UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA
UNIVERSIDADE ESTADUAL DE SANTA CRUZ
Curso de Pós-Graduação em Educação – Mestrado
Convênio UFBA/UESC

A RELAÇÃO FORMA – FUNÇÃO NA CAPACIDADE GEOMÉTRICA DA CRIANÇA:

Um Possível no Ensino-Aprendizagem da Geometria

Aida Carvalho Vita

Ilhéus – Bahia

2001

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

AIDA CARVALHO VITA

A RELAÇÃO FORMA – FUNÇÃO NA CAPACIDADE GEOMÉTRICA DA CRIANÇA:
Um Possível no Ensino-Aprendizagem da Geometria

Dissertação submetida ao Colegiado do Curso de Mestrado Educação da Faculdade de Educação da Universidade Federal da Bahia em cumprimento parcial dos requisitos para obtenção do Grau de Mestre em Educação sob a orientação da Profª. Dra. Alda Muniz Pêpe.

Ilhéus – Bahia

2001

V835 Vita, Aida Carvalho.
A relação forma- função na capacidade geométrica da criança : um possível no ensino-aprendizagem da geometria / Aida Carvalho Vita. – Ilhéus : UFBA/UESC, 2001.
115p.

Orientadora : Alda Muniz Pepe.
Dissertação (mestrado) – Universidade Federal da Bahia. Faculdade de Educação.

1. Geometria – Ensino (Primeiro grau). I. Título.
CDD – 372.73

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

AIDA CARVALHO VITA

A RELAÇÃO FORMA – FUNÇÃO NA
CAPACIDADE GEOMÉTRICA DA CRIANÇA:
Um Possível no Ensino-Aprendizagem da Geometria

APROVADO PELA COMISSÃO EXAMINADORA EM:
19 DE DEZEMBRO DE 2001

Prof.ª Dra. Alda Muniz Pêpe
Orientadora

Prof. Dr. Dante Augusto Galeffi

Prof. Dr. Geraldo Perez

“(...) as formas passam e desaparecem, mas a vida psíquica permanece essencialmente a mesma; é ela que se aperfeiçoa e evoluciona, dando progresso e perfeição relativos às formas que cria e desenvolve, e quando essas chegam ao máximo do seu desenvolvimento, desaparecem ou se fundem em outras sob a ação psicodinâmica do ser vivente, que as trabalha para a realização de um fim específico ou que transcende o limite da espécie”.

Carlos Bernardo Loreiro

AGRADECIMENTOS

Este trabalho é produto de um sonho que Deus permitiu através de esforço e coragem materializar e numa parceria com todos aqueles que acreditaram neste sonho e de alguma maneira imprimiram suas marcas imprescindíveis. Meus sinceros agradecimentos:

À Universidade Estadual de Santa Cruz, na figura da Magnifica Reitora Profª. Renée Albagli Nogueira.

À Universidade Federal da Bahia, especialmente ao Prof. Dr. Miguel Bordas, pelos esforços na implementação do curso de Mestrado em Educação, Convênio UESC e o constante incentivo através de suas “bisualizações”.

À Profª. Dra. Alda Muniz Pêpe pela parceria dinérgica na construção deste estudo.

Ao Prof. Dr. Dante Augusto Galeffi pelas múltiplas formas de suas falas.

Ao Prof. Dr. Geraldo Perez, por suas observações e críticas a este trabalho.

Às secretárias do NUPE, Mônica e Zaira pelo prestimoso atendimento às minhas solicitações e necessidades.

Aos amigos que carinhosamente contribuíram para essa concretização.

À minha mãe Maria e aos meus irmãos Mariângela, José Ângelo e Anne pela compreensão, carinho, disponibilidade e força dada nas horas mais difíceis.

A meu filho Vinícius, pela paciência e companheirismo.

SUMÁRIO

FIGURAS

FIGURA PÁGINA

TABELAS

TABELA PÁGINA

QUADROS

GRÁFICOS

GRÁFICO PÁGINA

RESUMO

Este estudo foi desenvolvido, fundamentado e motivado pela busca de um novo sentido para o fazer pedagógico no ensino de Geometria. Essa nossa análise incide na busca de um novo fazer-aprender Geometria que dê continuidade à aprendizagem infantil intuitiva e espontânea que a criança já tem construída como fruto da interação com os objetos no seu dia a dia. Por acreditarmos que os conceitos espontâneos infantis das formas tem papel significativo, no desempenho da aprendizagem, foi pesquisado o comportamento de crianças de 4ª série do Ensino Fundamental de uma Escola Pública Municipal de Itabuna, Bahia nomeando formas de objetos do seu cotidiano e do ambiente escolar. Trata-se de uma pesquisa do tipo participante com análise quali-quantitativa dos dados coletados, buscando esclarecer alguns aspectos da aprendizagem das formas. Os dados obtidos mostram que as crianças constróem seus conceitos espontâneos das formas percebidas ou concebidas nos objetos, buscando sentido em funções que traduzem finalidades, vontades, valores e sentimentos. Assim, nesses conceitos estão geralmente presentes relações do tipo forma-função e não necessariamente forma-forma geométrica como se observa nos conceitos escolares. Concluímos como alternativa critica e criativa para o trabalho escolar sobre formas, a ampliação/negociação de linguagem onde coexistem conceitos espontâneos e geométricos escolares. Isto implica na formação de um "novo professor" preparado para trabalhar as formas, também a partir de relações forma-função.

Palavras-chave: Geometria – Formação de Conceitos – Relação Forma-Função – Aprendizagem significativa.

ABSTRACT

This study was motivated for the searching of learning to learn Geometry as continuation to the intuitive and spontaneous infant learning that the children have already constructed as part of the interaction with objects in their day by day activities. In order to register children's nomination of the object forms of their daily and the school environment, it was researched the behavior of children of 4th degree of Basic Education of a Municipal Public School in Itabuna, Bahia. The research is one of the participant type with quantitative and qualitative analysis of the collected data searching to clarify some aspects of the learning of the forms. The collected data has shown that the children build their spontaneous concepts of the forms perceived or conceived in objects, searching meaning for these forms in functions that translate purposes, wills, values and feelings. Moreover, in these concepts are generally present relations of the type form-function and not necessarily geometric form-form as it can be observed in the school concepts. We conclude as creative and critically alternative for the school work on forms, the enlargement/negotiation of language where coexist spontaneous concepts of form-function and geometric schooling. This implies in the formation of a teacher who can also work the forms from the relation form-function.

KEY WORDS: Geometry – Formation of concepts – Relations form-function – Learning significative

INTRODUÇÃO

> Mostrei minha obra prima às pessoas grandes e perguntei se o meu desenho lhes fazia medo.
> Responderam-me: Por que é que um chapéu faria medo?
> Meu desenho não representava um chapéu.
> Representava uma jibóia digerindo um elefante.
> Desenhei então o interior da jibóia, a fim de que as pessoas grandes pudessem compreender.
> Elas têm sempre necessidades de explicações.
> As pessoas aconselharam-me deixar de lado os desenhos de jibóias abertas ou fechadas, e dedicar-me de preferência à geografia, à história, ao cálculo, à gramática. Foi assim, que abandonei, aos seis anos, uma esplêndida carreira de pintor.
>
> *Saint Exupery*

Nossas motivações têm suas raízes na formação em arquitetura e na experiência profissional nesta área. Desde 1981 temos trabalhado especificamente com formas, buscando traduzir, através do projeto arquitetônico, o casamento entre a técnica de construção civil, o *eu* (pessoa profissional) e os anseios do *outro*. Foi exatamente dessa relação do *eu* com o *outro*, que surgiu a curiosidade sobre o imbricamento entre a forma (que atendesse as necessidades, vontades, valores, sentimentos, estética, emoção) e a função que espelhasse o atendimento desses anseios.

Aliada a esses fatores, existe a nossa experiência como professora de Geometria na UESC, onde as indagações dos alunos quanto à necessidade do aprendizado nessa disciplina passaram a nos inquietar, frente à impossibilidade de resposta. E, como coordenadora do Projeto "Aprender a Aprender Geometria", em Convênio UESC/SPEC/PADCT/CAPES tivemos a oportunidade de diagnosticar as condições do ensino de Geometria na região de influência da UESC. Essas foram algumas das causas que nos motivaram a buscar um novo sentido para o fazer pedagógico no ensino da Geometria. Assim, na procura de meios alternativos para o nosso trabalho, temos questionado: a relação forma e função dos objetos e ambientes do cotidiano das crianças abre possibilidades para novas construções geométricas?

Este trabalho, que inicialmente pretendia apurar tão somente a formação de conceitos da Geometria do ensino fundamental e o conhecimento da linguagem geométrica por parte das crianças, passou também a investigar as concepções e linguagens espontâneas existentes intuitiva e naturalmente em crianças da 4ª série do ensino fundamental. Utilizamos como referenciais, desde o início, as teorias de Luria, Vigotsky, Piaget, Ausubel e, posteriormente, as propostas de Monod e Doczi, entre outros. Inicialmente, seguindo as idéias de alguns autores, procuramos compreender a formação de conceitos, conceituar a Matemática e, especificamente, a Geometria para, a partir daí, compreender os procedimentos infantis e encontrar caminhos alternativos para esse ensino.

Diante do exposto, expressamos, organizamos e projetamos a pesquisa. Partindo da hipótese que se no nível fundamental as formas forem trabalhadas com base na relação entre forma e função dos elementos, mantendo-se como objetivo a permanente abertura de possíveis e variadas construções de conceitos e de linguagem, a partir de construções já existentes na criança, pode-se então construir um olhar sobre as formas que guardará múltiplas possibilidades. Considerando o objetivo geral deste trabalho, elaboramos os seguintes itens à investigar:

1. Verificar como as crianças percebem as formas nos objetos;
2. Selecionar e/ou adaptar materiais para desenvolver linguagens sobre as formas, na escola, inclusive as geométricas, usando uma abordagem que privilegiasse a utilização das funções e formas dos ambientes e elementos que constituem o cotidiano da criança;
3. Aplicar materiais e metodologia, segundo a abordagem proposta;
4. Identificar as diferentes leituras (geométricas e outras) das crianças, ao lidarem com elementos do seu cotidiano e do ambiente escolar;
5. Perceber como as crianças reagem à manipulação de sólidos geométricos.

Das motivações iniciais, definição dos objetivos e hipótese até a realização da pesquisa e escrita do texto final, um "longo caminho" foi percorrido e organizado segundo os capítulos desta dissertação. Este trabalho, além da introdução, compõe-se de mais três capítulos. O capítulo 1 apresenta-se dividido em três tópicos gerais: O Processo de Formação de Conceitos, Revisitando a Matemática e Revisitando a Geometria, além de uma análise do processo racional de formação de conceitos através de um levantamento bibliográfico, de vários conceitos da Matemática e da Geometria, na história destas ciências e a influência destes no ensino escolar da Geometria.

No Capítulo 2, abordamos a capacidade geométrica através da dinergia ou poder gerador de padrões. Tal conceito foi proposto pelo matemático e arquiteto Dolczi e, neste trabalho, se apresenta como uma linguagem geométrica áurea que nos permite fazer uma leitura também da capacidade de formar padrões existentes, não somente no ser humano, como em plantas e animais.

No capítulo 3, destacamos a metodologia empregada para testar a hipótese e apresentamos os dados (qualitativa e quantitativamente) com análise descritiva e explicativa dos resultados sobre os procedimentos de crianças e jovens de uma escola pública, do município de Itabuna-BA, no 2º ciclo do ensino fundamental, na manipulação de objetos naturais e artificiais. Desenvolvemos pois uma pesquisa empírica qualiquantitativa com o objetivo de observar, descrever e explicar como as crianças agiam na análise e denominação de formas (geométricas e outras) e se seu comportamento era universal. A partir dos resultados observados na primeira etapa, demos continuidade, num segundo momento, com uma oficina com material plástico (massa de modelar), e uma terceira etapa, resultante e complementar das observações dos dois momentos anteriores e que se constituiu de uma oficina com elementos naturais. Ainda nesse capítulo, apresentamos a discussão dos resultados, procurando um diálogo com a hipótese norteadora desse trabalho, bem como uma relação entre eles e a literatura destacada nos capítulos anteriores, na medida em que esses conhecimentos serviam para analisar, explicar e compreender os fatos. Assim, tecemos algumas considerações a partir de constatações dos procedimentos das crianças na manipulação dos sólidos, bem como deixamos algumas recomendações, objetivando contribuir na construção de uma educação geométrica escolar que leve em consideração as capacidades dinérgicas humanas.

Definimos a trajetória metodológica para investigação (Capitulo 3), buscando, tanto quanto possível, compreender os conceitos e linguagens infantis das formas aprendidas na escola ou fora dela. A partir daí, propomos um caminho alternativo de ensino de Geometria onde o professor conduza naturalmente o ensino das formas buscando uma aprendizagem significativa onde os conceitos geométricos se ancorem nos conceitos de forma já construídos pelas crianças.

Esclarecemos, ainda, que o título *A Relação Forma-Função na Capacidade Geométrica da Criança: Um Possível no Ensino-aprendizagem da Geometria* teve a finalidade de propor, como alternativa ao ensino escolar de Geometria, trilhar por um caminho infantil, intuitivo e dinérgico que percebemos na aprendizagem espontânea das crianças onde elas, relacionando forma e função dos objetos naturais, artefatos ou eventos e assim vão dando sentido ao que aprendem e concebem.

CAPITULO I

1. 0. O PROCESSO DE CONHECIMENTO E A FORMAÇÃO DE CONCEITOS

Cada palavra ou conceito, por mais nítido que pareça, só possui uma faixa limitada de aplicabilidade.
Werner Heisenberg

A nossa cultura ocidental estruturou-se sob a ótica da consciência racional, através do processo de formação de conceitos, que se instituiu como forma única de conhecer, apesar de sabermos que, na busca do conhecimento, a mente humana apresenta várias maneiras, modos, possibilidades e lógicas do aprender. A exemplo disto, sugere Capra (1983)[1] que entre elas estão os modos de consciência racional e intuitivo. Esse conhecimento racional "consiste num sistema de símbolos e conceitos abstratos, resultantes da nossa experiência com objetos e fatos do ambiente cotidiano, caracterizado por uma estrutura seqüencial e linear típica do nosso pensamento e linguagem"[2]. Tal sistema refere-se ao intelecto, cuja função é discriminar, dividir, comparar, medir e categorizar. Quanto ao conhecimento intuitivo, todos nós o temos experimentado, em breves momentos, no nosso cotidiano, assim como muitos cientistas, através de novos "insights", têm sido auxiliados em suas pesquisas por esse conhecimento. Entretanto, podemos afirmar que sobre este último se conhece muito pouco[3].

A possibilidade de existência de outros modos humanos de construir conhecimento parece também ser reforçada pela física moderna, segundo a qual "todos os conceitos que utilizamos para descrever a natureza são limitados e não são característicos da realidade, como tendemos a acreditar, mas criações da mente"[4]. Essa limitação parece ser desconhecida pela escola, pois o processo educativo escolar estrutura-se priorizando conceitos

[1] CAPRA, 1983, p. 35
[2] Ibidem p. 35
[3] Ibidem p. 36
[4] Ibidem p. 126

validados pela comunidade científica e tidos como únicas e últimas verdades. E esse modelo racional de formação de conceitos, de conhecer e conceber o mundo, influencia-nos de tal maneira que, no meio escolar, os conceitos geométricos validados passam a ser vistos como se o homem vivesse num mundo representado somente por esses conceitos. E, assim, pensa-se, fala-se, ensina-se e aprende-se de acordo com eles, o que nos dificulta vislumbrar outras possibilidades para construir um conhecimento mais amplo sobre as formas. Entretanto, no momento atual, talvez possam ocorrer mudanças na maneira de lidar com a construção desse conhecimento, visto que as exigências de um mundo globalizado onde observamos, por exemplo, aproximação e influência das culturas ocidental e oriental, nos possibilitam confrontar diferentes métodos de conhecer, produzir e viver.

Nesse encontro de culturas, tudo leva a crer que pouco a pouco vamos construindo uma visão de mundo menos fragmentada, passando, ou não, obrigatoriamente por novos conceitos, percebendo a relatividade e limites de todos os conceitos para dar conta de explicar tantos fenômenos atualmente observáveis. Essa relatividade parece exigir uma consciência mais intuitiva, transformando assim, radicalmente, a nossa maneira ocidental de ver o homem, o mundo, a natureza e, consequentemente, os nossos paradigmas educacionais. No entanto, sem o objetivo de penetrar na raiz da crise epistemológica que atravessamos, porém na tentativa de encontrar algum caminho alternativo para o ensino de geometria, procuramos discutir e melhor compreender alguns aspectos do processo de formação de conceitos, do processo de aprendizagem e da formação e/ou evolução dos conceitos no ser humano.

De acordo com Duhalde (1998, p. 61), *"os primeiros contatos da criança com o meio que a rodeia são, tudo indica, intuitivos e de natureza sensorial, particularmente centrados na visão e no tato"*. Esse mesmo autor afirma também que a "criança tocando os objetos, atira-os, segue-os com seu olhar e vê como desaparecem e reaparecem, começando assim a construir diferentes espaços que estão ligados ao que percebe com cada um dos sentidos". Então, a partir desse entendimento, a criança constrói paulatinamente sua competência através de uma exploração cada vez mais apurada dos objetos e das linguagens, entre elas a geométrica. E, sob esse ponto de vista, os conceitos podem ser fruto de repetidos ensaios e da observação dos vários atributos observados/concebidos nos objetos, como peso, altura, cor, textura, espessura, existência de pontas ou não etc.

Sabe-se que a criança, para os desafios que enfrenta, utiliza-se de várias modalidades de construção. Segundo Piaget *apud* Macedo (1997, p. 08), na construção infantil do conhecimento estão presentes *"os possíveis, através dos quais a criança compreende o objetivo, ou melhor sua forma, ainda que circunstância, e o necessário, por intermédio do qual a criança estende suas ações, coordenando-as no espaço e no tempo, formando novos esquemas"*. Essa afirmativa leva a pensar que o processo de aprendizagem das crianças se compõe de possíveis e necessários conceitos e linguagens, que num movimento dinâmico e negociado com o objeto do conhecimento vão construindo, desconstruindo e reconstruindo conceitos com competência, utilizando ou não a aprendizagem escolar. Nesta mesma linha, Carroll (1969, p. 126) afirma que os primeiros conceitos são as

> *"invariáveis perceptuais de objetos, sensações, sons e sentimentos, ou seja, representações internas de classes ou categorias da experiência e que, apesar de muitos conceitos serem adquiridos sem linguagem, a aquisição de um conceito é demonstrada pela criança quando ela distingue corretamente exemplos de não-exemplos".*

Sobre essa colocação, fazemos ressalva, pois entendemos que com exemplos e não-exemplos pode-se incorrer no equívoco de obter apenas respostas memorizadas. No geral, em situações do nosso dia-a-dia, a construção de qualquer conceito parece passar pela aprendizagem memorizada mecanicamente, pois primeiramente produzem fortes imagens visuais onde a palavra aos poucos vai substituindo a presença do objeto, embora isso não garanta que a pessoa tenha realmente construído o conceito. Por exemplo, podemos citar a circunstância na qual a criança cita graciosamente uma palavra, mas, logo numa mesma situação, já não a cita mais. Situações como esta, fazem parte da dinâmica da construção do conhecimento através de conceitos.

Podemos dizer que essas situações são bastante corriqueiras em sala de aula, pois todo o processo ensino-aprendizagem escolar se fundamenta no repasse do corpo formal de conceitos que estruturam as disciplinas ou matérias. Geralmente os professores(as), em aulas expositivas, vão repetindo esses conceitos, que os alunos recebem muitas vezes sem nenhuma crítica ou reflexão, apenas decoram o conceito e, quando questionados sobre o assunto, não tendo construção própria, utilizam respostas memorizadas. Então, para fugir do equívoco de um conceito aparentemente aprendido, aceita-se conforme Ausubel *apud*

Moreira(1986, p.12) que a *"compreensão genuína de um conceito ou proposição implica na posse de significados claros, precisos, diferenciados e transferíveis"*. Aqui a aprendizagem do conceito parece seguir um trajeto mais seguro. O educando vai construindo o conceito numa negociação e num diálogo constante em torno desse conceito usando construções já existentes e que têm uma relação com o objeto em questão, até que fique claro o seu significado e lhe possibilite utilizá-lo em várias situações, visto que também são transferivéis.

A formação de conceitos, ao que tudo leva a crer, não pode prescindir das experiências e da interrelação do sujeito com o objeto do conhecimento. Além dessa interação, é fundamental observar o papel da interação social na formação de conceitos e, consequentemente, no desenvolvimento do ser humano. São várias as teorias que sugerem a influência social na formação de conceitos, entre elas está a teoria sociointeracionista de Vigotsky. Esta teoria propõe que os conceitos são determinados por um processo histórico cultural e entendidos como um sistema de relações e generalizações contidas nas palavras, ou seja, como construções culturais internalizadas pelos indivíduos ao longo de seu processo de desenvolvimento. Reforçando a opinião de Vigotsky, encontramos as idéias e estudos de Luria (1986, p. 22) sugerindo que *"as origens do pensamento abstrato e do comportamento categorial, que provocam o salto do sensorial para o racional, devem ser buscadas não dentro da consciência nem dentro do cérebro, e sim nas formas sociais da existência histórica do homem"*. Daí talvez possamos deduzir que a tomada de consciência da criança, em relação ao mundo externo, desenvolve-se a partir da sua interação social, na sua evolução ontogenética. Luria(1986, p. 58) enriquece nosso entendimento sobre o processo de formação de conceitos, ao afirmar que *"na etapa inicial, por trás da palavra, está o afeto, na etapa seguinte, estão as representações concretas diretas e, nos estágios posteriores, a palavra já está fundada em complexos sistemas de relações lógico-verbais"*. No processo de formação de conhecimentos soma-se a influência de outras dimensões do indivíduo, levando-nos a crer que o aprendizado não é somente fruto de sensações que chegam ao córtex cerebral e mesencéfalo, mas que dele também participam as emoções, sentimentos e capacidade emocional, na construção dos conceitos, sinalizando que a percepção das coisas e do mundo é também afetiva.

Apesar das grandes contribuições dessas teorias, não se pode afirmar exatamente como se formam ou surgem os conceitos no homem. Porém, a partir das opiniões dos autores citados, observamos que as várias teorias se complementam, ficando claramente demarcada em todas elas a necessidade de experiências e vivências do sujeito para a construção do conceito ou princípio.

Além do interesse pela formação natural dos conceitos, nos ocupamos também da presença marcante de uma educação escolar pautada quase que integralmente na orientação e formação dos conceitos acadêmicos, tidos como necessários e suficientes para uma educação em Matemática. Nesse sentido, concordamos com Lovell (1988, p. 14) que esta questão torna-se ainda mais séria quando se observa que, até certo ponto, *"os adultos impõem às crianças suas próprias estruturas cognitivas, criando e apresentando situações para ensinar-lhes os conceitos, apesar de haver quase um consenso entre os estudiosos da aprendizagem de que conceitos não se ensinam"*. Criam-se situações em que as crianças vão aprendendo as palavras que categorizam objetos e conceitos verbais da vida cotidiana, a partir da opinião e entendimento de quem ensina, passando paulatinamente de um grau de concretismo e/ou abstração para outro maior. Entretanto, o que se obtém deste procedimento é um modelo de educação que parece ter como conseqüência o modelamento do comportamento da criança, de suas representações internas e consequentemente de seus conceitos, criando inclusive equívocos na aprendizagem, bem como atrofiando ou subestimando a criatividade e certas capacidades infantis que são inatas.

Esse modelo educacional é quase que exclusivo em nosso meio escolar. Procurando compreender este fato, recorremos à opinião de Vigotsky *apud* Rego (1995, p.76) segundo a qual, que os *"atributos necessários e suficientes para definir um conceito são estabelecidos por características dos elementos encontrados no mundo real, selecionados como relevantes pelos diversos grupos culturais"*. E a importante participação ativa dos adultos e dos grupos culturais ajudam as crianças a assimilarem ativamente as habilidades que foram construídas pela história social ao longo de milênios, aprendendo a sentar, a andar, a controlar os esfíncteres, a falar, a sentar-se à mesa, a comer com talheres, a tomar líquidos em copos e diríamos, ainda, que são eles que possibilitam todo um ambiente propício às experiências infantis na construção de uma aprendizagem compartilhada. Na concepção desses autores apesar de o adulto participar como mediador na aprendizagem infantil, é preciso levar em conta que os conceitos acadêmicos geralmente não contemplam os conceitos que são construídos pelo sujeito na interação com os objetos, espaços e acontecimentos no seu cotidiano. Além disso, esse procedimento dificulta a construção uma relação compartilhada e de respeito mútuo, onde educador e educando negociem suas concepções até a apreensão do conceito.

É preciso também que os adultos tenham uma consciência crítica sobre os conceitos que ensinam às crianças. Precisamos compreender que o conceito não é a coisa em si e, no geral, sua seleção tem estado a serviço dos interesses de determinados grupos ou ideologias vistas como caminhos únicos para a construção do conhecimento e, geralmente, não visando o bem comum. Salientamos que esse processo de seleção é relevante apenas na ótica dos adultos ou do modelo pedagógico por eles adotado. No que diz respeito à escola, por exemplo no trabalho com geometria, alguns atributos são escolhidos em detrimento de outros, fazendo com que as crianças aprendam conceitos estudando formulações verbais, treinando o reconhecimento de exemplos e não-exemplos. Tal prática, aceita por muitos professores(as), como a que apresenta melhores resultados, é também aceita como um modelo de reprodução de conhecimento por treinamento. Além disso sabe-se que *"cada inteligência possui seus próprios mecanismos de ordenação, e a maneira como uma inteligência desempenha sua ordenação reflete seus princípios e seus próprios meios"* (Gardner, 1994, p. 131). Esses são alguns argumentos que reforçam a idéia de que a escola precisa, em seu currículo, de variadas metodologias, estratégias e recursos didáticos para trabalhar os conteúdos geométricos, permitindo assim que todos os educandos tenham as mesmas chances de aprender.

Observamos que geralmente a aprendizagem em matemática e geometria tem sido utilizada como treinamento de conceitos, pois a preocupação que direciona o ensino destas disciplinas é que o estudante parta desses conceitos e consiga aprender princípios (regras, axiomas etc.) e, consequentemente, resolva problemas que envolvam esses princípios. Entretanto, sabemos que a falta de variedade nos métodos de ensino e a abstração da linguagem matemática/geométrica são alguns dos motivos que fazem esta linguagem se distanciar da realidade dos alunos. Sabemos também que muitas mudanças são necessárias para se resolver a dicotomia existente entre a linguagem formal escolar e as necessidades práticas do dia a dia do indivíduo, entre as quais Demo (2001, p. 50) cita a *"necessidade de criar meios para que o ambiente desmotivante da sala de aula se transforme em um ambiente onde o aluno possa reconstruir experimentos ou até mesmo conceitos"*. É dever do professor trabalhar os conteúdos, de forma que a aprendizagem de conceitos não seja somente produto de memorização, como tem acontecido geralmente em nossas escolas. E ainda como mudança necessária e urgente sugerimos que a aula não pode continuar sendo o centro da aprendizagem, pois o aluno precisa ler, pesquisar e elaborar, mais do que somente memorizar.

Fica cada vez mais claro que o sistema abstrato de pensamento conceitual matemático e geométrico, fechado em alguns conceitos, não é suficiente para descrever ou apreender integralmente a realidade, pois vamos percebendo, a cada dia, a relatividade e a necessidade de valorizar os conceitos escolares ou não, integrando-os o quanto possível. Daí deduzimos que a Matemática e a Geometria da escola não podem restringir-se a uma linguagem única, abstrata, compacta, fechada nos modelos científicos formais. A importância desse ensino é reforçada pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (1997, p. 55) quando propõem que os "conceitos geométricos como parte importante do currículo da Matemática, no ensino fundamental, propiciem ao aluno desenvolver um tipo especial de pensamento que lhe permita compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive".

O ensino de Geometria na escola está direcionado quase que exclusivamente para a conceitualização dos elementos geométricos que compõem o modelo euclidiano, que trata das relações de magnitude, como comprimento, tamanho de ângulos, áreas e volumes. Nesse modelo, segundo Lovell (1988, p. 82), *"os objetos são localizados por meio de eixos de referência (comprimento, largura, altura) e a criança desenvolve suas idéias de medição, de modo a poder traçar uma figura euclidiana, medir lados, ângulos, áreas etc"*. Isso nos faz ponderar a influência da cultura grega sobre a cultura geométrica escolar.

Os gregos criaram a Geometria e a viam como uma das formas de exploração do espaço, como uma combinação perfeita de lógica e beleza, centro de todas as atividades intelectuais, a base do treinamento filosófico, inerente à natureza e não como uma construção intelectual para fazer leituras de mundo. Além disso, eles acreditavam que seus teoremas matemáticos eram expressões de verdades eternas e exatas acerca do mundo real. Por isso seus axiomas eram aceitos como verdades absolutas, sem necessidade de demonstração e, em seus modelos geométricos, as formas propostas eram de origem divina e perfeitas manifestações da beleza. Entretanto, salientamos que os conceitos desse modelo geométrico permitem uma leitura de mundo, aproximando ou confrontando as formas percebidas/concebidas pelo indivíduo com as formas propostas pelo modelo. Nesse caso, a aprendizagem é determinada por uma experiência, precedida de uma observação ativa e acompanhada por uma reflexão posterior para que se tome consciência dos conceitos e, assim, vamos nos dando conta da relatividade da linguagem e conceitos geométricos escolares para aquilatar as diversas situações presentes na aprendizagem infantil das formas.

Face a esta abordagem, sentimos também necessidade de nos próximos itens deste capítulo fazer uma revisita à história, procurando investigar, um pouco mais a fundo, a influência das civilizações sobre a Matemática e a Geometria escolar, buscando identificar alguns fatores que possam nos auxiliar na proposta de alternativas para o ensino de geometria.

1.1. REVISITANDO A MATEMÁTICA

Buscar caminhos alternativos para o ensino de Matemática e/ou Geometria exige uma revisita a alguns fatos e conceitos que ao longo da história foram determinantes para a estruturação desses saberes enquanto Ciência. Assim, discutiremos os conceitos de alguns autores buscando formar um conceito de Matemática que nos autorize a trabalhar na escola com linguagens e conceitos que não sejam exclusivamente geométricos. De acordo com Garcia (1989, p. 160), a *"Matemática consiste numa série ordenada de leis, conceitos e definições que permitem a solução de problemas; é um tipo de habilidade que deve ser treinada"*. Na mesma linha de pensamento, encontramos no dicionário da autoria de Aurélio Buarque de Holanda que Matemática é uma ciência que investiga relações entre entidades definidas de formas abstrata e lógica.

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs 1997, p. 28) para o ensino fundamental (1º e 2º ciclos), a Matemática é considerada "uma ciência que estuda as possíveis relações e interdependências quantitativas entre grandezas, comportando um vasto campo de teorias, modelos e procedimentos de análise, metodologias próprias de pesquisa e formas de coletar e interpretar dados". Desse modo a Matemática apresenta-se como resultado de um sistema axiomático e como uma habilidade que deve ser treinada. Os conceitos do PCN parecem, ainda, justificar a conduta utilizada no ambiente escolar onde geralmente se desconsideram ou não se levam em conta os meios espontâneos e intuitivos que as culturas e grupos utilizam na resolução de seus problemas matemáticos do cotidiano.

