valor negativo da probabilidade de uma situação indicaria o quão distante o parâmetro a está do cenário com probabilidade zero.

AGRADECIMENTOS

Este texto foi apresentado em 24/08/2009 no evento *Science, Truth and Consistency – Celebrating Professor Newton da Costa's 80th Birthday*, realizado na Unicamp. Gostaria de agradecer Otávio Bueno, Jairo José da Silva e Edélcio Gonçalves por tentarem esclarecer meu ponto de vista sobre a filosofia da matemática. Dedico este modesto texto aos professores Newton da Costa e Fernando Bunchaft (*in memoriam*).

REFERÊNCIAS

- BAEZ, J. C.; HUERTA, J. Os estranhos números da teoria das cordas. *Scientific American Brasil* 109, p. 68-73, 2011.
- BUENO, O. Philosophy of mathematics. In: ALLHOFF, F. (Org.). *Philosophies of the Sciences*. Oxford: Wiley-Blackwell, 2010. p. 68-91. Disponível em: <http://www.as.miami.edu/personal/obueno/Site/Online_Papers_files/PhiOfMaths_FINAL.PDF>.
- COLYVAN, M. Indispensability arguments in the philosophy of mathematics. In: *Stanford Encyclopedia of Philosophy*, 2011. Disponível em: <<http://plato.stanford.edu/entries/mathphil-indis/>>.
- FEYNMAN, R. P. Negative probability. In: HILEY, B. J.; PEAT, F. D. (Org.). *Quantum Implications*. London: Routledge, 1987. p. 235-48.
- HILBERT, D. Mathematical problems. *Bulletin of the American Mathematical Society*. n. 8, p. 437-479, 1902.
- MILL, J. S. *Sistema de lógica dedutiva e indutiva*. 2.ed. Trad. J. M. Coelho. São Paulo: Abril Cultural, 1979. (Coleção Os Pensadores). Original em inglês: 1843.
- PESSOA JÚNIOR, O. Scientific progress as expressed by tree diagrams of possible histories. In: MORTARI, C. A.; DUTRA, L. H. A. (Org.). *Anais do V Simpósio Internacional Principia*. Florianópolis: NEL-UFSC, 2009. p. 114-22. (Coleção Rumos da Epistemologia, n. 9)
- POINCARÉ, H. *Science et Méthode*. Paris: Flammarion, 1908.
- PRIEST, G.; TANAKA, K. Paraconsistent logic. In: *Stanford Encyclopedia of Philosophy*, 2009. Disponível em: <<http://plato.stanford.edu/entries/logic-paraconsistent/>>.
- SILVA, J. J. On the nature of mathematical knowledge. In: KRAUSE, D.; VIDEIRA, A. A. P. (Org.). *Brazilian Studies in Philosophy and History of Science*. Dordrecht: Springer, 2011. p. 151-60. (Boston Studies in the Philosophy of Science 290)

TEGMARK, M. The mathematical universe. *Foundations of Physics*, n. 38, p. 101-50, 2007.

WIGNER, E. P. The unreasonable effectiveness of mathematics in the natural sciences. In: *Symmetries and Reflections*. Bloomington: Indiana University Press, 1967. p. 222-37. Publicado originalmente em *Communications in Pure and Applied Mathematics* 13, 1960, 1-14.

YANG, C. N. Square root of minus one, complex phases and Erwin Schrödinger. In: KILMISTER, C. W. (Org.). *Schrödinger: Centenary Celebration of a Polymath*. Cambridge: Cambridge University Press, 1987. p. 53-64.

A MATEMÁTICA E A CRÍTICA DA ECONOMIA POLÍTICA

João Damásio

PRÓLOGO¹

Iniciado em meados dos anos 1980, quando nos conhecemos, e estendendo-se esporadicamente ao longo da década de 1990, os meus contatos pessoais com o Prof. Fernando Bunchaft tinham frequentemente um tema recorrente: os *Manuscritos Matemáticos* de Marx e a utilização da matemática na economia política. Há 12 anos perdi o meu único interlocutor sobre o tema. Em outubro de 2009, recebi das mãos de seu filho, Antonio Bunchaft, o exemplar pessoal que pertenceu a seu pai, recheado de anotações a lápis em suas margens. A emoção que nos tomou no momento não permitiu que elaborássemos quaisquer planos.

Muito mais do que um professor do Instituto de Física da Universidade Federal da Bahia, o Prof. Fernando Bunchaft foi um profundo pensador – cuja mente era perenemente indagadora e cujas ações refletiam o seu engaja-

¹ Excetuadas as citações de obras editadas em português, todas as demais citações de textos editados em línguas estrangeiras foram traduzidas pelo autor do presente artigo, que assume a responsabilidade por eventuais incorreções.

mento intelectual, filosófico e político. O autor agradece ao seu filho Antonio Bunchaft pelo convite para contribuir para essa homenagem.²

O presente trabalho não tem a intenção de ser uma resenha. Nesse sentido é apenas um resumo de pontos que refletem constatações. São salientadas concordâncias e apontadas polêmicas ainda contemporâneas. Ademais, a relativa inexistência de traduções para o português de alguns dos textos aqui citados vem mantendo um número de potenciais leitores alheados às questões aqui apresentadas.

Ao final é discutido sumariamente um modelo simples, onde a álgebra vetorial é utilizada para ilustrar aspectos onde a formulação matemática ainda pode fazer avançar não apenas a “crítica da economia política” – aquela da escola dos pensadores britânicos dos séculos XVIII e XIX –, mas também apontar para análises que resgatem as relevantes contribuições de Marx para o entendimento de um mundo em transformação.

OS MANUSCRITOS MATEMÁTICOS DE KARL MARX

Por muito tempo nada se soube sobre a existência dos *Manuscritos Matemáticos* de Marx, e muito menos o que seria o seu conteúdo e tampouco sobre as motivações pessoais de Marx para escrevê-los. Escolas marxistas afloraram, sobre-existiram ou submergiram sem que a discussão sobre a utilização da matemática na crítica da economia política³ fosse constituída em tema relevante de discussão.⁴ Basta recordar que as gerações herdeiras de Marx, inclusive todos os expoentes da teorização na primeira metade do

2 Não consegui me convencer de que o Prof. Fernando fosse gostar ou concordar com o teor do presente artigo – que rumei por muitos anos, sem a coragem de colocá-lo na forma reduzida em que ele é aqui apresentado. Porém, restam-me a certeza e convicção de que este material nos serviria para pelo menos mais dez anos de gostosas e alentadas conversas...

3 Constatar que o nome completo da principal obra de Marx (1988) é *O Capital – Crítica da Economia Política*.

4 É bem verdade que a “Reprodução Ampliada” constante na seção III do Livro II – e principalmente o chamado “Problema da Transformação” da seção II do Livro III – foram motivos de acaloradas discussões episódicas ao final do século XIX e ao longo do século XX, onde a álgebra elementar costumadamente foi o instrumento matemático mais sofisticado nelas empregado. A extensão e a natureza deste ensaio impedem a citação e a realização da extensa resenha a respeito – embora as fontes relevantes sejam notoriamente conhecidas pelos estudiosos desses temas.

século XX – Lênin, Bukharin, Kamenev, Rosa Luxemburgo, Hilferding, Baran, Sweezy, Gramsci e toda a Escola de Frankfurt, entre outros – foram privados do conteúdo desses manuscritos e da *rationale* que serviu de impulso para Marx escrevê-los. Se adicionarmos a constatação de que ao longo dos anos houve uma evidente concentração de leitores de Marx cujas formações disciplinares eram provenientes de ramos das ciências sociais sem afinidades evidentes com a matemática – filósofos, historiadores, cientistas políticos, sociólogos e economistas políticos –, não é difícil entender por que a questão nunca se tornou dominante, como acabou sendo relegada a um plano de irrelevância nas discussões sobre o método e suas aplicações na interpretação e transformação da realidade.

O aparecimento, em 1983, da versão em inglês da alentada coletânea de trabalhos matemáticos de Marx e de artigos de apreciações de outros autores – editada originalmente por S.A. Yanosvskaya⁵ – foi recebido com variada reação pelos estudiosos marxistas. Por um lado, as diversas pistas deixadas por Marx em suas correspondências para Engels – que já eram sobejamente conhecidas – passaram a merecer citações mais frequentes:

Marx despertou o seu interesse em matemática durante o seu trabalho de elaboração de *O Capital*. Em sua carta para Engels, datada em 11 de janeiro de 1858, Marx escreve: ‘Eu me sinto tão desastrosamente interrompido por erros nos cálculos durante o desenvolvimento dos princípios econômicos que, em desespero, eu pretendo imediatamente dominar a álgebra. A aritmética permanece incompreensível para mim. Mas aqui estou eu outra vez abrindo o meu caminho na direção da rota algébrica.’ (MARX apud YANOVSKAYA, 1983, p. VIII)

Reconhecendo a formação humanista de Marx, ademais, tornou-se mais comum a admissão dos objetivos almejados por ele através do seu estudo da matemática:

5 Neste trabalho adotamos essa versão dos manuscritos (Cf. MARX, 1983) É bem verdade que as edições em russo e alemão tornaram-se disponíveis em 1968 – e que alguns fragmentos existiram em russo desde 1933 –, porém a barreira linguística impediu que um grande número de leitores a elas tivessem acesso.

Marx não era um matemático. No curso do seu trabalho de 'O Capital', ele continuamente lutou para superar a sua falta de conhecimento nesse campo, de forma a que pudesse aplicar métodos algébricos aos aspectos quantitativos da economia política. (SMITH, 1983, p. 256)

[...] nos últimos anos de sua vida, Marx empreendeu um estudo bastante profundo de matemática avançada com o objetivo duplo de colocar em forma algébrica as leis econômicas por ele enunciadas em 'O Capital', além de discutir algumas das formas de argumentação sobre a análise matemática sob o ponto de vista da dialética. (LABÉRENNE, 2004, p. 58)

Entretanto, por outro lado, e com indisfarçável conteúdo de surpresa e choque, alguns deles reagiram de forma a elegantemente descartar o conjunto desses manuscritos como um passatempo diletante, ou, na melhor das hipóteses, como uma tentativa frustrada:

Ao longo do final de sua vida, Marx se tornou bastante familiar com os livros textos universitários da matemática em seu tempo, mas também acalentou reformar dialeticamente a fundamentação da matemática (em especial o cálculo), além de discorrer sobre um número de ideias sobre a aplicação do método formal e matemático aos seus estudos centrais sobre a economia política. (DAMSMA, 2009, p. 2)

Desse ponto em diante, Marx continuou a retornar ao [estudo da matemática] como uma distração durante os seus muitos dias de doença, passando da álgebra para a geometria analítica e para o cálculo. (STRUIK, 1997, p. 174)

Apesar de seu objetivo original, surpreendentemente encontram-se poucas aplicações efetivas dos métodos matemáticos [...] a qualquer problema prático nas notas de Marx sobre matemática. (SMOLINSKI, 1973, p. 1193)

Daí [pode-se] concluir que os seus interesses matemáticos gradualmente se deslocaram de sua relevância para a 'elaboração dos princípios econômicos' na direção do

estudo da matemática como um fim em si mesmo. (DAMASMA, 2009, p. 16-7)

Talvez por essas mesmas razões tenham sobrevivido até o presente as resistências às aplicações da matemática ao estudo da economia política e “[a] crença de que Marx nunca entendeu nem endossou a utilização de métodos matemáticos”. (MATTHEWS, 2001, p. 37) Mas será que Marx de fato concebeu a estrutura de *O Capital* sem qualquer afinidade com os fundamentos lógicos da matemática? Será mesmo que os conceitos que ele introduziu para se empenhar na crítica à economia política de sua época são efetivamente externos a qualquer tentativa de equacionamento formal matemático para a sua *operatividade*?⁶

Embora seja conhecido o juízo que Marx tinha de seu genro, Kol’man usa a sua opinião de contemporâneo e membro da família para afirmar que “Marx acreditava que ‘uma ciência não se encontra realmente desenvolvida até que tenha aprendido a fazer uso da matemática’”. (LAFARGUE, 1956 apud KOL’MAN, 1983, p. 220). De fato, a própria editora dos *Manuscritos Matemáticos* faz questão de enfatizar que:

Era uma característica das técnicas de pesquisa adotadas por Marx que, encontrando alguma questão a respeito da qual ele percebesse que ainda não se sentia à vontade, ele não ficava satisfeito até que tivesse dominado completamente o assunto, descendo até às suas fundamentações. [...] Ao mesmo tempo, os problemas sobre a aplicação da matemática à economia política continuavam a interessar Marx. [...] Portanto é claro que Marx estava conscientemente caminhando na direção da aplicação da matemática à economia política. [...] Para ele era importante ‘rasgar o véu de mistério na ciência.’ (YANOVSKAYA, 1983, p. IX-X)

Kol’man, que teve dois de seus artigos publicados na edição original dos *Manuscritos Matemáticos* e que foi o responsável pela tradução de todo o

6 O termo “operatividade” acha-se escrito à mão pelo prof. Fernando em seu exemplar, em oposição à “conceitualidade”, afirmando que “não se trata de negar o primeiro”.

material em russo, é ainda mais agudo em sua defesa de que Marx estudava matemática com o objetivo de explicitar uma *rationale* “[...] determinando matematicamente as principais leis das crises econômicas capitalistas”.⁷ Ele é particularmente incisivo ao afirmar que:

Apesar de Marx repetitivamente enfatizar a natureza específica e extraordinária complexidade dos fenômenos econômicos [...] ele considerava que a aplicação da matemática seria não apenas possível, mas efetivamente necessária para a investigação das leis gerais da economia. A análise da forma do valor e do dinheiro; a composição do capital; a taxa de mais-valia; a taxa de lucros; o processo de transformação do capital, sua circulação e rotação, sua acumulação; capital emprestado e crédito; rendas diferenciais – Marx desenvolveu [todos esses conceitos] através do emprego da matemática. [Marx] avançou a tese da possibilidade, e mesmo da necessidade, da aplicação do método matemático à pesquisa nas ciências sociais, e na economia política em particular. (KOL'MAN, 1983, p. 218-220)

Entretanto, resta a constatação de que no corpo de *O Capital* Marx utilizou apenas a aritmética.⁸ Embora a formulação dos problemas econômicos por ele propostos e analisados frequentemente sejam de natureza complexa, afeitos à lógica matemática, os exemplos por ele apresentados são sistematicamente simplórios, banalmente aritméticos, não fazendo justiça ao que ele mesmo havia dito anteriormente com palavras em seu próprio texto. Este fato não escapou da observação de muitos analistas: “[...] a evidência circunstancial em oposição resulta em que Marx fez muito pouco uso da matemática formal (além da aritmética) em sua obra”. (ROEMER, 1990, p. 1) “A última parte de sua vida foi uma série de pelejas com a álgebra, com o cálculo diferencial e com exemplos numéricos”. (MORISHIMA, 1977, p. 166)

7 Marx – Letter to Engels, May 31, 1873. (KOL'MAN; YANOSVSKAYA, 1983, p. 253)

8 Agravada pelos inúmeros exemplos onde a libra esterlina ainda possuía *shillings* e *120 pence*, além de utilizar o sistema de mensuração britânico: bushels, jardas, pints, e outras unidades – que tornam a leitura árdua e de compreensão dificultada.

