



**UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA**  
**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE FEIRA DE SANTANA**  
**FACULDADE DE EDUCAÇÃO**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO, FILOSOFIA E**  
**HISTÓRIA DAS CIÊNCIAS**



Helen Nogueira Messeder

**APROPRIAÇÃO DOS CONCEITOS DE FUNÇÃO:**  
**UMA ANÁLISE HISTÓRICO-CULTURAL**

SALVADOR- BA  
2019

HELEN NOGUEIRA MESSEDER

**APROPRIAÇÃO DOS CONCEITOS DE FUNÇÃO:  
UMA ANÁLISE HISTÓRICO-CULTURAL**

Dissertação de Mestrado elaborada junto ao Programa de Pós-Graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências, da Universidade Federal da Bahia e Universidade Estadual de Feira de Santana, como requisito para obtenção do grau de Mestre.

Orientador: Prof. Dr. Edilson Fortuna de Moradillo

SALVADOR – BA  
2019

Ficha catalográfica elaborada pelo Sistema Universitário de Bibliotecas (SIBI/UFBA),  
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

Messeder, Helen Nogueira  
Apropriação dos Conceitos de Função: Uma Análise  
Histórico-Cultural / Helen Nogueira Messeder. --  
Salvador, 2019.  
139 f.

Orientador: Edilson Fortuna de Moradillo.  
Dissertação (Mestrado - Programa de Pós-Graduação em  
Ensino, Filosofia e História das Ciências) --  
Universidade Federal da Bahia, Faculdade de Educação,  
2019.

1. História Virtual. 2. Conceito de Função. 3.  
Apropriação de Conceitos. 4. Psicologia Histórico-  
Cultural. I. Moradillo, Edilson Fortuna de. II.  
Título.



*Universidade Federal da Bahia*  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO, FILOSOFIA E  
HISTÓRIA DAS CIÊNCIAS (PPGEFHC)**

**ATA Nº 4619**

ATA DA DEFESA PÚBLICA DE MESTRADO DE HELEN NOGUEIRA MESSEDER, NO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MESTRADO E DOUTORADO DA UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA.

Aos nove dias do mês de setembro do ano de dois mil e dezenove, às quinze horas, reuniu-se no Instituto de Física da Ufba, sala de seminários, desta Universidade, a Comissão Examinadora composta pelas Professoras Doutoras, Rosileia Oliveira de Almeida, Marize Souza Carvalho, Maria Lúcia Panossian e por mim, Edilson Fortuna de Moradillo, orientador, para julgar o trabalho intitulado: APROPRIAÇÃO DOS CONCEITOS DE FUNÇÃO: UMA ANÁLISE HISTÓRICO-CULTURAL, de autoria de Helen Nogueira Messeder. Após arguição e discussão, a banca examinou, analisou e avaliou o referido trabalho, chegando a conclusão que este está APROVADO. A mestranda tem o prazo de SESSENTA dias para a entrega da versão final do seu trabalho. Nada mais havendo a ser tratado, esta Comissão Examinadora encerrou a reunião da qual eu lavrei a presente ATA, que após lida e achada conforme, vai assinada pelos presentes e encerrada por mim Edilson Fortuna de Moradillo.

Salvador, 09 de setembro de 2019.

Banca Examinadora:

**Dra. Maria Lúcia Panossian, UTFPR**

Examinador Externo à Instituição

**Dra. MARIZE SOUZA CARVALHO, UFBA**

Examinador Externo ao Programa

**Dra. ROSILEIA OLIVEIRA DE ALMEIDA, UFBA**

Examinador Interno

**Dr. EDILSON FORTUNA DE MORADILLO, UFBA**

Presidente

**HELEN NOGUEIRA MESSEDER**

Mestrando

## AGRADECIMENTOS

Esse é um dos momentos mais importantes de todo o processo, lembrar daqueles que estiveram presentes nos dias de luta, de choro e de alegrias. Espero não esquecer de ninguém. Sendo assim, eu agradeço:

- À minha mãe, que sempre foi e continua sendo a minha base, um exemplo de mulher forte e guerreira, que me ensinou a não abaixar a cabeça mesmo nos momentos mais difíceis;
- Ao meu paidrasto, por acreditar em mim desde pequena quando entrou de mãos dadas comigo na formatura da alfabetização, e que se estendeu até ao abraço de desespero pré-seleção do mestrado;
- Ao meu irmão Hélio Neto e melhor amigo, parceiro de todas as horas, risos, desesperos, broncas, congressos e no meter dança;
- Ao meu namorado, Diogo Dórea, que acompanhou todo o meu caminhar desde a graduação e que suportou todas as ausências, estresses e alegrias ao longo dos nossos 9 anos. Sem você nada disso seria possível! TE AMO!!!!
- À minha cunhada, Maeve, que me faz rir a cada esquecimento, dá uma força nas traduções e me deixa sorrindo ao lembrar da felicidade que desperta no meu irmão;
- Ao meu orientador, professor Edilson, que aceitou o desafio de orientar alguém de matemática, e que é uma inspiração como professor e como sujeito, complexo, intenso e muito carinhoso. Meu eterno agradecimento!;
- Aos amigos do grupo de pesquisa, ENCONCIENCIAS, que me ajudaram tanto a entender (um pouco) do método e foram companheiros de todas as sextas, sábados, feriados e quantos dias mais foram/forem necessários: Dudu, Maísa, Izadora, Caio, Alê, Victor e Ingrid, adoro vocês! Cada um foi mais que imprescindível nesse processo!;
- Às amigas da turma de 2017, que foram muito importantes para superar os percalços das disciplinas e da pesquisa, em especial Ana Ruth (minha duplinha, meu yang), tia Barti (minha conselheira), Leidi e Jake (aquele quinto dia útil que nunca chegava, hein?), Silná (minha amiga doce, meiga, calma, de sorriso encantador), Dai (mulher retada) e Bárbara (minha japa);
- Ao grupo “Família dos bons”, de volta às minhas origens na matemática, por terem compartilhado cada etapa do processo, nas comemorações e nos inúmeros rodízios... vocês são malucos, mas e quem não é?;

- Aos meus ex-alunos, especialmente à turma 10811 (e que hoje já é 10841), que são meus amigos e que torceram desde o início da seleção e comemoraram junto comigo! Meu carinho, orgulho e admiração por vocês só crescem!;
- À Simone Ribeiro, minha eterna professora, a quem tenho profundo carinho! Muito obrigada por tudo mesmo!;
- À Cecília e Nathy, que estiveram presentes em momentos cruciais desde 2015;
- Aos meus amigos Isabella e Clésio, que mesmo longe ainda são parceiros! Muito obrigada pelas piadas bestas e risadas sinceras, meus paraibanos maravilhosos!;
- À Fabi, minha amiga, todas as nossas conversas no LEMA foram preciosas!;
- À cada membro da banca, por ajudar a compor esse trabalho que “começou” por mim, mas que pertence a todos, pertence à humanidade;
- À CAPES, pelo apoio financeiro.

## RESUMO

O Ensino de Matemática vem sendo amplamente discutido desde que, no início do século passado, países europeus e americanos se preocuparam com os rumos deste, resultando em mudanças importantes nos processos de ensino e aprendizagem. Diferentes conteúdos já têm sido abordados nas pesquisas brasileiras que envolvem o ensino da matemática, inclusive o conteúdo de Função, presente desde as questões mais fundamentais, como nas operações de contagem, até elementos que se apresentam em questões mais avançadas como em cálculos infinitesimais e probabilidade. Além disso, a Função pode ajudar a compreender quais as relações entre a geometria e a álgebra ao discutir, por exemplo, a resolução de equações e construções de gráficos. Portanto, é necessário o esforço em prol do ensino da Função, principalmente no que tange à uma pesquisa que utilize as categorias do lógico e do histórico na construção do conceito e no seu uso pela humanidade, discussão pouco desenvolvida nas pesquisas da área. Para suprimir tal lacuna, esta pesquisa tem por objetivo investigar o processo de apropriação do conteúdo de Função na sala de aula a partir de histórias virtuais, logo, calcada no referencial teórico da Psicologia Histórico-Cultural (PsiHC). Para atingir este objetivo foi feita uma pesquisa de cunho qualitativo, tendo como procedimentos de coleta de dados a observação, a entrevista e análise documental. A partir da análise dos dados, chegamos a três categorias: 1) Conversão dos elementos da Função em linguagem gráfica: limites e potencialidades da narrativa; 2) O cotidiano nas narrativas e o pensamento empírico: entraves ao desenvolvimento do pensamento conceitual; 3) A interação entre pares no contexto da narrativa. A partir delas, concluímos que é importante ter cuidado com a abordagem de Função de variável discreta e a passagem para a Função de variável contínua; elaborar narrativas que contribuam para o desenvolvimento do pensamento conceitual; e como os vínculos afetivos, as emoções e a relação entre pares podem contribuir no processo de apropriação do conteúdo de Função. Sendo assim, tais categorias serão importantes para pensar nas possibilidades e avanços a serem feitos durante a elaboração e aplicação de histórias virtuais para o ensino de matemática, pensando no processo de apropriação de conceitos.

**Palavras-chave:** História Virtual. Conceito de Função. Apropriação de Conceitos. Psicologia Histórico-Cultural.

## ABSTRACT

The Mathematics Teaching has been widely discussed since early in the last century, European and American countries were concerned about the direction of this, resulting in important changes in teaching and learning processes. Different contents have already been addressed in Brazilian research involving the teaching of mathematics, including the content of Function, present from the most fundamental questions, such as counting operations, to elements, which are in more advanced questions as infinitesimal calculus and probability. In addition, the Function can help you understand what relations between geometry and algebra when discussing, for example, solving equations and graphic constructions. Therefore, it is necessary the effort in favor of the teaching of the Function, especially with regard to a research that uses the categories of logic and history in the construction of the concept and its use by humanity, a discussion not developed in the research in the area. To eliminate this gap, this research aims to investigate the process of the appropriation of the Function content in the classroom from virtuals histories, and based on the theoretical framework of Historical-Cultural Psychology (PsiHC). To achieve this goal a qualitative research was carried out, procedures for data collection, observation, interview and documentary analysis. From the analysis, we come in three categories: 1) Conversion of the elements of the Function into graphic language: limits and potentialities of the narrative; 2) The daily life in narratives empirical thinking: obstacles to the development of conceptual thinking; 3) The interaction between peers in the context of the narrative. From these, we conclude that it is important to be careful with the discrete variable Function approach and the transition to continuous variable Function; elaborate narratives that contribute to the development of conceptual thinking; and how affective attachments, emotions, and peer relationships can contribute to the process of appropriating content of Function. Thus, such categories will be important for thinking about possibilities and advances to be made during the elaboration and application of virtual histories for the teaching of mathematics, thinking about the process of appropriation of concepts.

**Keywords:** Virtual History. Function Concept. Appropriation of Concepts. Historical-Cultural Psychology.



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Relação entre as categorias Atividade, Ação e Operação	39
Figura 2: Esboço das ideias para as narrativas	61
Figura 3: Esboço de novas ideias para as narrativas	61
Figura 4: Conjuntos interceptados apagados na narrativa do casamento	71
Figura 5: Exercício com gráfico e sua respectiva solução dada pela professora	76
Figura 6: Solução com diagramas no caso da monogamia das araras	78
Figura 7: Gráfico ilustrando espécies poligâmicas	81
Figura 8: Gráfico ilustrando espécies monogâmicas	81
Figura 9: Solução de um grupo usando diagramas de Venn	86
Figura 10: Solução da narrativa do roubo das obras	93

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AOE	Atividade Orientadora de Ensino
NDR	Nível de Desenvolvimento Real
PHC	Pedagogia Histórico-Crítica
PsiHC	Psicologia Histórico-Cultural
TCLE	Termo de Consentimento Livre e Esclarecido
UFBA	Universidade Federal da Bahia
ZDI	Zona de Desenvolvimento Iminente
ZDP	Zona de Desenvolvimento Próximo

# SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b>	<b>8</b>
<b>1.1 As Teorias Educacionais</b>	<b>13</b>
<b>1.2 Conteúdos Escolares: O Clássico que Não Envelhece</b>	<b>18</b>
<b>2 ELEMENTOS DA PSICOLOGIA HISTÓRICO – CULTURAL (PsiHC)</b>	<b>26</b>
<b>2.1 Aprendizagem e Desenvolvimento</b>	<b>32</b>
<b>2.2 Formação de Conceitos e Desenvolvimento do Pensamento Conceitual</b>	<b>35</b>
<b>2.3 Teoria da Atividade e o Pensamento Conceitual</b>	<b>37</b>
<b>3 HISTÓRIA VIRTUAL E O CONCEITO DE FUNÇÃO</b>	<b>42</b>
<b>3.1 Entendendo a História Virtual do Conceito</b>	<b>46</b>
<b>3.2 A Função Matemática e o Ensino</b>	<b>49</b>
<b>4 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS</b>	<b>56</b>
<b>4.1 Sobre as Narrativas</b>	<b>59</b>
<b>4.2 Métodos de Coleta de Dados</b>	<b>62</b>
<b>5 ANÁLISE DE DADOS E RESULTADOS</b>	<b>69</b>
<b>5.1 Categoria 1: Conversão dos Elementos da Função em Linguagem Gráfica: Limites e Portencialidades da Narrativa</b>	<b>69</b>
<b>5.2 Categoria 2: O Cotidiano nas Narrativas e o Pensamento Empírico: Entraves ao Desenvolvimento do Pensamento Conceitual</b>	<b>85</b>
<b>5.3 Categoria 3: A Interação entre Pares no Contexto da Narrativa</b>	<b>96</b>
<b>6 CONSIDERAÇÕES FINAIS</b>	<b>107</b>
<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>111</b>
<b>APÊNDICES</b>	<b>117</b>
<b>ANEXOS</b>	<b>131</b>

## 1 INTRODUÇÃO

O Ensino de Matemática vem sendo amplamente discutido desde que, no início do século passado, países europeus e americanos se preocuparam com os rumos deste (WIELEWSKI, 2008), resultando em mudanças importantes nos processos de ensino e aprendizagem. Diferentes conteúdos já têm sido abordados nas pesquisas que envolvem o ensino da matemática, baseados nos diferentes ambientes de aprendizagem<sup>1</sup> como, por exemplo, a modelagem, resolução de problemas e investigação matemática.

As primeiras mudanças no ensino brasileiro, feitas de maneira mais organizada por grupos de professores de Matemática, surgiram na década de 1960, quando se começou a contestar o ensino baseado tão somente na memorização e excessiva repetição de exercícios parecidos, nos quais não há espaço para análise e discussão da situação em questão (SILVA, 2005; WIELEWSKI, 2008). Até então, próximo ao fim da década de 1950, o ensino era voltado aos conhecimentos da Matemática Clássica, principalmente aqueles vinculados a Platão e Euclides. Fiorentini (1995) explica as características desse modelo de ensino, conhecido também como Tendência Formalista Clássica:

O modelo euclidiano caracteriza-se pela sistematização lógica do conhecimento matemático (definições, axiomas, postulados). Essa sistematização é expressa através de teoremas e corolários que são deduzidos dos elementos primitivos.

A concepção platônica de Matemática, por sua vez caracteriza-se por uma visão estática, a-histórica e dogmática das ideias matemáticas, como se essas existissem independentemente dos homens. Segundo essa concepção inatista, a Matemática não é inventada ou construída pelo homem. O homem apenas pode, pela intuição e reminiscência, descobrir as ideias matemáticas que preexistem em um mundo ideal e que estão adormecidas na sua mente.” (FIORENTINI, 1995, p. 5-6).

A partir do exposto acima, faria sentido pensar a matemática como algo estático e, portanto, cristalizado. Com o livro didático não seria diferente, pois nele estaria presente todo o “conhecimento” já disponibilizado, e ao professor caberia a responsabilidade de dominar os conteúdos previamente determinados e seguir o que estava no livro, uma vez que o conhecimento seria considerado acabado e não se tratava de uma construção humana. Logo, bastava que o professor soubesse o conteúdo a ser ensinado e ao aluno

---

<sup>1</sup>Segundo Skovsmose (2002), ambientes de aprendizagem são o resultado da combinação entre paradigma do exercício *versus* cenário para investigação e os três tipos de referências – referência à matemática pura, à semirrealidade e à realidade. Sendo assim, entendemos que as aulas de matemáticas podem ser baseadas nestes diferentes ambientes, dependendo do objetivo do professor. Logo, a modelagem, a resolução de problemas e a investigação matemática são compreendidas como resultado dessas combinações, portanto, ambientes de aprendizagem.

cabia copiar e reproduzir aquilo que lhe foi apresentado. O conteúdo formal tinha papel central nessa abordagem, o modelo não tomava a questão histórica para si e nem para as suas análises. Àquela época entendia-se que a melhoria no ensino da Matemática cresceria ao passo que os estudos dos fundamentos da mesma fossem avançando “(...) visto em uma dimensão acentuadamente técnica e formal” (FIORENTINI, 1995, p. 8).

Outra tendência tomou força na década de 1930, conhecida como Tendência Empírico-Ativista, baseada nos ideais da pedagogia nova. A pedagogia nova, teoria pedagógica não-crítica, surgiu a partir da oposição à pedagogia tradicional – conhecida também como Escola Tradicional<sup>2</sup>. Para esta teoria pedagógica o importante é aprender, enquanto para a pedagogia nova ou Escola Nova o fundamental é aprender a aprender.

Saviani (2008, p. 8) nos ajuda a compreender melhor as características da Escola Nova ao dizer que “o professor agiria como um estimulador e orientador da aprendizagem cuja iniciativa principal caberia aos próprios alunos. Tal aprendizagem seria uma decorrência espontânea do ambiente estimulante” (...). Além do ambiente propício, a relação entre os pares também suscitaria um melhor aprendizado. Neste caso, o estudante passa a ser o agente principal e o professor surge no papel de facilitador no processo de aprendizagem, inclusive as atividades propostas devem surgir a partir dos interesses dos alunos, de suas demandas. Mas a questão aqui é a crença de que a matemática surge, aparece ou simplesmente salta aos olhos ao deixar o estudante “livre” para manipular e investigar e então fazer suas descobertas. Esta proposta possui características distintas da Tendência Formalista Clássica, porém

Epistemologicamente (...) esta tendência não rompe com a concepção idealista de conhecimento. De fato, continua a acreditar que as idéias matemáticas são obtidas por descoberta. A diferença, porém, é que elas preexistem não num mundo ideal, mas no próprio mundo natural e material que vivemos. Assim, para os empíricos-ativistas, o conhecimento matemático emerge do mundo físico e é extraído pelo homem através dos sentidos. Entretanto, não existe um consenso sobre como se dá esse processo. (FIORENTINI, 1995, p. 9).

A proposta supostamente visa pôr o aluno numa posição não passiva, centrando-se num hipotético ativismo dos alunos e professores, na qual a qualidade do ensino se deve não mais ao conteúdo, mas às atividades planejadas e ao possível interesse e empenho

---

<sup>2</sup> Segundo Saviani (2008), a Escola Tradicional tinha como objetivo difundir a instrução a todos, em que o professor era responsável por disseminar os conhecimentos, e para tal bastava apresentar um trabalho satisfatório. Assim, aos alunos cabiam a assimilação do que foi exposto pelo professor em sala de aula.

dos estudantes (SAVIANI, 2013). Portanto, o conhecimento deveria ser buscado por cada um, para que pudessem ter uma formação cada vez mais diversificada e versátil e, assim, fosse mais fácil futuramente entrar no mercado de trabalho, satisfazendo as necessidades básicas do sujeito e principalmente de mão-de-obra do mercado.

Uma nova mudança surgiu no Brasil a partir da década de 1960 com o Movimento da Matemática Moderna na tentativa de reformular o currículo da disciplina para torná-lo mais moderno. Uma das características principais desse movimento foi o pensamento axiomático, que resultou no surgimento do grupo Bourbaki, que reuniu vários matemáticos franceses daquela época. A ideia de estrutura – relação apresentada por conta do taylorismo - foi discutida pelo grupo, resumindo-se em três tipos principais: algébricas, de ordem e topológicas (NOVAES; FRANÇA; PINTO, 2005). Pensar a partir dessas estruturas ajudaria os estudantes a raciocinar mais rapidamente, uma vez que o objetivo era o bom rendimento dos aprendizes através da interdependência das teorias e na qualidade das práticas matemáticas vinculadas ao rigor matemático. Segundo Novaes, França e Pinto (2005), além do método axiomático, outras particularidades do movimento são “sua maior generalidade, grau de abstração, maior rigor lógico, uso de um vocabulário contemporâneo, precisão da linguagem matemática e método dedutivo”, retomando o formalismo da matemática através da linguagem formal e das estruturas algébricas.

Teoricamente, esse modelo avançou no que diz respeito às justificativas, em tentar buscar os aspectos estruturais da matemática em detrimento do pragmatismo e da memorização mecânica, porém não houveram mudanças significativas nas relações em sala, visto que ao professor cabia demonstrar e expor o conteúdo, sendo suficiente ter bastante conhecimento da matemática, e ao estudante reproduzir mecanicamente o que foi feito ou dito pelo professor (FIORENTINI, 1995).

As características supracitadas são as mesmas presentes no ensino tecnicista, vertente que se estabeleceu no Brasil em meados do século XX, que tinha como propósito tornar a educação mais objetiva e operacional (SAVIANI, 2008). Iniciada nos Estados Unidos, a pedagogia tecnicista inspirou-se nas ideias behavioristas da aprendizagem, na qual a sociedade deveria se moldar a partir da demanda industrial da época. O principal (ou único) objetivo era formar indivíduos capazes de compor o mercado de trabalho como mão-de-obra. Sendo assim, as pessoas estudavam para trabalhar e nada mais adequado do que a Tendência Tecnicista para pôr em prática os princípios da eficiência e da produtividade. Saviani (2008) também esclarece a posição de

cada um dos elementos presentes nessa relação: tanto aluno quanto professor fazem parte de um plano secundário, como meros executores de um processo montado por especialistas hipoteticamente preparados (deveriam ser objetivos, neutros e imparciais), processo esse que vai desde a elaboração de materiais, perpassa pelo planejamento e culmina no controle do que deve ser feito e qual a maneira mais adequada para apresentar o assunto em sala de aula.

Na prática, o ensino e a aprendizagem da Matemática resumiam-se em decorar fórmulas e princípios gerais, além de mostrar habilidades em resolução de problemas, expressões numéricas e algoritmos, sem a preocupação com justificativas ou deduções (FIORENTINI, 1995, p. 17). Ademais, na tentativa de se afastar de outras ideias pedagógicas, o tecnicismo equivocou-se ao limitar o ensino à organização e controle do trabalho escolar e, principalmente, a técnicas específicas.

Sendo assim, na tentativa de não restringir o ensino a técnicas específicas pré-determinadas, alternativas foram propostas, como por exemplo, a etnomatemática, que defende que a maneira pela qual o ensino se apresentava privilegiava alguns contextos sociais em detrimento de outros e propôs discutir e relacionar aspectos relativos aos contextos locais com a matemática escolar (D'AMBROSIO, 2002). Para tanto, pesquisas sobre o assunto geralmente envolvem coletas de dados em que os pesquisadores buscam por grupos étnicos ditos esquecidos pela Ciência, e então observam a realidade daquela comunidade à procura do uso da matemática local, ou de "outras matemáticas" em oposição à matemática escolar. Porém, essa discussão precisa de uma reflexão mais profunda, pois, mais do que pensar nas diferenças entre as "outras" e a matemática escolar, é necessário abordar a correlação entre a matemática na sua versão escolar por meio do trabalho educativo e aquela produzida nos diversos contextos sociais. Giardinetto (2002) nos ajuda a compreender melhor essa relação quando diz que:

A mera caracterização da produção matemática em contextos sociais diversos pouco contribui para a busca das especificidades dessa relação com o saber matemático escolar, pois (...) a análise de determinados trabalhos etnomatemáticos, tem se limitado em evidenciar formas diversas de produção da matemática e o caráter pretensamente "imposto" da matemática escolar. Não se tem promovido uma reflexão sobre a relação entre a matemática de grupos sociais diversos (quer sejam em aldeias indígenas, aldeias de pescadores, favelas, espaços rurais, etc) e a matemática escolar. Quando se aponta para o que se faria diante da necessidade da apropriação da matemática escolar, cai-se (...) na promoção de possibilidades de escolha entre "a matemática escolar" e as "outras matemáticas". (GIARDINETTO, 2002, p. 3)

Um das possíveis causas da não reflexão exposta na citação acima deve-se à noção de que a concepção imediata da realidade é condição necessária para se fazer etnomatemática. Como defende Giardinetto (2002), determinados trabalhos não desenvolvem uma reflexão sobre a especificidade e natureza do trabalho educativo, reflexão que se dá no campo da sistematização, em que é possível discutir que não se trata da matemática “privilegiada” contra as matemáticas “negligenciadas”, mas se trata da síntese da produção de diversas manifestações da matemática hoje universalmente aceita e apresentada nos conteúdos escolares, ou seja, “as matemáticas” elaboradas em diferentes contextos sociais são compreendidas como distintas manifestações da matemática e não como matemáticas divergentes<sup>3</sup>.

As tentativas de mudanças na matemática não se esgotam na concepção do objeto, mas também aparecem nos meios para ensiná-lo, a exemplo do uso de materiais manipuláveis, que permite que o estudante conceba a matemática como não sendo puramente abstrata, no qual o material concreto lhe permitirá tocar e movimentar e então perceber, entender e estudar suas características (ALMEIDA, 2011). Estudos mostram que essa pode ser uma ferramenta muito útil para o aprendizado dos alunos quando utilizada da maneira correta (SERRAZINA, 1990), permitindo-lhes experimentar e, ao fazer isso, ajudá-los a descobrir regularidades e relações que poderiam não ser percebidas apenas observando.

As justificativas para a utilização de materiais manipuláveis aparecem na discussão sobre o desenvolvimento de habilidades em matemática. Quanto mais diversificada e rica for a experiência da pessoa, mais simples para ela refletir sobre a resolução de problemas de naturezas diversas (BOTAS; MOREIRA, 2013). Botas e Moreira defendem a importância de oportunizar experiências variadas com materiais diversos com o objetivo de “envolver o aluno em situações de aprendizagem matemática, já que os materiais podem constituir um suporte físico através do qual as crianças vão explorar, experimentar, manipular e desenvolver a observação” (2013, p.254).

Segundo Serrazina (1991), os materiais manipuláveis podem ajudar os estudantes a entenderem e amadurecerem ideias e conceitos importantes durante o processo de aprendizagem. Vale define o material manipulável como sendo todo "material concreto, de uso comum ou educacional, que permita, durante uma situação de aprendizagem, apelar

---

<sup>3</sup> Para melhor compreender a crítica às perspectivas multiculturais e, portanto, à etnomatemática, ler Malanchen (2016).



para os vários sentidos dos alunos, devendo ser manipulados, e que se caracterizam pelo envolvimento activo dos alunos, por exemplo o ábaco, geoplano, folhas de papel, etc." (1999, p. 112).

Quando se trata de materiais manipuláveis pode-se ter a ideia de que manipulável restringe-se apenas àquilo que é palpável e que, a partir do contato com o objeto, pode ser movimentado. Segundo Vale (2002), com o avanço da tecnologia, já é possível movimentar gráficos e desenhos, como no caso do software Geogebra. Então, estes também seriam exemplos de materiais manipuláveis? Para responder esta questão, trago a concepção de “manipuláveis virtuais”, em que os estudantes terão a possibilidade de movimentar um objeto virtual através do uso de um programa ou da internet (PEREIRA, 2017). O uso desse tipo de material pode contribuir para o desenvolvimento da matemática, que é o principal objetivo quando se usa os materiais manipuláveis, mas também familiarizar os sujeitos envolvidos na situação com as novas tecnologias.

É importante salientar que ao abordarmos o uso de materiais manipuláveis, estamos falando em uma forma de apresentar o conteúdo a ser trabalhado, não se tratando de tomar para si uma concepção de mundo ou sociedade. Então, por se tratar de um recurso, ele pode ser utilizado por qualquer Teoria da Educação, seja ela crítica ou não.

É inegável a importância de todas as pesquisas já feitas no âmbito da Educação Matemática, apresentando possibilidades na sala de aula para professores e alunos. No entanto, ao voltarmos a atenção à procura de referências que envolvam o Ensino da Matemática e a perspectiva crítica, existe uma queda substancial no número de trabalhos brasileiros e, por isso, é importante falar sob essa perspectiva. Logo, esta pesquisa terá por objetivo investigar o processo de apropriação na sala de aula do conteúdo de Função a partir de histórias virtuais.

Contudo, trataremos brevemente sobre as diferentes tendências educacionais para compreender historicamente o percurso da educação brasileira e como o ensino de matemática se moldou ao longo desse processo.

## **1.1 AS TEORIAS EDUCACIONAIS**

Ao discutir sobre as diferentes Teorias de Educação, Saviani (2008) as classifica em três grupos mais gerais: Teorias não-crítica, crítico-reprodutivista e crítica. Antes de

apresentar as características genéricas de cada uma delas, vamos abordar a “questão da marginalidade” relativa ao fenômeno da escolarização, que Saviani toma como parâmetro de análise para classificar as teorias pedagógicas. Essa discussão surgiu a partir da constatação de que, na década de 1970, na maioria dos países da América Latina, aproximadamente 50% dos alunos abandonavam a escola primária em situação de semianalfabetismo ou analfabetismo potencial, além daquelas que nunca tiveram acesso a qualquer escola, logo marginalizadas desde sempre (SAVIANI, 2008, p. 3).

As teorias não-críticas (Pedagogia Tradicional, Pedagogia Nova e a Pedagogia Tecnicista) compreendem que a educação é autônoma, não tem relação com a causa da marginalidade. Para essa corrente, a marginalidade é um fenômeno que acontece acidentalmente com alguns – ou vários – sujeitos e entende a educação como um instrumento para a superação dessa situação anômala. Para Saviani (2008), as teorias são consideradas não-críticas por entenderem que é por via da educação que será possível findar com o problema da marginalidade, que este é o papel da educação, portanto o instrumento fundamental de equalização social. Assim, ainda segundo Saviani (2008, p. 4), o objetivo da educação é “promover a coesão e garantir a integração de todos os indivíduos no corpo social. Sua função coincide, no limite, com a superação do fenômeno da marginalidade”, cabendo a ela, então, impossibilitar o reaparecimento do problema.

A Pedagogia Tradicional surge no momento em que a burguesia se consolidava no poder, assim, era interesse desta construir e estabelecer uma democracia burguesa. Para isto, seria necessário superar o fator ignorância para enfim tornar todos os súditos em cidadãos, uma vez que seriam livres apenas aqueles que recebessem instrução. Portanto, a ignorância é a causa da marginalidade e aqueles que fossem ignorantes ou não esclarecidos seriam os marginalizados nessa sociedade. Neste momento a escola é apontada como instrumento de equalização social, pois ela será a responsável por disseminar a instrução a todos. Dessa maneira, fica reservado ao professor transmitir os conhecimentos e aos alunos assimilá-los, deixando claro que o professor tem papel central nesta relação (Saviani, 2008).

Entretanto, segundo Saviani (2008), esta forma de organizar a educação não foi bem sucedida no que se propôs, uma vez que ela nem mesmo alcançou o objetivo da universalização. Sendo assim, as críticas à essa escola cresceram e uma outra teoria

educacional foi construída, porém mantendo a expectativa da superação da questão da marginalidade por via escolar.

Quando se trata da questão da marginalidade, o marginalizado para a Pedagogia Nova não é mais, necessariamente, o ignorante, mas sim o rejeitado, aquele que não faz ou não se sente parte de algum grupo e, portanto, da sociedade. Para esta teoria é importante integrar cada sujeito na sociedade sem que ele deixe de lado a sua singularidade, pois cada pessoa é única e daí aparece a ideia de “respeito às diferenças”. Essas diferenças não se restringiam às questões físicas e de classes, mas também àquelas relacionadas ao domínio do conhecimento e de desempenho intelectual. Em vista disso, a educação cumprirá seu papel de corrigir a marginalidade ao passo que “contribuir para a constituição de uma sociedade cujos membros, não importam as diferenças de quaisquer tipos, aceitem-se mutuamente e respeitem-se na sua individualidade específica” (SAVIANI, 2008, p. 7).

Contudo, assim como aconteceu com a Pedagogia Tradicional, o escolanovismo também não conseguiu modificar de maneira significativa a educação escolar, uma vez que, ao investir em instrumentos diversos, gerou custos mais altos para as escolas, provocou a redução da importância da disciplina (enquanto comportamento) e agravou a falta de cuidado com a transmissão dos conhecimentos aos estudantes. No mais, segundo Saviani(2008), a Escola Nova aperfeiçoou o ensino para as elites enquanto rebaixou o ensino para as camadas populares, que representam a grande maioria da população.

Buscando outra alternativa que superasse a questão da marginalidade através da escola nasce a Pedagogia Tecnicista, tendência discutida anteriormente ao falar sobre o Movimento da Matemática Moderna. Não pretendo apresentar novamente as características de tal teoria, mas retomá-las em alguns aspectos para focar na discussão sobre os marginalizados.

A escola tecnicista foi desenvolvida à semelhança do trabalho fabril, com o objetivo de organizar a escola de maneira racional na qual a subjetividade interferisse o mínimo possível. Para tanto, seria necessário mecanizar o processo e padronizar o sistema educacional para formar cidadãos hábeis, capazes de compor a mão-de-obra necessária para suprir o mercado de trabalho da época. Compreendendo como se davam essas relações, dá para entender porque o marginalizado não é mais nem o ignorante nem o rejeitado, mas o incompetente, aquele que não produz, portanto o ineficiente.

Então, para finalizar o debate sobre as perspectivas não-críticas, Saviani (2008) mais uma vez nos apresenta os motivos pelos quais a Pedagogia Tecnicista também não alcançou seu objetivo:

(...) acreditava-se que o processo se racionalizava na medida em que se agisse planejadamente. (...) O controle seria feito basicamente pelo preenchimento de formulários. O magistério passou, então, a ser submetido a um pesado e sufocante ritual, com resultados visivelmente negativos. Na verdade, a pedagogia tecnicista, ao ensaiar transpor para a escola a forma de funcionamento do sistema fabril, perdeu de vista a especificidade da educação, ignorando que a articulação entre escola e processo produtivo se dá de modo indireto e por meio de complexas mediações.(...) Nessas condições, a pedagogia tecnicista acabou por contribuir para aumentar o caos no campo educativo, gerando tal nível de descontinuidade, de heterogeneidade e de fragmentação, que praticamente inviabiliza o trabalho pedagógico (SAVIANI, 2008, p.12).

A situação descrita nos leva a entender por quais motivos os índices de evasão e repetência escolar aumentaram, além de tornar o conteúdo cada vez mais escasso. Sendo assim, o problema da marginalidade se intensificou e a classe trabalhadora não conseguiu apenas através da escola reverter sua situação de dominada.

Já as teorias crítico-reprodutivistas (Teoria do Sistema de Ensino como Violência Simbólica, Teoria da Escola como Aparelho Ideológico do Estado e a Teoria da Escola Dualista) percebem a sociedade dividida em grupos antagônicos que se relacionam à base da força, logo a marginalidade é um fenômeno próprio da sociedade por consequência de uma estrutura desigual, na qual a classe dominante tem maior poder sobre a classe dominada por ter se apropriado dos frutos da produção social, restando aos outros a condição de marginalidade. Sendo assim, a educação está a serviço da sociedade de classes, pois ela também é um produto desse meio. Consequentemente, a educação é um dos instrumentos de manutenção da estratificação social, sendo considerada, assim, um fator de marginalização.

O termo “crítico” é utilizado por compreender que a educação não dará conta de pôr fim à questão da marginalidade, mas a considera “reprodutivista” por entender que o que acontece na escola é reflexo do que está dado na sociedade, é mais um espaço para reproduzir e manter as diferenças socioeconômicas. Com isso, por estar imersa nessa configuração, a educação cumpre a função de reproduzir e manter a estrutura, portanto não será por meio dela a superação da condição da marginalidade.

Porém, a discussão dessas teorias deve ser feita do ponto de vista da história, uma vez que a história, em ambos os casos, foi sacrificada. Segundo Saviani (2008):

No primeiro caso (teorias não-críticas), sacrifica-se a história na idéia em cuja harmonia se pretende anular as contradições do real. No segundo caso (teorias crítico-reprodutivistas), a história é sacrificada na reificação da estrutura social em que as contradições ficam aprisionadas (SAVIANI, 2008, p.24).

Segundo as teorias críticas-reprodutivistas não há o que fazer na escola para modificar a ordem social, posto que nem mesmo cabe a ela fazer essa transformação. Portanto, para esta vertente, significa que não podemos imaginar a escola como uma realidade histórica, que ela não pode ser propositadamente transformada. Esta situação acontece porque a classe dominante tem por interesse manter a lógica social, fundada no modo de produção capitalista em que poucos (dominantes) detêm os meios de produção e muitos (dominados) vivem para produzir. Logo, a classe dominante tem e terá interesse em manter o domínio pensando apenas em se adaptar a cada situação que lhe incomodar, mas sem mudar a estrutura em si. Então, o que fazer diante desse quadro?

Para responder à questão acima, faz-se necessário pensar em outras circunstâncias, já que é sabido que os dominantes não concordarão em se desfazer de seus privilégios, ou seja, não pretendem sair da condição de dominação para tal mudança social. Uma alternativa para modificar a estrutura seria formular uma teoria crítica, mas não reprodutivista, a partir do ponto de vista dos dominados, articulando os interesses destes com a escola, tornando-a um instrumento para a superação da marginalidade (SAVIANI, 2008). Para tanto, é fundamental compreender a natureza específica da educação para entender as contradições da necessidade da própria educação na sociedade capitalista, revelando que

Lutar contra a marginalidade por meio da escola significa engajar-se no esforço para garantir aos trabalhadores um ensino da melhor qualidade possível nas condições históricas atuais. O papel de uma teoria crítica é dar substância concreta a essa bandeira de luta de modo a evitar que ela seja apropriada e articulada com os interesses dominantes (SAVIANI, 2008, p.26).

Em busca de uma pedagogia que rompa com a tendência educacional hegemônica, a Pedagogia Histórico-Crítica (PHC) surge como uma proposta de educação escolar que contribui para a formação crítica dos sujeitos ao questionar a realidade, consciente do seu papel enquanto seres sociais.

Desenvolvida por Dermeval Saviani, a expressão *Pedagogia Histórico-Crítica* tem como premissa “compreender a questão educacional com base no desenvolvimento

histórico objetivo” (SAVIANI, 2011, p. 76). Fundamentada no materialismo histórico-dialético, essa corrente pedagógica entende que a história se desenvolve em consequência das condições materiais da existência humana. O conhecimento, enquanto construção humana, também se desenvolveu sob essas condições, portanto pertence aos humanos e deve servir a todos eles, sem exceção, e não estar a serviço de um grupo (os dominantes) como ferramenta de opressão. Isso significa que devemos lutar pela distribuição igualitária do conhecimento, mas esta distribuição acontecerá somente em outra sociedade, uma vez que sem isso os dominados não terão condição de sair dessa posição. Logo, o domínio do conhecimento é entendido como condição de liberdade e essa discussão é fundamental para entender o que Saviani quis dizer quando enunciou que os dominados precisam dominar o que os dominantes dominam.