Na opinião de Machado(1994, p.07), Matemática *"é um termo de origem grega e significa o que se pode aprender, pois mathema quer dizer aprendizagem".* Tal definição remonta aos primórdios da cultura matemática grega, onde encontramos as raízes da Matemática instituída como ciência e ensinada nas escolas como fruto da aprendizagem e costume popular, pois sabemos que esta matemática é

> *um conhecimento que surge do povo e que o conhecimento do povo, se torna acessível a ele, apenas numa forma estruturada e codificada, na maioria das vezes sujeito à mistificação que resulta dos processos institucionais de devolução, como as escolas, as profissões, os graus acadêmicos e toda uma série de mecanismos de habilitação e credenciamento* (Weil, 1993, p. 88)

A partir deste conceito, Weil (1993) nos expõe a marcante presença de relações de poder que se instalaram em torno desse saber que, apesar de popular na sua origem e produzido de maneira prática, informal e inseparável do desenvolvimento da própria vida, tem se tornado inacessível ao povo pelo rigor e abstração com que tem sido organizado e ensinado na escola. Observamos assim a influência de antigas civilizações na matemática escolar.

Procurando compreender melhor esse fato, centraremos nossa atenção nas civilizações que floresceram na Bacia do Mediterrâneo, ou seja, as civilizações do Egito, Babilônia, Roma e Grécia, pois elas, além de intimamente interligadas, deram origem e influenciam até hoje a civilização moderna com o legado cultural que produziram. A civilização egípcia floresceu há cerca de 5.000 anos e tinha na agricultura, às margens do Nilo, sua principal atividade de sustentação. Informa D'Ambrósio[5]que no "Egito a distribuição de recursos e a repartição das terras férteis deram origem a formas muito especiais de matemática como, por exemplo, a aritmética de divisão de recursos, os processos fracionários, e também de geometria no estilo da agrimensura atual para alocação de terras aráveis". E a "Babilônia resultou de antigas civilizações, entre elas as dos caldeus, assírios e fenícios, as quais, tendo florescido na região da Mesopotâmia, tiveram sua subsistência

[5] D'AMBRÓSIO,1997, p. 34
[6] Ibidem p. 35

baseada no pastoreio, daí a necessidade do aparecimento da aritmética de contagem e de cálculos astronômicos”[6].

O povo romano, diferentemente dos gregos, centrava suas preocupações quase que exclusivamente na vida social e política, produzindo uma matemática eminentemente prática. Tem-se notícia que é “daquele tempo, conhecido como helenístico, o estudo das cônicas de Apolônio (ca 240-174 a. C.) e a obra de astronomia aplicada à Geometria para estudo das órbitas dos planetas, tendo, na teoria de Cláudio Ptolomeu, a terra como centro de referência”[7].

Sobre a Grécia e suas contribuições, diz D’Ambrósio (1997)[8] que a civilização grega foi formada por inúmeros reinos e desenvolveu-se na margem superior do Mediterrâneo. Os primeiros avanços da Matemática na Grécia foram atribuídos a Tales de Mileto (625-547 a.C.) e a Pitágoras de Samos (560-480 a.C.). Já no século III a. C., um grande matemático, Arquimedes de Siracusa (287-212 a. C.) que, na opinião de D’Ambrósio, talvez tenha sido o primeiro capaz de desenvolver, com igual competência, as matemáticas utilitária e formal, pois além de outros feitos desenvolveu diversos engenhos para uso civil e militar e resolveu problemas práticos, mas sempre com o cuidado de dar um tratamento teórico às suas invenções. Entretanto, somente no final do século IV a.C., surgiu na Grécia a obra mais importante deste período, “Os Elementos”, de Euclides (330-270 a.C.), composta de 13 livros, contendo toda a Matemática até então conhecida[9].

Não há dúvidas da importância da cultura grega na construção do conhecimento matemático, porém é necessário registrar que suas preocupações tinham fortes traços na sistematização, na estética e na lógica, bem como era extremamente comprometida com a especulação e o rigor formal, fato que parece nos sinalizar as raízes do rigor formal também presente em nosso currículo escolar de Matemática.

A Idade Média foi marcada intelectualmente pelo objetivo maior de construir as bases filosóficas para o cristianismo. Nesse período, as academias gregas, com sua matemática abstrata e filosófica, pouco podiam ajudar nessa tarefa e havia opiniões, como

---

[6]

[7] Ibidem p. 38

[8] Ibidem p.36

[9] Ibidem p.36

a de Proclus, de que a doutrina cristã possuía fraqueza teórica e que uma verdadeira filosofia podia ser encontrada nos Elementos de Euclides. Por essas incompatibilidades de opiniões os intelectuais cristãos criaram seu próprio espaço nos mosteiros[10]. Naquela época a matemática utilitária progrediu muito entre o povo e os profissionais, bem como surgiram interessantes sistemas de contagem utilizando pedras, ábacos e mãos. É também, daquele período o estilo arquitetônico gótico para a construção de igrejas, usando modelos geométricos e o método da perspectiva na pintura.

Segundo o matemático, o aparecimento dos mosteiros como instituições fechadas aos não-monges e ao conhecimento herege foi fato determinante para o surgimento das universidades como instituições paralelas, onde o contato de monges e hereges era possível. O interesse dessas universidades era pela Filosofia, Lógica, Ótica, Navegação, Construções e Artes. Entretanto a Matemática, tanto nos mosteiros quanto nas universidades, apresentou grandes avanços durante os séculos XIV e XV, visto que por volta do século XV todos os conhecimentos de até então passaram a ser denominados Matemática, como a entendemos hoje, organizada com um estilo próprio, conhecida e tratada por especialistas[11].

O século XV foi marcado pelas navegações e descobrimentos de novas terras. Em meados do século XVI, países como Portugal e Espanha entraram em isolamento intelectual do resto da Europa, e todos os seus recursos humanos e materiais eram destinados à defesa das terras conquistadas. Ainda assim, os descobrimentos permitiram a vários países da Europa conhecerem outras realidades humanas, sociais, culturais, econômicas e naturais nas novas terras, exigindo a criação de novos sistemas de explicações e novos instrumentos materiais e intelectuais associados a esses sistemas[12].

Inicia-se o Renascimento como um grande movimento de retomada das fontes originais gregas e romanas. Nesse período surgem as academias se contrapondo às universidades, visto que estas não eram fechadas aos não-titulados e eram destinadas à recuperação do passado cultural greco-romano. É desse período também o surgimento dos concursos públicos para a resolução de problemas matemáticos com prêmios em dinheiro. Tanto nas academias quanto em concursos públicos a participação era por mérito[13].

---

[10] Ibidem p.40
[11] D'AMBRÓSIO, 1997, p. 45
[12] Ibidem p.46
[13] Ibidem p.47

Nesse ambiente de concursos, para resolução de problemas matemáticos, desenvolveu-se um grande interesse pela resolução de equações de grau superior, surgindo, então, nomes como Nicolló Tartaglia (1499-1557), Girolamo Cardano (1501-1576) e René Descartes (1556-1650). Vale mencionar que Descartes, com o discurso do método de reflexões sobre o homem e sua natureza intelectual, apresenta métodos para organização da grande diversidade de informações e, como apêndice de seu livro, propõe um enfoque para a Geometria utilizando notações da nova álgebra, conhecida antigamente como Geometria Analítica[14]. Essa fase é marcada pela ampliação das possibilidades de observação, pelo surgimento de instrumentos como o telescópio e o microscópio, apesar da necessidade de novos instrumentos intelectuais para lidar com o observado. Nesse período surgiram os números decimais, com as contribuições de Simon Stevin (1548-1620) e os logarítmos com John Napier (1550-1617)[15]. A matemática naquele momento histórico passou de uma ciência reflexiva para uma ciência experimental. Surge, então, a importantíssima figura de Isaac Newton (1642-1727), marcando, em 1687, o início da ciência moderna com sua obra, Principia Matehematica Philosophiae Naturalis, na qual estabelece as leis da mecânica, utilizando um novo instrumental matemático - o cálculo diferencial. Newton compartilha com o grande filósofo alemão Gottfried Leibniz (1646-1716) a glória de ter inventado esse novo cálculo[16].

Tudo o que se produziu a partir de então se relacionava com a obra de Newton, seguindo-a, rejeitando-a ou criticando-a. Essa obra, apoiada no método cartesiano, influenciou a ciência e também a filosofia, dando início a um novo sistema geral de explicações. As idéias de Newton eram muito convenientes para o pensamento político na Europa Continental, tendo servido como base filosófica para a Revolução Francesa[17]. Surgem os intelectuais revolucionários do cálculo diferencial, dos cálculos das variações e da teoria das séries infinitas. Entre outros nomes, estão Johann Bernoulli (1667-1748); Euler(1707-1783), Joseph-Louis Lagrange(1736-1813) e Pierre-Simon Laplace (1749-1827) dando grande impulso à teoria das probabilidades, estabelecendo a mecânica celeste e a física matemática[18].

[14] Ibidem p.48
[15] Ibidem p. 49
[16] Ibidem p. 50
[17] Ibidem p. 50
[18] Ibidem p. 50

O século seguinte, principalmente na Inglaterra, é marcado pela chamada matemática discreta, surgindo nomes como Augustin-Louis Cauchy (1789-1857) que, com o rigor da análise matemática, introduziu uma definição de limite, caracterizada por um tratamento rigoroso e definindo uma estrutura de curso de cálculo diferencial que perdura até hoje; Carl F. Gauss (1777-1855) ao incorporar a geometria analítica ao cálculo leva a geometria diferencial ao seu momento de glória; Évariste Galois (1811-1832), considerado fundador da álgebra moderna, juntamente com Niels Abel (1802-1829) dão grande impulso à demonstração na álgebra. Citamos ainda George Boole (1815-1864) e Charles Babbage (1792-1871) com sua tese de doutoramento, considerada como o passo inicial para a ciência da computação. Mais tarde, o trabalho de Babbage foi complementado pela tese de H. Hollerith (1860-1929), nos Estados Unidos, marcando o início da álgebra multilinear com o desenvolvimento de espaços vetoriais de quaterniões e das matrizes[19]. Surgiu então a geometria sintética, isto é, sem utilizar coordenadas, como fazia Euclides, e que depois passa por uma revitalização com a formalização da Geometria Projetiva por Jean-Victor Poncelet (1788-1867). Surgiram as Geometrias não-euclidianas de Nikolai Lobachevski (1792-1856) e de János Bolyai (1802-1860). A análise do mundo físico e a física-matemática assumem o seu momento mais importante com os trabalhos de Jean Fourier (1768-1830) e de Georg Riemann (1826-1866). Com a formalização da teoria dos conjuntos, os fundamentos da matemática avançaram, influenciados pelos trabalhos de George Cantor (1845-1918), ao tempo em que os números reais foram rigorosamente definidos por Dedekind (1831-1916) e a lógica matemática foi firmemente estabelecida a partir das contribuições de Bertrand Russell (1872-1970) e Alfred Whitehead (1861-1947)[20].

Datam ainda do século XIX as três relevantes contribuições do matemático Felix Klein (1849-1925), considerado um dos mais importantes matemáticos desse período. Klein percebeu que as possibilidades industriais da Alemanha pediam uma renovação e uma modernização da educação matemática e sua orientação foi a de uma matemática voltada para a aplicação, incluindo vetores, determinantes e um tratamento menos formal para a geometria euclidiana. Seu livro, “Matemática Elementar, marcou época e, na opinião de alguns especialistas, representa o início da moderna educação matemática” [21].

---

[19] Ibidem p.50-1
[20] Ibidem p. 51-2
[21] Ibidem p. 53
[22] Ibidem p. 53

É quase final do século XIX, quando aparecem grandes generalizações no conceito de espaço com o advento da análise complexa, utilizando os números complexos surgidos desde o século XVII, e os avanços da análise aplicada aos trabalhos de Henri Poincaré (1854-1912) e Lyapunov (1857-1918), bem como têm lugar os grandes avanços na teoria dos números em equações num universo modular, com as notáveis contribuições de Carl Gauss, considerado o príncipe dos matemáticos[22].

O início do século XX, de acordo com D'Ambrósio[23], foi marcado pela realização de importantes congressos internacionais de Matemática. O primeiro deles foi realizado no ano 1883, em Chicago e o segundo, em Paris, já no ano de 1900. Nesse último congresso, Hilbert apresentou uma lista de vinte e três problemas, que na sua opinião deveriam ser as preocupações dos matemáticos do século XX. Esse acontecimento direcionou muito o que foi feito posteriormente no ensino de Matemática.

Enfim, a transição do século XIX ao século XX assiste ao estabelecimento da ciência moderna com padrões de rigor matemático, apoiando-se em conceitos incontestáveis de verdade e de integridade. Surge a Topologia, que é a geometria associada à análise funcional, possibilitando analisar espaços de dimensão infinita e a geometria algébrica dando um formalismo algébrico à Geometria. É também desse século, a obra "Os Elementos de Matemática" de Nicolas Bourbaki, que contém cerca de 100 volumes, equivalente ao trabalho de Euclides na antiga Grécia. Bourbaki é um nome fictício adotado por um grupo de jovens franceses que em 1928 se reuniam num seminário para discutir e propor avanços à matemática em todas as áreas. Essa obra monumental teve grande repercussão na educação matemática de todo o mundo, através do movimento conhecido como Matemática Moderna e, particularmente no Brasil, a partir da década de 50. Algumas contribuições desse movimento no processo ensino-aprendizagem da Matemática, no Brasil, serão apresentadas no próximo item quando trataremos do ensino dessa disciplina.

1.1.1. O ENSINO ESCOLAR DA MATEMÁTICA NO BRASIL

[23] Ibidem p. 52
2

Vimos no item anterior que a Matemática como ciência tem sofrido mudanças em seus paradigmas teórico-metodológicos, influenciada tanto pelas necessidades do homem quanto pelo processo de evolução do conhecimento. Pouco a pouco, vamos vislumbrando a necessidade de uma matemática escolar que reconheça a diversidade cultural, colocando esse saber não somente como ciência, mas também como uma das várias linguagens gestadas pelo povo. Assim, percebemos que essas mudanças influenciam e até determinam a dinâmica do currículo escolar que, até hoje, sofre a forte influência da sistematização, estética e lógica grega, priorizando um conteúdo formal com marcadas preocupações com certos conceitos e linguagens, muitas vezes, inconvenientes para compreender e lidar com as exigências e necessidades da vida prática.

Para uma análise evolutiva do ensino escolar de Matemática no Brasil, tomamos como balisadores alguns eventos, que julgamos relevantes para a educação matemática no nosso país a partir do período colonial. Nos períodos colonial e imperial o ensino de Matemática era tradicional e modelado pelo sistema português; não havia universidade e a primeira imprensa só surgiu em 1808 com a transferência da família real para o Brasil. No período republicano, o ensino foi marcado por forte influência francesa, particularmente do positivismo, foi um período de pouca pesquisa, valendo entretanto citar os pesquisadores Otto de Alencar, Teodoro Ramos, Amoroso Costa e Lélio Gama, todos do Rio de Janeiro [24]. Por ensino tradicional, entende-se aquele que enfatiza a transmissão do saber já construído, centrado na memorização, estruturado pelo professor e tendo como indicador da aprendizagem os resultados de provas, testes e exercícios expressos em notas .

Somente em 1928, iniciou-se a fase paulista do desenvolvimento da Matemática, com a transferência de Teodoro Ramos para a Escola Politécnica de São Paulo. Em 1933 surgiram os primeiros pesquisadores modernos de Matemática, no Brasil, com a criação da Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras da Universidade de São Paulo e, em seguida, da Universidade do Distrito Federal ou Universidade do Brasil, em 1937. Foram também desse período, os primeiros cursos de licenciatura, com o ensino ainda marcado pela influência francesa; surgiram também importantes traduções e produções didáticas, como as de Cecil Thiré, Euclydes Roxo e Júlio César de Melo e Souza, com seu pseudônimo de Malba Tahan, inspirado na literatura árabe[25]. Apenas na última década da metade do século XX,

[24] Ibidem p. 55
[25] Ibidem p. 56

depois da Segunda Guerra Mundial, é que a pesquisa científica brasileira, nessa área, teve maior avanço, principalmente a partir da criação do Conselho Nacional de Pesquisa, em 1955, e do seu Instituto de Matemática Pura e Aplicada (Impa) e da realização em Poços de Caldas, a partir de 1957, dos Colóquios Brasileiros de Matemática[26].

Até a década de 50, segundo Garcia (1998, p. 150), o ensino da Matemática seguiu uma programação tradicional, enfatizando os conteúdos trabalhados em sala de aula, tais como os cálculos aritméticos e algébricos complexos, identidades trigonométricas, demonstrações de teoremas geométricos, problemas de longas resoluções e a chamada teoria dos conjuntos que anteriormente era somente trabalhado no nível universitário. A partir dessa década o ensino de Matemática passou a sofrer influências do movimento chamado Matemática Moderna, que nasceu com o movimento educacional inscrito numa política de modernização econômica. A Matemática " foi posta na linha de frente por se considerar que, juntamente com a área de Ciências Naturais, constituía uma via de acesso privilegiada para o pensamento científico e tecnológico" (PCNs,1997, p. 20). Foi o início de uma época de grande entusiasmo pela Matemática Moderna, entretanto somente em 1955, no Congresso de Ensino de Matemática realizado em Salvador- BA, começaram a ser anunciadas as primeiras idéias no sentido de se lançar esse movimento desde a educação primária. Porém, somente adquiriu forças em 1957, num congresso ocorrido em Porto Alegre- RS e dois anos mais tarde, em 1959, no Rio de Janeiro quando foram propostas as realizações de algumas experiências de implantação da Matemática Moderna. Aproximadamente dois anos mais tarde, em 1961, os primeiros resultados foram apresentados, num congresso em Belém-PA. A consolidação do movimento em São Paulo aconteceu, segundo Garcia (1998, p. 151), com o surgimento do Grupo de Estudos do Ensino de Matemática (GEEM), na Universidade Mackenzie, com professores da Universidade Estadual de São Paulo (USP) e Pontífica Universidade Católica (PUC) de São Paulo, sob a liderança de Osvaldo Sangiorgi. Mais tarde surgiram novos grupos de estudo e pesquisa, entre eles o GEEMPA, em Porto Alegre, e o GEPEM no Rio de Janeiro.

Não parou aí o entusiasmo em torno do Movimento de Educação Matemática, pois em 1966 aconteceu um novo Congresso Brasileiro de Ensino de Matemática, em São José dos Campos-SP, com uma programação para uso intensivo da Matemática Moderna no primeiro grau. E, nesse mesmo período, vários autores,

[26] Ibidem p. 57

principalmente Osvaldo Sangiorgi e Scipione de Pietro Neto lançaram seus livros didáticos para o então curso ginasial, elaborando os primeiros volumes com idéias básicas de Teoria dos Conjuntos. Paralelamente, os autores clássicos de livros didáticos para o curso primário lançavam novas edições em que se usavam, já no primeiro ano, elementos da teoria dos conjuntos, e foi esta uma fase em que a introdução da Matemática Moderna se deu, simultaneamente, no ensino primário, no ginásio e até mesmo no colegial.

De 1967 a 1970, a Matemática Moderna foi bastante difundida nos livros didáticos e teve grande influência no ensino. Apesar das grandes contribuições desse movimento, vieram as críticas. Segundo os PCNs (1997, p. 21), nesse período, no ensino de Matemática foi-se constatando a inadequação de alguns de seus princípios e das distorções ocorridas na sua implantação. Essa inadequação foi também observada por D'Ambrósio[27] que afirma que o movimento

> *[...] não produziu os resultados pretendidos, mas serviu para desmistificar muito do que se fazia no ensino da Matemática e mudar, sem dúvidas para melhor, o estilo das aulas e das provas e para introduzir muitas coisas novas, sobretudo sobre a linguagem moderna de conjuntos.*

Entretanto, esse mesmo matemático considera que, apesar das inadequações, esse movimento apresenta um saldo altamente positivo para a educação[28]. Nas últimas duas décadas, segundo Garcia (1989, p.07), as preocupações sobre o ensino de Matemática estão relacionadas à alteração substancial de conteúdo, embora se observem algumas inovações metodológicas. Foram marcantes as mudanças alcançadas, até então, no ensino-aprendizagem dessa matéria, com novas conceituações curriculares e novas propostas pedagógicas apoiadas pelo surgimento de novos meios de observação, de coleção e processamento dos dados e, ainda, pelo reconhecimento da influência da diversidade cultural no conteúdo matemático e das etnomatemáticas. Essas idéias foram e continuam sendo discutidas e algumas aparecem incorporadas nas propostas curriculares de Secretarias de Estado e Secretarias Municipais de Educação. Vislumbramos que novos rumos têm sido dados às discussões curriculares, a partir das recomendações apresentadas para o ensino de Matemática pelo National Council of Teachers of Mathematics NCTM, dos Estados Unidos no documento Agenda para Ação. Destacam os PCNs (1997, p. 22), a resolução de problemas e a compreensão da relevância de

[27] Ibidem p. 57
[28] Ibidem p. 58

aspectos sociais, antropológicos e lingüísticos como pontos importantes no ensino da Matemática nos anos 80.

Nos dias atuais, o ensino de Matemática tem sido influenciado pelo conceito de educação em vigor no Brasil, a partir do Plano Decenal de Educação para Todos (1993-2003) do Ministério de Educação e do Desporto/MEC, inspirado na Declaração de Nova Delhi (16 de dezembro de 1993) que considera que

> *educação é um instrumento proeminentemente da promoção dos valores humanos universais, da qualidade dos recursos humanos e do respeito pela diversidade cultural e que os conteúdos e métodos precisam ser desenvolvidos para servir às necessidades básicas de aprendizagem dos indivíduos e sociedades, proporcionando-lhes o poder de enfrentar seus problemas mais urgentes*[29].

Esse conceito traz ao palco das discussões o reconhecimento das várias maneiras do aprender, bem como a possibilidade de uma educação escolar a serviço das capacidades, habilidades e necessidades dos educandos, procurando, sobretudo, respeitar o ser humano na sua diversidade, propondo um currículo que objetive não somente a instrução e a formação técnica, mas um repensar do que se tem feito no ensino-aprendizagem de matemática e sobre todo o sistema educacional. A educação, visando o educando e a promoção dos valores universais, aumenta os desafios no ensino de matemática, pois ainda hoje se apresenta tradicional, com currículo obsoleto e super valorização dos conteúdos, não atendendo no geral às necessidades dos educandos.

A Matemática constitui o grande fator responsável pelo fracasso escolar e atua como gerador de exclusão, o que poderá ser constatado no resultado apresentado pelo Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) editado pelo Ministério da Educação em 1996. Segundo registro do MEC, em 1995 alunos de 4ª série do ensino fundamental apresentam um índice de rendimento correspondente a apenas 29,5% do que deveriam saber da referida matéria (Cunha, 1999, p. 63). Citando os PCNs (1997, p. 22) acreditamos que as dificuldades apresentadas pelos alunos poderão estar relacionadas a formalização precoce de conceitos e a pouca vinculação da Matemática às suas aplicações práticas. Podem também estar ligadas às exigências cognitivas, à forte hierarquização de seus conteúdos, onde o novo depende do previamente conhecido, à necessidade de uma prática continuada que nem sempre solucionam as dificuldades de compreensão e memória que causam a muitas pessoas.

---

[29] Ibidem p. 111

Além desses desafios, o ensino de Matemática no Brasil apresenta problemas em todos os níveis de aprendizado muito semelhantes aos de outros países. Segundo D'Ambrósio (1986, p. 15), esse ensino em países do primeiro mundo representa um processo de seleção que atinge praticamente todas as camadas da população mas, em nosso país, representa um processo de seleção que marginaliza pelo menos 80% de nossas populações. Segundo esse mesmo matemático, a seletividade exercida pela Matemática vem desde a antiga Grécia, pois os pitagóricos acreditavam que esse conteúdo só deveria ser ensinado aos iniciados de níveis mais elevados do conhecimento matemático e só poderia ter acesso a esse conteúdo um grupo seleto. Essa realidade do ensino de Matemática resulta também de uma seleção de conteúdos que geram grandes descontinuidades e rupturas entre o saber teórico e as necessidades cotidianas/ práticas, determinando no aluno um baixo rendimento na aprendizagem, desequilíbrio psicoemocional, alienação e ausência de espírito crítico. Sabemos da existência de uma ruptura entre a matemática formal e a aprendida/criada nas práticas cotidianas para resolver problemas matemáticos. Informam os PCNs (1997, p. 25) que no ensino de Matemática

> *o conhecimento prévio dos alunos na construção de significados geralmente é desconsiderado. Na maioria das vezes, subestimam-se os conceitos desenvolvidos no decorrer da atividade prática da criança, de suas interações sociais imediatas. E parte-se para o tratamento escolar, de forma esquemática, privando os alunos da riqueza de conteúdo proveniente da experiência pessoal.*

O conteúdo de matemática ensinado nas escolas, parece incontestável

> *e tem sido a forma de pensamento mais estável da tradição mediterrânea e que perdura até nossos dias como manifestação cultural que se impôs, incontestada, às demais formas... como um fenômeno quase único pois universalizou também os modos de quantificar, medir, ordenar, inferir e de pensar o mundo de maneira lógica e racional* (D'Ambrósio,1998, p.10).

Percebemos nessas situações que qualquer mudança passa pelo entendimento de que o *"currículo, há muito tempo, deixou de ser uma área meramente técnica, voltada para questões relativas a procedimentos, técnicas e métodos"* Moreira (1999, p. 07). Assim, a sua construção deverá, pelo menos, ser guiada por questões sociológicas, políticas e epistemológicas, procurando levar em conta as profundas mudanças nas formas de perceber a vida, bem como na produção do conhecimento técnico/administrativo e nas novas tecnologias de informação. Ainda, conforme Moreira (1999, p. 33) o currículo

> *é um artefato social e cultural, não podendo ser um elemento neutro de transmissão desinteressada do conhecimento social, visto que este é reflexo das relações de poder, transmitindo visões sociais e produzindo identidades individuais e sociais particulares; possui uma história sempre vinculada a formas específicas e contigentes de organização da sociedade e da educação, indiferente às formas pelas quais a cultura popular (televisão, música, videogames, revistas) têm constituído uma parte central e importante da vida das crianças e jovens.*

Observam-se, no ensino, práticas de lidar com a realidade muito distantes das técnicas formais utilizadas na escola, e poucos educandos conseguem substituir eficazmente umas por outras (Rivière,1998, p.144). Portanto, uma tentativa de diminuir a lacuna existente entre os conhecimentos formais e o saber matemático popular é pensar a aprendizagem matemática como um diálogo entre conhecimentos prévios e novos conhecimentos, bem como levar em consideração a manipulação de conceitos e/ou habilidades informais; é rever as maneiras espontâneas de lidar com assuntos matemáticos, apontando, assim, para a necessidade de se considerar a influência de idéias construídas fora e/ou anterior à escola; é respeitar a diversidade cultural e propor um currículo onde o conteúdo e a metodologia apareçam a serviço das necessidades básicas. Entre as muitas pesquisas que surgiram, com propostas de mudança, no ensino da Matemática, com essas linhas de pensamento, nos ocupamos especialmente com a Etnomatemática, proposta apresentada como uma *"opção aberta à educação matemática com atividades orientadas, motivadas e induzidas a partir do meio que restabelece a Matemática como uma prática natural e espontânea"* (D'Ambrósio,1998, p.31) e procurar resgatá-la como fruto de um saber produzido no dia-a-dia.

1.1.2. UM ENCONTRO COM A ETNOMATEMÁTICA

A Etnomatemática segundo D'Ambrósio (1993, p. 06) é

> *um programa de ação pedagógica que propõe um enfoque epistemológico alternativo, associado a uma historiografia mais ampla, que parte da realidade e chega à ação pedagógica de maneira natural e através de um enfoque cognitivo com forte fundamentação cultural, à ação pedagógica*

Dessa forma, caminha-se contrariamente ao que tem sido feito na matemática escolar, onde a ação pedagógica procura reproduzir a realidade, porém criando muitas vezes quadros totalmente irreais e abstratos. O programa etnomatemático propondo utilizar no trabalho escolar as práticas espontâneas, que os vários grupos utilizam para resolver seus problemas matemáticos do cotidiano, sinaliza uma grande alternativa à Matemática escolar que é tida como formal, enfadonha e de difícil compreensão, tanto na visão de leigos quanto na de especialistas.

Quanto ao surgimento da Etnomatemática, D'Ambrósio(1998) relata que na década de 60, em um programa de doutoramento em serviço patrocinado pela UNESCO, trabalhando com matemática para a minoria negra na república do Mali, ele percebeu, a partir das observações feitas sobre a realidade global do país, a necessidade de utilizar uma matemática *"mais adequada às realidades sócio-culturais, pois a ciência e a Matemática dominantes, de inspiração e estruturação inteiramente européia, não davam conta de resolver os problemas, ali encontrados, no ensino de Matemática"*(D'Ambrósio, 1993, p. 09). Propôs então, o programa que intitulou Etnomatemática, estruturado etimologicamente como *"a arte ou técnica (techné = tica) de explicar, de entender, de se desempenhar na realidade (matema), dentro de um contexto cultural próprio (etno)"*. Ainda, segundo esse matemático, tal programa procura levar em conta que a aprendizagem não está restrita à matemática escolar e procura levar em consideração as matemáticas

> *encontradas nos grupos culturais identificáveis, tais como sociedades tribais nacionais, grupos obreiros, crianças de uma certa faixa etária, classes profissionais como engenheiros, por exemplo, onde sua identidade depende amplamente dos focos de interesse, da motivação, de certos códigos e jargões, símbolos, mitos e até maneiras específicas de raciocínio e de interferência que não pertencem ao domínio da Matemática Acadêmica* (idem,1993, p. 73)

Então a perspectiva da Etnomatemática tem um enfoque abrangente ao definir como seu objeto de estudo

> *"a explicação dos processos de geração, organização e transmissão de conhecimentos em diversos sistemas culturais e as forças interativas entre os três processos, permitindo que sejam consideradas como formas de Etnomatemáticas a matemática praticada por categorias profissionais específicas, em particular pelos matemáticos, a matemática escolar, a matemática presente nas brincadeiras infantis e a matemática praticada pelas mulheres e homens para atender às suas necessidades de sobrevivência"*(D'Ambrósio,1990, p. 07).