Mesmo a mencionada editora dos *Manuscritos Matemáticos* não consegue evitar um ar de perplexidade ao afirmar que: “Dados os textos completos de todos os manuscritos matemáticos de Marx [...] eles ainda não respondem plenamente sobre o que impeliu Marx a prosseguir na direção do cálculo diferencial”. (YANOVSKAYA, 1983, p. x)

Uma circunstância histórica parece, entretanto, ter escapado a esses autores. Diante das dificuldades encontradas, Marx percebeu que precisava da matemática e decidiu estudá-la. E a demonstração de que o fez está documentada em seus *Manuscritos Matemáticos*. Porém, a matemática que ele estudou foi o corpo teórico da disciplina existente e amplamente disponível à sua época: o cálculo diferencial e integral. E essa, desafortunadamente, não era a matemática de que Marx precisaria fazer uso para equacionar e resolver os problemas que ele havia proposto a si mesmo.

De fato, a matemática que permitiria solucionar os tipos de problemas que Marx discutiu – modelos multissetoriais de várias variáveis, e, além disso, retroalimentados – não havia ainda sido completamente corporificada. Embora a geometria analítica da época já houvesse avançado para o tratamento de matrizes e vetores, a álgebra vetorial permanecia na sua longa infância, da qual apenas emergiu após a publicação dos trabalhos de Perron (1907) e Frobenius (1908, 1912).

Em outras palavras, Marx soube propor corretamente e tentou resolver (conseguindo parcialmente!) tipos de problemas cujas soluções só se tornariam matematicamente possíveis e garantidas quase 25 anos após a sua morte em 1883 – com os avanços da álgebra vetorial, notadamente através dos trabalhos desenvolvidos para matrizes não negativas definidas, apresentados nos teoremas hoje conhecidos coletivamente como “Teoremas de Perron-Frobenius”.⁹ Isso, por si só, justifica a relativa ausência de utilização matemática extensiva em *O Capital* – constatação que sedimenta o argumento utilizado por aqueles que procuram desqualificar a aplicação da matemática na economia política.

⁹ Embora a literatura sobre esse assunto não seja completamente coerente nessa convenção, hoje os “Teoremas de Perron-Frobenius” são cinco, havendo um sexto que é ocasionalmente formulado. Esses teoremas vêm em duas versões: a) uma versão dita **forte**, para matrizes semipositivas definidas irreduzíveis; e b) uma versão dita **fraca**, para matrizes semipositivas definidas reduzíveis.

Por outro lado, e contraditoriamente, essa ausência acaba por destacar o fato de que mesmo destituído dos instrumentos matemáticos adequados, Marx soube propor os problemas corretos.¹⁰ Nessa perspectiva – a contemporânea – torna-se relativamente fácil afirmar com fundamentação que: “Do ponto de vista quantitativo, a sua análise certamente deixa de alcançar o que se tornou possível pelos modernos métodos matriciais”. (BRÓDY, 1970, p. 33)

Na próxima seção serão elencados alguns tópicos da teoria econômica onde a contribuição matemática de Marx foi destacada – considerados aqui os tipos de problemas que ele se propôs a resolver em sua crítica à economia política.

FORMULAÇÕES DE *O CAPITAL* COM IMPLICAÇÕES MATEMÁTICAS

Ao articular os seus conceitos em pares antitéticos, indicando através de palavras e aritmética os caminhos para prover as soluções das complexas questões por ele formuladas, Marx sistematicamente apresentou esquemas numéricos que considerou representativos de casos gerais.¹¹ Este discernimento adotado por Marx em *O Capital*, na prática permitiu a ele contornar a indisponibilidade de métodos matemáticos adequados, à época, que provesses resultados “elegantes” e menos disputáveis – e que fossem instrumentais para fortalecer as suas conclusões.¹² Nessa empreitada, pode-se argumentar que – em elevado nível de abstração, e de acordo com o seu método – Marx conseguiu dar operacionalidade à articulação de seus conceitos, ainda que não tenha utilizado a linguagem matemática hoje disponível.

Um insuspeito economista – de formação admitidamente walrasiana – assim resumiu: “Levou quase noventa anos para que os economistas orto-

10 De forma provocativa, um exaltado defensor da utilização da matemática em economia política declarou: “[...] se nós considerarmos o marxismo uma ciência, e não uma religião, transpira que Marx foi um defensor da utilização de métodos matemáticos em economia”. (ROEMER, 1990, p. 1)

11 Esses esquemas foram muitas vezes interpretados equivocadamente até mesmo por marxistas. Rosa Luxemburgo, por exemplo, acreditou ter encontrado severas incompatibilidades entre os esquemas de reprodução ampliada encontrados no capítulo 21 do Livro II e os esquemas de transformação de valores em preços de produção apresentados no capítulo 9 do Livro III. (Cf. Luxemburgo, 1985)

12 A exemplo das condições de existência, unicidade e positividade das soluções, além de discussões paramétricas sobre as situações de contorno de seus problemas.

doxos alcançassem as vantagens iniciais da economia marxiana no campo da dinâmica”. (MORISHIMA, 1977, p. 9)

Porém, a primazia de Marx em elaborar problemas multissetoriais a várias variáveis em modelos circulares de produção – isto é, aqueles que contemplam e integram retroalimentações em suas cadeias – não é até hoje reconhecida de forma disseminada. Nas palavras de András Bródy (1970, p. 13, 61, grifo nosso):

Os modelos de valor e reprodução que nós estudamos são semelhantes a uma família de modelos que hoje são bem conhecidos na análise econômica teórica e aplicada ao redor do globo. Suas raízes intelectuais são atribuídas a Leontief, Von Neumann, Walras e mesmo Quesnay. Não é em geral reconhecido que muitos dos conceitos centrais foram originados em Marx. [...] um dos instrumentos fundamentais da moderna economia matemática e, nesse sentido, da pesquisa operacional e da teoria de controle – especificamente *o princípio da dualidade* – foi formulado e elaborado há cem anos por Marx. Além disso, esse princípio foi a pedra fundamental dos alicerces teóricos de sua abordagem.

Referindo-se a *O Capital*, um dos comentaristas dos *Manuscritos Matemáticos*, Kol’man diz que:

O trabalho [...] corretamente propõe o problema da distribuição da mais-valia (em relação aos custos de produção) sob as condições da reprodução ampliada em ambos os setores a fim de obter máximos lucros e também deriva as leis das crises periódicas [...] Esses são problemas que apenas podem ser solucionados por meio dos métodos contemporâneos de programação linear.¹³ (KOL’MAN, 1983, p. 220)

¹³ Cabe a observação de que esta visão do autor, embora não equivocada, faz menção explícita a uma “função objetivo” de maximização de lucros, e está ligada à sua percepção particular de que todas as soluções poderiam ser obtidas através da aplicação da programação linear. Entretanto, nem todos os problemas propostos por Marx em *O Capital* são lineares, e nem sempre existem “funções objetivo” a serem maximizadas ou minimizadas. No mais das vezes, a melhor forma de colocar os problemas é através da utilização da álgebra vetorial, linear ou não linear, procurando soluções que hoje estão ao nosso alcance, seja pela disponibilidade de métodos matemáticos e dos teoremas para matrizes não negativas definidas, seja pela presente disseminação de microcomputadores e rotinas de computação.

A fim de melhor sistematizar e destacar os pontos nos quais Marx apresenta em *O Capital* algumas questões e conclusões que exibem evidentes implicações matemáticas, essas são listadas abaixo:

a) dualidade

Todos os leitores de Marx, desde o primeiro capítulo do Livro I, são apresentados ao “caráter dual”, antitético, da mercadoria. A discussão da diferença entre “valores-de-uso”¹⁴ e “valores-de-troca” ocupa uma parte significativa do esforço intelectual de cada estudioso para a apreensão do método analítico avançado por Marx. E não sem razão. Hoje é sabido que os vetores de “valores-de-uso” (quantidades físicas de bens), e de “valores-de-troca” (alternativamente, “valores” ou “preços de produção” – que servem de eixos de gravitação para os “preços-de-mercado”) podem ser calculados, na forma de autovetores, como soluções de problemas duais formulados sobre a mesma matriz tecnológica física de produção. E esse é apenas o primeiro contato que o leitor experimenta com os “princípios duais” de Marx, que posteriormente são novamente encontrados ao longo de sua obra:

De forma muito simples, o princípio econômico da dualidade significa que todo o intrincado processo produtivo pode ser examinado sob dois aspectos: como processos físicos, criando valores-de-uso, e como processos simultaneamente associando valores a eles. Entretanto o princípio da dualidade¹⁵ aparece através de todo o trabalho, conectando diversas ideias e problemas diferentes. Essa correspondência é trabalhada não apenas em esboços gerais, mas frequentemente também em detalhes específicos. (BRÓDY, 1970, p. 62, 66)

Lembrar que modelos determinísticos não lineares retroalimentados são passíveis de apresentar comportamento caótico, levando à necessidade de especificação de seus “atratores estranhos”.

14 Os quais, em Marx – e ao contrário de interpretações espúrias –, jamais podem ser confundidos, e menos ainda igualados, ao “valor-utilidade” das teorias austríacas e neoclássicas.

15 Como anteriormente mencionado, o autor destaca que: “Apesar do princípio da dualidade ter sido amplamente conhecido como a conexão entre as soluções do primal e do dual em programação linear, a dualidade não é uma característica exclusiva de problemas de otimização”. (BRÓDY, 1970, p. 62)

Morishima (1977, p. 46) vai ainda além, ao discernir a “dualidade dual” existente entre as apresentações de Marx no Livro I e aquela do Livro III:

[...] A teoria marxiana, ao contrário da economia ortodoxa, tem um sistema de contabilidade dual: um sistema em termos de valores e o outro em termos de preços [de produção]. A sua ideia de dualidade dual; uma dualidade entre o sistema físico e o [sistema] de valores; e a outra entre o sistema físico e o de preços [de produção], devem hoje ser reconhecidas por todos os economistas como o princípio fundamental de todas as sociedades produtoras de mercadorias para o comércio [...].

Não pode existir dúvida que para possibilitar a percepção dessas analogias o leitor de *O Capital* precisa estar minimamente familiarizado com a álgebra vetorial e seus instrumentos.¹⁶ Nas palavras de Bródy (1970, p. 61-62), há já quarenta anos:

Primariamente devido à inexistência de instrumentos matemáticos adequados, sessenta anos tiveram que passar antes da primeira formulação precisa do princípio da dualidade econômica. Para a aplicação na prática econômica, quase cem anos se passaram, devido às dificuldades de computação e [disponibilidade de] estatísticas. Agora, cem anos mais tarde, está se tornando mais claro que a dualidade é a chave geral para o controle de sistemas complexos, e os sistemas econômicos são particularmente dessa natureza. Através da cuidadosa elaboração do conceito da dualidade, Marx contribuiu para a evolução da economia matemática e para a solução de problemas de controle e gerenciamento. Não é, entretanto, claro se esses conceitos foram adotados com reconhecimento tácito e aberto da prioridade e dos méritos de Marx, nem se a sua contribuição tenha sido reconhecida de forma consciente. De qualquer maneira existe uma firme evidência da prioridade de Marx na história dessa importante área da teoria.

¹⁶ O que não é o mesmo que dizer que o leitor que não domine esses instrumentos não possa entender o que Marx apresenta em *O Capital*.

b) taxa máxima de lucros

A ideia de que uma economia necessita apresentar desempenho de produtividade compatível com a possibilidade de exploração do trabalho assalariado – diante da necessidade de destinar parte dessa produção à reprodução da força-de-trabalho – fez com que Marx, no capítulo 15 do Livro III, lançasse mão do expediente de avaliar uma “taxa máxima de lucros”, determinada objetivamente pelos processos *físicos* de produção, e apenas por eles.¹⁷ Esse conceito – de resto ignorado ou negligenciado pela maior parte dos marxistas que discutiram *O Capital* desde a sua publicação – pode ser sumariado da seguinte forma:

A noção de uma taxa máxima de lucros correspondente a um salário nulo foi sugerida por Marx, diretamente através da alusão incidental à possibilidade de uma queda na taxa de lucros ‘mesmo que os trabalhadores pudessem viver de ar’.¹⁸ [...] Nós chamaremos de taxa máxima de lucros aquela que seria obtida se todo o conjunto da renda nacional fosse direcionado para os lucros. (SRAFFA, 1960, p. 94, 17)

Consequentemente, a reprodução em uma escala ampliada não é possível em uma sociedade onde seja técnica e biologicamente inviável a exploração de trabalhadores de forma a gerar valores líquidos superiores aos valores das necessidades da vida [...]. (MORISHIMA, 1977, p. 117)

Da perspectiva e do ponto de vista matemático, esse conceito é fundamental, pois é subjacente à ideia da “produtividade” de uma matriz, de acordo com a análise que se faça sobre o valor absoluto de sua raiz característica

17 Uma economia onde a produtividade do trabalho seja extremamente baixa, levando a uma “taxa máxima de lucros” insustentável, não permite que os trabalhadores diretos sejam subordinados ao capital. Por exemplo, o povo San do deserto do Kalahari, na Namíbia, nunca foi assalariado – nem escravizado – em seu próprio ecossistema devido à baixíssima produtividade do trabalho. Não existe nada que possam ali produzir que seja capaz de gerar excedentes apropriáveis por terceiros.