Os conteúdos são fundamentais e, sem conteúdos relevantes, conteúdos significativos, a aprendizagem deixa de existir, ela se transforma num arremedo, ela se transforma numa farsa. Parece-me, pois, fundamental que se entenda isso e que, no interior da escola, nós atuemos segundo essa máxima: a prioridade de conteúdos, que é a única forma de lutar contra a farsa do ensino. Por que esses conteúdos são prioritários? Justamente porque o domínio da cultura constitui instrumento indispensável para a participação política das massas. Se os membros das camadas populares não dominam os conteúdos culturais, eles não podem fazer valer os seus interesses, porque ficam desarmados contra os dominadores, que se servem exatamente desses conteúdos culturais para legitimar e consolidar a sua dominação. Eu costumo, às vezes, enunciar isso da seguinte forma: o dominado não se liberta se ele não vier a dominar aquilo que os dominantes dominam. Então dominar o que os dominantes dominam é condição de libertação (SAVIANI, 2007, p. 61).

É importante deixar claro que o termo “dominar” está relacionado à apropriação que, segundo Davidov (1988), significa reproduzir em si as capacidades humanas formadas historicamente. Além disso, a citação acima ainda nos apresenta um outro ponto relevante a ser discutido: os conteúdos.

## **1.2 CONTEÚDOS ESCOLARES: O CLÁSSICO QUE NÃO ENVELHECE**

No que se refere aos conteúdos, temos que discutir sobre sua natureza, quais destes são fundamentais e por quais motivos são considerados importantes. A informação primeira é que não se trata de qualquer conteúdo, mas sim dos conteúdos ditos clássicos, no qual clássico tem a ver com o que é essencial, não fazendo referência ao que é tradicional e também nada tem a ver com o oposto do que é moderno (SAVIANI, 2011). Sendo assim, pode-se inferir que os conteúdos clássicos são aqueles fundamentais para

construir as bases de cada ciência, das artes e da filosofia, que resistiram ao tempo, pois é a partir destes conteúdos que cada uma delas se sustenta e tem a possibilidade de se desenvolver.

Quando falamos em conteúdos escolares estamos tratando do conhecimento organizado numa sequência lógica de modo que este faça sentido tanto para quem ensina quanto para quem aprende. Portanto, pensando na sua transmissão, esta sistematização intencional considera os níveis de complexidade dos conteúdos a serem abordados assim como os níveis de desenvolvimento do psiquismo dos sujeitos (MALANCHEN; ORSO, 2016). Assim sendo, são estes conhecimentos produzidos historicamente enquanto conteúdos significativos que compõem o currículo escolar para que seja feita a transmissão pelos professores aos alunos, na escola.

Os critérios utilizados para escolher os conteúdos e como fazê-lo encontra-se na discussão sobre os clássicos. Caso seja compreendida e reconhecida a importância destes, é justamente neles que está a “solução” para o problema, mas é preciso saber reconhecer os fundamentos do conhecimento e isso não é fácil, mas nós, enquanto educadores, devemos fazer o máximo para alcançar tal objetivo.

Contudo é preciso ter cautela ao defender a presença dos conteúdos no currículo, pois para algumas correntes educacionais isso pode soar como defesa ao conteudismo, ou seja, quanto mais conteúdo, melhor. Esta concepção está equivocadamente relacionada à Pedagogia Histórico-Crítica, uma vez que advogar a favor dos conteúdos clássicos não quer dizer que a finalidade é preencher as aulas de assuntos sem sentido e apresentá-los de maneira mecânica. O problema está justamente na tentativa de esvaziar a escola de conteúdo e tornar a formação cada vez mais deficitária, fazendo com que a escola perca sua finalidade de transmitir às próximas gerações o saber sistematizado já produzido pela humanidade. Segundo Pereira e Urt (2013), a escola é responsável por disseminar o saber científico, divulgando o que há de mais desenvolvido pela humanidade para que os sujeitos tenham a possibilidade de desenvolver o pensamento crítico, compreender as relações de poder existentes e então confrontá-las. Assim sendo, será a partir da apropriação desses conteúdos no seu movimento histórico que essas características se farão presentes. Portanto, esvaziar a escola de conteúdo significa esvaziá-la de humanidade.

Vale ressaltar também que a presença de conteúdos não garante e não dará conta sozinha das transformações da sociedade, no entanto a ausência deles muito menos. De acordo com Martins (2011):

A ênfase na transmissão dos conhecimentos clássicos, tal como postulado pela pedagogia histórico-crítica, não perde de vista que a teoria, por si mesma, não transforma a realidade. Mas também não perde de vista que essa transformação exige a formação de indivíduos aptos a fazê-lo. Se, por um lado, a construção do conhecimento está diretamente ligada à atividade, esta, por si mesma, não é suficiente para engendrar a formação daquele. A atividade cognoscitiva e teleológica requer o registro e conservação das objetivações históricas e, ao mesmo tempo, a comunicação educativa entre os homens pelas quais se realizam as apropriações de tais objetivações. Ou seja, demanda condições sociais de transmissão, demanda ensino! (MARTINS, 2011, p. 12).

Para garantir o máximo desenvolvimento da humanidade do sujeito em relação àquilo que já produzimos no gênero humano é indispensável que todos tenham acesso ao saber elaborado e a escola é o lugar, por excelência, que deve propiciar a aquisição deste tipo de conhecimento e para isto, como dito por Martins, o ensino é indispensável. Ensinar implica em transmitir os conhecimentos historicamente desenvolvidos e acumulados, pois sem esse processo estaríamos reinventando a roda a cada geração. Além disso, é importante esclarecer que o termo *transmissão* nada tem a ver com ação mecânica, como se o que estivesse na cabeça do professor fosse passado exatamente igual para o aluno numa atitude passiva, como se ele fosse mero receptor de informações.

Ao tratar sobre escola e educação escolar, faz-se necessário discutir sobre a especificidade do trabalho educativo que é o “ato de produzir, direta e intencionalmente, em cada indivíduo singular, a humanidade que é produzida histórica e coletivamente pelo conjunto dos homens” (SAVIANI, 2011, p. 2). Portanto, estamos falando mais uma vez sobre o papel da educação na formação do sujeito, pois ela tem como função identificar os elementos culturais que serão passados para as futuras gerações, além de pensar e pôr em prática as formas mais adequadas para alcançar tal objetivo.

Chamemos atenção para aquilo que é considerado “elemento cultural” imprescindível para as futuras gerações aprenderem. Referimo-nos ao “essencial”, não ao que é secundário, ou melhor, trata-se do que é “clássico”, categoria já discutida anteriormente. Logo, a defesa pelos clássicos deve acontecer de maneira sistematizada e estará garantida, portanto, por via escolar. Assim sendo, a escola existe não para divulgar o saber não elaborado ou o senso comum, porque o dia-a-dia já dá conta desse tipo de



conhecimento, uma vez que este tem a ver com a prática e se aprende independentemente da escola. Não quero com esta afirmação desconsiderar o conhecimento espontâneo, mas deixar claro que se presumimos a importância da escola não podemos considerar qualquer conhecimento como válido já que ele não é sistematizado, clássico e elaborado de forma intencional para ser compreendido pelo outro a partir do ensino.

Quando se trata do que é clássico para a matemática e fundamental para os processos de ensino e aprendizagem da mesma, o conteúdo de Função mostra a sua importância. A noção de Função está presente desde as questões mais fundamentais, como nas operações de contagem, até elementos que se apresentam em questões mais avançadas como em cálculos infinitesimais e probabilidade (PONTE, 1990). Vejamos o que Ponte fala sobre o papel da Função na matemática:

O conceito de função é justamente considerado um dos mais importantes de toda a Matemática. O ponto, a recta e o plano eram os elementos de base da Geometria Euclidiana, a teoria dominante desde o tempo dos Gregos até a Idade Moderna. As noções de função e derivada constituem a partir de então o fundamento do Cálculo Infinitesimal, a nova teoria que acabou por se revelar capital no desenvolvimento da Matemática Contemporânea (PONTE, 1990, p.3).

Assim como existiam elementos fundamentais para entender e explicar a Geometria Euclidiana, as noções de Função revelaram-se elementares para a compreensão das relações entre entes, também conhecidos como variáveis, e, em conjunto com os conhecimentos de derivada, tornou-se basilar para o Cálculo Infinitesimal. Mas quando pensamos no conteúdo Função para o ensino básico, o que geralmente é discutido são as expressões analíticas e as curvas que as representam graficamente, além das relações entre conjuntos (ROQUE, 2012, p. 369). Daí aparecem conceitos como domínio, contradomínio e imagem, por exemplo.

Segundo Roque (2012), até certo ponto, os babilônicos e egípcios já possuíam alguma ideia de Função, pois em algumas tabelas foi possível encontrar registros de correspondências entre números e operações relacionadas a esses números. Então esse seria um vestígio da origem das noções de Função? Mais uma vez, Roque nos informa que para estes povos ainda faltava um componente essencial para a elaboração do conceito de Função: a variação, incorporada formalmente no século XIX.

O estudo da variação por meio de leis matemáticas se deve em grande parte ao desenvolvimento da física pós-Galileu. A ideia de uma variação em função do tempo é fundamental em seus trabalhos, onde já encontramos uma certa noção no sentido de uma associação entre duas grandezas que variam, dada por uma proporção geométrica. Uma função pode ser vista justamente como uma relação entre duas grandezas que variam. (...)

Quando falamos de função, pensamos em duas grandezas que variam de modo correlato. Observamos, na natureza, algo que muda, que varia, e buscamos alguma outra coisa que varie, à qual a variação observada inicialmente possa se relacionar. (ROQUE, 2012, p. 371).

Como podemos ver, a concepção de Função está intimamente relacionada com a física, ou seja, presente na natureza. A ideia de “trajetória”, relacionando movimento e uma curva, e que pode ser expressa por meio de uma equação, pode ser um ponto de partida para trazer a noção de Função para a sala de aula. Porém, o mais comum é começar a estudar Funções pelas relações entre conjuntos e seus elementos, em que são apresentados os conjuntos domínio, contradomínio e imagem de uma dada Função, exibindo aos estudantes a noção de variáveis dependente e independente (MENNA BARRETO, 2008). Às vezes, a Função em si é deixada em segundo plano, pois enfatiza-se apenas a resolução das expressões algébricas, desconsiderando as relações intrínsecas existentes entre os entes que compõem a situação.

A discussão sobre como apresentar o conteúdo de Função é relevante, mas mostrar como a humanidade caminhou em direção à síntese deste conteúdo a partir das necessidades sociais é tão importante quanto a forma pela qual ele será apresentado. Um possível modo de trazer as necessidades sociais é através da história, deixando evidente que, como dito por Ponte (1990), trata-se de um processo longo e delicado, mas que precisa ser discutido na sala de aula porque entender a origem e o desenvolvimento deste conceito pode nos ajudar a compreender melhor sua relação com a natureza e seus fenômenos.

Um dos principais problemas ao lidar com conceitos matemáticos é que eles “brotam” durante as aulas, surgem, muitas vezes, de maneira pronta, são apresentados para os estudantes como se fossem algo natural, algo dado. Este caráter de elaboração da matemática pode aproximar os estudantes e os professores dos conteúdos e facilitar os processos de ensino e de aprendizagem, mostrando-lhes que a composição de conceitos e fundamentos passam por processos que demandam tempo, revisitações, progressos, retrocessos, construção e desconstrução.

Para fins didáticos, temos que ter cuidado ao tratar de todas estas nuances, uma vez que as motivações históricas que surgiram para o aprimoramento dos conteúdos podem e devem estar em sala de aula, porém os professores deverão avaliar de maneira crítica como e quais ideias serão apresentadas aos seus alunos (ZUFFI, 2016). É importante salientar que não se trata de querer reproduzir o momento histórico, pois sabemos que isso não é possível e seria anacrônico defender tal postura. Trata-se, na verdade, de reproduzir os traços essenciais do conhecimento que esteja relacionado com o objeto de estudo. Duarte (2013) ajuda-nos a entender um pouco mais essa ideia, afirmando que:

Estava claro que não se tratava de reproduzir a história daquele conhecimento em todos os seus detalhes, avanços e recuos, zigue-zagues etc. Nesse sentido, propunha a utilização do conceito de etapas essenciais. Tais etapas seriam detectadas por meio da relação entre o processo e o produto, entre o lógico e o histórico (DUARTE, 2013, p. 43).

Além de não se tratar de copiar e percorrer os mesmos caminhos do momento histórico em questão, também não estamos falando de qualquer história. Duarte (2013) esclarece sobre as características de qual história estamos falando:

A atividade a ser reproduzida, em seus traços essenciais, pelo sujeito que se apropria de um produto da história humana, não é necessariamente a atividade de produção, mas, muitas vezes, a de utilização. Para utilizar adequadamente um martelo, a pessoa deverá reproduzir as operações próprias ao uso desse instrumento, às suas funções. Deverá, por exemplo, segurar o martelo pelo cabo. (...) Torna-se bastante evidente, nesse exemplo, a relação entre a apropriação do instrumento e a história da sua criação, da sua utilização e, conseqüentemente, das transformações pelas quais passou (DUARTE, 2013, p. 42).

Sendo assim, o processo de elaboração do conceito deve ser revelado nas atividades de ensino, respeitando seu aspecto lógico-histórico, pois isso possibilitará a compreensão, nesse caso, da Matemática como uma produção humana. Além disso, a perspectiva histórica “é considerada na atividade orientadora de ensino como uma das formas de perceber o processo histórico-cultural do conceito” (MOURA et al., 2010), ou seja, é entender o conceito dentro de uma dimensão histórico-cultural e como o ser humano buscou respostas para sanar seus problemas, dentro de suas necessidades objetivas.

Portanto, trazer uma discussão histórica sobre a necessidade da humanidade em sistematizar algo que traga consigo características que apontam para o que hoje chamamos de Função pode se configurar como uma estratégia de ensino.

A análise histórica, então, vem nos auxiliar a compreender que a criação em Matemática não se dá em um momento único. Há fatores socioculturais influenciando fortemente essa criação, todos dependendo dos problemas que as sociedades de cada época propõem como relevantes, juntamente com a comunidade científica. Da mesma maneira, na sala de aula, a elaboração das ideias matemáticas depende de problemas levantados pelos alunos e pelo professor, bem como das formas de expressão, através da linguagem matemática, com as quais essas ideias são abordadas (ZUFFI, 2016, p. 2).

Baseado nessa ideia de apresentar os nexos entre o lógico e o histórico para alguns conceitos a serem ensinados, neste caso, o conceito de Função, Moura e Lanner de Moura (1998) propõem como uma estratégia didática/recurso metodológico, a *história virtual do conceito*. A história virtual é definida como

(...) uma narrativa que proporciona ao estudante envolver-se na situação de um problema como se fosse parte de um coletivo que busca solucioná-lo, tendo como fim a satisfação de uma determinada necessidade, à semelhança do que pode ter acontecido em certo momento histórico da humanidade (MOURA et al, 2016, p. 120).

A história virtual do conceito deixa o estudante diante de uma situação-problema similar à vivida, de forma genérica, pelo ser humano, ou seja, o estudante será exposto à(s) situação(ões) histórica(s) pelas quais a humanidade passou, levando em consideração a necessidade de tal conceito. Para ilustrar mais claramente o que seria a história virtual, tomemos como exemplo a história virtual do conceito de “contagem por agrupamento” apresentado por Moura e colaboradores (2010), em que os estudantes deveriam pensar como um pastor poderia contar uma quantidade de ovelhas com uma quantidade de pedras menor do que o número de ovelhas. Neste caso, seria necessário trabalhar com contagem por agrupamento e isso levaria os alunos a pensar o conceito em relação ao seu processo histórico, levando-os a um problema vivido pela humanidade para saber controlar quantidades, no qual pretendia-se controlar a produção de bens da época. A relação que existe nesse caso entre o objeto que conta (as pedras) e o objeto contado (as ovelhas) ficou menor, pois não existe mais a relação de um para um, o que deixa claro a importância do objeto que conta, princípio fundamental para o conceito de valor posicional. Desta forma, esse problema, que envolve a história virtual do conceito de

contagem por agrupamento, considera a essência do próprio conceito. O objetivo é a compreensão das suas características, os seus símbolos, os seus conceitos essenciais e ao entenderem os princípios gerais os sujeitos serão capazes de trabalhar com as variações particulares.

A partir do que foi exposto, juntamente às suas respectivas explicações e justificativas, temos como objetivo discutir o processo de apropriação na sala de aula do conteúdo de Função a partir de histórias virtuais.

Para melhor compreender como o estudo está configurado a partir do objetivo desta pesquisa, nos próximos capítulos serão apresentadas as relações entre ele e o referencial teórico, neste caso, a Psicologia Histórico-Cultural (PsiHC), no qual serão discutidas a formação do sujeito a partir da categoria “trabalho”, as funções psicológicas elementares e superiores, a relação entre as funções psicológicas com o desenvolvimento e a aprendizagem dos sujeitos, como se dá o desenvolvimento do pensamento a partir das ideias de Davidov e, para finalizar este capítulo, da Teoria da Atividade de Leontiev. No capítulo seguinte, apresentar e discutir sobre Atividade Orientadora de Ensino (AOE), seguindo com a História Virtual e a presença da mesma na sala de aula, findando com uma discussão mais aprofundada sobre Função.

O quarto capítulo trará as discussões metodológicas da pesquisa, bem como a elaboração de uma tarefa, seus motivos e a finalidade da mesma. Sendo assim, o estudo metodológico nos ajudará a compreender como serão feitas a coleta e a análise de dados.

No penúltimo capítulo serão feitas as análises dos dados e apresentados os resultados e, no sexto e último capítulo, a conclusão da pesquisa apontando para estudos futuros.

## 2 ELEMENTOS DA PSICOLOGIA HISTÓRICO-CULTURAL (PsiHC)

Como anunciado anteriormente, o presente capítulo discutirá alguns fundamentos da Psicologia Histórico-Cultural (PsiHC), tratando da formação do sujeito e como o **trabalho** é essencial para definir/caracterizar o homem; a partir deste apanhado, serão abordadas as funções psicológicas elementares e superiores, e então relacioná-las com o desenvolvimento e a aprendizagem dos sujeitos. Além disso, a partir de Davidov, será tratado o desenvolvimento do pensamento conceitual, articulando essas ideias à Teoria da Atividade de Leontiev.

Para melhor entendermos qual a relação entre a formação do sujeito e o trabalho, temos que deixar claro que a definição de **trabalho** assumida aqui não é aquela comumente utilizada no dia-a-dia, no qual o ser humano oferece sua mão-de-obra em troca de salário. A nossa compreensão sobre este termo fundamenta-se na teoria marxiana, em que o homem realiza trabalho na sua relação com a natureza, transformando-a e, então, transformando a si mesmo, como podemos ver quando Lessa e Tonet (2011) afirmam que

O único pressuposto do pensamento de Marx é o fato de que os homens, para poderem existir, devem transformar constantemente a natureza. Esta é a base ineliminável do mundo dos homens. Sem a sua transformação, a reprodução da sociedade não seria possível. (LESSA; TONET, 2011, p. 17).

Quando Lessa e Tonet afirmam que o homem deve ir continuamente à natureza e transformá-la, significa que nós dependemos dela para reproduzir a nossa existência, mas os processos e leis que a regem não se aplicam da mesma forma na sociedade. Ou seja, é condição necessária a reprodução biológica de cada sujeito para se ter uma sociedade, mas não é suficiente, uma vez que fatores sociais também são fundamentais para sua construção – por exemplo, os sentimentos humanos e a luta de classes. Por esse motivo, podemos entender o porquê dos seres humanos serem denominados como seres sociais.

Sob a perspectiva marxista, o tecer de teias pelas aranhas, assim como a construção de colmeias pelas abelhas, não se configuram em trabalho, pois a organização e o modo como essas atividades são executadas são estabelecidas geneticamente. Em outras palavras, as aranhas e abelhas vêm realizando suas funções quase da mesma maneira há muito tempo, uma vez que a execução de suas atividades é geneticamente determinada (LESSA; TONET, 2011).

Em se tratando dos homens, a maneira como a mudança na natureza acontece não vem através da informação genética. Ainda segundo Lessa e Tonet (2011), o ser humano imagina uma ação para depois colocá-la em prática; isso significa que o homem é capaz de pensar sobre alguma atividade para então executá-la<sup>4</sup>. Este processo envolve um objetivo material e uma intencionalidade, ponto fundamental quando falamos da relação entre o homem e a natureza.

Para compreender o que são prévia-ideação e objetivação, utilizarei um exemplo. Digamos que alguém esteja precisando abrir um coco verde para beber a água, e para alcançar tal objetivo ele pode jogar o coco no chão, criar um machado ou sentar nele para fazer pressão. Sabendo dessas opções, esta pessoa pensa como seria executar cada uma delas e ao analisar o que aconteceria em cada situação escolhe criar um machado para abrir a fruta.

Neste exemplo, imaginar qual seria o resultado ao pôr em prática cada uma das alternativas, optando pela construção do machado é o que chamamos de prévia-ideação, uma vez que a “(...) antecipação na consciência do resultado provável de cada alternativa possibilita às pessoas escolherem aquela que avaliam como a melhor” (LESSA; TONET, 2011, p. 18). Além disso, ao construir o machado estamos criando algo novo – a partir da união de pedra, pedaço de madeira e cipó, por exemplo, numa determinada configuração – agindo objetivamente sobre a natureza e, portanto, transformando-a. A conversão da prévia-ideação em algo concreto é a objetivação.

O resultado do processo de objetivação é, sempre, alguma transformação da realidade. Toda objetivação produz uma nova situação, pois tanto a realidade já não é mais a mesma (em alguma coisa ela foi mudada) quanto também o indivíduo já não é mais o mesmo, uma vez que ele aprendeu algo com aquela ação. (LESSA; TONET, 2011, p. 11).

O que podemos inferir é que os sujeitos se formam à medida em que o mundo objetivo é construído, uma vez que os homens se modificam ao transformarem a natureza, adquirindo novos conhecimentos e aptidões. Essas situações vão se complexificando cada vez mais, ao surgirem novas necessidades e novas formas de responder a essas necessidades. Esse movimento leva o homem a novos conhecimentos que, então, farão parte do patrimônio da humanidade.

---

<sup>4</sup>Chamaremos o processo de criação de ideias de “prévia-ideação”, assim como o processo de materialização dessas ideias de “objetivação”.

Porém, é importante frisar que o desenvolvimento da humanidade não se deu de um dia para o outro e, como dito anteriormente, o processo de hominização foi possível devido à organização da sociedade a partir do trabalho. Por isso que reafirmamos as diferenças entre o desenvolvimento animal e o humano, baseados em leis biológicas e em leis histórico-culturais, respectivamente. Leontiev (2004) nos ajuda a compreender em linhas gerais o curso de tais mudanças quando diz que:

Trata-se de um longo processo que compreende toda uma série de estágios. O primeiro estágio é o da *preparação* biológica do homem. Começa no fim do terciário e prossegue no início do quaternário. Os seus representantes, chamados de australopitecos, eram animais que levavam uma vida gregária; conheciam a posição vertical e serviam-se de utensílios rudimentares, não trabalhados; é verossímil que possuíssem meios extremamente primitivos para comunicar entre si. Neste estágio reinavam ainda sem partilha as leis da biologia. O segundo estágio que comporta uma série de grandes etapas pode designar-se como o da *passagem* ao homem. Vai desde o aparecimento do pitecantropo à época do homem de Neanderthal inclusive. Este estágio é marcado pelo início da fabricação de instrumentos e pelas primeiras formas, ainda embrionárias, de *trabalho* e de *sociedade*. A formação do homem estava ainda submetida, nesse estágio, às leis biológicas, quer dizer que ela ainda continuava a traduzir-se por alterações anatômicas, transmitidas de geração em geração pela hereditariedade. Mas ao mesmo tempo, elementos novos apareciam no seu desenvolvimento. Começavam a produzir-se, sob a influência do desenvolvimento do trabalho e da comunicação pela linguagem que ele suscitava, modificações da constituição anatômica do homem, do cérebro, dos seus órgãos dos sentidos, da sua mão, dos órgãos de linguagem: em resumo, o seu desenvolvimento biológico torna-se dependente do desenvolvimento da produção. Mas a produção é desde o início um processo social que se desenvolve segundo as suas leis objetivas próprias, leis sócio-históricas. A biologia pôs-se, portanto, a “inscrever” na estrutura anatômica do homem a “história” nascente da sociedade humana (LEONTIEV, 2004, p. 280-281, grifo do autor).

O que podemos inferir a partir dessa fala é que o homem não nasce homem, ele se modifica o tempo todo e só pode ser considerado homem, de fato, dentro de relações sociais. Segundo Leontiev (2004, p. 292), existe “uma aptidão que apenas o distingue fundamentalmente dos seus antepassados animais: a aptidão para formar aptidões especificamente humanas”, reafirmando o caráter social e histórico do desenvolvimento psicológico. Contudo, nada disso seria possível se não houvesse um aparato biológico que lhe permitisse se desenvolver dentro dessas relações, portanto as mudanças anatômicas foram importantes para chegarmos no estágio de desenvolvimento em que estamos. Em contrapartida, se o trabalho não existisse muito dificilmente estaríamos nesse nível de desenvolvimento social, ou seja, o corpo (base material) e o desenvolvimento estão relacionados e são dependentes.



Ao falarmos sobre desenvolvimento do psiquismo e suas relações com o corpo, é comum pensar no cérebro, já que é “nele” que acontecem as sínteses daquilo que foi apreendido. Porém, não defenderemos a corrente localizacionista cerebral que tentou designar locais específicos no cérebro para as funções psíquicas, como os centros específicos de escrita, de fala, de cálculo, entre outros, estabelecendo um “mapa sinótico localizado”, no qual áreas limitadas do córtex cerebral seriam responsáveis por determinadas funções psíquicas (MARTINS, 2013). Mas não podemos negar a importância desse tipo de estudo, pois ele foi um dos pioneiros na tentativa de desvincular os processos psíquicos de algo espiritual, relacionando, então, desenvolvimento com uma base material orgânica. Contudo, os trabalhos de Vigotski (1995; 2001) não negaram a sofisticação do cérebro devido ao desenvolvimento ontogenético do homem, mas mostraram que apenas essa base por si só não garante a expressão “dos comportamentos complexos pressupostos na atividade consciente e arbitrada” (MARTINS, 2013, p. 64), compreendendo o psiquismo como sistema funcional.

Para Vigotski o maior problema da psicologia tradicional foi a tentativa de fazer a análise psicológica, tanto estrutural quanto funcional, a partir da análise dos elementos que a compõem, sem perceber que todos esses elementos juntos compõem algo de natureza diferente de suas partes. O exemplo utilizado para ilustrar o problema da decomposição é o da água ( $H_2O$ ), no qual não basta saber todas as características dos elementos, com quais outros elementos o hidrogênio e o oxigênio reagem para saber as propriedades da água, isto é, as propriedades dos elementos não são suficientes para explicar as propriedades da molécula. Ou seja, apenas a análise das partes não é o bastante para compreender a totalidade, e essa conclusão também é válida para questões que envolvem a psicologia. Sendo assim, um outro tipo de organização foi feita, fazendo agora a segmentação por unidades, no qual entendemos como sendo “(...) o resultado da análise que, diferentemente da dos elementos, dispõe de todas as propriedades fundamentais características do conjunto e constitui uma parte viva e indivisível da totalidade” (Vigotski, 2001, p. 19).

Segundo Vigotski, a utilização do método da unidade foi importante para se pensar nas possibilidades para os problemas das relações e conexões interfuncionais, que até então a psicologia não havia conseguido solucionar através da análise por elementos. Este novo método o fez perceber que o dado essencial para entender o psiquismo como sistema interfuncional é o **signo**, e designando a **palavra** como o “signo dos signos”, pois

ela é “a unidade de análise nuclear no estudo do comportamento complexo” (MARTINS, 2003, p. 67).

Para discutir o conceito de signo faz-se necessário diferir os modos como o psiquismo se manifesta, seja de forma natural ou instrumental. Os modos de ordem natural foram denominados de funções psicológicas elementares, resultantes do processo de evolução biológica, sendo encontradas nos homens e nos animais superiores; já os segundos são chamados de funções psicológicas superiores, e são produtos da evolução histórica e específicas dos humanos, resultado do seu desenvolvimento social (MARTINS, 2014). Os humanos que possuem todas as suas características psicológicas preservadas são dotados dos seguintes processos funcionais: sensação, percepção, atenção, memória, linguagem, pensamento, imaginação, emoção e sentimento<sup>5</sup>.

A relação entre as funções psíquicas e o signo se dá a partir das mudanças no comportamento humano, uma vez que o signo se interpõe entre o estímulo do ambiente e a resposta da pessoa. Segundo Martins (2014):

O signo, então, opera como um estímulo de segunda ordem que, retroagindo sobre as funções psíquicas, transforma suas expressões espontâneas, naturais, em expressões volitivas, culturais. As operações que atendem aos estímulos de segunda ordem conferem novos atributos às funções psíquicas, e por meio delas o psiquismo humano adquire um funcionamento qualitativamente superior e liberto tanto dos determinismos biológicos quanto do contexto imediato de ação. (MARTINS, 2014, p. 46).

O significado do papel do signo no comportamento humano só pode ser encontrado na função instrumental que ele assume, pois este é compreendido como meio auxiliar na solução de tarefas psicológicas promovendo a transformação psíquica estrutural, evidenciando o papel do signo como **mediador**.

Mediar não é utilizado como sinônimo de “elo”, o signo não é aquele que “liga” o sujeito ao conhecimento; ele é compreendido como a “interposição que provoca transformações, encerra a intencionalidade socialmente construída e promove desenvolvimento; enfim, uma condição externa que, internalizada, potencializa o ato de trabalho, seja ele prático ou teórico” (MARTINS, 2014, p. 47), transformando os próprios sujeitos. Sendo assim, o homem conseguiu dominar a si mesmo através do uso dos signos, bem como conseguiu dominar a natureza a partir do trabalho.

---

<sup>5</sup> Para entender melhor sobre processos funcionais e seu desenvolvimento, ler Martins (2013).

Em outras palavras, o psiquismo humano se dá dentro das relações do homem com a sociedade e seu desenvolvimento só pode ser entendido como resultado da internalização de signos. Isso quer dizer que concepções naturalizantes do psiquismo puderam ser contestadas, pois a partir de então afirmava-se a sua natureza social, admitindo a essencialidade da relação dialética estabelecida entre componentes internos e externos.

O desenvolvimento psicológico, assim concebido, só pode ser compreendido em seu movimento, na dinâmica que o institui como processo de evolução e revolução; isto é, como um processo não linear, no qual ocorrem rupturas, transformações profundas e saltos bruscos em direção a rumos qualitativamente mais evoluídos. Assim, no pensamento vygotkiano, revolução e evolução se integram e marcam não apenas a história do desenvolvimento social da humanidade como também a história cultural dos indivíduos. A peculiaridade fundamental desse processo reside no entrelaçamento e nas contradições instaladas entre dois processos: o cultural e o biológico. As possibilidades do desenvolvimento não se realizam automaticamente em virtude de um enraizamento biológico, mas, por decorrência da superação das contradições entre formas primitivas e formas culturalmente desenvolvidas de comportamento, cuja base estrutural não é outra senão a atividade mediadora, a utilização de signos externos a transmutarem-se como signos internos, configurando-se como meios, como ferramentas psíquicas, imprescindíveis ao desenvolvimento da consciência e da conduta complexa mediada por ela (MARTINS, 2014, p. 48).

Esse movimento de internalizar os objetos exteriores, ou seja, a maneira pela qual ocorre a compreensão do mundo para cada sujeito diz respeito à formação da imagem subjetiva da realidade objetiva. A realidade é dita objetiva porque ela existe independentemente da consciência dos homens; já a subjetividade deve-se ao fato de que a existência de cada sujeito circunscreve os alcances do seu psiquismo, portanto o desenvolvimento do psiquismo de diferentes pessoas ocorre de maneiras distintas. Logo, é preciso apresentar a “realidade” à humanidade, disponibilizando esse material das mais diversas formas, estabelecendo mediações mais abstratas das impressões concretas (MARTINS, 2014). E quando tratamos de disponibilizar e apresentar a realidade estamos falando que o desenvolvimento do psiquismo não acontece espontaneamente, mas sim ao ser estimulado e tensionando opostos, como por exemplo, as relações entre empírico e abstrato.

O processo de ensino é considerado um mobilizador do psiquismo ao promover no estudante o encontro dialético entre o conhecido e o desconhecido, que nada mais é do que um “embate” entre opostos: de um lado aquilo que ele não conhece e do outro aquilo

que ele quer conhecer. Mas será que os sujeitos podem aprender tudo a qualquer momento? Para responder a esta questão precisamos discutir as condições e correlações entre aprendizagem e desenvolvimento, uma vez que se faz necessário saber quais as condições para que a apropriação dos conhecimentos ocorra.

## 2.1 APRENDIZAGEM E DESENVOLVIMENTO

Vejamos a seguinte citação: “Um passo na aprendizagem, pode significar cem passos no desenvolvimento” (VIGOTSKI, 2009, p. 303). O que Vigotski e a psicologia histórico-cultural defendem é que a aprendizagem antecede o desenvolvimento dos processos funcionais psicológicos, ou seja, que a aprendizagem suscitará o desenvolvimento psíquico. É no processo de aquisição do que ainda não é conhecido que, do ponto de vista do psiquismo, os sujeitos podem se desenvolver; isso quer dizer que os processos de aprendizagem e desenvolvimento não coincidem, como podemos notar no exemplo de Vigotski:

É costume começar a ensinar a somar antes de ensinar a dividir. Existe certa sequência interior na exposição de todos os dados e conhecimentos aritméticos. Mas, do ponto de vista do desenvolvimento, momentos isolados e etapas isoladas desse processo podem ter valores inteiramente diversos. Pode acontecer que a primeira, a segunda, a terceira e a quarta etapas da aprendizagem da aritmética tenham importância secundária para o desenvolvimento do pensamento aritmético, e só aí pela quinta etapa verifique-se alguma coisa para o desenvolvimento. Aqui a curva subiu acentuadamente e talvez tenha avançado em comparação com uma série de etapas subsequentes do processo de aprendizagem que já serão apreendidas de modo inteiramente diverso das anteriores. Neste ponto da aprendizagem ocorreu uma reviravolta no desenvolvimento. Se o curso do desenvolvimento coincidissem inteiramente com o curso da aprendizagem, então cada momento dessa aprendizagem teria idêntica importância para o desenvolvimento e as duas curvas coincidiriam. (VIGOTSKI, 2009, p. 323).

Se primeiramente se aprende para que então haja desenvolvimento, é possível ensinar qualquer coisa para as crianças em qualquer idade? Segundo Vigotski (2009), só é possível ensinar aquilo que pode ser imitado numa atividade colaborativa guiada pelo adulto ou pelo par mais capaz. Vale ressaltar que não estamos falando de qualquer imitação, mas daquela que “possibilita ao aprendiz a reprodução dos traços essenciais do conhecimento que está sendo estudado” (DUARTE, 2007, p. 95), não simplesmente a reprodução mecânica de algum conceito ou fórmula. O que os sujeitos fazem ao imitar nada mais é do que uma recriação e não a simples cópia daquilo que vivenciaram, uma vez que eles estão se apropriando dos conhecimentos historicamente acumulados, transformando-se e transformando tais conhecimentos.

É importante destacar que a imitação pode ser compreendida num **sentido restrito**, como um aspecto mecânico, de cópia do real, que contribui para a acumulação do conhecimento, para a formação de habilidades. Vigotski não descarta a possibilidade de que existam momentos em que a imitação se torne meramente um fazer mecânico, mas procura expandir este sentido restrito para um **sentido amplo**, onde a imitação é a base sobre a qual ocorre a apropriação do conhecimento e o desenvolvimento do ser humano, isto se for compreendida na perspectiva sócio-histórica, com uma atividade humana carregada de intencionalidade e de elaboração intelectual. Existindo, então uma unidade dialética entre a imitação mecânica e a imitação intelectual. (FERNANDES, 2007, p. 4, grifo do autor).

Como assumido desde o início, a perspectiva que fundamenta a nossa pesquisa é a histórico-cultural, portanto coaduna com a imitação no seu sentido mais amplo, e reconhece que o processo de aprendizagem passa por esse caminho. Logo, compreende que a imitação é intrínseca ao processo de aprendizagem, que não está apartada das múltiplas determinações, sejam históricas ou culturais.

Sabendo da importância da imitação para a aprendizagem e desenvolvimento, apresentamos dois conceitos importantes utilizados nas pesquisas de Vigotski: nível de desenvolvimento real (NDR) e a zona de desenvolvimento próximo ou iminente (ZDP e ZDI, respectivamente). Enquanto o nível de desenvolvimento real está relacionado com aquilo que a pessoa já consegue fazer sem ajuda, a zona de desenvolvimento iminente<sup>6</sup> corresponde ao que a pessoa consegue fazer apenas com o par mais capaz e que futuramente conseguirá fazer sozinha (VIGOTSKI, 2009).

Sendo assim, como a principal responsável pela aquisição dos conhecimentos científicos, a escola deve exigir mais do que a criança é capaz de fazer no momento e então basear a sua prática, principalmente, naquilo que ainda não está fixado e que pode acontecer por imitação. Se acontece por imitação, existe um ser mais capaz o qual a criança vai imitar, seja o colega que sabe mais ou o professor. Porém, deixemos claro que, por excelência, no ambiente escolar, é o professor o par mais capaz, pois será ele quem promoverá o máximo desenvolvimento de maneira específica e voluntária, já que é ele quem deve ter os conhecimentos científicos, sistematizados e de relevância social. Desta forma, é o professor o responsável por tentar aproximar o estudante do conhecimento do qual ele ainda não possui total compreensão, fazendo com que aquilo

---

<sup>6</sup> Utilizamos a tradução Zona de Desenvolvimento Iminente (ZDI) por entendermos que Zona de Desenvolvimento Proximal, ou ainda Zona de Desenvolvimento Imediato, não representam tão bem a ideia de que existe um desenvolvimento em vias de acontecer, que pode se efetivar ou não, e isso depende da colaboração de outras pessoas para o amadurecimento de algumas funções intelectuais. Porém, por si só, a existência dessa pessoa não garante tal amadurecimento (Prestes, 2012).

que antes “pertencia” à zona de desenvolvimento iminente passe a fazer parte do nível de desenvolvimento real.

Além disso, o professor é o responsável por eleger, estudar, organizar e recriar os conceitos que se pretende que os estudantes se apropriem. Essas operações são baseadas nos objetivos de ensino, que se traduzem, basicamente, nos conteúdos que devem ser apropriados no ambiente escolar. Além disso, é preciso ter clareza que todo conhecimento deve sempre exigir mais do que o sujeito pode dar, ou seja, cada estudante “desenvolve uma atividade que a obriga a colocar-se acima de si mesma” (FERNANDES, 2007, p. 7). Isso significa que o professor deve ensinar o que pode ser aprendido em colaboração, a partir da imitação, e não aquilo que os estudantes são incapazes de aprender ou aquilo que já fazem sozinhos.

