



UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE ESTRUTURAS

MESTRADO EM ENGENHARIA ESTRUTURAL

GABRIELA CAROLINA MARTÍNEZ MORILLO

MÉTODO DAS PARTÍCULAS: APLICAÇÃO NO ESTUDO DAS TENSÕES
EM MATERIAIS GRANULARES.

SALVADOR

2017

GABRIELA CAROLINA MARTÍNEZ MORILLO

**MÉTODO DAS PARTÍCULAS: APLICAÇÃO NO ESTUDO DAS TENSÕES
EM MATERIAIS GRANULARES.**

Projeto de Dissertação apresentada como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre, ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Estrutural, da Universidade Federal de Bahia. Área de concentração: Interação Solo-Estrutura.

Orientador: Prof. Dr. Alex Alves Bandeira

SALVADOR

2017

CATALOGAÇÃO NA FONTE

FICHA CATALOGRAFICA
Esta ficha será elaborada pela biblioteca da Universidade na ocasião da entrega do trabalho

GABRIELA CAROLINA MARTÍNEZ MORILLO

**MÉTODO DAS PARTÍCULAS: APLICAÇÃO NO ESTUDO DAS
TENSÕES EM MATERIAIS GRANULARES.**

Projeto de Dissertação apresentada como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre, ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Estrutural, da Universidade Federal de Bahia. Área de concentração: Interação Solo-Estrutura.

Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada

Prof. Dr. Alex Alves Bandeira – Orientador _____

Departamento de Construção e Estruturas, Poli-UFBA.
Universidade Federal da Bahia – UFBA.

Prof. Dr. Paulo de Mattos Pimenta _____

Departamento de Estruturas e Geotécnica, Poli-USP.
Universidade de São Paulo – USP.

Prof. Dr. Marco Túlio Santana Alves _____

Departamento de Engenharia Mecânica, Poli-UFBA.
Universidade Federal da Bahia – UFBA.

A minha mãe sempre comigo desde o céu, e meu pai
pela confiança, o carinho e apoio infinito.

Agradecimentos

Primeiramente a Deus por colocar-me neste caminho e acompanhar-me sempre.

A minha família pelo apoio nesta nova etapa, meu pai e minha mãe, meus avós que além da distancia estão comigo.

A meu orientador pela ajuda, dedicação, paciência, apoio, consideração, por todo o conhecimento compartilhado e pela amizade, muito grata.

Aos professores do programa, pela ajuda e o conhecimento compartilhado.

Ao Prof. Paulo Lins, quem tem sido um grande apoio na área da mecânica dos solos, muito obrigada pela ajuda, disposição e aporte.

Aos meus colegas pela ajuda, apoio, amizade e os momentos compartilhados.

Aos amigos que sempre estão animando-me para seguir adiante.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES).

Resumo

Esta dissertação tem como objetivo estudar o Método dos Elementos Discretos (DEM) também conhecido como Método das Partículas, para a sua aplicação na mecânica dos solos, especificamente para o cálculo das tensões em materiais granulares sem coesão.

Inicialmente são apresentados aspectos teóricos da mecânica dos solos e as propriedades físicas de alguns tipos de materiais granulares, a serem utilizadas na aplicação dos exemplos numéricos. Posteriormente, é apresentada a formulação do Método das Partículas correspondendo às equações de movimento e das forças atuantes em cada partícula. Para isto, são definidos a segunda lei de Newton, a lei de Forças-Deslocamentos, o modelo de contato de Hertz e alguns conceitos da mecânica das partículas. Descreve-se também o processo de integração no tempo e o algoritmo de solução numérica apresentado por T. I. Zohdi. Adicionalmente, é descrito um novo processo de otimização para a detecção de contato, diminuindo sensivelmente o custo computacional e, conseqüentemente o tempo de análise.

Finalmente, são apresentados nesta pesquisa alguns exemplos básicos da física, necessários para a validação da formulação e a posterior aplicação do método na mecânica dos solos. Os resultados obtidos com o programa desenvolvido nesta pesquisa são comparados com os resultados da mecânica dos solos, mediante a utilização do programa de simulação numérica GeoStudio. Para a representação gráfica dos resultados, utilizou-se do programa de interfase gráfica GiD.

Palavras Chaves: Métodos dos Elementos Discretos, Partículas, Solo, Mecânica dos Solos.