18 Cf. a tradução em português: “[...] mesmo que eles pudessem viver de brisa [...]”. (MARX, 1988, v. IV, p. 178).

dominante: se menor do que a unidade, a matriz é dita “produtiva”; se igual à unidade, ela representa um sistema no limite de sua produtividade; se maior do que a unidade, diz-se que a matriz é improdutiva. (GANTMACHER, 1959) Em outras palavras:

Em modelos de produção de mercadorias, a noção de uma potencial taxa máxima de lucros compatível com a positividade de todos os preços tem um papel crucial, ao fornecer uma teoria de preços aonde os preços são determinados sem funções de demanda. [...] Como diversos economistas modernos apontaram, a base matemática dessa noção foi hoje fundamentada pelos teoremas de Perron (1907) e Frobenius (1908 e 1912) sobre ‘raízes características’ ou ‘autovalores’ na teoria de matrizes. (BOSE, 1975, p. 106)

Porém, de forma análoga ao que acontece quanto aos conceitos pertinentes ao princípio da dualidade, o mesmo autor questiona se o devido reconhecimento a Marx é hoje disseminado: “Quanto crédito que se deseje atribuir a Marx por ter antecipado um provável teorema da matemática e tê-lo utilizado [...] na teoria econômica parcialmente depende do grau que se esteja disposto a atribuir às habilidades matemáticas de Marx”. (BOSE, 1975, p. 106)

c) composição do valor do capital

No Livro III de *O Capital* Marx ocupa as duas primeiras seções com uma detalhada discussão sobre a heterogeneidade das composições do capital nos diversos ramos da indústria, estabelecendo o conceito de “composição orgânica do capital”, que passa sistematicamente a ser utilizado a partir daí como instrumento para balizar os diferentes comportamentos dos capitais individuais dentro do conjunto do “capital global”. Novamente aqui, Marx precede em muitas décadas a análise econômica ortodoxa, que rebatizou essa relação de “razão capital-trabalho” e passou a utilizá-la para parametrizar os modelos econômicos matemáticos: “O conceito da composição do valor do capital, que Marx utilizou ao agregar as indústrias [...] não é mais do que a

contrapartida em Marx da razão capital-trabalho, que é muito utilizada na análise de crescimento”. (MORISHIMA, 1977, p. 4)

d) fronteira salários-lucros

Escrevendo em um texto que foi publicado antes de *O Capital*, Marx (1982) avança explicitamente a sua convicção de que os salários e lucros apresentam comportamentos monotonicamente inversos. Retomada a noção em *O Capital*, Marx a elabora cuidadosamente, sendo imensamente criticado por economistas ortodoxos, que foram frequentemente veementes em desconsiderá-la.¹⁹ Após o advento da economia matemática, nos anos 1970, foi observado que em modelos circulares distributivos a noção aparecia como resultado obrigatório na análise da interdependência entre salários e lucros.²⁰ Nas palavras de Morishima, referindo-se a Marx:

Um de seus instrumentos foi recentemente redescoberto e denominado ‘fronteira dos fatores de produção’ – um dos mais fundamentais conceitos da teoria do crescimento contemporânea. [...] O teorema de Morishima-Seton-Okishio declara que a taxa de lucros [...] será positiva se e somente se a taxa de exploração for positiva. Este é um dos teoremas que Marx desejava estabelecer em *O Capital*. (MORISHIMA, 1977, p. 3-4, 6)²¹

O mesmo autor não deixa de reconhecer que no Livro II de *O Capital*, em seus esquemas de reprodução simples e ampliada, Marx analisa a noção dual, dinâmica, da relação monotonicamente inversa entre o consumo e o investimento: “A ideia que é dual à fronteira salários-lucros é aquela fronteira do consumo-investimento, o que implica que a taxa de crescimento e o nível de consumo mudam em direções opostas”. (MORISHIMA, 1976, p. 239)

19 A relação é imensa e pode ser mais bem apreciada em um texto que traça esse debate de forma competente. (Cf. MEEK, 1977).

20 Na literatura de inspiração neoclássica – que define salários e lucros como “fatores de produção” – esse conceito reaparece travestido em *Fronteira dos Fatores de Produção*.

21 Consulte também Morishima e Seton (1961) e Okishio (1963).

Portanto, também nessa conceituação Marx antecipou corretamente aquilo que seria matematicamente demonstrado através da álgebra vetorial quase um século mais tarde.

e) economias fechadas e abertas

Marx também foi o primeiro economista a compreender que – mesmo em um mundo no qual as economias são abertas, entre as quais existe um volume considerável de comércio internacional – a prioridade de qualquer abordagem deveria estar sedimentada sobre a capacidade de autossustentação de uma economia. Em outras palavras, apenas avaliando a economia como “fechada” em seus modelos de reprodução seriam estabelecidas as condições para avaliar as oportunidades de exportação de excedentes e importação de outras mercadorias. Embora a análise dos sistemas “fechados” esteja bastante explícita nos seus esquemas de reprodução do Livro II de *O Capital*, os elementos relativos ao comércio internacional, em uma economia aberta, encontram-se dispersos e em forma fragmentária nos *Grundrisse*. (MARX, 1983) Os modelos econômicos matemáticos contemporâneos tratam essa questão através da garantia da semipositividade do vetor de produto líquido de uma economia:

A primeira propriedade dos modernos modelos de produção de mercadorias encontra-se na utilização da noção de produção *interdependente* de mercadorias [...] A noção foi originada nos trabalhos dos fisiocratas, mas foi refinada e desenvolvida por Marx no livro II de *O Capital*. (BOSE, 1975, p. 104, grifo do autor)

f) reprodução simples e ampliada

Na Seção VII do Livro I – depois retomada mais detalhadamente na Seção III do Livro II – Marx conceitua a “Reprodução Simples”, afirmando que, embora ela não exista como tal em economias capitalistas reais, ela estabelece as pré-condições e requisitos que permitam o entendimento e análise da “Reprodução em Escala Ampliada” em economias auto-sustentadas, que,

como é sabido, resulta na acumulação do capital. Os esquemas de reprodução ali apresentados constituem de fato o primeiro “modelo de crescimento” da história do pensamento econômico. Apenas na década de 1950 a teoria econômica ortodoxa elaborou e discutiu matematicamente modelos de dois setores. Novamente, o reconhecimento dessa contribuição de Marx permanece tardio e incompleto:

Marx construiu o modelo de reprodução simples não por sua finalidade própria, mas como uma introdução ao modelo dinâmico de ‘reprodução à escala ampliada’, do qual é um caso especial, com a taxa de crescimento igual a zero. [...] (MORISHIMA, 1977, p. 109)

Não é exagero afirmar que antes de Kalecki, Frisch e Tinbergen nenhum economista, exceto Marx, obteve um modelo macrodinâmico rigorosamente construído de uma forma científica. (MORISHIMA, 1977, p. 3)

Aqui também deve ser observado que Marx cuidadosamente mantém os seus “esquemas de reprodução” do Livro II em correspondência dual com a teoria do valor apresentada no Livro I. Nas palavras de Bródy (1970, p. 66):

Em Marx, os tratamentos da teoria do valor e da teoria da reprodução são sempre [apresentados como] pares correspondentes em dualidade estrita um com o outro. Para cada definição, tese ou regra na teoria do valor pode ser encontrada uma definição, tese ou regra estritamente paralela na teoria da reprodução.

g) transformação de valores em preços de produção

Este procedimento apresentado por Marx na Seção II do Livro III de *O Capital* foi a culminação da “dualidade dual” mencionada anteriormente: ao sistema dual apresentado no Livro I, entre “valores” e quantidades físicas, Marx agora contrapunha outro sistema dual, construído a partir de valores, chegando a uma dualidade entre “preços de produção” e quantidades físicas. Marx apresenta apenas a “primeira aproximação” provocando a conhecida reação de Böhm-Bawerk, seguidamente contestada por Bortkiewicz, Tugan-

Baranovski, Winternitz, May, Baran, e uma infinidade de outros autores marxistas – cuja citação aqui não é indicada por não se tratar de resenha específica. Por cerca de 80 anos prevaleceu a sensação de que Marx fora incapaz de fornecer uma resposta convincente ao dito “problema da transformação”. Os argumentos quantitativos eram ora reformulados, ora substituídos por argumentos qualitativos.

Marx, explicitamente declara:

Originalmente admitiu-se que o preço de custo de uma mercadoria era igual ao *valor* das mercadorias consumidas em sua produção. Mas o preço de produção de uma mercadoria é, para o comprador da mesma, seu preço de custo e, por isso, pode entrar como preço de custo na formação do preço [de produção] de outra mercadoria. Assim como o preço de produção pode desviar-se do valor de uma mercadoria, assim também o preço de custo de uma mercadoria, no qual esse preço de produção de outra mercadoria está incluído, pode estar acima ou abaixo da parte de seu valor global que é formada pelo valor dos meios de produção que entram nela. É preciso não perder de vista essa significação modificada do preço de custo e portanto lembrar que quando, numa esfera particular de produção, o preço de custo da mercadoria é equiparado ao valor dos meios de produção consumidos em sua produção, sempre é possível que haja um erro. Para a nossa investigação presente não é necessário examinar mais de perto esse ponto. (MARX, 1988, grifo do autor)

Dito de outra forma, Marx reconheceu que a “solução” ali apresentada era apenas parcial: “Marx sabia disso, de forma que ele mesmo via esse algoritmo como uma fórmula para obter as primeiras aproximações para os verdadeiros preços de produção [...]”; (MORISHIMA, 1977, p. 77)

Porém os primeiros resultados de procedimentos iterativos que demonstrassem a convergência e unicidade das soluções derivadas do mecanismo de cálculo indicado por Marx apenas surgiram nos anos 1970, com a maior facilidade de acesso a computadores de alto desempenho: “[...] pode-se, *precisamente da mesma forma estabelecida por Marx*, calcular os ‘corretos

preços de produção' a partir dos valores [...] na medida em que o procedimento de Marx é perfeitamente geral, e é apenas o primeiro passo de uma transformação iterativa [...]" (SHAIK, 1986, p. 109, grifos do autor)

Mais precisamente, e em linguagem mais afeita aos métodos matemáticos, Morishima resume:

Em termos matriciais deve ser notado que [o processo de transformação em Marx] é uma cadeia de Markov. Os preços de produção verdadeiros são soluções ergódicas do problema na forma de uma cadeia de Markov. [...] Marx começou o processo iterativo a partir da posição inicial. [...] e obteve a solução da primeira rodada [...] Ele declarou que a iteração deveria ser continuada [...]. (MORISHIMA, 1977, p. 77)

É evidente que este ponto específico interessa mais particularmente àqueles economistas dedicados à economia política, e por esta razão entrou nos destaques matemáticos desta seção. Entretanto, são particularmente aqueles os que são mais resistentes à incorporação de métodos matemáticos à economia política. É bem verdade que a posição explicitada por Steedman (1977) não contribui para uma reflexão cordata e construtiva, levando, no mais das vezes, a um diálogo de surdos e a um debate essencialmente estéril nesse sentido.

h) crescimento balanceado e Von Neumann

Provavelmente a contribuição de concepção notoriamente matemática de Marx menos disseminada entre os seus leitores seja aquela que o liga à episódica contribuição de Von Neumann (1945). A preocupação demonstrada por Marx na Seção III do Livro II ao aludir seguidamente à necessidade de um “crescimento balanceado”²² revela-se uma “condição necessária” à acumulação às mais altas taxas. Em outras palavras, a maior taxa de crescimento

22 É desnecessário insistir que um crescimento “balanceado” não exige pressupostos de equilíbrio, nem significa um “crescimento equilibrado”, exceto na trajetória de maior taxa de crescimento, como bem demonstrou Von Neumann (1945).

no longo prazo, para uma dada distribuição de salários e lucros,²³ será obtida quando todos os setores de um sistema econômico crescerem à mesma taxa, isto é, de forma “balanceada”. Apenas nos anos 1970 a analogia entre os “esquemas de reprodução” de Marx e os resultados de Von Neumann foi estabelecida:

[...] a primeira parte do *Capital* não apenas apresenta uma clara interpretação dessa dualidade (que foi tão negligenciada por Von Neumann na ocasião da redescoberta do caráter dual do processo), mas também traça a evolução histórica e lógica da forma dual desde os seus princípios até as formas socialmente estabelecidas de moeda e dinheiro. Para Von Neumann [...] as relações de produção se tornam a parte central do modelo e ele deduz as relações de mercado a partir delas. Não fica claro se essa ‘concessão’ à economia política marxiana foi consciente da parte de Von Neumann. Ao revisar os seus pressupostos, ele laconicamente observa que: ‘É óbvio a que tipo de modelos teóricos os pressupostos acima correspondem.’ Tivesse a influência de Marx sido consciente, entretanto, ele muito provavelmente não teria ficado tão maravilhado com a extraordinária ‘simetria dual’ de seu modelo, com respeito às variáveis monetárias e às variáveis técnicas. Marx já havia elaborado cuidadosamente esse ponto [...].(BRODY, 1970, p. 65, 52)

Hoje essas analogias parecem bem estabelecidas entre os economistas matemáticos que conhecem profundamente os trabalhos de Marx, e em particular *O Capital*: “Marx tinha uma visão da estrutura da produção que hoje em dia é atribuída a Von Neumann”. (MORISHIMA, 1977, p. 167) “Que [Von Neumann] tenha chegado a uma análise que seja em alguns aspectos próxima à de Marx é, em minha opinião, um testemunho do extraordinário poder de sua lógica e, ao mesmo tempo, uma confirmação desses aspectos do pensamento de Marx”. (GOODWIN, 1986, p. 1)

23 Dada em Marx (1988) pela “taxa de exploração” do trabalho.

Surpreendente como possa parecer, Marx estava quase na posição de descobrir a ideia de Von Neumann. [...] Portanto, Marx estava tratando dos mesmos problemas econômicos que Von Neumann, mas infelizmente ele não era tão matematicamente habilitado quanto Von Neumann. (MORISHIMA, 1977, p. 164, 166)

Entretanto, como a formulação original de Marx não foi apresentada na linguagem matemática ainda incompleta em sua época – na álgebra vetorial, e nos teoremas de Perron-Frobenius que Von Neumann conhecia muito bem –, permanece pouco clara e reconhecida a anterioridade da contribuição de Marx a esse valioso instrumento da teoria econômica contemporânea. Há, porém, aqueles que conseguem enxergar entre as brumas que: “A teoria de Marx contém em si mesma um caminho para a Revolução de Von Neumann. [...] Esse Marx ainda está ativo na fronteira da nossa ciência”. (MORISHIMA, 1977, p. 3)

i) tendência à queda nas taxas de lucros, financeirização do capital e acumulação de capital fictício

Ao tratar de crises no Livro III, Marx (1988, p. 484) estabelece que: “[...] uma crise pode [...] ser explicada como o resultado da desproporção da produção entre os diversos ramos da economia, como consequência da desproporção entre o consumo dos capitalistas e a sua acumulação”²⁴

Embora quaisquer semelhanças com o trabalho posterior de Keynes sejam hoje consideradas involuntárias e meras coincidências, faz-se necessário reconhecer que Marx antecipou-se ao conceito de “demanda efetiva”, ao focar a questão das crises do capitalismo no chamado “problema da realização” em ambiente de superprodução e superacumulação.

Sobre esse conjunto de tópicos ainda não existe um consenso, embora seja evidente que a presente crise mundial vem reavivando o interesse nas formulações de Marx, particularmente aquelas que tratam da financeirização

²⁴ Também citado em Morishima (1977, p. 128).

do capital e da acumulação de “capital fictício”, onde “tudo o que é sólido se desmancha no ar”.

UM MODELO SIMPLES DE VALORES E PREÇOS

Esta seção dedica-se a apresentar um modelo simples de valores e preços destinado a ilustrar dois pontos, que se resumem às citações seguintes: “A teoria da reprodução de Marx é muito semelhante à análise de insumo-produto de Leontief ou, mais corretamente, nós deveríamos dizer, ao invés, que Leontief reproduziu Marx [...] de uma forma pragmática”. (MORISHIMA, 1977, p. 3)

Escapou da atenção de todos os economistas, sem exceção, que se a mercadoria é uma coisa dual – valor-de-uso e valor-de-troca – então o trabalho embutido na mercadoria também deve possuir um caráter dual [...]. De fato, esse é o segredo todo da conceituação crítica [de Marx]. (BRODY, 1970, p. 67)

Suponhamos um sistema econômico que se encontre em estado estacionário onde todo capital seja circulante e onde não exista produção conjunta de nenhum de seus n produtos. Ademais, também é suposto que o sistema seja fechado e que se encontre em um estado de auto-reposição.²⁵

Seja $\mathbf{q} = [q_j]; j=1,2,\dots,n$... (1) o vetor coluna do produto total desse sistema, em termos físicos, e representemos

$\mathbf{Q} = [Q_{ij}]; i=1,2,\dots,n; j=1,2,\dots,n$... (2), a matriz de consumo intermediário produtivo,

de forma que cada Q_{ij} = quantidade física do produto i consumida como intermediário produtivo na produção total do produto j .