Além disso, é sabido que há vários modos de aproximar os conteúdos dos estudantes, mas, independente da forma, a finalidade é fazer com que eles aprendam para além do conteúdo dado, remetendo seu pensamento para uma nova qualidade que lhe permita lidar com outras questões que não são imediatas. Aprender algo é também compreender a gênese do conceito (MOURA et al, 2010). O que Moura e colaboradores (2010) querem dizer é que é preciso explicitar como e por que a humanidade construiu determinado conceito, quais problemas e necessidades humanas surgiram em determinada atividade, como foram elaboradas as soluções no movimento lógico-histórico, enfim, a sua essência.

Para se apropriar dos objetos ou dos fenômenos que são o produto do desenvolvimento histórico, é necessário desenvolver em relação a eles uma atividade que reproduza, pela sua forma, os traços essenciais da atividade encarnada, acumulada no objeto (LEONTIEV, 1978, p. 269).

Mais uma vez, reafirmamos a importância do papel da escola ao tentar aproximar os sujeitos dos objetos a partir de atividades elaboradas com foco nos seus traços essenciais. Para tanto, a escola deve desenvolver modalidades de pensamento particulares buscando questões que vão para além do cotidiano, como aquelas relacionadas aos conhecimentos científicos e aos conceitos relacionados ao senso comum voltado às questões pragmáticas. Para tratar desses aspectos, abordaremos a formação de conceitos e o desenvolvimento do pensamento conceitual a partir das ideias de Davidov.

## 2.2 FORMAÇÃO DE CONCEITOS E DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO CONCEITUAL

O desenvolvimento do pensamento humano, segundo Davidov (1988), é caracterizado pela ideia de abstração, generalização e formação de conceitos, num movimento que parte da percepção e vai até o conceito, ou seja, inicia-se “no plano concreto, sensorial, para o abstrato, imaginável” (OLIVEIRA, 2003, p. 30). Além disso, é necessário entender que há distinções entre pensamento empírico e pensamento teórico, e como é importante compreender o processo de mudança do pensamento empírico ao pensamento teórico.

A ascensão ao pensamento teórico talvez seja a mudança qualitativa mais avançada, em termos do desenvolvimento psicológico tipicamente humano, na direção de um constante aumento do controle do sujeito sobre si mesmo, da auto-regulação e da transcendência em relação ao mundo da experiência imediata. Uma primeira mudança qualitativa ocorre no processo de diferenciação entre animais e seres humanos, na transição da sensação para o pensamento, possibilitado principalmente pelo desenvolvimento da linguagem. Uma segunda mudança refere-se à mencionada transição (...) entre conceitos concretos, situacionais, e abstrata. Esta mudança pode distinguir as crianças dos adultos e também membros de diferentes grupos culturais. A emergência do pensamento teórico, por sua vez, está claramente relacionada com processos metacognitivos, em que a investigação acerca da natureza mesma dos conceitos e o domínio dos próprios processos de comportamento e pensamento promove um novo afastamento do sujeito com relação ao mundo da experiência. Esta terceira mudança está relacionada a práticas culturais específicas e pode ser associada à alfabetização, à escolarização e ao desenvolvimento científico. (OLIVEIRA, 2003, p. 30-31).

A inserção da criança na escola, como dito por Oliveira, aproxima a criança do “mundo real” afastando-a cada vez mais das manifestações empíricas experienciadas. É neste lugar que as crianças são apresentadas às formas mais desenvolvidas da consciência social e do pensamento teórico, é através dela que é possível conhecer os fundamentos da ciência e da arte, por exemplo. Segundo Davidov, a escola é o lugar responsável por promover a transição do pensamento abstrato empírico para o concreto teórico, a partir do uso e da construção de modelos, da história que envolve as disciplinas, das relações entre universal e particular. Portanto, o objetivo principal do processo de escolarização é o entendimento da realidade, e para tal é preciso que aconteça a ascensão do pensamento empírico para o pensamento teórico. Para entender esse processo de mudança, precisamos saber o que Davidov entende por pensamento:

Pensar significa inventar, construir 'na mente' o projeto idealizado (correspondente à finalidade da atividade, a sua idéia) do objeto real que

deve ser o resultado do processo laboral pressuposto... Pensar significa transformar, em correspondência com o projeto ideal e o esquema idealizado da atividade, a imagem inicial do objeto de trabalho em um outro objeto idealizado (DAVIDOV, 1986, p. 130).

Portanto, se pensar significa produzir na mente o objeto real podemos dizer que o que fazemos nada mais é do que formar a imagem subjetiva da realidade objetiva. Sendo assim, estamos a todo tempo reproduzindo objetos idealizados e suas relações, considerando o movimento lógico-histórico, sem perder de vista a sua base material. É nesse processo que o conceito surge como a forma de atividade mental reproduzindo “o objeto idealizado e o sistema de suas relações, que em sua unidade refletem a universalidade ou a essência do movimento do objeto material” (DAVIDOV, 1986, p. 135). Os conceitos então, como produto da história da humanidade, são apropriados pelos sujeitos, e não criados.

Mas em relação à ascensão, será que o pensamento parte do concreto em direção ao abstrato ou seria o procedimento inverso? De acordo com a dialética, devemos começar do abstrato em direção ao concreto, uma vez que a abstração leva à reprodução do concreto via pensamento. Porém, não estamos falando de qualquer abstração, mas aquela que reproduza o concreto a partir de uma abstração primeira em que estejam presentes propriedades características.

Em primeiro lugar, o conteúdo desta abstração deve corresponder à conexão historicamente simples do sistema integral, o qual em sua desmembração representa o concreto (os termos “conexão e “sistema integral” designam objetos de análise lógica e caracterizam quaisquer relações e sistemas reais). Em segundo lugar, no conteúdo desta abstração, devem estar refletidas as contradições da conexão simples do sistema, com cuja resolução este se converte em desmembrado (dividido). Em terceiro lugar, o conteúdo desta abstração deve refletir não só a conexão simples, mas também essencial do sistema estudado, cujo desmembramento sujeito à lei assegura, junto com isso, a unidade dos distintos componentes relativamente autônomos do sistema integral. **As propriedades da abstração podem ser resumidamente definidas assim: é a conexão historicamente simples, contraditória e essencial do concreto reproduzido.**(DAVIDOV, 1986, p. 151-152, grifo nosso).

Como Davidov explicitou, a abstração não está relacionada apenas à uma ideia ou algo fora da realidade concreta, mas possui relação com as condições históricas reais, e isso pode soar estranho num primeiro momento, já que estamos tratando de abstrações que são observáveis. O primeiro ponto a ser esclarecido é o conceito de abstrato: na lógica dialética, existem várias características que o definem, como “o abstrato é simples,



privado de diferenças, não desenvolvido. Estas características designam os aspectos do abstrato real com certa parte autônoma, apartada do todo” (DAVIDOV, 1986, p. 152). O abstrato e o concreto são faces de uma mesma moeda, fazem parte de todo objeto, são derivados da atividade mental, é o “momento da realidade material em permanente mudança” (DAVIDOV, 1986, p. 153).

Em suma, a relação entre concreto e abstrato não é definida por aquilo que é manipulável ou não. Analisar as categorias “particular” e “universal” é fundamental para compreender o conteúdo objetivo próprio do conhecimento. O conhecimento é dito abstrato quando o objeto é analisado a partir das suas partes, de maneira autônoma e isolada, independentemente dos exemplares concretos que existam, dos detalhes que o compõem. Já quando temos a situação inversa, ou seja, se tomamos o objeto numa totalidade, considerando sua essência, por mais que eles estejam representados por símbolos não muito utilizados comumente, estamos falando do conhecimento concreto. Por essas razões que entendemos que a ascensão do conhecimento parte do abstrato em direção ao concreto.

Sabemos que a discussão sobre concreto e abstrato no desenvolvimento do pensamento humano, como defendido por Davidov e pela psicologia histórico-cultural, está intimamente relacionada às condições materiais da existência humana. Compreendendo que existe uma relação entre a estrutura objetiva da atividade humana e a estrutura subjetiva da consciência, ou seja, entre a atividade material e a atividade da consciência (DUARTE, 2003), abordaremos a teoria da atividade para entendermos como os professores podem organizar suas atividades em sala de aula com o foco no desenvolvimento e na aprendizagem de conceitos.

## **2.3 TEORIA DA ATIVIDADE E O PENSAMENTO CONCEITUAL**

A teoria da atividade tem como principal precursor Leontiev, e para abordar tal assunto falaremos primeiramente sobre o conceito de atividade. Segundo Leontiev (2012) e Messeder Neto (2015), a atividade é um processo que se dá na relação do homem com o mundo e que se destina a atender a uma necessidade especial. Para a psicologia histórico-cultural é de suma importância entender a relação entre o sujeito e o mundo, já que o homem se torna homem a partir de suas vivências e da história que o cerca. Assim,

é a partir das atividades que o ser humano constrói o mundo, pois ao transformá-lo ele também transforma a si mesmo (MESSEDER NETO, 2015).

No entanto, não basta que o homem interaja com o mundo para que o processo seja considerado uma atividade. Por isso, podemos dizer que **atividade** é aquilo a que o processo envolvido se direciona quando este corresponde ao motivo (LEONTIEV, 2012). Ou seja, para que algo seja considerado atividade, do ponto de vista psicológico, é necessário que o objetivo da atividade coincida com o que faz o ser humano agir.

Outro termo importante para compreender a teoria da atividade é o de **ação**. “Ação é um processo cujo motivo não coincide com seu objetivo (isto é, com aquilo para o qual ele se dirige), mas reside na atividade da qual ele faz parte” (LEONTIEV, 2012, p. 69).

Para deixar mais claros os conceitos de atividade e ação, utilizaremos um exemplo de Leontiev (2012): um estudante estava lendo um livro para se preparar para uma prova de história, quando um colega o avisa que o que ele estava estudando não será necessário para tal exame. Sendo assim, o estudante poderia prontamente abandonar a leitura, assim como poderia continuá-la ou ainda desistir da leitura, mas com certo pesar, porque teria que estudar apenas o que efetivamente serve para o exame. Isso quer dizer que nos dois últimos casos, em que ele gostaria de permanecer lendo o livro de história, o conteúdo do livro foi o que estimulou a leitura, ou seja, o domínio do conteúdo do livro era o motivo para o qual ele lia. Podemos dizer, portanto, que neste caso a leitura do livro era uma atividade, pois o próprio conteúdo do livro o fazia ler.

Já no primeiro caso, o motivo da leitura do estudante era passar no exame. Portanto, neste caso, fazer e passar no exame serão a atividade e não a leitura do livro em si. Aqui, ler o livro é apenas uma maneira de se preparar para a prova, ou seja, a leitura do livro é uma ação.

Em geral, os estudantes sabem que estudar matemática é importante, mas esta pode não ser a razão pela qual eles estudem essa disciplina. Segundo Messeder Neto (2015), estudar porque é importante é um motivo apenas **compreensível**, que vai se tornando **eficaz** à medida que vai se tornando atividade, e entender a diferença entre ação e atividade é muito importante, pois a maioria dos processos surge como ações e no decorrer do percurso vai se tornando atividade. O aluno inicialmente estuda porque seus pais disseram que ele teria que passar na matéria, mas ao longo do tempo o estudante vai se apropriando, por exemplo, dos conceitos matemáticos, entendendo-os e percebe

que aquilo de alguma maneira faz sentido, e daí passa a ter interesse pela própria matemática. Sendo assim, temos um processo importante, no qual o que inicialmente era ação tornou-se atividade, mudança que possibilitará novas relações com o mundo e, conseqüentemente, o desenvolvimento do psiquismo.

Além de atividade e ação, ainda é preciso apresentar o conceito de operações. **Operação** é o modo de executar uma determinada ação ou ato - que pode ser feito de diversas maneiras. Em outras palavras, operação não é o mesmo que ação, mas é uma parte essencial da ação, pois é a operação que permite que o alvo seja alcançado (LEONTIEV, 2012, p. 74). Peguemos o exemplo em que alguém tenha que decorar um texto e que essa seja a ação. Só que para fazer isso existem várias formas: escrever diversas vezes o texto, cantarolá-lo, lê-lo em voz alta etc. Logo, todas essas maneiras são operações para decorar o texto, que é o objetivo.

Vale ressaltar que toda operação já foi ação em algum momento, pois ela inicialmente funciona como um processo voltado ao objetivo que aos poucos vai se moldando e, em alguns casos, se torna um processo automático. Conseqüentemente, um processo automático abre espaço (e tempo) para outras atividades mais elaboradas (MESSEDER NETO, 2015). Então, para aplicar essas atividades, o professor precisa saber reconhecer o que já é operação para o estudante e o que ainda é ação. É verdade que essas definições não se restringem ao ambiente escolar. Pensemos, por exemplo, numa criança aprendendo a andar e que ela demora um determinado tempo para isto, mas depois deste período, ela automatizou esse processo e andar já não é mais ação, e sim operação.

A figura abaixo ilustra de maneira sucinta e hierárquica a relação entre os termos discutidos:

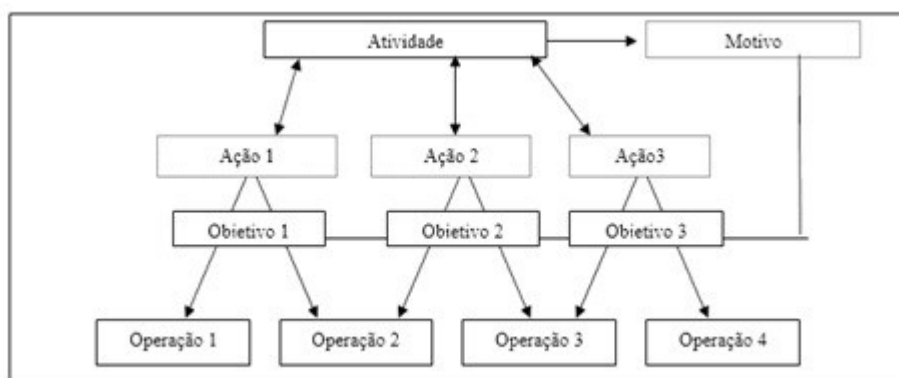


Figura 1: Relação entre as categorias Atividade, Ação e Operação.

Fonte: MESSEDER NETO (2012, p. 41).

Ao analisar o esquema, observamos que cada atividade está vinculada a um motivo, que por sua vez está relacionado aos objetivos de cada ação. Além disso, podemos perceber que a atividade pode ser composta por diversas ações, e as ações podem ser compostas por diversas operações. Portanto, entender as relações entre atividade, ação e operação é fundamental para pensar o trabalho pedagógico, sua organização na sala de aula e como esta abordagem interfere no desenvolvimento da psique humana.

Sforni (2004) apresenta elementos que se relacionam com os componentes da teoria da atividade:

(...) a teoria da atividade contém alguns elementos que formam uma estrutura. Apresenta os seguintes componentes: *necessidade – motivo – finalidade – condições para obter a finalidade* (a unidade da finalidade e das condições conformam a *tarefa*) e os componentes, correlacionáveis com aqueles: *atividade – ação – operação*. A necessidade é o fator desencadeador da atividade; ela motiva o sujeito a ter objetivos e a realizar ações para supri-la. Considerando essa definição de atividade, podemos inferir que nem todo processo é uma atividade, mas somente aquele que é movido por uma necessidade (SFORNI, 2004, p. 7, grifo do autor).

Logo, a partir da relação entre esses componentes, podemos concluir que é necessário a presença de um motivo para que os sujeitos ajam por um propósito maior. No caso da matemática, é preciso que o motivo seja o próprio interesse pelos conhecimentos elaborados pela humanidade para suprir uma necessidade humana que é histórica. Com isso, pretendemos que os sujeitos consigam se apropriar dos conceitos para que o pensamento conceitual se efetive enquanto operação dentro de uma ação de maior complexidade. O conhecimento conceitual deve ser compreendido como forma e conteúdo do pensamento para que ele então sirva de instrumento do pensamento (SFORNI, 2004).

Ao longo deste capítulo discutimos o desenvolvimento do psiquismo humano à luz da psicologia histórico-cultural, abordando a formação do sujeito a partir do trabalho e como esta categoria, de fato, os humaniza. Com base na relação do homem com a natureza e de como ele a transforma, e conseqüentemente transforma a si mesmo, pudemos compreender o desenvolvimento da psique a partir das funções psicológicas elementares e superiores, e então discutir como e por que a aprendizagem precede o desenvolvimento. Dadas tais condições, foi possível abordar brevemente como o

pensamento conceitual se forma, trazendo à tona a discussão entre pensamento empírico e abstrato e, enfim, relacioná-los com os conceitos de atividade, ação e operação.

### 3 HISTÓRIA VIRTUAL E O CONCEITO DE FUNÇÃO

Como já enuciado, neste capítulo nos aprofundaremos no referencial teórico ao tratar da Atividade Orientadora de Ensino (AOE), suas características, definição, as atividades que são compreendidas como tal com base nestas explicações, mostrando quais são os nexos entre o que já foi discutido e o objetivo da pesquisa. Além disso, a AOE será importante para entender a importância das situações desencadeadoras de aprendizagem, que podem se materializar através de recursos metodológicos distintos, como é o caso da história virtual do conceito. A este respeito, também será feito um estudo mais detalhado, pois perceber o potencial da história virtual para o ensino e aprendizagem será relevante na nossa análise de dados, uma vez que o objetivo é investigar o processo de apropriação do conteúdo de Função a partir das narrativas que foram elaboradas fundamentadas nessa perspectiva. Sendo assim, também será necessário tratar sobre o conceito de Função e suas relações para que, de posse de todos estes elementos, possamos melhor analisar aquilo que foi coletado juntamente com a fundamentação teórica.

Para discutirmos a Atividade Orientadora de Ensino (AOE), partiremos do pressuposto que a escola, por excelência, é o espaço de aprendizagem responsável por transmitir às futuras gerações o conhecimento já produzido pela humanidade, como já defendemos nos capítulos anteriores. No núcleo das escolas estão presentes os sujeitos que ensinam (professores), os sujeitos que aprendem (alunos) e as atividades organizadas pelos professores com uma intencionalidade para fazer com que os estudantes se apropriem dos conhecimentos elaborados ao longo da história pelo gênero humano. A materialização dessa intencionalidade se dá por meio das atividades orientadoras de ensino (MOURA, SFORNI, ARAÚJO, 2011). A atividade orientadora de ensino, segundo Moura (1996), é toda atividade que tem como premissa dar condições aos sujeitos para que eles interajam, a partir de um conteúdo, negociando significados, com o objetivo de coletivamente resolver uma situação-problema. Moura, Sforni e Araújo (2011) nos diz que

(...) a AOE, como expressão da unidade entre teoria e prática, é composta por conteúdos, objetivos e métodos dimensionados pelas interações histórico-culturais dos três elementos fundamentais do ensino: o objeto do conhecimento, o professor e o estudante. Na AOE, a presença desses três elementos é fundamentada no materialismo histórico-dialético, o que implica superar uma relação unívoca entre eles. Essa superação dá-se à medida que a atividade de ensino e aprendizagem possibilita a apropriação

dos conceitos em um movimento semelhante ao de sua dinâmica original de produção, ou seja, de seu movimento lógico e histórico. O lógico reflete o histórico de forma teórica. O histórico contém o processo de mudança do objeto, as etapas de seu surgimento e desenvolvimento, as casualidades dos fatos e da vida (...) . (MOURA, SFORNI, ARAÚJO, 2011, p. 40).

Se na concepção de AOE existe a preocupação com a apropriação dos conceitos considerando o movimento lógico e histórico dos mesmos, isso significa que a AOE tem como objetivo principal proporcionar aos sujeitos a aprendizagem conceitual (MOURA, SFORNI, ARAÚJO, 2011). Sendo assim, este tipo de atividade tem como propósito discutir os conceitos científicos, uma vez que tratar de conceitos espontâneos não implicaria numa organização intencional voltada para o ensino, já que aprendemos tais conceitos independentemente da escola. Portanto, a Atividade Orientadora de Ensino surge como uma proposta de ensino através da qual os estudantes devem se apropriar dos elementos culturais já produzidos - sejam eles de natureza científica, artística ou filosófica -, e ao professor cabe fazer com que os alunos teorizem sobre as soluções de um determinado problema.

As situações-problema são o principal elemento que compõe a AOE. Ao falarmos destas no ensino de matemática, tomando como base o materialismo histórico-dialético, não estamos tratando apenas de questões que envolvem pessoas em condições reais ou quase reais, no qual o objetivo é encontrar a sua solução, geralmente numérica, usando manipulação algébrica. Ao tratarmos de situação-problema estamos interessados em mostrar que a "(...) estrutura da atividade orientadora é a da própria gênese do conceito: o problema desencadeador, a busca de ferramentas intelectuais para solucioná-lo, surgimento das primeiras soluções e a busca de otimização destas soluções" (MOURA, 1992, p. 68). Além disso, o termo "orientadora" refere-se aquilo que "define os elementos essenciais da ação educativa e respeita a dinâmica das interações que nem sempre chegam a resultados esperados pelo professor" (MOURA, 2001, p. 155).

Como supracitado, as situações-problemas podem fazer parte de qualquer tarefa, seja ela baseada no marxismo ou não. Porém, o que diferencia as situações-problema que se apresentam nas atividades que propomos são, justamente, as concepções de ensino que fundamentam teoricamente tais tarefas, são elas: o materialismo histórico-dialético e a abordagem histórico-cultural (MOURA, SFORNI, ARAÚJO, 2011).

Ao utilizar a situação-problema na atividade orientadora não procuramos apenas a lógica do objeto – do conteúdo – ou a do sujeito – seus interesses e dinâmica. Contemplamos os dois movimentos: o do sujeito e o do objeto. Isso não significa apenas agrupá-los como dois aspectos

importantes a ser levados em conta na organização do ensino, mas considerá-los em uma unidade. Essa unidade está presente no movimento de produção [do] conhecimento e também de sua apropriação pelos sujeitos. (MOURA, SFORNI, ARAÚJO, 2011, p. 41).

Ao discutir como sujeito e objeto se relacionam, não como elementos separados, mas como unidade, estamos tratando da questão do método de Marx, como explicita Paulo Netto (2011):

(...) O objetivo do pesquisador, indo além da aparência fenomênica, imediata e empírica - por onde necessariamente se inicia o conhecimento, sendo essa aparência um nível da realidade e, portanto, algo importante e não descartável -, é apreender a *essência* (ou seja: a estrutura e a dinâmica) do objeto. Alcançando a essência do objeto, isto é: capturando a sua estrutura e dinâmica, por meio de procedimentos analíticos e operando a sua síntese, o pesquisador a *reproduz* no plano do pensamento; mediante a pesquisa, viabilizada pelo método, o pesquisador *reproduz*, no plano ideal, a essência do objeto que investigou.

(...)

Isto significa que a relação sujeito/objeto no processo do conhecimento teórico não é uma relação de externalidade, tal como se dá, por exemplo, na citologia ou na física; antes, é uma relação em que o sujeito está implicado no objeto. (PAULO NETTO, 2011, p. 22-23, grifo do autor).

Falar sobre a essência do objeto - neste caso, a essência dos conceitos - significa “se apropriar dos objetos ou dos fenômenos que são produto do desenvolvimento histórico, é necessário desenvolver em relação a eles uma atividade que reproduza, pela sua forma, os traços essenciais da atividade encarnada, acumulada no objeto” (LEONTIEV, 1978, p. 268), portanto mostrar que o conteúdo também é um problema a ser resolvido, para que os sujeitos percebam a necessidade de tais conceitos. Seria importante oportunizar situações e então criar condições que dêem aos sujeitos a possibilidade de perceberem as relações entre componentes abstratos e concretos dos conceitos em questão. O ideal é que, durante esse processo, os estudantes entendam o conhecimento como parte da sua vida real e não apenas como uma condição externa, utilizável somente para satisfazer o momento de avaliação na escola (CEDRO; MOURA, 2007).

Mas quais são os meios possíveis para efetivar a apropriação dos conceitos em sua essência, para que essa compreensão não fique apenas na mera reprodução oral, ou seja, apenas na face fonética?

Segundo Cedro e Moura (2007), as atividades de ensino são os instrumentos pelos quais os sujeitos concretizam as suas operações e, portanto, resultam na obtenção de



resultados acerca da aprendizagem. Sendo assim, a forma como os estudantes irão se apropriar dos conceitos e, por consequência, dos conteúdos dependerá do tipo de atividade de ensino.

(...) quando abordamos as atividades de ensino, estamos tratando das ações que têm por objetivo a constituição de uma unidade formadora do aluno. A atividade de ensino é uma unidade formadora porque engloba os seguintes aspectos: os objetivos de ensino, os conteúdos e uma concepção de aprendizagem. (CEDRO; MOURA, 2007, p. 42).

Destarte, a materialização dos objetivos e também dos conteúdos se dá a partir de tais atividades de ensino, porém só será possível colocá-la em prática se entendermos, enquanto professores, que os objetivos e os conteúdos são dois elementos indissociáveis para o conhecimento. Desta maneira, será possível trabalhar os conteúdos a partir da sua história, que coincide com a própria história da humanidade, uma vez que a “compreensão de que os conteúdos têm uma história ligada ao desenvolvimento social implica saber com quem eles fazem fronteira, com quem se interconectam e como se desenvolvem” (CEDRO; MOURA, 2007, p. 42).

Portanto, a AOE nos ajuda a compreender a essência dos conceitos, uma vez que, através dela, é possível materializar os conteúdos e os objetivos de ensino neste tipo de tarefa por ter a história dos conceitos como ponto de partida.

Esse processo de revelação da essência do objeto vai ao encontro da criação do contexto de descoberta que caracteriza o espaço de aprendizagem. (...).

(...) A reprodução desse processo [de criação de conceitos, imagens, valores e normas] se dá por via da análise do processo histórico. Quando falamos em histórico, estamos nos referindo ao processo de mudança do objeto, às etapas de seu surgimento e desenvolvimento. (...) o pensamento tem o objetivo de reproduzir o processo histórico real em toda sua objetividade, complexidade e contrariedade.

Ao estudarmos a história do desenvolvimento real do objeto, estamos criando as premissas indispensáveis para o entendimento mais profundo da sua essência, que somente se revela por meio da generalização. (CEDRO; MOURA, 2007, p. 42-43).

Trabalhar com a história do desenvolvimento dos conceitos é uma estratégia de ensino que tem como um dos objetivos mostrar ao estudante que a elaboração desses conceitos surgiu a partir da demanda social apresentada num determinado momento histórico, com base em necessidades humanas reais. Sendo assim, o **conceito** não pode ser outra coisa senão “o resultado da generalização de uma massa de fenômenos

singulares, é o essencial e o geral descobertos pelo pensamento nas coisas soltas e nos fenômenos” (DAVYDOV, 1982, p. 355). Além desta, Luckesi (2007, p. 72) nos apresenta outra definição: “O conceito é uma formulação abstrata que configura, no pensamento, as determinações de um objeto ou fenômeno. No contexto do pensamento marxista, o conceito equivale a uma categoria explicativa, que ordena, compreende e expressa uma realidade empírica concreta, como um "concreto pensado", "síntese de múltiplas determinações” ". Ambas as definições corroboram com o que entendemos sobre a relação entre sujeito e objeto, como estas categorias estão relacionadas dialeticamente e também utilizam discussões acerca dos elementos presentes na psicologia histórico-cultural.

Desta maneira, compreender a Atividade Orientadora de Ensino nos possibilita explorar um dos elementos que compõem o objetivo desta pesquisa, neste caso, a história virtual do conceito, pois trata-se da materialização de um dos tipos de situação desencadeadora de aprendizagem. Porém, deixemos claro que quando falamos em materialização desse tipo de atividade não estamos tratando de um problema prático, mas sim de um problema de aprendizagem (MOURA, 2010).

### **3.1 ENTENDENDO A HISTÓRIA VIRTUAL DO CONCEITO**

Quando se trata da história virtual do conceito estamos tratando de um recurso metodológico ou de uma estratégia didática que põe em prática os pressupostos da Atividade Orientadora de Ensino: trata-se de uma situação-problema que contempla a essência dos conceitos, mostra como e por quais motivos a humanidade elaborou tais conceitos, dando a oportunidade aos estudantes de entender que o conhecimento vai se desenvolvendo à medida em que os seres humanos precisam responder a novas necessidades. Sendo assim, fica mais fácil de compreender que se trata de uma construção humana, os conceitos dependem do momento histórico e das múltiplas determinações que os levaram àquelas sínteses.

Defender o ensino baseado na história do conceito não significa que devemos contar o passo-a-passo nos mínimos detalhes da história da sua elaboração, desde as primeiras aparições, discussões, considerações ou reflexões. Segundo Kopnin (1978), o estudo dos objetos devem ser feitos invertendo a lógica temporal, ou seja, eles devem ser iniciados pela forma que envolva as condições essenciais mais desenvolvidas, isto é, pelo seu fim.

Neste estudo, por meio das abstrações autênticas, características do pensamento teórico é que se capta a essência do objeto ou fenômeno, suas definições primárias e abstratas e se descobre a história deste fenômeno.(...).

Entende-se também que há a preocupação com a compreensão do surgimento de um conceito, mas também com as suas formas de apropriação pela humanidade. (MOURA, 2010, p. 223).

Moura e Lanner de Moura (1998) consideram a história virtual do conceito, as situações emergentes do cotidiano e o jogo como recursos metodológicos nos quais ocorrem a objetivação das situações desencadeadoras de aprendizagem. Segundo Moura (1996b), podemos descrever a história virtual como:

as situações-problema colocadas por personagens de histórias infantis, lendas ou da própria história da matemática como desencadeadoras do pensamento da criança de forma a envolvê-la na construção de soluções que fazem parte do contexto da história. Dessa forma, contar, realizar cálculos, registrá-los, poderá tornar-se para ela uma necessidade real (MOURA, 1996b, p. 20).

O uso deste tipo de recurso visa a necessidade de mostrar as influências culturais e sociais dos conceitos, pois os sujeitos elaboram soluções a partir das suas necessidades objetivas, segundo suas necessidades reais e coletivas. Faz-se necessário mostrar que o conceito não aparece do nada, não “salta aos olhos”, mas que ele depende do momento histórico pelo qual a humanidade estará passando, por isso envolver os estudantes nesse tipo de situação é importante.

Além do exemplo já apresentado no início desta pesquisa – a relação entre quantidade de ovelhas e de pedras -, vejamos uma outra situação-problema compreendida como história virtual:

A atividade (...) constituiu-se da criação de um diário para o controle de movimentos quantitativos. Para isso, fizemos uso de um jogo de tabuleiro, chamado “Dinheiro do mês”, que simula a vida de um trabalhador assalariado durante um mês. (...).

O jogo “Dinheiro do Mês” foi utilizado, dentro da atividade orientadora de ensino, como cenário para a criação de uma história virtual. (...).

(...) propomos a atividade de criação de um diário (...) no qual o sujeito deveria registrar os movimentos quantitativos presentes na dinâmica do jogo. Para esse registro, não era permitido a ele utilizar qualquer símbolo matemático — somente palavras. (CEDRO; MOURA, 2007, p. 48-49).

Segundo Cedro e Moura (2007), o objetivo do jogo era que um jogador chegasse ao fim do mês com uma quantia de dinheiro maior do que a dos seus adversários. A cada jogada, os estudantes deveriam escrever as transações feitas – se ganhou ou perdeu

dinheiro e de quanto se tratava. Sendo assim, os movimentos passam a ser cada vez mais intensos e as trocas comerciais cada vez mais rápidas.

Depois do jogo e de feitas as observações, os estudantes deveriam responder a três questões que tinham como objetivo “ser um primeiro passo para a realização de uma síntese teórica sobre a insuficiência do instrumento utilizado na atividade” (CEDRO; MOURA, 2007, p. 50). As questões eram as seguintes:

[1.] Que problema esta forma de registrar o movimento diário de sua vida traz para o sr. Tobias ?

[2.] Se por acaso as atividades diárias do sr. Tobias aumentarem consideravelmente, é possível que se continue com esta forma de registro? Por quê?

[3.] Afinal, qual é o problema que o sr. Tobias está enfrentando?

Nesta passagem do texto, o sr. Tobias é um personagem fictício presente nesta história virtual. Como mencionamos, esse personagem registrava toda movimentação do dinheiro por extenso, sendo que os estudantes fariam o papel desse personagem. Como tudo deveria estar detalhado, e o jogo começa a ganhar forma e rapidez, escrever todos os valores passou a ser um processo que atrapalhava a dinâmica e o seu andamento. Sendo assim, surge a necessidade de uma maneira de reescrever essas quantias de maneira mais sucinta, ou seja, é preciso criar um novo instrumento para suprir uma necessidade objetiva: designar símbolos aquilo que estava apenas escrito por extenso.

Portanto, esta é uma narrativa que também conta com uma situação-problema da qual os alunos devem se colocar no lugar daqueles que pretenderam resolver tal problema, que pode ter sido vivido pela humanidade para responder à uma questão real – a necessidade da criação de símbolos que facilitassem a comunicação entre os humanos.

Outro exemplo de história criada é “O Segredo da Canastra” (AMORIM, 2015) , no qual a personagem Emília, do Sítio do Pica-Pau Amarelo, esconde um segredo e o tranca na sua canastra com um cadeado numérico. Como não poderia deixar de ser, Emília, sempre muito esperta, deixa algumas dicas para si mesma para não esquecer a senha e então relaciona símbolos arbitrários com os algarismos indo-arábicos. Assim, o objetivo é problematizar o sistema de numeração na base dez ao explicitar alguns dos elementos que o compõem, ao descobrir a lógica do sistema de numeração fictício, dessa vez de base quatro (AMORIM; MORETTI, 2017).

Portanto, utilizar narrativas que tragam discussões acerca da história que envolvem os conceitos a serem trabalhados em sala de aula, pode ser um avanço nos processos de

ensino e aprendizagem, uma vez que a abordagem não ficará apenas nos exemplares que compõem o conteúdo. Ensinar e aprender a análise combinatória, por exemplo, não é só saber sobre arranjo, combinação e permutação. Os são também, mas é, principalmente, entender como, em qual momento histórico e por quais motivos a humanidade os elaborou, com o objetivo de responder a quais questionamentos. Além disso, a unidade que define todas essas partes como o conteúdo “análise combinatória” e qual é a sua essência são questionamentos importantes que podem ser tratados a partir da história virtual do conceito.

Assim como o exemplo da análise combinatória, quando pensamos em Função é comum pensarmos nos seus diversos tipos: de 1º e 2º graus, exponencial, logarítmica, modular, constante e trigonométricas. Mas o que é que faz com que todos esses exemplares sejam classificados como Função, qual é a unidade que nos possibilita identificá-los como tal? Responder a esses questionamentos será nosso objetivo no tópico a seguir.

### **3.2 A FUNÇÃO MATEMÁTICA E O ENSINO**

É comum relacionar a Função com “o valor de  $x$ ”. É uma ideia que permeia o pensamento de muitos e que faz sentido. Mas além do valor de  $x$  (ou melhor, dos valores de  $x$ ), existem o(s) valor(es) de  $y$ , as constantes, os coeficientes angular e linear, as curvas, os gráficos e as relações entre a álgebra e a geometria presentes no estudo de Funções. Porém, em alguns momentos, falta conceituar “Função”, dado que “frequentemente a atenção do aluno é focada na montagem da equação, não havendo, em geral nenhuma menção nem questionamento quanto à variação e à relação de dependência das grandezas envolvidas” (BRAGA, 2006, p. 82-83). Podemos dizer também que o foco nas questões algébricas não se restringem apenas aos estudantes, mas se estende aos professores.

Como abordado ao longo da pesquisa, tratar das questões históricas no fazer pedagógico pode diminuir a dificuldade em trabalhar com os conceitos que estruturam os conteúdos matemáticos. Um dos problemas relacionado ao estudo da Função acontece porque há

uma alteração da ordem de apresentação, quando comparado ao seu desenvolvimento histórico, e um desligamento do contexto de criação da teoria. Sendo assim, os manuais tendem a ocultar os processos de

desenvolvimento teórico, ignorando as noções preliminares e partindo diretamente para a apresentação do conceito já formalizado. Isso é exatamente o que ocorre com conteúdo de Funções ao ser ensinado primeiramente por sua apresentação analítica, a partir da qual, equivocadamente, tem-se a idéia que Função é essencialmente uma fórmula (...), restando ao aprendiz, memorizá-lo (o conceito) mecanicamente. (RORATTO, 2009, p. 48).

Na citação acima, o autor defende que o rompimento da lógica de surgimento do conceito pode ser um problema para entendê-lo em sua essência, na sua gênese. Como explicamos anteriormente, o ensino de um conceito pode e deve começar pelas suas formas mais desenvolvidas, porém não deve deixar de utilizar a história por trás de tal assunto, senão estaríamos defendendo uma postura e adotando outra. Uma questão que pode se tornar um problema é a ideia de que tratar da ou utilizar a história de determinado conteúdo signifique percorrer, refazer e compreender todos os passos já vividos pela humanidade, nas suas minúcias, para de fato conhecê-lo. Ao falarmos sobre a história do conceito, estamos preocupados em entender as suas etapas principais, quais são os traços essenciais presentes naquele processo, nem sempre nos interessa o processo de produção, mas a atividade de utilização.

Vamos abordar um pouco sobre a evolução do conceito de Função ao longo do tempo para melhor compreender o desenvolvimento da humanidade, e também como forma de relacionar tal história com a análise dos dados que será feita posteriormente, com o objetivo de comparar o que foi feito no processo de elaboração de tais conceitos e como hoje, mesmo em situações diferentes, os questionamentos convergem ou não.

O termo “Função” nos remete a fatores que possuem relações de dependência uns com os outros, ou seja, algo ou alguém que está em Função de um outro objeto ou pessoa. Como sabemos, o homem está intimamente relacionado com a natureza e para se manter vivo não bastava apenas conhecê-la, mas também dominá-la. Estudar os fenômenos naturais, suas causas e consequências, eram fundamentais para prever o que estaria por vir, inclusive como forma de proteção e sobrevivência (RORATTO, 2009), mas é claro que o homem não poderia dominar todas as variáveis ao mesmo tempo. Portanto, foi necessário estudar o universo por partes, o que Caraça (1998) chamou de **isolado**. Partindo dessa ideia, a essência do pensamento funcional seria estudado considerando as relações e entes relacionados a esse isolado.

Sejam A e B dois componentes dum isolado; entre eles existem relações de dependência. Consideramos uma dessas relações; nelas podemos distinguir dois sentidos, um de A para B e outro de B para A; diremos, do

primeiro sentido, que tem antecedente A e conseqüente B, do segundo, que tem antecedente B e conseqüente A; distingui-lo-emos respectivamente pelas notações: sentido de relação  $A \rightarrow B$  e sentido de relação  $B \rightarrow A$ . (CARAÇA, 1998, p. 106).