Abstract

This work has as objective to study the Discrete Element Method (DEM), also known as the Particle Method, for its application in the soil mechanics, specifically to calculate the tension acting on granular materials without cohesion.

At first, theoretical aspects of soil mechanics and the physical properties of some types of granular materials are presented, the material properties are used afterwards on the numerical examples. Following this, the Particle Method formulation is described, corresponding to the force and movement equations acting on each particle. For that, Newton's second law, the Force-Displacement law, Hertz's contact law and some concepts from particle mechanics are defined. In this work, the integration over time process and the numerical solution algorithm presented by T. I. Zohdi are also described. Additionally, a new optimization process for contact detection is described, one on which diminishes computational costs and therefore analysis time significantly.

Finally, some basic physics examples necessary for the formulation validation and application in ground mechanics are presented in this research. The results obtained with the software developed on this research are then compared with the ground mechanics results, which are simulated using the GeoStudio software. For the result's graphical presentation, the GiD application was utilized.

Key-words: *Discrete Element Method, Ground, Particles, Ground Mechanics*

Lista de Figuras

FIGURA 1: SIMULAÇÃO DE ENSAIO DE COMPRESSÃO.	21
FIGURA 2: MODELAGEM DO COMPORTAMENTO DE MATERIAIS GRANULARES ÚMIDOS E SECOS.	21
FIGURA 3: COMPORTAMENTO DE MATERIAL GRANULAR SUMERSO.	22
FIGURA 4: MODELAGEM DE IMPACTO	22
FIGURA 5: MODELAGEM DE EXPLOÇÃO.	22
FIGURA 6: MODELAGEM DE INTERAÇÃO DE MATERIAIS GRANULARES.	23
FIGURA 7: IMPACTO DE BALA ROTATIVA.	23
FIGURA 8: SIMULAÇÃO DE FLUIDO COM 10.000.000 PARTÍCULAS.	24
FIGURA 9: ANÁLISE DE TRAÇÃO EM PNEU.	25
FIGURA 10: MODELAGEM DE FLUXO DE GAS EM RISER.	26
FIGURA 11: SIMULAÇÃO DE COMPRESSÃO DE PARTÍCULAS DE NEVE.	26
FIGURA 12: MODELAGEM DO SLUMP TESTE.	27
FIGURA 13: COMPORTAMENTO DE PARTÍCULAS DE AREIA SUMERSAS EM ÁGUA.	28
FIGURA 14: SIMULAÇÃO DE RUPTURA DE ROCHAS.	29
FIGURA 15: SIMULAÇÃO DE CONCRETAGEM UTILIZANDO O MÉTODO DOS ELEMENTOS DISCRETOS	30
FIGURA 16: PROCESSO DE SINTETIZAÇÃO SELETIVA POR LASER (SLS).	31
FIGURA 17: MODELAGEM DA AÇÃO DO VENTO EM CORPOS EM MOVIMENTO.	32
FIGURA 18: MODELAGEM DA ATERRISSAGEM DE UMA NAVE ESPACIAL	33
FIGURA 19: MODELAGEM DO PROCESSO DE CARGA E DESCARGA DE CARVÃO.	34
FIGURA 20: PROFUNDIDADE DE PENETRAÇÃO DE MUNIÇÃO EM MATERIAL GRANULAR.	35
FIGURA 21: REPRESENTAÇÃO DO ESTADO DE TENSÕES.	41
FIGURA 22: ESTADO DE TENSÕES TRIDIMENSIONAL.	42
FIGURA 23: CRITÉRIO DE RUPTURA.	43
FIGURA 24: CRITÉRIO DE RUPTURA MOHR- COULOMB	44
FIGURA 25: RUPTURA GERAL POR CISALHAMENTO.	46
FIGURA 26: MODOS DE RUPTURA EM FUNDAÇÕES SOBRE AREIA.	48
FIGURA 27: TIPOS DE RUPTURA NOS SOLOS.	49
FIGURA 28: INFLUÊNCIA EMBAIXO DE SUPERFÍCIES RETANGULARES.	51
FIGURA 29: REPRESENTAÇÃO GRÁFICA PARA A OBTENÇÃO DE I.	52
FIGURA 30: CÁLCULO DA INFLUÊNCIA EM UM PONTO O DENTRO DA SUPERFÍCIE RETANGULAR.	53
FIGURA 31: RECALQUE ELÁSTICO EM FUNDAÇÕES SUPERFICIAIS.	54
FIGURA 32: VARIAÇÃO DE $F1$ EM FUNÇÃO DA RELAÇÃO Z/B .	55
FIGURA 33: VARIAÇÃO DE $F2$ EM FUNÇÃO DA RELAÇÃO Z/B .	55
FIGURA 34: BULBO DE TENSÕES.	56
FIGURA 35: REPRESENTAÇÃO DA ZONA VIÁVEL E ZONA INVIÁVEL.	63
FIGURA 36: ESTUDO DE CASOS PARA A DETECÇÃO DE CONTATO PARTÍCULA-PAREDE.	66