²⁵ Acompanha-se aqui as linhas gerais encontradas em Oliveira-Filho (1981).

Definindo o vetor de consumo intermediário industrial pelo vetor: $\mathbf{m} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{u} \dots$ (3), onde \mathbf{u} é o vetor soma coluna; e definindo o vetor de consumo dos trabalhadores como:²⁶

$\mathbf{f}_c = [f_{cj}]; j=1,2,\dots,n \dots$ (4), pode-se escrever a identidade das quantidades físicas:

$\mathbf{q} = \mathbf{m} + \mathbf{f}_c + \mathbf{f}_r \dots$ (5), onde $\mathbf{f}_r = [f_{rj}]; j=1,2,\dots,n \dots$ (6) representa o vetor de

produto final residual, de forma que $\mathbf{f}_r = \mathbf{q} - \mathbf{m} - \mathbf{f}_c \dots$ (7)

Representando o produto líquido da economia por $\mathbf{f} = \mathbf{f}_c + \mathbf{f}_r \dots$ (8), pode-se escrever a

identidade (5) como: $\mathbf{q} = \mathbf{m} + \mathbf{f} \dots$ (9)

Definindo uma matriz tecnológica $\mathbf{A} = [A_{ij}]; i=1,2,\dots,n; j=1,2,\dots,n \dots$ (10), de forma que:

A_{ij} = quantidade do produto i utilizado como consumo intermediário industrial na produção de uma única unidade física do produto j , pode-se escrever:

$$A_{ij} = \frac{Q_{ij}}{q_j}; i=1,2,\dots,n; j=1,2,\dots,n \dots$$
 (11)

$\mathbf{A} = \mathbf{Q} \cdot \tilde{\mathbf{q}} \cdot^{-1} \dots$ (12) onde $\tilde{\mathbf{q}} \cdot^{-1}$ representa a inversa do vetor diagonalizado $\tilde{\mathbf{q}}$. Também:

$$\mathbf{Q} = \mathbf{A} \cdot \tilde{\mathbf{q}} \dots$$
 (13)

²⁶ Neste caso, como os elementos do vetor \mathbf{f}_c são físicos, ele toma a forma de uma “cesta-de-bens” dos trabalhadores.

De (3) e (13) resulta que: $\mathbf{m} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{q} \dots$ (14),²⁷ e a expressão (9) pode ser reescrita

como $\mathbf{q} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{q} + \mathbf{f} \dots$ (15), que leva a: $\mathbf{f} = (\mathbf{I} - \mathbf{A}) \cdot \mathbf{q} \dots$ (16), e a:

$\mathbf{q} = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \cdot \mathbf{f} \dots$ (17),²⁸ onde \mathbf{I} representa a matriz identidade de dimensões $\mathbf{n} \times \mathbf{n}$.

Se a matriz \mathbf{A} for *produtiva* – no sentido em que o seu autovalor dominante seja um escalar real, positivo e inferior à unidade, isto é: $\alpha_A < 1$, é garantida a existência de pelo menos um vetor \mathbf{q} estritamente positivo para o qual um dado vetor \mathbf{f} da expressão (17) seja semipositivo definido. (Cf. Graham, 1975).²⁹

Tomando agora as expressões (5) e (14), escreve-se que: $\mathbf{q} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{q} + \mathbf{f}_c + \mathbf{f}_r \dots$ (18)

Definindo-se um vetor de “preços de produção”³⁰ $\mathbf{p} = [p_i]; i=1,2,\dots,n \dots$ (19),

pode-se escrever: $\mathbf{p}' \cdot \tilde{\mathbf{q}} = \mathbf{p}' \cdot \mathbf{A} \cdot \tilde{\mathbf{q}} + \mathbf{p}' \cdot \tilde{\mathbf{f}}_c + \mathbf{p}' \cdot \tilde{\mathbf{f}}_r \dots$ (20)

27 A expressão (14) é a conhecida equação que relaciona os insumos \mathbf{m} necessários à produção de \mathbf{q} através da matriz tecnológica \mathbf{A} .

28 As expressões (16) e (17) são bastante conhecidas na literatura e dispensam referências, embora seja reconhecido que sua formulação original seja devida a Leontief (1941). Em particular, a matriz $(\mathbf{I}-\mathbf{A})$ é, por convenção, chamada de “Matriz de Leontief”. Da mesma forma, a matriz $(\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}$ é referida como a “Inversa de Leontief” ou “Matriz de Impactos” diretos e indiretos.

29 Além do mais, uma vez que foi suposta a auto-sustentação do sistema, a semipositividade do vetor \mathbf{f} é uma *condição suficiente*, e é desnecessário discutir a situação nas quais algumas componentes de \mathbf{f} possam ser negativas – como é o caso de economias abertas em geral.

30 Em um sentido análogo ao formulado por Marx (1988, v. IV, p. 106-153) na segunda seção do Livro III de *O Capital*.

O conceito de “preços de produção” requer que as taxas de lucros sejam equalizadas em todos os setores, e que as receitas obtidas com as vendas dos produtos presentes no vetor \mathbf{f}_r sejam apropriadas como lucros. Admitindo-se que os salários não façam parte do adiantamento de capital,³¹ pode-se agora definir uma taxa escalar de lucros \mathbf{r} como sendo:

$$\mathbf{r} = \frac{\mathbf{p}' \cdot \mathbf{f}_r}{\mathbf{p}' \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{q}} \dots (21),$$

$$\text{pode-se escrever: } \mathbf{p}' \cdot \tilde{\mathbf{q}} = \mathbf{p}' \cdot \mathbf{A} \cdot \tilde{\mathbf{q}} \cdot (1+\mathbf{r}) + \mathbf{p}' \cdot \tilde{\mathbf{f}}_c \dots (22)$$

Adotando as normalizações apresentadas em Sraffa (1960),³² define-se um vetor de trabalho direto homogêneo total empregado por setor produtivo da economia como um vetor linha:

$$\mathbf{L} = [L_i]; i=1,2,\dots,n \dots (23),$$

de tal forma que o trabalho total agregado seja:

$$\mathbf{L} = \mathbf{L} \cdot \mathbf{u} = \mathbf{1} \dots (24)^{33}$$

Se, adicionalmente for definido um vetor linha de trabalho homogêneo normalizado, utilizado *diretamente* na produção de uma unidade de cada produto, como:

31 Favor consultar Marx (1988), segunda seção do Livro II de *O Capital*, capítulos 15, 16 e 17, onde esta questão é discutida, afetando a forma de cálculo da taxa de lucros. Comparar com Sraffa (1960, p. 10, grifo do autor): “Supomos a partir deste ponto que os salários são pagos *post factum* [...] abandonando portanto a ideia dos economistas clássicos de um salário ‘adiantado’ pelo capital”. Ênfase no original.

32 Na página 12 pode-se ler: “Nós supomos que o trabalho seja uniforme em qualidade ou, o que leva ao mesmo resultado, nós pressupomos que quaisquer diferenças de *qualidade* hajam previamente sido reduzidas a equivalentes diferenças em *quantidades*, de forma que cada unidade de trabalho receba o mesmo salário”. Ênfase adicionada.

33 Nesse sentido, cada L_i é representado como uma fração de todo o trabalho direto empregado no sistema.

$l = [l_i]; i=1,2,\dots,n \dots (25)$, onde: $l_i = \frac{Li}{qi}$; $i=1,2,\dots,n \dots (26)$, pode-se escrever:

$l = L \cdot \tilde{q}^{-1} \dots (27)$. Representando-se o salário em termos da fatia salarial da renda,³⁴

como um escalar w , tal que $0 < w < 1 \dots (28)$, escreve-se que:

$p' \cdot \tilde{f}_c = w \cdot l \cdot \tilde{q} \dots (29)$. Tomando a expressão (22) acima, pode-se agora reescrevê-la

como: $p' \cdot \tilde{q} = p' \cdot A \cdot \tilde{q} \cdot (1+r) + w \cdot l \cdot \tilde{q} \dots (30)$. Pós-multiplicando essa expressão pela inversa do vetor diagonalizado de produto total da economia, \tilde{q}^{-1} , e utilizando a magnitude do produto líquido, tomado a preços de produção como *numéraire* desse sistema,³⁵ chegamos ao Sistema de Preços de Produção:

$$p' = w \cdot l \cdot [I - (1+r) \cdot A]^{-1}$$

$$p' \cdot f = 1 \dots (31)$$

Com o objetivo de ilustrar como um modelo simples como este pode apresentar analogias com as questões discutidas por Marx na seção II do Livro III de *O Capital* (1988, v. IV, p. 106-153), consideremos duas situações extremas:

34 Que é unívoca em relação à “taxa de exploração” de Marx.

35 Não é difícil demonstrar que de maneira a se conformar com ambas as normalizações anteriormente apresentadas nas expressões (24) e (28) acima, o *numéraire* precisa ser $p' \cdot f = 1$, sob pena de violar pelo menos uma dessas normalizações. Isso equivale a dizer que todo o trabalho diretamente utilizado em um ano deve valer o mesmo que todo o produto líquido produzido nesse mesmo ano. Esse ponto, lamentavelmente não foi observado por Pasinetti (1977).

a) Quando toda a produção líquida f for consumida pelos seus trabalhadores diretos³⁶ e a taxa de exploração for zero,³⁷ isto é, $w / 1$, temos:

$\lim_{w/1} r = 0 \dots$ (32), e o sistema apresentado em (31) colapsa para:

$$p' = l \cdot [I - A]^{-1}$$

$$p' \cdot f = 1 \dots$$
 (33)

Lembrando que para matrizes tecnológicas produtivas, com $\alpha_A < 1$, pode-se escrever que:

$$[I - A]^{-1} = I + A + A^2 + A^3 + \dots + A^n + \dots \dots$$
 (34), $\lim_{n \rightarrow \infty}$ onde $A^n = 0$

como a convergente soma dos termos de uma série de potências da matriz A , temos:

$$p' = l + l A + l A^2 + l A^3 + \dots + l A^n + \dots = v' \dots$$
 (35), onde:

$v = [v_i]; i=1,2,\dots,n$... (36) representa o vetor de valor-trabalho de cada unidade produzida.³⁸ Em outras palavras, eliminada a exploração do trabalho, que gera o lucro, o sistema de preços de produção passa a representar criteriosamente um sistema de valor-trabalho, que se resume a uma soma de quantidades de trabalho.³⁹

36 Aqui cabe a referência a Marx, que explicitamente diz que “[...] é, pois, absolutamente adequado considerar os valores das mercadorias não só teórica, mas também historicamente, como o predecessor dos preços de produção. Isso vale para condições em que os meios de produção pertencem ao trabalhador, e essa condição se encontra tanto no mundo antigo como no moderno, no caso do camponês cultivador de sua própria terra e do artesão”. (Marx, 1988, v. IV, p. 131).

37 “Quando fizéssemos w igual a 1 a totalidade da renda nacional iria para salários e o lucro seria eliminado”. Sraffa (1960, p. 12). Deve ficar claro que essa situação corresponde a uma alusão limítrofe, e como tal apenas pode ser avaliada matematicamente com a utilização da análise de limites.

38 Notar que a expressão (34) adiciona o trabalho “vivo” diretamente incorporado no processo produtivo anual, assim como as correspondentes parcelas de trabalhos “mortos” efetuados em períodos anteriores.

39 “O valor das mercadorias na forma determinada pelo tempo de trabalho é apenas o seu *valor médio*. Essa média aparece como uma abstração externa se ela for calculada como uma magnitude média de uma época [...] essa realidade não é meramente de importância teórica: ela forma a base da especulação

b) No outro extremo, quando o valor da fatia salarial da renda tender a zero, isto é, $w / 0$, o sistema leva a uma taxa máxima de lucros, que será denominada R .

$\lim_{w/0} r = R \dots$ (37). Reescrevendo o sistema apresentado em (31) como:

$p' = p' \cdot A \cdot (1+r) + w \cdot l \dots$ (38), e aplicando os valores limítrofes, chega-se a:

$$p' = p' \cdot A \cdot (1+R) \dots \text{(39)}, \text{ ou } \frac{1}{(1+R)} p' = p' \cdot A \dots \text{(40)}^{40}$$

A expressão (40) é uma equação característica para autovetores à esquerda e, portanto:

$$\alpha_A = \frac{1}{(1+R)} \dots \text{(41)}, \text{ o que leva a: } R = \frac{1}{\alpha_A} - 1 \dots \text{(42)}$$

A expressão (42) é bastante importante, pois revela que a taxa máxima de lucros de um sistema produtivo pode ser determinada sem quaisquer referências a preços relativos, dependendo, como queria Marx, apenas das condições físicas objetivas do processo produtivo.⁴¹

Com o acima exposto, espera-se que tenha sido possível dar substância matemática explícita à formulação de Morishima (1977, p. 106, grifos do autor):

mercantil, cujos cálculos de probabilidades dependem tanto das médias dos preços, que figuram como os centros das oscilações, como dos picos e vales médios dessas oscilações acima e abaixo desses centros” (MARX, 1983, p. 137)

40 Cabe observar que o dual desta expressão, ou seja $\frac{1}{(1+R)} q = A \cdot q$ leva às proporções do chamado “Sistema Padrão” de Sraffa e às proporções do “Raio de Von Neumann”, onde a taxa de crescimento máxima de uma economia resulta em $\rho = R$. (SRAFFA, 1960; VON NEUMANN, 1945; GOODWIN, 1986).

41 Na verdade, o fato da taxa máxima de lucros depender apenas do autovalor dominante da matriz tecnológica A , garante, segundo o quinto teorema de Perron-Frobenius, não apenas a positividade e unicidade das taxas de lucros para o intervalo $0 < r < R$, como também garante a existência e estrita positividade dos preços de produção nesse intervalo, para matrizes irredutíveis – assim como a não negatividade desses preços para matrizes redutíveis. (FROBENIUS, 1908, 1912; PERRON, 1907).

Os modelos de Marx apresentam duas características peculiares que são relacionadas uma com a outra. Primeiro, como qualquer sistema moderno [...], o seu modelo consiste de subsistemas que são ‘duais’, um em relação ao outro; porém, ao contrário de outros sistemas, eles apresentam, além do subsistema de determinação de preços, que é dual ao sistema de determinação da produção física, um subsistema de determinação de valores, que também é um dual do subsistema de produção física, de forma que eles apresentam dualidades *duais*.