A partir desta citação, é possível perceber que surge alguma noção de relações entre objetos, que não são representados nem por variáveis, nem por números e nem por expressões algébricas. Este é um exemplo importante para mostrar que existem situações em que é possível discutir problemas relacionados à matemática sem estarmos restritos a linguagem propriamente matemática. Roratto (2009) diz que esta situação poderia nos levar a pensar, por exemplo, que A é uma determinada espécie animal que é predadora da espécie B, portanto a relação de dependência  $A \rightarrow B$  significaria que A se alimenta de B. Esse tipo de abordagem ajudaria no processo de aprendizagem, pois daria “condições ao estudante de perceber as idéias básicas por trás do conceito matemático, contribuindo, efetivamente, para a construção do conceito de Função e desligando-se da visão puramente algébrica e de manipulação de fórmulas” (RORATTO, 2009, p. 50).

A partir das análises das relações entre os isolados foi possível identificar os fenômenos que se repetiam numa determinada frequência e a maneira pela qual esses dados foram organizados se deu a partir de quadros explicativos, como melhor explica Roratto (2009):

Inicialmente, esse processo de relato de fenômenos em tabelas acontecia de forma puramente qualitativa mediante representações verbais. Aos poucos essa relação mostrou-se insuficiente e até mesmo modesta perante o poder da ferramenta que estava surgindo. (...) o homem percebeu a possibilidade de determinadas relações de dependência serem quantificadas.

Retomando-se a idéia de isolados A, B e C, intuiu-se a possibilidade de A se relacionar mais ou menos intensamente com B do que com C. Nesse ponto, considera-se um grande salto rumo ao conceito de Função. (RORATTO, 2009, p. 51).

A partir da constatação de que as representações verbais não seriam tão eficientes - no sentido de agilidade - para sintetizar os fenômenos observados, os sujeitos começaram a sistematizar as regularidades de maneira quantitativa, o que para a época passou a ser considerado como desenvolvimento de um pensamento mais científico.

Uma das primeiras representações, por exemplo, através de tabelas com mais de uma coluna, no qual numa coluna estavam representados os valores da outra multiplicados por um valor definido, foi elaborada pelos babilônicos (COSTA, 2004).

Porém, acreditava-se que a cada nova situação deveria haver uma análise diferente, uma vez que até então não existia uma forma geral para solucionar problemas de mesma natureza.

Por volta do século XII, as relações entre fenômenos ficou mais evidente com o início das trocas comerciais, pois a partir dessa época a relação funcional, por exemplo, entre as armas e a resistência dos materiais dos quais elas eram feitas se tornou necessária. Além disso, situações que envolviam produção e economia também eram tratadas como entes que se correspondiam e estudá-las seria interessante para a geração de lucro, sendo assim, a correspondência entre dois conjuntos seria um instrumento matemático importante para solucionar problemas deste tipo (RORATTO, 2009). Mas ainda faltava uma forma mais sucinta de representar tais situações, então, “a primeira coisa a fazer, para o tornar facilmente manejável, é arranjar uma representação simbólica para os conjuntos; do contrário teríamos sempre que estar pregados a tabelas de resultados particulares” (CARAÇA, 1998, p. 119). Logo, o estudo e o uso de variáveis se tornou necessário para responder às necessidades humanas daquela época e hoje essa mesma ferramenta nos ajuda a explicar outras questões.

A essência de uma variável está em criar um símbolo que representa qualquer um dos elementos de um conjunto, logo, não tem uma identidade própria. Além disso, esse símbolo não seria especificamente nenhum dos elementos do conjunto, mas é capaz de representar todos, (...) e significa toda a essência de determinado conjunto. Fazer referência a ela, implica referenciar qualquer elemento da coleção.

Pode-se ilustrar o potencial de uma variável ao se estabelecer uma relação de correspondência  $t \rightarrow e$ , na qual  $t$  representa a variável do conjunto dos tempos e  $e$ , dos espaços que variam conforme o tempo. A relação funcional  $t \rightarrow e$  evidencia mais informações do que se expressássemos alguns espaços  $e$  associados a tempos  $t$  em uma tabela. Desta forma, teríamos apenas alguns casos discriminados, ao passo que naquela, está implícito que para qualquer que seja o valor de  $t$ , haverá um único espaço  $e$  associado a ele. Após o desenvolvimento desse fundamental conceito – variável – teve-se condição de formalizar outro mais abrangente, o de Função  $e$ , assim, consolidar a abordagem quantitativa dos fenômenos naturais. (RORATTO, 2009, p. 55- 56).

O estudo de Função a partir da “descoberta” da variável foi muito importante, pois possibilitou que relações de dependência entre elementos de conjuntos distintos fossem representados de outra forma, não apenas por tabelas ou até mesmo por extenso, e também foi um avanço no sentido de pensar numa fórmula geral que representem tais relações.



Tempos depois, em momentos diferentes, Nicole Oresme (1323 - 1382) e Galileu Galilei (1564 - 1642) relacionaram os conjuntos a representações gráficas, mostrando uma abordagem geométrica do estudo de Funções. Já François Viète apresentou uma notação algébrica para as Funções: caracterizou as variáveis a partir de vogais e para os parâmetros, consoantes (RORATTO, 2009). De posse dessas informações, já no século XVII, Fermat (1601 - 1665) e Descartes (1596 - 1650) elaboraram o sistema cartesiano de coordenadas, o qual era composto por dois eixos perpendiculares entre si: o eixo x representando as variáveis independentes e o eixo y as variáveis dependentes, como o conhecemos hoje. No mais, a cada ponto representado do gráfico teríamos coordenadas em x e em y, formando assim um par ordenado.

É importante salientar que o que estamos chamando de Função até então não possuía essa nomenclatura. Este termo foi usado por Leibniz apenas em 1694 como sendo “qualquer quantidade associada a uma curva, como, por exemplo, as coordenadas de um ponto da curva, a inclinação de uma curva e o raio da curvatura de uma curva” (EVES, p. 660).

Mais considerações foram feitas ao longo dos anos seguintes, sendo as principais (RORATTO, 2009):

1. Euler (1707 - 1783) introduziu a notação  $f(x)$ , amplamente utilizada em quaisquer níveis de ensino, mostrando a relação de dependência entre os valores de x e y;
2. Joseph Fourier (1768 - 1830) estudou a relação entre variáveis e as séries trigonométricas;
3. Lejeune Dirichlet (1805 - 1859) generalizou o conceito de Função ao considerar o estudo de Fourier.

Para entender de maneira sucinta a história do conceito de Função, segue um quadro resumo elaborado por Roratto (2009, p. 61):

<b>Conceito</b>	<b>Época aprox.</b>	<b>Expoente</b>
Relações de dependência qualitativas	sem estimativa	-
Quadros explicativos (Tabelas)	sem estimativa	Civilização Babilônica
Interpretações quantitativas	580 a.C.	Escola Pitagórica
Variáveis Séc.	Séc. XI	Sociedade Grega
Representações Gráficas	Séc. XIV	Nicole Oresme
Linguagem algébrica	Séc. XVI	François Viète
Representação analítica	Séc. XVII	Fermat e Descartes

Introdução do termo “Função”	Séc. XVII	Leibiniz
Notação $f(x)$	Séc. XVIII	Euler
Definição utilizada atualmente	Séc. XIX	Dirichlet

**Tabela 1. Sequência histórica do desenvolvimento das Funções**

Apresentado um apanhado sobre a história do conceito de Função, vamos tratar sobre a relação entre o conceito de Função e o que entendemos ser sua essência.

Como fora discutido quando abordamos a Atividade Orientadora de Ensino, é preciso trabalhar em sala de aula com situações-problemas que tragam consigo a história do conceito e que, portanto, seja possível discutir a sua essência. No caso da última versão do conceito de Função, apresentada por Dirichlet e citada por Braga, temos que:

Se uma variável  $y$  está relacionada com uma variável  $x$  de tal modo que, sempre que é dado um valor numérico a  $x$ , existe uma regra segundo a qual um valor único de  $y$  fica determinado, então diz-se que  $y$  é função da variável  $x$ . (BRAGA, 2006, p. 18).

Neste conceito estão presentes elementos de dois conjuntos distintos, sendo um deles uma variável independente e outro uma variável dependente, que se revela a partir de uma regra dada. Mas esses elementos não existiam em todos os conceitos sobre Função, na verdade ainda não se tratava do conceito propriamente, mas da ideia do que é Função, a sua essência. Desde as primeiras conjecturas sobre o que futuramente seria chamado de “Função”, existiam as dependências entre dois objetos que de alguma maneira se relacionavam, independentemente da variável.

É inegável a importância que a variável teve no desenvolvimento do estudo de Funções, pois a variável consegue sintetizar a ideia do conjunto ao mesmo tempo que representa cada um dos elementos que o compõe. Contudo, não é nela que reside a característica principal da Função, ou seja, a **relação entre fenômenos**. Desde as primeiras conjecturas sobre o que viria a ser Função, a relação entre dois entes se faz presente, sejam eles grandezas ou conjuntos.

Comumente, a Função é definida como a relação entre grandezas ou conjuntos, mas o termo “grandezas” pode ser entendido como aquilo que pode ser medido e geralmente está vinculado a informações numéricas ou geométricas, estabelecendo comparações entre objetos, de igualdade ou desigualdade (PANOSSIAN, 2014). Já quando falamos em “conjuntos” tratam-se de características específicas de situações tipicamente matemáticas, entendendo como sendo uma “coleção de objetos ou de seres

matemáticos (elementos) em número finito ou infinito, sendo a pertença ao conjunto definido por uma propriedade característica<sup>7</sup>”.

Diferentemente das definições anteriores, quando falamos na relação entre fenômenos entendemos que estes não estão relacionados a questões tipicamente matemáticas, nem aquelas que podem ser comparadas a partir de medições. Nas narrativas propostas, por exemplo, apresentamos histórias em que eram apresentados componentes diversos, mas que era necessário entender quais deles compunham a solução da situação-problema em questão. Essas histórias, aparentemente, nada tinham a ver com problemas matemáticos, o objetivo era mostrar como em dado problema as relações de dependência se apresentavam. Essa relação pode ser entre entes de naturezas distintas, como pessoas e objetos, não necessariamente entre tempo e velocidade, por exemplo. Portanto, o fenômeno está relacionado a um conjunto de elementos que possui alguma característica em comum, mas que não precisam ser entendidos como grandezas e nem expressos como tal.

É importante salientar que, ao contrário de algumas ideias veiculadas sobre o que é fenômeno, não estamos tratando apenas de questões passíveis de análises empíricas e observações, mas justamente do contrário, de como a relação entre fenômenos revela a “face oculta da lua”, aquilo que nem sempre aparece em primeiro plano, ou seja, a essência.

A partir desta síntese sobre a Atividade Orientadora de Ensino, da História Virtual do Conceito, da evolução do conceito de Função e daquilo que consideramos essencial neste conteúdo, juntamente com o estudo dos procedimentos metodológicos, faremos a análise dos dados coletados durante as observações e entrevistas dos alunos e da professora da turma, ao passo que analisaremos aquilo que foi registrado nas folhas de respostas. Com isso, seremos capazes de confrontar as informações coletadas por meio da escrita, da fala e da observação e chegarmos a uma conclusão sobre o processo de apropriação da Função oportunizada pelas histórias virtuais.

---

<sup>7</sup>Disponível em <<https://dicionariodoaurelio.com/conjunto>>. Data de acesso: 23 de janeiro 2019.

## 4 Procedimentos Metodológicos

A discussão desta seção refere-se ao método, por meio do qual abordaremos os princípios norteadores da pesquisa a fim de alcançar o objetivo proposto, apresentando as nossas escolhas e respectivas justificativas.

A presente pesquisa é de cunho qualitativo, pois o objetivo é investigar o processo de apropriação de um conteúdo de matemática (Função), não cabendo fazer um estudo quantitativo em que se avalia o antes e o depois, uma vez que o foco está nas possíveis mudanças ao longo do processo. Além disso, pesquisas desse tipo permitem que, a partir da necessidade de mudança, hipóteses sejam reformuladas no seu decurso, mas mantendo o caráter cuidadoso das observações. As pesquisas qualitativas dão ao pesquisador maior liberdade teórico-metodológica quando comparadas àquelas de cunho quantitativo, preocupadas em constatar empiricamente as hipóteses levantadas desde o início da pesquisa (TRIVIÑOS, 2013). Bogdan e Biklen (1994) sintetizaram o que um pesquisador da área de educação pretende com estudos do tipo qualitativo:

Os investigadores qualitativos em educação estão continuamente a questionar os sujeitos de investigação, com o objectivo de perceber “aquilo que *e/les* experimentam, o modo como *e/les* interpretam as suas experiências e o modo como *e/les* próprios estruturam o mundo social em que vivem”. Os investigadores qualitativos estabelecem estratégias e procedimentos que lhes permitam tomar em consideração as experiências e pontos de vista do informador. O processo de condução de investigação qualitativa reflete uma espécie de diálogo entre os investigadores e os respectivos sujeitos, dado estes não serem abordados por aqueles de uma forma neutra (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 51, grifo do autor).

Esta pesquisa relaciona questões da PsiHC com a PHC, ambas fundamentadas nos ideais marxistas, portanto, o paradigma desta pesquisa é o Marxismo, uma vez que o propósito está focado em homens e mulheres da vida real, no mundo como ele é, e não em abstrações (CROTTY, 1998). Araujo e Damázio (2015) ajudam-nos a compreender melhor a relação entre a teoria do estudo e o Marxismo:

Tendo em vista, que um dos pressupostos da teoria histórico cultural advém da teoria marxista fundamenta-se que o trabalho, a atividade humana por excelência, desempenha papel central no desenvolvimento humano; e diante dessa perspectiva é o trabalho que humaniza e possibilita o desenvolvimento da cultura. Na Economia Política, Marx estuda o desenvolvimento dos modos de produção no decorrer da história, ou seja, como os homens produzem suas vidas por meio de sua atividade produtiva. São esses pressupostos que a psicologia histórico-cultural o

adota como desafio de compreender as formas sociais de atividade que produzem modos específicos do psiquismo humano, ou como se desenvolveram socialmente as formas individuais do psiquismo. Dessa maneira, o projeto central da teoria histórico-cultural é estudar a formação da subjetividade dos indivíduos, a partir de seu mundo objetivo, concreto (...). (ARAUJO; DAMÁZIO, 2015, p. 1-2).

Ainda segundo Crotty (1998), a realidade só pode ser entendida como uma interação multifacetada (por isso o processo se dá a partir da dialética, categoria fundamental para compreender o materialismo histórico-dialético). Daí também surge a discussão da importância da história da luta de classes em busca do socialismo e do comunismo. Tendo como objetivo maior a busca pela revolução das bases econômicas, entendemos que a educação é uma via importante para alcançar o que almejamos, sem sermos ingênuos em acreditar que a educação sozinha fará a revolução, mas sabendo da importância do seu papel. Essa importância surge ao discutirmos o papel da escola na transmissão dos conhecimentos historicamente produzidos pela humanidade, pois a mudança, de fato, só ocorrerá quando a classe dominada tomar consciência da necessidade de dominar o que a classe dominante domina e poder reaver o que é seu (nosso) por direito. Essa transformação não acontecerá de maneira imediata, mas precisa se materializar em algum momento, em algum lugar. Entendemos que a escola é o lugar, por excelência, responsável por transmitir às futuras gerações o conhecimento historicamente elaborado pela humanidade, portanto a escola e seus atores possuem papel fundamental nessa mudança (ARAUJO; DAMÁZIO, 2015).

Esta pesquisa tem por objetivo investigar o processo de apropriação do conteúdo de Função na sala de aula a partir de histórias virtuais. Para tanto foi desenvolvida uma tarefa, composta por 3 narrativas, aplicadas em uma turma de 1ª série do Ensino Médio, composta por 41 alunos, numa instituição de ensino tecnológico, federal, situada na cidade de Salvador. Portanto, trata-se de uma pesquisa empírica, do tipo explicativa/compreensiva, uma vez que pretende-se compreender e explicar os motivos do que ocorreu durante o processo, processo esse de maior complexidade, pois analisa, registra, classifica e interpreta dados, tentando se aprofundar no conhecimento da realidade (GIL, 1999; ANDRADE, 2002).

Sendo assim, após a aceitação da coleta em tal instituição por parte da diretoria da escola, fomos em busca de algum docente que participasse da pesquisa e, ao apresentar

os objetivos e propostas, uma professora que já conhecia a pesquisa previamente<sup>8</sup> aceitou o convite logo no início do ano letivo – havíamos conversado brevemente sobre as narrativas e a docente sugeriu algumas mudanças. Conversamos sobre a época mais adequada para implementação da tarefa e concluímos que seria na 2ª unidade<sup>9</sup>. No mais, ficou acordado entre a professora e a pesquisadora principal que a aplicação da tarefa seria feita pela própria docente da turma, mas que a pesquisadora principal poderia fazer considerações caso fosse solicitada ou percebesse a necessidade de interferir para conseguir sanar quaisquer dúvidas acerca do que estava sendo coletado.

Logo que pensamos na elaboração das narrativas, tínhamos como referência o debate sobre conceitos a serem discutidos em sala, no qual não queríamos apenas abordar as Funções de 1º e 2º graus, a exponencial, a modular, enfim, todos os exemplares que compõem o que se entende por Função, estávamos em busca da unidade de análise no que diz respeito à Função. O objetivo era focar naquilo que é a **essência** da Função, o que faz todos os tipos de Função serem, de fato, Função. Portanto, entendemos como essência da Função **a relação entre fenômenos**, ou seja, quais são os fenômenos envolvidos num certo cenário que cumprem determinadas regras para que a relação apresentada seja mantida. Sendo assim, percebemos que dadas as possibilidades, discutir injetividade, sobrejetividade e bijetividade era o que poderia representar melhor nosso propósito, uma vez que o entendimento sobre elas não se dá a partir de expressões algébricas ou gráficos de Função.

Desta forma, foram elaboradas três narrativas sobre Funções injetivas, sobrejetivas e bijetivas<sup>10</sup>. Cada uma das narrativas abordava uma dessas classificações, sendo que a primeira a ser aplicada tratava da organização de pessoas em quartos, a seguinte de casais de araras azuis e a última sobre a resolução de um roubo de obras de arte. Todas as narrativas tinham referências em situações da semi-realidade e suas soluções não possuíam referência na matemática pura, ou seja, as questões e suas respostas não se referiam apenas à matemática (SKOVSMOSE, 2000), como em exemplos que pedem

---

<sup>8</sup> A professora já havia conversado com a pesquisadora principal sobre as histórias virtuais e seu objetivo, e neste mesmo encontro ficou acordada a sequência de aplicação das mesmas.

<sup>9</sup> Período escolar relativo ao 2º bimestre, de um total de 4 períodos anuais.

<sup>10</sup> Segundo Lima e colaboradores (1999), a Função  $f$  que leva os elementos do conjunto  $X$  nos elementos do conjunto  $Y$  “chama-se injetiva quando elementos diferentes em  $X$  são transformados por  $f$  em elementos diferentes em  $Y$ ”.

A Função  $f$  será sobrejetiva quando, para qualquer elemento  $y$  pertencente a  $Y$ , pode-se encontrar (pelo menos) um elemento  $x$  pertencente a  $X$  tal que  $f(x) = y$ .

A Função  $f$  é dita bijetiva quando é, simultaneamente, injetiva e sobrejetiva.

para classificar as Funções representadas por gráficos como Funções injetivas, sobrejetivas e bijetivas. Além disso, é importante mostrar para os estudantes que a matemática não está apartada da realidade vivida e que a necessidade da elaboração destes conceitos surgiu a partir de questões vividas pela humanidade.

#### 4.1 SOBRE AS NARRATIVAS

Neste tópico, apresentaremos brevemente como desenvolvemos as narrativas que compõem este trabalho. Tudo começou pela escolha do conteúdo e especificamente qual parte dele utilizar: no início da pesquisa, pensamos em escrever narrativas envolvendo trajetória de um corpo, pois essa parte poderia envolver tanto as expressões algébricas quanto gráficos de Funções contínuas, porém não conseguimos concluir. Começamos tantas outras histórias e elas continuaram sem meio e fim. O motivo: nessas situações não estavam presentes os traços essenciais do conteúdo de Função.

A dificuldade em desenvolver essas narrativas surgiu justamente porque nós ainda não havíamos entendido qual era a essência da Função, pois ainda estávamos em processo de apropriação do referencial e, devido ao trâmites do Comitê de Ética em Pesquisa, tínhamos que elaborá-las o mais rápido possível para submetê-las ao CEP. Sendo assim, cada vez que escrevíamos e percebíamos que o que escrevemos não representava o que a história virtual do conceito define, voltávamos ao início, buscando estudar e compreender o que, de fato, é essencial na Função.

A síntese do que é a essência veio em meio a muito estudo da história do conceito de Função, de perceber nos exemplares o que faz cada um deles ser considerado como Função, e o conhecimento da história virtual “Verdim e seus amigos”, após pouco mais de seis meses. Vejamos esta história virtual, criada por Damazio et al (2012):

*Era uma vez Verdim, um ser encantado que vivia em uma floresta de outro mundo. Verdim tinha muitos amigos e juntos brincavam, todos os dias, na clareira dessa floresta. Quase todos viviam próximos à casa de Verdim, menos três deles: o Gigante chamado Tililim e os dois anões, Edim e Enim. Certo dia Verdim convidou a todos para brincarem em sua casa. Como Tililim, Edim e Enim moravam muito longe, Verdim explicou como chegar até lá. Assim, saindo da clareira, do lado que o sol se põe, deveriam dar cinquenta passos para frente, depois trinta passos à direita e mais quarenta passos até a grande árvore e, então, continuariam em frente e sua casa estaria à apenas dez passos dali.*

*Com a explicação de Verdim, os três amigos anotaram todas as orientações para não esquecerem nada. No dia seguinte, logo pela manhã, seguiram na direção indicada. Mas, apesar disso, não conseguiram chegar à casa de Verdim. O que pode ter acontecido? Por que eles não chegaram? Como ajudar Verdim a entender o que aconteceu para buscar outro modo de explicar como chegar até sua casa?*

Desde o início, já sabíamos que queríamos fugir do óbvio e do que vemos em trabalhos e pesquisas sobre tal conteúdo: não usaremos os exemplares de Função para discuti-la, não criaremos histórias em que aplicaremos diretamente as expressões algébricas a partir de gráficos. Mas afinal, o que faríamos? Essa questão nos incomodava e nos perseguia.

No mais, faltava interpretar o que seria essa “necessidade vivida pela humanidade”, só conseguíamos pensar em situações que envolvessem necessidades primárias, como a de alimentação, de organização do tempo, de perpetuação da espécie etc. Porém, ao compreender tanto a questão anterior quanto a discussão sobre unidade de medida através da situação-problema envolvendo Verdim, buscamos nos exemplares da Função o que a faz ser compreendida como tal. Pensando nas Funções de 1º e 2º graus, logarítmica, exponencial, modular, injetora, sobrejetora e bijetora, qual é a unidade entre elas que faz com que todas sejam consideradas Funções? Não é o tipo de gráfico, nem a expressão algébrica, nem os conjuntos numéricos, mas sim a relação entre fenômenos.

Conceber os traços essenciais como a relação entre fenômenos nos fez escrever mais rapidamente as narrativas, pois entendemos que desenvolvê-las a partir das singularidades da Função não seria a melhor opção. Elaborar as histórias considerando que os estudantes deveriam fazer parte de um coletivo que busca responder a um problema da humanidade nos fez perceber que precisaríamos de conceitos um pouco mais amplos, por isso escolhemos de maneira intencional tratar sobre Funções injetoras, sobrejetoras e bijetoras. Além disso, pelo que foi conversado com a professora da turma, os estudantes tinham visto como definir uma Função através de diagramas de Venn, então esse seria o nosso ponto de partida, trabalhar com Funções de variáveis discretas.

As Funções de 1º e 2º graus, por exemplo, nos fazia lidar com questões mais voltadas à álgebra, mostrando a diferença de comportamento graficamente e na própria expressão que define a Função. Já o debate sobre injetividade, sobrejetividade e bijetividade nos fez trabalhar com a relação entre os fenômenos, respeitando as regras



que as definem e as distinguem entre si, o que possibilitou mostrar tanto a essência da Função quanto a definição de cada uma dessas.

Após a definição sobre qual parte abordar, foi o momento de pensar em situações que poderiam ser vivenciadas pelos estudantes. Abaixo, as primeiras ideias para construção das narrativas (Figura 2 e Figura 3):

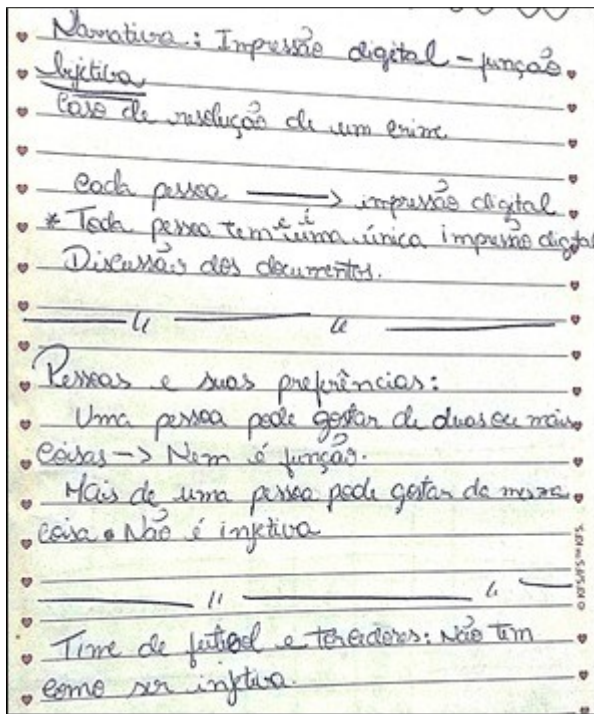


Figura 2: Esboço das ideias para as narrativas

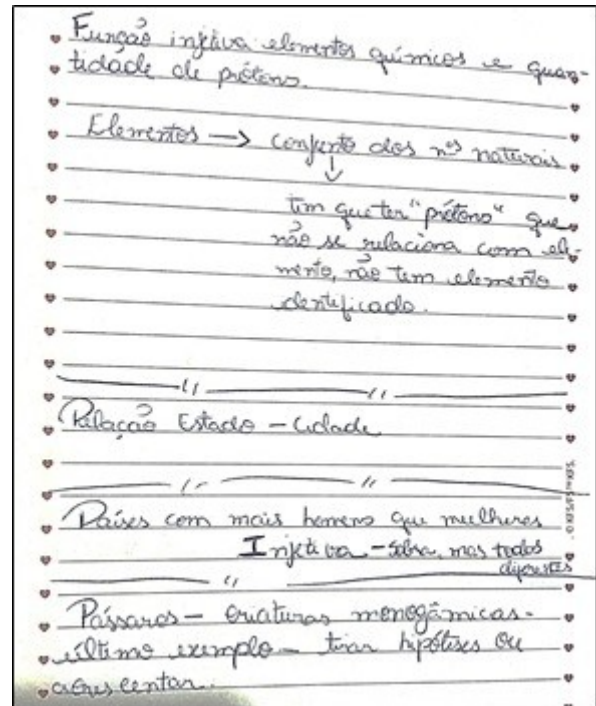


Figura 3: Esboço de novas ideias para as narrativas

Ao pensar nas características necessárias para termos uma narrativa baseada na história virtual e ao mesmo tempo discutir o que são Funções injetivas, sobrejetivas e bijetivas, as três primeiras narrativas elaboradas foram aquelas que utilizamos, seguindo esta ordem: a do roubo das obras, da organização de pessoas em quartos e da monogamia das araras.

A primeira narrativa (organização de pessoas em quartos – Apêndice A) aplicada foi desenvolvida com a intenção de discutir qualquer tipo de organização, uma vez que os humanos precisam se organizar para conseguir viver em comunidade. Sendo assim, as regras que envolviam tal situação nos permitiram abordar as Funções sobrejetivas: nenhum quarto poderia ficar vazio e todas as pessoas deveriam se arrumar em algum quarto. Logo, os fenômenos envolvidos são pessoas e quartos.

Já na segunda narrativa (casais de araras azuis – Apêndice B) buscamos abordar a relação do homem com a natureza, como ele pode transformá-la, às vezes de maneira

prejudicial como mostrado nessa história. Neste caso, seguindo as especificações apresentadas, é possível falar da injetividade, pois mesmo ao diminuir o número inicial de araras fêmeas e mantendo a dos machos, a relação vai se manter, pois é sabido que estas aves são monogâmicas. Os fenômenos são as araras fêmeas e as araras machos.

A terceira e última narrativa (roubo de obras de arte – Apêndice C) está relacionada ao desenvolvimento da tecnologia para, neste caso, solucionar um roubo. Nesta narrativa foram apresentadas algumas possíveis pistas para encontrar quem levou as obras do museu. Porém, dadas as condições factíveis, só existe uma prova, que é a impressão digital, que vai levar a um único culpado, possibilitando a discussão sobre bijetividade. Portanto, os fenômenos envolvidos são as pessoas e suas respectivas impressões digitais.

Sendo assim, cogitamos a possibilidade de construir as outras histórias para que os estudantes pudessem relacioná-las com as primeiras situações, porém esta ideia não foi posta em prática devido ao tempo que levaríamos discutindo Funções de variáveis discretas, restando um período curto para trabalhar as Funções de variáveis contínuas.

## 4.2 MÉTODOS DE COLETA DE DADOS

Os métodos de coleta de dados foram a observação, os documentos e as entrevistas. A observação tem como objetivo maior observar para compreender como se deram as relações entre os pares, como o professor lidou com a proposta da tarefa e como os estudantes reagiram a ela. A observação tem se tornado um importante instrumento de pesquisa no âmbito educacional, pois possibilita ao pesquisador o contato mais estreito com o fenômeno em questão. Segundo Becker (1994),

o observador se coloca na vida da comunidade de modo a poder ver, ao longo de um certo período de tempo, o que as pessoas normalmente fazem enquanto realizam seu conjunto diário de atividades. Ele registra suas observações o mais breve possível depois de fazê-las. Ele repara nos tipos de pessoas que interagem umas com as outras, o conteúdo e as conseqüências da interação, e como ela é discutida e avaliada pelos participantes e outros depois do evento (BECKER, 1994, p.120).

Sendo assim, a observação é um instrumento útil, uma vez que, se nosso objetivo é entender as contribuições para a apropriação de um conteúdo na sala de aula, precisamos entender como se dão as relações professor-aluno e aluno-aluno na sala de

aula, tendo como pano de fundo a história virtual. Ao observar essas relações poderemos perceber como os pares interagem diante do conteúdo trabalhado.

Toda a observação foi feita em cinco dias<sup>11</sup>, sendo que nos dois primeiros dias a pesquisadora principal permaneceu na sala de aula apenas para que os estudantes se acostumassem com a sua presença, para que não causasse tanta estranheza durante a coleta dos dados. Logo no primeiro dia, a professora da turma pediu para que a pesquisadora principal se apresentasse a eles e então foi esclarecido qual seria o meu papel naquele momento, do que se tratava a pesquisa da qual fazemos parte e quais seriam os benefícios e riscos ao participar da pesquisa – todas estas informações estão presentes no Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE – Apêndice D). Sendo assim, eles levaram tais termos para casa e poderiam devolvê-lo no período em que a coleta de dados estivesse sendo feita. Vale ressaltar que a professora já tinha falado com eles previamente que seria feita uma pesquisa com a turma e que seria uma experiência nova e interessante.

Em todos os dias de aplicação da tarefa, a professora fez uma leitura prévia das narrativas para a turma inteira, com o intuito de sanar quaisquer dúvidas que poderiam surgir a partir deste primeiro contato. Mas antes disso, a sala foi dividida em grupos de 4 e 5 pessoas e então foi entregue uma narrativa por grupo para que os alunos acompanhassem a história. Após a leitura coletiva, os estudantes discutiam entre si as respostas que seriam dadas às questões apresentadas na narrativa. Tanto a escolha em dividir a turma em grupos quanto entregar apenas uma narrativa tinham o objetivo de capturar as interações entre os estudantes, pois isso facilitaria a interação entre eles, como por exemplo perguntar ao outro do que se tratava a pergunta, tentar chegar a um consenso, ajudar nas conjecturas, revisitar a narrativa, corrigir a ideia do colega, entre outros. Se cada integrante do grupo tivesse uma folha contendo a história, eles poderiam responder individualmente e no fim juntar todas as respostas e então a relação entre os pares aqui ficaria comprometida.

Nesse ínterim, a professora passava em cada um dos grupos para ajudá-los, com o intuito de orientá-los e não os deixar ir além daquilo que as narrativas propunham, ou seja, conjecturar respostas que fugiam do objetivo da tarefa e das informações da

---

<sup>11</sup> Entramos em sala apenas 2 dias antes do início da coleta devido à demora na aprovação da pesquisa nos Comitês de Ética em Pesquisa - UFBA e IFBA – que se estendeu por quatro meses.

narrativa. Estes momentos foram importantes para compreender como aconteceram as interações entre professora e alunos.

Após o auxílio da docente em todas as equipes, as folhas de resposta dos grupos de estudantes foram recolhidas e entregamos as narrativas para cada um individualmente para que todos pudessem respondê-las e acompanhar a sistematização, que começou pela resolução da situação-problema, utilizando diagramas, e em seguida foram apresentados outros exemplos que envolviam Funções de variáveis discretas e de variáveis contínuas, sendo que todas elas eram do tipo injetora, sobrejetora ou bijetora. Os estudantes só tiveram acesso às respostas dos demais grupos ao longo da sistematização, quando a professora perguntou como eles elaboraram suas soluções.

O documento também é outro método utilizado - as respostas das narrativas e as notas de caderno dos alunos que julgamos pertinentes -, no qual é necessário organizar todo o material, dividi-lo em partes, relacionando essas partes e procurando padrões relevantes para então serem revisitadas e fazer relações num nível de abstração mais elevado (LÜDKE, ANDRÉ, 1986). Aqui cabe ao pesquisador saber interpretar o que foi registrado e apropriado pelo estudante e como ele expressa de forma escrita essa compreensão. Essa forma de coleta também será fundamental, uma vez que o uso de signos para a apropriação é algo bastante importante na perspectiva vigotskiana (VIGOTSKI, 2009). Como dito anteriormente, as folhas de respostas foram recolhidas antes da sistematização, por ser importante analisar as resoluções dos alunos sem a interferência daquilo que fosse apresentado no quadro, uma vez que coletaríamos não as soluções dos alunos, mas sim as do professor. Por meio desses registros é possível compreender melhor as aquisições do conteúdo e as dificuldades enfrentadas no processo. As entrevistas também ajudaram neste processo de entendimento dos registros feitos pelos alunos.

A entrevista semiestruturada também é fundamental, uma vez que esta ferramenta pode tanto enriquecer a pesquisa, pois o pesquisador conta com a liberdade e espontaneidade do entrevistado, quanto também reconhecer a necessidade da presença do investigador (CRESWELL, 2007; TRIVIÑOS, 2013). TRIVIÑOS (2013) ainda ajuda a esclarecer melhor como são as entrevistas dessa natureza quando diz que,

em geral, parte de certos questionamentos básicos, apoiados em teorias e hipóteses, que interessam à pesquisa, e que, em seguida, oferecem amplo campo de interrogativas, fruto de novas hipóteses que vão surgindo à

medida que se recebem as respostas do informante (TRIVIÑOS, 2013, p.146).

Após a aplicação das narrativas, a pesquisadora principal e a professora fizeram um convite à turma para que os estudantes participassem da entrevista. Deixamos claro que este momento também fazia parte da coleta de dados, mas que eles poderiam ficar à vontade para participar ou não desta etapa. Sendo assim, de um total de 41 estudantes, apenas 9 deles participaram da entrevista, nos dias e horários negociados de acordo com a disponibilidade daqueles que aceitaram participar do encontro e então as entrevistas foram feitas de forma individual, em salas da própria escola. A maioria das perguntas estavam presentes nos guias de entrevista 1 e 2 (Apêndice E e Apêndice F), porém algumas sofreram alterações durante o processo, sendo reduzidas, ampliadas ou modificadas. Vale ressaltar que elaboramos dois guias de entrevista devido à sazonalidade de alguns alunos que estiveram presentes na aula em datas distintas.

Também foi feita uma entrevista com a professora (guia de entrevista 3 – Apêndice G), em que o objetivo era compreender a relação dela com os discentes antes e pós tarefa, como era a convivência entre os estudantes e como ficou depois deste processo, como este tipo de proposta interferiu na sua prática de ensino e na aprendizagem, e se ela conseguiu compreender através das narrativas o que é a essência da Função e então transmitir aos estudantes o que é fundamental ser discutido sobre esse conteúdo.

O objetivo primeiro é entender como aconteceu a apropriação dos conceitos de Função, se realmente houve apropriação, se a história virtual dos conceitos envolvidos ajudou os alunos a compreenderem o conteúdo e, caso tenha ajudado, como ajudou. Essa coleta somada com o que foi observado na sala de aula ajudará a entender melhor o processo de apropriação e suas relações com a história virtual.

Como se trata de uma pesquisa social, é importante prezar pela privacidade dos indivíduos que participaram da investigação. É preciso zelar pela confidencialidade, pelo anonimato dos sujeitos envolvidos, pela legalidade e pelo profissionalismo, deixando claro o propósito da pesquisa a todos os envolvidos desde o início (GRIX, 2004). Além disso, como se trata de estudantes menores de 18 anos, em sua maioria, foi necessário enviar o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido para os pais, explicando todo o processo, o que e como seriam coletados os materiais (vídeo, registros escritos, áudios), o que seria feito com estes materiais, os objetivos de pesquisa, entre outros aspectos. Além disso, foi entregue aos estudantes menores de 18 anos o Termo de Assentimento (Apêndice H), no

qual eles concordaram e autorizaram o uso dos materiais produzidos para fim de pesquisa. Esses preceitos são válidos para professor, estudantes e coordenação da escola e estão relacionados a questões éticas. Em se tratando desse aspecto, a pesquisa foi aprovada pelos Comitês de Ética em Pesquisa da Escola de Enfermagem da UFBA (Anexo 1) e do Instituto Federal da Bahia – IFBA (Anexo 2).

No processo de análise dos dados é preciso organizar todo o material reunido durante a coleta de dados, separá-lo em partes que possuam características em comum (LÜDKE, ANDRÉ, 1986), e a partir do referencial teórico, considerar aspectos relevantes presentes em momentos fundamentais. É claro que tais momentos serão considerados a partir do ponto de vista do pesquisador, à luz da teoria da qual ele se fundamenta. Portanto, conosco não será diferente, partiremos também daquilo que está relacionado ao objetivo da pesquisa a partir da perspectiva que a baseia: investigar o processo de apropriação do conteúdo de Função a partir de histórias virtuais.