Knijnik (1996, p. 75) considera que *"a Etnomatemática apresenta uma alternativa para o distanciamento entre a matemática espontânea e a acadêmica, considerada pela modernidade como a linguagem por excelência para expressar o universo mais longínquo e também o mais próximo"*. Primeiramente o conhecimento matemático acadêmico, produzido especificamente no contexto da academia, com seus próprios valores, rituais e códigos especiais, passa a ser uma das formas possíveis de saber, colocando por terra a universalidade dessa matemática. Relativizando a universalidade desta Matemática, Foucault (1989, p. 74) coloca em questão a sua natureza como sistema axiomático. Ainda sobre essa universalidade, diz Borda, citado por Knijnik (1996, p. 135), que a Matemática

> *não é universal, à medida que não é independente da cultura, em um certo sentido, poderia até ser considerada como internacional, pois é utilizada em muitas partes do mundo, no entanto nem mesmo esta internacionalização se efetiva, uma vez que somente uma pequena porcentagem da população mundial está preparada para utilizá-la.*

Sabemos que proporcionar ao educando uma aprendizagem matemática utilizando as várias etnomatemáticas e unindo os conhecimentos aprendidos, dentro e fora da escola, se constitui, a nosso ver, um dos maiores desafios da escola. Sobre os procedimentos propostos pela Etnomatemática, sugerem os PCNs (1997, p. 31) que são relativamente recentes e ainda não foi analisado todo o potencial de um modelo pedagógico, em Matemática, baseado na transição de práticas anteriores à escolaridade ou às práticas de natureza acadêmica. As críticas de alguns matemáticos a esse modelo estão geralmente relacionadas com a dificuldade de formação de professores nesses moldes. Nesse sentido, propõe D'Ambrósio (1993, p.11) que

> "a palavra-chave nesta formação é a curiosidade, estimulando os professores a criarem situações, que naturalmente toquem o emocional da criança, que lhes despertem o interesse, a curiosidade, que lhes sejam agradáveis, e desta forma, a criança se desenvolverá na busca de explicações e maneiras de tentar entender o que a rodeia".

Assim entendemos que a Etnomatemática propõe ações visando a aproximação de conceitos e linguagens, ou seja, propõe uma mudança de paradigma no ambiente escolar, abre novos caminhos, dando mais sentido ao fazer pedagógico, autorizando-nos também a desenvolver um trabalho de estudo das formas direcionado à competência geométrica das crianças, que é anterior e independente do saber geométrico proposto pela escola

1.2. REVISITANDO A GEOMETRIA

Foi apresentado no item anterior, revisitando a Matemática, que a Geometria e a Matemática acadêmicas são saberes que se estruturaram intimamente ligados e, por esse motivo, precisaremos também construir um novo olhar sobre a Geometria. Um olhar que seja coerente com esse momento histórico, em que nos conscientizamos da presença de várias Etnomatemáticas e “ Etnogeometrias”, presentes no dia-a-dia das pessoas e também entre as crianças nas salas de aula. Assim, caminhamos no sentido de entender as influências dos conceitos sobre o pensar geométrico, que aconteceram no tempo/espaço e suas influências sobre a educação geométrica escolar.

Salientamos que falar em Geometria é falar em Matemática devido à estreita relação entre essas duas ciências. Segundo Fainguelernt (1999, p. 60) o *“conceito geométrico é ligado a uma definição matemática e por esta razão possui atributos relevantes. Tais atributos devem ser reconhecidos para se identificar o conceito em qualquer contexto em que ele esteja”*. Nesse sentido entende-se que *“um conceito matemático é uma síntese de vários outros conceitos. Por exemplo, a definição formal de simetria pode envolver conceitos de transformação, de deslocamento, de par ordenado, de representação de um ponto no plano, de matriz e de outros”* (idem , p. 61). A exemplo disso dizemos que um triângulo possui três lados, mas três segmentos quaisquer nem sempre podem construir um triângulo.

A forte ligação entre a Geometria e a Matemática pode também ser observada no pensamento de vários autores. Para Faingulernt (1999, p. 45), por exemplo, a Geometria é,

> *um ponto de encontro entre a Matemática como teoria e a Matemática como recurso, é um caminho para desenvolver o pensamento e a compreensão para alcançar o nível mais alto de uma teoria formal. Somente quando essa perspectiva é atingida, a noção de estrutura matemática faz sentido.*

Diz ainda Fainguelernt(1999, p.15) que a Geometria é *“uma ferramenta para compreender, descrever e interagir com o espaço em que vivemos; é talvez, a parte da Matemática mais intuitiva, concreta e real”*. Já Dienes (1974, p. 03) diz ser a Geometria *“o estudo das propriedades dos sólidos, das superfícies, das linhas e dos pontos, bem como das relações entre essas propriedades”*. No dicionário, a Geometria é dita como “a ciência que investiga as formas e as dimensões dos seres matemáticos; ciência que estuda as propriedades dum conjunto de elementos que são invariantes sob determinados grupos de transformações".

O que se deduz desses conceitos é que a Geometria, além de ser apresentada como parte da Matemática mostra-se também influenciada por todo o formalismo matemático. Outra questão que parece saltar desses conceitos é a Geometria como o estudo do espaço e de nossas relações com o espaço, de forma mais concreta e até mais próxima dos saberes construídos na vivência. Entretanto, parece haver um certo viés nesse entendimento, visto que, além do formalismo já citado, essa Geometria trata, na opinião de Galvez (1996, p. 237), de um *"lugar em que é exercido um raciocínio levado à sua excelência máxima, utilizando-se da demonstração lógica, referindo a propriedades de um espaço puro e formal*". Esse procedimento cria, inequivocamente, um vácuo muito grande entre percepções geométricas vividas e as concebidas a partir da Geometria que deveria ser o conteúdo matemático mais próximo da experiência. No entanto é uma linguagem que trata de um espaço abstrato. A capacidade de perceber as formas independe dessa Geometria, pois, desde o homem pré-histórico até o homem atual, observando-se a natureza, o mundo físico, os objetos, a riqueza de detalhes dos espaços e das formas demonstrados através de desenhos, imagens visuais, mentais, afetivas e espirituais, nota-se a existência de uma capacidade inata, perceptiva e estruturante de padrões.

No ser humano os padrões se ampliam através do processo de aprendizagem e da consciência, assumindo sentidos diversos. Segundo Boyer (1974, p. 04), no homem neolítico, os desenhos e figuras sugerem

> *pouca necessidade de medir terras, porém uma preocupação com relações espaciais, pode ser vista em seus potes, tecidos, e cestas apresentando congruências e simetrias que em essência são parte da geometria elementar. As contribuições do neolítico parece ter aberto caminho para o surgimento da geometria.*

E ainda, segundo Boyer (1974, p.05*), "no homem pré-histórico, a preocupação com configurações e relações pode ter tido origem em seu sentimento estético e no prazer que lhe dava a beleza das formas"*. Chamamos a atenção para o fato de que os padrões percebidos/concebidos pelo homem parecem estar desde os tempos pré-históricos, intimamente ligados à vida prática, utilitária e funcional, ou seja, nas maneiras empíricas de conceber as formas. Assim, inclusive segundo os historiadores, também foi a origem da linguagem geométrica, visto que a geometria está na base de uma série de atividades, tais como desenho de cidades, de estradas, elaboração de mapas, construção de objetos físicos, de maquinários e no cálculo de distâncias astronômicas.

Entretanto, de acordo com a historiadora e matemática Boyer (1974), *"essa geometria empírica ou física constitui uma teoria da estrutura do espaço que não pode ser considerada válida do mesmo modo como é a Matemática, por mais amplas que sejam as provas experimentais às quais se submeta"*. Opiniões como esta sustentam o velado preconceito à utilização, no meio escolar, dessas outras matemáticas/maneiras de conceber as formas e resultantes de aprendizagens empíricas no cotidiano.

Sabemos que foram os gregos os primeiros a se dedicarem à Matemática como uma arte, em si mesma, e a Geometria como uma linguagem capaz de nomear, de descrever relações matemáticas, bem como representar através do desenho a intuição geométrica dos seres humanos. Todas as preocupações teóricas, desde os primórdios da história da Matemática, estavam a serviço do controle das relações do homem com o espaço conhecido e da resolução de problemas matemáticos do dia-a-dia. Por exemplo, utilizava-se a Geometria na reconstituição dos limites dos terrenos egípcios após a cheia do rio Nilo e no cálculo de alturas.

São também contribuições geométricas gregas os trabalhos de Apolônio e Arquimedes, matemáticos do século V, que inspirados na Geometria de Euclides alcançaram muitos resultados novos e fórmulas úteis, podendo-se citar "as seções cônicas de Apolônio (elipse, hipérbole, parábola e círculo, retas concorrentes) que contribuíram notadamente para a Astronomia, para a Ciência Militar da Balística, bem como para o moderno estudo de trajetórias de foguetes" (LIFE 1964, p. 46). Apesar das grandes contribuições práticas da Geometria, o seu ponto máximo é considerado por muitos estudiosos como o aparecimento da geometria proposta por Euclides e conhecida como Geometria Euclidiana.

O matemático e geômetra Euclides, em Alexandria, na Grécia, por volta do ano 300 a.C, reuniu os teoremas de seus antecessores em um compêndio intitulado Os

Elementos, contendo os resultados matemáticos obtidos por Tales, Eudóxio, Demócrito, Hipócrates de Quios e Arquitas, grandes luminares da idade de ouro da Geometria grega. (idem) A geometria de Os Elementos, de acordo com Dienes (1974, p. 07), *"circulou na antigüidade em manuscritos e até hoje faz parte do texto padrão escolar do mundo inteiro"*. Essa padronização entretanto não leva em conta a relatividade da linguagem, visto que desde a antiga Grécia já se percebia, a imprecisão dos instrumentos gregos para medir grandes distâncias. Dai, o pensamento, naquela época, de que estrelas e planetas se deslocavam sobre uma esfera e todos os corpos celestes a uma mesma distância da Terra, dificultando, assim, trabalhar com distâncias astronômicas. Esse é mais um dado que nos induz a perceber que este modelo geométrico é limitado em determinados contextos.

O fato de essa Geometria ser texto padrão escolar merece uma análise, ainda que breve, sem penetrar nas questões que nos fazem acreditar que este modelo geométrico também serve à ideologia que mantém a matemática como um filtro selecionador no meio escolar. Assim, procuraremos compreender por que esse modelo geométrico se constituiu como meta e caminho único da geometria ensinada na escola, para melhor nortear qualquer proposta alternativa desse ensino. Inicialmente, citaremos que entre os gregos a Geometria, assim como a Matemática, nasceu de maneira intuitiva, a partir de necessidades práticas, tendo recebido de Euclides a estrutura de ciência. E, como tal, com um método próprio, o método axiomático, partindo de um número reduzido de axiomas - relações entre retas e ângulos - com o método dedutivo vai-se encontrando novos resultados. A obra é constituída de dez premissas simples, cinco postulados e cinco axiomas, compondo 13 livros ou capítulos que descrevem boa parte de tudo o que se sabe até hoje sobre linhas, pontos, círculos e figuras elementares.

Na opinião de Galvez (1996, p. 237) essa Geometria "é o ponto culminante da Geometria com a sistematização do conhecimento geométrico grego. É a primeira obra lógica, revolucionária criação da argumentação, da demonstração, em suma é a capacidade de concluir através de premissas". Cita ainda que:

> *não é o processo de demonstração, que está relacionado com as propriedades do espaço ou de nossas relações com o espaço, mas sim o lugar onde se exercita a maior racionalidade, ou seja, a geometria deixa de ser a encarregada de controlar e de organizar nossas relações com o espaço e passa a*

ser o lugar onde se raciocina matematicamente.

Duhalde (1998, p.63) diz que o modelo euclidiano *"refere-se às transformações que somente mudam a posição do objeto e, portanto, conservam-se o tamanho, as distâncias e as direções, ou seja, os aspectos relacionados com a medida."* Na opinião de Dienes (1974, p. 07) a geometria euclidiana *"é o estudo das propriedades das figuras que se mantêm invariantes em um deslocamento, no espaço, conservando as distâncias e aos ângulos das figuras"*.

Durante séculos, e ainda hoje, essa geometria sistematizada constitui um paradigma não só para a Matemática como para as outras ciências. Seu valor na história foi cada vez maior pela crença que se instalou, entre muitos matemáticos, de que ela favoreceria o desenvolvimento e/ou aprimoramento do raciocínio e da inteligência; e sua importância acentuou-se com as grandes transformações científicas, arquitetônicas e/ou artísticas, como se pode observar, por exemplo, na pintura renascentista. Entretanto a crença em todo o conteúdo matemático ou em qualquer um dos seus conceitos, como meio para desenvolver o raciocínio lógico, precisa ser dismistificada. Embora não haja dúvida de que a Matemática/Geometria auxiliam na organização do pensamento, temos em vista que o ensino da Geometria se justifica principalmente pela possibilidade de se construir a partir dela uma visão mais concreta das coisas e da natureza desde quando não seja ensinada de maneira mecânica, como uma receita pronta. Entretanto no sistema educacional a Geometria euclidiana, na opinião de Fainguelernt (1999, p. 22), tem sido uma *"disciplina escolar que se apoia no extensivo processo de formalização realizado durante esses últimos 2.000 anos, em níveis cada vez de maior rigor, abstração e generalização, e sem fazer conexão entre a geometria intuitiva e a formalização"*.

Tal afirmativa nos faz retornar à antiga discussão entre matemáticos: a dicotomia entre a Matemática formal e a utilitária. Procurando não penetrar no mérito dessa discussão, apenas afirmamos que deixando que sejam utilizados, no ambiente escolar, caminhos alternativos de leitura geométrica, juntamente com a Geometria euclidiana, poderíamos enriquecer melhor a nossa visão do mundo. Segundo Paulo Freire (1998, p. 49), *"se estivesse claro para nós que foi aprendendo que vimos que é possível ensinar, teríamos* *entendido com facilidade a importância das experiências informais nas ruas, nas praças, no trabalho e na sala de aula".*

É interessante notar que, apesar de a Geometria ter sofrido, ao longo do tempo, sérias mudanças em seu conteúdo, estas não são tão visíveis na educação. Segundo Gálvez [31], no "século XVII a geometria se reduz à álgebra, surgindo assim a geometria analítica e, nesse mesmo período, Descartes e Fermat substituem os pontos de um plano por pares de números e as curvas, por equações". As mudanças na geometria não pararam aí e no "século XIX, surgiram as geometrias não - euclidianas de Lobatchevski e de Riemann, constituídas por corpos teóricos coerentes, surgidos a partir das tentativas de demonstrar, por redução ao absurdo, o V Postulado de Euclides" [3232].

Dando seguimento às transformações da Geometria no tempo, sabe-se que nos meios científicos, com as novas geometrias "sucumbe a idéia da geometria euclidiana como único modelo possível do espaço físico, bem como a representação geométrica do espaço, como realidade física, escapa definitivamente do controle de uma só teoria para se vincular ao tempo dentro da concepção einsteniana"[33]. Assim, o séc. XIX é marcado pelas novas geometrias. No séc. XX surge a topologia que se compõe de estruturas muito gerais de espaço, formalizando uma Geometria associada à Análise. A Topologia "*introduziu uma análise para espaço de dimensão infinita - a análise funcional -, dando um formalismo algébrico à Geometria por meio da Geometria algébrica, e, sobretudo, estabelecendo estruturas básicas para a Geometria, a Análise e a Álgebra"* (D'Ambrósio,1997, p. 54). Foram tantas as modificações que " atualmente se considera que a geometria está esgotada, enquanto teoria matemática independente" e absorvida por teorias de natureza algébrica[34].

Para se ter uma idéia mais clara das transformações da Geometria citamos que, além da euclidiana, existem outras geometrias, porém a grande maioria origina-se dela seguindo-lhe estruturalmente o modelo. Entre elas estão:

- A Geometria analítica, que investiga as propriedades das linhas, superfícies e volumes mediante expressões analíticas associadas a tais elementos;

[31] GALVEZ , 1996 p. 238
[32] Ibidem p.238
[33] Ibidem p.238
[34] Ibidem p.239

- A Geometria descritiva, que representa e estuda os sólidos em três dimensões mediante projeções desses sólidos em planos;

- Geometria diferencial, que investiga as propriedades métricas das linhas, superfícies e volumes, mediante os processos da análise matemática;

- Geometria elementar, que estuda as figuras planas que podem ser traçadas com régua e compasso, e os sólidos cujas seções são essas figuras;

- Geometria sólida, que investiga as propriedades das figuras num espaço euclidiano a três dimensões;

- Geometria não-euclidiana, em que as investigações se conduzem num espaço não-euclidiano;

- Geometria plana, em que se investigam os espaços bidimensionais;

- Geometria projetiva, que investiga as propriedades das configurações invariantes sob a operação de projeção; é a geometria das sombras muito utilizada na pintura;

- Geometria riemanniana, que partindo da geometria não-euclidiana, estuda as configurações nos espaços riemannianos;

- Geometria Topológica ou Geometria da lâmina de borracha, onde as figuras são submetidas a transformações violentas e sem cortes, perdendo todas as suas propriedades métricas e projetivas. Progressivamente, tentou-se dar uma imagem unificada à Geometria e, para isto, se recorreu ao seu estudo através das transformações. Pensou-se que este modelo favoreceria um aprendizado mais informal e intuitivo da Geometria, que aquele que até então era baseado em teoremas, demonstrações e raciocínios dedutivos.

Não resta dúvida de que estes saberes geométricos constituem uma teorização que denota grande riqueza e criatividade humana na construção de estratégias abstratas, buscando responder a seus anseios de conhecer a vida e o mundo, atendendo às suas necessidades de explicar a realidade. No entanto não nos parece que um desses saberes deva ser imposto pela escola, como caminho único para a percepção das formas e do mundo em que vivemos, pois na busca de uma educação mais integral é necessário levar em conta as linguagens presentes nos seres humanos, geométricas ou não. A partir dos entendimentos até aqui expostos, discutiremos a influência desses conceitos geométricos e matemáticos ainda tão marcados pela formalidade e abstração gregas no ensino da Geometria no Brasil.

1.2.1. O ENSINO DE GEOMETRIA NO BRASIL

O ensino de Geometria no Brasil, assim como em outras partes do mundo, tem se apresentado como um quadro bastante problemático e, entre os problemas que o compõem, questionamos a falta de consenso entre professores e estudiosos, quanto à sua necessidade como conteúdo significativo na aprendizagem das crianças. É um quadro bem diferente da realidade na antiga Grécia, onde esse ensino era inquestionável e esse saber permitia aos geômetras ocuparem uma posição elevada entre os cidadãos atenienses a ponto de, segundo historiadores, estar escrito no portal da famosa Academia de Platão: Não penetre aqui quem não for Geômetra. Em conseqüência disso observamos que o ensino de Geometria, nos dias atuais da educação brasileira, comparado ao de outras partes da Matemática, tem estado ausente ou quase ausente da sala de aula e, quando presente, segundo Parra *apud* Lorenzato (1995, p. 04) *" tem ido desde o formalismo impregnado de demonstrações apoiadas no raciocínio lógico-dedutivo, passando pela algebrização e chegando até o empirismo inoperante"*.

As opiniões quanto à necessidade e a maneira de abordar a Geometria na educação fundamental são diversas. Algumas são favoráveis, principalmente de 1ª a 4ª série do ensino fundamental, a um ensino não reduzido a aplicações de fórmulas e resultados estabelecidos por alguns teoremas. Sugere os PCNs, este ensino no nível fundamental deve ser utilizado como forte instrumento para o entendimento do espaço de maneira mais prática e coerente com as necessidades dos educandos. Nesta direção, para Galvez (1996, p. 237) no *"ensino fundamental e médio a Geometria dedutiva deve ser prática, contestadora, especulativa e não exaustivamente como é feita pela escola onde a validação das proposições é sustentada pela coerência de raciocínio"*.

Para Fainguelernt (1999, p. 55), a Geometria *"é uma ciência empírica e deve ser ensinada desde os primeiros anos de escolaridade através da percepção e ação do indivíduo sobre os objetos no mundo exterior"*. Segundo o autor, esses objetos são inicialmente percebidos no espaço, depois são observados/analisados, muitas propriedades são identificadas/descritas verbalmente, classificadas e mais tarde conceituadas". É ele quem afirma que

> *a exploração, o reconhecimento e a descrição do espaço, que são realizados intuitivamente através da representação visual, devem ser trabalhados desde a pré- escola permitindo que o aprendiz realize a passagem do espaço real para o espaço teórico, chegando à visão da Geometria como uma estrutura lógica.*

Quanto às posições divergentes, podemos citar o descaso por este ensino quando se

> *constata que no sistema bourbakista a Geometria não foi proposta nas revistas de crítica bibliográfica, trabalhos sobre/de geometria compreendem menos de 5% do total dos artigos de pesquisa registrados e, nos programas universitários do mundo todo, a palavra geometria é apenas mencionada* (Galvez,1994, p. 239)

O descaso está também patente no tratamento que o tema recebe nos livros didáticos, onde geralmente é representado por algumas figuras geométricas no último capítulo do livro de matemática. E a situação se agravou ainda mais quando a Geometria sofreu, nas últimas décadas, uma redução no número de aulas e passou a ser ensinada separadamente da Matemática. A nosso ver, esses fatos sinalizam a necessidade de se discutir o currículo de Geometria adotado no momento atual da Educação Matemática, pois sabemos que muitos problemas encontrados nesse ensino são semelhantes aos encontrados no ensino da Matemática.

Em meio a essa polêmica sobre a geometria euclidiana, como conteúdo geométrico escolar, percebemos que muito desse conteúdo produzido pelos gregos não tem utilidade/sentido para a vida dos educandos, o que tem resultado, entre outras situações, num ensino centrado e resumido em algumas figuras e fórmulas e algumas tentativas de demonstrações no ensino médio. Existem, ainda, divergências quanto aos conteúdos e métodos de ensino da Geometria nos diferentes níveis, ou seja, desde o ensino fundamental até a universidade. Barreto (1998, p. 112), analisando vários currículos de escolas brasileiras, observou que em algumas propostas curriculares a geometria euclidiana é ensinada a partir da geometria plana, seguindo o esquema tradicional, quando deveria partir da exploração sensorial dos objetos, ou seja, da percepção das formas mais freqüentes de composição e decomposição de figuras, como uma preparação necessária à noção de medida; deveria ter como meta a aprendizagem da lógica, da organização do conhecimento, partindo-se de pontos, retas e planos para, finalmente, tratar de objetos tridimensionais.

Em algumas escolas, o ensino começa pelos sólidos geométricos que a criança encontra no seu dia-a-dia, partindo da manipulação de objetos, do reconhecimento das formas mais freqüentes, de sua caracterização através de suas propriedades, da passagem dos relacionamentos entre objetos para o encadeamento de propriedades e, finalmente, vai-se aproximando da sistematização. Desta análise, afirma ainda Barreto(1998, p. 112) que se *"pode dizer que nenhum Estado tem propostas realmente inovadoras quanto à metodologia do ensino de Geometria, mas que é interessante ressaltar que as alternativas de ensino mostram que as preocupações não vão além da maneira como repassar o conteúdo".*

Segundo Fainguelernt (1999, p. 13), no *"ensino de Geometria os assuntos são apresentados de forma axiomática e abstrata. Primeiro se apresentam as propriedades dos pontos de uma reta, passando aos ângulos, triângulos, quadriláteros, polígonos e circunferência".* Na opinião do matemático e educador Imenes (1987, p. 55)

> *há razoável consenso sobre a inadequação do ensino de Geometria no 1º grau, pois às vezes se diz que a Geometria das primeiras séries é intuitiva e que a dos últimos anos do primeiro grau é formalizada. Nem uma coisa nem outra é verdade. Em geral os alunos são apenas informados a respeito de certas propriedades das figuras.*

Essas opiniões sinalizam que esse ensino tem sido influenciado por um currículo onde os conteúdos obedecem a uma decomposição lógica, sendo ministrados e apresentados em ordem crescente de dificuldade, do mais simples ao mais complexo, geralmente relacionando-se fundamentalmente com a organização do raciocínio e com a construção de argumentações lógicas, sem levar em conta que não existe um caminho simples, linear, claro, hierarquizável dos princípios elementares até as abstrações e os axiomas geométricos. Assim, entre outras dificuldades, este ensino da maneira em que é conduzido tem produzido alunos com uma atuação passiva, limitados a copiar figuras e descrever resultados da observação alheia.

Outra alternativa metodológica para o ensino de Geometria, encontrada em algumas escolas brasileiras, é o modelo criado por Pierre van Hiele e Dina Van Hiele Geodolf, sob a orientação do matemático Hans Freudenthal, segundo apresentação de Nasser no 26º Encontro do Projeto Fundão em 1996. Esse modelo, segundo a professora Nasser (1996, p. 22), *"é o resultado de uma pesquisa com alunos de 12 e 13 anos, na Holanda, com* *ênfase na manipulação de figuras, acreditando ser este o procedimento didático mais adequado para melhorar a aprendizagem em Geometria".* O método foi proposto pelos Van Hiele numa seqüência linear em cinco níveis de compreensão de conceitos, onde o aluno é incentivado a manipular, colorir, dobrar, construir e identificar figuras geométricas, bem como estudar proporção de figuras, comparando-as, classificando-as e reclassificando-as por atributos isolados como ângulos e lados. Tal procedimento, segundo Nasser, leva o aluno a deduzir empiricamente regras e generalizações e a resolver problemas geométricos que requeiram o conhecimento de propriedades das figuras. E o progresso de um nível para outro se dá através da vivência de atividades adequadas, construindo as fases de aprendizagem em si dependendo mais da aprendizagem que da idade ou da maturação". Diz Machado (1993, p. 53) que esse modelo de ensino geométrico

> *pode ser interpretado como uma interessante ilustração da consideração de diferentes patamares de concretude...o modelo Van-Hiele tem o inequívoco mérito de destacar a relatividade da noção do objeto concreto, bem como, o papel de mediação desempenhado pelas abstrações*

Entretanto, de acordo Nasser (1996), esse modelo tem sido criticado geralmente por reforçar um ensino de Geometria com a manutenção dos conteúdos tradicionais e uma preocupação voltada para etapas rígidas de desenvolvimento cognitivo, adestrando os alunos em certas habilidades, e modificando apenas a abordagem metodológica. Porém, ainda assim acredita ela que o modelo proposto vale sobretudo pela organização do pensamento.

Do exposto, verificamos que o estudo das formas na escola se ancora na linguagem geométrica euclidiana abordado de várias maneiras, entretanto sem levar em conta, necessariamente, as formas pelas quais o aluno percebe um determinado conteúdo. Desconsiderando ainda que a aprendizagem se constrói sem seguir nenhum esquema ou estruturação disciplinar e que não depende apenas do domínio cognitivo, mas também dos talentos, habilidades, competências, inteligências e criatividades relacionados no processo. Assim entendemos ser necessário neste ensino, além dos conceitos e linguagens geométricos, aqueles outros construídos espontaneamente pelo indivíduo em contato com os objetos no seu cotidiano.

CAPÍTULO II

EM BUSCA DOS PADRÕES DA FORMA

> *"Dizem que certa vez Buda fez um sermão sem dizer uma só palavra; simplesmente mostrou uma flor para a multidão. Assim o seu famoso Sermão da Flor, um sermão na língua dos padrões, no silencioso idioma das flores, talvez mostre como os padrões vivos da flor espelham verdades relevantes para todas as formas de vida".*
>
> Doczi, 1990.

2.0. A DINERGIA: UMA LINGUAGEM GEOMÉTRICA ÁUREA

A necessidade de aprofundar nossos pressupostos teóricos e de ampliar nossa compreensão geométrica do mundo, para explorar novos sentidos no trabalho dessa área em sala de aula, desviamos nosso foco de interesse do processo pedagógico de formação de conceitos e linguagem geométrica, fundamentado na aquisição, assimilação e memorização de conhecimentos teórico - técnicos e nos lançamos a compreender a capacidade geométrica das crianças. Salientamos que nessa busca não há preocupação de encontrar um novo método didático ou uma nova lógica, mas acima de tudo compreender e vislumbrar caminhos alternativos que possibilitem desenvolver um trabalho no espaço escolar, onde a capacidade/habilidade/aptidão das crianças para a percepção das formas possa proporcionar uma aprendizagem significativa dos conceitos geométricos expressos por linguagens outras, além da geométrica formal. As referidas formas são construídas intuitiva e espontaneamente pela criança no seu cotidiano, em geral independente da aprendizagem escolar.

Crianças, ao que tudo indica, possuem capacidade de percepção das formas desenvolvida na interação com o mundo que as cercam. Procuramos compreender essa capacidade a partir do conceito de dinergia proposto por Dolczi (1990, p. 3), que *"trata do processo universal de criação de padrões pela união dos opostos e com poder gerador"*. O vocábulo dinergia é formado pelo prefixo grego *dia*, que significa oposto, e *energia*; expressa a formação de padrões pela união de opostos e poder gerador. O conceito de dinergia sugere a possibilidade de uma linguagem geométrica áurea que nos permita compreender que a capacidade dinérgica, de formar/conceber/perceber padrões, não deve ser um privilégio do ser humano, mas que todos os objetos naturais parecem estar também capacitados para formar padrões na busca de possibilidades do existir. Nesse sentido, recorrendo à teoria quântica, observa-se que é possível abolir a

> *noção de objetos fundamentalmente separados e introduzir o conceito de participante, em substituição ao de observador, possibilitando, assim, ao homem ver o universo como um teia interligada de relações físicas e mentais, cujas partes só podem ser definidas através de suas vinculações com o todo* (Capra,1982, p. 112).

Esse princípio parece autorizar-nos uma leitura de mundo, integrando coisas, seres e eventos, possibilitando consequentemente pensarmos a unidade. Essa leitura de mundo, sem sombra de dúvidas, se presente nas discussões escolares, refletir-se-á nas dinâmicas da escola, exigindo entre outras coisas, um currículo menos compartimentalisado ou até sem compartimentos ou disciplinas, onde os conteúdos não se apresentem estanques e desconectados; um currículo não mais centrado na normatização dos conceitos e linguagens geométricos, mas sobretudo estruturado nas aprendizagens espontâneas, nos valores, nos princípios e na unidade visando a uma aprendizagem escolar dinérgica, onde padrões espontâneos poderão ser ampliados pelos padrões escolares.

A mudança desse currículo escolar tem sido aparentemente lenta devido a vários fatores, entre eles a presença ainda marcante, no ambiente escolar, da forte influência dos paradigma da Matemática e da Geometria e, além disso, o processo envolveria mudanças de valores, paradigmas e interesses. Acreditamos que a mudança curricular passa pela necessidade de construção de uma consciência coletiva da existência de uma unidade em todos os seres (objetos e eventos) de um princípio ou capacidade de produzir padrões/possibilidades variados de leituras de mundo. Dessa maneira nos parece que o reconhecimento e a aceitação das etnomatemáticas no ambiente escolar talvez seja um caminho.