CONCLUSÕES

À guisa de conclusão parece não restar dúvidas de que a publicação da versão em inglês dos *Manuscritos Matemáticos* de Marx reavivou a discussão sobre a utilização de instrumentos matemáticos nas análises da economia política contemporânea. Artigos e livros sucederam-se em defesa do reexame dos escritos de Marx à luz da moderna álgebra vetorial:

Este artigo [...] examina e rejeita o argumento de que o uso de métodos matemáticos avançados na pesquisa e no planejamento econômico seja incompatível com os escritos econômicos de Marx. Marx tampouco era ignorante desses métodos nem se opunha à sua utilização em fundamentação metodológica [...]. (SMOLINSKI, 1973, p. 1189)⁴²

Apesar de um livro de economia marxiana não mais ser um fenômeno único, o seu autor ainda tem que confrontar as opiniões sustentadas em diversos círculos, tanto marxistas como não marxistas, que essa tarefa seja uma contradição em termos. Duas linhas de defesa são disponíveis: (1) que Marx, ele mesmo, não era contra a utilização de métodos matemáticos; (2) que ainda que desconsiderada a posição de Marx, esses métodos são apropriados para contribuir para o entendimento dos fenômenos que foram objeto de estudo de Marx. (ROEMER, 1990, p. 1)

42 Este autor, em particular, teve acesso à versão em alemão dos *Manuscritos Matemáticos* publicada em 1968.

O presente artigo concentrou-se em evidenciar a efetiva contribuição, embora elíptica, de Marx através da breve discussão de algumas formulações presentes em *O Capital* com claras implicações matemáticas. Entretanto, provavelmente a maioria dos economistas autointitulados “marxistas” insistem em refutar essa tese. Como lembrou Smolinski, alguns deles, procurando encontrar argumentos antimatemáticos chegam ao extremo de denunciar que: “De fato, de 1930 até o final da década de 1950, a utilização de métodos matemáticos na pesquisa e no planejamento econômico foi banida em economias do tipo soviético como sendo antimarxista”. (SMOLINSKI, 1973, p. 1189)

Além de não reconhecerem as seminais contribuições matemáticas de economistas russos, como Kantorovich (1940), Nemchimov (1972) e Veinshtein (1966), no desenvolvimento da Programação Linear e da Pesquisa Operacional, eles parecem ignorar que: “No caso dos trabalhos de construção dos balanços [materiais] soviéticos, Popov e Litoshenko utilizaram um modelo matemático retirado dos esquemas de reprodução de Marx a fim de tentar resolver os problemas de desenvolvimento econômico da URSS”. (AKHABBAR, 2010, p. 33)

Parece-nos mais razoável, diante das evidências, permanecer alinhado entre os que reconhecem que: “Essas críticas não são convincentes; Marx estudou a matemática pura e estava persuadido sobre a oportunidade de aplicá-la às ciências sociais”. (VENEZIANI, 2006, p. 13)

Teria sido uma tarefa difícil para Marx e, devido ao estágio nascente do desenvolvimento da economia matemática em seu tempo, seria também uma tarefa pioneira avançar na reformulação de seu sistema econômico como um modelo matemático utilizando os instrumentos mais apropriados para essa tarefa, tais como a álgebra, a álgebra matricial, e os métodos finitos da matemática. (SMOLINSKI, 1973, p. 1199)

Por outro lado, não é possível deixar de reconhecer que:

Marx não foi bem sucedido em apresentar os seus esquemas [de reprodução] no mesmo nível da sua capacitação técnica em álgebra, nem em integrar esses seus

conhecimentos à sua apresentação dialética do capitalismo, *provavelmente porque ele aprendeu os métodos inadequados em um momento inadequado* [...]. (DAMSMA, 2004, p. 59, grifos nossos)

Resta a amarga constatação de que, como Bródy se expressou ao refletir sobre *O Capital*, de Karl Marx: “Fosse ele menos enaltecido e menos denunciado, porém mais amplamente lido, e haveria menos falsas ideias sobre ele – e [o estudo da] economia teria apresentado um progresso mais rápido”. (BRÓDY, 1970, p. 67)

REFERÊNCIAS

- AKHABBAR, A. L'Étrange Victoire – Leontief et la Transformation de la Science Économique. *Revue Européenne des Sciences Sociales*, v. XLVIII, p. 33-62, mai 2010.
- BOSE, A. *Marxian and Post-Marxian Political Economy*. Penguin Books, 1975.
- BRÓDY, A. *Proportions, Prices and Planning: A Mathematical Restatement of the Labor Theory of Value*. Amsterdam: North Holland, 1970.
- BROWN, M.; SATO, K.; ZAREMBKA, P. (Ed.). *Essays in Modern Capital Theory*. Amsterdam: North Holland, 1976.
- DAMSMA, D. *Marx's Systematic Dialectics and Mathematics and their Articulation in his 'Schemes of Reproduction'* – 2009.
- FROBENIUS, G. *Über Matrizen aus Positiven Elementen*. Sitzungsber: Königl Preuss Akad. Wiss., p. 471-476, 1908.
- FROBENIUS, G. *Über Matrizen aus Nicht Negativen Elementen*. Sitzungsber: Königl Preuss Akad. Wiss., p. 456-477, 1912.
- GANTMACHER, F. *The Theory of Matrices*. New York: Chelsea Publishing Company, 1959. 2v.
- GOODWIN, R. M. Swinging Along the Turnpike with Von Neumann and Sraffa. *Cambridge Journal of Economics*, n. 10, p. 203-210, 1986.
- GRAHAM, D. A Geometric Exposition of Input-Output Analysis. *American Economic Review*, p. 115-126, 1975.
- KANTOROVICH, L. V. *The Best Use of Economic Resources*. Cambridge: Harvard University Press, 1940.

- KOL'MAN, E. Karl Marx and Mathematics: on the 'Mathematical Manuscripts' of Marx. In: MARX, K. *The Mathematical Manuscripts*. Editado por Sopya Yanovskaya. London: New Park Publications, 1983. p. 217-234.
- KOL'MAN, E.; YANOVSKAYA, S. Hegel and Mathematics. In: MARX, K. *The Mathematical Manuscripts*. Editado por Sopya Yanovskaya. London: New Park Publications, 1983. p. 235-255.
- LABÉRENNE, P. Mathematics and Marxism. In: LE LIONNAIS, F. (Ed.). *Great Currents of Mathematical Thought: Mathematics in the Arts and Sciences*. Dover: Dover Publications, 2004.
- LAFARGUE, P. *Reminiscences of Marx and Engels*. Moscow: [Foreign Languages Publishing House], 1956.
- LE LIONNAIS, F. (Ed.). *Great Currents of Mathematical Thought: Mathematics in the Arts and Sciences*. Dover: Dover Publications, 2004. v. 2
- LEONTIEF, W. W. *The Structure of the American Economy: 1919-1939*. London: Oxford University Press, 1941.
- LUXEMBURGO, R. *A acumulação do capital: contribuição ao estudo econômico do Imperialismo*. São Paulo: Nova Cultural, 1985.
- MARX, K. *Salário, preço, lucro*. São Paulo: Editora Abril Cultural, 1982. (Coleção 'Os Economistas')
- MARX, K. *Grundrisse: Foundations of the Critique of Political Economy*. London: Penguin Books 1983.
- MARX, K. *The Mathematical Manuscripts of Karl Marx*. London: New Park Publications, 1983.
- MARX, K. *O capital – crítica da economia política*. São Paulo: Nova Cultural, 1988. 5v.
- MATTHEWS, P. H. *The Dialects of Differentiation: Marx's Mathematical Manuscripts and Their Relation to Economics*. Middlebury: Middlebury College/ Department of Economics, 2001. p. 37. Não publicado.
- MEEK, R. *Smith, Marx, and After: Two Essays on the Development of Economic Thought*. New York: Wiley, 1977.
- MORISHIMA, M. Marx from a Von Neumann Viewpoint. In: BROWN, M.; SATO, K.; ZAREMBKA, P. (Ed.). *Essays in Modern Capital Theory*. Amsterdam: North Holland, 1976.
- MORISHIMA, M. *Marx's Economics: A Dual Theory of Value and Growth*. Cambridge: Cambridge University Press, 1977.
- MORISHIMA, M.; SETON, F. Aggregation in Leontief Matrices and the Labor Theory of Value. *Econometrica*, 1961.

- NEMCHINOV, V. Basic Elements of a Model of Planned Price Formation – 1963. In: NOVE, A. (Ed.). *Socialist Economics*. London: Penguin, 1972.
- NOVE, A. (Ed.). *Socialist Economics*. London: Penguin, 1972.
- OKISHIO, N. *A Mathematical Note on Marxian Theorems*. Weltwirtschaftliches Archiv, 1963.
- OLIVEIRA-FILHO, J. *Studies on Sraffian Systems: Towards a Neo-Ricardian Dynamic Theory*. Ann Arbor, Michigan: University Microfilms International, 1981.
- PASINETTI, L. *Lectures on the Theory of Production*. [Cambridge]: Cambridge University Press, 1977.
- PERRON, O. Zur Theorie der Matrizes. *Mathematische Annalen* v. 64, n. 2, p. 248-263, 1907.
- POPOV, P. I. (Ed.). Balance of the National Economy of the USSR 1923-24 – Transactions of the Central Statistical Office, 29 – Moscow, 1926 . In: SPULBER, N. (Ed.). *Foundations of Soviet Strategy for Economic Growth – Selected Soviet Essays, 1924-1930*. Bloomington: Indiana University Press, 1964.
- POWELL, A. B.; FRANKENSTEIN, M. (Ed.). *Ethnomathematics: Challenging Eurocentrism in Mathematics Education*. Albany: University of New York Press, 1997.
- ROEMER, J. E. *Analytical Foundations of Marxian Economic Theory*. [Cambridge]: Cambridge University Press, 1990.
- SCHWARTZ, J. (Ed.). *The Subtle Anatomy of Capitalism*. [Santa Monica, California]: Goodyear Publishing, 1977.
- SHAIK, A. Marx's Theory of Value and the Transformation Problem. In: SCHWARTZ, J. (Ed.). *The Subtle Anatomy of Capitalism*. [Santa Monica, California]: Goodyear Publishing, 1977.
- SMITH, C. Hegel, Marx and the Calculus, In: MARX, K. *The Mathematical Manuscripts*. Editado por Sopya Yanovskaya. London: New Park Publications, 1983. p. 256-270.
- SMOLINSKI, L. Karl Marx and Mathematical Economics. *The Journal of Political Economy*, v. 81, n. 5, p. 1189, Sept./Oct. 1973.
- SPULBER, N. (Ed.). *Foundations of Soviet Strategy for Economic Growth – Selected Soviet Essays, 1924-1930*. Bloomington: Indiana University Press, 1964.
- SRAFFA, P. *Production of Commodities by Means of Commodities*. [Cambridge]: Cambridge University Press, 1960.
- STEEDMAN, I. *Marx after Sraffa*. London: New Left Books, 1977.

STRUIK, D. J. Marx and Mathematics. In: POWELL, A. B.; FRANKENSTEIN, M. (Ed.). *Ethnomathematics: Challenging Eurocentrism in Mathematics Education*. Albany: University of New York Press, 1997.

VEINSHTEIN, A. L. Notes on Optimal Planning. 1966. In: NOVE, A. (Ed.). *Socialist Economics*. London: Penguin, 1972.

VENEZIANI, R. *Analytical Marxism: A Critical Appraisal*. London: University of London, Department of Economics, Queen Mary, 2006.

VON NEUMANN, J. A Model of General Economic Equilibrium. *Review of Economic Studies*, n. 13, p. 1-9, 1945.

YANOVSKAYA, S. (Ed.). Preface. In: MARX, K. *The Mathematical Manuscripts*. Editado por Sopya Yanovskaya. London: New Park Publications, 1983. p. VII-XXVI.

O CONCEITO E O MÉTODO DE DERIVAÇÃO NOS MANUSCRITOS MATEMÁTICOS DE MARX: UMA CONTROVÉRSIA

Fernando Bunchaft

INTRODUÇÃO

Os manuscritos inéditos de Marx constituem, ainda hoje, quase metade de sua obra completa; somente a partir de 1930 começaram, gradualmente, a ser dados a público. Entre eles estavam os *Manuscritos Matemáticos*.

“Monografias escritas em períodos muito diversos, para meu próprio esclarecimento, não para publicação”, escreve Marx em 1858 a Lassale se referindo aos *Grundrisse*, e se poderia estender a boa parcela dos manuscritos: a maior parte servia a Marx, em seu “próprio esclarecimento”, essencialmente como preparação de terreno, como andaimes, para sua obra central, *O Capital*.

Entre os manuscritos, os matemáticos se situam numa posição excepcional, pois parecem ser os únicos trabalhos científicos marxianos em nível de elaboração sistemática fora da área das ciências da sociedade e da filosofia. Uma primeira tradução russa, parcial, foi publicada em 1933, mas a primeira publicação dita integral, *Mathematischeskie Rukopisi* [1], só aparece 35 anos depois, trazendo ao lado do original alemão a tradução em russo.

A parte propriamente expositiva desta publicação soviética contém 4 monografias principais: 1) *Sobre o conceito de função derivada*; 2) *Sobre a diferencial*; 3) *O curso de desenvolvimento histórico (do cálculo diferencial)*; 4) *Sobre o Teorema de Taylor, o Teorema de MacLaurin e a teoria das funções derivadas de Lagrange*. Cada monografia se faz acompanhar de versões alternativas, rascunhos, notas específicas e anexos.

É a partir de 1882, enquanto leva a termo o livro I de *O Capital*, que Marx começa a re(estudar) o cálculo diferencial, no qual identificará a álgebra dos processos reais de que vinha necessitando, em sua obra, para dar forma matemática aos fenômenos dinâmicos da economia.¹ Daí por diante esses estudos prosseguem de modo cada vez mais sistemático, enquanto prepara os volumes seguintes de sua obra mestra, desembocando por fim na tessitura das monografias, quase todas redigidas a partir de 1880 até pouco antes de sua morte.

OS MANUSCRITOS MATEMÁTICOS, SUA POSIÇÃO E SEU PROBLEMA NA ELABORAÇÃO TEÓRICA MARXIANA

Indiscutivelmente, pelos fins dos anos 1960, o encontro do cálculo diferencial com a economia estava no ar. E ele se realiza de fato na década seguinte, quando Jevons e Walras introduzem seu uso na formalização de sua teoria econômica marginalista.²

Para Marx a situação é mais difícil, pois se depara com uma dificuldade de imediato intransponível: a construção lógico-clássica do cálculo diferencial acadêmico à sua disposição não pode se articular diretamente, a nível conceitual, científico, à construção lógico-dialética de sua análise e de sua teoria da estrutura e dinâmica da economia capitalista.

1 Assinale-se, a propósito, que Marx, polemizando com Engels e Moore, conselheiro científico de ambos, defendia tenazmente a ideia da possibilidade de uma formalização matemática das leis das crises econômicas capitalistas.

2 Desconheço se Marx chegou a tomar conhecimento do marginalismo. Parece que a primeira referência escrita a respeito parte de Engels, em uma carta a Danielson (1888).

É este empecilho essencial, nos parece, que o obriga a, antes de mais nada, investir intensamente numa tentativa de reconstruir dialeticamente, a partir dos fundamentos, o cálculo diferencial.