Contudo, analisar não significa apenas fazer uma descrição sobre os dados coletados. “As partes” das quais tratamos acima estão vinculadas à totalidade e não podem ser entendidas isoladamente. A separação feita por nós, para fins de organização, foi fundamental num primeiro momento para compreender as particularidades no processo de apropriação a partir de uma singularidade (a sala de aula escolhida, o professor, um determinado grupo de estudantes etc). Porém, não podemos perder de vista a totalidade: estamos inseridos numa sociedade de classes definidas e antagônicas, na qual os sujeitos envolvidos na pesquisa pertencem, em sua maioria (se não completamente), à classe trabalhadora.

Sendo assim, é preciso pensar em maneiras para instrumentalizar a classe trabalhadora, dando-lhes a oportunidade de ter acesso aquilo que pertence à humanidade: o conhecimento, seja das ciências, das artes ou da filosofia. No caso em questão, estamos tratando do conhecimento matemático, mais especificamente, do conteúdo de Função, no qual são discutidas noções e correlações entre álgebra e geometria, que são fundamentais para desenvolver o pensamento teórico partindo do empírico. Sendo assim, ao pensar no esboço da tarefa, unida à proposta da história virtual, foram elaboradas narrativas compostas por situações problemas que poderiam ser vivenciadas pelos estudantes<sup>12</sup>, para então discutir aquilo que é essencial para o

---

<sup>12</sup> Tais situações podem ser vivenciadas pelos estudantes apenas em alguns aspectos. Não queremos dizer que os estudantes vão, por exemplo, para um casamento numa ilha, no qual todos os convidados irão

entendimento de Função, ou seja, a relação entre fenômenos, fenômenos estes que podem ser conjuntos numéricos, sempre respeitando certa lei de formação.

A partir do que foi discutido teoricamente nos capítulos anteriores e dos dados coletados, criaremos categorias que podem contribuir com pesquisas que tratem da apropriação do conhecimento matemático, do ensino e da aprendizagem de matemática e do uso da história virtual, uma vez que tais objetos foram discutidos ao longo do trabalho.

A construção do concreto pensado em uma pesquisa passa por um “distanciamento” da realidade para que se possa teorizar sobre ela. E é depois de passada a fase de campo que o processo analítico pode acontecer mais intensamente.(...)

Esse processo de não sistematização do óbvio passa por criar categorias que passam pelo crivo do empírico, mas que são teoricamente articuladas. Esse olhar de construção categórica é teórico e o pesquisador deve ter clareza, portanto, que os dados não falam por si.

Criar categorias a partir do material empírico é uma das etapas mais complicadas da pesquisa, pois ela requer um mergulho nos dados e na teoria para ver além do que já foi dito teoricamente (e que, portanto, não precisaria de uma pesquisa empírica), ou para questionar as proposições teóricas já postas. Analisar os dados em uma pesquisa é um processo de ver o que ainda não está posto ou de questionar o já estabelecido (MESSEDER NETO, 2015, p. 172).

Sendo assim, para criar as nossas categorias seguimos os seguintes passos:

1º) Organização dos vídeos, caderno de campo e todo material escrito e entrevistas, ordenando-os ao passo que os acontecimentos se passaram, objetivando compreender o processo;

2º) “Mergulho nos dados”: assistimos a todos os vídeos, ouvimos todas as entrevistas inúmeras vezes e fizemos anotações importantes que já pudessem nos dar algumas ideias das principais discussões dos grupos acerca da tarefa.

3º) Na última e mais difícil etapa, percebemos que ao criar e apresentar as categorias não seria a melhor opção dividir a análise pelos dias em que as narrativas foram aplicadas, uma vez que as categorias acabaram “aparecendo” em todos eles, em alguns com mais frequência e outros menos. Optamos por nomeá-las e apresentá-las nos episódios, independentemente da vinculação com a narrativa.

Vale ressaltar que não fizemos as transcrições de todo material, mas, sim, de

---

juntos num mesmo avião, que serão 120 convidados etc, mas que todos podem experienciar maneiras diferentes de organizar pessoas ou objetos quaisquer, obedecendo determinadas regras.

partes das aulas e das entrevistas. Tanto na primeira quanto na segunda etapas já identificávamos os vídeos e o trecho que apresentou aspectos daquilo que corroborava com as categorias criadas. Portanto, as categorias foram pensadas a partir de tais etapas, mas os passos foram fundamentais para identificar os momentos importantes que poderiam compor cada categoria. Assim sendo, fizemos as transcrições necessárias.

A partir dos dados coletados e das considerações feitas sobre o desenvolvimento do psiquismo humano, fundamentados na PsiHC e nos pressupostos da PHC, traremos nos próximos capítulos a análise dos dados e a conclusão da pesquisa, a fim de investigar como se deu o processo de apropriação do conteúdo de Função a partir da tarefa anteriormente descrita.

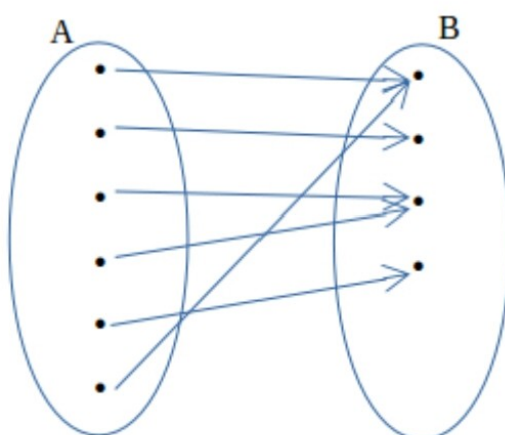


## 5 ANÁLISE DE DADOS E RESULTADOS

### 5.1 CATEGORIA 1: CONVERSÃO DOS ELEMENTOS DA FUNÇÃO EM LINGUAGEM GRÁFICA: LIMITES E PORTENCIALIDADES DA NARRATIVA

Nomeamos a primeira categoria como “**Conversão dos elementos da Função em linguagem gráfica: limites e potencialidades da narrativa**”. A discussão em relação a esse tema diz respeito ao progresso da compreensão dos estudantes da Função de variável discreta, porém demonstra uma dificuldade em compreender as Funções de variáveis contínuas, mais especificamente, os seus gráficos. Esse movimento de saída das Funções discretas para as contínuas nos ajudará a compreender como as narrativas baseadas na história virtual podem nos dar pistas sobre o processo de apropriação de conceitos.

Como dito no capítulo anterior, as Funções matemáticas, de modo geral, são representadas por sua lei de formação, ou por gráficos, ou por diagramas e junto a eles os conjuntos numéricos dos quais o domínio e o contradomínio fazem parte. A informação sobre domínio e contradomínio são representadas de maneira escrita (através dos símbolos que representam os conjuntos numéricos), antes das representações supracitadas. Geralmente, as aulas introdutórias do conteúdo tratam a Função como a relação entre elementos de dois conjuntos distintos, utilizando elementos do domínio e vinculando-os a elementos do contradomínio, como podemos ver no diagrama abaixo.



Com a professora que participou da pesquisa não foi diferente, inclusive pedimos para que fosse apresentado aos alunos, antes do início da nossa coleta, a definição de Função a partir da relação entre conjuntos através de diagramas. Feito isso, poderíamos

aplicar as narrativas, esperando que, de alguma maneira, os estudantes pudessem associar as situações-problemas com os elementos que compõem os diagramas. Além disso, ao fim de cada sistematização, esperávamos que os discentes soubessem distinguir se uma era Função injetora, sobrejetora e bijetora, ou nenhuma dessas.

A associação de todas as narrativas com o diagrama é viável por termos uma quantidade finita de elementos em todos os conjuntos, sempre sendo possível encontrar pares ordenados que estavam vinculados às questões apresentadas. Em todos os casos, estamos tratando de Funções de variáveis discretas<sup>13</sup>.

Sendo assim, o primeiro dia foi aquele em que os estudantes tiveram contato com uma narrativa baseada nos pressupostos da história virtual, portanto tratavam-se das primeiras aproximações com esse tipo de tarefa. Até então, os estudantes não sabiam do que se tratava a aula e nem do conteúdo abordado.

Baseado em Vigotski, Bellas e colaboradores (2015, p. 3), “um conceito constitui-se num vínculo entre uma expressão e um significado, que se aplica a uma classe de experiências, mesmo na ausência de um exemplar”, ou seja, trata-se de uma generalização abstrata que passa por três momentos no processo de formação de conceitos: o pensamento sincrético, o pensamento por complexos e o pensamento conceitual.

Em linhas gerais, temos que:

(O) pensamento sincrético, quando a criança produz relações de natureza subjetiva entre realidade e pensamento e, portanto, obscuras; a relação entre linguagem e pensamento também não é claramente compreensível, embora possibilite a comunicação.

Quando a criança consegue estabelecer relações de generalização com base em características objetivas de algum aspecto da realidade, atinge o estágio de pensamento por complexos. Neste estágio, os aspectos da realidade adquirem certa homogeneidade com base em vínculos que a criança percebe. Porém, tais vínculos são de natureza concreto - factual, sem forte unidade entre si, sem hierarquia, sem clara distinção entre o geral e o particular. Os objetos são percebidos com características semelhantes, mas, sem sistematicidade.

(...) A passagem do pensamento por complexos ao pensamento por conceitos acontece quando o sujeito aprende a analisar (discriminar; distinguir; decompor; perceber diferenças e semelhanças); a abstrair (separar algo mentalmente para tomá-lo em consideração) elementos de uma experiência concreta; e voltar a sintetizá-los em uma classe que abarque todas as experiências que possuem esses elementos (generalização). O pensamento pode ser considerado conceitual quando a pessoa utiliza dessas classes para conhecer e atuar na realidade em que vive. (BELLAS et al, 2015, p. 3).

---

<sup>13</sup> Variáveis discretas: características mensuráveis que podem assumir apenas um número finito ou infinito contável de valores e, assim, somente fazem sentido valores inteiros.

Entender as relações entre concreticidade e graus de generalização será importante para compreender qual o tipo de pensamento o sujeito mobiliza durante o processo de formação de conceitos ao longo da aplicação das narrativas, percebendo que quanto mais próximos da empiria, mais distantes do pensamento conceitual eles estão. O pensamento por conceito se movimenta do geral para o particular e do particular para o geral, caso contrário, ao ficar preso aos vínculos empíricos, podemos dizer que o pensamento mobilizado está num nível mais espontâneo, mais distante dos conceitos científicos.

Na primeira narrativa, em que os estudantes só souberam na sistematização que o objetivo da mesma era abordar a Função, não houve nenhuma menção nos registros escritos a diagramas ou conjuntos, a não ser por uma equipe que em uma das folhas de respostas desenhou dois conjuntos se interceptando - canto inferior direito -, mas que não manteve esse raciocínio como solução (Figura 4). Essa poderia ser uma possível resposta, porém apenas apresentaria elementos de uma Função discreta.

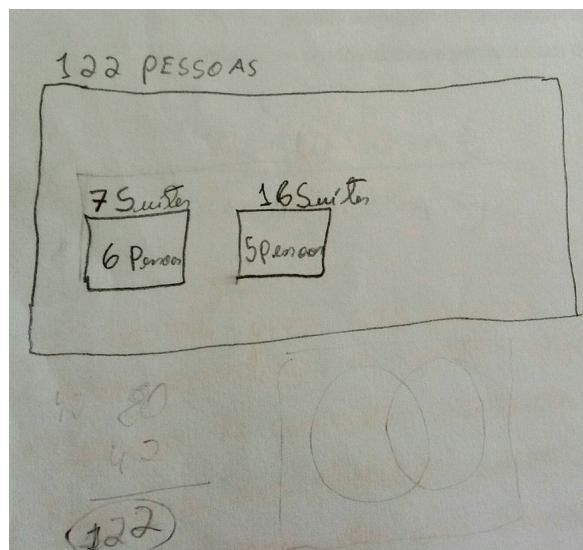


Figura 4: Conjuntos interceptados apagados na narrativa do casamento

Sendo assim, foi possível perceber que os estudantes responderam ao questionamento da narrativa apenas com aquilo que, para eles, julgavam ser suficiente, o que eles chamaram de “lógica”. Os conceitos mobilizados para responder à narrativa foram, segundo eles, conceitos já conhecidos, mas não relacionados à Função, a exemplo da divisão entre números inteiros, que foi a principal estratégia utilizada. Desse modo, os alunos achavam que o objetivo da aula era realmente trabalhar com lógica, não

associando àquilo que foi visto em aulas anteriores. Até aqui, a maioria dos estudantes mobilizaram aspectos do pensamento em níveis mais sincréticos, pois apresentaram “uma forma inicial e primeira de pensamento” (LAVOURA; MARTINS, 2017), mas que poderá caminhar em direção ao pensamento sintético caso lhes sejam apresentadas oportunidades de apropriações dos conhecimentos historicamente sistematizados.

Já é sabido que não é qualquer tipo de conhecimento que fará os sujeitos conhecerem a realidade. Em se tratando de Função, como conhecimento historicamente acumulado pela humanidade, não seria diferente, portanto não é qualquer tipo de conceito que fará os alunos compreenderem as relações entre fenômenos. Portanto, partimos de narrativas mais concretas em direção ao maior grau de generalização, as Funções contínuas<sup>14</sup>. Quando utilizamos as variáveis discretas “pessoas” e “quartos” estamos partindo de uma situação empírica, num grau de complexificação menor do que aquele quando tratamos de situações abstratas. Sendo assim, no movimento de desenvolvimento, o pensamento deve ascender das partes para o todo - ou seja, do abstrato empírico ao concreto pensado - , por isso as narrativas foram pensadas como ponto de partida, uma vez que tratam de Funções discretas, de grau de generalidade menor do que as Funções contínuas, de natureza mais abstrata.

Ao elaborar as narrativas esperávamos perceber o processo de desenvolvimento do psiquismo no movimento de aquisição da linguagem matemática, observando a transformação do entendimento da Função de variável contínua a partir da de variável discreta, pois entendemos que, a partir deste movimento, os sujeitos estão convertendo a palavra em conceito. Portanto, a transformação na linguagem também significa apropriação do próprio objeto Função.

Durante as discussões em grupo, a professora não apresentou nenhuma conexão com Funções contínuas e nem mesmo as narrativas traziam problemas desse tipo. Ela focou nos conjuntos que se relacionam, nos elementos que integraram cada um deles e nas características que definem as Funções como sendo sobrejetoras, injetoras e bijetoras. Essas informações estavam claras para a professora, mas não para os estudantes. O objetivo era fazer com que, aos poucos, eles fossem percebendo como relacionar as histórias à Função e seus elementos.

Observemos o tipo de abordagem que a professora fazia:

---

<sup>14</sup> Variáveis contínuas: características mensuráveis que assumem valores em uma escala contínua (na reta real), para as quais valores fracionais fazem sentido. Usualmente devem ser medidas através de algum instrumento.

*Professora: São essas 120 pessoas para essas 23 suítes.*

*Caíque<sup>15</sup>: Professora, 2 pessoas tem que ficar em duas suítes.*

*Bernardo: Posso (inaudível) nessas 6 horas?*

*Professora: Não, as 6 horas é o tempo da arrumação, não se preocupem muito com essas horas.*

*Felipe: Mas tem que ter, porque... cada um (inaudível).*

*Professora: Eu sei, mas imagine o seguinte: todo mundo chegou 10h, todo mundo chegou lá no saguão do hotel, aí chegou pra vocês: “Onde é que eu vou me arrumar?”. “Você vai pra suíte 1”, digamos, entendeu? Aí você chegou, aí eu cheguei, “Onde é que eu vou me arrumar?”. “Ah, você vai pra suíte junto com ele, vai pra suíte 2”. Vocês vão organizar todo mundo que chegar.*

*Felipe: E tem que ter duas pessoas numa suíte só?*

*Professora: Pode! Tá livre!*

*Miguel: Tá vendo aí, foi você que falou que tinha que ser em suítes diferentes.*

*Bernardo: Quantas crianças tem?*

*Professora: Quantas crianças tem?*

*Felipe: Aonde é que isso é relevante, véi?*

*Bernardo: É relevante, sim!*

*Miguel: Por quê?*

*Bernardo: Porque, vamos dizer, eu sou um pai com 3 filhos, eu vou botar os 3 filhos na mesma suíte!*

*Professora: Então diga, pode supor que um pai tenha 3 filhos, e aí você arruma os 4 na mesma suíte.*

*Caíque: Quanto menos gente na suíte, melhor! Vai botar 4?*

*Bernardo: Cada família, uma suíte!*

*Professora: Vão pensando!*

Neste diálogo, dá para notar o esforço que a professora fez para que os estudantes se concentrassem nas informações que eram importantes para associar as narrativas à Função, neste caso, as pessoas e as suítes, ambas variáveis discretas. Esta postura da professora fez com que os alunos voltassem a sua atenção aquilo que era importante para o entendimento do problema. Além disso, a docente só tinha disponível esta aula

---

<sup>15</sup> Os nomes dos alunos são fictícios e foram escolhidos pela pesquisadora principal.

para a discussão de função sobrejetora, isso significa que o tempo também foi um fator limitador para as discussões e contribuiu para que as intervenções fossem mais enfáticas.

Como mencionamos anteriormente, não era possível vincular diretamente as situações-problemas com Funções contínuas, porém a professora, nas suas sistematizações, abordou esse tipo de Função quando mostrou exemplos e fez exercícios, considerando Funções de 1º e 2º graus, em que os conjuntos domínio e contradomínio eram reais. Vejamos como foi feita a finalização da 1ª narrativa:

*Professora: Nós tínhamos uma situação que tinha uma condição. Qual era a condição? A relação existente entre a quantidade de suítes que nós tínhamos e o número de convidados, não é isso? Pronto! Ou seja, a gente viu que todos os 120 convidados deveriam, obrigatoriamente, estar em uma suíte, não é isso? Pronto! Ah, cada um de vocês verificou uma maneira de arrumar esses 120 convidados nessas suítes, mas qual era a condição principal do problema?*

*Mateus: Todos deviam estar em alguma suíte!*

*Professora: Exatamente! A gente não podia ter nenhum convidado sem estar em uma suíte, certo? Então se a gente for pensar em uma Função onde a gente tivesse aqui o domínio (desenha um diagrama), com os 120 convidados, né? E aqui o contradomínio (desenha um outro diagrama), as 23 ou as 21, vamos pensar nas 21 suítes, não é? Independente... vou colocar os pontinhos aqui representando as suítes... independente de quantos convidados estavam nessas suítes, arrumados pra essas suítes, a condição principal que vocês estabeleceram foi que nenhuma dessas suítes ficou sem convidados. Então não ficou nenhum pontinho desse aqui que não houvesse nenhum convidado lá junto, não é isso?*

A professora desenha algumas setas saindo de um único ponto do domínio, representando os 120 convidados, chegando nos diferentes pontos do contradomínio.

*Professora: Então, observem que as suítes são os elementos do contradomínio. Mas se eu fosse dizer, assim, pra vocês, quem é a imagem?*

*Rafael: As suítes ocupadas, ou seja, todas as suítes!*

*Professora: Então o que é que a gente fez com essa narrativa? A gente verificou que, ocupando todas as suítes, o contradomínio ficou igual a imagem, não é isso?*

*Alunos: Sim!*

*Professora: Toda vez que o contradomínio é igual a imagem, a gente tem uma Função...*

*Guilherme: Sobrejetora!*

*Professora: Isso, exatamente! Função sobrejetora.*

Neste momento, a professora concluiu que a definição de Função sobrejetora é quando temos imagem igual ao contradomínio. Logo depois exibiu outros exemplos com diagramas, formados por variáveis discretas, questionando os discentes se aquelas Funções eram sobrejetoras ou não. Por fim, para concluir os exemplos com diagramas, a professora explica por qual motivo foi possível fazer o uso desse tipo de representação:

*Professora: Isso a gente verifica em relação aos elementos. Você listou num diagrama os elementos do domínio e do contradomínio. Só que a gente pode verificar isso também resolvendo uma Função ou graficamente.*

Por esta fala, é possível perceber que a professora separou as Funções em dois casos: naquelas que são possíveis listar os elementos pertencentes ao domínio e ao contradomínio e naquelas em que não há possibilidade de listar esses elementos. No primeiro caso estamos tratando de Funções de variáveis discretas e no segundo de Funções contínuas; não queremos dizer com isso que não seja possível representar as Funções discretas graficamente e nem resolvê-las algebricamente, mas que aquelas que são contínuas não podem ser representadas por diagramas. Logo, as Funções contínuas possuem um grau de abstração mais elevado do que as discretas, pois primeiro é preciso entender o que é o objeto inteiro para compreender as partições, e então perceber que a união entre o inteiro e suas partes é a Função contínua.

Como a abordagem inicial sobre Função foi feita através de diagramas, as narrativas também foram elaboradas a partir desta perspectiva, evidenciando apenas Funções de variáveis discretas. Isto pode ter dificultado tanto o ensino de Funções do tipo contínua quanto a sua apropriação. Dizemos isso pois, após a breve fala supracitada da docente, ela já introduziu exemplos com gráficos de Funções reais, sem mostrar qualquer relação com a narrativa. A seguir, um trecho que mostra como a professora apresentou os exemplos gráficos na primeira história, mas que se repetiu em todas as outras, de maneira geral.

*Professora: Então, por exemplo, graficamente (neste exemplo, os conjuntos domínio e contradomínio são reais – Figura 5):*

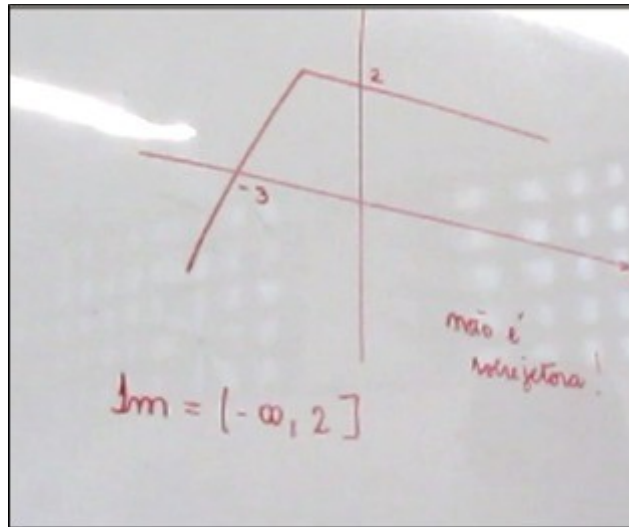


Figura 5: Exercício com gráfico e sua respectiva solução dada pela professora

Professora: Aqui é o domínio e aqui é o contradomínio. Essa Função é sobrejetora?

Melissa: Sim!

Lis: Será? Eu não sei isso!

Professora: Essa Função é sobrejetora? Por que ela é sobrejetora?

Tadeu: Tem que ver qual é a imagem.

Professora: Quem é a imagem?

Tadeu: A imagem é fechado no 2.

Professora: Pra saber se a Função é sobrejetora ou não, é só definir a imagem.

Tadeu: A imagem é até o 2, fechado.

Melissa: A imagem é menor ou igual a 2.

Professora: Exatamente! Vai de menos infinito até o 2 fechado. Então, essa imagem é igual a esse contradomínio?

Alunos: Não!

Professora: Não, então essa Função aqui, por exemplo, não é uma Função sobrejetora.

Carlos: Pró, eu não entendi!

Lis: Eu não entendi nada!

(...)

Professora: Vamos fazer outro exemplo.



Após esse exemplo, a professora apresentou outros exemplos gráficos de Funções que eram sobrejetoras e outros que não, sempre encontrando o conjunto imagem e comparando com o contradomínio apresentado na questão.

Até aqui, podemos perceber que, mesmo se tratando da mesma narrativa, da mesma abordagem, alguns estudantes se encontravam em estágios de pensamento diferentes: enquanto alguns já conseguiam associar o gráfico e sua respectiva imagem à Função sobrejetora, alguns estudantes sequer sabiam como encontrar a imagem da Função ao olhar o gráfico. Isso reforça que a apropriação não é uniforme para todos, não acontece da mesma maneira e nem ao mesmo tempo para todo e qualquer sujeito.

Em se tratando da 2ª narrativa, a solução do problema das araras já apresentou alguns aspectos constitutivos da Função: diagramas, discussão sobre domínio e contradomínio e até mesmo gráficos de Funções de variáveis contínuas.

De maneira geral, o objetivo da narrativa das araras era trabalhar a Função injetora, sendo as araras fêmeas os elementos que compunham o domínio e os machos pertenciam ao conjunto contradomínio. Como não há quantidades não naturais para o número de araras, estamos tratando mais uma vez de Função de variáveis discretas. Sendo assim, foi possível trabalhar a situação através de diagramas e da relação entre os seus elementos, sabendo que o foco era abordar a injetividade: todo elemento pertencente à imagem é imagem de um único elemento do domínio.

Logo no início das discussões, um grupo já assumiu se tratar de Função e buscava classificar os fenômenos (araras fêmeas e machos) como domínio ou contradomínio, indicando um passo dado pelos alunos em direção à uma narrativa sintética. Vejamos como foi este diálogo:

*Augusto: Ó, é o seguinte, eu entendi o que ele quis dizer. É que vai ficar dois machos para uma fêmea. Só que o problema é que 2700 pra 2100 não ia ficar uma conta exata, entendeu?*

*Professora: Mas precisa ficar uma coisa exata?*

*Augusto: Ô, é bom, né?*

*Professora: Sim, prestem atenção no texto e em relação à monogamia, certo? Pra gente poder relacionar as fêmeas e os machos...quem é!*

*Lineu: Ah! Então o  $x$  da Função poderia ser as fêmeas e não os machos, porque vai sobrar machos, não fêmeas, sacou?*

*Augusto: Hum, tá, calma!*

Lineu: Porque o  $x$  não pode ser, tipo, vazio, tá ligado? Não pode ser no  $x$ , senão não é Função!

Augusto: Então vai ser os machos em função das fêmeas...ô! Vai ser as fêmeas em função dos machos.

Lineu: É, as fêmeas em função dos machos, exatamente!

Augusto: 2700 machos?

Lineu: Ou seja, 2100 fêmeas para 2100 machos.

Augusto: 2700.

Lineu: 2700 machos, sendo que desses machos, 600 iam ficar sem fêmeas.

Ao analisar os documentos, outra equipe também chegou a mesma conclusão, em que as araras fêmeas e machos são os domínio e contradomínio, respectivamente, e 600 machos ficariam sozinhos, devido à monogamia destas aves (Figura 6). Vale ressaltar que os estudantes só tiveram contato com a 2ª narrativa no segundo dia de coleta, ou seja, depois da sistematização da primeira situação-problema, no qual a professora já tinha lembrado e apresentado alguns novos conceitos, como o de Função, Função sobrejetora, domínio, contradomínio, imagem etc.

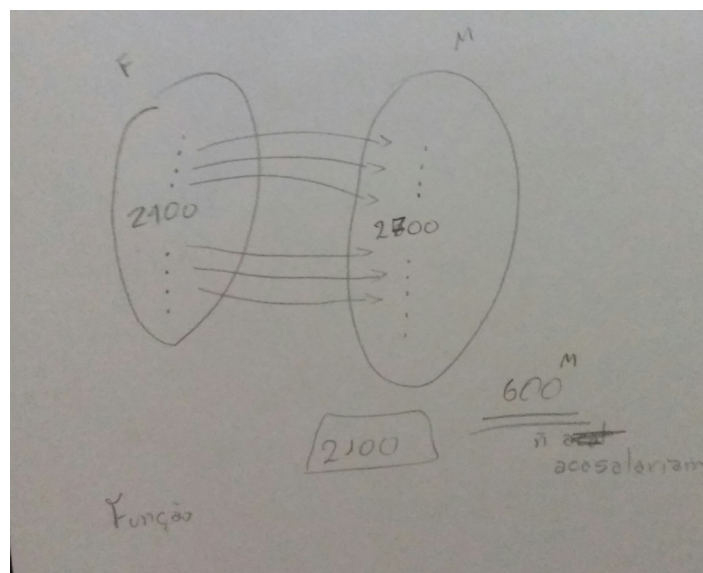


Figura 6: Solução com diagramas no caso da monogamia das araras

A partir da coleta de tais dados, podemos inferir que os discentes estavam se distanciando da linguagem cotidiana e a convertendo em linguagem matemática, uma vez que não estão, simplesmente, reproduzindo mecanicamente o conceito de Função, mas discutindo a relação existente entre os fenômenos que a compõem, estão discutindo a

sua essência. A palavra “Função” não foi apenas citada, verbalizada, ela transformou os sujeitos, converteu-se num ato de pensamento, logo, assumiu o papel de signo.

Foi a análise do papel do signo/palavra na formação da imagem psíquica que conduziu Vigotski em direção à investigação da conversão da palavra em ato de pensamento, isto é, da elaboração da palavra em sua significação. O significado da palavra ganhou destaque posto representar, primeiramente, seu traço nuclear - o conteúdo da palavra, mas igualmente por se impor como generalização, isto é, como conceito. Por isso Vigotski postulou o desenvolvimento da fala como o salto qualitativo decisivo na humanização do psiquismo, à medida que ela resulta do entrecruzamento de pensamento e linguagem, funções que em suas origens seguem linhas distintas e independentes de desenvolvimento. Por conseguinte, o desenvolvimento do pensamento e da linguagem mantém estreita aliança com o processo de complexificação da palavra. (MARTINS, 2016, p. 17).

Portanto, podemos perceber indícios de apropriação do signo que saiu da face fonética em direção à face semântica a partir da aproximação com tais situações-problema.

No decorrer das abordagens da professora aos grupos, um debate chamou a sua atenção, pois os estudantes estavam construindo gráficos para responder a narrativa, levantando hipóteses sobre como seria o gráfico caso as araras fossem poligâmicas, assim como comparando Funções algébricas:

*Heloísa: Mas, tipo, 2700 machos, mas como elas são mono, mono... como é que diz?*

*Professora: Monogâmicas.*

*Heloísa: Monogâmicas... aí é que tá! Porque, tipo, são 2700 machos que ficam com 2100 que são férteis, que poderiam procriar.*

*Cristina: Aí seriam 2 machos pra 1 fêmea.*

*Professora: Não pode, não pode!*

*Heloísa: Então ia sobrar quantos machos? Ia sobrar 600 machos.*

*Professora: Sim, e então essa relação, vocês fizeram como?*

*Cristina: Uma Função.*

*Professora: Uma Função, hum... e relacionaram o quê?*

*Valdo: É que... isso aqui seria como se fosse uma espécie poligâmica (aponta para um gráfico feito por eles no caderno). Basicamente, assim, em média, para cada macho a gente teria um número, tipo, de 7, de 8, de 10 fêmeas. Então, tipo,  $y = 7x$ ,  $y = 8x$ .*

*Professora: Certo.*

*Valdo: Essa forma daqui é como funciona das araras, existe, geralmente, um macho para cada fêmea, por conta da relação monogâmica. Então é basicamente uma reta que não sobe tanto quanto a outra, é mais assim. Então a relação de função seria que  $y = x$ , certo?*

Mais uma vez, os sujeitos envolvidos na solução da narrativa já trataram o problema como sendo algo que envolvia Função, já que utilizaram gráficos e seus componentes. Porém, diferentemente das outras soluções e da maneira pela qual a professora pensou em discutir o problema, o grupo tratou a situação como sendo uma Função contínua, no qual o domínio e a imagem seriam reais positivos. Neste caso, houve um equívoco dos estudantes ao pensar esta situação como uma Função contínua. Porém, o que poderia ser considerada uma limitação da própria narrativa e um erro dos alunos passou a ser um detalhe quando os estudantes, provavelmente, associaram essa história à sistematização da primeira narrativa, no momento em que a professora apresentou a definição de Função sobrejetora a partir de uma questão de variável discreta e, logo depois, julgou como sendo sobrejetora ou não Funções contínuas representadas por gráficos.

Na representação algébrica da situação da monogamia das araras, o grupo denominou as araras macho como sendo a variável dependente ( $y$ ) e a fêmea como sendo a variável independente ( $x$ ). Contudo, ao transpor a situação para os gráficos, os estudantes inverteram as posições (Figura 7 e Figura 8), mostrando que os elementos ainda não estavam tão claros para eles, uma vez que os mesmos objetos foram representados de maneiras diferentes e, neste caso, uma delas estava equivocada.

Mesmo de maneira não adequada, pois não se tratava de um problema de variável contínua, essa solução dos alunos demonstra um caminho promissor para a abstração e entendimento do conceito, mostrando que os graus de generalização não são estanques mas estão em movimento. Ou seja, os alunos elevam seu pensamento a um nível mais abstrato, mas ainda o fazem usando de variáveis discretas, mostrando ainda a necessidade de entender o grau de generalidade desse processo. Isso implica que o professor precisa ficar atento a essa mobilização ainda difusa de pensamento de modo a consolidar a aprendizagem garantindo que as hierarquias dos conceitos (graus de generalização) fiquem mais claras.

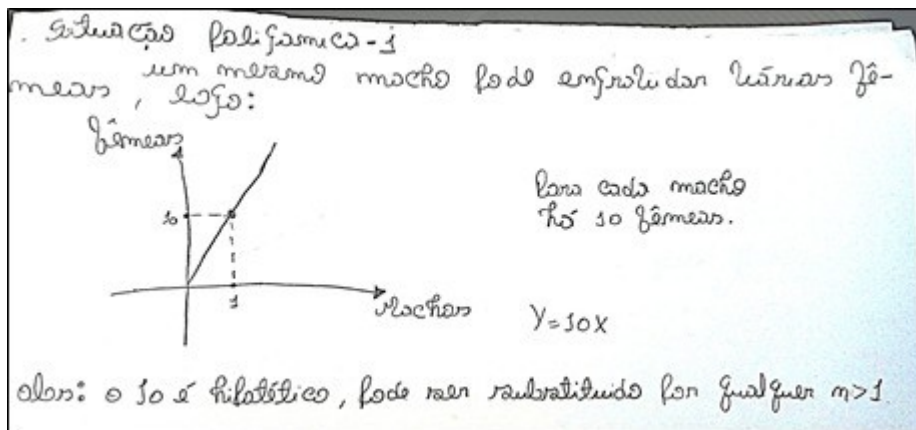


Figura 7: Gráfico ilustrando espécies poligâmicas

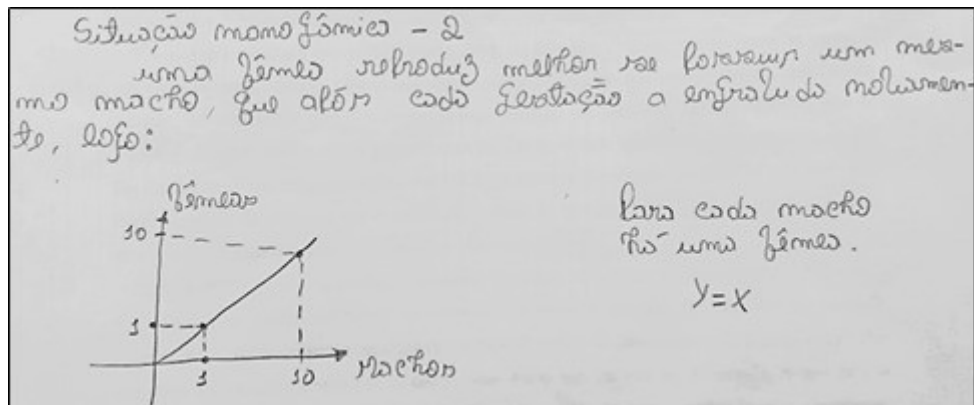


Figura 8: Gráfico ilustrando espécies monogâmicas

Na solução acima, o grupo coloca uma observação referente à primeira situação pensada por eles (espécie poligâmica), no qual “n” pode ser qualquer número maior do que 1. De maneira geral, em linguagem matemática, o “n” representa qualquer número natural, o que condiz com a situação, uma vez que a narrativa trata da quantidade de animais, portanto de Funções de variáveis discretas. Contudo, os discentes o utilizam, aparentemente, sem vinculá-lo a esta ideia. Além disso, os alunos consideram o n maior do que 1, porém esboça o gráfico considerando n igual a zero.

Além disso, salientemos que o problema da monogamia das araras deve ser pensado e solucionado através dos diagramas, em que, ao fixarmos uma fêmea, existe apenas um macho específico para ela. Esse macho pode ser qualquer um dentre os 2700, mas ao ser designado para uma determinada fêmea, este estará sempre vinculado a ela devido à monogamia das araras, sendo esta a condição que assegura a injetividade da situação.

Após aplicação de toda tarefa foram feitas entrevistas com alguns estudantes que se disponibilizaram para tal. Vejamos o que Mateus disse sobre suas impressões acerca da tarefa apresentada:

*Pesquisadora principal: Em algum momento você desconfiou que essas tarefas tinham a ver com matemática? Por quê ou como?*

*Mateus: Tava na aula de matemática!*

*Pesquisadora principal: Sim.*

*Mateus: A professora passou uma atividade, assim, dinâmica, do nada, bem que eu desconfiei que era de matemática!*

*Pesquisadora principal: Mas só por se tratar da disciplina?*

*Mateus: Sim! Mas também, assim, tipo, por causa das perguntas também.*

*Pesquisadora principal: Mas em termos da história que foi mostrada, de alguma forma você pensou que tinha a ver com a matemática?*

*Mateus: Sim!*

*Pesquisadora principal: Por quê?*

*Mateus: Ai, esse por quê... por causa das perguntas, envolvia cálculos, tinha pesquisa e tal... essas coisas do tipo.*

*Pesquisadora principal: Você conseguiu ver algo em comum entre as narrativas? Você lembra das narrativas?*

*Mateus: Não, estava estudando pra física, aí...*

*Pesquisadora principal: Na dúvida, eu trouxe. (São) Essas daqui: da...*

*Mateus: Da viagem.*

*Pesquisadora principal: Isso... do casamento.*

*Mateus: Da arara e do roubo.*

*Pesquisadora principal: Isso, das impressões digitais, né?*

*Mateus: Isso!*

*Pesquisadora principal: Você conseguiu enxergar algo em comum nessas três histórias?*

*Mateus: Além dos números, é... sobre isso...*

### **Silêncio**

*Pesquisadora principal: Em algum momento você disse assim: “ah, menino, é isso, é por isso que ela está falando disso nesse momento!”*

*Mateus: Funções! Nas Funções.*

*Pesquisadora principal: Mas antes da professora falar isso, você não tinha pensado em nada a ver com Funções?*

*Mateus: Nada a ver com Função! Eu pensei que fosse mais uma atividade comum!*

*Pesquisadora principal: Comum ou incomum?*

*Mateus: Mais ou menos incomum.*

*Pesquisadora principal: Tá, depois você pensou em Função. Aqui (apontando para a narrativa do casamento), provavelmente, foi quando você menos pensou em Função.*

*Mateus: É, eu não sabia!*

*Pesquisadora principal: Mas depois, quando a gente foi fazer as outras...*

*Mateus: Já fui sabendo que era Função.*

*Pesquisadora principal: Certo. Você consegue dizer o que é Função?*

*Mateus: Hum...é, tipo (risos), aí, eu não sei dizer!*

Neste diálogo, podemos perceber que o aluno só soube reproduzir o nome “Funções”, e mesmo assim, só depois de algumas dicas da pesquisadora principal. Ao questionar se havia algo em comum entre as histórias, além de dizer do que se tratava, esperava-se que o aluno dissesse como seria possível tratar de Função a partir daquelas histórias, mesmo que fosse apenas falando alguns elementos, como conjuntos, elementos, gráficos etc, o que não aconteceu. Isso quer dizer que o uso de atividades dessa natureza não garante a efetiva apropriação de conceitos. Buscamos entender, a partir das condições e correlações entre aprendizagem e desenvolvimento, como o uso de tais tarefas contribuem ou não no processo de apropriação do conteúdo de Função.