A preocupação com a formação de padrões é uma das mais antigas da humanidade e a unidade/princípio dessa formação era então atribuída às divindades ou a um único criador. Na antiga Grécia, por exemplo, *"os filósofos pré-socráticos buscaram o segredo dessa unidade em uma substância universal, visto na água por Thales, no ar por Anaximenes e no fogo por Heráclito"* (Doczi, 1990, p. 79). Além das observações dos gregos clássicos, sabe-se que esses padrões também chamaram a atenção de C. G. Jung que devotou sua vida ao estudo de símbolos dinergicamente atemporais e universais, aos quais chamou de arquétipos. O pentagrama (Figura 1) é um exemplo de figura geométrica arquetípica que representou e/ou representa boa-sorte em várias culturas. Segundo Huntley (1985, p. 39), *"os pitagóricos, por esse motivo, a utilizavam como símbolo e emblema da sociedade de Pitágoras".*

FIGURA 1. PENTAGRAMA
Fonte: Dolczi (1990, p. 6)

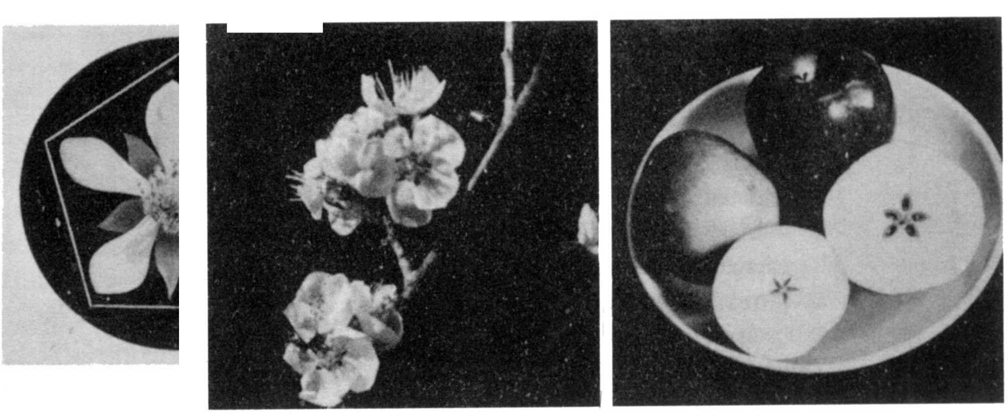


Fig. 10 — Flor da macieira, maçãs e peras e flor do *loganberry*

Cont. FIGURA 1.
PENTAGRAMA
Fonte: Dolczi (1990, p. 6)

Esta figura geométrica, a partir da linguagem geométrica/matemática áurea ou dinergia, compõe-se de várias relações geométricas, conhecidas por relações áureas porque tratam de uma relação proporcional entre duas partes desiguais de um todo, na qual a parte menor está para a maior assim como a parte maior esta para o todo. Estas relações podem por exemplo ser representadas pelo chamados retângulos áureos (Figura 2).

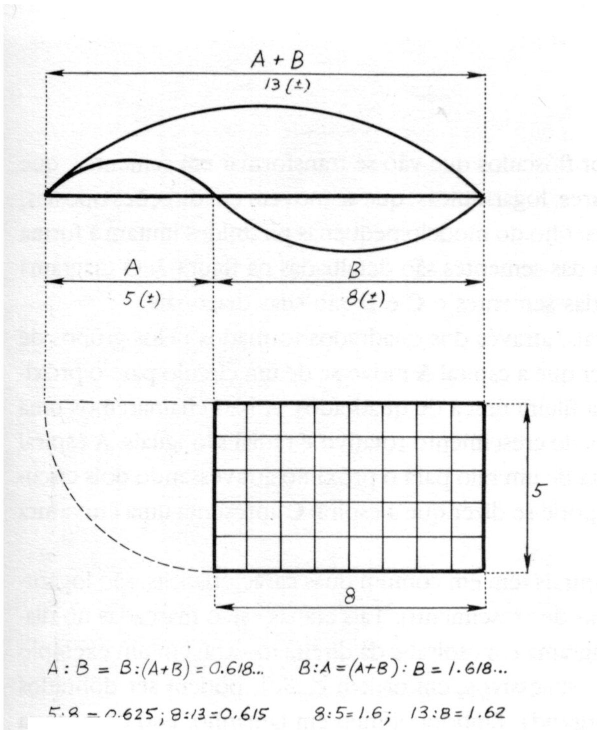


Fig. 4 — Aproximação de um retângulo áureo (5 ÷ 8).

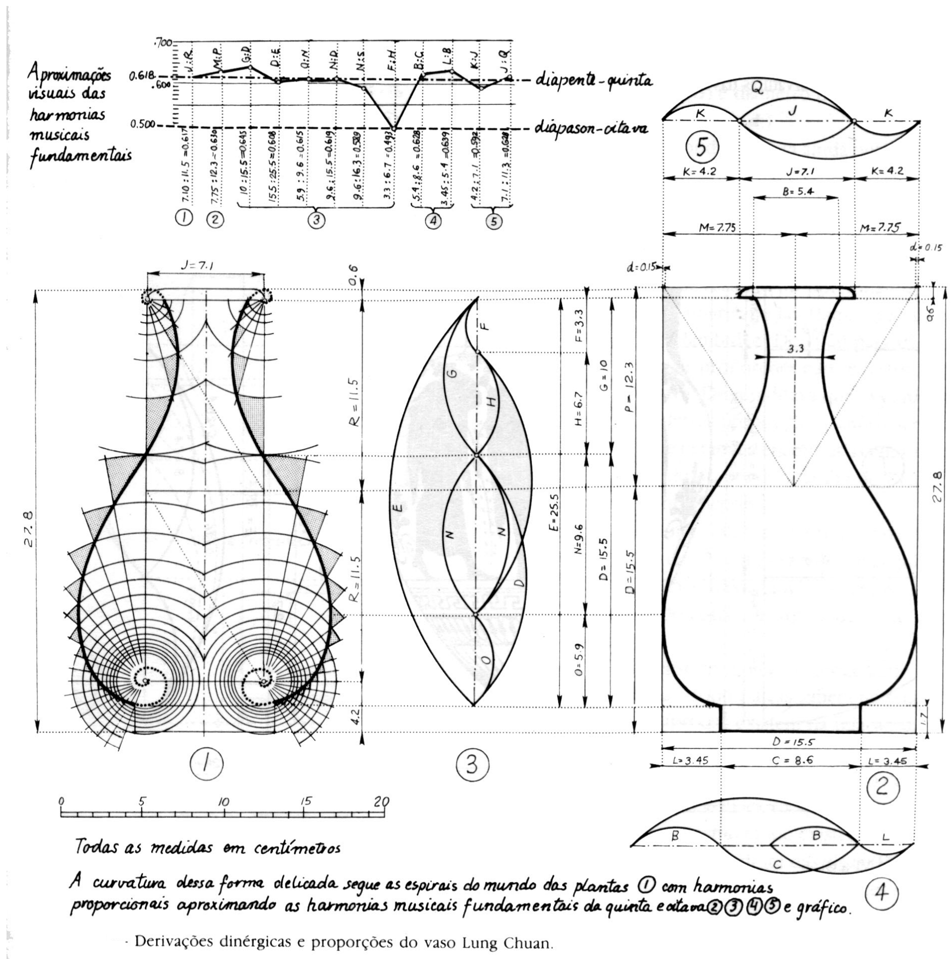
FIGURA 2. RETÂNGULO ÁUREO
Fonte: Dolczi (1990, p. 3)

A figura 2 apresenta um retângulo de dimensões 5x8 considerado áureo, porque a razão entre 8 e 5 é aproximadamente 1,618. Esta razão representa matematicamente o conceito de seção/razão áurea, ou seja, *a "parte menor está para a parte maior assim como a parte maior está para o todo"* (Doczi,1981, p.2). Esse retângulo serve de estudo para as formas de quaisquer objetos. Assim, quando estudando as formas de um certo objeto for possível enquadrá-las em retângulos onde seus lados estejam numa razão aproximada de 1,618, consideraremos que este objeto possui proporções áureas. Segundo matemáticos e estudiosos dessas relações, geralmente os objetos em que suas proporções apresentam relações áureas produzem no ser humano uma sensação de harmonia e um senso estético agradável. Para Dolczi (1981, p. 13), *"a sensação advém de sua capacidade única de unir as diferentes partes de um todo, de tal forma que cada* *uma continua mantendo sua identidade, ao mesmo tempo que se integra ao padrão maior de um todo"*. Essa sensação de harmonia pode ser sentida tanto em objetos naturais quanto em artificiais que possuam essa relação, visto que parece não haver diferenças marcantes entre esses objetos. Buscando outros entendimentos, lançamos mão da compreensão de como podemos entender os objetos. Nesse sentido, utilizamos a comparação de objetos naturais e artificiais proposta por Monod (1971) que afirma que

> *esses juízos não são tão imediatos nem estritamente objetivos, pois objetos naturais são modelados pelo jogo das forças físicas sem apresentar estruturas geometricamente simples como superfícies planas, arestas retilíneas, ângulos retos, simetrias exatas etc. Em geral os artefatos apresentam tais características, mesmo que fosse de modo aproximado e rudimentar* (Monod, 1971, p. 16).

Admitindo que essas diferenças são apenas conceituais, aceitaremos que mesa, faca, potes são artefatos, enquanto que mar, nuvens, ventos, folhas, frutos e flores são objetos naturais. Assim como as diferenças/padrões observados e concebidos nos objetos são conceituais, vamos encontrando sentido para a idéia de existência de uma unidade/ordem/tendência/consensibilidade na percepção/concepção humana na busca da aprendizagem e compreensão de tudo o que existe. Esses padrões não são fundamentalmente a coisa em si, mas refletem nossas percepções e/ou concepções das coisas, bem como nossos valores de utilidade, finalidade ética, estética, intenções, sentimentos e emoções, entre outros. Para Huntley (1985), por exemplo, *"os padrões podem ser uma fonte de prazer estético"*. Nesse sentido, sugere Zilman (1996, p. 65) que a *"própria possibilidade de consensibilidade perceptual depende de uma faculdade bastante comum entre os seres humanos(...) e muitos animais e, sem um esforço consciente, temos todos uma notável habilidade para reconhecer padrões"*. Assim a percepção desses padrões sugere a existência de um processo psicológico de elaboração e organização de regularidades em eventos ou objetos de modo a caracterizá-los, e classificá-los, gerando conceitos. Isso leva a acreditar que na aprendizagem de padrões, inclusive das formas, as crianças vão construindo seus conceitos espontânea e intuitivamente e não necessariamente através da linguagem e conceitos geométricos escolares.

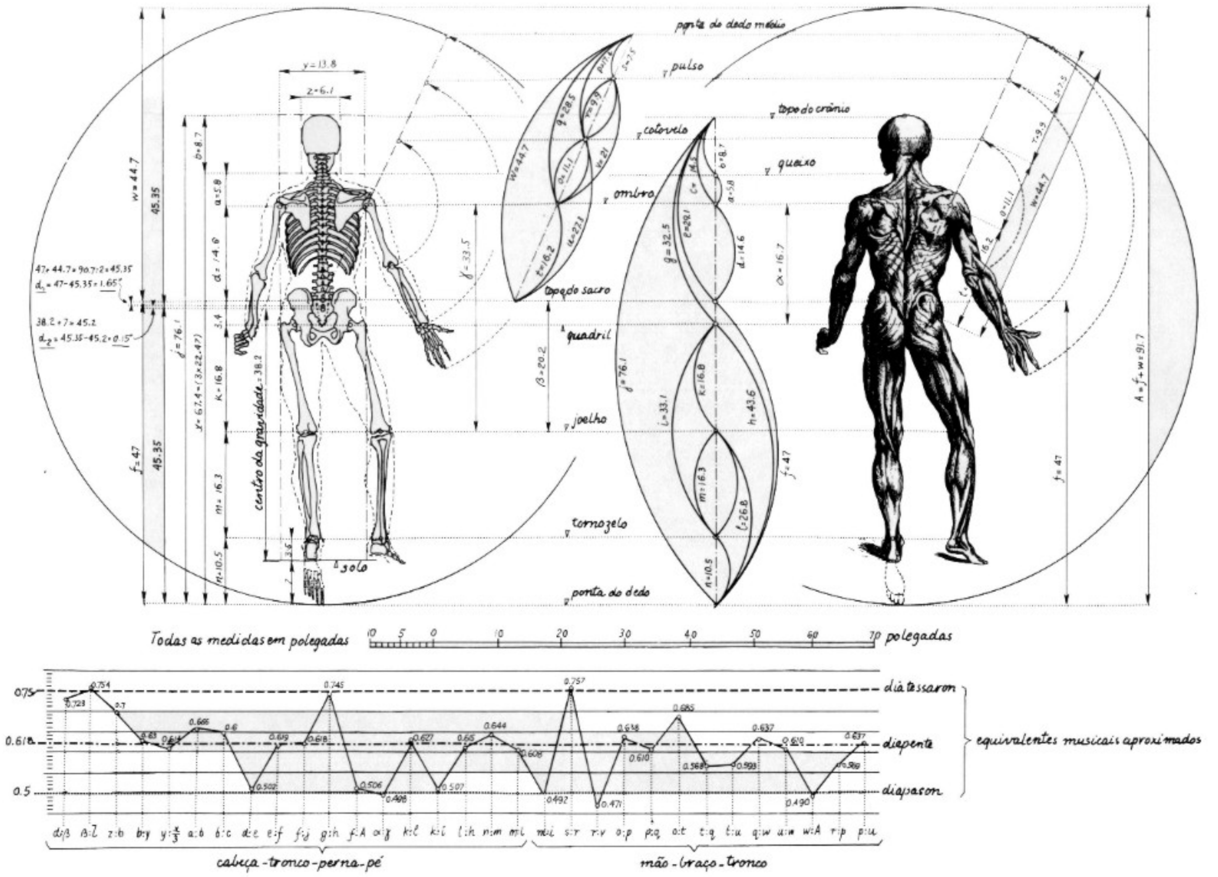
Buscando ainda compreender esses padrões, através da dinérgica linguagem áurea, discutiremos, ainda que sucintamente, a presença dessas relações nos artefatos humanos. Assim essas relações áureas estão presentes em muitos edifícios arquitetônicos como, por exemplo, na famosa estrutura harmônica e dinérgica do conhecido Partenon. São observáveis também na arte popular da cestaria, nas linhas sinuosas dos arcos dos chapéus e em outros objetos. Na olaria, quando o oleiro pressiona a argila para o centro do torno, girando-o para dar forma ao vaso (Figura 3), *"criando então o contraste entre o gargalo fino e a base larga, entre o topo estreito e o corpo bojudo, elementos contrastantes são unidos numa graciosa harmonia"* (Doczi,1981, p. 19). Salientamos que a linguagem geométrica escolar, áurea ou não, pode nos auxiliar na compreensão das coisas, entretanto a execução dessas coisas parecem não depender ou necessitar, da aprendizagem desta linguagem, pois geralmente essas construções áureas surgem intuitivamente dinérgicas das mãos de artesãos analfabetos. Então percebemos que provavelmente os seres humanos possuem uma capacidade de produzir elementos padrões que respondem às exigências do existir com valores humanos cada vez mais harmônicos, mais dinérgicos, mais convenientes à estruturação organizacional e funcional das coisas, seres ou eventos produzidos. E essas dimensões áureas parecem traduzir proporções que surgem para garantir um melhor funcionamento do objeto.



Fonte: Dolczi (1990, p. 19)

FIGURA 3. DINERGIA NOS ARTEFATOS

Essas relações são encontradas também na estrutura física humana. Assim é possível através da dinergia ou linguagem áurea construir conceitos, de forma e perceber a harmonia existente entre as formas existentes e a utilidade/funcionalidade de cada uma das partes do corpo (Figura 4). No corpo, essas relações aparecem entre outros lugares, nos minúsculos redemoinhos das pontas dos nossos dedos, bem como no sistema nervoso e nas espirais entrelaçadas da dupla hélice da molécula de DNA.



- Proporções do corpo masculino.

. Todas as medidas têm por padrão o adulto de compleição mediana, segundo pesquisas do governo norte-americano.

FIGURA 4. DINERGIA NO SER HUMANO
Fonte: Dolczi (1990, p. 97)

Esses laços áureos e dinérgicos da estrutura humana, onde as formas e funções/ utilidades aparecem compartilhadas, são também observados na estrutura física e social das diversas espécies de animais (Figura 5) e vegetais. Nos insetos, por exemplo, observa-se que as asas, a carapaça, o comprimento das pinças e patas apresentam semelhantes harmonias rítmicas que sugerem proporções áureas. Nos Coleópteros (besouros), a forma da asa compartilha as relações proporcionais básicas do corpo e, através de um retângulo áureo, é possível afirmar, que conforme Doczi (1981, p.86), *"a relação entre a parte mais estreita da asa e a mais larga é áurea"*. O mesmo é observado nas asas de outros insetos como abelhas, vespas, borboletas, formigas, grilos louva-a-deus etc., enriquecendo de exemplos a idéia da existência de uma capacidade natural formadora de padrões de formas, entre outros.

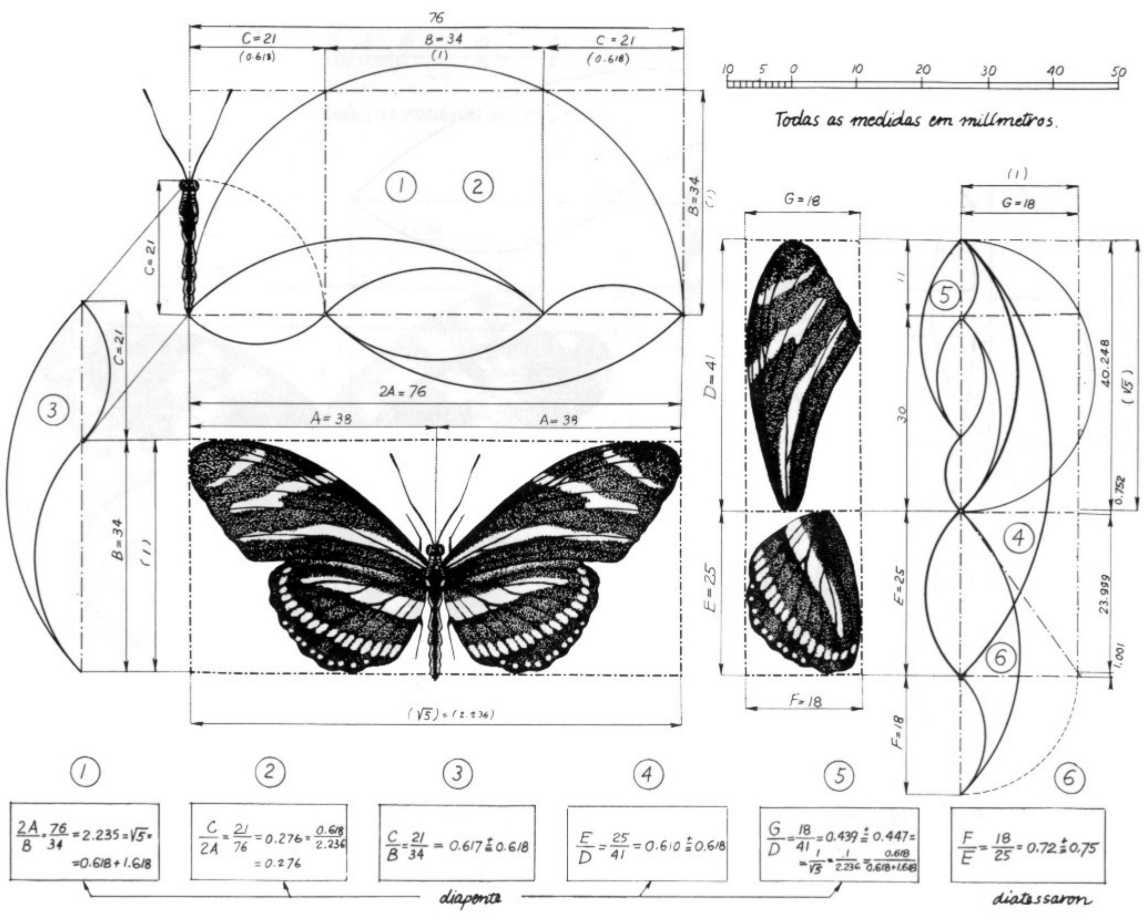


FIGURA 5. DINERGIA NOS ANIMAIS – INSETOS
Fonte: Dolczi (1990, p. 92)

Olhando por esse prisma, a sala de aula assume a forma de uma arena onde se batem professor e alunos, numa tentativa de imposição da linguagem escolar pelo primeiro e na tentativa de fazer sobreviver o produto de suas aprendizagens dinérgicas pelo segundo. Talvez essa disputa possa responder por boa parte do "stress" de professores e alunos no ambiente escolar, que deveria ser um ambiente de trocas agradáveis, harmoniosas e saudáveis. Daí não ser exagero inferir que a escola, desconhecendo a construção desses múltiplos padrões/linguagens e conceitos infantis e exigindo a substituição de conceitos e linguagens, parece produzir uma ruptura entre a aprendizagem espontânea e a aprendizagem escolar. E assim, transforma-se em uma agência não otimizante do sistema ordem-energia/dinergia/capacidade formadora de padrões/relação partilhada entre aprendiz e objeto do conhecimento, provavelmente requerido no processo natural da aprendizagem.

Vislumbramos que a otimização energética, no ensino escolar das formas, talvez possa acontecer através de um padrão de ensino-aprendizagem que leve em conta as multiplicidades de padrões percebidos e/ou concebidos pelo educando, entre eles os conceitos geométricos harmonizados com os padrões construídos pela criança espontânea e dinergicamente. Aceitar a presença de várias linguagens sobre as formas no meio escolar é reconhecer que

> *as necessidades cotidianas fazem com que os alunos desenvolvam uma inteligência essencialmente prática, que permite reconhecer problemas, buscar e selecionar informações, tomar decisões e, portanto, desenvolver uma ampla capacidade para lidar com a atividade matemática. Quando essa capacidade é potencializada pela escola, a aprendizagem apresenta melhor resultado* (PCNs, 1997, p. 37).

Assim, a partir dessa possibilidade, supomos que as crianças estejam mais próximas desse padrão de aprendizagem, visto que seus olhares parecem estar menos comprometidos com a formação dos conceitos geométricos das formas multidimensionis e, ao que tudo leva a crer, quando todos os sentidos, de acordo com Verlee Williams *apud* Reyzabal (1999, p. 69), “estão canalizados no processo de aprendizagem; os alunos não só podem aprender de forma mais apropriada para seu estudo, como também, desenvolver todo um variado repertório de estratégias de pensamento”. Por esse motivo, mais uma vez, advogamos em favor de um trabalho geométrico escolar onde se utilizem as linguagens espontâneas infantis, com seus múltiplos olhares, buscando enriquecer significativamente o trabalho escolar sobre as formas, bem como procurando levar em conta que ensinar e aprender são essencialmente experiências do partilhar com o outro e com o objeto do conhecimento.

O movimento compartilhado, presente na aprendizagem infantil, vem também reforçar a idéia de existência de um processo básico de formação de padrões, moldando harmonias em tudo o que existe e determinando os padrões fundamentais nos seres vivos. Entretanto, resta entender como as crianças conduzem sua aprendizagem, no que balizam ou norteiam seus padrões, restando também compreender o que aproxima esta capacidade infantil de formar padrões da capacidade existente nos objetos naturais. Assim, lançando mão dos conceitos da Matemática e da Geometria, tais como, largura, altura, comprimento, formas geométricas, ou a geometria áurea, é possível fazer uma (re) leitura desse compartilhar, presente na anatomia do ser humano e dos animais, bem como nas relações sociais desses diferentes grupos. É possível então perceber que as formas estão sempre em harmonia com as funções que podem ser assumidas pelo objeto, ser ou evento natural. Exemplificando, citamos as danças de acasalamento das garças e de outros pássaros e a dança das abelhas, enquanto na espécie humana citamos o trabalho de construção dos espaços sociais, o movimento das crianças em suas brincadeiras dentro e fora da sala de aula, a dança, a escrita, a música e a fala como formas/padrões/dinâmicas/estruturas que buscam competentemente responder às exigências de determinadas funções. Por esses fatos, vamos construindo a idéia de que tudo o que existe pertence a uma unidade indissociável onde cada galáxia, planeta, objeto, homem, animais e plantas vivem em dinérgico compartilhar de uma unidade que provavelmente está presente na diversidade dos padrões orgânicos e inorgânicos, nos artefatos, nos objetos naturais e em tudo que se faz existir.

A partir do entendimento de que todas as coisas para ser/existir tendem a apresentar padrões, conhecidos matematicamente por áureos ou, no dizer de Dolczi, dinérgicos na medida em que esses padrões gerem harmonia, vislumbramos que um trabalho escolar de Geometria partilhado/dinérgico e mais harmônico pode ser possível através de uma ação pedagógica, que incentive discussões em grupos, propicie a troca de informações, bem como a criação de situações que permitam também a produção de padrões harmônicos de sociabilidade, de cooperação e de respeito mútuo. Certamente essa estratégia possibilitará aprendizagens significativas a partir de aprendizagens espontâneas e dinérgicas. Sugerimos portanto um trabalho escolar sobre as formas, em grupo, valorizando a dinâmica do falar, que também pode ser vista como padrão compartilhado que facilita a ação das dinérgicas competências do sujeito, estruturadas continuamente através do partilhar e do dialogar sobre sua visão de mundo com a natureza e com o outro. Não é demais relembrar que geralmente as aulas de geometria têm sido meras exposições e treinamento dos conceitos geométricos. Assim, através desta troca compartilhada que propomos, acreditando que seja possível a cada criança, pouco a pouco, descobrir, compreender e partilhar suas múltiplas visões/conceitos/linguagens das formas e as construídas pelo outro (professor ou colegas).

O entendimento de que as crianças são capazes de criar espontaneamente seus próprios padrões/linguagens/conceitos, principalmente os de forma, sugere a possibilidade de trilharmos caminhos alternativos no ensino-aprendizagem escolar da forma, de modo que, essa alternativa possa também dirimir e auxiliar a criança na compreensão dos conceitos matemáticos/

geométricos tão abstratos e, ao que tudo leva a crer, pouco significativos em suas aprendizagens. Então tentando aliar as exposições apresentadas até aqui a uma alternativa para o ensino geométrico escolar procuraremos compreender a relação entre a forma e a função dos objetos, eventos ou seres, supondo que através dessa relação possamos encontrar um caminho natural e contínuo, sem quebras/rupturas/imposições de linguagens e/ou conceitos entre a aprendizagem espontânea e a escolar das crianças.

2.1. A RELAÇÃO DINÉRGICA FORMA – FUNÇÃO

Sabe-se que o homem é uma espécie animal de menor número de comportamentos inatos, fixos e invariáveis e mais dependente da aprendizagem, pois sua adaptação depende do aprender para sobreviver e na experiência o indivíduo vai encontrando sentido para as coisas. Assim, praticamente todo o comportamento humano é aprendido diferentemente dos outros animais, onde a aprendizagem tem menor valor para a sobrevivência. A aprendizagem não pode ser atribuída somente à escola, pois muito se aprende fora e há mesmo pessoas, e não são poucas, que aprendem e sobrevivem sem ter passado pela escola. Portanto, para que as aprendizagens se harmonizem é imperativo que a escola proponha ações que possibilitem uma aprendizagem significativa, numa proposta ausubeliana, integrando evolutivamente a aprendizagem espontânea e a escolar formal. Para isso o professor deve possibilitar ao aluno ancorar as novas informações àquelas já existentes, de qualquer natureza, relacionando-as, isto é conectar a nova aprendizagem com aspectos relevantes existentes na estrutura de conhecimento do indivíduo.

Na definição de Bentteermiller (1974, p. 101) forma é “o fenômeno de projeção do indivíduo no objeto”, ou seja, uma disciplina, organização, padrão, arrumação de acordo com as necessidades/percepções do indivíduo. E a função diz respeito a propriedades/princípios, como por exemplo, utilidade, necessidade, vontade, sentimentos, emoções, estética entre outros, que dão sentido às formas. Por exemplo, quando dizemos copo, falamos de um certo artefato percebido a partir de sua forma. Se citamos que é para beber, isolamos certas propriedades e reforçamos o papel funcional que prescinde da forma. Assim resolvemos averiguar em diversas áreas do conhecimento o que há de singular nesta relação forma e função, discutindo sucintamente alguns conceitos que possam esclarecer esta relação presente nos procedimentos dos alunos da amostra, visto que na geometria escolar a relação presente é sempre da substituição do objeto pela forma geométrica.

Na tentativa de compreender as diferenças existentes entre a maneira como as crianças lidam espontaneamente com as formas e a que a escola propõe, investigaremos inicialmente a presença da relação forma-função no aparecimento da vida. Assim considerando o que diz o biólogo Monod (1970, p. 58),

> *na ontogênese de uma proteína funcional é que está a origem e a filiação de toda a biosfera, e a fonte do projeto que todos os seres vivos representam, perseguem e realizam...e as performances teleonômicas das proteínas repousam sobre suas propriedades estereoespecíficas, isto é, sua capacidade de reconhecer outras moléculas ou proteínas segundo sua forma.*

De acordo com Monod, no mundo vivo as proteínas canalizam a atividade química e asseguram, através do reconhecimento das formas, coerência e funcionamento. Sabe-se que, no mundo vivo as células se associam formando os órgãos com sua especialização funcional e esse por sua vez, agrupam-se em sistemas, que associados constituirão um organismo. Assim nesse movimento natural compartilhado, vamos observando que átomos e moléculas estão em permanente diálogo compartilhando princípios de associação de formas e de especialização de funções. Isso nos leva a pensar que nosso corpo com todas as suas necessidades físicas é uma evidência da presença de relações entre forma e função do mundo material, buscando através de formas/padrões competentes responder à necessidade de sobrevivência/existência.

Encontrar relações entre forma e função no mundo animal não é tarefa difícil, pois o próprio processo de sobrevivência do indivíduo é um compartilhado processo entre formas e funções para atender às necessidades da espécie. Esta relação está também nos movimentos compartilhados das danças dos animais para o acasalamento e a busca de alimentos etc. As abelhas, por exemplo, quando encontram o alimento e voltam à colmeia, compartilham uma dança onde "as figuras que desenham no ar refletem tanto a direção como a distância do vôo que se deve realizar para encontrar o alimento. Se este estiver perto a dança é em forma de um oito com um abanar vigoroso da cauda" (Luria,1986, p. 25). Esses padrões de forma, presentes na dança, são determinantes para que todas as abelhas saibam onde está o alimento, garantindo assim a sobrevivência da colmeia. Assim, poderemos afirmar que a plasticidade e a flexibilidade desta dança demonstram o dinamismo existente entre formas que são úteis ao equilíbrio do conjunto.

A relação forma-função está presente não somente nos objetos naturais, mas também nos artefatos produzidos pelo homem os quais apresentam também fortes indícios da presença dessa relação entendida como padrão, tendência, busca, direcionamento a serem alcançados, visto que são dimensões possíveis, embora diferentes. Para Neufert (1976, p. 18) "tudo o que o homem cria é destinado ao seu uso pessoal. As dimensões do que fabrica devem, por isso, estar intimamente relacionadas com as do seu corpo". Analisando por esta ótica entendemos que o projeto arquitetônico apresenta na concepção do arquiteto projetista as melhores formas para atender às funções para as quais os espaços foram destinados.

Na Fonoaudiologia e na Odontologia, segundo Jabur (1994, p. 223), se admitem estudos sobre os hábitos orais e a importância da inter - relação entre forma e função na cavidade oral. A exemplo disto, tem-se notícias de que trabalho conjunto dessas áreas, realizado na Clínica de Especialização da Universidade Federal de São Paulo, mostra que os diagnósticos devem levar em consideração relação entre forma (estruturas anatômicas) e função (sucção, mastigação, deglutição, fonação, articulação, e respiração). Entretanto, o mais apropriado é não priorizar uma ou outra e sim estabelecer relação entre elas. Esse entendimento também tem balizado o ensino das formas na escola, cuja maneira de analisar dá infelizmente prioridade o método.