Marx tem clareza do problema a que se propõe: não está à procura de um cálculo diferencial que lhe dê resultados diferentes dos já fornecidos pelo cálculo diferencial acadêmico, mesmo porque considera o acerto dos resultados deste já verificado na prática; também não está em busca de métodos que, como algoritmo de cálculo, superem os tradicionais, pois julga que estes já são suficientemente operativos.

E quando finalmente apresenta sua solução, sua construção dialética do cálculo diferencial, em particular da derivação de uma função, faz notar expressamente, ao compará-la à construção clássica de Newton-Leibniz: “O método aqui exposto, como instrumento de cálculo, não pode ser comparado ao método tradicional. A questão, porém, é que neste se parte de dy , dx , $\frac{dy}{dx}$ como símbolos dados de operações, enquanto que no método aqui exposto se os vê nascer de modo puramente algébrico. E não afirmo nada além disto”.

Marx é bem consciente dos riscos da escalada, pois, como diz, “uma coisa é conseguir levar, por meio da crítica, uma ciência ao ponto de poder expô-la dialeticamente, e bem outra coisa é aplicar um sistema de lógica abstrato e acabado a pressentimentos para a exemplificação de um tal sistema”.

Tal como (re)constrói a Economia Política em sentido dialético-materialista e revolucionário, começando por trabalhar sobre os clássicos da economia política burguesa, Adam Smith e Ricardo, assim também Marx procura reformular o cálculo diferencial trabalhando (e o faz ainda na biblioteca do Museu Britânico) sobre os clássicos à sua disposição: Newton, Leibniz, Taylor, MacLaurin, D’Alembert, Euler, Lagrange.

Também nos manuscritos matemáticos, pelo caminho da crítica e superação do patrimônio teórico à sua disposição, o pensamento de Marx não se deixa capturar nos nodos da lógica formal, fluidifica a rede de suas categorias e evolue em suas formas dialéticas (sem anunciá-las, sem a priori). Não “aplica a” dialética, “pensa em” dialética. A dialética objetiva entranhada no cálculo diferencial é simplesmente descoberta, extraída do interno e posta a nu, enquanto simultaneamente penetra e terrenaliza o pensamento com a

riqueza de determinações do concreto. É o mesmo método que Marx considera o único “método científico correto” para a “reprodução do concreto no caminho do pensamento”. O mesmo “método da economia política”, o método lógico-histórico-concreto de síntese das múltiplas determinações abstratas do objeto, o método da passagem do abstrato ao concreto.

Chegar às águas profundas dos *Manuscritos Matemáticos* não é empreitada fácil, as dificuldades a que se vai de encontro excedem as que se antepõem, em geral, à apreensão do restante da obra marxiana, pois Marx não teve tempo suficiente para levar a termo a tarefa a que se propunha nestes manuscritos, que nos lega, assim, inacabada, aliás, duplamente inacabada.

De um lado, as várias monografias (das quais apenas a primeira, sobre o conceito de derivação, é dada por concluída) e adjuntos se apresentam, de fato, como sendeiros de um trabalho de pesquisa em andamento, frequentemente em zig-zag, onde nem sempre as contradições já estão articuladas em cadeias de anéis de mediação: nas situações mais amadurecidas os sendeiros se tornam trechos de um caminho principal que não chega, porém, a ser traçado em uma exposição sintética do sistema de determinações, no nível do alcançado, por exemplo, nos *Grundrisse*.

De outro lado, inacabada porque Marx parece não ser alcançado pela obra de revisão crítica dos fundamentos da matemática que já se desenvolvia na Europa continental, com Cauchy, Gauss, Weierstrass, Cantor. Entretanto, pode-se considerar inessencial o fato de que a forma e o rigor técnico da análise marxiana se situem ao nível acadêmico de uma Inglaterra científica ainda em processo de emancipação em relação a Newton, quando as formalizações rigorosas dos conceitos de limite e continuidade (a partir de Cauchy) ainda não tinham recaído ao plano da didática. Se se apreende o que Marx efetivamente faz nos seus manuscritos, é possível traduzi-lo com rigor para o jargão matemático de hoje, como tentamos fazer aqui.

Eis porque os manuscritos matemáticos também exigem que se os considere através do único “método cientificamente correto”, ao modo marxiano. E uma vez identificados, o problema central e seu método podem ser assim formulados: por meio da pesquisa, chegar ao ponto de situar, articular e expor os *Manuscritos Matemáticos* em sua totalidade dialética. E enquanto

tal não se faça, esta encarnação da dialética marxiana continuará a “devorar” as sucessivas leituras que, em pobre abstrateza, lhe fazem frente.

No âmbito deste artigo, após haver identificado o problema, nos limitamos, à guisa de introdução, a abordar em alguns aspectos básicos o processo de derivação em Marx. Veremos que isto leva a uma séria controvérsia com a interpretação dos manuscritos elaborada pelos matemáticos soviéticos.

CONCEITO E MÉTODO DE DERIVAÇÃO SEGUNDO MARX

Não deixa de ser surpreendente que a maior parte das leituras mais conhecidas dos manuscritos matemáticos, em particular do procedimento marxiano de diferenciação, tenha deixado escapar, antes de mais nada, sua identificação do ponto de vista estritamente matemático, a saber, um processo de derivação por continuidade.

De fato, Marx aplica o método de derivação que elaborou a muitas funções particulares, e uma análise atenta dessas aplicações nos permitiu sintetizar e formalizar o procedimento marxiano nos termos seguintes:

Definição: Seja a função $f: R \rightarrow R: x \alpha y$. Então f é dita C^1 diferenciável num ponto $x_0 \in R$ se e só se existe um número $\alpha_{x_0} \in R$ tal que a função $f'_{x_0}: R \rightarrow R$, definida por

$$f'_{x_0}(x) = \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}, \quad x \neq x_0,$$

$$f'_{x_0}(x_0) = \alpha_{x_0},$$

é contínua em x_0 . Demonstra-se que a função f'_{x_0} (resp. o número α_{x_0}), se existe, é única(o). Então,

Definição: O número $f'_{x_0}(x_0) = \alpha_{x_0}$ é chamado a derivada de f em x_0 . A função $f': x \alpha x$, definida no subconjunto de R onde a derivada existe, é a função derivada de f .³

3 A função f'_{x_0} definida em $R - \{x_0\}$ é chamada por Marx de “derivada provisória”, definindo a seguir a função derivada de f como sua extensão por continuidade a R .

Como se vê, a derivada de f em x_0 , quando existe, não é outra coisa que o valor no ponto x_0 que estende a função “relação incremental”, por continuidade, a x_0 .

A formalização que apresentamos acima da construção marxiana inevitavelmente reduz, oculta e mitifica a nível lógico-clássico seu conteúdo real, dialético. Será tarefa nossa, portanto, resgatar-lhe o proceder marxiano original.

O PROCESSO MARXIANO DE DERIVAÇÃO

Podemos agora passar a recuperar o procedimento marxiano de derivação em sua dialética, a partir de sua formalização lógico-clássica, que apresentamos previamente.

Seja a função $f: R \rightarrow R$ definida por $y = f(x)$, igualdade na qual o lado esquerdo é puramente simbólico e o direito é uma expressão geral, explícita, em x , simbolizada por f , que reflete mediatamente um processo real.

Se agora a variável “independente” varia de um valor x_0 a um valor qualquer x , e correspondentemente y , resulta

$$y - y_0 = f(x) - f(x_0) = \varphi_{x_0}(x), \quad \forall x \in R.$$

Se agora trouxermos a variável de volta ao valor x_0 , a equação acima se transforma em $0 = 0$.

“Realizar esta ‘diferenciação’ e depois anulá-la leva literalmente ao nada. Toda a dificuldade na compreensão da operação diferencial (como em geral em qualquer negação da negação) está exatamente nisto: ver como se distingue de um simples procedimento deste tipo e conduz a resultados efetivos”.

Para isso restringimos previamente x a $R - \{x_0\}$, com o que a divisão por $\Delta x = x - x_0$ se faz sempre determinada:

$$\frac{y - y_0}{x - x_0} = \frac{\Delta y}{\Delta x} \Big|_{x_0} = \frac{1}{x - x_0} \varphi_{x_0}(x) = f'_{x_0}(x), \quad x \neq x_0.$$

Suponha agora que $f'_{x_0}(x)$ possa ser estendida a $x = x_0$ por continuidade, isto é, suponha que existe um número $f'_{x_0}(x_0)$ tal que a função estendida $f'_{x_0}: R \rightarrow R$ seja contínua em x_0 . Se esse é o caso, então, por definição, f é dita derivável em x_0 , e f'_{x_0} é a derivada de f em x_0 . Se f é derivável em qualquer $x \in U \subset R$, então $f': U \rightarrow R$ é a função derivada de f .

Este é o processo real que se dá no lado algébrico da igualdade, é a derivação efetiva. Entretanto, à medida que o processo algébrico real se desenvolve, a manutenção da igualdade não significa outra coisa que a necessidade de expressar este processo no lado simbólico.

Enquanto $x' \neq x_0$, o símbolo $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ corresponde ao conteúdo real. Quando se atinge o valor x_0 , no lado algébrico a função se estende por continuidade e assume o valor bem determinado $f'_{x_0}(x_0)$, enquanto, no lado simbólico, $x - x_0 = 0$ se expressa em $\Delta x = 0$, portanto $\Delta y = 0$, daí que o lado simbólico passa a $\frac{0}{0}$, indeterminação.

“A desgraça transcendental ou simbólica só acontece no primeiro membro, mas já perdeu o seu horror, no momento em que aparece só como expressão de um processo que já mostrou seu efetivo conteúdo no segundo membro da equação”.

Isto é, “a descida às profundezas do inferno” se dá no lado simbólico, mas não no lado real, significando, portanto, apenas, que $\frac{0}{0}$ não é um símbolo apropriado a expressar o processo real.

Na própria álgebra ordinária, $\frac{0}{0}$ não é uma impossibilidade algébrica, uma contradição lógico-clássica, mas apenas uma indeterminação: $\frac{0}{0} = x$, x pode ter qualquer valor, o que não significa que não possa ter valor. Mas na álgebra das grandezas variáveis, $\frac{0}{0}$ é um valor indeterminado de uma função, e o conhecimento desta e da continuidade do processo pode levantar a indeterminação e singularizar esse valor no lado algébrico. Mas isto não acontece no lado simbólico, onde se manteve a forma $\frac{0}{0}$, que é pontual, não tem história, isto é, uma forma na qual foi cancelado qualquer rastro de sua

origem, do seu significado, da relação funcional entre numerador e denominador, da continuidade da variação dessa relação. Assim, na igualdade obtida,

$$\frac{0}{0} = f'_{x_0}(x_0),$$

$\frac{0}{0}$, que em sua forma própria originária (isto é, na álgebra das constantes) é igual a qualquer grandeza, aparece aqui igual a um valor especial, único, de todo determinado, $f'_{x_0}(x_0)$, produzido no lado algébrico.

Esta igualdade expressa, portanto, um momento transitório, de passagem, de transformação, de movimento, precisamente uma indeterminação no ser determinada, isto é, no plano lógico, uma proposição que atribui a um conceito (indeterminação) um predicado que o contradiz (determinação), violando o princípio lógico-clássico da “não contradição”.

Mas, do ponto de vista da lógica dialética, toda proposição que exprime o momento de passagem recíproco dos dois opostos – e não apenas o resultado desta passagem – contém inevitavelmente uma contradição objetiva na mesma relação, que é resolvida em termos do processo real (no caso, no lado algébrico da igualdade).

Eis porque, por outro lado, se se quer exprimir não o momento de passagem, mas o processo algébrico em sua completude e resultado, a forma $\frac{0}{0}$ não serve, e não somente é admissível como é necessário passar de $\frac{0}{0}$ a uma forma que expresse simbolicamente o processo algébrico real que constrói f' a partir de f .

Esta forma é obtida passando de $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ a $\frac{dy}{dx}$, representando por dx a variável Δx anulada (que não é a mesma coisa que um zero constante) em seu processo de anulamento, e por dy a variável Δy , que em consequência também se anula, sendo Δx e Δy , no desaparecer, fixadas mediante estes símbolos, e considerando (inicialmente em bloco) $\frac{dy}{dx}$ como expressão simbólica (determinada) do processo algébrico, seu equivalente simbólico.

Marx chega, assim, a um procedimento que ao mesmo tempo dá uma construção algébrica rigorosa da função derivada e do seu símbolo $\frac{dy}{dx}$, e então $f'(x)$ encontra em $\frac{dy}{dx}$ seu equivalente simbólico, e este encontra em $f'(x)$ seu equivalente real.

Para superar a “diferenciação vazia” que levava a $0 = 0$, para superar a desgraça simbólica $\frac{0}{0}$, o procedimento marxiano, em resumo, consiste em:

1º) Negar o domínio R da função

$$y - y_0 = f(x) - f(x_0), \quad (1)$$

restringindo sua validade a $R - \{x_0\}$, o que é necessário para passar a

$$y - y_0 = (x - x_0) f'_{x_0}(x), \quad (2)$$

e assim construir $f'_{x_0}(x)$.

2º) Negar agora o domínio da relação (2), estendendo de volta sua validade a $x = x_0$, através da extensão de $f'_{x_0}(x)$ por continuidade:

$$0 = 0 \cdot f'_{x_0}(x_0). \quad (3)$$

Mas agora a indeterminação implícita em (3), explícita na equivalente

$$\frac{0}{0} = f'_{x_0}(x_0), \quad (3')$$

foi levantada (superada) por um processo algébrico real, o que permite passar da proposição de passagem (3') à proposição de equivalentes

$$\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x_0} = f'_{x_0}(x_0), \quad (4)$$

na qual símbolo e processo real são, agora, plenamente equivalentes.

Eis como Marx extrai do processo de diferenciação real sua forma dialética de processo de negação da negação.

DERIVAÇÃO POR CONTINUIDADE E POR LIMITE: O PONTO DE VISTA MARXIANO

Neste ponto convém, em via preliminar, situar nossa análise do conceito marxiano de derivação num contexto mais abrangente, que podemos resumir nas seguintes teses, por nós estabelecidas:

1. os resultados mais decisivos da análise marxiana da operação de derivação, do ponto de vista lógico e do ponto de vista histórico-concreto, podem ser resumidos no seguinte:
 - o emprego da forma acréscimo (ou positiva) da diferença, $x + \Delta x$, e da forma limite introduz necessariamente o idealismo e a metafísica na construção conceitual da derivação;
 - as formas acréscimo e limite acabaram por se firmar no desenvolvimento histórico-concreto da formalização do cálculo diferencial, desviando-o de uma construção materialista e dialética;
2. as determinações discriminantes que levam à construção marxiana do conceito de derivação são, ao invés, o uso da forma negativa da diferença, $x - x_0$ e o uso de um processo de continuidade na derivação.

Estas teses tornam ainda claro como, também no cálculo diferencial, o método marxiano “da economia política” se apresenta como um sistema interconexo de análise lógico-sistemática, análise histórica concreta e síntese, construção de um novo objeto teórico.