No caso deste diálogo, quando o estudante apenas utiliza a palavra “Função” sem vincular a nenhum elemento que a compõe e nem a associa à atividade passada pela professora no fim da tarefa, percebemos que este termo não gerou, até aquele momento, mudança no que diz respeito ao ato de pensamento, ou seja, a palavra apareceu como simples extensão do objeto e não como signo (MARTINS, 2016). A palavra, enquanto signo dos signos, é uma síntese rica de múltiplas determinações, pois ao mesmo tempo que ela representa, em si, o seu conteúdo, ela também representa generalizações, ela é um conceito. Contudo, a palavra também pode ser apenas “uma mera extensão do objeto (...) quando a face fonética prepondera sobre a face semântica” (MARTINS, 2016, p. 17). Essa ênfase no uso da palavra sem a compreensão dos conceitos subjacentes a ela geralmente surgem no início do desenvolvimento da fala, o que nos leva a pensar que este aluno ainda está no início do processo de aprendizagem e que, portanto, ele ainda

precisa ser orientado em direção aos verdadeiros conceitos para que se chegue num grau de generalização capaz de entender a realidade. Portanto, mesmo após a aplicação de todas as narrativas, a fala do estudante nos faz concluir que ainda faz-se necessário mobilizar aspectos do pensamento sintético, uma vez que o estudante apresenta o termo sem qualquer relação com os seus componentes, não há uma clara compreensão entre o que é falado e o que é pensado, tanto que o mesmo não soube articular aquilo que ele entende por Função com o que foi visto em sala.

Como dito anteriormente, as narrativas não foram elaboradas pensando em Funções contínuas, porém, como vimos, alguns estudantes conseguiram ultrapassar os limites da própria história e ir além da fronteira do imediato, e esta é a sua potencialidade. Vale ressaltar que isso aconteceu após a sistematização da professora, ou seja, durante o processo de escolarização, ao aproximar os sujeitos dos conceitos e distanciá-los das atividades empíricas (OLIVEIRA, 2003). Podemos dizer assim, que esta tarefa, juntamente com o tipo de abordagem apresentada pelo professor, tem potencialidade na promoção do pensamento abstrato empírico para o concreto teórico. Como, ao tratarmos de funções injetoras, sobrejetoras e bijetoras, é imprescindível abordar o conceito de Funções, os estudantes podem ter compreendido que na construção de quaisquer gráficos de Funções existe, essencialmente, a relação entre fenômenos, pois não há gráfico caso não existam variáveis independente e dependente.

Assim, inferimos que a narrativa permitiu mostrar que há possibilidade de mobilizar o pensamento em termos da conversão da linguagem cotidiana em linguagem matemática e isso pode acontecer em maior ou menor grau, indo desde a repetição verbal da palavra, no início do processo, até uma amálgama mais abstrata entre pensamento sincrético e sintético. Sabemos, porém, que a conversão da linguagem cotidiana em linguagem matemática e o uso da mesma não acontecerão, necessariamente, ao passo que essas tarefas serão apresentadas aos alunos, pois não se trata de um processo simples, uma vez que a apropriação desse tipo de linguagem também se configura em um jeito de pensar, torna-se, assim, um instrumento de pensamento.

Contudo, este tipo de tarefa, tal qual elaboramos, possui seus limites e pode ser repensada para que a conversão para linguagem gráfica aconteça de maneira menos brusca, sem rompimentos, no qual não teríamos de um lado o problema envolvendo as Funções discretas, e de outro questões envolvendo Funções contínuas. Logo, para que isso seja possível, é necessário pensar em narrativas que envolvam variáveis contínuas,



que permitam que a transição entre os graus de generalização aconteça de forma adequada e que faça os sujeitos entenderem a realidade.

## **5.2 CATEGORIA 2: O COTIDIANO NAS NARRATIVAS E O PENSAMENTO EMPÍRICO: ENTRAVES AO DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO CONCEITUAL**

Passemos então para a segunda categoria, nomeada “**O cotidiano nas narrativas e o pensamento empírico: entraves ao desenvolvimento do pensamento conceitual**”. A discussão neste tópico diz respeito à relação dos estudantes com as histórias criadas, o quão próximas às soluções se apresentavam, em alguma medida, do seu dia-a-dia, ou seja, como a relação entre realidade concreta e o problema dado influenciou no desenvolvimento do seu raciocínio.

Como já dissemos anteriormente, a história virtual é uma narrativa composta por uma situação-problema, no qual os estudantes devem se sentir parte do grupo que deverá responder à questão e que nela existam as características essenciais dos conceitos a serem trabalhados (MOURA, LANNER DE MOURA, 1998). Sendo assim, ao elaborar as narrativas, pensamos em criar histórias em que os cenários poderiam ser conhecidos pelos estudantes: provavelmente, todos já foram a algum casamento na vida ou já assistiram na TV (1ª narrativa), já viram reportagens sobre contrabando de animais silvestres (2ª narrativa), assim como já tiveram acesso a reportagens, novelas, séries ou filmes que tratavam da investigação de algum roubo (3ª narrativa). Foi a partir da possibilidade de vincular a relação entre fenômenos a esses acontecimentos que decidimos, de fato, que as narrativas seriam aquelas que apresentamos aos alunos.

Os estudantes durante a aplicação da narrativa do casamento não sabiam que aquela história podia ser relacionada com conteúdo de Função, como foi visto na discussão da categoria passada. Porém, ao fim da aula, a professora mostrou a ligação existente e disse que na aula seguinte continuaria com a pesquisa:

*Professora: Tudo bem, gente? Na próxima aula a gente continua, tá bom? (...)*

*Carlos: Professora, agora a gente vai ver a injetora e a outra lá?*

*Professora: Hum, é, é!*

Ao perceber a fala de Carlos, a pesquisadora principal o questionou sobre o conhecimento de tais Funções, e o mesmo disse que já tinha ouvido falar deste tipo de Função na escola anterior, no 9º ano.

Apesar de apenas Carlos conhecer superficialmente o que seria tratado nas aulas seguintes, alguns alunos já foram para o segundo dia pensando como envolver Função na solução do problema proposto. Assim, após a leitura coletiva da narrativa das araras, um dos grupos logo desenhou diagramas de Venn, considerando as 2100 araras fêmeas férteis como domínio e os 2700 machos como o contradomínio (Figura 9).

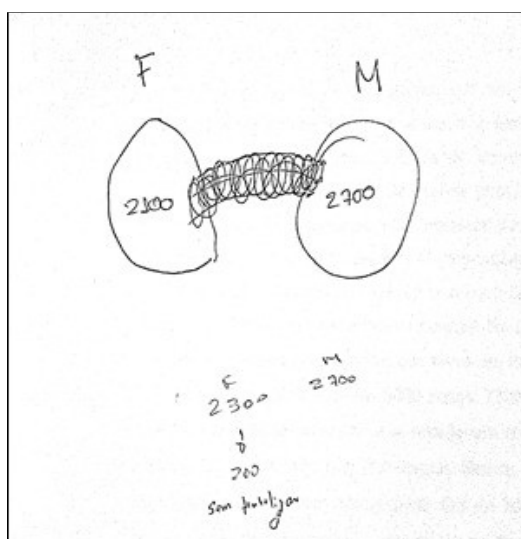


Figura 9: Solução de um grupo usando diagramas de Venn

Dos 8 grupos formados na turma, 4 deles responderam a atividade através de diagramas ou gráficos, enquanto os outros só responderam à primeira questão do problema (o discurso do homem que roubou as araras faz sentido?). Contudo, os alunos foram mais cuidadosos com as características presentes na narrativa, leram e releeram tentando compreender a relação entre os casais de araras, além de fazerem poucas suposições acerca do problema, no qual a única ideia diferente para superá-lo foi esperar nascer os filhotes dos casais que se mantiveram e então eles se juntariam aos machos que ficaram sozinhos.

*Professora: Vem cá, vocês vão fazer o que com as que sobraram?*

*Michele: As que sobraram? Vão ficar sozinhas!*

*Professora: Sozinhas? Quem vai ficar sozinho, as fêmeas ou os machos?*

*Michele: Os machos! Ah, então tive uma ideia! A gente pode fazer assim: depois que as fêmeas procriaram com os machos, depois que elas parissem e ficassem de resguardo, ficassem de boa, aí, tipo, a gente bota ela...*

*Maria: Não, não, espera aí!*

*Professora: Hahaha. Elas são monogâmicas!*

*Maria: Os filhos podem crescer e ficar com os machos.*

*Professora: Você pode pensar nisso para o futuro, mas aí não!*

*Michele: Então a gente não precisa olhar para quem sobrou!*

Vejamos que no diálogo acima as alunas têm uma certa aproximação com o tema, a situação está mais próxima da empiria, tanto que Michele associa o parto e os cuidados pós-parto das aves com dos seres humanos. Esta discussão trouxe a tona conceitos espontâneos, que a priori não tinham vínculo com a resposta, mas que ao mesmo tempo não fez com que as alunas se desligassem da relação entre os fenômenos, quais fenômenos eram esses e a relação se manteve.

À primeira vista, quanto mais próxima da realidade dos sujeitos a situação-problema estiver, melhor, pois eles poderão solucioná-la mobilizando apenas conhecimentos cotidianos, não-científicos. Isso poderia até ser aceitável caso não estivéssemos na escola, lugar responsável por divulgar o saber elaborado, não o senso comum, uma vez que o dia-a-dia já dá conta desse tipo de conhecimento, ou seja, ele é aprendido em qualquer lugar, independente da escola. A questão é que, junto com o problema proposto, vem também a discussão de conceitos próprios da matemática, isto é, de conceitos científicos. Segundo Vigotski (2000):

no campo dos conceitos científicos, ocorrem níveis mais elevados de tomada de consciência do que nos conceitos espontâneos. O crescimento contínuo desses níveis elevados no pensamento científico e o rápido crescimento no pensamento espontâneo mostram que o acúmulo de conhecimentos leva invariavelmente ao aumento dos tipos de pensamento científico, o que, por sua vez, se manifesta no desenvolvimento do pensamento espontâneo e redundando na tese do papel prevalente da aprendizagem no desenvolvimento do aluno escolar (VIGOTSKI, 2000, p. 243).

Ao longo da aplicação da 2ª narrativa, os alunos foram dando pistas quanto à apropriação do conteúdo de Função à medida em que as respostas e discussões foram

se complexificando, como ao fazer comparações entre gráficos de Funções reais, avançando para conjecturas num nível mais abstrato, considerando não apenas os diagramas de Venn e variáveis discretas. Porém, ao lerem a história, alguns estudantes lembraram do filme “RIO”, no qual uma arara azul macho tinha sido capturada por contrabandistas ainda filhote, vivia como um animal doméstico nos Estados Unidos e acreditava ser o último exemplar da sua espécie. Quando descobrem que no Brasil existe uma fêmea da mesma espécie, um cientista tenta uni-los para que possam salvar a espécie da extinção, mas há uma tentativa de roubá-los e o filme se desenrola a partir de então.

Lis, a aluna que já havia assistido ao filme, utilizou-se desse conhecimento para com os colegas para defender seu ponto de vista:

*Lis: Achei, velho! Tem 200 fêmeas inférteis, mas, tipo, elas não sabem que são inférteis. E aqui tá falando que o ladrão falou que os machos se uniriam a outras fêmeas, mas não iam, não! Se a espécie é monogâmica, eles não se unem a outras fêmeas, ficam com a mesma até quando morrem, as vezes morrem de tristeza pelo outro que morreu!*

*Marcela: É mesmo? Ai!*

*Lis: Sério, não, é sério! O poligâmico tanto faz, mas o monogâmico acasala com o mesmo a vida toda! Então “os machos se unirão a outras fêmeas”... não, porque as fêmeas não sabem que são inférteis.*

*Marcela: Então se já tinham 500 machos sobrando, vão sobrar agora 700.*

*Lis: É igual ao filme, a mãe da arara já morreu e o pai dela fica sozinho, não pode nem cruzar com a filha, porque é monogâmica.*

*(...)*

*Carlos: Sim, e o que é que a questão quer saber mesmo?*

*Marcela: Se o discurso do ladrão faz sentido. Pró, acabamos!*

*Lis: Calma! Ainda pergunta qual a relação que fica. É... então vai ficar uma fêmea pra cada macho e 600 sozinhos.*

Neste caso, o conhecimento vinculado ao filme contribuiu para que a aluna reafirmasse o seu posicionamento e também concordasse com as definições presentes na narrativa (espécies monogâmicas e poligâmicas), porém não se mostrou suficiente para responder ao problema, uma vez que a pergunta “Como fica a relação entre as araras fêmeas e machos que restaram?” não foi respondida simplesmente por ter

assistido ao filme ou por outros conhecimentos não relacionados à narrativa e ao conteúdo de Função. Isso significa que os conceitos espontâneos não se mostraram suficientes para mobilizar nos estudantes os conceitos matemáticos que só poderiam ser disponibilizados via escolar, por meio do ensino.

Os problemas do ensino e da educação que impulsionam o desenvolvimento estão estreitamente ligados à fundamentação lógico-psicológica da estruturação das disciplinas escolares. O conteúdo destas e os meios para desenvolvê-los no processo didático-educativo determinam essencialmente o tipo de consciência e de pensamento que se forma nos escolares durante a assimilação dos correspondentes conhecimentos, atitudes e hábitos. Por isso, as questões referidas à estruturação das matérias escolares não têm uma importância estreita, didático-metodológica, mas mais ampla, a partir do ponto de vista das particularidades do desenvolvimento psíquico dos escolares. (DAVIDOV, 1986, p. 109).

Com base na citação anterior, reforçamos que a escola tem uma responsabilidade ímpar de viabilizar aos sujeitos a formação de um nível mais alto de consciência e pensamento, disponibilizando os conteúdos a partir dos clássicos. Para isso, faz-se necessário pensar não apenas nas questões didáticas, mas associá-las às formas fundamentais da consciência e do pensamento, uma vez que “as particularidades da generalização, em unidade com os processos de abstração e formação de conceitos, caracterizam, a nosso juízo, o tipo geral de pensamento do homem” (DAVIDOV, 1986, p. 110).

Já a situação-problema da narrativa do roubo das obras de arte, elaborada para tratar da relação de um para um – logo, apropriada para abordar Função bijetora –, foi escolhida devido ao contexto, o qual realmente poderia ter sido vivido pelos estudantes; mais que isso: algum dia a humanidade já se deparou com este tipo de problema, em que foi necessário pensar em alguma maneira de associar diretamente suspeitos à determinada prova. Esta prova é a impressão digital, uma vez que toda e qualquer pessoa possui uma (salvo raras exceções, como portadores de algumas síndromes) e não existem duas ou mais pessoas com digitais iguais.

Logo que a professora chegou em sala, os discentes perguntaram se continuaríamos com aquela aula diferente para falar de Função. Ao receberem resposta afirmativa, já pediram logo as narrativas para que pudessem começar a responder ao problema. Sendo assim, ao término da leitura, os grupos já pensaram no(s) possível(is) culpado(s) pelo roubo das obras de arte sem se atentarem ao real questionamento da narrativa - quais pistas ou provas solucionariam o problema do roubo?. A grande maioria

apontou os seguranças como culpados, porque não fazia sentido as obras de arte serem levadas e o sistema de segurança estar desativado sem ninguém perceber, a não ser que alguém de dentro tenha acobertado o ladrão.

*Daniel: Uma pessoa só não tinha como pegar 231 obras.*

*Nair: Não, foram 6 obras.*

*Daniel: Ah, tá! Mas não tinha como levar as 6 na mão. Tá saindo aqui e ninguém vai perceber?*

*Lis: Não, ela pode sair com umas cinco aqui e outra aqui (carregando nos braços).*

*Daniel: E quem é que sabia que a caixa tinha sensor de toque? Era alguém da segurança. Então, pelo menos, um segurança levou essas obras. Os outros visitantes não sabiam, tipo, do horário de funcionamento.*

*Lis: Os seguranças sabiam do horário, dos alarmes do local, e ele está falando que os alarmes de segurança não estavam funcionando, ou seja, algum segurança...*

*Carlos: Desligou o sistema!*

*Lis: Isso, para poder facilitar o roubo.*

Mas como apontar o culpado teria relação com o conteúdo de Função? Assim que entramos na sala, fomos questionadas quanto à continuação do assunto, mas durante a solução alguns estudantes deixaram a Função em segundo plano – ou simplesmente a ignoraram – ou tentavam encaixar a Função na história. O objetivo não era fazer com que os alunos simplesmente inserissem o conteúdo na situação, mas que da situação eles pudessem compreender os traços essenciais para se chegar ao conceito de Função. Contudo, os alunos estavam tentando operar com os traços sensoriais apresentados na situação-problema, e segundo Davidov (1986), tal pensamento se realiza com ajuda das abstrações e generalizações de caráter lógico-formal e leva apenas a formar os conceitos empíricos:

No esquema lógico-formal entra tanto a formação dos conceitos cotidianos como dos conceitos empíricos da ciência. As abstrações e generalizações lógico-formais não expressam a especificidade dos conceitos científicos estritamente teóricos. (DAVIDOV, 1986, p. 114).

Desde o início, a maioria já havia deduzido que iríamos continuar o assunto, mas o envolvimento foi tão grande com a história que muitos deles sequer leram novamente a

narrativa para compreender do que se tratava, o único objetivo era saber somente quem roubou as obras, mesmo depois de feita a sistematização, no qual a professora evidenciou a relação entre a narrativa e a Função, mais especificamente, Função bijetora. Vejamos parte da entrevista de Daniel:

*Pesquisadora: Você conseguiu ver algo de interessante nessas narrativas, você gostou delas, o que você achou dessas histórias?*

*Daniel: Sim, sim. Aquela do assalto, no caso, eu gostei bastante! Porque, tipo, eu gosto dessas coisas de mistério e tal, e aí eu gostei bastante. Agora, a única coisa que eu não gostei foi que a professora não deu a resposta completa.*

*Pesquisadora: Por que que você acha isso?*

*Daniel: Porque ela não falou quem foi! Ela falou que tinha que pegar as digitais das 427 pessoas, se eu não me engano, só que não falou quem foi. Tipo, deixou em aberto.*

*Pesquisadora: Mas você acha que isso era importante na narrativa?*

*Daniel: Era. Tipo, pra quem acertou ter aquele gás da vitória e quem errou ficar “poxa, o que foi que eu errei?”.*

*Pesquisadora: Mas você acha que nessa narrativa, do jeito que está escrita, tem como você achar um único culpado?*

*Daniel: Não um único, mas um grupo de pessoas. Porque, tipo, poderia ser tal grupo de pessoas, foi o segurança mais um grupo de pessoas. Podia até dar nomes, na narrativa podia ter os nomes, aí a gente poderia falar quem foi, isso ajudaria também de certa forma.*

*Pesquisadora: Mas você acha que a professora usou essa narrativa para discutir o que?*

*Daniel: É, a questão dos... é, meio que conjuntos. Tipo, um conjunto de pessoas deu suas digitais, então alguém daquele conjunto de pessoas meio que pode ser culpado, é suspeito, entende? Meio que foi para dar conjunto.*

*Pesquisadora: E você lembra o que a pessoa que estava investigando o roubo pediu?*

*Daniel: Pediu para ajudar na procura, pediu pra pedir uma forma de procurar. Não foi... mas eu acho que ficou meio óbvio o negócio da digital, por isso que eu queria saber quem foi, saber quem roubou. Tipo, um grupo de seguranças, um grupo de pessoas com seguranças, pessoas e outras pessoas.*

Uma colega de equipe de Daniel também falou sobre as suas impressões acerca da relação entre as narrativas e o conteúdo de Função:

*Pesquisadora: Em nenhum momento você conseguiu relacionar as histórias com Função?*

*Lis: Não, depois da primeira eu até tentei pensar em conjunto no das araras, o que eu poderia fazer, colocar lá. Eu tentei até relacionar, mas eu fui mais pela lógica.*

*Pesquisadora: E a do roubo?*

*Lis: Não, essa eu não consegui colocar em conjunto, não! A gente começou a pensar que poderia ser um dos seguranças, que estavam lá infiltrados e tudo, a gente começou a pensar em filme de ação, começamos a pensar numas maluquices... missão impossível. Uma das possibilidades era que até Ethan Hunt (personagem principal do filme Missão Impossível) tenha roubado as obras, ele conseguiria roubar fácil, fácil... no filme!*

Na fala de Daniel é possível notar que ele relaciona o problema com conjuntos, mas de forma muito rápida, sem dar muita importância à Função, mesmo tendo a compreensão de que esse poderia ser o objetivo da tarefa. Contudo, ele insiste em saber os culpados; a trama montada pareceu ser mais importante do que a própria solução e sua relação com o assunto. Já Lis, desde o início, tenta encaixar a Função em algum momento da situação, porém, como não consegue, utiliza os conhecimentos já vistos em algum lugar (fora da escola) para tentar responder o problema.

Após as intervenções da docente nos grupos, mostrando que o objetivo era saber qual prova levaria ao ladrão, alguns estudantes responderam prontamente que seria a impressão digital, porque “todo mundo sabe que a impressão digital entrega quem fez alguma coisa”, mas não sabem dizer o motivo. Aliás, uns até sabem que a digital é única e todos possuem, mas não associam a relação existente entre pessoas e digitais com o conceito de Função. Os estudantes associaram o problema a filmes de ação e séries sobre investigação criminal que eles assistiram, mas não à relação que uma digital está associada a uma única pessoa, e aí está a possibilidade de discutir Função, neste caso, a Função bijetora.

Portanto, o que os estudantes fizeram até aqui foi identificar os traços externos do objeto, limitando-se ao pensamento empírico, em que eles poderiam encaixar ou não a história no conteúdo de Função, identificando tais objetos a partir de experiências empíricas (seja pelos filmes, séries ou matérias jornalísticas) e dizendo a possibilidade ou não de vinculá-los diretamente com Função.



Sendo assim, se a problemática que a narrativa traz é muito próxima da realidade, do cotidiano dos sujeitos, podemos ter um entrave quanto ao desenvolvimento dos conceitos científicos, mesmo que os estudantes tenham avançado em momentos anteriores, como na 2ª narrativa. Na análise dos documentos, não houve nenhuma representação por diagramas ou gráficos, por exemplo. No mais, apenas uma equipe citou os conjuntos domínio e contradomínio, nos quais os suspeitos compunham o domínio e o contradomínio eram as respectivas digitais (Figura 10).

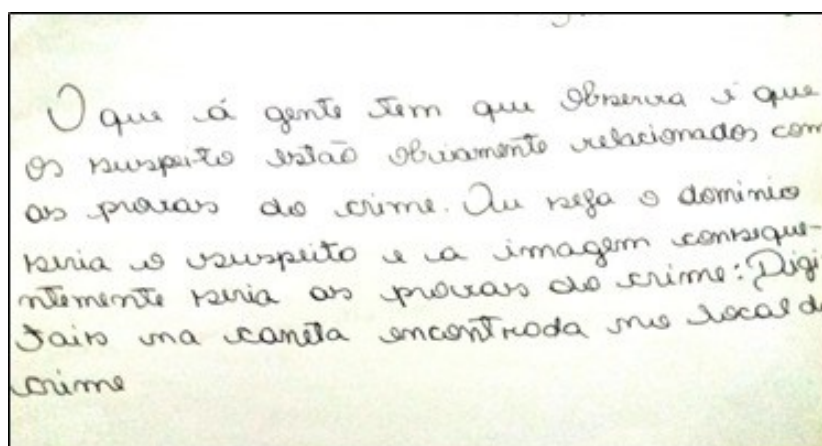


Figura 10: Solução da narrativa do roubo das obras

Contudo, é preciso entender que o desenvolvimento do pensamento empírico não segue um percurso contrário ao pensamento conceitual, não se tratam de concepções dicotômicas, mas que existe uma superioridade teórica dos conceitos científicos para a ampliação do pensamento dos sujeitos. Vejamos o que Naumenko compreende por conceito empírico:

o empírico não é só o conhecimento direto da realidade, mas também, o que é mais importante, o conhecimento do imediato na realidade, justamente do aspecto que se expressa pela categoria de existência, de existência presente, de quantidade, qualidade, propriedade, medida. (NAUMENKO, 1968, p. 244).

Deixemos claro que apropriar-se dos verdadeiros conceitos, dos conceitos científicos, significa conhecer a realidade de fato, em suas múltiplas determinações. Quando os sujeitos apenas os decoram e os reproduzem não estamos falando da real apropriação. Além disso, quando Naumenko trata da realidade e da relação com a empiria, ele está falando da realidade imediata, o que dificilmente levará os sujeitos a desenvolverem o pensamento teórico.

O conteúdo específico do pensamento teórico é a existência mediatizada, refletida, essencial. O pensamento teórico é o processo de idealização de um dos aspectos da atividade objetual-prática, a reprodução, nela, das formas universais das coisas. Tal reprodução tem lugar na atividade laboral das pessoas como experimentação objetual sensorial peculiar. Depois, este experimento adquire cada vez mais um caráter cognoscitivo, permitindo às pessoas passar, com o tempo, aos experimentos realizados mentalmente. (DAVIDOV, 1986, p. 134).

Como dito por Davidov, o pensamento teórico se desenvolve no processo de reflexão daquilo que é essencial se discutir num conceito, de maneira mediatizada. Por isso, ao perceber que um dos grupos estava utilizando características aparentes para responder ao problema da 3ª narrativa, mas que seria possível questioná-los para tentar fazer com que os estudantes entendessem qual era a relação da situação-problema com o conteúdo, a pesquisadora principal entrevistou:

*Pesquisadora principal: Você está dizendo que é a digital. Por que a digital?*

*Professora: É, como é que a digital vai ajudar?*

*Bob: Porque se a gente tem a quantidade de visitantes, a filmagem dos visitantes, sabemos quem são os 50 seguranças...*

*Zacarias: Não tem as filmagens!*

*Pesquisadora principal: Sim, mas o que é que faz a digital levar ao suspeito? Por que vocês estão dizendo “a digital”? Por exemplo, as roupas e os seguranças. Se a gente levasse em conta as roupas, vamos ver as roupas das pessoas que estavam perto das obras, e todos os seguranças estão com a mesma roupa... a gente não teria como dizer, por exemplo, que foi um segurança por conta da roupa. Ele falou da digital, certo? Por que a digital, o que é que faz a digital ser especial nesse caso?*

*Edna: Porque a digital identifica o indivíduo.*

*Pesquisadora principal: Certo, mas por que identifica?*

*Milton: Porque cada um tem sua digital específica.*

*Pesquisadora principal: Sim. Então é uma coisa que todo mundo tem?*

*Todos: Sim!*

*Pesquisadora principal: Sim, todo mundo tem. E existe mais de uma pessoa com digitais iguais?*

*Milton e Bob: Não!*

*Pesquisadora principal: Mesmo que sejam irmãos gêmeos, as digitais são diferentes.*

*Bob: É! Então vai examinar aquela digital.*

*Pesquisadora principal: Certo! Agora se a gente for pensar na caneta: só nesse grupo aqui, existem quantas pessoas com caneta azul de material transparente?*

*Bob: A gente vai usar aquela caneta encontrada no lugar da obra.*

*Pesquisadora principal: Mas vocês vão usar o que da caneta?*

*Edna: A gente vai pegar a caneta, sem a gente tocar com as nossas mãos, de luvas, e a gente ia examinar ela.*

*Bob: As digitais, no caso!*

*Edna: E aí, automaticamente, a gente ia encontrar os dados desse caso, e ia fazer uma perícia para saber a digital. Aí, sim, a gente ia constatar que o indivíduo que estava presente naquele dia, naquele local, que foi ele que efetuou o roubo.*

*Pesquisadora principal: Então vocês já chegaram num consenso. Qual é a prova?*

*Bob: A caneta, a digital na caneta.*

*Pesquisadora principal: Sim, certo. Então qual é a relação nesse caso? O que é que vocês estão procurando? O ladrão a partir...*

*Milton: Da digital!*

*Pesquisadora principal: Então a digital aparece aí como uma prova, certo?*

*Bob: É!*

*Pesquisadora principal: Então a gente está relacionando a pessoa com uma possível prova. A digital aí aparece como prova!*

*Gil: Bota o domínio como as pessoas e a imagem são as provas!*

*Pesquisadora principal: Qual prova, todas as provas?*

*Gil: Não, as digitais! As pessoas precisam estar relacionadas com as digitais! Pode deixar!*

*Bob: Função! É isso, fechou!*

Os alunos envolvidos nesse diálogo são os mesmos que responderam por escrito sobre a relação entre os suspeitos e as digitais (Figura 8). Se analisarmos estas falas, é possível perceber que os alunos desta equipe, assim como os demais, também estavam à procura do culpado, mas não só isso. Eles buscaram a prova mais convincente para encontrar o culpado, mesmo já estando certos de que a digital resolveria tal problema, pois eles já viram alguns roubos ou assassinatos serem solucionados a partir da comparação entre impressões digitais. O que nunca foi visto antes foi a ligação entre tais situações e a relação entre fenômenos, trabalhar a Função bijetiva a partir daí. Talvez

essa tenha sido a surpresa ao perceber como era possível relacionar o conteúdo à história.

Nesse processo de perguntar aos estudantes sobre o movimento que os levaram aquela resposta, o objetivo era fazer com que eles refletissem sobre a solução e aos poucos, mesmo começando do conhecimento empírico, desenvolvessem o pensamento em direção aos conceitos científicos, partindo do abstrato, empírico, para o concreto, teórico. Percebemos que, junto à intervenção do par mais capaz, é possível notar que a narrativa é um caminho viável para se fazer isso, mas o fato das histórias estarem tão próximas do cotidiano pode ter dificultado o salto teórico, os alunos se mantiveram por muito tempo presos a encontrar o culpado, como acontece com investigações criminais. O que no início pareceu contribuir, pode ter dificultado no desenvolvimento do pensamento teórico.

Sendo assim, sugerimos que, com base na psicologia histórico-cultural, pensemos em uma organização de ensino que não romantize o cotidiano como forma, mas que o supere por incorporação, uma vez que a empiria não dá conta sozinha de desenvolver nos sujeitos o pensamento conceitual. Contudo, para que isso seja feito, o pensamento mobilizado deve ser potencialmente promotor do pensamento teórico, seja na situação-problema apresentada, seja no comando da tarefa, isto é, no tipo de questão a ser feita ao final das tarefas.

### **5.3 CATEGORIA 3: A INTERAÇÃO ENTRE PARES NO CONTEXTO DA NARRATIVA**

Nesta última etapa, discutiremos como os vínculos afetivos, as emoções e a relação entre pares podem influenciar no processo de apropriação do conteúdo de Função, voltando o nosso olhar para tais questões e suas correlações com a zona de desenvolvimento iminente (ZDI).

Como já é sabido, a história virtual envolve uma situação-problema que contenha os traços essenciais do conceito a ser trabalhado, e que os estudantes ajam como o coletivo que pretende resolver tal problema, sendo assim, a turma foi dividida em grupos. Entendemos que a definição de grupo é diferente de agrupamento, e acreditamos que a narrativa pode permitir essa discussão devido ao seu caráter dialético de trazer em si as necessidades dos indivíduos e, ao mesmo tempo, apresentar o interesse coletivo.

Martins e Marsiglia (2014) nos ajuda a compreender melhor o que significa “grupo” quando o diferencia do significado de “agrupamento”:

por grupo entende-se pessoas em interação num espaço e tempo, agindo e reagindo a uma série de situações semelhantes visando o atendimento de necessidades compartilhadas. Tais necessidades, indubitavelmente, encerram conteúdos particulares, expressos nas expectativas, nos objetivos, significados e sentidos atribuídos pelos indivíduos ao grupo de sua pertença, como também, conteúdos coletivos expressos na razão social de existência daquele grupo específico. O processo de grupalização compreende o entrelaçamento de tais conteúdos.

Diferentemente, um agrupamento congrega indivíduos que repartem um mesmo espaço e tempo por determinação de objetivos semelhantes, mas, para o atendimento dos mesmos não precisam estabelecer ações interativas entre si. Nos agrupamentos as ações dos indivíduos são orientadas pelos conteúdos particulares de suas necessidades e por isso, neles, cada qual pode estar ‘solitariamente acompanhado’. (MARTINS; MARSIGLIA, 2014, p. 185).

Sendo assim, ao organizar a sala em equipes, esperávamos que os estudantes agissem enquanto grupo, uma vez que entendemos, a partir da PsiHC, que a internalização da cultura acontece num movimento intersíquico que se torna intrapsíquico, daí a importância do outro que compartilha das mesmas necessidades coletivas.

Inicialmente, a divisão dos grupos foi feita pelos próprios estudantes, desde que respeitassem a quantidade mínima e máxima de pessoas (4 e 6, respectivamente). Porém, à medida que os alunos iam chegando e as equipes já estavam formadas, eles deveriam se juntar àquelas que estavam incompletas, o que nem sempre os deixavam confortáveis com a situação, por motivos diversos. Porém, fora as expressões faciais, ninguém verbalizou um possível descontentamento com essa organização no primeiro dia.

Como já explicitado nos procedimentos metodológicos, ao início de cada aula, a professora lia a narrativa completa e explicava para os alunos o que eles deveriam fazer, a fim de que possíveis dúvidas já fossem sanadas no princípio da tarefa. Após esse momento, foram disponibilizados 10 minutos para que os estudantes pensassem em grupo, sem a ajuda da professora, nas soluções para as situações. Finalizado esse tempo, a professora começou a abordar um grupo por vez, com o objetivo de ouvir o que os alunos pensaram e só então intervir:

*Robert: Alguém vai precisar dessas 6 horas para se arrumar?*

*Professora: Não, é só pra ter uma folga! A noiva está aí, tem que fazer unha, fazer cabelo, fazer... você conhece noiva! Mas a questão não é essa, a questão é como é que os quatro, que são vocês, organizaram as suítes para 120 convidados. Vocês criam a organização a partir das suítes.*

*Robert: Tá, tá certo!*

Neste momento, a presença da professora foi importante para que a equipe voltasse a atenção para o foco do problema: a organização das pessoas nas suítes, e não se o tempo interferiria. Desse breve diálogo também podemos perceber a relevância da fala da professora ao apontar quais fenômenos de fato se relacionam, direcionando-os ao objetivo, uma vez que a professora já sabe desde o princípio onde se pretende chegar. É a professora quem, de partida, detém (ou deveria deter) todo o conhecimento sistematizado, de maneira sintética, por isso o professor é considerado o par mais capaz no ambiente escolar. Sendo assim, compreendemos que o docente tem “a função primordial de “emprestar” suas funções psíquicas para o estudante e promover o máximo de desenvolvimento de maneira voluntária e consciente” (MESSEDER NETO; MORADILLO, 2018, p. 668-669).

O “empréstimo” supracitado diz respeito a área de atuação do professor quando pensamos no conceito de Zona de Desenvolvimento Iminente (ZDI). Ao docente cabe mostrar aos estudantes não aquilo que ele já sabe, ao contrário, é preciso disponibilizar o que ainda não sabem, mas que são capazes de fazer com ajuda do par mais capaz, e por imitação – lembremos que essa imitação diz respeito à reprodução dos traços essenciais do conhecimento e não à repetição mecânica de fórmulas ou conceitos.

Lembremos que, por excelência, o professor é o par mais capaz, contudo o aluno que sabe mais, por vezes, assume esse papel, como foi o caso de Lis na aplicação da narrativa referente às araras, em que após ter finalizado a solução da própria equipe, foi ajudar outro grupo a entender o motivo pelo qual o discurso dos ladrões não fazia sentido:

*Reidner: Faz sentido.*

*Lis: Por que faz sentido?*

*Wendel: Faz sentido ou não faz? Acho que faz!*

*Lis: Não faz!*

*Reidner: Após 2 dias de procura, a polícia ambiental encontrou as pessoas que roubaram as 200 araras fêmeas, mas as araras não foram encontradas pois todas já haviam sido*

*vendidas no mercado clandestino. Quando perguntados sobre os motivos do roubo, um deles disse que as araras-azuis têm um valor de mercado muito alto....*

*Lis: Isso é verdade!*

*Reidner: ...e, como essas araras não podiam ter filhotes... .*

*Lis: O problema... .*

*Reidner: Isso não geraria nenhum problema... .*

*Lis: Geraria!*

*Reidner: Ao contrário, os machos se uniriam a outras fêmeas, procriando mais e mantendo a perpetuação da espécie.*

*Lis: Não!!! São monogâmicas, os machos não se uniriam a outras fêmeas!*

*Reidner: É isso!*

*Lis: Então, os machos não se uniriam a outras fêmeas, então os machos não iam se unir a outras fêmeas, não faz sentido o que ele fala.*

*Wanderson: Mas, tipo, eles não iam trair a fêmea antes do roubo.*

*Lis: Não! Mo-no-gâ-mi-cas, eles iam passar a vida toda!*

*Reidner: Não, mas essa parceira não...*

*Elias: Responde a pergunta, Reidner, responde a pergunta!*

*Reidner: Não, mas se essa parceira é infértil?!*

*Lis: É, é porque o macho sabe que ela é infértil, né? O macho sabia, ela sabia!*

*Reidner: Ela sabe que não pode engravidar!*

*Lis: Ela sabe que é infértil? Os cientistas que sabem que elas são inférteis! Não faz sentido porque, ó, os animais monogâmicos passam a vida inteira com o mesmo parceiro, OK? Eles podem morrer de tristeza porque ela morreu, mas ele não vai acasalar com outros, com outras fêmeas. Poligâmicos, como a questão colocou aqui, se acasalam só pra procriar, mas os monogâmicos não! É, tipo, é como eles se gostam, sabe? Tipo, eles se amam lá. Aí não faz sentido porque eles não vão acasalar, então 600 machos ficariam sem acasalar.*

A relação entre os estudantes no contexto da narrativa é interessante para percebermos como as discussões entre si influenciam na compreensão do conteúdo pelos sujeitos. Neste caso, à medida que Lis tentava explicar o motivo pelo qual o discurso não fazia sentido, Wendel ia anotando tudo que ela falava, pois, como disse Elias, eles queriam responder a pergunta o mais rápido possível. Sem perceber o que eles estavam fazendo, Lis acabou dando a solução para o grupo que ela foi ajudar;

enquanto apenas metade da equipe debatia com ela mostrando algum tipo de interesse, a outra estava interessada somente na resposta que ela daria. Além disso, essa ajuda foi importante para responder à primeira parte do problema, mas não focou na relação que se manteve depois do roubo das araras, que era o objetivo principal da narrativa para que então a Função injetora pudesse ser abordada.