A relação forma-função está também presente na Economia, nas Artes e em outras áreas do conhecimento. Na Economia citamos, como exemplo o "Din Alemão, onde a proporção áurea revela-se economicamente útil minimizando o desperdício no corte de papel" (Huntley,1985, p. 71). Ai se vê unir harmonia estética e economia de materiais. Sabe-se que a preferência por essa proporção ou por seus múltiplos aparece, também, nos cartões de crédito, cheques, papel-moeda e papel de ofício. Analisando a presença dessa relação utilizando através de conceitos matemáticos, detecta-se a presença das chamadas proporções áureas percebidos por características do objeto sensíveis ao olhar humano como padrões de agradabilidade e utilidade.

Entre muitos artefatos vale citar os quipus incas que servem a vários propósitos e entre eles são uma forma de comunicação em linguagem visual. De acordo com Reyzábal (1999, p. 266) esses artefatos eram ajudas mnemônicas, utilizados para manter as tradições e passavam de geração em geração. Os quipus são descritos como "uma série de cordinhas de diferentes cores e tamanhos, atados ao chapéu, ao estilo de franjas. Cores, nós e tamanhos indicavam dados estatísticos, cronológicos e até qualitativos tais como duração de um reinado, valor do rei, bondade ou maldade deste etc". Diz ainda a autora que na realidade lia-se o quipu como uma espécie de livro e, em outros casos, as imagens ou as incisões em um bastão serviam como recordação". Complementando as informações, segundo Ascher (1981, p. 409) os "quipus procedem de tumbas e compõem-se de uma corda principal de onde partem outras secundárias atadas a ela através de nós. As cordas são geralmente de algodão colorido e os nós são distribuídos numa determinada lógica, de acordo com o objetivo comunicativo do quipu".

Para Ascher (1981, p. 430), os agrupamentos de nós formam uma representação simbólica de números e "se trata de um sistema posicional decimal, conclusão a que se chega com uma observação muito mais do que casual, porque depende tanto da forma como do conteúdo do ordenamento". Para esse autor "em cada cultura existem objetos especiais cujo uso vai muito além do propósito para qual foram criados e às vezes, são a chave para interpretação de uma cultura, para os que participam dessa cultura, especialmente as crianças que estão aprendendo". Essa opinião reforça a presença da relação forma-função como padrão estruturante das coisas produzidas/construídas. Segundo Monod (1971, p. 20)

> *tanto o aparelho fotográfico quanto o olho de um vertebrado representam um projeto para captar imagens, pois ambos possuem "lentes, diafragma, obturador e pigmentos fotossensíveis. Os mesmos componentes só podem ter sido dispostos, nos dois objetos, para se obter deles performances semelhantes.*

Os objetos, tanto os naturais quanto os artificiais parecem ter, a presença da relação forma-função como padrão estruturante/determinante do seu existir. Enquanto a natureza com sua competência dinérgica vai esculpindo formas/padrões cada vez mais convenientes ao projeto teleonômico existente, o ser humano, na construção de seus objetos vai utilizando-se de uma intenção consciente que constrói, transforma a matéria e cria. Assim sugerimos a idéia de que essa relação forma-função pode ser aceita como uma relação dinérgica na estruturação da aprendizagem humana, possibilitando que o aprendiz compartilhe com tudo e todos numa dança pulsante, criativa/inventiva, onde a dinergia entre as formas e funções vai gestando padrões, dando sentido e construindo nexos ao que se vê/concebe/percebe/aprende. Isso vai mostrando, pouco a pouco, a natureza relacional da vida.

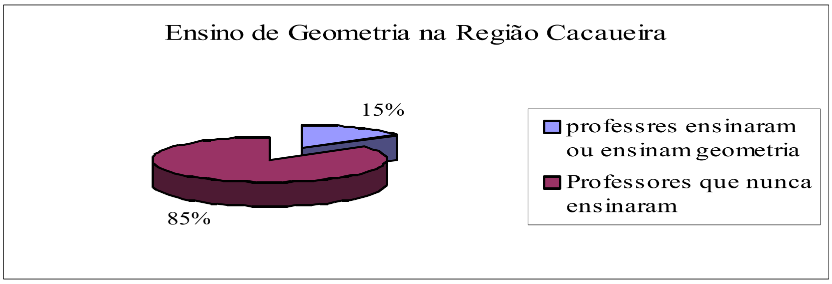
CAPÍTULO III

METODOLOGIA E TRAJETÓRIA DA PESQUISA

3.0. MODELO DE ESTUDO

Para operacionalizar o estudo pretendido analisamos criticamente a realidade do ensino de Matemática e especificamente o de Geometria no Brasil e na Região Cacaueira. Os resultados da análise de algumas nuances desse ensino no Brasil e no mundo, foram apresentados no Capítulo I. Quanto à Região Cacaueira, de influência da UESC, aproveitamos os dados cedidos pelo projeto “Aprender a Aprender Geometria”, do convênio UESC/SPEC/PADCT/CAPES. De acordo com os dados desse projeto (Gráfico nº 1), numa população de 184 professores do ensino fundamental e médio, de escolas públicas e particulares da Região Cacaueira, 85% dos entrevistados declarou nunca ter ensinado geometria, enquanto somente 15% ensina ou já ensinou alguma vez. Do confronto desses dados com os aspectos apresentados no Capítulo I, resultou a percepção de que a realidade do ensino regional da Geometria, não difere do nacional nem do internacional.

GRÁFICO 1. ENSINO DE GEOMETRIA NA REGIÃO CACAUEIRA



Fonte: Projeto Aprender a Aprender Geometria

Diante desta estatística, aliada ao entendimento da relatividade dos conceitos e da proposta de uma aprendizagem escolar das formas, utilizando várias linguagens, sentimos a necessidade de aprofundar nossos estudos sobre o problema do ensino-aprendizagem das formas. Nesse sentido, nos propusemos a um trabalho exploratório realizado em três etapas, incluindo observação e análise do desempenho de um grupo de crianças e jovens, enquanto manipulavam artefatos e objetos naturais variados. Nesta pesquisa este tipo de procedimento apresentou vantagens em relação a outras técnicas, pois o aluno não tenso, nem exposto à situações de teste ou exame, expressou-se espontaneamente. A conduta da observação, a nosso ver, não perturbou o processo da aprendizagem e nos permitiu registrar alguns fatos de modo regular e significativo.

Trabalhamos principalmente com a observação direta participante, ou seja, por *"meio do contato direto do pesquisador com o fenômeno observado, para recolher as ações dos atores em seu contexto natural, a partir de sua perspectiva e seus pontos de vista"* (Chizzotti,1998, p. 90). O contato com os alunos foi necessário, visto que se tratava de uma experiência nova para nós e não tínhamos idéia do que iríamos encontrar nos procedimentos deles, para que pudéssemos propor ações práticas que fossem diferentes das que costumávamos encontrar no ensino de geometria na 4ª série.

Entretanto, estivemos prontos/determinados a observar, principalmente, o que não havíamos previsto, que excedesse do comumente esperado, sem idéia prévia de certo/errado, próprio/impróprio pois entendemos que *"uma técnica de coleta de dados para conseguir informações utilizando os sentidos na obtenção de determinados aspectos da realidade não consiste apenas em ver e ouvir, mas também em examinar fatos ou fenômenos que se desejam estudar"* (Lakatos,1988, p.35). Lançamos mão de instrumentos de coleta de dados que nos permitissem o maior número possível de registros sobre o fenômeno observado, procurando analisar os procedimentos, conclusões, análises/apreciações, observações, linguagens, expressões verbais/não verbais das crianças, resultantes do seu contato com elementos naturais, artificiais e sólidos geométricos em situações e/ou expressões de manipulação/observação, nominação/admiração ou interesse/desinteresse.

É importante salientar que as nossas preocupações iniciais estavam centradas na apreensão, pelos alunos dos conceitos e da linguagem geométrica. Entretanto, após a primeira etapa das observações encontramos novo sentido para o nosso trabalho, pois as crianças mostraram que apesar de desconhecerem a linguagem geométrica, possuíam outras formas intuitivas de expressão, o que significava concepções, isto é, um certo saber geométrico que lhes conferia a possibilidade de analisar e nominar os elementos, utilizando parâmetros e linguagem diferentes dos parâmetros e linguagem da geometria formal.

3.1. DESCRIÇÃO GERAL DO ESTUDO

Na busca de compreender, perceber e identificar esses métodos intuitivos de pensamento e expressão infantil a partir dos seus "olhares geométricos", trabalhamos com dados qualitativos e quantitativos segundo o interesse da pesquisa. Pela natureza deste estudo, utilizamos o método qualitativo, considerando-o como conceituou Almeida (1998, p.38)

> *importante porque suas observações são usadas para compreender, sobretudo, aspectos psicológicos, cujos dados não podem ser coletados de modo completo por outros métodos, como por exemplo, estudos dirigidos a análises de atitudes, motivações, expectativas, valores e opiniões*

É bastante útil à análise de comportamentos, que também são indicadores de variáveis do fenômeno em estudo. Então, para atender às exigências do trabalho, colhemos dados tais como: sexo, classe social, faixa etária, informações contidas em documentos escolares, comportamento das crianças, conteúdos de conversas com os colegas com o professor e o pesquisador e procedimentos frente aos produtos das oficinas.

3.2.DELIMITAÇÃO DO CAMPO DE ESTUDO

O estudo foi realizado em uma instituição de ensino público do município de Itabuna, na Bahia, que oferece os dois primeiros ciclos do ensino fundamental. Este nível de escolaridade foi escolhido, por ser um nível básico que atende a um grande número de alunos e onde o ensino de geometria é um desafio (nacional e regional) e também por agrupar crianças e adolescentes, em diferentes estágios de desenvolvimento, além de considerar padrões de formas, presumivelmente, pouco influenciados pelos conceitos geométricos escolares formais. Neste momento se faz possível a aproximação entre o que, informalmente, o aluno já construiu como saber espontâneo, fruto das suas experiências do cotidiano, e o saber sistematizado.

3.3. SELEÇÃO DOS SUJEITOS E DESCRIÇÃO DA AMOSTRA

A amostra foi composta por 30 crianças de famílias de baixa renda, moradoras de um bairro proletário e periférico da cidade de Itabuna-BA, alunos de uma turma de 4ª série do ensino fundamental, do turno vespertino, de uma Escola Municipal. Esta escola foi propositadamente escolhida por ter Geometria no currículo de Matemática e por terem os seus professores declarado comprometimento com o ensino dessa matéria. Ressaltamos que várias escolas, apesar de contemplarem a geometria em seus currículos por determinação da Secretaria de Educação do Estado, não trabalham esse conteúdo com seus alunos por vários motivos analisados em uma pesquisa feita na região cacaueira pelo Projeto "Aprender a Aprender Geometria". Os motivos mais presentes nas respostas dos professores foram: o desconhecimento do conteúdo geométrico e a pouca importância desta para que seja obrigatoriamente ensinada. Dando seguimento à análise da amostra, na Tabela 1, apresentamos a idade das crianças.

TABELA 1 :IDADE DOS ALUNOS

Idade (anos)	N.º de alunos	%
10	2	6,67
11	11	36,67
12	4	13,33
13	4	13,33
14	6	20,00
15	2	6,67
16	1	3,33
Total	**30**	**100**

Fonte: Dados da pesquisa (2000).

Quanto à idade das crianças e jovens, segundo a Tabela 1, situa-se na faixa entre 10 e 16 anos. A turma apresenta idade média entre 10 e 13 anos, estando a maioria deles, (83,33%) entre 11 e 14 anos. Esses dados revelam portanto que a maioria das crianças está fora da faixa etária esperada para a série que cursam, pois a expectativa oficial é de que na 4ª série estivessem crianças entre 9 e 11 anos. Porém, nesta faixa etária, estão apenas 13 alunos, ou seja, um terço da amostra (37%). Entretanto essa variação de idade não dificultou a pesquisa tendo mostrado inclusive uma diversidade de olhares sob as formas pela diferença de maturidade e óticas dos sujeitos. Salientamos, ainda, que os alunos mostraram bastante entusiasmo, motivação e aprendizagem ao se defrontarem com essa proposta de trabalho, tendo algumas, inclusive, expressado que estavam brincando de estudar.

É importante mencionar que neste estudo não trabalhamos com o professor porque não objetivava verificar a sua influência sobre o nível de aprendizagem dos alunos. A nossa preocupação esteve centrada nas observações das ações e reações dos alunos estimulados pelas atividades propostas de atividades. Quanto à nossa presença, durante os procedimentos da pesquisa, procuramos nos comportar como um aprendiz porém sem perder de vista a possibilidade de ser um mediador.

3.4. INSTRUMENTOS DE COLETA DE DADOS

Utilizamos fichas de observação, onde registramos fatos ocorridos nas oficinas; analisamos fichas de matrícula onde pesquisamos o nome, sexo e idade das crianças. Construímos um modelo com vários elementos que denominamos “kit prismas geométricos” a ser explorado pelos alunos, fotografamos e gravamos instantes das oficinas que julgamos importantes bem como, algumas apreciações das crianças durante suas discussões em grupos e fizemos algumas filmagens.

3.5. O “KIT PRISMAS GEOMÉTRICOS”

O “kit prismas geométricos” (Figura 6), é uma coleção de objetos cujas formas, expressas na linguagem geométrica formal, seriam chamados de prismas. Este kit é constituído de onze artefatos, facilmente encontrados no cotidiano das crianças, (com os quais provavelmente fazem contato diário) e que foram cuidadosamente selecionados, tendo em vista serem mais significativos para elas e apenas um deles faz parte do ambiente escolar- um prisma de base triangular.

Listamos a seguir os artefatos do “kit prismas geométricos” e sua classificação geométrica, de acordo com a numeração das etiquetas colocadas nos sólidos.

1. Caixa para transportar pizza – Prisma de base octogonal
2. Caixa de remédio – Prisma de base retangular
3. Pacote de massa para modelar – Prisma de base retangular
4. Caixa de remédio - Prisma de base retangular
5. Caixa de remédio – Prisma de base retangular
6. Disquete – Prisma de base retangular
7. Caixa de filme para fotografia – Prisma de base quadrada
8. Caixa de chocolate – Prisma de base hexagonal
9. Caixa de fósforo – Prisma de base retangular
10. Caixa com tinta guache – Prisma de base retangular
11. Prisma de base triangular

FIGURA 6. “KIT PRISMAS GEOMÉTRICOS”
(10 Artefatos e 01 Prisma de Base Triangular)
Fonte: Dados da Pesquisa

Procurando esclarecer a classificação dos elementos do “kit” em linguagem geométrica, informamos que prismas são elementos pertencentes à categoria dos poliedros.

Esses por sua vez, são sólidos cuja superfície, faces ou partes planas, são achatadas, sem formas arredondadas (no dizer das crianças). Esses sólidos foram largamente estudados pelos gregos, daí a palavra poliedro, formada por *"duas palavras gregas: poly (poli) que significa várias, e hédrai (edro) que significa faces"* (Candido,1997, p.40). Na geometria a denominação desses prismas é feita a partir do tipo de figura plana dessas bases, ou seja, polígono constante nas suas bases. Por exemplo: se as bases forem em forma de hexágono será denominado de prisma de base hexagonal, se as bases forem triângulos, será um prisma de base triangular e assim por diante. É interessante registrar que os prismas com bases em forma de quadriláteros do tipo quadrado ou retângulo poderão também ser denominados de paralelepípedos. Assim, munidos da linguagem geométrica e do "kit prismas geométricos" nos lançamos no desafio de observar o comportamento das crianças e as linguagens usadas por elas para classificar/nomear os elementos selecionados.

3.6. PROCEDIMENTOS PROPOSTOS ÀS CRIANÇAS

Os trabalhos foram realizados em três etapas. A primeira foi a de utilização do "kit prismas geométricos", para investigar como as crianças denominariam as formas de vários elementos do seu cotidiano, bem como do modelo geométrico escolar. As outras etapas foram estruturadas como duas oficinas, uma denominada "Construindo com massa de modelar" e a outra "Analisando e denominando a forma de elementos naturais".

1ª etapa: Observando o "kit prismas geométricos"

Distribuímos vários "kit prismas geométricos" aos escolares e pedimos que manipulassem, observassem e registrassem, em grupo, impressões que tinham dos objetos nomeando as suas formas, utilizando ou não a linguagem geométrica escolar (Figura 7). Em seguida, entregamos uma "caixa de nomes" contendo etiquetas com nomes, em linguagem geométrica, de todos os sólidos contidos no "kit" (Figura 8) para que os escolares repetissem a observação anotando na folha de registro, se assim o desejassem, mudanças na nomeação utilizada anteriormente. A partir desses resultados fizemos a primeira oficina e com o resultado desta propusemos a segunda.

FIGURA 7. CRIANÇAS MANIPULANDO O “KIT PRISMAS GEOMÉTICOS”
Fonte: Dados da Pesquisa

FIGURA 8. O “KIT PRISMAS GEOMÉTRICOS” E A “CAIXA DE NOMES”
Fonte: Dados da Pesquisa

2ª etapa: Oficina 1 - "Construindo com Massa de Modelar"

"Construindo com massa de modelar" foi o nome dado à primeira oficina. Nela as crianças produziram peças utilizando massa de modelar (Figura 9) e analisaram a forma desses objetos, dando nome às formas criadas por elas. Para tanto, demos os seguintes encaminhamentos:

1º) Dividimos a turma em 6 grupos, distribuímos massa de modelar entre os alunos e os incentivamos a produzirem, espontaneamente, peças de sua escolha.

2º) Prontas as peças, solicitamos que observassem e discutissem um nome para as formas percebidas/concebidas em cada peça produzida.

3º) Entregamos a cada grupo uma folha (ANEXO A) onde deveriam registrar suas impressões, observações e nome das formas, utilizando qualquer linguagem.

4º) Desfeitos os grupos, propusemos um momento que denominamos de "socialização da criatividade", com a participação de toda a classe, onde as crianças discutiram e mostraram suas descobertas sobre as formas geométricas encontradas nas peças produzidas, usando qualquer linguagem.

Durante toda a oficina, por motivos nem sempre programados, registramos em fichas, em fotografias, filmagens e/ou gravações, fatos ocorridos e comportamentos das crianças enquanto manipulavam ou produziam seus objetos em massa de modelar.

FIGURA 9. OFICINA 1: “CONSTRUINDO COM MASSA DE MODELAR”
Fonte: Dados da Pesquisa

3ª etapa: Oficina 2 - “Analisando e Denominando a Forma de Elementos Naturais”

Esta oficina “Analisando e denominando a forma de elementos naturais” (Figura 10), foi proposta em decorrência da preferência demonstrada pelas crianças, na oficina anterior, pela construção de muitas peças representando elementos naturais. Para que esta oficina acontecesse, fomos visitar uma área verde nas proximidades da escola (por não haver na escola ou na vizinhança parque ou jardim), onde as crianças tiveram a oportunidade de colher, livremente, elementos naturais.

Nesta oficina tivemos oportunidade de analisar o comportamento e as impressões das crianças, ao manipularem, analisarem e denominarem as formas de elementos naturais e não mais de modelos desses elementos, criados por elas mesmas, ou não. Apresentamos a seguir os procedimentos dessa etapa:

1º) Convidamos os escolares a darem um passeio por uma área próxima da escola para colher, livremente, elementos da natureza tais como: sementes, folhas, flores, pedras, gravetos etc.

2º) Mantido o mesmo sistema de trabalho em grupo da oficina anterior, solicitamos que analisassem e nomeassem as formas percebidas nesses elementos.

3º) Entregamos a cada criança uma folha de ofício e a cada grupo uma caixa contendo seis vasos com tinta guache de cores variadas. Solicitamos que elas registrassem suas impressões sobre as formas dos elementos coletados, utilizando entre outros recursos, o lápis para escrita e para os desenhos, tinta guache, papel, etc.

4º) Desfizemos os grupos e, com a participação de toda a classe, tivemos o momento de “socialização” dos achados nos elementos naturais. Assim, todos tiveram a oportunidade de expor, discutir e negociar suas descobertas a partir da observação do material escolhido.

FIGURA 10. OFICINA 2: “ANALISANDO E DENOMINANDO A FORMA DE ELEMENTOS NATURAIS” (Registro de uma das crianças)
Fonte: Dados da Pesquisa

3.7. APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS

Fizemos uma análise e interpretação exploratória dos dados colhidos durante as três fases, através de enfoques qualitativo e quantitativo. Os resultados foram apresentados de forma analítico-descritiva com cálculo de freqüência simples (absoluta) e percentual (relativo). Optamos pelo método descritivo apoiado na necessidade de explicações, sempre que possível e necessário, dos dados sobre o comportamento das crianças durante as atividades e na idéia que este método

> *por si só, permite dissecar o fato ou fenômeno e a complementação das características da pesquisa descritiva dá-se, pela utilização de parâmetros explicativos, por aprofundarem o conhecimento da realidade, uma vez que explica a razão, o porquê das coisas* (Gil,1994, p.46)

Assim, neste item analisamos os dados da primeira etapa do estudo exploratório (manipulação dos objetos do "kit prismas geométricos") à luz das principais reflexões que norteiam a proposta deste trabalho. Esses dados foram divididos em dois grupos: A e B, sendo A o grupo de resultados da manipulação dos elementos de nº 1 a 10 e B o grupo de resultados da manipulação do sólido nº 11. Este procedimento, na análise dos resultados, tiveram como objetivo verificar se as respostas das crianças refletiam ou pelo menos sinalizavam reações significativas frente aos elementos que compõem o cotidiano do aluno (grupo A) ou o ambiente escolar (grupo B). Na Tabela 2 consta o tipo de linguagem utilizada pelas crianças e jovens para representarem suas impressões sobre as formas dos objetos do grupo A.

TABELA 2. LINGUAGEM UTILIZADA NA DENOMINAÇÃO DOS SÓLIDOS Nº 1 À 10 – Grupo A

Linguagem - tipo	**N.º de escolhas**	**%**
Científica	33	55
Espontânea	27	45
Total	**60**	**100**

Fonte: Dados da pesquisa (2000)

A partir dos dados da Tabela 2, ficou evidenciado que as crianças registraram suas impressões usando dois tipos de linguagem. Aproximadamente a metade das respostas dos alunos (55%) foi em linguagem geométrica escolar (cientifica) e 45% em linguagem espontânea dos enlaces imediatos, concretos, reais, usados nas situações do seu dia a dia. Informamos que os termos linguagem espontânea e científica foram apropriados da teoria de Vigotsky (1989) e Luria (1986).

A organização dos dados, bem como a nomeação/classificação que as crianças deram às formas observadas nos elementos do "kit" constam nas folhas de registro (ANEXO A). Foram feitas a partir da análise das palavras grafadas, observando-se a presença ou não da linguagem geométrica escolar. Ilustrando a seleção dessas linguagens, registramos por exemplo, que as crianças nomearam o objeto n.º 4 como "*remédio em forma de gota*", "*gotinha*". Nesse caso fica evidente a linguagem espontânea. Tomando outro exemplo, o objeto n.º 1, alguns grupos nomearam como "*círculo*", outros como "*retrângo*" e outros até como *caixa*, também nestes dois primeiros casos classificamos a linguagem como linguagem científica e o último como linguagem espontânea. Portanto, dos resultados assim organizados podemos inferir que aproximadamente a metade das crianças e jovens, não importando a idade ou sexo, mostraram não dominar ainda a linguagem geométrica escolar mas, curiosamente, nem por isso deixaram de classificar os objetos utilizando uma linguagem espontânea para se expressar sobre as formas dos objetos manipulados.

Observamos que a utilização de linguagem espontânea (45%) foi expressiva, mas outro fato nos chamou a atenção-o percentual (55%) da linguagem científica utilizada. Resolvemos então, investigar um pouco mais sobre esses resultados, procurando saber se as crianças tinham esses conceitos geométricos utilizados, previamente construídos. Analisando as folhas de registro, levantamos o tipo da linguagem geométrica presente e a adequação de utilização desta linguagem. Esses dados são apresentados nas Tabela 3 e 4, respectivamente.

TABELA 3: LINGUAGEM GEOMÉTRICA UTILIZADA NA DENOMINAÇÃO DOS SÓLIDOS DE Nº 1 ao 10 – Grupo A

Geometria - tipo	**N.º de escolhas**	**%**
Plana	29	88
Espacial	4	12
Total	**33**	**100**

Fonte: Dados da pesquisa (2000)

TABELA 4: ADEQUAÇÃO DA LINGUAGEM GEOMÉTRICA UTILIZADA - SÓLIDOS DE Nº 1 ao 10 – Grupo A

Linguagem	Nº de escolhas	%
Adequada	2	6
Inadequada	31	94
Total	**33**	**100**

Fonte: Dados da pesquisa

Dos dados apresentados na Tabela 3, inferimos que as crianças utilizam a linguagem geométrica plana (88%) e espacial (12%), aparentemente ao acaso, mostrando não terem ainda construído esses conceitos geométricos pois a linguagem não se aproximou da forma geométrica. Essa observação é bastante coerente com os resultados da Tabela 4, que evidenciaram 94% de inadequação da linguagem geométrica.

É interessante ressaltar, que a identificação da linguagem geométrica plana e/ou espacial nas respostas dos alunos, constantes das folhas de registro, não foi fácil, pois em muitas situações mostraram pouco domínio da grafia das palavras. Para ilustrar citamos alguns exemplos: um dos grupos utilizou a palavra "*retrângo*" no lugar de retângulo. Em outro exemplo, encontramos a palavra *alpino* que se refere à marca do chocolate cuja caixa integrava o "kit". Neste caso, classificamos como linguagem espontânea, tais como outros registros que foram feitos como *caixa de chocolate*, *caixa de alpino* ou simplesmente *alpino*.

Na organização dos dados que nos informam sobre a adequação da linguagem geométrica (Tabela 4), utilizamos o mesmo parâmetro quanto à grafia das palavras registradas pelas crianças, pois procurou-se, acima de tudo, observar em que percentual as crianças usavam a linguagem dos polígonos, que nomeiam as faces, em lugar da linguagem dos sólidos que nomeiam os poliedros/prismas. Assim, no caso já citado do "*retrângo*" se o termo estivesse correto para a nomeação de sólidos, seria considerado adequado, mesmo com erro na grafia. Esse procedimento nos leva a crer que, as crianças mesmo fazendo um uso inadequado da linguagem geométrica já reconhecem que essas palavras se referem à forma.

3.8. PROCURANDO SENTIDO NO SÓLIDO Nº 11

Investigamos isoladamente os resultados da manipulação do sólido nº 11, na tentativa de verificar como as crianças e jovens se portavam frente a esse objeto do cotidiano escolar. Esses resultados do grupo B estão acumulados na Tabela 5 apresentada a seguir.

TABELA 5. LINGUAGEM UTILIZADA NA DENOMINAÇÃO DO SÓLIDO N.º 11 – Grupo B

Linguagem - tipo	**N.º de escolhas**	**%**
Científica	5	83
Espontânea	0	0
Sem Resposta	1	17
Total	**6**	**100**

Fonte: Dados da pesquisa (2000)

Na denominação do sólido nº 11, conforme Tabela 5, a maioria das escolhas dos alunos (83%) foi de linguagem científica e 17% não denominou o sólido 11. Consideramos oportuno e necessário tecer alguns comentários sobre esses resultados. Este acentuado percentual de escolhas de linguagem científica parece sugerir que as crianças sabem que um certo objeto que é próprio do ambiente escolar deve ser tratado, como a escola espera, com linguagem escolar, visto que não utilizaram em nenhum momento a linguagem espontânea para se referirem a este sólido. Além disso, é possível que as crianças ainda não tenham experienciado, anteriormente, o suficiente contato com este objeto que pertence a um conjunto de sólidos do modelo geométrico escolar e, assim, não criaram elos mais significativos. Neste caso, a não utilização de uma linguagem espontânea nos leva a inferir que sendo esta linguagem espontânea fruto das relações reais, concretas e práticas a sua ausência é prova da não construção de sentido para o sólido 11 como coisa presente no mundo dessas crianças. Este sólido é o único elemento do “kit” que faz parte de um modelo geométrico tradicionalmente utilizado pela escola no ensino de Geometria. É necessário salientar que o interesse das crianças por ele pareceu pouco significativo, visto que, esteve geralmente desprezado, deixado de lado. Por este motivo, investigamos esse “descaso” pelo prisma de base triangular mais detidamente, passando a intitulá-lo de “prisma neutro”.

Prosseguimos a investigação comparando os resultados das linguagens encontradas na manipulação dos sólidos do cotidiano das crianças (nº 1 ao 10) e a do objeto pertencente ao cotidiano escolar (nº 11), na tentativa de encontrarmos pontos de aproximação entre essas duas situações. Percebe-se que as crianças quando se reportaram aos sólidos do seu cotidiano, utilizaram 55% de linguagem científica e 45% de linguagem espontânea. Na nossa opinião estes percentuais, muito próximos do uso das duas linguagens podem sinalizar que, talvez, para elas nenhuma dessas linguagens tem primazia sobre a outra. A utilização da linguagem científica na classificação do sólido 11 de 83%, chamou-nos a atenção quando comparados aos resultados apresentados na Tabela 5, pois a denominação do sólido 11 é quase inteiramente em linguagem científica ou então nada se diz sobre ele. Resolvemos investigar se a utilização desta linguagem científica era correta e o que poderia nos dizer o silêncio das crianças (17%), o que significa “a não utilização de linguagem espontânea”, que esteve sempre presente na denominação dos outros elementos do kit. Assim, com o objetivo de construir uma idéia mais precisa sobre o tipo de linguagem geométrica utilizada pelas crianças e o seu nível de adequação, reunimos os dados das Tabelas 6 e 7.

TABELA 6. LINGUAGEM GEOMÉTRICA UTILIZADA PARA DENOMINAR O SÓLIDO Nº 11

Geometria – tipo	N.º de escolhas	%
Plana	5	100
Espacial	0	0
Total	**5**	**100**

Fonte: Dados da pesquisa (2000)

Na denominação do sólido nº 11 as respostas das crianças apresentam 100% de uso de termos de geometria plana, o que significa uma inadequação absoluta para nomeação de sólidos geométricos (Tabela 7), ficando mais uma vez evidenciado que as crianças ainda não construíram o conceito de poliedro. Isso nos leva a concluir que as crianças mostraram conhecer apenas termos da linguagem dos polígonos, ou seja, das figuras planas que compõem as faces dos prismas.

TABELA 7. ADEQUAÇÃO DA LINGUAGEM GEOMÉTRICA UTILIZADA PARA DENOMINAR O SÓLIDO DE N.º 11

Linguagem geométrica	N.º ocorrências	%
Adequada	0	0
Inadequada	5	100
Total	**5**	**100**

Fonte: Dados da pesquisa (2000)

A partir da constatação de que as crianças usavam a linguagem geométrica, mas não tinham conceitos geométricos formais construídos, sugerimos que talvez elas reconheçam que aquela linguagem na escola deve ser utilizada para aquele tipo de sólido, que é do ambiente da escola, o que se confirma pela não utilização da linguagem espontânea e 17% preferiram não denominar o sólido 11.

Procurando entender o significado da ausência de respostas sobre o prisma 11, acreditamos que isso resultou em grande contribuição para a nossa observação. Acrescentamos que este resultado pode levar a suposições tais como: poderia representar o pouco significado do sólido 11 ou a falta de nexo entre ele e o que a criança tem construído; poderia ser uma forma de mostrar o quanto essa linguagem da geometria formal é abstrata, distante, sem sentido para as crianças, considerando o que elas reconhecem como formas; poderia ainda ser um reflexo da desmotivação para os modelos geométricos da escola.