Nossa formalização anteriormente apresentada é concorde à construção marxiana no uso da forma negativa da diferença e no uso do método da derivação por continuidade. Por brevidade, não nos deteremos aqui na discussão da primeira dessas determinações, preferindo focalizar tão somente a segunda, menos explícita e mais discutível no método marxiano de derivação.

Geralmente se trabalha no contexto dos espaços métricos, resultando inapreendido o fato de que os processos de limite e de continuidade de funções, em espaços topológicos mais gerais, não são necessariamente logicamente equivalentes, o conceito de continuidade sendo mais básico que o de limite.

Se o espaço não satisfaz o 1º Axioma da Enumerabilidade (o qual significa que qualquer ponto tem um sistema fundamental enumerável de vizinhanças), o conceito usual de limite deixa de ser suficiente para caracterizar as noções topológicas, sendo então necessário introduzir, para isso, noções adicionais, como a de filtro (ou de net) e a noção derivada de limite segundo um filtro, cujas definições envolvem uma coleção não enumerável de partes do espaço dado.

Isso mostra que, ao menos no contexto da matemática clássica (não construtivista), os conceitos topológicos mais gerais requerem em sua caracterização o conceito de cardinalidade superior à do numerável, na forma do infinito atual. Fosse o conceito de limite suficiente, sê-lo-ia também o de infinito potencial.

Em Marx, a não utilização do processo de limite na derivação não é uma posição casual, nem consequência, como pretendem alguns, de um possível desconhecimento da formalização rigorosa do conceito de limite por Cauchy (1820). De fato, uma leitura atilada dos manuscritos revela que Marx dá atenção ao conceito de limite, examina a inter-relação lógica entre os processos de limite e de continuidade, mas escolhe decididamente este último em sua construção do conceito de derivação, identificando na diferenciação a descrição de um processo real que não apenas tende para, mas alcança o seu limite, no qual a diferença não apenas tende a zero, mas se anula efetivamente, num movimento que não apenas sucede sem fim pela infinidade enumerável inexaurível de pontos (infinito potencial, *die schlechte Unendlichkeit*, no dizer de Hegel), como também exaure uma coleção completa de infinitos pontos, dados em conjunto (infinito atual).

A derivação por continuidade é hoje um processo frequentemente usado na construção rigorosa do conceito de derivação, ao lado da derivação por limite e, frequentemente, matemáticos lhe dão a primazia.

Eis como procede Fowler [2], cem anos depois de Marx:

“First a minor point: I prefer to work in terms of continuity rather than limits, feeling that the former is a more basic idea...”

Definition: – The function $f: R \rightarrow R$ is differentiable at $a \in R$ if there is a number $f'(a)$ such that the error term η_a defined by

$$f(a + h) = f(a) + f'(a)h + \eta_a(h)h,$$

$$\eta_a(0) = 0,$$

is continuous at 0". É fácil verificar a equivalência lógico-clássica e operativa entre a definição acima e a de Marx (na formalização que apresentamos previamente). Entretanto, mesmo a esse nível, essas definições se distinguem pelo uso da forma negativa da diferença ($h = x - x_0$) em Marx, e da forma acréscimo da diferença ($x = x_0 + h$) em Fowler. Deve-se enfatizar que em Marx, pelas razões acima expostas, a escolha da derivação por continuidade é um ponto essencial de sua reconstrução dialética do processo de diferenciação, e não um ponto menor, como, por exemplo, em Fowler.

UMA CONTROVÉRSIA ESSENCIAL

Yanovskaya, principal organizadora da edição soviética de 1968 dos *Manuscritos Matemáticos* de Marx, identificou pela primeira vez o processo marxiano de derivação como uma derivação por continuidade [3].

O autor do presente artigo, trabalhando independentemente com a tradução italiana da edição soviética [4] (a qual não contém nenhum dos artigos, notas e apêndices preparados por Yanovskaya e Kolman), obteve o mesmo resultado [5].

Somente em 1984 chegou-nos a tradução inglesa da edição soviética [6], que contém aqueles materiais ausentes na edição italiana. Verificamos então a concordância de nossa conclusão com o resultado já obtido por Yanovskaya no que se refere à derivação marxiana como um processo de extensão por continuidade, e ao mesmo tempo nos demos conta que subsistia uma séria discordância entre os pontos de vista de Yanovskaya e Kolman e os nossos.

Yanovskaya afirma que em Marx o procedimento de derivação (por continuidade) é conceitualmente equivalente à derivação por limite, no sentido atual de Cauchy. Nós sustentávamos e continuamos a manter o ponto de vista oposto, isto é, de que "o approach marxiano de derivação prescinde

corretamente e por necessidade do conceito de limite e, mais que isto, é conceitualmente incompatível com a diferenciação por limite”.

De fato, nosso estudo mostrou que Marx chegou a identificar três possíveis métodos para passar da função “derivada preliminar” (a função quociente diferencial) à função derivada:

1. O limite em sentido atual, isto é, o valor “último” atingido pela função para o valor “último” do argumento, tal como em Newton e D’Alembert;
2. O limite em sentido potencial (nunca atual), em Marx muito próximo (ainda que não formalizado) do conceito em Cauchy, antes da formalização deste conceito na definição épsilon-delta de Weierstrass;
3. A extensão da função derivada preliminar a $x = x_0$, por continuidade.

Marx considera o conceito de limite atual (o limite de uma função em um ponto seria o valor da função neste ponto) mera tautologia, e daí ter reservado o nome “limite” para o conceito de limite potencial (no sentido que lhe foi dado posteriormente por Cauchy); além disso, indicou a diferença conceitual entre esse processo de limite (infinito potencial) e o processo de extensão por continuidade (infinito atual). Daí que rejeitou decididamente e explicitamente o processo de limite e usou unicamente o processo da extensão por continuidade.

Para não deixar dúvidas, retornemos à questão nuclear das diferenças formais e conceituais entre os dois processos:

1. Na derivação por limite, x nunca alcança o valor x_0 de partida, isto é, $\Delta x \rightarrow 0$ sem nunca alcançar $\Delta x = 0$: não poderia fazê-lo, pois então $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ (cujo limite se considera) não seria definida em $\Delta x = 0$, uma indeterminação que não tem como ser levantada neste processo;
2. Na derivação marxiana, x volta ao valor x_0 , isto é, Δx volta a 0 e, em consequência, Δy também; mas a derivada não é definida no lado real pelo quociente diferencial $\frac{0}{0}$, mas sim exigindo que a derivada tenha em x_0 um valor tal que estenda a função quociente diferencial de modo a constituir uma função estendida contínua neste ponto.

Sem dúvida que no cálculo corrente dos dias de hoje a equivalência formal e operacional entre as duas definições é estabelecida, mas isto não significa para Marx (e, depois, para outros como Fowler, já mencionado) uma equiparação conceitual, pelas razões já expostas, relacionadas com a diferença conceitual entre a infinidade enumerável e a infinidade do contínuo, distinção esta já presente em Hegel.

Para Marx, o processo de limite é inaceitável em nível de fundamentos, porque seu conteúdo se restringe ao infinito potencial, não abarca o infinito atual. As restrições de Marx quanto ao infinito potencial são análogas às de Hegel, isto é, a derivada por limite constitui para Marx *das schlechte Derivat*. Convém notar que isto não significa recusa de Marx à derivação por limite do ponto de vista operacional, o problema está todo colocado por ele no terreno dos fundamentos do cálculo diferencial.

Esta é sem dúvida uma das questões mais explícitas e aprofundadamente discutidas por Marx, em uma permanente polêmica que perpassa todos os seus manuscritos de cálculo diferencial: para ele Δx e Δy vão efetivamente a zero, produzindo $\frac{0}{0}$ no lado simbólico e, no lado real, a derivada em $\Delta x = 0$ por extensão por continuidade, e não por sua aproximação sem fim $\Delta x \rightarrow 0$.

CONCLUSÕES

Em que consiste, portanto, a controvérsia?

A controvérsia reside em admitir ou não a atribuição a Marx da aceitação, no nível de fundamentos, do processo de derivação por limite, atribuição que é feita pelos matemáticos soviéticos organizadores da edição soviética de 1968. Nossa opinião é de que se trata de uma deformação essencial do ponto de vista teórico-filosófico de Marx em seus *Manuscritos Matemáticos*.

Pode-se concordar ou não com o ponto de vista marxiano da não equiparação conceitual entre derivação por limite e derivação por continuidade, mas o que não se pode é atribuir a Marx um ponto de vista teórico-filosófico claramente oposto ao que defende nos seus textos matemáticos.

A questão encerra um problema de fidelidade à dialética marxiana, que neste caso coincide precisamente com o ponto de vista hegeliano.

Infelizmente essa questão parece ter passado despercebida aos estudiosos dos *Manuscritos Matemáticos* de Marx e, ainda recentemente, B. Mobasher, em um ensaio sobre a edição dos *Manuscritos Matemáticos* organizada por P. Baksi (Calcutá, Índia), ainda difunde o mesmo ponto de vista pró derivação por limite expresso por Yanovskaya, como se fosse o ponto de vista “dialético” de Marx [7].

Além da questão teórico-filosófica em si mesma, a controvérsia implica também em aspectos político-ideológicos concretos, pois põe em questão de modo crucial, e em um nível de princípios, a consistência com que as autoridades científicas soviéticas se relacionaram com os textos e o pensamento dos fundadores do marxismo.

REFERÊNCIAS

- [1] K. Marx, *Mathematisches Rukopsii*, Nauka Press, Moscou, 1968.
- [2] D. H. Fowler, *Advanced Calculus*, In: *Global Analysis and its application*, vol. I, p. 136, I.A.E.A., Viena, 1974.
- [3] S. A. Yanovskaya, *Preface to the 1968 Russian edition*, In: K. Marx, *The Mathematical Manuscripts*, pp. vii-xxvi, New Park Publ., Londres, 1983; *Appendices*, Ibid. pp. 141-190; *Notes*, Ibid. pp. 191-214; E. Kolman and S. A. Yanovskaya, *Hegel and Mathematics*, Ibid. pp. 235-255; E. Kolman, *Karl Marx and Mathematics: The Mathematical Manuscripts of Marx*, Ibid. p. 233.
- [4] K. Marx, *Manoscritti Matematici*, Dedalo, Bari, 1975.
- [5] F. Bunchaft, *Diferenciação, Limite, Continuidade e Dialética nos Manuscritos Matemáticos de Marx*, In: 32ª Reunião Anual da SBPC, Resumos, 01-b.7.1, Rio de Janeiro, 1980; *O conceito e o método de derivação nos Manuscritos Matemáticos de Marx*, In: Reunião de Trabalho, p. 43, UFBA, Salvador, 1983; *Derivation by continuity and by limit in the mathematical manuscripts of Karl Marx (a controversy)*, VIII International Congress of Logic, Methodology and Philosophy of Science, Abstracts, vol. 5, pp. 359-361, Moscou, 1987.
- [6] K. Marx, *The Mathematical Manuscripts*, New Park Publ., Londres, 1983.
- [7] B. Mobasher, *Marx's Mathematical Manuscripts: A Review Essay*, In: *Nature, Society and Thought*, vol. 9, pp. 105-115, 1996.

O SIGNIFICADO GNOSEOLÓGICO

Fernando Bunchaft

– Ciência alternativa, uso alternativo da ciência? Que dizem os Manuscritos Matemáticos sobre?

A questão pode ser equivalentemente formulada: ciência pura força produtiva, portanto ciência neutra? Ciência, incluindo elementos de ideologia, no sentido de concepção do mundo, própria a tal ou qual classe social e portanto, em última análise, instrumentais também à luta de classes pela hegemonia social, ciência de classe?

Na interpretação tradicional, melhor diríamos, rígida, do materialismo dialético (o “Diamat”), como se sabe, a resposta se cinde em torno de polos opostos em base a uma separação absoluta entre ciência e ideologia, entre ciências naturais e sociais.

Quanto às ciências naturais, uma só ciência, um único reflexo objetivo da natureza, com conteúdo de verdade absoluta e verdade relativa, uma única reconstrução da natureza no pensamento, sempre cada vez mais veraz e aprofundado, portanto um único instrumento de transformação e domínio da natureza pela sociedade, quaisquer que sejam as relações sociais e de domínio de classe. Tudo o mais seria heresia ludística. O processo de desenvolvimento científico segue uma dinâmica interna sujeita a suas próprias leis: a sociedade, sua estrutura, seu desenvolvimento, como fator externo, pode favorecer ou entravar, mas não pode modificar, determinar a substância do

desenvolvimento da ciência. Ao máximo, os fundamentos de uma ciência da natureza podem admitir interpretações filosóficas, portanto ideológicas, diversas, mas sempre externas à construção conceitual das teorias científicas propriamente ditas.

Em contraposição, outras correntes do pensamento marxista admitem a presença de elementos de ideologia ao interior do corpo da ciência avaliada, embora essa presença em pesos, significados e modos em certa medida diversos.

Ao contrário do que se costuma dizer, esse ponto de vista não colide necessariamente com o ponto de vista leninista em teoria do conhecimento. De fato, poderíamos também sintetizá-lo, aproximadamente, na perspectiva seguinte:

A inter-relação ciência-práxis social em uma dada época e sociedade passa através da autonomia relativa das formulações teóricas (das hipóteses que são seus pontos de partida) em relação aos fatos objetivos da práxis social sobre a natureza, isto é, elas não são, de modo imediato, univocamente determinadas por essa realidade objetiva. As ciências progredem por verdades absolutas, mas também, simultaneamente, por verdades relativas cada vez mais exatas e profundas em relação à natureza, de que são reflexo aproximado no contexto e em interação com a práxis de uma dada formação econômico-social, historicamente determinada. Essa relatividade do conteúdo de verdade nas teorias científicas possibilita que teorias diversas possam exprimir de modo coerente e objetivo, mais precisamente relativamente objetivo, um mesmo conjunto de fatos da natureza, existente fora e independente do processo cognitivo.

O processo de reflexão-refração é globalmente objetivo (globalmente “reflexo”): dele faz parte também a “subjetividade” do elemento social refrator, mas esta “subjetividade” (fator da relativa autonomia) é, em última análise, também objetiva nesta relação. Quanto ao resultado produzido pelo processo cognoscitivo, este embute indissolúvelmente no reflexo objetivo a “subjetividade” do elemento social refletor-refrator e esta contém também elementos ideológicos correspondentes.

As diversas teorias assim elaboradas são todas científicas no nível desta verdade relativa, na medida em que todas elas são sistemas de conceitos que conseguem ter valor operativo e conteúdo preditivo no nível de uma determinada práxis social, isto é, são capazes de coordenar o trabalho de compreensão e de intervenção, em um processo de produção social, sobre a vida social e sobre a natureza. Essas teorias (“a ciência”) não são apenas reflexo (verdade absoluta) mas principalmente refrato (verdade relativa) da realidade objetiva, da natureza, da práxis social, na convivência social de uma dada sociedade, de seus grupos e classes sociais.

É claro que a fronteira sempre móvel da produção, da práxis global, do patrimônio empírico de uma sociedade, acaba por levar a mudanças nas teorias e mesmo à sua superação, mas as situa.