Ressaltamos aqui o papel de destaque da aluna ao explicar aos demais onde estava o erro na afirmação dos ladrões, já que é possível perceber que ela tinha um domínio maior do que os colegas sobre o tema, porém devemos destacar alguns pontos nos quais esta interação pode não ter sido tão proveitosa: 1) como já falamos, o professor é aquele que detém o conhecimento de maneira sintética e, de maneira intencional, organiza o ensino para que os estudantes desenvolvam o pensamento conceitual. Como trata-se de uma aluna como todos os outros, Lis no início do processo não sabe, e nem deveria saber, qual a finalidade daquela tarefa, portanto não consegue “atacar o problema” tal qual faria a professora. 2) Ela desconhece os conceitos envolvidos, logo não teria como fazer as perguntas que melhor revelariam a essência da Função. 3) Uma vez que a aluna já entende o que são espécies monogâmicas e poligâmicas e na ânsia de ajudar, ela acaba por dar a resposta rapidamente para só depois explicar por que.

Em todos os dias de coleta, esta foi a única vez que um integrante de um grupo se propôs a ajudar outro, por isso elaboramos uma pergunta especialmente para Lis:

*Pesquisadora principal: Na narrativa 2, você ajudou um outro grupo a responder, lembra? O grupo dos meninos.*

*Lis: Ah, lembro!*

*Pesquisadora principal: Por que você fez isso? Você foi solicitada ou você foi por iniciativa própria?*

*Lis: Bom, eu vi que eles estavam discordando de umas coisas, em dúvida, então eu pensei em ajudar, tipo, se eles queriam a minha ajuda. Porque o pessoal daqui disse que eu vou ser bióloga quando eu estiver mais velha, mas eu não quero estudar biologia. É porque eu sei várias curiosidades sobre os animais, então eu sempre soube a diferença de poligâmico e monogâmico. E tinha uma pegadinha falando sobre isso na pergunta e eles estavam discordando, uns falavam que sim, outros falavam que não e eu fui ajudar, explicar o que eu sabia.*

*Pesquisadora principal: E qual era a pegadinha?*



*Lis: Não, é porque aqui tá falando do... cadê?... “O discurso do homem que roubou as araras faz sentido?”. O discurso dele foi que as araras azuis... aqui ó: “Como as araras azuis não podiam ter filhotes, isso não geraria nenhum problema”. Aí a pessoa pode ler isso aqui e pensar: bom, elas eram estéreis, elas não podiam ter filhos, então poderiam concordar com essa afirmação. Só que não era verdade, porque, como elas são monogâmicas, mesmo o macho, tipo... ela não sabia que era estéril, então o macho já tinha a fêmea, mesmo que ela saísse ou morresse, ele não ficaria com outra fêmea e não teria filhotes, e isso diminuiria o número de crescimento de natalidade, então isso pode confundir um pouco quem não entende do assunto.*

A partir destas falas, é possível inferir que os colegas e a própria Lis se percebe enquanto aquela que mais sabe diante dos demais, por só ela conhecer algumas curiosidades da vida animal e os outros a apontarem como futura bióloga. Isso significa que o tema da narrativa e como o sujeito se envolve com ele também pode colocá-lo numa função importante diante da ZDI, atuando como o par mais capaz naquele contexto, permitindo que o sujeito aja como tal. Para isso, antes de mais nada, o sujeito deve dominar o objeto, e de posse disso, ele pode aparentar uma disposição maior para auxiliar os pares. Por sua vez, os pares reconhecem no outro a afinidade com o conteúdo e, com isso, o caracterizam como aquele que pode ajudar.

Como já falamos, existe uma relação especial entre a estudante e o tema da narrativa, no qual parece ter havido uma identificação entre elas. Além da situação-problema ter proporcionado um encontro com o conteúdo de uma maneira diferente, isso pode ter a levado a caminhos diferentes de pensar e de se perceber no problema. Martins (2013) nos ajuda a compreender melhor tais relações quando nos diz que:

Em síntese, sensação, percepção, atenção, memória, linguagem, pensamento e imaginação colocam-se diretamente a serviço da formação da *imagem do objeto à vista da sua concretude*, isto é, da imagem fidedignamente representativa do real existente; visam, pois, ao reflexo da realidade objetiva. (...)

(...) toda essa dinâmica de internalização abarca apenas parte do processo, uma vez que nenhuma imagem se institui na ausência de uma *relação particular entre sujeito e objeto*. Que o objeto afete o sujeito, esta se revela a primeira condição para sua instituição como imagem, a refletir também, além das propriedades objetivas do objeto, as singularidades da relação do sujeito com ele. Eis então a impossibilidade de qualquer relação entre sujeito e objeto isentar-se de componentes *afetivos*. (MARTINS, 2013, p. 243. Grifo do autor).

Os vínculos afetivos também se fizeram presentes no decorrer da aplicação da tarefa, seja na relação do sujeito com o objeto, seja nas interações entre os pares. Em linhas gerais, quando falamos no processo funcional afetivo, estamos tratando de emoção e sentimento, lembrando que, assim como os outros processos funcionais, estes não se expressam de maneira isolada, todos se manifestam em unidade.

Devido às questões afeto-cognitivas, ao pensar em situações-problemas para compor as narrativas, os professores devem considerar a escolha do tema, os quais os sujeitos se envolvam e se engajem na resolução das mesmas. Contudo, o professor precisa equilibrar a particularidade da narrativa de modo que ela garanta a reprodução dos traços essenciais e, ao mesmo tempo, elabore narrativas que promovam o engajamento dos alunos sem que essas histórias virtuais fiquem presas ao cotidiano. Saber quais profissões os alunos pretendem seguir ou quais conteúdos, matemáticos ou não, eles se interessam são alguns elementos que podem contribuir nesse processo de elaboração das narrativas.

A maneira como o sujeito se percebe diante dos demais, o seu sentimento perante a turma e o professor podem interferir na maneira que ele age em sala de aula, seja na aplicação de uma atividade individual ou em grupo. Em se tratando da atividade em grupo, ele pode se intimidar com a fala dos colegas ou, ao contrário, pode interagir mais com os outros. Devido a essas possibilidades, questionamos os estudantes durante a entrevista sobre como foi a sua postura perante a equipe e como ele acha que a equipe influenciou na sua solução.

*Pesquisadora principal: Você gostou dessas tarefas? Por quê?*

*Maria: Ah, sim, gostei! Porque, sei lá, foi dinâmica, todo mundo se ajudando, todo mundo tentando encontrar a resposta para uma coisa só foi legal!*

*Pesquisadora principal: E o que mais te marcou nessas atividades, o que você lembra mais?*

*Maria: A gente ficou mais junto, sei lá. Os grupos, as pessoas se falaram mais, se comunicaram mais. Lá, a sala é muito separada.*

*Pesquisadora principal: É? O pessoal do seu grupo também não se falava muito ou vocês já eram um grupo mesmo?*

*Maria: Assim, eu nunca... na maioria das vezes, eu nunca faço parte de grupo nenhum, mas aí a maioria já se falava bastante, aí a gente se conversou mais!*

*Pesquisadora principal: Você achou que foi ouvida durante as discussões?*

*Maria: Sim, bastante.*

*Pesquisadora principal: E o resto do seu grupo também?*

*Maria: Também, todo mundo foi ouvido e todo mundo falou.*

Na fala de Maria podemos perceber que a interação com os colegas foi o que mais marcou, pois, como ela mesma disse, até então ela não fazia parte de nenhum grupo, o que nos leva a concluir que, provavelmente, ela não tinha para quem falar e nem alguém para ouvir. Porém, houve essa mudança de atitude dos componentes da sua equipe por conta da narrativa, devido à dinamicidade proporcionada por ela. Contudo, não somos ingênuos em afirmar, por exemplo, que atividades em grupo são melhores para a aprendizagem por simplesmente permitirem que os estudantes interajam entre os pares e com isso aprendam mais. Não se trata de aprender melhor ou não, mas da possibilidade de mudança de postura do sujeito, mostrando que a sua relação com o objeto pode ser diferente quando ele se enxerga parte do processo, quando ele se vê inserido na sala de aula, como o seu sentimento muda e pode fazer diferença no seu comportamento no ambiente escolar, inclusive na interação com os pares. Assim sendo, faz-se necessário pensar no trabalho pedagógico voltado, neste caso, para os adolescentes, já que estes se importam muito mais com aquilo que os seus colegas pensam sobre eles, eles se reconhecem através da fala dos seus sobre si mesmo e suas qualidades, ou como dizem Anjos e Duarte (2016), inicialmente os adolescentes se vêem “com os olhos dos outros”, por isso é importante pensar na interação e aceitação entre os pares.

Todavia, as interações também geraram desconfortos, no qual vimos que nem todos os grupos se mantiveram iguais nas 2ª e 3ª narrativas, pois alguns membros não se deram bem, além de nem todos serem ouvidos pela equipe durante as discussões:

*Zacarias: O alarme estava desligado. Se o alarme estava desligado significa que foi alguém de lá de dentro que desligou o alarme.*

*Edna: Não!*

*Professora: Sim, tudo bem. Ainda assim, você tem 50 seguranças no meio.*

*Edna: Não, sabe por quê?*

Os outros membros da equipe continuam conversando enquanto Edna tenta se explicar.

*Edna: Aqui diz que o sistema foi desligado, porém as caixas tinham alarme. Então se esse sistema foi desligado, você pode tocar na caixa que não vai alarmar nada, então a*

*gente já tira os seguranças de ação novamente. Porque se esse sistema foi desligado, você pode tocar nessa caixa, mesmo sem luva, tudo bem que as suas impressões digitais vão estar lá, mas você não vai ter um alarme pra apitar e virem te prender, entendeu?*

Silêncio na equipe

(...)

*Milton: Então, as impressões digitais da caneta que passaram pelos seguranças. Foram os seguranças.*

Neste diálogo, percebemos que as opiniões dadas por Edna não eram consideradas e eles insistiam em dizer que eram os seguranças, mesmo ela tentando explicar que poderia ser qualquer outra pessoa. Dessa maneira, na entrevista ela pôde expor suas impressões acerca do comportamento dos colegas:

*Pesquisadora principal: Como é que seus colegas de grupo te ajudaram a resolver as tarefas? Você se sentiu ouvida?*

*Edna: Não! Assim, na última não! A última, que foi sobre a gente virar um detetive, que eu amei, amei a última! Queria que a professora e vocês também fizessem mais dessas atividades porque ajuda. (...). A terceira eu fiz sozinha, eu fiz meus cálculos lá... meus cálculos não, eu fiz minha planilhazinha para poder identificar quantas obras saíram, quantas obras ficaram, quantas pessoas entraram, quantas pessoas saíram, tal e tal.*

*Pesquisadora principal: Então nessa terceira narrativa, que você gostou, você não se sentiu ouvida pelo seu grupo?*

*Edna: Não!*

*Pesquisadora principal: Por quê?*

*Edna: Porque no momento estavam todos os quatro pensando em política, quanto foi o jogo Bahia, quanto foi o jogo do Vitória, coisas completamente distintas, nada a ver com o conteúdo e eu estava concentrada na atividade. (...) Mas aí depois acendeu um apitozinho na mente deles e eles até disseram “Poxa, estamos deixando Edna sobrecarregada, só ela que está fazendo”. Mas mesmo assim eu gostei!*

Como Edna afirmou, estar em grupo a fez se sentir sozinha ao responder à questão, fato reconhecido também pelos colegas. No diálogo em sala sobre o roubo das obras de arte, Edna apresenta uma solução que culmina nas impressões digitais, porém continua sendo ignorada pelos outros componentes, nos quais seus questionamentos são

deixados de lado e os alunos seguem a discussão, como se aquilo que foi falado não tivesse importância naquele instante. Além disso, caso os estudantes estivessem prestando atenção no que a colega falou, eles poderiam aproveitar sua fala para caminhar em direção à resolução mais rapidamente. Contudo, isso não aconteceu, o que nos faz perceber que, neste caso, a interação pode não ter sido tão benéfica, uma vez que suas ideias e questionamentos foram desconsiderados pelos demais.

Além da interação entre os alunos, também observamos a relação entre os estudantes e a professora. Todos os 9 estudantes que participaram da entrevista disseram que as intervenções da professora foram importantes, seja para eles focarem na história, seja para entender o conteúdo ou para sanar alguma dúvida. Vejamos o que Dafne diz sobre as intervenções da professora:

*Pesquisadora principal: Você lembra que a professora, as vezes, ia no grupo e perguntava “E aí, como é que está, o que é que vocês estão pensando?”. Você acha que essas intervenções ajudaram vocês?*

*Dafne: Sim, ajudou. Porque ela colocava questionamentos. Ela ajudou no roubo dos quadros, que a gente falou que eram seguranças, e aí a gente já tinha esquecido da caneta e da digital. Aí ela falou alguma coisa, não lembro o que foi, aí a gente começou a pensar que tinha a caneta, então a hipótese não era só os seguranças, tinha as outras pessoas também.*

Através desse diálogo, percebemos a importância do professor na sala de aula e do seu papel de par mais capaz, que redirecionou o pensamento dos estudantes para as informações essenciais presentes na tarefa. A influência da sua fala contribuiu no encaminhamento da resposta e mostrou como a imitação é fundamental no processo de apropriação do conteúdo. No mais, como Dafne disse, a professora ia sempre fazendo questionamentos, o que fazia com que os alunos elaborassem ou reelaborassem suas respostas, fazendo com que os estudantes caminham em direção ao pensamento conceitual. Messeder Neto e Moradillo (2018) nos ajudam a compreender a função do professor em tais momentos:

(...) A possibilidade de sintetizar ao final do processo permite organizar uma série de informações que aparecem fragmentadas durante as discussões no jogo. (...)

Sem tal síntese, a atividade corre o risco de perder-se em informações avulsas e de mantermos os estudantes em uma síncrese, não levando a eles um pensamento sintético. Quanto mais elaborado for o jogo em

relação à resposta que os alunos devem fornecer, maior será a importância do professor em sinalizar e trabalhar as falhas no pensamento do aluno. Outro aspecto interessante, ainda sobre esse ponto, é a interlocução que aconteceu aluno-professor nessa resposta. O professor, reconhecendo a dificuldade da questão, dialoga em forma de perguntas, o que ajuda o estudante na elaboração do pensamento. Entendemos que essa é uma prática que permite a atuação na ZDI, uma vez que ele fez mais do que quando atuou sozinho, o fez com a ajuda do mais capaz, que neste caso sabe quais as perguntas necessárias para encaminhar a resposta correta. Aproveitar a atividade experimental e o jogo para realizar essa interlocução parece-nos importante quando se trata do desenvolvimento psíquico do estudante. (MESSEDER NETO; MORADILLO, 2018 p. 683).

Embora os autores estejam falando em como o professor deva agir na situação de jogo, o mesmo vale para as histórias virtuais, já que quando falamos em jogos e narrativas estamos tratando de formas de aplicação de conteúdos para um destinatário. O que não muda é o objetivo do professor ao atuar em sala de aula, vislumbrando que o aluno alcance o pensamento sintético ao fim do processo, que se inicia sincrético, a partir da atuação na zona de desenvolvimento iminente.

A interação entre os pares proporcionadas pela aplicação das narrativas foi importante para perceber como os estudantes se portam diante de tais situações, como eles se entendem durante o processo, como eles ajudam e são ajudados. Entendemos a importância do papel do professor e dos alunos nesse contexto, mas percebendo também os benefícios e limitações que essas interações proporcionam, em maior ou em menor graus para os diferentes sujeitos. Portanto, é preciso analisar como essas relações podem interferir no processo de apropriação dos conteúdos, uma vez que as relações estabelecidas apenas com os objetos não são suficientes para compreender a complexidade do desenvolvimento do psiquismo humano, é necessário pensar quais aspectos afetivos também influenciam o processo e de qual maneira eles podem colaborar com a aprendizagem.

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A partir da presente pesquisa, foi possível discutir o processo de apropriação do conteúdo de função a partir de histórias virtuais elaboradas para serem discutidas Funções dos tipos injetoras, sobrejetoras e bijetoras.

Para alcançar o objetivo de investigar o processo de apropriação do conceito de Função a partir de histórias virtuais, começamos abordando como se desenvolveu o ensino de matemática durante o século passado, fazendo um paralelo com as principais tendências pedagógicas, buscando compreender como estas influenciaram nos processos de ensino e aprendizagem, como cada uma destas pedagogias não-críticas concebiam os papéis de alunos e professores, além do que elas defendem ser a Função da escola. Sendo assim, percebendo que tais teorias não coadunam com a nossa perspectiva de mudança de sociedade, apresentamos a PHC como a pedagogia que compreende que a escola por si só não fará esta transformação, mas ela e os sujeitos que a compõem possuem papel fundamental, e para isto, é preciso instrumentalizar a classe trabalhadora com os conhecimentos clássicos, produzidos pelo conjunto de homens e mulheres. Para isto, precisamos de uma escola que lute pelos ideais da classe trabalhadora, por isso defendemos um ensino público de qualidade.

Contudo, sabemos que este processo não é tão simples. Para que a humanidade tome para si o que lhe é de direito (o conhecimento), faz-se necessário compreender como se conhece o mundo, ou seja, de qual maneira se dão os processos de apropriação e desenvolvimento do psiquismo humano, por isso tratamos das correlações entre aprendizagem e desenvolvimento, discutindo, por exemplo, o papel da imitação e suas relações com a ZDI e NDR. Toda essa abordagem, fundamentada na PsiHC, foi importante para elaborarmos as histórias virtuais que fazem parte deste trabalho.

Com base nessas discussões, nos estudos sobre a história do conceito de Função matemática e vislumbrando o objetivo da pesquisa, aplicamos as narrativas e a partir desta coleta pudemos chegar as nossas três categorias de análise: 1) Conversão dos elementos da Função em linguagem gráfica: limites e potencialidades da narrativa; 2) O cotidiano nas narrativas e o pensamento empírico: entraves ao desenvolvimento do pensamento conceitual; 3) A interação entre pares no contexto da narrativa.

Na primeira categoria tratamos do papel da narrativa no processo da apropriação da linguagem gráfica. Uma vez que, através dessas histórias, era possível tratar de

Funções injetoras, sobrejetoras e bijetoras com variáveis discretas, acreditamos que esse poderia ser o início do caminho para explorar as Funções contínuas. Porém, as próprias narrativas não deram conta do movimento de transição e a professora também não conseguiu fazê-la de maneira fluida, no qual ficou evidente a ruptura entre um caso e outro. Ao mesmo tempo, os estudantes conseguiram perceber que a relação entre fenômenos estava presente em todos os casos e que, por fim, podíamos converter situações que envolvem Função em gráficos de variáveis contínuas.

Quando pensamos na categoria seguinte, entendemos que o professor deve ter, desde o início do processo, o objetivo de desenvolver nos alunos o pensamento teórico. Segundo Davidov (1988), isso pode ser feito começando pelas partes, pelo que há de mais abstrato, do pensamento empírico e ir avançando em direção ao pensamento conceitual. Com isso, acreditávamos que quanto mais próximas da realidade empírica dos estudantes as narrativas estivessem, melhor, contudo concluímos que se essas histórias estão muito perto daquilo que os sujeitos vivenciam, as respostas tendem a ser dadas de maneira imediata, com pouca ou nenhuma relação com o conteúdo, o que distancia o resultado final do objetivo primeiro. Logo, saber ponderar esses aspectos pode contribuir para que o processo de apropriação do conteúdo seja mais efetivo.

Já na última, abordamos as interações entre pares proporcionadas pelas situações-problema e percebemos como as relações se dão entre os sujeitos, a disponibilidade que o aluno tem ao se perceber como o par que sabe mais pode ter de ajudar os colegas durante o processo de apropriação, e como o sentimento do aluno muda perante a temática da narrativa, pois o fato de gostar do assunto pode aproximá-lo da tentativa de resolução, assim como pode afastá-lo no caso inverso. É verdade que dificilmente a escolha por um tema será unânime, um assunto pode não ter a mesma relevância para cada um dos sujeitos, mas fazer um levantamento prévio para saber quais deles são mais interessantes pode ajudar a apontar novos caminhos para o ensino e a aprendizagem.

Os resultados encontrados a partir desta pesquisa contribuem com o entendimento de como os professores têm apresentado o conteúdo de Função, mesmo que de forma diferente da proposta aqui apresentada, pois de maneira geral, trabalhar a transição das Funções discretas para as contínuas parece ser um desafio. Para que a apropriação dos conceitos aconteça da maneira mais adequada, é preciso pensar em como fazer essa passagem, talvez elaborando outras narrativas que contemplem também as variáveis contínuas ou focando na fala do professor ao tratar de tais questões. Além disso, nos ajuda a rever as próprias histórias criadas, ou ainda o questionamento final, como no caso



da história que envolve o roubo das obras de arte, em que poderíamos, por exemplo, já assumir as impressões digitais como a prova que solucionaria o caso, mas questionando os estudantes acerca do motivo de aquela ser considerada uma prova, o que faz com que as digitais apontem para o criminoso, e só então relacioná-las com Funções bijetoras. No mais, compreender como as questões afetivas influenciam na aceitação das narrativas como forma de ensinar, uma vez que o contato com o conteúdo pode acontecer inicialmente devido ao interesse pela trama, mas sempre objetivando a apropriação dos conceitos.

Com isso, não queremos dizer e nem acreditamos que a história virtual vá, finalmente, resolver todos os problemas do ensino e da aprendizagem da matemática. Porém, acreditamos na sua potencialidade para mostrar os nexos lógicos e históricos do desenvolvimento dos conceitos para resolver determinado problema da humanidade. A compreensão do processo de elaboração de tais conceitos pode ser um ferramenta importante para pensar na apropriação dos mesmos. Lembremos que aprender sobre algo significa conhecer a realidade, e conhecendo-a é possível modificá-la. Se quisermos modificar o tipo de sociedade que vivemos, é preciso conhecer a realidade, e conhecer a realidade significa apropriar-se dela, seja por meio da ciência, da filosofia ou das artes.

Sabemos que o trabalho não acaba por aqui, ainda existem muitas pesquisas a serem feitas explorando o uso de histórias virtuais e o conceito de Função, inclusive para entendermos melhor alguns aspectos tratados aqui, mas também para além deles. Como a formação de professores trata as relações entre as formas (jogos, histórias virtuais, materiais manipuláveis etc) e o ensino de matemática? De qual maneira desenvolveremos narrativas quando a história do conceito do conteúdo proposto é pouco conhecida? Quais são os conteúdos clássicos para a matemática, principalmente aqueles voltados para o ensino médio? Como o conhecimento sobre a psicologia interfere na prática do professor? Estes são alguns questionamentos que surgiram ao longo da dissertação e que carecem de investigação.

Esperamos que esse trabalho se some à luta de educadores em busca de uma educação pública de qualidade, principalmente para os filhos da classe trabalhadora, e que os resultados apresentados nessa discussão os ajudem a pensar qual é o papel da escola, assim como nas diferentes propostas de ensino, mas tendo a clareza de que apenas a forma pela qual se ensina não dará conta de responder a todos os nossos anseios e nem a educação sozinha será capaz de superar os problemas sociais postos. Contudo, continuaremos lutando e não aceitaremos propostas que não deixem claro a

quem os seus interesses estão servindo, pois não devemos servir a poucos, precisamos compartilhar o conhecimento com todos.

## REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, A. F. de. **Repercussões do uso de materiais didáticos manipuláveis em aulas de geometria**. 2011. 182p. Dissertação (Mestrado em Educação) — Faculdade de Educação, UNICAMP, Campinas (SP). Orientador: Sergio Lorenzato.
- AMORIM, G. M. **Matemática na Educação Infantil?** Contribuições da Atividade Orientadora de Ensino para a (re)organização da prática docente. 2015. 187 f. Dissertação Inter-Ação, Goiânia, v. 42, n. 1, p. 194-213, jan./abr. 2017. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.5216/ia.v42i1.41860>>. (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação. Universidade Federal de São Paulo, Guarulhos, 2015.
- AMORIM, G. M.; MORETTI, V. D. Matemática na Educação Infantil: Contribuições da Atividade Orientadora de Ensino para a (re)organização da prática docente. **Inter-Ação**, v. 42, n. 1, 2017.
- ANDRADE, M. M. de. **Como preparar trabalhos para cursos de pós-graduação: noções práticas**. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2002.
- ANJOS, R.E.; DUARTE, N. A adolescência inicial: comunicação íntima pessoal, atividade de estudo e formação de conceitos. **Periodização histórico-cultural do desenvolvimento psíquico: do nascimento à velhice**, p. 195-219, 2016.
- ARAUJO, M. N.; DAMÁZIO, A. Contribuições da Literatura Infantil para o Ensino da Matemática na Perspectiva da Teoria Histórico-Cultural. **Anais do Seminário de Educação, Conhecimento e Processos Educativos**, v. 1, 2015.
- BECKER, H. **Métodos de pesquisa em ciências sociais**. São Paulo: Hucitec, 1994.
- BELLAS, R. R. D.; GONZALEZ, I. M.; SILVA, J. L. P. B. Mapas conceituais em perspectiva histórico-cultural. **ENCONTRO NACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS**, v. 10, 2015.
- BOGDAN, R. ; BIKLEN, S. K. **Investigação Qualitativa em Educação**. Porto: Editora Porto, Portugal, 1994.
- BOTAS, D.; MOREIRA, D. A utilização dos materiais didáticos nas aulas de Matemática—Um estudo no 1o Ciclo. **Revista Portuguesa de Educação**, v. 26, n. 1, p. 253-286, 2013.
- BRAGA, C. **Função: a alma do ensino da Matemática**. São Paulo: Anablume, 2006.
- CARAÇA, B. J. **Conceitos fundamentais da Matemática**. Lisboa: Gradiva, 1998.
- CEDRO, W. L.; MOURA, M. O. Uma perspectiva histórico-cultural para o ensino de álgebra: o clube de matemática como espaço de aprendizagem. **Zetetiké**, Campinas, São Paulo, v. 15, n. 27, p. 37-55, 2007.
- COSTA, A. C. **Conhecimentos de estudantes universitários sobre o conceito de função**. Dissertação de mestrado. PUC/SP, 164 p., 2004.
- CRESWELL, J.W. **Projeto de Pesquisa: método qualitativo, método qualitativo e misto**. Tradução Luciana de Oliveira da Rocha. 2. ed. Porto Alegre. Artmed, 2007. p. 184-209.
- CROTTY, M. **The foundations of social research: meaning and perspective in the research process**. London: Sage, 1998. p. 112-147.

DAMAZIO, A. et al. O conhecimento matemático na Educação Infantil. In: FLÔR, D. C.; DURLI, Z. (Org.). **Educação Infantil e Formação de Professores**. Florianópolis: Editora UFSC, 2012.

D'AMBROSIO, U. Etnomatemática e educação. **Reflexão e Ação**, p. 7-19, 2002.

DAVIDOV, V. V. **La enseñanza escolar y el desarrollo psíquico**: investigación psicológica teórica y experimental. Moscú, Progreso, 1988.

\_\_\_\_\_. Problemas do ensino desenvolvimental: a experiência da pesquisa teórica e experimental na psicologia. Tradução de José Carlos Libâneo e Raquel A.M. da Madeira Freitas. **Revista Soviet Education, August**, v. 30, n. 8, 1986.

\_\_\_\_\_. **Tipos de generalización en la enseñanza**. Havana: Pueblo y Educacion, 1982.

DUARTE, N. **Vigotski e o “aprender a aprender”**: crítica às aproximações neoliberais e pós-modernas da teoria vigotskiana. Campinas, Autores Associados, 2000.

\_\_\_\_\_. A teoria da atividade como uma abordagem para a pesquisa em educação. **Perspectiva**, v. 21, n. 2, p. 279-301, 2003.

\_\_\_\_\_. **Educação escolar, teoria do cotidiano e a escola de Vigotski**. 4. ed. Campinas, São Paulo: Autores Associados, 2007.

\_\_\_\_\_. **A individualidade para-si**: contribuição a uma teoria histórico-social da formação do indivíduo. 2 ed. Campinas, São Paulo: Autores Associados, 2013.

EVES, H. **Introdução a história da matemática**. Tradução de Hygino H. Domingues. Campinas: Editora da Unicamp, 1997.

FACCI, M. G. D. A periodização do desenvolvimento psicológico individual na perspectiva de Leontiev, Elkonin e Vigotski. **Cadernos Cedes**, v. 24, n. 62, p. 64-81, 2004.

FERNANDES, V. L. P. Uma leitura sócio-histórica da imitação no processo de ensino e aprendizagem. **REUNIÃO ANUAL DA ASSOCIAÇÃO NACIONAL DE PÓSGRADUAÇÃO E PESQUISA EM EDUCAÇÃO**, v. 30, 2007.

FIORENTINI, D. Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no Brasil. **Zetetiké**. Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas da Unicamp, Campinas, v.3, nº4, p.1-37, 1995.

GIARDINETTO, J.R.B. A matemática em diferentes contextos sociais: diferentes matemáticas ou diferentes manifestações da matemática? Reflexões sobre a especificidade e a natureza do trabalho educativo escolar. **REUNIÃO ANUAL DA ANPEd**, v. 25, 2002.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 5. ed. São Paulo: Atlas, 1999.

GRIX, J. **The Foundations of Research**. New York: Palgrave Macmillan, 2004. p. 138-149.

KOPNIN, P. V. **A dialética como lógica e teoria do conhecimento**. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 1978. (Coleção Perspectivas do homem).

LAVOURA, T. N. ; MARTINS, L. M. A dialética do ensino e da aprendizagem na atividade pedagógica histórico-crítica. **Interface-Comunicação, Saúde, Educação**, 2017.

LEONTIEV, A. **O desenvolvimento do psiquismo**. Lisboa: Livros Horizonte, 1978.

\_\_\_\_\_. **O desenvolvimento do psiquismo**. 2. ed. Tradução de Rubens Eduardo Frias. São Paulo: Centauro, 2004.

\_\_\_\_\_. Uma contribuição à teoria do desenvolvimento da psique infantil. In: VIGOTSKII, L.S.; LURIA, A.R.; LEONTIEV, A.N. **Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem**. 12. ed. São Paulo: Ícone, 2012.

LESSA, S.; TONET, I. **Introdução à filosofia de Marx**. 2 ed. São Paulo: Expressão Popular, 2011.

LIMA, E. L. et al. **A matemática do ensino médio**, vol. 1. Coleção do Professor de Matemática, SBM, 1999.

LUCKESI, C. C. Verificação ou avaliação: o que pratica a escola? **Série Ideias**, n. 8, 2007.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. **Pesquisa em Educação: Abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.

MALANCHEN, J. **Cultura, conhecimento e currículo: contribuições da pedagogia histórico-crítica**. Campinas, SP: Autores Associados, 2016.

MALANCHEN, J.; ORSO, P. J. Pedagogia Histórico-Crítica e a defesa do saber objetivo como centro do currículo. IN: **X Seminário Nacional do Histedbr (1986-2016): Contribuições para a História e historiografia da Ed**. 2016.

MARTINS, L.M. **A Concepção de Cultura em Vigotski: contribuições para a educação escolar**. Psicologia Política. Vol. 11. Nº 22. p. 345-358. Jul. – dez. 2011.

\_\_\_\_\_. **O desenvolvimento do psiquismo e a educação escolar: Contribuições à luz da psicologia histórico-cultural e da pedagogia histórico-crítica**. São Paulo: Autores Associados, 2013.

\_\_\_\_\_. A internalização de signos como intermediação entre a psicologia histórico-cultural e a pedagogia histórico-crítica. **Germinal: Marxismo e Educação em Debate**, v. 7, n. 1, p. 44-57, 2014.

\_\_\_\_\_. Psicologia histórico-cultural, pedagogia histórico-crítica e desenvolvimento humano. **Periodização histórico-cultural do desenvolvimento psíquico: do nascimento à velhice**. Campinas: Autores Associados, p. 13-34, 2016.

MARTINS, L. M.; MARSIGLIA, A. C. G. Contribuições gerais para o trabalho pedagógico em salas multisseriadas. **Nuances: estudos sobre Educação**, v. 25, n. 1, p. 176-192, 2014.

MENNA BARRETO, M. Tendências atuais sobre o ensino de funções no ensino médio. **Matemática e Educação Sexual: Modelagem do Fenômeno da absorção/eliminação de anticoncepcionais orais diários**. Dissertação de Mestrado. PPG-Ensino de Matemática, UFRGS, Porto Alegre, 2008.

MESSEDER NETO, H. S. **Abordagem contextual lúdica e o ensino e a aprendizagem do conceito de equilíbrio químico: o que há atrás dessa cortina?** Dissertação (Mestrado em Ensino, Filosofia e História das Ciências), Universidade Federal da Bahia, Salvador, 2012.

\_\_\_\_\_. **Contribuições da psicologia histórico-cultural para ludicidade e a experimentação no ensino de química: além do espetáculo, além da aparência.** Tese (Doutorado, em Ensino, Filosofia e História das Ciências), Universidade Federal da Bahia, Salvador, 2015.

MESSEDER NETO, H. S.; MORADILLO, E. F. O jogo no ensino de química e a interação entre os pares: revisitando o conceito de zona de desenvolvimento iminente (ZDI). **REEC: Revista electrónica de enseñanza de las ciencias**, v. 17, n. 3, p. 664-685, 2018.

MIGUEL, A.; MIORIM, M.A.. **História na educação matemática: propostas e desafios.** Autêntica, 2013.

MOTTA, C. D. V. B. **História da Matemática na Educação Matemática: Espelho ou Pintura?** Santos: Comunicar, 2006.

MOURA, M. O. A atividade de ensino como unidade formadora. **Bolema**, São Paulo, ano II, n.12, p. 29-43, 1996.

\_\_\_\_\_. (coord). **Controle da variação de quantidades: atividades de ensino.** São Paulo: Universidade de São Paulo, 1996b.

\_\_\_\_\_. **A construção do signo numérico em situação de ensino.** 1992. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 1992.

\_\_\_\_\_. A atividade de ensino como ação formadora. In: CASTRO, A. & CARVALHO, A (Orgs.). **Ensinar a ensinar: didática para a escola.** São Paulo: Editora Pioneira, 2001.

MOURA, M. O. et al. Atividade orientadora de ensino: unidade entre ensino e aprendizagem. **Revista Diálogo Educacional**, v. 10, n. 29, p. 205-229, 2010.

\_\_\_\_\_. **A atividade pedagógica na teoria histórico-cultural.** 2.ed. Brasília: Liber Livro, 2016.

MOURA, M.O.; LANNER DE MOURA, A.R. **Escola: um espaço cultural. Matemática na Educação Infantil: conhecer, (re)criar – um modo de lidar com as dimensões do mundo.** São Paulo: Diadema/Secel, 1998.

MOURA, M. O.; SFORNI, M. S. F.; ARAÚJO, E. S. Objetivação e apropriação de conhecimentos na atividade orientadora de ensino. **Teoria e prática da Educação**, v. 14, n. 1, p. 39-50, 2011.

NAUMENKO, L. K. **El monismo como principio de la lógica dialéctica.** 1968.

NOVAES, B. W. D. ; FRANÇA, I. S.; PINTO, N. B. **As contribuições da teoria psicológica de Jean Piaget para o Movimento da Matemática Moderna.** In: Anais do 1º Seminário Paulista de História e Educação Matemática. IME-USP – 2005.

OLIVEIRA, M. K. Escolarização e desenvolvimento do pensamento: a contribuição da psicologia histórico-cultural. **Revista Diálogo Educacional**, v. 4, n. 10, p. 23-34, 2003.

PANOSSIAN, M. L. **O movimento histórico e lógico dos conceitos algébricos como princípio para constituição do objeto de ensino da álgebra**. 2014. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo.

PAULO NETTO, J. **Introdução ao estudo do método de Marx**. 1. ed. São Paulo: Expressão Popular, 2011. v. 1. 64p.

PEREIRA, C. S. **Material manipulável e manipulável virtual para o ensino de estimativa de proporção populacional na formação inicial de professores**. 2017. Dissertação de Mestrado. Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

PEREIRA, C. S. ; URT, S. C. Dominar o que os dominantes dominam - A contribuição da pedagogia histórico-crítica para a educação escolar. In: **XI Jornada do HISTEDBR, 2013, Cascavel. Anais da XI Jornada do HISTEDBR**. Cascavel: UNIOESTE, 2013. v. 1. p. 1-10.

PONTE, J. P. da. O conceito de função no currículo de Matemática. **Educação e Matemática**, p. 3-9, 1990.

PRESTES, Z. **Quando não é quase a mesma coisa**: traduções de Lev Semionovitch Vigotski no Brasil. Campinas, SP: Autores Associados, 2012.

RORATTO, C. **A História da Matemática como estratégia para o alcance da aprendizagem significativa do conceito de função**. 2009. Tese de Doutorado. Dissertação de Mestrado). Universidade Estadual de Maringá.

ROQUE, T. **História da matemática**: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Zahar, 2012.

SANTOS BRITO, D.; ALMEIDA, L. M. W. O conceito de função em situações de modelagem matemática. **Zetetike**, v. 13, n. 23, p. 63-86, 2005.

SAVIANI, D. **Escola e democracia**: teorias da educação, curvatura da vara, onze teses sobre a educação política. 39 ed. Campinas: Autores Associados, 2007.

\_\_\_\_\_. **Escola e democracia**. Campinas: Autores Associados, 2008.

\_\_\_\_\_. **História das ideias pedagógicas no Brasil**. 4 ed. Campinas: Autores Associados, 2013.

\_\_\_\_\_. Sobre a natureza e especificidade da educação. **Em Aberto**, v. 3, n. 22, 2011.

\_\_\_\_\_. O trabalho como princípio educativo frente às novas tecnologias. **Novas tecnologias, trabalho e educação: um debate multidisciplinar**. Petrópolis: Vozes, p. 147-164, 1994.

SERRAZINA, M. de L. Os materiais e o ensino da Matemática. **Educação e Matemática**, v. 13, n. 1, 1990.

SERRAZINA, L. Aprendizagem da Matemática: A importância da utilização de materiais. **Noesis**, v. 21, p. 37-38, 1991.

SFORNI, M., S. de F. Aprendizagem conceitual e organização do ensino: contribuições da teoria da atividade. **Araraquara: JM Editora**, 2004.

SILVA, J. A. **Refletindo sobre as dificuldades de aprendizagem na matemática: algumas considerações**. Universidade Católica de Brasília–UCB. Brasília–DF, 2005.

SKOVSMOSE, O. **Cenários para investigação**. *Bolema*, 14, 2000. p.66-91.

TIPO DE VARIÁVEIS. Disponível em: < <http://leg.ufpr.br/~silvia/CE055/node8.html> >  
Acesso em: 22 de abril de 2019.

TRIVIÑOS, A. N. S. **Introdução à pesquisa em ciências sociais: a pesquisa qualitativa em educação: o positivismo, a fenomenologia, o marxismo**. São Paulo: Atlas, 2013.

VALE, I. Materiais manipuláveis na sala de aula: o que se diz, o que se faz. **Atas ProfMat**, v. 99, 1999.

\_\_\_\_\_. Materiais manipuláveis. **Viana do Castelo: ESE**, v. 44, 2002.

VIGOTSKI, L.S. **Obras escogidas**. Tomo III. Madrid, Visor, 1995.

\_\_\_\_\_. **Obras escogidas**. Tomo II. Madrid, Visor, 2001.