É possível também admitir que o silêncio infantil, pode expressar uma defesa do que as crianças têm como capacidade geométrica instalada e que não contem o "prisma neutro". Portanto, silenciar pode estar simbolizando o não aceitar/expressar, o que não lhes diz respeito, por não fazer nexo com o que conhecem.

Para melhor compreender a reação das crianças ao "prisma neutro", decidimos comparar os resultados da manipulação deste prisma com os resultados dos elementos 3, 8 e 10 (respectivamente: pacote com massa de modelar, caixa de chocolate alpino e caixa com tinta guache), que se mostraram os mais significativos para as crianças (Tabela 8). A partir da análise dos procedimentos das crianças, nessa etapa do trabalho, percebemos que estes sólidos foram os que mais lhes chamaram a atenção provocando inquietação, euforia e motivação para contactá-los, principalmente pela possibilidade de utilizá-los em outros momentos.

TABELA 8. LINGUAGEM UTILIZADA PARA DENOMINAÇÃO DOS SÓLIDOS Nº 3, 8 E 10 (QUE MAIS CHAMARAM A ATENÇÃO DAS CRIANÇAS)

Linguagem – tipo	**Nº de escolhas**	**%**
Científica	9	50
Espontânea	9	50
Total	**18**	**100**

Fonte: Dados da pesquisa (2000)

As crianças utilizaram 50% de linguagem científica e 50% de linguagem espontânea na denominação dos sólidos mais significativos. Por esses dados percebemos que as denominações por linguagem espontânea (que não esteve presente na denominação do prisma neutro) apareceu em 45% das denominações dos sólidos do cotidiano (Tabela 2) e aqui nos sólidos “mais significativos” reaparece discretamente maior, ou seja em 50% dos registros. Estas situações nos sugerem que as crianças, a partir da experiência diária e do contato com os objetos, habilmente vão formando nexos e encontrando sentido para as formas das coisas com as quais têm contato e, independentemente da escola, vão procurando e/ou criando linguagens convenientes e espontâneas para expressar seus achados e criações.

Tal situação encontra sentido no que diz Ausubel sobre a aprendizagem significativa, onde “os atributos essenciais do novo conceito são incorporados pela estrutura cognitiva, resultando um novo significado genérico porém unitário” (Ausubel,1978, p. 40). Este fato nos leva a propor que se deve tratar as formas geométricas na escola utilizando-se também, tanto quanto possível, de elementos significativos para a criança ancorando os novos conhecimentos geométricos no que a criança já possui, construído nas aprendizagens empíricas do seu dia a dia e expressos em linguagem espontânea.

Procurando encontrar mais sentido nesses achados, prosseguimos a nossa investigação observando a linguagem geométrica presente nos dados referentes à denominação dos sólidos “mais significativos”, bem como da sua adequação. Esses dados estão nas Tabelas 9 e 10 respectivamente.

TABELA 9. LINGUAGEM GEOMÉTRICA PARA DENOMINAÇÃO DOS SÓLIDOS Nº 3, 8 E 10

Linguagem - tipo	Nº de escolhas	%
Plana	7	78
Espacial	2	22
Total	**9**	**100**

Fonte: Dados da pesquisa (2000)

De acordo com os dados da Tabela 9, as crianças apresentaram 78% das escolhas de termos da linguagem da geometria plana e 22% da espacial. Esses resultados quando comparados com os encontrados na nomeação dos sólidos de nº 1 ao 10 (Tabela 3), onde a geometria plana representou 88% das escolhas e a espacial 12%, observamos um aumento de 10% na utilização de termos da geometria espacial.

TABELA 10.ADEQUAÇÃO DA LINGUAGEM GEOMÉTRICA UTILIZADA PARA DENOMINAÇÃO DOS SÓLIDOS Nº 3, 8 E 10

Linguagem	Nº respostas	%
Adequada	2	22
Inadequada	7	78
Total	**9**	**100**

Fonte: Dados da pesquisa (2000)

As escolhas das crianças apresentaram 22% de adequação quanto a linguagem utilizada e 78% de inadequação. Estes resultados, quando confrontados com a adequação da linguagem geométrica utilizada na nomeação dos sólidos de nº 1 a 10 (Tabela 4), apresentaram um aumento de 16%. Assim, estes dados parecem sugerir que utilizando no ensino-aprendizagem das formas, elementos mais significativos para as crianças, poderemos obter melhores resultados neste processo.

Na tentativa de encontrar mais subsídios para compreender a reação das crianças ao "prisma neutro", comparamos a utilização da linguagem geométrica na denominação deste prisma e dos objetos mais significativos. Para a denominação dos sólidos mais significativos houve um percentual de 22% de uso de termos da geometria espacial, curiosamente, um percentual relevante considerando-se que quando denominaram o sólido da escola não usaram termos da geometria espacial. Esta situação reforça a discussão sobre o ensino desse conteúdo matemático (citado no item 1.2.1 deste trabalho), qual seja, o ensino de geometria iniciar-se pela geometria plana ou espacial. Talvez esses resultados sinalizem que, mais importante do que iniciar por esta ou aquela Geometria, o fundamental seja a realização de um diagnóstico na busca de se conhecer/identificar os padrões que as crianças já possuem para percepção das formas, cujo resultado deverá nortear esta tomada de decisão quanto ao como iniciar o estudo da geometria.

Em vista dos resultados descritos, realizamos um segundo momento onde a nomeação dos sólidos do “Kit” poderia ser refeita, utilizando-se os nomes que constavam de etiquetas em uma caixa que denominamos como “Caixa de nomes” que continha todas as denominações geométricas dos prismas. Os alunos deveriam, se desejassem, trocar o nome que haviam usado para os primas do “kit prisma geométrico”, por nomes constantes das etiquetas. Apresentamos, na Tabela 11, os resultados da nomeação dos objetos de nº 1 ao 10 usando as etiquetas da "Caixa de nomes" (Anexo A). Convém acrescentar que nesta caixa só haviam etiquetas com nomes geométricos, bem como esclarecemos ser este um momento em que as crianças poderiam refletir sobre a primeira nominação dos prima, podendo então escolher nomes geométricos que substituiriam os nomes já utilizados.

TABELA 11. DENOMINAÇÃO DOS SOLIDOS DE Nº 1 AO 10 UTILIZANDO A “CAIXA DE NOMES” (geométricos)

Linguagem - tipo	Nº escolhas	%
Científica	31	52
Espontânea	29	48
Total	**60**	**100**

Fonte: Dados da pesquisa (2000)

Segundo os dados da Tabela 11, a nomeação dos sólidos feita pelas crianças, nesta segunda etapa utilizando a “caixa de nomes”, apresenta 48% de utilização de termos da linguagem espontânea e 52% da científica (geométrica). Comparando esses resultados com os da primeira etapa, sem a “caixa de nomes” (Tabela 2), onde o uso da linguagem espontânea foi de 45% e científica, 55%, encontramos, curiosamente, uma variação positiva de apenas 3% de diferença entre o uso da linguagem científica e da espontânea, apesar de a “caixa de nomes” conter etiquetas com os nomes corretos dos prismas do “kit”. Procuramos inicialmente, analisar a linguagem geométrica utilizada pelas crianças para denominarem os objetos de nº1 ao 10 do “kit prismas geométricos”, usando os termos da “caixa de nomes”. Esses dados estão apresentados na Tabela 12.

TABELA 12. LINGUAGEM GEOMÉTRICA UTILIZADA NA DENOMINAÇÃO DOS SOLIDOS Nº 1 AO 10 (GRUPO A) USANDO A “CAIXA DE NOMES”

Geometria	Nº escolhas	%
Plana	23	70
Espacial	10	30
Total	**33**	**100**

Fonte: Dados da pesquisa (2000)

Os nomes geométricos utilizados pelas crianças, usando as etiquetas da “caixa de nomes” foram, em 70 % dos casos, termos da geometria plana e 30% da geometria espacial. Este resultado, quando comparado aos resultados deste procedimento sem a “caixa de nomes” (Tabela 3), representa uma diminuição de 18 % no uso de termos da geometria plana (88 %) e um aumento de 18 % no uso de termos da geometria espacial, que representava anteriormente 12% das escolhas. Para melhor analisar esses dados, procuramos investigar a adequação da linguagem geométrica utilizada pelos alunos usando a “caixa de nomes” (Tabela 13).

TABELA 13. ADEQUAÇÃO DA LINGUAGEM GEOMÉTRICA NA DENOMINAÇÃO DOS SOLIDOS Nº 1 AO 10 (GRUPO A) UTILIZANDO A “CAIXA DE NOMES”

Linguagem	Nº respostas	%
Adequada	2	7
Inadequada	29	93
Total	**31**	**100**

Fonte: Dados da pesquisa (2000)

Conforme a Tabela 13, a linguagem geométrica na classificação dos sólidos do nº 1 ao 10 mostrou uma inadequação de 93% e apenas 7 % de adequação. Esses resultados, quando comparados aos da Tabela 4, nomeação sem a “caixa de nomes” onde encontramos índices de 94 % de inadequação e 6% de adequação, apresentou um discreto índice de 1% de crescimento na utilização correta da linguagem científica (geométrica). Essa mudança, mesmo muito pequena, demonstra que de alguma maneira a “caixa de nomes” influenciou as respostas de alunos. E também, mais uma vez, reforçam o nosso entendimento, a partir das análises anteriores, de que as crianças apesar de utilizarem linguagem científica, ainda não construíram os respectivos conceitos geométricos e que, não conhecendo outra linguagem para nomear os sólidos, elas lançam mão da linguagem espontânea que é dinergicamente significativa para elas.

Voltando aos dados da Tabela 11 e procurando investigar, mais atentamente, o aumento registrado na análise dos dados desta tabela, de 3% no uso da linguagem espontânea pelas crianças, utilizando a "caixa de nomes", propomos na Tabela 14, a organização dos dados registrados pelas crianças articulando as linguagens espontânea e geométrica (cientifica) na nomeação dos elementos do "kit prismas geométricos" antes e depois da "caixa de nomes". Convém observar que dos registros das crianças, consideramos como linguagem geométrica "quadro comprimido", "cubo quadriculado", "cubo bombons", "circo", e como linguagem espontânea "roda", "redonda".

Verifica-se na Tabela 14 que a nomeação dos objetos de nº 1 ao 10 do "kit prismas geométricos" feita pelas crianças sem a "Caixa de nomes" apresenta 33 respostas utilizando a linguagem geométrica (50%), 27 a linguagem espontânea (41%) e 6 utilizando as duas linguagens ao mesmo tempo (9%) como, por exemplo, na nomeação dada pelas crianças ao objeto nº 1, "roda quadriculada" e o nº 8 "cubo bombons". Procuramos compreender o que pode representar este procedimento das crianças onde as linguagens se apresentam, aparentemente, em um diálogo/negociação e, segundo interpretamos, como um "embrião" de aprendizagem significativa. Se assim for, esta expressa-se por uma negociação de linguagens, em um coexistir (sem impor o abandono da linguagem espontânea), uma troca de sentidos entre as duas linguagens que se referem a um mesmo objeto. Percebemos por este detalhe, um caminho muito plausível a ser explorado pelo processo de ensino-aprendizagem da Geometria, pois esse fato nos indica a necessidade e conveniência de a escola não mais impor a substituição/negação da linguagem espontânea, pela geométrica, como caminho único na aprendizagem das formas. Deve-se pois auxiliar e incentivar as crianças a estabelecerem cada vez mais, nexos entre as linguagens e/ou conceitos expontâneos, que elas já possuem sobre as formas dos objetos, e a linguagem científica (geométrica).

TABELA 14. NOMEAÇÃO DOS OBJETOS DO "KIT PRISMAS GEOMÉTRICOS"

EQUIPES / OBJETOS	1	2	3	4	5	6
1	círculo	caixa	caixa -------------------- pizza	retrângo ------------------ relangulo	roda quadriculada	redonda
2	quadrado	rémedio em forma de comprimido	quadrado compromidos -------------------- nootropil	caixa ------------------ caixa	comprimido	retangulo
3	quadrado	massa para brinca	massa para modilar ------------------- massa para modela	massa	massa	retângulo ----------- plano
4	retangulo	remedio em forma de gota	retangulo -------------------- decadrom	retango	gotinha	retangulo
5	retângulo ------------- cubo	caixa de remedo	cubo	quadrado	paralelepipedo	quadrado ----------- cubo
6	quadrado	disquete para computador	quadrado	cartuço	quadrado	quadrado
7	quadrado ------------- cubo	filme para maquina fotografica	circo -------------------- fugicolor	rolo	cubo	quadrado
8	rentangulo ------------- prisma	chocolate de Nestlé	cubo bombons	palito	cubo quadriculo	redondo
9	quadrado	fosforo para assender	focoro	fogo	caixinha	quadrado
10	retangulo	tinta para pinta	tinta	paralelepipedo ------------------ triângulo	quadrado	quadrado
11	triangulo	triâgulo		triangulo	triangolu	triângulo ----------- prisma

NOMEAÇÃO DOS OBJETOS — NOMEAÇÃO DOS OBJETOS UTILIZANDO A "CAIXA DE NOMES"

Fonte: Dados da Pesquisa (2000)

Na busca de melhor compreensão desse procedimento infantil baseamos-nos em Ausubel (1978, p. 40), aceitando que *"na construção de conceitos os atributos essenciais do novo conceito são incorporados pela estrutura cognitiva, resultando um novo significado genérico porém unitário"*. Também uma outra questão não podemos desconsiderar isto é, que, para Piaget,

> *no reino do conhecimento lógico-matemático, as estruturas previamente construídas permanecem inteiras e intactas, ao serem construídas novas estruturas. Assim em vez de desaparecerem, as antigas estruturas integram-se às novas numa estrutura de ordem superior* (Piaget apud Kamii,1995, p. 29)

Ressaltamos pois, que desta "negociação" entre conceitos e entre as linguagens que os expressam surge uma nova estrutura cognitiva, diferente da anterior, pois onde só havia conceitos espontâneos expressos em linguagem espontânea, antigas estruturas construídas dinergicamente pelo próprio indivíduo na interação com o objeto, agora aparecem coabitando com a linguagem geométrica e, por isso, se expandindo. Assim, tudo nos leva a crer que, este é um caminho a ser trilhado pelas crianças na construção dos conceitos geométricos e que a escola deve reconhecer e incentivar. As crianças devem negociar linguagens e encontrar/estabelecer sentidos, nexos e funcionalidade entre o que sabem e a nova aprendizagem, a nova construção de conceitos e linguagem geométrica, sem a imposição de substituírem ou negarem a existência de seus conceitos e linguagem espontâneos, intuitivos e dinérgicos.

Voltando à Tabela 14, para analisarmos a nomeação dos sólidos preferidos pelas crianças, (os que mais lhes chamaram a atenção) que foram os de n.º 3, 8 e 10 usando a "caixa de nomes", observamos que elas fizeram quatro mudanças de nomes desses sólidos, sendo apenas uma de linguagem espontânea para linguagem espontânea e as demais foram de linguagem geométrica para linguagem geométrica. Portanto a utilização da "caixa de nomes" não acarretou mudanças quanto à linguagem utilizada (Tabela 8) na nominação dos "sólidos preferidos". Ainda com a nossa atenção centrada na negociação entre linguagens, utilizadas pelas crianças, reunimos na Tabela 15 dados sobre a disposição das crianças para substituírem a primeira denominação dos sólidos, feita por elas, por termos da linguagem geométrica disponíveis na "Caixa de Nomes".

TABELA 15. UTILIZAÇÃO DOS TERMOS DA "CAIXA DE NOMES" DO Nº 1 AO 10, SUBSTITUINDO A PRIMEIRA DENOMINAÇÃO

Mudanças de linguagens	Nº de escolhas	%
Científica para científica	8	57
Científica para espontânea	1	7
Espontânea para espontânea	5	36
Espontânea para científica	0	0
Total	**14**	**100**

Fonte: Dados da Pesquisa (2000)

Observamos que as crianças na nomeação dos objetos de nº 1 ao 10, usando os termos da "caixa de nomes", fizeram 14 substituições de termos assim distribuídos: 8 (57%) foram trocas de linguagem científica para a mesma linguagem científica, uma mudança da linguagem científica para linguagem espontânea (7%), 5 da linguagem espontânea para a mesma linguagem espontânea (36%) e nenhuma mudança foi feita da linguagem espontânea para linguagem científica. Analisando mais detidamente estas mudanças, percebemos que foi expressivo o percentual de mudanças da linguagem científica para científica, (57%) Comparando os resultados da nomeação do sólido nº 11, antes (Tabela 5) e depois da "caixa de nomes" (Tabela 14), verificamos que não houve mudança de linguagem, permanecendo os mesmos percentuais da Tabela 5, ou seja, 83% de utilização de termos da linguagem científica. A equipe nº 3, novamente não nomeou o sólido 11 talvez por não saber a sua função/sentido enquanto a equipe nº 6 renomeou-o passando de triângulo para prisma.

Os resultados sobre o prisma de base triangular reforçam a nossa suposição de que essas mudanças são aleatórias e não se configuram como uma escolha com critério, pois as crianças trocam os nomes da linguagem geométrica para linguagem geométrica sem nenhum nexo, pelo menos perceptível, como se pensassem que ele, por ser um objeto da escola, só pode ser nomeado por linguagem escolar. Passamos a entender esta mudança apenas como resultado da incerteza sobre um objeto, quase desconhecido ou mesmo desconhecido, e daí o desinteresse pela linguagem científica, pois esta, como o referido sólido, pertencem à escola. Isto explica a facilidade com que o renomearam em linguagem geométrica, pois nenhum sentido ou nexo, dinergicamente construído, parece existir nas crianças, quanto ao objeto e à linguagem geométrica, nas suas tentativas de conceber-lhe a forma.

Quanto às mudanças da linguagem espontânea para linguagem espontânea, observamos que em algumas situações as crianças reforçaram, ainda mais, o que elas têm como certeza em linguagem espontânea e sobre o valor que é atribuído à coisa em si, quando por exemplo na equipe n.º 3 as crianças mudaram a nomeação do objeto n.º 1 de "caixa" para "pizza", o n.º 2 de "quadrados comprimidos" para "nootropil", o n.º 4 de "retangulo" para "decadrom" e o n.º 7 de "circo" (círculo) para "fugicolor". Passamos a ver essa linguagem espontânea reiterada utilizada veementemente pelas crianças na nomeação da forma dos objetos do "kit", revelando um certo esquema mental que está construído e que opera. Concordamos que um

> *esquema tem, portanto, o caráter de um sistema de relações na medida em que coordena entre elas diversas ações dotadas de propriedades comuns(...) Em si mesmo, o esquema é a estrutura de uma ação(...) Agir é, em última análise, coordenar esquemas entre si ou encaixá-los num sistema regido por leis de totalidade. Toda ação comporta, por conseguinte, os dois pólos da atividade inteligente: assimilação e acomodação* (Dolle,1991, p.45)

Esse procedimento, portanto, pode ser visto como um esquema, na medida em que é transponível de uma ação para outra e também generalizável, no sentido que se repete em situações diversas pois, como pode ser visto, tem sido um comportamento universal. Visto sob outro ângulo, talvez diga respeito às certezas e ao apego das crianças pela linguagem que expresse esquemas mentais dinergicamente construídos por elas, padrões dinérgicos construídos na vivência cotidiana e na interação com os objetos em relações dinergicamente estruturantes, como é o caso da relação forma-função. Em qualquer dos casos, deverá ser levada em conta, no trabalho geométrico escolar, a linguagem expontânea das crianças, que expressa um certo esquema mental de leitura, de modo de ver e se relacionar com as formas dos objetos, sensivelmente subordinadas/determinadas pela sua respectiva função.

3.9. LINGUAGEM ESPONTÂNEA - UM COMPORTAMENTO UNIVERSAL

Deixando, por hora, as discussões sobre o "prisma neutro", aqui, investigaremos se a presença das linguagens científica e espontânea apresentadas pelas crianças é um procedimento universal e intrínseco a outras crianças nessa mesma faixa etária, bem como a outros grupos étnicos, confrontando os resultados obtidos neste estudo com os resultados encontrados por teóricos como Luria e Vigotsky, entre outros, em suas pesquisas acerca das percepções dos sujeitos sobre as formas dos objetos.

Luria (1986), procurando compreender a aprendizagem das palavras em cada etapa do desenvolvimento infantil, pede à criança que determine o significado de uma palavra, como por exemplo "mesa". Encontrou ele, pois, dois tipos de respostas. A primeira, não determinando completamente o significado da palavra dada, mas reproduzindo algum traço, alguma função do objeto mencionado ou o introduzindo em uma situação prática qualquer, como por exemplo, quando responderam "sobre a mesa se almoça" ou "há mesas – escritórios". Resposta como esta para Luria (1986, p. *59*),

> *não é uma verdadeira determinação do conceito, mas é a enumeração de certos traços imediatos do objeto ou situações nas quais se encontre incluído... resposta que indica o papel dominante jogado pelos enlaces imediatos que se encontram por trás da palavra, os quais refletem certos traços presentes no objeto nomeado ou certa situação concreta na qual esteja inserido.*

Para este, tais conceitos refletem as construções empíricas resultantes da experiência do indivíduo com os objetos do seu meio. Tal opinião que guarda nítida semelhança com o entendimento de Vigotsky (1989) que em seus experimentos, investigando a linguagem utilizada na aprendizagem da forma, encontrou também respostas semelhantes que denominou conceitos cotidianos ou espontâneos, desenvolvidos no decorrer da atividade prática da criança e de suas interações sociais imediatas.

Analisando as folhas registro, encontramos situações em que as crianças nomearam de "roda quadriculada", "caixa de pizza" ou simplesmente "caixa" a forma de um objeto que em linguagem geométrica deveria ser denominado como prisma de base octogonal. Então, conforme Luria (1986) e Vigotsky (1989), fica evidenciado que as crianças utilizaram nesta nomeação uma lógica própria de mostrar os nexos e sentidos que elas construíram na experiência do dia a dia, por enlaces imediatos, construindo conceitos expontâneos.

A segunda resposta dada a Luria, pela criança, por ele pesquisada, para a pergunta “o que é mesa?” foi: “mesa é um móvel”. Segundo este teórico (1986, p.59), esta reposta *“diferencia-se psicologicamente da primeira, pois o sujeito não produz uma situação concreta, mas introduz o objeto em certo sistema de conceitos, em determinada categoria”*, mostrando claramente tratar-se de conceitos resultantes de aprendizagem por uma articulação lógica. Respostas semelhantes foram observadas por Vigotsky (1989, p.30) e denominadas por ele de conceitos científicos. Sobre isto, expõe serem esses conceitos *“aqueles adquiridos por meio de ensino, como parte de um sistema organizado de conhecimentos”*. Estas duas opiniões sugerem que esses conceitos estão relacionados a um determinado sistema de conhecimento com uma lógica específica de construção. De acordo com o exposto, estariam os conceitos geométricos escolares estruturados no modelo da lógica formal.

Na construção dos conceitos científicos, conforme este último autor, “é necessário que se centre ativamente atenção sobre um assunto, dele subtraindo os aspectos que são fundamentais e que se chegue a generalizações mais amplas mediante síntese”. Como exemplo dessa estruturação, citamos que para as crianças desta pesquisa, a forma da caixa de pizza foi nomeada como *prisma de base octogonal.* Mas para construírem realmente esse conceito geométrico, será preciso aprender a diferenciar e articular entre outros, os conceitos abstratos de figuras planas e espaciais tais como: lados, bases, faces, polígonos e poliedros, usando classificações e generalizações cada vez mais específicas. Assim, para que cheguem a generalizar formas como poliedros, será necessário perceber na forma do objeto certas características presentes em suas faces e bases, percebendo-o então como um prisma. E mais uma vez, deverão perceber nesta forma uma certa característica presente em suas bases e categorizá-lo como de base octogonal.

Confrontando essas idéias com os registros das crianças, compreendemos que os conceitos científicos começam a estar presentes quando elas nomeiam a caixa de pizza como “retrângo”, “relangulo” e “redonda”, na tentativa de utilizarem os conceitos da geometria, ao observarem figuras que já reconhecem como “retângulos”. No entanto, no modelo geométrico, essas figuras são apenas a denominação das faces deste poliedro que, por apresentar faces poligonais do tipo quadriláteros, será denominado prisma e por sua vez por possuir uma base do tipo octógono deverá ser chamado “prisma de base octogonal”. Pelo exemplo extraído de nossos registros e pelas análises desses dados nos itens anteriores deste capítulo, percebemos que as crianças ainda não apresentam a linguagem com a organização rígida para uma categorização cada vez mais específica do conceito, que é exigida no conceito geométrico de prismas.

Parece-nos relevante citar alguns aspectos e o reflexo desses conceitos espontâneos e científicos na escola. Ainda na opinião de Vigotsky (1989, p. 93), *"embora esses se desenvolvam em direções opostas, são processos intimamente relacionados"*. Entretanto este fato tem sido negligenciado no meio escolar, pois geralmente os conceitos escolares científicos são tratados à parte das questões da vida cotidiana e de seus conceitos espontâneos, como se a aprendizagem pudesse ser um processo em pedaços estanques, apagando-se, destruindo ou substituindo o que já está construído anterior à aprendizagem escolar. Além do mais, é necessário admitir ser *"preciso que o desenvolvimento de um conceito espontâneo tenha alcançado um certo nível para que a criança possa absorver um científico correlato"* (ibidem). Esse posicionamento nos chama a atenção para a complementaridade desses conceitos, ou seja, a existência de um é a possibilidade de existência do outro e, se fazendo expandir um, se fará também expandir o outro.

Esta afirmativa nos remete também às consideráveis lacunas existentes no ambiente escolar, quanto à compreensão deste fato, entre as quais citamos a discussão da antiga dicotomia entre matemática formal e matemática utilitária. Resolver esta dicotomia talvez passe também pela aproximação entre a aprendizagem das formas através da geometria escolar e da vida prática, possibilitando assim que os conceitos escolares científicos possam ser cada vez mais úteis ao sujeito e os conceitos espontâneos possam auxiliar na aprendizagem da escola. E assim, numa aprendizagem geométrica, por exemplo, os conceitos se apresentariam em movimento dinérgico, onde um conceito espontâneo funcionaria como padrão para o conceito cientifico, e vice versa. Ou ainda, os conceitos científicos gerariam reflexos nas condutas práticas, possibilitando novos conceitos espontâneos que, por sua vez exigiriam, o conhecimento de novos conceitos científicos correlatos e assim sucessivamente. Esta talvez seja a aprendizagem pretendida pela Etnomatemática, quando propõe que a escola se utilize dos métodos e maneiras empíricas que os grupos culturais criam para resolver os seus problemas matemáticos do dia a dia.

Ressaltamos outros pontos de aproximação entre os conceitos científicos e espontâneos. Diz Vigotsky (1989, p.50) que *"embora os primeiros sejam transmitidos em situações formais de ensino-aprendizagem, também passam por um processo de desenvolvimento, isto é, não são aprendidos em sua forma final, definitiva"*. A diferença está na maneira e no ambiente onde são aprendidos, pois a aprendizagem natural, universal ou intuitiva, que acontece fora da escola, é, segundo Gardner (1994, p. 06) de *"uma ordem inteiramente diferente da aprendizagem escolar que agora é requerida em todo o mundo alfabetizado"*. E enquanto os conceitos científicos são aprendidos no decorrer das leituras, dos trabalhos escolares e da interação da criança com esses conceitos, em situações propostas pela escola, os espontâneos vão sendo apreendidos/expandidos gradualmente nas relações e interações entre as pessoas, os objetos e as situações concretas do cotidiano da criança.

Outras questões merecem ser observadas. Ainda segundo Vigotsky (1989, p.30), podemos *"remontar a origem de um conceito espontâneo a um confronto com uma situação concreta, ao passo que um conceito científico envolve, desde o início, uma atitude mediada em relação a seu objetivo"*. Esta afirmativa parece sugerir que o conceito científico é produto mediado, enquanto o conceito espontâneo é uma construção fortuita. No nosso entendimento, esse último também está mediado pela presença da dinergia que prescinde a busca dos sentidos e significações e nexos na compreensão das coisas. Assim, nesse movimento dinérgico, a forma é um dos padrões surgidos deste diálogo entre sentidos.

Outra opinião que merece atenção é externada por Lovell (1989, p.12) ao afirmar que "os conceitos parecem surgir das percepções, do conhecimento real dos objetos e de situações, através da vivência de experiências e empenho em ações de diversas espécies" sugerindo que os conceitos se aproximam na sua origem, apesar de mostrar que a presença dos conceitos espontâneos demonstra insuficiência de abstração e generalização ou um conceito não plenamente desenvolvido. Isso nos alerta para a idéia de que talvez os conceitos científicos e espontâneos exijam mecanismos diferentes para a sua aprendizagem, cabendo à escola dar conta dessa diferença e da importância de cada um desses tipos de conceitos na construção da visão de mundo do aprendiz.

A partir do exposto, o nosso entendimento quanto à presença de procedimentos espontâneos, as crianças pesquisadas por nós, com diferentes idades, se aproximam das crianças pesquisadas por Luria (1986) e Vigotsky (1989) e por isso poderemos inferir "ser coisas de crianças" a construção dinérgica de sua aprendizagem. Investigando se esse procedimento está também presente na aprendizagem de outros grupos, aproveitamos os achados de Luria *apud* Ong (1988, p. 63), que em um experimento apresentou figuras geométricas a pessoas de baixo nível sócio-econômico, analfabetos e a professores com um certo grau de cultura escrita, investigando-se como procediam diante dessas figuras. Nesse trabalho observou-se que nos dois primeiros grupos os conceitos eram espontâneos enquanto os professores utilizavam conceitos científicos. Os sujeitos analfabetos identificavam figuras geométricas atribuindo-lhe nomes de objetos, nunca abstratamente como círculos, quadrados etc. Nunca lidavam com círculos ou quadrados abstratos, mas sim com objetos concretos, ou seja, um círculo era chamado de prato, peneira, balde, relógio ou lua. Identificavam os desenhos como representações das coisas conhecidas. Para Luria *apud* Ong (1988, p. 64) os sujeitos mostravam que

> *pareciam não operar absolutamente com procedimentos dedutivos formais, o que não significa que não soubessem pensar ou que seu pensamento não fosse governado pela lógica, mas apenas que eles não adaptaram seu pensamento a formas puramente lógicas, que parecem ter julgado desinteressantes*

Vale citar que, nesse experimento de Luria, as perguntas eram sempre de sala de aula, padronizadas e ocupadas com a aquisição dos conceitos geométricos, diferentemente do pensamento das categorias ainda não especificamente influenciadas pela educação escolar, onde o pensamento silogístico está relacionado ao viver prático. Por isso não se pode esperar que sujeitos acostumados a construir seu conhecimento através de relações situacionais, possam responder utilizando estruturas categoriais dentro de uma lógica formal utilizando-se dos conceitos científicos. Para tanto precisariam ter tido contatos anteriores com esses conceitos, como os professores que participaram da pesquisa, para dar respostas escolares e não respostas vividas. Trazemos ainda para essas reflexões que os conceitos podem ser construções anteriores à escola concordando que:

> *uma criança que entra na escola já está equipada, já possui suas próprias habilidades culturais. Mas esse equipamento é primitivo e arcaico; ele não foi forjado pela influência sistemática do ambiente pedagógico, mas pelas próprias tentativas primitivas feitas pela criança para lidar, por si mesma, com tarefas culturais* (Luria,1984, p. 101)

Esta afirmativa não deixa dúvida da possibilidade de construções espontâneas e universais na existência das nossas crianças. E aí talvez esteja um dos maiores desafios da escola, o de possibilitar, no ambiente escolar meios que permitam uma união dinérgica entre os padrões das formas percebidas pela criança, em suas construções espontâneas com a linguagem geométrica escolar, ao invés de pretender fazer uma substituição, negando esse conhecimento anterior.