NOTA BIOGRÁFICA SOBRE FERNANDO BUNCHAFT

Antônio Bunchaft

Fernando Bunchaft nasceu em Rovno, Ucrânia, em 1925. De família judia, seu pai, Arnaldo Bunchaft, saiu da Ucrânia muito pobre, passando pela Palestina, Alemanha e Austrália antes de chegar ao Brasil como caixeiro viajante. Percorreu os estados do Rio de Janeiro e Espírito Santo, até finalmente se estabelecer em Ilhéus. Fez fortuna com o comércio, no contexto da economia do cacau. Com a situação econômica estável, Arnaldo trouxe então a família: sua esposa Eugênia e Fernando, com cerca de 2 anos de idade.

Aos nove anos Fernando vai estudar em Salvador, residindo na casa de uma família judia de médicos, a qual se torna responsável, juntamente com sua mãe, pela construção da sua primeira base intelectual, introduzindo-o no mundo literário de Julio Verne, Stevenson, Dumas e Balzac, dentre outros.

Ainda jovem, aos 17 anos, vai estudar no Rio de Janeiro, onde faz a faculdade de Engenharia, forma-se e passa a trabalhar no Departamento Nacional de Estradas e Rodagens (DNER).

Com o fim da Segunda Guerra Mundial, uma grande dor acomete a família Bunchaft: a descoberta de que a maioria dos seus familiares foi assassinada pelo regime nazista no campo de concentração de Auschwitz, na Polônia.

Nos idos da década de 1950, através dos círculos da juventude judaica, Fernando ingressa no Partido Comunista (PCB), aderindo visceralmente à

causa marxista. Demite-se do DNER e torna-se funcionário do PCB, dedicando-se integralmente às ações de transformação social que moviam o partido no Brasil.

Na década de 1960, já como aluno de Física, atuou na Faculdade Nacional de Filosofia, tornando-se uma das principais lideranças do movimento estudantil, sem nunca ter deixado de ser um brilhante aluno.

Considerado pelo secretário-geral do Conselho de Segurança Nacional, general João Baptista Figueiredo, como um dos elementos “mais perigosos” da Faculdade, seus direitos políticos foram suspensos por 10 anos, com duras consequências no âmbito pessoal e profissional.

Em 1964 foi expulso da Faculdade Nacional de Filosofia por suas intensas atividades políticas, juntamente com outros 18 estudantes, em fato histórico que ficou conhecido como “Os 19 da Faculdade Nacional de Filosofia”.

Como consequência da sua atuação política, o almirante Octacílio Cunha recusou-se a assinar seu contrato de instrutor do Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas (CBPF), contrato este que já havia sido aprovado pelo Conselho Técnico Científico (CTC) do CBPF.

Com o aumento da repressão da Ditadura Militar, Fernando sai do Brasil com sua esposa e eterna companheira, Maria Elizabeth, passando pela Argentina, França e finalmente Itália, onde nasceram seus três filhos: Rosa, Antonio e Maria Eugênia.

Mesmo numa situação financeira muito difícil, durante seu exílio político, em 1968, Fernando conseguiu vencer, com determinação e perseverança, o concurso nacional do Instituto Nacional de Física Teórica de Nápoles, tornando-se pesquisador e livre docente. Ele permanece na Itália até o início da abertura política, voltando ao Brasil em 1979.

Em 1980 Fernando ingressou na Universidade Federal da Bahia como professor do Instituto de Física, onde manteve viva sua atividade acadêmica, com o rigor e o perfeccionismo que lhe eram peculiares, concentrando-se em áreas como Fundamentos da Ciência (em particular da Mecânica Clássica) e a Teoria da Relatividade.

Continuou sua militância política participando ativamente das assembleias, greves e discussões sobre os rumos do movimento docente no país.

No dia 22 de novembro de 1999 ocorreu a cerimônia simbólica, presidida pelo reitor da Universidade Federal do Rio de Janeiro, de reintegração e pedido de desculpas aos 19 estudantes expulsos em 1964, dentre os quais Fernando Bunchaft.

Comunista convicto, marxista e físico brilhante, homem firme, com rara e profunda cultura geral, faleceu em 14 de maio de 2001 em Salvador, seis meses após a morte de sua esposa e companheira de vida, Maria Elizabeth.

Em 2012, 11 anos após seu falecimento, o Ministério da Justiça do governo brasileiro concedeu a Fernando Bunchaft o reconhecimento formal de sua condição de “Anistiado Político *Post Mortem*”.

SOBRE OS AUTORES

Adir Moysés Luiz possui graduação em Física pela Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ) e doutorado em Engenharia Química pela UFRJ. Se aposentou no final de 2011 como professor associado do Instituto de Física da UFRJ. É autor de mais de 22 livros didáticos de Física. Além desses livros didáticos, publicou também dois livros de divulgação científica: 1) *Como Aproveitar a Energia Solar* e 2) *Aplicações da Supercondutividade*.

André Koch Torres Assis graduou-se e doutorou-se em Física na Universidade Estadual de Campinas (Unicamp). É professor do Instituto de Física da Unicamp desde 1989. Publicou diversos livros em português e inglês, destacando-se *Eletrodinâmica de Weber* (1995), *Mecânica Relacional* (1998) e *Os Fundamentos Experimentais e Históricos da Eletricidade* (2010). Homepage com artigos e livros em formato PDF: <http://www.ifi.unicamp.br/~assis>.

Bruno Vitale é professor aposentado de Mecânica Quântica na Universidade de Nápoles. Seu trabalho de pesquisa envolveu modelos de partículas elementares (CERN), simetrias (Nápoles), epistemologia genética (Centro Internacional de Epistemologia Genética, Genebra), ensino de ciências (Centro de Pesquisas Psicopedagógicas, Genebra), política científica, ciência e guerra, ciência e sociedade.

João Damásio possui graduação em Engenharia Eletrônica pelo Instituto Tecnológico da Aeronáutica, mestrado em Engenharia de Produção pela Universidade Federal do Rio de Janeiro, M.A. em Economia Política pela Boston University, M.A. em Economia pela Boston University e PhD em Economia pela Boston University. Atualmente é Professor Associado IV da Universidade Federal da Bahia, coordenador do Grupo de Estudos de Relações Inter-setoriais (GERI), pesquisador-chefe do

Centro Nacional de Referência em Catadores de Materiais Recicláveis (organizado pela ONG PANGEA, com recursos da UNESCO) e pesquisador do CNPq e FINEP. Foi ainda secretário executivo da Associação Nacional de Centros de Pós-Graduação em Economia (ANPEC).

Marcos Cesar Danhoni Neves doutorou-se pela Unicamp (1991). É Professor Titular do Departamento de Física – UEM desde 1989. É Prêmio Paranaense de Ciência e Tecnologia de 2010. Publicou vários livros, entre os quais destacam-se *Do Infinito, do Mínimo e da Inquisição em Giordano Bruno* (2001) e *Da Lua Pós-Copernicana* (2011). É professor da cátedra *Intercultural Education* do International Master on Science Education (México-França-Brasil). Coordena os eventos *International Meetings on Art-Science*. Homepage: www.galileo-400-anos.blogspot.com.

Mayane Leite da Nóbrega possui graduação em Licenciatura em Física pela Universidade Estadual da Paraíba e mestrado em Ensino, Filosofia e História das Ciências pela Universidade Federal da Bahia/Universidade Estadual de Feira de Santana. É professora assistente II da Universidade Federal do Vale do São Francisco.

Olival Freire Junior é licenciado e bacharel em Física pela UFBA, Mestre em Ensino de Física e Doutor em História Social pela Universidade de São Paulo, professor associado IV da Universidade Federal da Bahia e Pesquisador 1-C do CNPq na área de História da Ciência. Realizou estágios de pós-doutoramento na Université Paris 7, Harvard University e MIT, e foi Senior Fellow do Dibner Institute for the History of Science. Foi presidente da Sociedade Brasileira de História da Ciência para o período 2011-2012.

Oswaldo Pessoa Jr. é professor livre-docente de Filosofia da Ciência no Departamento de Filosofia (FFLCH) da Universidade de São Paulo (USP). Formou-se em Física e Filosofia pela USP, fez mestrado em Física Experimental na Unicamp e doutorado no Departamento de História e Filosofia da Ciência na Indiana University, EUA. Atuou no Programa de Pós-Graduação de Ensino, Filosofia e História das Ciências, UFBA/UEFS, na Bahia, em 1999-2002.

Saulo Carneiro possui bacharelado e doutorado em Física, ambos pela Universidade de São Paulo (USP). Realizou pós-doutorados na USP, no Consejo

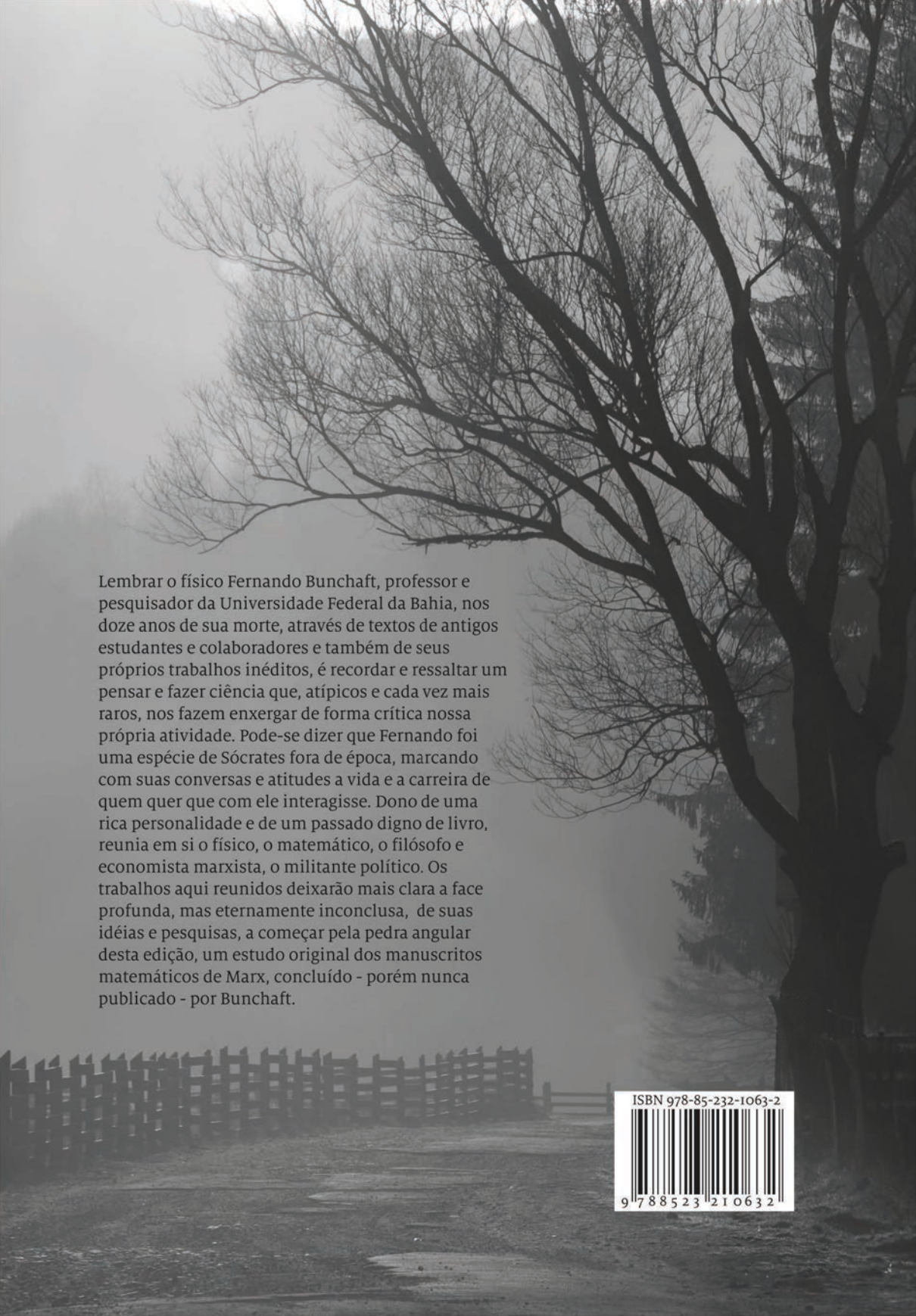
Superior de Investigaciones Científicas (Madri, Espanha) e na Universidade de Londres (Reino Unido). É professor associado IV da Universidade Federal da Bahia, pesquisador do CNPq e foi membro associado do International Centre for Theoretical Physics (Trieste, Itália).

Suani Pinho possui graduação (bacharelado) e mestrado em Física pela Universidade Federal da Bahia e doutorado em Física pela Universidade de São Paulo. Fez estágio pós-doutoral na University of Alberta. Atualmente é professora associada da Universidade Federal da Bahia. Tem experiência nas áreas de Física Teórica e Matemática Aplicada, com ênfase em Física Estatística, Sistemas Complexos, Física Biológica, Bio-Matemática e Matemática Discreta. Sua atuação apresenta forte teor multidisciplinar.

Thierry Petit Lobão conheceu Fernando Bunchaft no curso de Física na Universidade Federal da Bahia (UFBA); com ele, pesquisou Teoria da Relatividade e, no mestrado sob sua orientação, as axiomatizações em Mecânica e Relatividade. No doutorado, na Universidade de São Paulo, e pós-doutorado, na University of Alberta, enveredou na pesquisa em Álgebra, em Teorias de Grupos e Anéis. Atualmente, professor associado do Instituto de Matemática da UFBA, faz pesquisa em Álgebra, em Matemática Discreta e Combinatória, Teoria de Grafos e Sequências Automáticas. Em Física, colabora em Redes Complexas e aplicações e estruturas algébricas deformadas em fundamentos da Mecânica Estatística.

Colofão

FORMATO	17 x 24 cm
TIPOLOGIA	Minion Pro Bree
PAPEL	Alcalino 75 g/m ² (miolo) Cartão Supremo 300 g/m ² (capa)
IMPRESSÃO DO MIOLO,	EDUFBA
CAPA E ACABAMENTO	Cartograf
TIRAGEM	500 exemplares



Lembrar o físico Fernando Bunchaft, professor e pesquisador da Universidade Federal da Bahia, nos doze anos de sua morte, através de textos de antigos estudantes e colaboradores e também de seus próprios trabalhos inéditos, é recordar e ressaltar um pensar e fazer ciência que, atípicos e cada vez mais raros, nos fazem enxergar de forma crítica nossa própria atividade. Pode-se dizer que Fernando foi uma espécie de Sócrates fora de época, marcando com suas conversas e atitudes a vida e a carreira de quem quer que com ele interagisse. Dono de uma rica personalidade e de um passado digno de livro, reunia em si o físico, o matemático, o filósofo e economista marxista, o militante político. Os trabalhos aqui reunidos deixarão mais clara a face profunda, mas eternamente inconclusa, de suas idéias e pesquisas, a começar pela pedra angular desta edição, um estudo original dos manuscritos matemáticos de Marx, concluído - porém nunca publicado - por Bunchaft.

ISBN 978-85-232-1063-2



9 788523 210632