FIGURA 37: DETEÇÃO DE CONTATO PARTÍCULA-PAREDE (QUINAS).	67
FIGURA 38: MODELO DE FORÇAS DE CONTATO ENTRE PARTÍCULAS.	68
FIGURA 39: ZONA VIÁVEL E ZONA INVIÁVEL	70
FIGURA 40: MODELO DE CONTATO PARTÍCULA-PAREDE.	71
FIGURA 41: VELOCIDADES NORMAIS.	72
FIGURA 42: REPRESENTAÇÃO DA FORÇA DE ATRITO	75
FIGURA 43: ÁREA DE CONTATO ENTRE AS PARTÍCULAS.	76
FIGURA 44: VELOCIDADES TANGENCIAIS	77
FIGURA 45: MODELO DE CONTATO PARTÍCULA-PARTÍCULA	78
FIGURA 46: INTEGRAÇÃO TRAPEZOIDAL	80
FIGURA 47: DIAGRAMA DO PROCESSO ITERATIVO.	83
FIGURA 48: FLUXOGRAMA DO ALGORITMO.	88
FIGURA 49: DIVISÃO DO DOMÍNIO.	93
FIGURA 50: DEFINIÇÃO DO SUBDOMÍNIO	94
FIGURA 51: EXEMPLO DO ALGORITMO DE OTIMIZAÇÃO	95
FIGURA 52: ARRANJO DO VETOR <i>matriz volume</i>	96
FIGURA 53: DEDUÇÃO DA ÁREA PARA O CALCULO DAS TENSÕES.	98
FIGURA 54: CONSIDERAÇÕES PARA A REPRESENTAÇÃO DAS TENSÕES.	99
FIGURA 55: CONSIDERAÇÕES PARA A REPRESENTAÇÃO DAS TENSÕES.	99
FIGURA 56: CONFIGURAÇÃO DO ARRANJO DE PARTÍCULAS.	100
FIGURA 57: TENSOR TENSÃO DE CAUCHY	101
FIGURA 58: PARTÍCULA EM QUEDA LIVRE.	105
FIGURA 59: PARTÍCULAS EM QUEDA LIVRE E COM CONTATO PARTÍCULA-PAREDE	107
FIGURA 60: CONTATO PARTÍCULA- PARTÍCULA E PARTÍCULA-PAREDE.	108
FIGURA 61: CONFIGURAÇÃO INICIAL DO PROBLEMA.	109
FIGURA 62: CONFIGURAÇÃO INICIAL –DEM.	110
FIGURA 63: DISTRIBUIÇÃO DE TENSÕES DEVIDO AO PESO PROPRIO DO SOLO.	110
FIGURA 64: ESTADO DE TENSÕES DO SOLO SEM SOBRECARGA	111
FIGURA 65: CONFIGURAÇÃO INICIAL DE SOLO COM SOBRECARGA	112
FIGURA 66: SOLO COM SOBRECARGA – CONFIGURAÇÃO INICIAL.	113
FIGURA 67: SOLO COM SOBRECARGA – DISTRIBUIÇÃO DE TENSÕES	114
FIGURA 68: ESTADO DE TENSÕES DE UM SOLO COM SOBRECARGA	114
FIGURA 69: SOLO COM SOBRECARGA – ESTADO DE TENSÕES.	115
FIGURA 70: SOLO COM SOBRECARGA – CONFIGURAÇÃO INICIAL	116
FIGURA 70: SOLO COM SOBRECARGA – CONFIGURAÇÃO INICIAL	117
FIGURA 71: SOLO COM SOBRECARGA – ESTADO DE TENSÕES	117
FIGURA 72: DISTRIBUIÇÃO DAS TENSÕES – GEOSTUDIO	118
FIGURA 73: ESTADO DE TENSÕES – GEOSTUDIO	118
FIGURA 74: DISTRIBUIÇÃO DE TENSÕES.	119
FIGURA 75: SOLO COM SOBRECARGA – CONFIGURAÇÃO INICIAL.	120