Sabemos ainda, que o pensamento não se organiza apenas através de concatenações do tipo analítico, em seqüências lineares pelo fato de que toda forma de pensar não se resume àquela do homem letrado, geralmente resultante de uma estruturação direta ou indireta da tecnologia da escrita, que transforma capacidades naturais e até a própria consciência humana. O ensino fundamental existe, basicamente, para possibilitar a construção de muitos olhares, muitas leituras, permitindo de uma maneira integral a construção do aprender a aprender, do aprender a ser, do aprender a sentir, nunca desconhecendo ou destruindo as possibilidades e construções expontâneas dinérgicas dos sujeitos para uma certa competência de viver/ver/operar/interpretar o mundo, portanto, de ser no mundo.

Então tentamos nos libertar dos (pré) conceitos de ver esses procedimentos espontâneos como coisas de crianças ou de analfabetos, bem como na tentativa de nos afastarmos, o quanto possível, da influência dos paradigmas que norteiam nossa formação acadêmica. Neste sentido, passamos a aceitar os conceitos espontâneos como as impressões intuitivas e dinérgicas, norteadoras do olhar infantil sobre as coisas do mundo. Acreditando que no trabalho geométrico escolar não devem ser entendidas como conceitos pré-lógicos ou ilógicos, por não seguirem padrões determinados pela educação instituída, mas antes de tudo como construções dinérgicas do viver vivido na prática da vida, padrões estruturantes do dinâmico processo do aprender, sendo procedimentos universais.

Com base nas análises da nomeação pelas crianças aos sólidos do "kit prismas geométricos", percebemos que a linguagem espontânea é fruto de uma aprendizagem basicamente experimental, resultante das ações empíricas do sujeito no seu cotidiano. A parceria entre linguagens, respeitando as peculiaridades de cada ser com suas inteligências e seus mecanismos de ordenação, princípios e meios de aprender-a-aprender, pode ser percebida como intuitivamente propiciadora de aprendizagem significativa. Essa aprendizagem espontânea, que se refere a conceitos desta mesma natureza, será examinada mais detidamente, acreditando-se ser possível um trabalho em geometria ancorado nesta linguagem e seus respectivos conceitos já construídos pelas crianças. Provavelmente poderemos otimizar a educação escolar e o ensino-aprendizagem das formas, utilizando linguagens/conceitos espontâneos e científicos em parceria, sem priorizar nenhum deles, pelo menos no nível fundamental de ensino.

Entendemos por educação um processo de adequação ao meio natural, cultural e social alimentado por atividades que proporcionem aos sujeitos formar padrões que sejam plurais e convenientes ao viver como um todo; é um processo construído a partir de informações que o indivíduo reúne do seu meio na busca de respostas que façam sentido e que tenham nexos internos e externos ao sujeito. Este processo é inato, é dinérgico e apesar de poder ser também escolar independe deste. Observando sob este prisma, percebemos que a escola tem convertido a educação geométrica em um simples mecanismo de adaptação mais ou menos passivo. Desse modo, vem deixando de direcioná-lo para o reconhecimento e interpretação dos múltiplos atributos dos elementos do mundo e para a aprendizagem de linguagens plurais sobre as formas das coisas e do mundo, estruturando um único caminho representado pelos conceitos e linguagem geométrica e Euclidiana que permite apenas a construção deste conhecimento específico. Como conseqüência, essa conduta que impõe e modela o comportamento da criança, impede-lhe variadas descobertas, inibindo a criatividade e limitando a livre expressão. E isso tem contribuído para a fixação de desenhos estereotipados, criando equívocos na aprendizagem, atrofiando e subestimando capacidades inatas e, principalmente, quebrando os laços dinérgicos formados entre o sujeito e a forma dos objetos do seu ambiente, do seu cotidiano.

A necessidade de se transformar esse paradigma de educação geométrica mostra-se urgente, pois as crianças revelam poder criar padrões antes da intervenção da escola e, portanto, sem esta intervenção que até mesmo parece inibir o estabelecimento de significado para a(s) coisa(s) de que a escola se ocupa. Verifiquemos como exemplo a desconsideração das crianças em relação ao “prisma neutro” do “kit”, a utilização de uma linguagem geométrica qualquer, repetindo um termo qualquer ou simplesmente se omitindo de nomeá-lo e em nenhum momento utilizando a linguagem espontânea nesta nomeação.

3.10. OFICINA 1: “CONSTRUINDO COM MASSA DE MODELAR”

Dando continuidade ao exame da habilidade espontânea de percepção das formas propusemos a Oficina 1 “Construindo com massa de modelar”. Escolhemos a massa de modelar por entendermos que este material permitiria livre manipulação, utilização, produção e criação de elementos plásticos pelas crianças e que por se tratarem de suas próprias produções, fossem mais significativos para elas do que os elementos do seu cotidiano utilizados no “kit”. A idéia de trabalhar com massa de modelar foi visivelmente bem aceita pelas crianças, visto a euforia delas diante da possibilidade de trabalhar as formas com este material. Ressaltamos que, apesar de a massa de modelar ser um material utilizado em muitas escolas, nesta escola municipal, segundo a professora regente de matemática, as crianças não trabalhavam com esse material. No primeiro momento dessa oficina (Figura 9), dividimos a turma em cinco grupos e distribuímos massa de modelar para todos os alunos. Em seguida, pedimos que fabricassem, livremente, peças que representassem objetos ou sólidos geométricos, discutissem sobre as formas que percebessem nelas e registrassem, na “Folha Registro da Oficina 1” (Anexo B, pag.115) os nomes das formas. As conversas e discussões das crianças em vários momentos desta oficina foram gravadas em fita de vídeo e em fita cassete. Essas conversas foram gravadas a fim de facilitar nossas análises sobre o processo e os resultados aqui discutidos.

Mantivemos nesta oficina, nossa atenção voltada para a criatividade das crianças na produção de suas peças, por acreditarmos que a criatividade original delas não foi retirada ou eliminada e que portanto elas ainda possuem toda uma simplicidade de percepção, uma lógica própria para soluções inesperadas e explicações muito singulares para tudo o que as cerca. Entretanto a criança geralmente é “educada”, na escola ou fora dela, recebendo noções de certo e errado, de pode e não pode, de aprovado e reprovado, não podendo sonhar, nem inventar, ou criar, sendo elogiada e recompensada pelo esperado e recriminada ou punida pelas ações ou interpretações não convencionais. No entanto a criatividade, segundo Perez (1999, p. 267) *“é um potencial, uma capacidade inata em todo ser humano, restando então, ao ensino promove-la e sua importância deste potencial ultrapassa os limites da escola”*. Afirma ainda, que “*vários países do mundo inteiro estão em busca de soluções para melhor resolver os problemas pelos quais estão passando e, nesta busca, vê-se a criatividade despontar como uma saída que as sociedades estão encontrando para reverter as muitas* *situações de impasses"*. Opiniões como esta reforçam a idéia de um ensino escolar como um todo, e particularmente o geométrico, apoiado cada vez mais, em um currículo onde a criatividade seja ponto relevante. Entendemos que incentivar a criatividade no ensino escolar das formas implicaria em uma educação onde fosse permitido aos educandos uma construção de leituras de mundo em variados padrões.

Durante esta oficina procuramos evidentemente proporcionar às crianças liberdade de ação na produção de suas peças em massa de modelar. É interessante salientar que o processo criativo das crianças foi constantemente o resultado de um processo de críticas livres, de negociação de significados entre elas e entre elas e suas peças, num monólogo em voz alta que caracterizou esta oficina. Esse diálogo esteve presente na construção, desconstrução e reconstrução de suas peças e neste momento aconteceram muitas divergências quanto às formas escolhidas, pois brigavam, discutiam, discordavam e poucas vezes entravam em consenso sobre as formas utilizadas. Das gravações em fita cassete, destacamos as conversas de uma das meninas do grupo nº 4 e seus companheiros (as) sobre uma das criações, que representava, segundo ela, uma mesa com quatro cadeiras em forma de corações. Os colegas questionaram a forma utilizada e tentaram desfazer as peças, mas a menina justificou que aquela forma era mais bonita do que a mesa e a cadeira da professora e que além disso, sua boneca se sentiria mais feliz. É interessante salientar que as crianças se apegam às suas criativas justificativas e certezas, o que ao nosso ver, deve ser levado em conta na aprendizagem como um reforço positivo à sua auto estima.

Foi em meio a situações criativas como estas, que transcorreu essa oficina. Notamos nessas situações que a escolha de formas pelas crianças, aparentemente estranhas para nós, provavelmente resulta de uma forte negociação entre formas e funções dos objetos. No caso da menina com sua mesa e cadeiras em forma de coração, a forma parece atender à necessidade de satisfazer seus desejos ou cumprir uma função determinada pelo seu padrão de estética/beleza e sentimento/emoção/felicidade. Isto nos levou de volta à questão: "estudar forma não implicaria em trabalhar com muitos padrões e não somente com o padrão de um modelo geométrico adotado pela escola"?. Esses e outros procedimentos infantis semelhantes, onde a criança também apresenta a expressão da forma em função da serventia do objeto, remetem-nos novamente aos resultados da Tabela 14, onde encontramos algumas nomeações em linguagem espontânea e com as palavras articuladas através de preposições do tipo “para” e “de”. De acordo com a Tabela 14 a equipe nº 2 nomeou o objeto nº 10 como “tinta para pinta” e o n.º 9 como “fósforo para ascender”; e a equipe nº 3 usou para o objeto nº 3 a nomeação “massa para modilar”. Assim esses procedimentos refletem no mínimo, que as crianças expuseram livremente suas criações em linguagem que representa o resultado de um verdadeiro diálogo entre forma e função de seus objetos. Para melhor compreender esta relação entre forma e função organizamos os dados das folhas de registro da Oficina 1 na Tabela 16.

TABELA 16. PEÇAS PRODUZIDAS – OFICINA 1

Equipe	Representações		
	Seres Naturais	**Artefatos**	**Outros**
1	surfista, sertanejo, cobra, silvestre, caracol, cachorro	martelo, prego, lápis de cor	
2	frutas, laranja, caracol, leão	cesta, sofá, campo de futebol	
3	cobra serpente, cobra coral, homem, boi, touro	avião, dado	dragão demônio
4	Cachorro, caracol, peixe espada, peixe machado, porco	mesa, cadeiras, sala, cozinha	
5	Flor, coqueiro	casa com quarto, mesa, cadeira, sofá, almofada, televisão, abajur, estante, rádio	
N.º peças	**21**	**21**	**2**

Fonte: Dados da pesquisa (2000)

Os resultados mostram que entre as 44 peças produzidas pelas crianças, 21 representam objetos naturais, 21 artefatos e 2, outros. A grande maioria das peças produzidas representa objetos naturais ou artefatos presentes no cotidiano das crianças, mostrando mais uma vez, a importância de a aprendizagem escolar também voltada para esse aspecto. Entre os objetos naturais estão: cobras, coqueiro, cachorro, peixe, touro, caracol, um sertanejo silvestre e, entre os artefatos, encontramos sofá, mesas e cadeiras, estante, avião, cestas, martelo, prego, lápis de cor. Não encontramos, nenhuma peça do modelo geométrico escolar, apesar de vários desses sólidos geométricos estarem expostos em cartazes presos nas paredes da sala onde esta oficina aconteceu. (Figura 11). Esta reação das crianças, assim como na nomeação do sólido n.º 11 ou “prisma neutro”, pode ser considerada como evidência de que na aprendizagem das formas geométricas elas ainda não perceberam/construíram sentido/função ou utilidade concreta para coisas e linguagem geométrica nem, portanto, para conceitos de sólidos geométricos.

FIGURA 11. EXPOSIÇÃO DE SÓLIDOS GEOMÉTRICOS ESCOLARES
Fonte: Dados da Pesquisa

Outro fato nos chamou especial atenção. Um menino da equipe n.º 3 produziu uma peça que se assemelhava a uma bola e esta foi a única peça que deliberadamente foi produzida para representar um sólido da geometria escolar, porém ele não registrou esta produção. Entretanto ao perguntarmos que nome aquele objeto teria na geometria da escola, ele e outras crianças da equipe disseram se tratar de uma "esfera", enquanto outras crianças chamaram a peça de "círculo" e outras de "circunferência". As respostas esfera, círculo, e circunferência reforçaram os resultados anteriores encontrados na nomeação dos elementos do "kit", em que as crianças demonstraram não terem ainda construído esses conceitos geométricos, usando apenas termos geométricos sem nexo com o conceito a que deveriam corresponder. Alguns minutos após esta discussão, instalou-se um clima de desconforto para todos, inclusive para nós e para o menino, que desconstruiu a sua peça "esfera", reconstruindo em seu lugar uma outra que, segundo ele, representava o "diabo" alegando que a esfera não era interessante. Talvez este procedimento refletisse mais uma vez a falta de sentido e o descomprometimento com a utilização da forma e da linguagem geométrica. Mais adiante, ficamos sabendo que esta criança faz uso de drogas e é constantemente criticada e maltratada pelos colegas. Talvez o seu "demônio" represente a maneira como se vê diante das cobranças da turma. (Aproveitamos o momento e trocamos algumas idéias sobre a necessidade de respeitar o outro). Assim, percebemos que estudar a forma através de objetos mais significativos abre um leque de discussão, não só da forma, mas de outros padrões de significados, presentes no dia-a-dia das crianças.

Prosseguindo as ações da oficina, reunimos os pequenos grupos em um grupo único e propusemos a "socialização" das criações. Discutimos sobre as formas observadas/percebidas e concebidas, inclusive as geométricas, presentes naquelas peças em massa de modelar. Aproveitamos o momento para inserir no palco das discussões as formas geométricas que íamos percebendo em cada peça apresentada, colocando a nossa visão e não como uma forma que obrigatoriamente todos deveriam perceber. Como nas falas das crianças, enquanto descreviam as formas de suas peças, estivesse sempre presente a relação forma-função/utilidade, estimulamos as discussões também sobre as formas geométricas, procurando manter a lógica das crianças, ou seja, buscando nexos de forma-função entre as formas geométricas citadas e as funções que elas iam percebendo. Convém observar que entre as peças produzidas estavam as que representavam mesas e cadeiras com formas convencionais. Mas as discussões se mantiveram principalmente centradas na função do objeto, como por exemplo, a mesa é "local para comer", "lugar onde se assentam pratos e copos", "onde se pode estudar". Aproveitamos esses conhecimentos sobre a função da mesa e tentamos conduzi-los em direção à forma servindo/auxiliando a função. Falamos também sobre esta forma, em linguagem geométrica e apresentamos a réplica de um prisma de base retangular do modelo geométrico escolar; sugerimos então que procurassem na sala todas as coisas que tivessem formas parecidas com aquelas. Encontraram caixas, livros, porta etc. e passamos então a discutir sobre esses objetos e algumas de suas funções. Disseram por exemplo que o tampo da mesa serve para apoiar um banquinho, bem como os pés da mesa servem para apoiar. Discutimos também nesse momento as relações entre formas e funções dos elementos do "kit prismas geométricos".

Conduzir este trabalho geométrico, tratando formas a partir de funções, foi muito difícil, principalmente pela nossa formação onde as formas foram ensinadas a partir de formas geométricas. Percebemos então que um ensino assim também implicaria, da nossa parte, em nova percepção/aprendizagem/geométrica. Registramos que as peças em massa de modelar como representação de negociações da relação forma-função, entre as crianças, e as formas por elas escolhidas, nos fizeram repensar o movimento dinérgico e compartilhado dos artesãos e oleiros analfabetos, na produção de suas peças em padrões dinérgicos que, agora analisados, podemos dizer que expressam competentes formas, que servem às funções para as quais esses objetos foram criados.

Outras ações desta investigação sobre aprendizagem de formas apoiaram-se na linguagem espontânea como um indispensável recurso facilitador de aprendizagem significativa, sendo esta linguagem expressões das aprendizagens cotidianas das crianças através de suas capacidades dinérgicas. Ressaltamos que a existência de padrões dinérgicos na aprendizagem parece dar significado à forma, gerando inclusive sensações de harmonia, paz, complemento, inteireza, beleza, tranqüilidade, utilidade e funcionalidade, bem diferente dos padrões escolares mal abordados, produzindo sensações desconfortáveis, que se refere Piaget, a desequilibração que leva à busca de novo conhecimento, mas sendo promotores de baixa estima, por estarem geralmente distantes dos padrões gerados na vivência e na interação da criança com o mundo das coisas, das pessoas e dos seres. São elementos abstratos, absolutamente desconhecidos e dificilmente visíveis na natureza e que representam por isso uma garantia de fracasso do aluno, no que se refere a poder ser aprendido. Sabemos que qualquer mudança nos padrões geométricos escolares implicaria numa formação de professores que possibilitasse produzir/reforçar a habilidade de provocar e coordenar discussões amplas, interdisciplinares e mais integrais sobre as formas, auxiliando os educandos a estabelecerem, cada vez mais, nexos entre o que estão aprendendo e o que já sabem.

A partir das análises dos procedimentos das crianças, passamos a admitir que elas possuem padrões dinérgicos para o aprender a aprender, aprender a ver, aprender a sentir e aprender a ouvir, muito diferentes dos padrões dos adultos com diferentes padrões de funcionalidade, pois estão bastante moldados pelos modelos da ideologia dominante no meio escolar. Assim, diante dos resultados até aqui encontrados e pelo leque de discussões interdisciplinares que possibilita um trabalho sobre as formas e funções percebidas nos objetos, investigaremos esta relação, pois, ao que tudo leva a crer, é um padrão estruturante que permite criar/perceber/descobrir relações entre atributos dos objetos, envolvendo coordenação viso-motora, jogos de valores, sentimentos, emoções, bem como a apresentação de um verdadeiro diálogo entre relações espaciais e funcionais e, por isso, poderia ser bastante útil ao ensino-aprendizagem das formas, inclusive as geométricas.

3.11. OFICINA 2: “ANALISANDO E DENOMINANDO A FORMA DE ELEMENTOS NATURAIS”

Das etapas deste trabalho exploratório executadas até aqui, tivemos um primeiro momento onde as crianças manipularam e nomearam objetos facilmente encontrados no seu cotidiano. Esses objetos foram escolhidos e organizados por nós, em uma coleção que denominamos de “kit prismas geométricos”. Um segundo momento, Oficina 1, “Construindo com massa de Modelar”, a massa de modelar foi oferecida às crianças para que produzissem peças quaisquer, à sua vontade. Agora, neste terceiro momento, Oficina 2, “Analisando Objetos Naturais”, trabalhamos com objetos naturais e não mais com suas representações como aconteceu na Oficina 1, ou com artefatos como na manipulação do “Kit”. Decidido que elementos naturais seriam o material desta oficina, levamos os alunos a uma área verde situada nas proximidades da escola onde puderam coletar livremente os elementos que desejassem. Retornamos à sala de aula e as crianças, com seus elementos escolhidos, foram agrupadas em cinco equipes, para trocar algumas idéias sobre as formas dos seus elementos e representá-los através de desenhos e pinturas com tinta guache de várias cores. Este foi um momento especial, e também muito difícil de manter a disciplina, pois a euforia das crianças diante de um trabalho com tintas coloridas resultou em verdadeira disputa entre elas na escolha das cores, tendo sido chamada de “ guerra de tintas”, resultando com cadeiras e fardas manchadas. Depois distribuímos folhas de papel ofício para que cada criança pudesse fazer seus registros sobre as formas observadas/percebidas nos elementos naturais da sua coleção.

Dando seguimento à oficina, desfizemos as equipes e, formando um único grupo, propusemos o momento que denominamos “socialização” das escolhas e depoimentos, exposição de argumentos, sendo discutida pelos alunos a propriedade da denominação da forma atribuída a cada um dos seus elementos. Esta discussão foi bastante rica, pois a dinérgica relação forma-função esteve constantemente presente e funcionando como um norteador na construção de múltiplas expressões nominais das formas. Observamos, durante as discussões e argumentações, indícios muito fortes da presença de laços dinérgicos de afetividade compondo os laços dinérgicos de forma-função, que foram expressos como sentimentos, emoções e muita motivação das crianças, enquanto manipulavam e registravam suas impressões sobre os elementos naturais. Essas foram as observações que fizemos durante o momento de "socialização" das escolhas. Para analisar melhor esses achados organizamos o Quadro 1 utilizando como fonte os registros das crianças contidos nas folhas de "Registro Oficina 2" (Anexo B).

QUADRO 1. DENOMINAÇÃO DA FORMA DAS PEÇAS COLETADOS NA ÁREA VERDE – OFICINA 2

Peças	Palavras que descreveram a forma
Flores, flor rosa , flor cor de abóbora, vermelha	Beleza, perfume, linda, *forma de polígonos*, bonita, serve para presentear, cor, gostei, *forma de corações, forma de triângulo*, *forma de círculo*
Folhas, folhas de mamona, folhas secas	Verde, tamanho, cumprida, *forma de retângulo*, gostei muito, parece um coração, linda, bonita, vermelha, rosa, verde, gostei da forma, comprida
Pedras	Tamanho, cor, admirado, porque é *quadrada*
Galhos	Maravilhoso, tamanho, bonito
Mamona, sementes de mamona	*Redonda,* engraçada, cheia de pontinhos, *forma geométrica é uma bola*, gostei da forma, gostei da cor, interessante, parece uma árvore e as bolinhas é cheia de fatias
Tronco	Espinho, interessante
Todas as coisas	Bonita, cheirosas com cores lindas e variadas
Ovos de lagartixa, formiga	
Manga	Cuidar, carinho, serve para chupar, fazer sucos e jujú, produzem o alimento, serve para enfeitar

Fonte: Dados da pesquisa (2000)

Os elementos naturais colhidos pelas crianças foram principalmente flores, folhas, frutos, pedras, galhos, sementes e alguns elementos curiosos como formigas e ovos de lagartixa. Neste quadro, também observamos os termos utilizados por elas para apresentarem as impressões que presidiram a escolha do nome para a forma dos elementos. Assim, as impressões/percepções das crianças sobre as flores, por exemplo, estão relacionadas com "beleza", "perfume", "forma de polígonos", "bonita", "serve para presentear", "gostei", "forma de corações", "forma de triângulo", "forma de círculo". Comparando a maneira como as crianças lidaram com os objetos naturais ou artefatos, nos momentos anteriores e também neste, percebemos que os objetos mais significativos não são obrigatoriamente aqueles que estão no cotidiano da criança mas, ao que tudo indica, são aqueles com os quais ela já se percebe em uma certa dinergia. E nesses comportamentos da amostra, essa dinergia vai sendo construída através de um verdadeiro conjunto de atributos percebidos/concebidos pelo sujeito nas suas ações sobre o objeto, relacionando forma e função, na busca de sentido para o que é percebido. Desta maneira, parece fazer sentido não concentrarem sua atenção em um único atributo, e as crianças demostraram isso, pois correlacionaram vários atributos percebidos no objeto e expressaram sempre por muitos termos, nunca usando uma única palavra, mostrando uma aprendizagem múltipla e mais integral sobre as coisas.

As crianças parecem nos comunicar que, através do conjunto das várias dimensões/atributos concebidos por elas usando os parâmetros forma e função, vão estruturando uma aprendizagem espontânea com seus laços dinérgicos de equilíbrio, proporção, espacialidade, estética, ética, entre outros. Silenciando muitas vezes a mente racional, introduzindo uma percepção extraordinária do ambiente vivenciado, subjetivo e sem o filtro do pensamento conceitual escolar centrado apenas na linguagem geométrica (que se assume quase sempre como palavras sem nexos para a criança), talvez possa revelar que a forma não deve ser vista como um fato isolado, um pedaço ou uma parte desta percepção. Diante da presença de outros padrões/motivações além da forma e função/utilidade, que ficaram evidentes nas etapas anteriores, apresentaremos os dados das folhas Registro da Oficina 2, na Tabela 17, que representa o conjunto das motivações que influenciaram as escolhas das crianças.

Na justificativa de suas escolhas as crianças em 20% dos casos, apresentaram padrões que classificamos como estéticos. Para ilustrar, citamos o caso de uma das meninas que escreveu nos seus registros: *"flores: nas flores vezo sua beleza e perfume"*. Pela linguagem utilizada supomos que o senso estético esteve presente na escolha e, de acordo com Costa (1987, p. 95) ressaltamos que "as combinações úteis de fatos e as transformações fecundas são ao mesmo tempo mais belas, e essa harmonia é um admirável fio condutor. Fio que parece também ser produzido por um processo dinérgico que, combinando padrões, além de gerar agradáveis e harmônicas proporções ao olhar humano, responde pela relação forma-função, que se vai construindo evolutivamente no indivíduo, ao tempo em que opera habilmente satisfazendo ao projeto teleonômico da vida. Ora, é bom que se diga que as crianças sabiam que esta oficina era sobre formas, pois a discussões estavam constantemente em torno de palavras que representavam formas, porém nos inquietou perceber que, independentemente do que queríamos que as crianças fizessem, elas se mostraram muito autênticas em seus depoimentos/argumentos/certezas/sentidos, por isso disseram claramente o que lhes motivaram e lhes faziam sentido mesmo que não parecesse haver, para nós, sentido/razão para aquela escolha e/ou argumento. Passamos a entender/aceitar então que beleza e perfume se mostraram como padrões importantes, na declaração da forma, visto que para a criança a forma não está dissociada das outras percepções.

TABELA 17. MOTIVAÇÕES PARA A ESCOLHA DO MATERIAL COLETADO NA ÁREA VERDE – OFICINA 2

Padrões/motivações	Termos relacionados	Nº de citações	%
Estético	beleza, linda, enfeitar, bonita	11	20,0
Afetividade/Sentimento/ Emoção	Engraçada, gostar, interessante, carinhar, maravilhoso, admirado	11	20,0
Cor	Vermelha, rosa, abóbora, verde, lindas, variadas, lilais, laranjado	8	14,6
Odor	Cheiroso, encrível	2	3,7
Função/utilidade	Serve para chupar, fazer sucos e jujú, presentear	7	12,7
Forma	forma de polígonos, retângulo, quadrada, triângulo, círculo, corações, a forma geométrica da mamona é uma bola, lisa, espinhenta, iguais, comprida	16	29,0
	Total	**55**	**100**

Fonte: Dados da pesquisa (2000)

Verificamos que 20 % dos motivos apresentados são em termos que fazem alusão à afetividade/sentimento/emoção da criança e à razão das suas escolhas também. Entre esses termos encontramos *"engraçada", "gostar"* e *"carinhar"*. Para exemplificar apresentamos um estrato da folha registro da criança do exemplo anterior, onde ela escreveu: *"pedras: Nas pedras fico admirado com seu tamanho e sua cor; Galhos: No galho acho maravilhoso seu tamanho"*. As cores foram usadas em 8% dos motivos. Entre elas vermelho, verde, rosa e lilás. Assim escreveram as crianças: *"flor vermelha e flor rosa. Mato verde" e "folhas: nas folhas vezo seu verde e seu tamanho"*. Os odores representaram 3,7% das razões de escolhas. Para ilustrar este padrão, um dos meninos registrou: *"flor = cheiro encrivel ";* e uma das meninas registrou: *"...E todas as coisas que peguei eram bonitas e cheirosas ..."*. A relação forma-função aparece em 12,5% dos motivos. Assim, dos registros extraímos: *"Manga: (...) a manga serve* ***para*** *chupar, fazer çucos e jujú. Flores: as flores elas produzem o alimento e serve* ***para*** *enfeitar a sua casa ... elas também serve* ***para*** *presentiar a sua colega ..."* essas situações onde a relação entre forma e função apareceu articulada com preposições são situações semelhantes às registradas na nomeação dos elementos do "kit" (Tabela 14).

Prosseguindo a análise, observamos que 16,29% das respostas apresentam termos tanto da linguagem espontânea quanto geométrica. Dos registros de uma menina extraímos: *"flor = por que elas são lindas e tem forma de um polignos". Mamona = redonda e engraçada porque é cheia de pontinhos. Folhas = cumprida, tem forma de retângulo... Eu gostei muito dessa folha por que ela parece um coração"*. Percebemos que o maior percentual de motivações foi referente à forma, o que nos leva a entender que mesmo utilizando na nominação das formas outros padrões que não se referem, costumeiramente, às formas e usando termos de outras linguagens que não a geométrica, as crianças mostraram que entendiam que esta oficina destinava-se a trabalhar com formas, inclusive as geométricas. Posto isso, a percepção das formas pelas crianças, talvez não se estruture apenas pelos padrões geométricos, pois mostrou uma espécie de negociação entre padrões e motivos para nominar formas. A partir desses resultados, organizamos os achados sobre a linguagem usada para denominar as formas (Tabela 18).

De acordo com as anotações das crianças sobre as formas dos objetos escolhidos, 5 delas, ou seja 30%, apresentam termos da linguagem espontânea. Uma criança escreveu: “Flor rosa com forma de corações”. Este comportamento se assemelha aos observados durante a Oficina 1 (Construindo com Massa de Modelar). Nas análises dos procedimentos espontâneos dos alunos na Oficina 1, “Construindo com Massa de Modelar”, durante a confecção de peças e durante as discussões sobre as formas observadas nessas peças, as crianças nos apontaram caminhos que sinalizaram a presença da relação forma e função/utilidade nessas ações infanto-juvenis, bem como em suas linguagens espontâneas. A exemplo disto, citamos o fato acontecido e já citado da menina que justificou a forma escolhida dizendo que “a mesa e cadeiras tinham forma de coração” para agradar à sua boneca. Aqui, a criança toma uma forma-modelo que ela já tem construído e compara o objeto que escolheu com este modelo, percebendo-os semelhantes. Ao nosso ver, o que a criança fez nesse procedimento é exatamente o que pretende o professor quando exige que o aluno encontre a semelhança entre as formas dos objetos e o forma-modelo geométrico. É necessário levar em conta que nesse nível de aprendizagem a criança vê coração e dificilmente vê prismas, entretanto, o geômetra/professor não quer ver coração, pois considera que o que importa é a linguagem/forma geométrica. Mas, convém perguntar: coração não é forma? E como você sabe a que nos estamos referindo? Há uma forma chamada coração inscrita no seu saber, por isso você nos entende. As crianças naturalmente utilizam os vários atributos observados no objeto, diferentemente da escola que trabalha o atributo forma dissociando-o de todos os outros. Entretanto as crianças mostraram que utilizá-los é importante, pois eles auxiliam na construção de sentido/nexo no que se aprende. Assim apesar das dificuldades e dos desafios que surgem quando se definem formas geométricas, nos parece um caminho facilitador combinar vários atributos dos objetos já percebidos/conferidos pela criança com os da geometria, que devem passar a ser também atributos do objeto.