\_\_\_\_\_. **A construção do pensamento e da linguagem**. Tradução Paulo Bezerra. São Paulo: Martins Fontes, 2009.

WIELEWSKI, G. D. O movimento da matemática moderna e a formação de grupos de professores de matemática no Brasil. **ProfMat2008 Actas. Lisboa, Portugal: Associação de Professores de Matemática**, p. 1-10, 2008.

ZUFFI, E. M. Alguns aspectos do desenvolvimento histórico do conceito de função. **HIPÁTIA-Revista Brasileira de História, Educação e Matemática**, v. 1, n. 1, p. 1-10, 2016.



# APÊNDICES

## APÊNDICE A

### ORGANIZAÇÃO DE PESSOAS EM QUARTOS

Grupo: \_\_\_\_\_

Uma família está organizando um casamento numa ilha para 120 convidados. Existem 2 voos por dia para se chegar até à ilha, às 8h e às 20h. Como todos viajarão no dia do casamento, a cerimônia acontecerá às 16h e a viagem dura 2 horas, todos os convidados e os noivos tiveram que pegar o voo das 8h para chegarem às 10h e seguirem para uma casa onde todos irão se arrumar. Na casa existem 23 suítes (quartos com banheiros), sendo que a noiva usará uma suíte e o noivo usará outra.

Os noivos tiveram o cuidado de organizar tudo sozinhos, desde o convite de casamento até o bolo de 5 andares que escolheram, tudo foi pensado nos mínimos detalhes, inclusive o tempo que gastariam para se arrumar: 6h! O problema foi que, ao chegarem na casa, nenhum dos convidados sabia para qual suíte deveria ir, pois os noivos esqueceram de organizar essa parte e só se deram conta do que estava faltando quando os convidados perguntaram em qual suíte iriam se arrumar! Os noivos se desesperaram!

Vendo a aflição deles, 4 convidados disseram que tudo ficaria resolvido, porque eles organizariam para onde cada pessoa seria encaminhada. Todos concordaram, mas a noiva fez um pedido: todos deveriam se arrumar nas suítes e todas as suítes deveriam ser utilizadas para que ninguém se atrasasse!

Pedido feito e pedido atendido! O casamento foi um sucesso e ninguém se atrasou! Curiosos, os noivos juntaram os 4 convidados e perguntaram como eles organizaram as suítes e a resposta foi...

## APÊNDICE B

### CASAS DE ARARAS AZUIS

Grupo: \_\_\_\_\_

No mundo animal existem grupos que são ditos poligâmicos e outros monogâmicos. Os poligâmicos são aqueles que, durante sua vida, tem mais de um(a) parceir@ sexual, com o objetivo de procriar ou não; já os monogâmicos são aqueles que têm um único parceiro ao longo de toda vida. Os leões são um exemplo de espécie poligâmica que se unem com o objetivo de procriar, enquanto os seres humanos não necessariamente se relacionam com esse objetivo. Em contrapartida, cerca de 90% das aves são monogâmicas, a exemplo da arara-azul.

A arara-azul é uma das aves que corre o risco de extinção por conta da caça, da comercialização ilegal e da destruição do seu habitat natural! No Brasil, graças a iniciativas de preservação desses animais, o número de araras-azuis que vivem no Pantanal subiu de 1500 para 5000 desde 1999\*.

Fez-se uma pesquisa e dessas 5000 araras, 2300 são fêmeas e 2700 são machos; sabe-se também que todas as fêmeas deste grupo se relacionam com algum macho deste grupo. Porém, após alguns exames, foi constatado que 200 dessas fêmeas possuem um problema de fertilidade, o que as impedem de gerar outras araras-azuis. O caso foi tão comentado que uma grande emissora de TV fez uma série de reportagens e alguns centros de pesquisa se ofereceram pra tratar de tais aves. Um desses centros de pesquisa foi o escolhido e então os pesquisadores isolaram essas aves para começar um tratamento de fertilização, mas elas foram roubadas.

Após 2 dias de procura, a polícia ambiental encontrou as pessoas que roubaram as 200 araras fêmeas, mas as araras não foram encontradas pois todas já haviam sido vendidas no mercado clandestino. Quando perguntados sobre os motivos do roubo, um deles disse que as araras-azuis têm um valor de mercado muito alto e, como essas araras não podiam ter filhotes, isso não geraria nenhum problema, ao contrário, os machos se uniriam a outras fêmeas, procriando mais e mantendo a perpetuação da espécie.

Mesmo depois dessa justificativa, os ladrões foram presos, mas as araras nunca mais foram capturadas!

Mas a questão que fica é: o discurso do homem que roubou as araras faz sentido? Como fica a relação entre as araras fêmeas e os machos que restaram?

\*[https://www.wwf.org.br/natureza\\_brasileira/areas\\_prioritarias/pantanal/nossas\\_solucoes\\_no\\_pantanal/protecao\\_de\\_especies\\_no\\_pantanal/arara\\_azul/](https://www.wwf.org.br/natureza_brasileira/areas_prioritarias/pantanal/nossas_solucoes_no_pantanal/protecao_de_especies_no_pantanal/arara_azul/)

## APÊNDICE C

### ROUBO DE OBRAS DE ARTE

Grupo: \_\_\_\_\_

Carta de ajuda:

17 de agosto de 2018

Olá, pessoal!

Como todos sabem, estou num lugar bastante distante, investigando um acontecimento, mais precisamente um roubo de obras de arte da civilização asteca. Como ainda estamos no processo de investigação, não posso dizer-lhes exatamente onde estou, mas tenho permissão para falar alguns detalhes a fim de que me ajudem a solucionar o furto.

Há uma semana, 427 pessoas visitaram um espaço, aqui chamaremos de museu, em que estavam em exposição 231 obras de arte do povo asteca. Por se tratar de obras de arte muito valiosas para a comunidade, todos os seguranças e visitantes precisam entregar algum documento com foto na recepção do museu, assim como também é feito o registro de suas digitais. Após a visitação, os 50 seguranças do local, que possuem uniformes especiais e todos iguais, deram falta de 6 destas obras. Logo após esta descoberta, as investigações começaram e por isso estou aqui!

O problema é que, durante a investigação, notou-se que o sistema de segurança do museu não estava funcionando. Então pensamos em encontrar o(s) ladrão(ões) a partir das características das pessoas que foram vistas próximas às obras que sumiram: cor de cabelo, da pele e dos olhos, tamanho do cabelo, altura etc. Além disso, as roupas e os sapatos que estavam usando também são importantes.

Temos algumas informações que podem nos ajudar: nenhum visitante estava usando luvas e nem nada que cobrisse a cabeça (como gorros, chapéus ou lenços) durante a visitação, pois é regra estabelecida pelo museu. Além disso, todas as obras de arte são protegidas por caixas transparentes com sensor de toque, ou seja, caso alguém pegue em qualquer caixa o alarme dispara. Ah! Encontramos uma caneta azul de material transparente dentro de uma das caixas onde estava uma dessas obras roubadas. Acredito que essas sejam pistas importantes para encontrarmos o suspeito, só não sabemos como ainda!

Ainda estamos à procura de outras provas, mas até agora não conseguimos pensar em mais nada! Por favor, ajude-nos a solucionar este problema e encontrar estas obras de arte, tão valiosas para este lugar!

OBS: Encaminhem a resposta através dos papéis que serão entregues a vocês e meu ajudante trará as possíveis soluções! Muito obrigado!

## APÊNDICE D

### TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TCLE)



UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA  
UNIVERSIDADE ESTADUAL DE FEIRA DE SANTANA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO,  
FILOSOFIA E HISTÓRIA DAS CIÊNCIAS

INSTITUTO DE FÍSICA  
Campus Universitário de Ondina  
40210-340, Salvador – Bahia – Brasil  
Fone: (71) 3283-6608/ Fax: (71) 3283-6606  
E-mail: ppefhc@gmail.com

#### TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

**Pai/Mãe** \_\_\_\_\_

Seu filho foi convidado(a) como voluntário(a) a participar da pesquisa: “*Apropriação dos Conceitos de Função: Uma Análise Histórico-Cultural*”.

#### **OS MOTIVOS E PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS**

O motivo que nos leva a desenvolver tal pesquisa é saber como as aulas e atividades propostas refletirão no aprendizado dos estudantes em relação ao conteúdo de Função. Compreender como a discussão sobre tal assunto a partir da história dos conceitos reflete na aprendizagem é de suma importância.

A pesquisa visa contribuir para o desenvolvimento de alternativas efetivas para o ensino e a aprendizagem de matemática. Além disso, melhorar a aprendizagem de Função e fazer com que os estudantes consigam desenvolver criticidade, amadurecimento em discussões que envolvam a história de qualquer conceito, seja de matemática ou de outras áreas. Além disso, buscamos motivar, aumentar o interesse pela matemática e chamar a atenção dos estudantes ao trazer novas informações, aumentando a curiosidade e entusiasmo pela disciplina.

Os procedimentos serão os seguintes: observarei as aulas de matemática no fundo da sala, de maneira que não perturbe o andar dos trabalhos. Conversaremos apenas se necessário. Durante a pesquisa, algumas entrevistas serão feitas com o objetivo de entender melhor se os alunos estão aprendendo ou não estão aprendendo e por quais motivos isto está acontecendo. E também farei

cópias de algumas atividades e notas do caderno para compreender como os alunos escrevem o que estão entendendo sobre o assunto.

Mesmo sabendo que a minha presença já interferirá no ambiente escolar, o risco da observação será mínimo, de forma que estarei sempre atenta aos riscos que podem ser acarretados e, caso algo aconteça, tomarei todas as medidas de precaução e proteção.

Assim, por exemplo, se ocorrer invasão da sua privacidade; qualquer constrangimento ao responder questões sensíveis tais como relativas a características pessoais ou de familiares; desejo de não revelar sentimentos não revelados anteriormente; qualquer discriminação ou estigmatização a partir da nossa conversa; divulgação de quaisquer dados sem a sua permissão; desperdício do seu tempo; interferência na sua vida e na sua rotina; divulgação indevida de sua imagem ou voz; algum conflito entre nós; algum embaraço; qualquer situação de desconforto que possa ser causado ante a minha presença na sala de aula; o uso indevido das notas de aula dos participantes **comprometo-me** a minimizar os desconfortos, garantindo momento adequado e local reservado para as conversas; ficar atenta aos sinais verbais e não verbais; garantir a confidencialidade, privacidade, proteção da sua imagem e não estigmatização, garantindo a não utilização das informações em prejuízo das pessoas, e/ou da comunidade; garantir o seu acesso a todo o material que está sendo produzido: áudios, imagens, textos, transcrições; garantir que a pesquisa será suspensa imediatamente ao se perceber algum risco à sua saúde ou de qualquer dos participantes, ainda que não previstos; garantir que qualquer pessoa que vier a sofrer qualquer tipo de dano, aqui previsto ou não previsto, resultante da sua participação na pesquisa, além do direito à assistência integral terá direito à indenização; garantir aos participantes a divulgação dos resultados; garantir que sempre serão preservados os valores culturais, sociais, morais, religiosos e éticos; assumir o compromisso de comunicar os resultados da pesquisa, sempre que puderem contribuir para a melhoria do ensino de matemática; garantir a preservação da imagem dos sujeitos participantes, bem como dos materiais escritos disponibilizados e coletados durante a pesquisa.

Assim, reitero que todas as medidas, providências e cautelas serão adotadas caso algo indevido aconteça, preservando a sua imagem.

Todavia, apesar dos riscos, os benefícios que se esperam da pesquisa são maiores. Aprimorar a formação de professores e a pesquisa em Educação Matemática, de maneira que os benefícios serão compartilhados com os participantes, com a comunidade e com as instituições. Além disso, fazer com que os estudantes aprendam matemática de maneira mais interessante.

**GARANTIA DE ESCLARECIMENTO, LIBERDADE DE RECUSA**

## **E GARANTIA DE SIGILO**

Você será esclarecido(a) sobre a pesquisa em qualquer aspecto que desejar e sempre que desejar. Você é livre para recusar-se a participar, retirar seu consentimento ou interromper a participação a qualquer momento. A sua participação é voluntária e a recusa em participar não acarretará qualquer penalidade. O seu filho(a) participará da aula, pois o conteúdo será apresentado a partir desta proposta, mas, caso haja recusa, suas falas serão desconsideradas para fins de análise da pesquisa.

Trataremos a sua identidade com padrões profissionais de sigilo. Os resultados serão enviados para você e permanecerão confidenciais. Seu nome ou o material que indique a sua participação não será liberado sem a sua permissão. Você não será identificado(a) em nenhuma publicação que possa resultar deste estudo.

Uma cópia deste consentimento informado será arquivada no Curso de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências, da Universidade Federal da Bahia e outra será fornecida a você.

## **CUSTOS DA PARTICIPAÇÃO, RESSARCIMENTO E INDENIZAÇÃO POR EVENTUAIS DANOS**

A participação no estudo não acarretará custos para você e não será disponível nenhuma compensação financeira adicional. Em caso de haver algum gasto decorrente desta pesquisa, uma compensação será providenciada.

Se depois de consentir em sua participação você desistir de continuar participando, tem o direito e a liberdade de retirar seu consentimento em qualquer fase da pesquisa, seja antes ou depois da coleta dos dados, independente do motivo e sem nenhum prejuízo a sua pessoa.

## **DECLARAÇÃO DA PARTICIPANTE OU DO RESPONSÁVEL PELA PARTICIPANTE CONSENTIMENTO PÓS INFORMAÇÃO**

Eu, \_\_\_\_\_ fui informada (o) dos objetivos da pesquisa acima de maneira clara e detalhada e esclareci minhas dúvidas. Sei que em qualquer momento poderei solicitar novas informações e motivar minha decisão se assim o desejar. Concordo em participar do projeto, sabendo que não vou ganhar nada e que posso sair



quando quiser. A pesquisadora **HELEN NOGUEIRA MESSEDER** certificou-me de que todos os dados desta pesquisa serão confidenciais.

Também sei que caso existam gastos adicionais, estes serão absorvidos pelo orçamento da pesquisa. Em caso de dúvidas poderei chamar a pesquisadora **HELEN NOGUEIRA MESSEDER** ou o professor-orientador **EDILSON FORTUNA DE MORADILLO** no telefone (71) 99352-0929, no Instituto de Física, *Campus* Universitário de Ondina, 40210-340, Salvador, Bahia, telefone (71) 3283-6608 ou ainda no Comitê de Ética em Pesquisa da Escola de Enfermagem da UFBA – CEPEE/UFBA, na Rua Augusto Viana, s/n, Sala 435 - Canela - Salvador, Bahia - Brasil - telefone: (71)3283-7615.

Este documento é emitido em duas vias que serão ambas assinadas por mim e pela pesquisadora, ficando uma via com cada um de nós.

Salvador, \_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_.

---

**Assinatura do(s) pai(s) ou responsáveis**

---

**Helen Nogueira Messeder**  
*Pesquisadora responsável*

## APÊNDICE E

### GUIA DE ENTREVISTA 1 PARA OS ESTUDANTES

Como falei para você, estou fazendo uma pesquisa para saber como a tarefa impacta no ensino e na aprendizagem de matemática. A ideia é que você seja o mais completo possível nas respostas porque vai me ajudar na pesquisa. Sinta-se a vontade para expressar como quiser suas impressões, inclusive se forem negativas.

Perguntas iniciais: Quantos anos você tem? Gosta de matemática? Qual sua disciplina favorita?

1- Você gostou das tarefas e por quê?

2- O que mais marcou para você nessas atividades? O que você lembra mais? Por quê?

3- Como os seus colegas de grupos te ajudaram a resolver cada uma das tarefas? Você foi ouvido durante as discussões ou deixou os colegas responderem às tarefas? Você lembra de algum momento específico que seu colega tenha te ajudado?

3- O que você achou de cada grupo ter apenas uma narrativa? Isso ajudou, atrapalhou ou tanto fez na conversa entre vocês?

4- Na 2ª narrativa(das araras) você ajudou um outro grupo a responder a narrativa. Por que você fez isso? Eles te chamaram ou você se ofereceu?<sup>16</sup>

5- Os questionamentos e respostas da professora ajudaram o grupo a pensar nas respostas? De que modo? Você lembra de alguma hora específica que a professora te ajudou?

6- Em algum momento você desconfiou de que aquelas tarefas tinham a ver com a matemática? Por quê?

7- Você conseguiu perceber algo em comum em todas as narrativas? Algum conceito?

8- Você já conhecia algo sobre Função injetora, sobrejetora ou bijetora? Se sim, você conseguiu relacionar o que já sabia com as narrativas?

9- Você acha que conseguiu escrever nas folhas de resposta tudo o que foi discutido pelo grupo?

10-Como você consegue relacionar cada uma das narrativas com essa atividade que a professora passou? Essas narrativas te ajudaram a pensar nas respostas aqui?

11- O que você acha que pode melhorar na atividade? Você gostaria de mais atividades como essa? Por quê?

---

<sup>16</sup>Pergunta feita apenas a Lis devido à explicação que ela deu para outro grupo durante a coleta.

## APÊNDICE F

### GUIA DE ENTREVISTA DO ESTUDANTE QUE PRESENCIOU APENAS UMA NARRATIVA

Como falei para você, estou fazendo uma pesquisa para saber como a tarefa impacta no ensino e na aprendizagem de matemática. A ideia é que você seja o mais completo possível nas respostas porque vai me ajudar na pesquisa. Sinta-se a vontade para expressar como quiser suas impressões, inclusive se forem negativas.

Perguntas iniciais: Quantos anos você tem? Gosta de matemática? Qual sua disciplina favorita?

1- Em qual narrativa você estava presente? Por que você faltou nas demais?

2- O que você achou mais significativo na narrativa?

3- Os seus colegas comentaram sobre as outras narrativas que você não participou?

4- Você consegue enxergar alguma coisa da narrativa que você respondeu em algum conteúdo?

Como?

5- Você conseguiu perceber alguma relevância da narrativa para a matemática?

6- Você já conhecia algo sobre Função injetora, sobrejetora ou bijetora? Se sim, você conseguiu relacionar o que já sabia com as narrativas?

7- Você acha que conseguiu escrever nas folhas de resposta tudo o que foi discutido pelo grupo?

8- O que você acha que pode melhorar na atividade? Você gostaria de mais atividades como essa?  
Por quê?

## APÊNDICE G

### GUIA DE ENTREVISTA DA PROFESSORA

Como falei para você, estou fazendo uma pesquisa para saber como a tarefa impacta no ensino e na aprendizagem de matemática. A ideia é que você seja o mais completo possível nas respostas porque vai me ajudar na pesquisa. Sinta-se a vontade para expressar como quiser suas impressões, inclusive se forem negativas.

Perguntas iniciais: Quantos anos você tem? Há quantos anos leciona? Sempre lecionou no IFBA?

1- O que você achou das tarefas (organização das suítes, o roubo das araras, a impressão digital) e por quê?

2- Qual foi a sua primeira impressão ao ver as tarefas?

3- Você sentiu alguma dificuldade em relacionar o conteúdo de Função com as narrativas e então aplicá-las?

4- O que você achou de ter sido entregue apenas um papel por grupo de cada uma das narrativas? Isso ajudou, atrapalhou ou tanto fez na interação entre os alunos?

5- Você acha que os alunos conseguiram relacionar as narrativas ao conteúdo?

6- Você acredita que a sua sistematização conseguiu capturar as respostas dos alunos? Você levou em consideração o que os alunos falaram para fazer a sistematização?

7- Você costuma apresentar as Funções injetora, sobrejetora e bijetora em qual momento do ano? Em qual unidade? Sentiu alguma diferença?

8- Como foi a sua interação com os alunos? Você ouviu os alunos? Lembra de algo em específico?

9- Você acha que os alunos levaram em consideração as suas intervenções? Lembra de algo em específico?

10- Quais sugestões você teria para a atividade? Em qual momento pedagógico você acha que ela deveria ser aplicada? Antes ou depois do conteúdo sistematizado? Você acha que essas ideias ajudariam no ensino dos conceitos de Função de 1o e 2o graus?

11- Você utilizaria mais atividades como essa? Por quê?

## APÊNDICE H

### TERMO DE ASSENTIMENTO

UFBA  
 UEFS  
 Programa de Pós-Graduação  
 em Ensino, Filosofia e  
 História das Ciências



**UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA**  
**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE FEIRA DE SANTANA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO,**  
**FILOSOFIA E HISTÓRIA DAS CIÊNCIAS**  
 INSTITUTO DE FÍSICA  
 Campus Universitário de Ondina  
 40210-340, Salvador – Bahia – Brasil  
 Fone: (71) 3283-6608/ Fax: (71) 3283-6606  
 E-mail: ppefhc@gmail.com

### TERMO DE ASSENTIMENTO

CRIANÇA E ADOLESCENTE (MAIORES DE 6 ANOS E MENORES DE 18 ANOS)

Resolução 466/2012 CNS/CONEP

Você está sendo convidado para participar da pesquisa “*Apropriação dos Conceitos de Função: Uma Análise Histórico-Cultural*”. Seus pais permitiram que você participe.

Queremos saber como as aulas e atividades propostas refletirão no aprendizado de vocês em relação ao conteúdo de Função! Você não precisa participar da pesquisa se não quiser, é um direito seu e não terá nenhum problema se desistir. Ou seja, caso não queira participar da pesquisa, suas falas não serão consideradas para análise.

A pesquisa será feita na sua escola, na sua sala de aula ou em qualquer espaço que a professora pensar que seja necessário. Eu apenas observarei as aulas da sua professora de matemática. Ela concordou em participar. Para isso, apenas participarei das aulas, e ficarei sentada no fundo da sala, para não atrapalhar ninguém.

Farei tudo da melhor forma possível, mas caso aconteça algum problema, você pode me procurar pelo telefone (71) 99352-0929.

Pode haver também coisas boas como, por exemplo, tornar as aulas de matemáticas mais interessantes, quem sabe você não se encanta pela matemática!

Ninguém saberá que você está participando da pesquisa; não falaremos a outras pessoas, nem daremos a estranhos as informações que você nos der. Os resultados da pesquisa vão ser publicados, mas sem identificar as pessoas que participaram.

Quando terminarmos a pesquisa voltarei à sua escola para contar tudo que escrevi e compartilhar os resultados.

Se você tiver alguma dúvida sobre a pesquisa, você pode me perguntar. Eu escrevi os contatos na parte de baixo deste texto.

Para qualquer esclarecimento no decorrer da sua participação, estarei disponível através do telefone:(71) 99352-0929, ou pelo e-mail: messederdelta@gmail.com ou ainda no endereço Campus Universitário de Ondina, rua Barão de Jeremoabo, 147 - Ondina, Salvador - BA, 40170-115, Laboratório de Ensino, salas 217A e 217B.

Desde já agradeço!

### **CONSENTIMENTO PÓS INFORMADO**

Eu, \_\_\_\_\_ aceito participar da pesquisa “*Apropriação dos Conceitos de Função: Uma Análise Histórico-Cultural*”.

Entendi os riscos e benefícios envolvidos na pesquisa.

Entendi que posso dizer “sim” e participar, mas que, a qualquer momento, posso dizer “não” e desistir e que não serei prejudicado por isso.

Os pesquisadores tiraram minhas dúvidas e conversaram com os meus responsáveis.

Recebi uma cópia deste termo de assentimento e li e concordo em participar da pesquisa.

Salvador, \_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_.

---

Assinatura

---

**Helen Nogueira Messeder**  
*Pesquisadora responsável*

# **ANEXOS**

**ANEXO A**  
**APROVAÇÃO DO COMITÊ DE ÉTICA DA UFBA**

**PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP**

**DADOS DO PROJETO DE PESQUISA**

**Título da Pesquisa:** Apropriação dos Conceitos de Função: Uma Análise Histórico-Cultural

**Pesquisador:** HELEN NOGUEIRA MESSEDER

**Área Temática:**

**Versão:** 2

**CAAE:** 89159918.3.0000.5531

**Instituição Proponente:** Escola de Enfermagem da Universidade Federal da Bahia

**Patrocinador Principal:** Financiamento Próprio

**DADOS DO PARECER**

**Número do Parecer:** 2.795.216

**Apresentação do Projeto:**

Trata-se da segunda versão de projeto de dissertação de mestrado vinculado ao Programa de Pós-graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências / Instituto de Física, sob a orientação do prof<sup>o</sup> Dr<sup>o</sup> Edilson Fortuna de Moradillo. A autora pretende construir uma sequência didática – juntamente com o professor da turma - e aplicá-la em sala de aula para investigar como se dá o processo de apropriação do conteúdo de função (conteúdo da matemática).

**Objetivo da Pesquisa:**

Discutir o processo de apropriação na sala de aula do conteúdo de função a partir de uma sequência didática que envolva aspectos da história virtual.

**Avaliação dos Riscos e Benefícios:**

Os mesmos descritos no parecer nº 2.776.518, emitido por este CEP em 19.07.18.

**Comentários e Considerações sobre a Pesquisa:**

No parecer nº 2.776.518, emitido por este CEP em 19.07.18, fora recomendado anexar os instrumentos de coletas que serão utilizados na entrevista e análise documental.

**Considerações sobre os Termos de apresentação obrigatória:**

Foram apensados.

**Recomendações:**

Atualizar e acrescentar o CEP responsável pela análise e acompanhamento da pesquisa, neste caso, CEP/EEUFBA, assim como o acréscimo dos seus meios de contatos (telefone, e.mail e endereço).

**Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações:**



Sugiro parecer de APROVAÇÃO após serem atendidas as recomendações.

**Considerações Finais a critério do CEP:**

Colegiado acata parecer de APROVAÇÃO emitido pelo relator.

**Este parecer foi elaborado baseado nos documentos abaixo relacionados:**

Tipo Documento	Arquivo	Postagem	Autor	Situação
Informações Básicas do Projeto	PB_INFORMACOES_BASICAS_DO_PROJETO_1097375.pdf	21/07/2018 20:51:22		Aceito
Outros	SolicitacaoEanuenciadocampoVERSAO2.pdf	21/07/2018 20:41:20	HELEN NOGUEIRA MESSEDER	Aceito
Outros	CartaRespostaVERSAO2.pdf	21/07/2018 20:37:12	HELEN NOGUEIRA MESSEDER	Aceito
Projeto Detalhado / Brochura Investigador	ProjetoHelenNogueiraMessederVERSAO2.pdf	21/07/2018 20:34:34	HELEN NOGUEIRA MESSEDER	Aceito
Orçamento	OrcamentoDetalhadoDaPesquisaVERSAO2.pdf	21/07/2018 20:33:49	HELEN NOGUEIRA MESSEDER	Aceito
Declaração de Instituição e Infraestrutura	TermoautorizacaoinstituicaoproponenteVERSAO2.pdf	21/07/2018 20:33:18	HELEN NOGUEIRA MESSEDER	Aceito
Cronograma	cronogramaVERSAO2.pdf	21/07/2018 20:32:20	HELEN NOGUEIRA MESSEDER	Aceito
Outros	Checklist.docx	02/05/2018 12:33:15	Patrícia Santiago Viana Teixeira deSouza	Aceito
Outros	MODELO_DOS_TERMOS_COMUNS_A_TODOS_OS_PROJETOS.doc	02/05/2018 12:32:57	Patrícia Santiago Viana Teixeira deSouza	Aceito
Outros	lattes.pdf	01/05/2018 21:20:12	HELEN NOGUEIRA MESSEDER	Aceito
Outros	DeclaracaoObservarcionalResol510.pdf	01/05/2018 21:16:25	HELEN NOGUEIRA MESSEDER	Aceito
Outros	DeclaracaoObservanciaResol466.pdf	01/05/2018 21:15:27	HELEN NOGUEIRA MESSEDER	Aceito
Outros	TermoUsoDeImagem.pdf	01/05/2018 21:13:58	HELEN NOGUEIRA MESSEDER	Aceito

Outros	RoteiroDeObservacao.pdf	01/05/2018 21:12:18	HELEN NOGUEIRA MESSEDER	Aceito
Outros	OficioDeEncaminhamento.pdf	01/05/2018 21:11:26	HELEN NOGUEIRA MESSEDER	Aceito
Outros	AnuenciaOrientador.pdf	01/05/2018 21:08:28	HELEN NOGUEIRA MESSEDER	Aceito
Outros	DeclaracaoNaoiniciareiPesquisaCEPliberar.pdf	01/05/2018 21:07:31	HELEN NOGUEIRA MESSEDER	Aceito
Outros	TermoDeConfidencialidade.pdf	01/05/2018 21:06:00	HELEN NOGUEIRA MESSEDER	Aceito
Outros	TermoAutorizacaoUfba.pdf	01/05/2018 21:02:54	HELEN NOGUEIRA MESSEDER	Aceito
Outros	TermoCompromissoPesquisador.pdf	01/05/2018 21:00:08	HELEN NOGUEIRA MESSEDER	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TermoDeAssentimento.pdf	01/05/2018 20:58:05	HELEN NOGUEIRA MESSEDER	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TCLEprofessor.pdf	01/05/2018 20:56:53	HELEN NOGUEIRA MESSEDER	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TCLEpais.pdf	01/05/2018 20:55:45	HELEN NOGUEIRA MESSEDER	Aceito
Folha de Rosto	FolhaDeRosto.pdf	30/04/2018 20:18:58	HELEN NOGUEIRA MESSEDER	Aceito

**Situação do Parecer:**

Aprovado

**Necessita Apreciação da CONEP:**

Não

SALVADOR, 01 de Agosto de 2018

---

 Assinado por: Maria Carolina Ortiz Whitaker (Coordenador)

**ANEXO B**  
**APROVAÇÃO DO COMITÊ DE ÉTICA DO IFBA**

**PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP**

Elaborado pela Instituição Coparticipante

**DADOS DO PROJETO DE PESQUISA**

**Título da Pesquisa:** Apropriação dos Conceitos de Função: Uma Análise Histórico-Cultural

**Pesquisador:** HELEN NOGUEIRA MESSEDER

**Área Temática:**

**Versão:** 2

**CAAE:** 89159918.3.3001.5031

**Instituição Proponente:** INSTITUTO FEDERAL DE EDUCACAO, CIENCIA E TECNOLOGIA DA BAHIA

**Patrocinador Principal:** Financiamento Próprio

**DADOS DO PARECER**

**Número do Parecer:** 2.916.697

**Apresentação do Projeto:**

Trata-se de um projeto de dissertação de mestrado vinculado ao Programa de Pós-graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências / Instituto de Física, pesquisa qualitativa do tipo explicativa/compreensiva. O estudo visa construir uma sequência didática – juntamente com o professor da turma - e aplicá-la em sala de aula para investigar como se dá o processo de apropriação do conteúdo de função matemática pelos estudantes do 1º ano. A pesquisa utilizará como meios de coleta de dados a observação participante (compreender como se dão as relações entre os pares – como o professor lida com a proposta das sequências didáticas e como os estudantes reagem), entrevista (semiestruturadas com os estudantes) e documentos (atividades escritas durante o processo e as anotações de caderno).

**Objetivo da Pesquisa:**

Discutir o processo de apropriação na sala de aula do conteúdo de função a partir de uma sequência didática que envolva aspectos da história virtual dos conceitos de função.

**Avaliação dos Riscos e Benefícios:**

O pesquisador apresenta como riscos: "Invasão da privacidade de professores e alunos; Constrangimento ao responder questões sensíveis, tais como relativas a características pessoais ou de familiares; Discriminação e estigmatização a partir do conteúdo revelado; Eventual divulgação indevida de dados; Perda do autocontrole ao revelar sentimentos não revelados anteriormente; Desperdiçar o tempo do participante com a conversa;

Interferência na vida e na rotina dos participantes; Riscos referentes à divulgação indevida de imagens e/ou áudios das observações; Divulgação indevida das informações; Conflitos entre o pesquisador e o participante; Coerção para participar da pesquisa; Embaraço de interagir com estranhos; Medo de repercussões eventuais; Situações de desconforto pela presença do pesquisador na sala de aula; Uso indevido das notas de aula dos participantes”.

E com relação aos benefícios: “A pesquisa visa aprimorar a formação de professores e a pesquisa em Educação Matemática, de maneira que os benefícios serão compartilhados com os participantes, com a comunidade e com as instituições, contribuindo para o desenvolvimento de alternativas efetivas para o ensino e a aprendizagem de matemática. Além disso, melhorar a aprendizagem de função e fazer com que os estudantes consigam desenvolver criticidade, amadurecimento em discussões que envolvam a história de qualquer conceito, seja de matemática ou de outras áreas. Outro benefício será a discussão da matemática a partir de um viés não muito utilizado, no qual a motivação, o interesse e a atenção dos estudantes podem ser mobilizados, aumentando a curiosidade e entusiasmo pela disciplina”.

#### **Comentários e Considerações sobre a Pesquisa:**

A pesquisa é relevante pela busca de novas motivações para o estudo da matemática e para contribuir com o desenvolvimento de alternativas para o ensino e aprendizagem de forma mais estimulante.

O pesquisador descreve os riscos associados à participação na pesquisa e os benefícios relacionados com os resultados, em consonância com as Resoluções 466/12 e 510/16. O pesquisador observará o comportamento dos alunos e professor na sala e as aulas serão filmadas e gravadas. As entrevistas serão realizadas em local reservado para garantir a privacidade e confidencialidade das conversas. Foi definido o poder de recusa ao projeto, pois a participação no projeto é voluntária. O aluno participará da aula para não perder o conteúdo, mas suas falas serão desconsideradas para fins de análise da pesquisa.

#### **Considerações sobre os Termos de apresentação obrigatória:**

A pesquisadora fez as alterações solicitadas: revisão do cronograma nos arquivos "CronogramaVERSAO3.pdf" e "ProjetoHelenNogueiraMessederVERSAO3.pdf", e declaração de pesquisa não iniciada com inclusão da avaliação dos CEP (UFBA e IFBA), o currículo lattes do orientador, e inclusão da participação do aluno na aula, mesmo estando fora da pesquisa, para não prejudicar a aprendizagem sobre o assunto.

#### **Recomendações:**

As recomendações foram atendidas.

Cumpre registrar que o arquivo "PB\_INFORMAÇÕES\_BÁSICAS\_DO\_PROJETO\_1192370.pdf" não está atualizado considerando a aprovação do CEP/IFBA, no item "Início das observações- coleta de dados", como ocorreu nos demais documentos do protocolo de pesquisa.

**Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações:**

Aprovado. Sugerimos atender as recomendações.

**Considerações Finais a critério do CEP:**

O projeto de pesquisa após criteriosa decisão deste colegiado apresenta parecer "Aprovado". Deverá apresentar durante a execução do projeto a entrega dos relatórios parciais e relatório final, conforme Resoluções nº 466/12/CNS e 510/16/CNS.

**Este parecer foi elaborado baseado nos documentos abaixo relacionados:**

Tipo Documento	Arquivo	Postagem	Autor	Situação
Informações Básicas do Projeto	PB_INFORMAÇÕES_BASICAS_DO_PROJETO_1192370.pdf	21/08/2018 14:41:33		Aceito
Outros	DeclaracaoNaoIniciareiAPesquisaVERSAO3.pdf	21/08/2018 14:37:30	HELEN NOGUEIRA MESSEDER	Aceito
Outros	CartaRespostaVERSAO3.pdf	21/08/2018 14:35:15	HELEN NOGUEIRA MESSEDER	Aceito
Outros	LattesDoOrientadorVERSAO3.pdf	21/08/2018 14:34:34	HELEN NOGUEIRA MESSEDER	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TermoDeAssentimentoVERSAO3.pdf	21/08/2018 14:33:48	HELEN NOGUEIRA MESSEDER	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TCLEpaisVERSAO3.pdf	21/08/2018 14:33:21	HELEN NOGUEIRA MESSEDER	Aceito
Cronograma	CronogramaVERSAO3.pdf	21/08/2018 14:32:45	HELEN NOGUEIRA MESSEDER	Aceito
Projeto Detalhado / Brochura Investigador	ProjetoHelenNogueiraMessederVERSAO3.pdf	21/08/2018 14:32:01	HELEN NOGUEIRA MESSEDER	Aceito
Outros	SolicitacaoEanuenciadocampoVERSAO3.pdf	21/07/2018	HELEN NOGUEIRA	Aceito

	2.pdf	20:41:20	MESSEDER	
--	-------	----------	----------	--

Outros	CartaRespostaVERSAO2.pdf	21/07/2018 20:37:12	HELEN NOGUEIRA MESSEDER	Aceito
Projeto Detalhado / Brochura Investigador	ProjetoHelenNogueiraMessederVERSAO2.pdf	21/07/2018 20:34:34	HELEN NOGUEIRA MESSEDER	Aceito
Outros	Checklist.docx	02/05/2018 12:33:15	Patrícia Santiago Viana Teixeira deSouza	Aceito
Outros	MODELO_DOS_TERMOS_COMUNS_A_TODOS_OS_PROJETOS.doc	02/05/2018 12:32:57	Patrícia Santiago Viana Teixeira deSouza	Aceito
Outros	lattes.pdf	01/05/2018 21:20:12	HELEN NOGUEIRA MESSEDER	Aceito
Outros	DeclaracaoObservarcionalResol510.pdf	01/05/2018 21:16:25	HELEN NOGUEIRA MESSEDER	Aceito
Outros	DeclaracaoObservanciaResol466.pdf	01/05/2018 21:15:27	HELEN NOGUEIRA MESSEDER	Aceito
Outros	TermoUsoDelimagem.pdf	01/05/2018 21:13:58	HELEN NOGUEIRA MESSEDER	Aceito
Outros	RoteiroDeObservacao.pdf	01/05/2018 21:12:18	HELEN NOGUEIRA MESSEDER	Aceito
Outros	OficioDeEncaminhamento.pdf	01/05/2018 21:11:26	HELEN NOGUEIRA MESSEDER	Aceito
Outros	AnuenciaOrientador.pdf	01/05/2018 21:08:28	HELEN NOGUEIRA MESSEDER	Aceito
Outros	DeclaracaoNaoiniciareiPesquisaCEPliberar.pdf	01/05/2018 21:07:31	HELEN NOGUEIRA MESSEDER	Aceito
Outros	TermoDeConfidencialidade.pdf	01/05/2018 21:06:00	HELEN NOGUEIRA MESSEDER	Aceito
Outros	TermoAutorizacaoUfba.pdf	01/05/2018 21:02:54	HELEN NOGUEIRA MESSEDER	Aceito
Outros	TermoCompromissoPesquisador.pdf	01/05/2018 21:00:08	HELEN NOGUEIRA MESSEDER	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento /	TermoDeAssentimento.pdf	01/05/2018 20:58:05	HELEN NOGUEIRA MESSEDER	Aceito

Justificativa de Ausência				
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TCLEprofessor.pdf	01/05/2018 20:56:53	HELEN NOGUEIRA MESSEDER	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TCLEpais.pdf	01/05/2018 20:55:45	HELEN NOGUEIRA MESSEDER	Aceito

**Situação do Parecer:**

Aprovado

**Necessita Apreciação da CONEP:**

Não

SALVADOR, 25 de Setembro de 2018

---

**Assinado por: Luize Pinhero Meirelles (Coordenador(a))**