TABELA 18. LINGUAGEM ESPECÍFICA NA NOMINAÇÃO/DESCRIÇÃO DAS FORMAS– OFICINA 2

Linguagens	**Citações na Folha Registro**	**Nº de citações**	**%**
Espontânea	Forma de corações, Planta estrela, Flor rosa com forma de corações, Parece uma árvore, Folha porque ela parece um coração	5	30
Espontânea + científica	Flores = ...e tem forma de um polignos Folhas, cumprida, tem forma de retângulo A forma da folha: comprida Flores cor de abobora em forma de triango	11	70

Científica	A forma geometrica da mamona e uma bola Pedra bonita porque e quadrada Flor cor de abobora com forma de triângulo Uma vermelha com forma de círculo	0	0
Total		**16**	**100**

Fonte: Dados da pesquisa (2000)

Nos registros da oficina 2 observamos, ainda, a riqueza de significados apresentados pelas crianças em linguagem espontânea. Talvez possamos traduzir essas expressões infantis tão ricas de dinergia/habilidade/possibilidade/criatividade/aptidão como revelações das suas próprias Etnomatemáticas e/ou Etnogeometrias. Apesar de demonstrarem pouca familiaridade com os conceitos geométricos escolares, se mostraram capazes de apresentar pistas seguras para que no ensino das formas se possa considerar as várias dimensões do sujeito e seus padrões multiformes, integrando sentidos como racionalidade e afetividade o que constitui um movimento muito diverso da proposta geométrica escolar em que o ensino de geometria resultante da imposição de um certo modelo, como a excelência das formas, é geralmente frio, sem afetos, sem significado e sentido de ser para as crianças. Assim, o procedimento das crianças parece explicitar que as formas vão fazendo sentido através de funções. Elas nos mostraram que, beleza e forma são atributos que aliados ao tamanho, cheiro, cor e forma geométrica, numa verdadeira relação dinérgica forma-função, darão mais sentido ao que se vê no mundo, ou apenas um pouco mais de sentido, ou ainda um sentido diferente. O que vem confirmar que:

> *as crianças são especialmente hábeis sempre que se deparam com situações cheias de sentidos e correspondentes à vida real, com respeito às quais tenham propósitos e intenções que possam reconhecer propósitos e intenções similares em outros e responder a eles* (Donaldson apud Riviere,1998, p. 148).

Ressaltamos que não foi/é tarefa fácil, diante de uma formação pautada na linguagem geométrica, propor ações, que valorizam as capacidades espontâneas de percepção das formas, e proporcionar aprendizagens significativas no espaço escolar, visto que não temos uma idéia muito precisa da natureza do mundo em que vive a criança. Isto porque,

> *para os adultos, a forma é tão obrigatória e universal que eles não conseguem imaginar uma situação em que ela não exista, e a tratam freqüentemente com figuras(..) e além disso não podemos imaginar ver quatro lados e quatro ângulos iguais, sem vermos um quadrado. Por isso é tão difícil ensinar as crianças. Não podemos ver o que elas vêem; não podemos imaginar a*

> *situação na qual elas estão operando e, por isso, temos dificuldades em construir situações adequadas de aprendizagem para ajuda-las* (Smole,1996, p. 113)

A autora deixa claro que os procedimentos dos adultos são fruto da sua realidade/necessidade/intenção/visão de mundo e, ao que tudo leva a crer, muito diversa da realidade criada/inventada/percebida/concebida pela criança. Acreditamos portanto que propor alternativas para o ensino de geometria passa por uma análise minuciosa dos procedimentos infantis. Cremos ter dado os primeiros passos e nestes encontraremos algumas condutas de uma aprendizagem significativa em geometria onde conceitos científicos (geométricos) e espontâneos/dinérgicos/intuitivos juntos contribuem para um novo fazer/aprender escolar das formas.

4.0. CONSIDERAÇÕES FINAIS E RECOMENDAÇÕES

> "Transformar a experiência educativa em puro treinamento técnico é amesquinhar o que há de fundamentalmente humano no exercício educativo: o seu caráter formador."
>
> *Paulo Freire*

Não gostaríamos aqui de pôr um ponto final, mas sim apresentar alternativas para o ensino da Geometria, pautadas nas análises feitas nesta pesquisa onde defendemos a hipótese de que é possível trabalhar formas no ensino fundamental, a partir de conceitos e linguagens já existentes antes da escola; ou seja, defendemos a idéia de um imbricamento de conceitos e linguagens espontâneas com os conceitos e as linguagens geométricas. Chegamos assim a algumas conclusões.

Na manipulação/classificação dos objetos naturais e/ou artificiais, as crianças mostraram que cada tipo de objeto requer um tipo de linguagem para a explicitação da sua forma. Por exemplo, na manipulação do "kit prismas geométricos" foi feita em dois momentos, ou seja, primeiramente com os objetos do "kit" e depois com esses mesmos objetos juntamente com uma "caixa de nomes", as crianças utilizaram tanto a linguagem geométrica (científica, escolar) quanto uma linguagem espontânea (dos enlaces concretos, usada por elas em situações do seu dia a dia). Na nomeação das formas dos objetos de nº 1 ao 10 utilizando a linguagem geométrica, por exemplo, elas classificaram como um quadrado a forma encontrada no objeto nº 2 (caixa de remédio) e cubo, a do nº 5 (caixa de remédio). Em linguagem espontânea nomearam gotinha o objeto nº 4 (caixa de remédio) e caixa o nº 1 (caixa para transportar pizza). Quanto ao objeto nº 11 (prisma de base triangular), único sólido geométrico escolar presente no "kit prismas" as crianças utilizaram somente termos da linguagem geométrica. Percebemos que, mesmo demonstrando desconhecimento dos conceitos utilizados, em nenhuma circunstância os educandos lançaram mão da sua linguagem espontânea na nomeação deste sólido. Observamos que durante a manipulação do "kit" as crianças demonstraram desinteresse e desmotivação por esse objeto em comparação com os outros dez. Então entendemos que esse prisma representa ainda um elemento sem sentido para elas, visto que na sua nomeação a forma apareceu dissociada de uma função qualquer.

Já ao manipularem a "caixa de nomes" contendo, etiquetas com os nomes, em linguagem geométrica, correspondentes às formas de todos os objetos do "kit prismas geométricos", elas fizeram algumas mudanças nos nomes anteriormente escolhidos. Assim, para os objetos de n^{os} 1 ao 10, as nomeações foram novamente em linguagem espontânea, dando uma ênfase ainda maior às relações com o objeto construídas no cotidiano. Por exemplo, o objeto nº 3 (Pacote de massa para modelar), para uma das equipes, foi nomeado como uma caixa e passou a ser pizza, o nº 2 (Caixa de remédio), de quadrado comprimido, depois da "caixa de nomes", passou ao nome do remédio. As mudanças feitas sobre a linguagem científica, mudaram para linguagem científica ou espontânea. As crianças, em seus procedimentos demonstraram que negociam facilmente a linguagem geométrica, porém apresentaram resistência para abrir mão da linguagem espontânea, construída no seu cotidiano.

Quanto ao fato de só usarem a linguagem geométrica para o sólido nº 11 (Prisma triangular), essas mudanças foram da linguagem científica para a científica. Novamente a crianças demonstraram o desconhecimento dos conceitos geométricos utilizados, visto a facilidade com que negociaram a troca de termos da linguagem científica para científica ao expressarem sua forma. Assim, entendemos que, fica cada vez mais claro que é necessário se trabalhar as formas na escola, não somente através dos sólidos geométricos do modelo euclidiano, mas principalmente através de elementos mais significativos para os educandos.

Analisando as respostas dadas na linguagem espontânea, percebemos que esta é rica em criatividade, fruto de muita imaginação e invenção, além do que, é uma linguagem que leva em conta variados atributos percebidos no objeto e valoriza outros conceitos, que não são obrigatoriamente os geométricos. Tais fatos sinalizam que o ensino escolar das formas já não se justifica pela utilização de um só modelo de percepção/concepção e de linguagem - a geométrica.

Na construção dos conceitos espontâneos de forma, as crianças, na busca de sentidos/nexos para esses conceitos, utilizaram, ao que tudo indica, estruturas cognitivas apoiadas na função. Esse fato foi observado durante a nomeação dos objetos do kït” e nos resultados das duas oficinas propostas. Utilizando o “kit”, os alunos nomearam o objeto n.º 3 como “massa para brinca” e o n.º 10 como “tinta para pinta”. Na oficina 1(“Construindo com massa de modelar”) uma criança construiu uma mesa e cadeiras em forma de coração para agradar a sua boneca. Na oficina 2 (“Analisando e denominando a forma de elementos naturais”) encontramos registros tais como: “pedra bonita porque é quadrada”. Nesses procedimentos ficou evidente a relação da forma com a função/utilidade percebida no objeto.

Essa conduta de nomeação, onde as formas aparecem relacionadas com as funções, foi também encontrada por Luria e Vigotsky ao observarem a nomeação de figuras geométricas por grupos de crianças, analfabetos e professores. Segundo esses pesquisadores, os dois primeiros grupos correlacionaram as formas geométricas com uma determinada função dada aos objetos, enquanto que os professores deram as respostas escolares esperadas, utilizando, embora nem sempre corretamente, os conceitos geométricos escolares. Comparando esses resultados com os encontrados por nós nas respostas das crianças, passamos a admitir, que esse procedimento, ou seja, a utilização de uma linguagem espontânea apoiada na função, é indispensável à aprendizagem de conceitos.

Desta forma, a linguagem espontânea deixou de ser vista por nós como expressão da vontade, passando a ser concebida como uma valiosa construção intuitiva, sem automatismos, nem adestramento e, acima de tudo, um competente caminho de perceber/conceber conceitos de formas cada vez mais amplos, nem sempre “comprometidos” com os padrões da linguagem geométrica escolar.

Esse entendimento se intensificou através da análise do conceito de dinergia proposto por Dolczi (1990), possibilitando-nos entender, através de uma visão geométrica áurea, que a relação forma e função está presente não somente no processo da aprendizagem do homem, mas também como padrão estruturante das formas observadas/concebidas nos artefatos humanos, e nos objetos naturais. Essa constatação de que uma relação, não somente de forma e função, mas de forma-função está presente em tudo, indica que já é tempo de se considerar o ensino-aprendizagem escolar das formas, em nível curricular, não somente como um conteúdo matemático, mas como um caminho de possibilidades críticas e reflexivas para a compreensão mais integral do mundo. Isso possibilitará ao aprendiz possíveis intervenções e decisões, quiçá mais acertadas, na escolha de formas cada vez mais convenientes para os objetos.

Tal situação encontra sentido na aprendizagem significativa proposta por Ausubel (1978, p.40) onde “os atributos essenciais do novo conceito são incorporados pela estrutura cognitiva, resultando um novo significado genérico, porém unitário”. Esse procedimento espontâneo, utilizando a relação forma-função, nos levou a entender que as crianças, ancorando os conceitos escolares em conceitos intuitivo e espontaneamente construídos, vão realizando, naturalmente, uma aprendizagem significativa. Procedimento aliás, discordante do proposto pela escola, pois, enquanto as crianças apoiam seus conceitos de forma na função, na aprendizagem a função se restringe ao modelo geométrico escolar, pois este é feito, quase que exclusivamente, através da relação objeto-forma geométrica.

As crianças mostraram, ainda, na busca de nexos para a nomeação das formas dos objetos, que a função não está relacionada apenas com a utilidade dos objetos, mas que se estende também à representação de desejos, idéias, sentimentos, fantasias, necessidades. Dos registros das crianças, extraímos essa nomeação onde o conceito de função parece assumir sentidos diversos: *“flor = por que elas são lindas e tem forma de um polignos”; mamona = redonda e engraçada porque é cheia de pontinhos; folhas = cumprida, tem forma de retângulo... Eu gostei muito dessa folha por que ela parece um coração”*. Diante dessas observações, propomos que no ensino escolar das formas, ao invés da substituição/negação da linguagem espontânea pela geométrica, como é feito usualmente, se permita a presença de linguagens espontâneas e científicas num verdadeiro e frutífero diálogo entre elas.

Ainda na nomeação dos objetos, além das linguagens espontânea e científica, as crianças utilizaram uma negociação entre estas linguagens, onde os conceitos espontâneos e os geométricos apareceram concomitantemente. Por exemplo, elas escreveram que a forma do objeto nº 1(caixa para transportar pizza) é uma roda quadriculada e que a do nº 2 (caixa com remédio) é um quadrado comprimido. Desta maneira, as crianças mostraram que, com seus padrões dinamicamente dinérgicos e imersos em seu contexto histórico, vão construindo sua visão de mundo numa constante negociação entre linguagens, expressando a evolução dos conceitos que ocorre no interior do sujeito, visto que as formas percebidas nas coisas não são estáticas, mas são, antes de mais nada, construções sociais.

Diante dessas alternativas, entendemos, por ora, que uma mudança nos padrões geométricos escolares implicaria na formação de um professor mediador, entre a linguagem geométrica formal e as linguagens espontâneas, que possibilitasse, produzisse e reforçasse discussões amplas, interdisciplinares e mais integrais sobre as formas, auxiliando os educandos a estabelecerem, cada vez mais, nexos entre o que estão aprendendo e o que já sabem. Assim, ensinar e aprender forma na escola será mais natural, se a dinérgica relação forma-função estiver presente numa negociação entre concepções e linguagens espontâneas/significativas e os novos conceitos e linguagem geométrica.

5.0. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASCHER, Márcia & Robert. *La Tecnologia en el Mundo Andino- I*. México, 1981.

AUSUBEL, David P. *Psicologia Educacional.* Rio de Janeiro: Interamericana Ltda, 1978.

BASTOS, L. da Rocha. Lyra Paixão, Lúcia Monteiro Fernandes e Neise Deluiz. *Manual para Elaboração de Projetos e Relatórios de Pesquisa, Teses, Dissertações e Monografias.* Rio de Janeiro: Guanabara Koogan, 1995.

BERGAMINE, David. As Matemáticas. In: *Coleção Biblioteca Científica Life.* Rio de Janeiro: Livraria José Olympio, 1969.

BEUTTENMÜLLER, Maria da Glória. *Expressão Vocal e Expressão corporal*. Ed. Forense Universitária Ltda.: Rio de Janeiro-GB,1974.

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani (Org.) *Pesquisa em Educação Matemática: Concepções & Perspectivas.* São Paulo: UNESP, 1999.

BITTENCOURT, Jane. Obstáculos Epistemológicos e a Pesquisa em Didática da Matemática. In: *Educação Matemática em Revista*,. nº 6, ano 5,1998.

BRASIL, Luís Alberto S. *Aplicações da Teoria de Piaget ao Ensino da Matemática.* Rio de Janeiro: Forense Universitária, 1977.

BRITO, Márcia Regina Ferreira de. *Revista de Educação Matemática da SBEM*. São Paulo, nº. 1 1993.

BOYER, Carl B. *História da Matemática.* São Paulo: Edgard Blücher, 1974.

CÂNDIDO, Suzana Laino. *Formas num mundo de formas*. São Paulo: Moderna, 1997.

CAPRA, Fritjof. *O Ponto de Mutação. A Ciência, a Sociedade e a Cultura Emergente*. São Paulo: Cultrix, 1982.

CARRETO, Mario. *Construtivismo e educação.* Porto Alegre: Ed. Artes Médicas, 1997.

CARROLL, John B. *Psicologia da Linguagem.* Rio de Janeiro: Ed. Zahar, 1969.

CARVALHO, João Bosco Pitombeira de. As Propostas Curriculares de Matemática. In: *Os Currículos do Ensino Fundamental para as Escolas Brasileiras.* Elba Siqueira de Sá Barreto (Org). São Paulo: Autores Associados, 1997.

_________. Observações sobre os Currículos de Matemática. In: *Revista Presença Pedagógica* Vol. 2, nº 7, 1996.

CHIZZOTTI, Antônio. *Pesquisas nas Ciências humanas e sociais*. São Paulo: Cortez, 1998.

CHIAROTTINO, Zélia Ramozzi. A Teoria de Jean Piaget e a Educação. In: *Psicologia e ensino organizado.* Wilma Millan Alves Penteado. São Paulo: Papelivros.1980.

COSTA M. Amoroso. *As Idéias Fundamentais da Matemática e Outros Ensaios.* São Paulo: Universal de São Paulo/Grijalbo Ltda, 1987.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. Entrevista. In. *A Educação Matemática em Revista*. *SBEM*, Ano 6 nº 7. Pinheiros. São Paulo, julho de 1999.

_____. A História da Matemática: Questões Historiográficas e Políticas e Reflexos na Educação Matemática. In: *Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas*. Maria Aparecida Viggiani Bicudo. (Org). São Paulo: Unesp, 1999.

_____ *Educação Matemática: Da teoria à prática*. 2ª ed. Campinas. São Paulo: Ed. Papirus, 1997.

_____Entrevista. In: *Revista Nova Escola*, agosto.1993.

_____Etnomatemática: Um Programa. In: *A Educação Matemática em Revista*. SBEM/DNE, Ano 1. Nº 1, 2º semestre, Blumenau. Santa Catarina. 1993.

______ *Da Realidade à Ação: Reflexões Sobre Educação e Matemática*. 3ª ed. Campinas. São Paulo: Ed. Summus, 1986.

______ *A Era da Consciência: Aula Inaugural do Primeiro Curso de Pós-graduação em Ciências e Valores Humanos no Brasil.* 2ª ed. São Paulo: Editora Fundação Petropólis, 1997.

______ *Etnomatemática: Arte ou técnica de explicar e conhecer.* São Paulo: Ática, 1998.

______ Etnomatemática e seu Lugar na História na Pedagogia da Matemática. In: Ruy Gama (Org.) *Ciência e Técnica (antologia de textos históricos).* Vol. 8. T. A. São Paulo: Queiroz.

DIENES, Zoltan Paul. *Exploração do Espaço e Prática da Medição.* 2ª ed. São Paulo: EPU, Brasília, 1974.

_______ *A geometria pelas transformações*. São Paulo: EPU/Brasília, 1975.

DOCZI, György. *O Poder dos limites: Harmonias e Proporções na Natureza, Arte & Arquitetura*. São Paulo: Mercuryo, 1990.

DOLLE, Jean Marie. *Para compreender Jean Piaget. Uma iniciação à Psicologia Genética Piagetiana*. Rio de Janeiro: Guanabara Koogan S. A.,1987.

DUARTE Newton. *Educação escolar, teoria do cotidiano e a escola de Vigotsky*. São Paulo: Autores Associados, 1996.

DUHALDE, María Elena e CUBERES, Maria Teresa González. *Encontros Iniciais com a Matemática: Contribuições à Educação Infantil.* Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.

EVES, Howard. *Tópicos de História da Geometria para uso em sala de aula.* São Pulo: Atual, 1992.

FAINGUELERNT, Estela Kaufman. *Educação Matemática: Representação e Construção em Geometria*. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 1999.

__________O ensino de Geometria no 1º e 2º graus. In: *Educação Matemática em Revista. SBEM*- nº4- 1º semestre,1995.

FERNANDEZ, Alícia. *A Inteligência Aprisionada*. Artes Médicas. Porto Alegre. 1990

FERREIRA, Eduardo Sebastiani. A Educação Matemática em Revista. *SBEM*, Ano 1. Nº 1. I semestre, 1993.

FLETCHER, T.J. *Ensino Moderno da Matemática: Guia Sobre o Ensino da Matemática Moderna, Pelos Membros da Associação dos Professores de Matemática.* Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico, 1972.

FONCAULT, Michel. *Microfísica do poder*. Rio de Janeiro: Graal, 1989.

FONSECA, Vitor da. *Aprender a Aprender: a educabilidade cognitiva.* Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.

FONTANA, R.A.C. A Elaboração Conceitual: a Dinâmica das Interações na sala de aula. In: SMOLKA A.L.B. & GÓES, M.C. de (orgs.) *A Linguagem e Outro no Espaço Escolar: Vygotsky e a Construção do Conhecimento.* Campinas: Papirus, 1993.

FREIRE, Paulo. *Pedagogia da Autonomia: saberes necessários à prática educativa*. São PAULO: Terra, 1998.

GÁLVEZ, Grecia. A Didática da Matemática In: *A Didática da Matemática: reflexões psicopedagógicas*. Porto Alegre: Artes Médicas,1996.

________. A Geometria, a Psicogênese das noções espaciais e o ensino da geometria na escola primária. In: *A Didática da Matemática: Reflexões Psicopedagógicas.* Porto Alegre: Artes Médicas,1996.

GARDNER, Howard. *A Criança pré-escolar: como pensa e como a escola pode ensiná-la.* Trad. Carlos Alberto S. N. Soares. Porto Alegre: Artes Médicas, 1994.

GIL, Antonio Carlos. *Métodos e técnicas de pesquisa social.* São Paulo. Atlas, 1995.

GROSSI, Pillar Esther & BORDIN, Jussara. *Construtivismo Pós - Piagetiano: Um Novo Paradigma Sobre Aprendizagem.* Esther Pillar Grossi e Jussara Bordin (orgs). Petrópolis: Vozes, 1993.

GOULART Barbosa Iris. *Piaget experiências básicas para utilização pelo professor. Petrópilis*, Rio de Janeiro: Vozes, 1983.

HUNTLEY, H.E. *A Divina Proporção. Um Ensaio Sobre a Beleza na Matemática*. Brasília: Ed. Universidade de Brasília, 1985.

IMENES, Luiz Mário, JAKUBOVIC, José, LELLIS, Marcelo Cestari. *Geometria.* São Paulo: Atual, 1992.

________.A Geometria no Primeiro Grau: Experimental ou Dedutiva? In: *Revista do Ensino de Ciências*, nº 19, Ed. FUNBEC,1987.

_________. *Vivendo a Matemática: Geometria dos Mosaicos.* São Paulo. Scipione, 1992.

_________. *Vivendo a Matemática: Geometria das Dobraduras* São Paulo: Scipione, 1992.

JABUR, Luciana Badra. Inter-Relação entre Forma e Função na Cavidade Oral. In: Marchesan, Irene Queiroz, et al. *Tópicos em Fonoaudiologia 1994*. São Paulo: Ed. Lovise, 1994.

KAMII, Constance. *Desvendando a Aritmética: implicações da teoria de Piaget.* Campinas: Ed. Papirus, 1995.

KNIJNIK, Gelsa. *Exclusão e Resistência: educação matemática e legitimidade cultural*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

LABORIT, Henri. *Deus não joga dados.* São Paulo: Trajetória Cultural, 1988.

LAKATOS, Eva M e Maria de Andrade Marconi. *Técnicas de Pesquisa.* Atlas. (19??).

LINDQUIST, Mary Montgomery e SHULTE, Alberto P. (orgs.) *Aprendendo e Ensinando Geometria*. São Paulo: Atual, 1994.

LORENZATO, Sérgio. *Por que não ensinar Geometria?*. Educação Matemática em Revista – nº 4- I semestre,1995. Faculdade de Educação- Unicamp-Campinas- São Paulo: Ed: *SBEM*, 1995.

LOVELL, Kurt. *O desenvolvimento dos conceitos matemáticos e científicos na criança.* Porto Alegre: Artes Médicas, 1988.

LURIA, Alexandr Romanovich, YUDOVICH, F. I. *Linguagem e Desenvolvimento Intelectual na Criança.* Porto Alegre: Artes Médicas, 1985.

_______. *Pensamento e Linguagem: as Últimas Conferências de Luria*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1986.

_______. *Fundamentos de Neuropsicologia*. São Paulo: UNESP, 1984.

MACEDO, Lino de. *Ensaios Construtivistas*. São Paulo: Casa do Psicólogo, 1994.

MACHADO, Nilson José. *Epstemologia e Didática. As concepções de conhecimento e inteligência e a prática docente*. São Paulo: Cortez, 1996.

_________. *Matemática e Língua Materna: análise de uma impregnação mútua.* São Paulo: Cortez, 1993.

_________. *Matemática e Educação: alegorias, tecnologias e temas afins*. São Paulo: Cortez, 1995.

_________. *Matemática e realidade: análise dos pressupostos filosóficos que fundamentam o Ensino de Matemática.* São Paulo: Cortez, 1994.

MICOTTI, Maria Cecília de Oliveira. O Ensino e as Propostas Pedagógicas. In*: Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas.* Maria Aparecida Viggiani Bicudo. (0rg). São Paulo: Ed. UNESP, 1999.

MONOD, Jacques. *O Acaso e a Necessidade. Ensaio Sobre a Filosofia Natural da Biologia Moderna* . Petropólis: Vozes, 1971.

MOREIRA, Antônio Flávio Barbosa e SILVA, Tomaz Tadeu da (Orgs.).Sociologia e Teoria Crítica do Curriculum: Uma Introdução. In: *Currículo, Cultura e Sociedade.* São Paulo: Corte, 1999.

MOREIRA, Marco Antônio. *Ensino de Ciências: Implicações de uma Perspectiva Ausubeliana Para a Prática Docente e Para a Pesquisa.* Ciência e Cultura 38(12) dezembro, 1986.

MORIN, Edgar. *Ciência com Consciência.* Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, 1998.

MOTEJUNAS, Roberto Paulo. A Evolução do Ensino da Matemática no Brasil. In: *Inovação Educacional no Brasil: Problemas e Perspectivas.* Coordenador Walter E. Garcia. São Paulo: Cortez : Autores Associados, 1989.

MOYSÉS, Lúcia. *Aplicações de Vygotsky à Educação Matemática.* Campinas: Papirus, 1997.

NASSER, Lilian. *Uma Forma de Organizar o Pensamento*. Revista Nova Escola, junho. 1996.

NEUFERT, Ernst. *A Arte de Projetar em Arquitetura*. São Paulo, Gustavo Gili do Brasil. 1976.

ONG, Walter. *Oralidade e Cultura Escrita.* São Paulo: Papirus, 1988.

PCNs - *Parâmetros Curriculares Nacionais:* Introdução aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Vol 1, Brasília: Ed. MEC/SEF, 1997.

________Matemática. Vol 3, Brasília: MEC/SEF, 1997.

________. Apresentação dos Temas Transversais Ética*.* Vol 8, Brasília: MEC/SEF, 1997.

PARRA, Cecília e SAIZ, Irma (orgs). *Didática da Matemática: reflexões psicopedagógicas.* Porto Alegre: Ed. Artes Médicas, 1996.

PEREZ, Geraldo. A Realidade Sobre o Ensino da Geometria no 1º e 2º grau no Estado de São Paulo. In: *A Educação Matemática em Revista.* SBEM- nº 4 – 1º semestre, 1995.

PIAGET, Jean e GARCIA Rolando. *Psicogénese e História das Ciências*. Rio de Janeiro: Publicações Dom Quixote. Lisboa, 1987.

________. *Seis Estudos de Psicologia.* Rio de janeiro: Forense-Universitária,1987

PROPOSTA CURRICULAR PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA – 1º grau. Secretaria da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas pedagógicas. São Paulo: SE /CEND, 1991

REGO, Teresa Cristina. *Vigotsky: uma perspectiva histórico-cultural da educação.* Petrópolis, Rio de Janeiro: Vozes, 1995.

REYZÁBAL, Maria Vitória. *A Comunicação Oral e sua Didática.* Bauru, SP: EDUSC, 1999.

RIVIÈRE, Angel. Problemas e Dificuldades na Aprendizagem da Matemática: uma Perspectiva Cognitiva. In: *Desenvolvimento Psicológico e Educação 3.* César Coll, Jesus Palácios e Álvaro Marchesi. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.

SACRISTÁN, J. Gimeno & GÓMEZ, A. I. Pérez. *Compreender e Transformar o Ensino.* Porto Alegre: Artmed,1998.

SAINT-EXUPÉRY, Antoine de. *O Pequeno Príncipe.* Rio de Janeiro: Agir, 1996.

SAIZ, Irma. Análises de Situações Didáticas em Geometria para Alunos entre 4 e 7 anos. In: *Construtivismo Pós-Piagetiano: Um Novo Paradigma Sobre Aprendizagem* Esther Pillar Grossi e Jussara Bordin (orgs). Petrópolis: Vozes, 1995.

SANTALÓ, Luiz. A Matemática para Não Matemáticos. In: *Didática da Matemática: Reflexões Psicopedagógicas.* Cecília Parra e Irma Saiz (Org). Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

SÃO PAULO, (Estado) Secretaria da Educação. Coordenadoria de Estudos Normas Pedagógicas. Matemática: o currículo e a compreensão da realidade. São Paulo: SECENP. 1991 88p. il. (Projeto IPÊ)

SELLTIZ, Wrightsman e Cook. *Métodos de Pesquisa nas Relações Sociais.*. São Paulo: EPU, 1987

SMOLE, Kátia Cristina Stocco. *A Matemática na Educação Infantil: a Teoria das Inteligências Múltiplas na Prática Escolar.* Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

STRUIK, J. Dirk. *História Concisa das Matemáticas.* Lisboa: Gradiva, 1992.

SWIMME, Brian. *O Universo é um Dragão Verde: Uma História Cósmica da Criação.* São Paulo: Cultrix, 1984.

THIESSEN, Maria Lúcia e Ana Rosa Beal. *Pré-escola, Tempo de Educar*. São Paulo: Ática, 1991.

VIGOTSKY, Lev Semenovich, LURIA, Alexander Romanovich, LEONTIEV, Alex N. *Linguagem Desenvolvimento e Aprendizagem.* São Paulo: Ed. da Universidade de São Paulo, 1988.

___________. *Pensamento e Linguagem.* São Paulo: Martins Fontes, 1989.

WACHOWICZ, Lilian Anna. *O Método Dialético na Didática*. Campinas: Papirus, 1995.

WEIL, Pierre, D'AMBRÓSIO, Ubiratan e CREMA, Roberto. *Rumo à Nova Transdisciplinaridade: Sistemas Abertos de Conhecimento.* São Paulo: Summus, 1993.

WILIAMS, Verlee, *Aprender com Todo el Cérebro,* Barcelona. Martínez Roca, 1986.

TAILLE, Yves de La, OLIVEIRA, Marta Kohl de e DANTAS, Heloysa. *Piaget, Vygotsky, Wallon: teorias psicogenéticas em discussão.* São Paulo: Summus, 1992.

ZIMAN. John Michael. *O conhecimento Confiável: Uma Exploração dos Fundamentos para a Crença na Ciência.* . Campinas: Papirus, 1996.

ZOHAR, Danah. *O ser quântico. Uma Visão Revolucionária da Natureza Humana e da Consciência, baseada na física.* São Paulo: Best Seller, 1990.

ZORZI, Jaime Luiz. Linguagem e Aprendizagem. In: Marchesan, Irene Queiroz, et al. *Tópicos em Fonoaudiologia 1995.* Vol II. São Paulo, 1995.

NOMEAÇÃO DOS OBJETOS DO “KIT PRISMAS GEOMÉTRICOS”

Grupo n.º (   )

Componentes: ____

____

____

____

____

OBJETOS (nº)	Nomes dados	Nomeação com a “caixa de nomes”
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		

FOLHA REGISTRO

Oficina 1

Grupo n.º (   )

Componentes: ____

____

____

____

____

Sólidos Produzidos	**Nomes dados**	**Conceitos Geométricos**	**Observações**
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			