FIGURA 76: DIAGRAMA DE CORES DO GRADIENTE DAS TENSÕES	121
FIGURA 77: DIAGRAMA DE CORES DAS TENSÕES - GEOSTUDIO	121
FIGURA 78: CÍRCULO DE MOHR E GRÁFICO TENSÃO-PROFUNDIDADE	122
FIGURA 79: MECANISMO DE RUPTURA	123

Lista de Tabelas

TABELA 2.1: PROPRIEDADES MECÂNICAS DOS SOLOS ARENOSOS E ARGILOSOS.	45
TABELA 2.2: ÂNGULO φ DE ATRITO INTERNA E δ DE ATRITO ENTRE O SOLO E O MURO OU ESTACA.	46
TABELA 2.3: PESO ESPECÍFICO γ E ESFORÇO ADMISSÍVEL σ_{adm}	50
TABELA 3.1: PONDERAÇÃO DO COEFICIENTE DE AMORTECIMENTO, ξ *.	73
TABELA 3.2: CLASSIFICAÇÃO DO COEFICIENTE DE AMORTECIMENTO.	73
TABELA 8.1: COMPARAÇÃO DE RESULTADOS	112
TABELA 8.2: COMPARAÇÃO DE RESULTADOS	115
TABELA 8.3: COMPARAÇÃO DE RESULTADOS	119
TABELA 8.4: COMPARAÇÃO DE RESULTADOS	122

Lista de Símbolos

<i>Variável</i>	<i>Descrição</i>
Capítulo 2	
σ	Tensão normal
τ	Tensão cisalhante
σ_u	Tensão normal de ruptura
τ_u	Tensão cisalhante de ruptura
σ_{adm}	Esforço admissível
C	Coesão do solo
ϕ	Ângulo de atrito do solo
E	Módulo de elasticidade do solo
μ	Coefficiente de Poisson
q	Carregamento externo
q_u	Carga última do solo
γ	Peso específico do solo
N_c, N_q, N_γ	Fatores de capacidade do carregamento
$F_{cs}, F_{qs}, F_{\gamma s}$	Fatores de forma
$F_{cd}, F_{qd}, F_{\gamma d}$	Fatores de profundidade
$F_{ci}, F_{qi}, F_{\gamma i}$	Fatores de inclinação do carregamento
Capítulo 3	
m_i	massa da partícula
r_i	vetor de posição da i -ésima partícula
F_i^{Total}	força total atuando na i -ésima partícula
F_{ip}^{con}	forças de contato entre a partícula e a parede
F_{ip}^{atr}	forças de atrito partícula-parede
F_{ip}^{ades}	forças de adesão partícula-parede
F_{ip}^{amort}	forças de amortecimento nas partículas em contato com a parede
F_{ij}^{con}	forças de contato entre partículas
F_{ij}^{ades}	forças de adesão partícula-partícula
F_{ij}^{atr}	forças de atrito partícula-partícula
F_{ij}^{amort}	forças de amortecimento entre partículas
F_i^{grav}	força da gravidade
d_{ip}	Distância desde o centro da partícula até a parede
δ_{ip}, δ_{ij}	Superposição partícula-parede e partícula-partícula
n_p	Versor normal da parede

R_i, R_j	Raios das partículas i e j , respectivamente
R^*	Raio ponderado
E^*	Módulo de elasticidade ponderado
m^*	Massa ponderada
v_i, v_j	Velocidades lineares das partículas i e j
$v_{ij,n}, v_{ij,t}$	Velocidade relativa normal e tangencial
ξ_i, ξ_j	Coefficiente de amortecimento das partículas i e j
ξ^*	Coefficiente de amortecimento ponderado
K^f	constante de conformidade do contato tangencial
$v_{j,\tau}^c - v_{i,\tau}^c$	velocidade tangencial relativa no ponto de contato
A_{ij}^c	área de contato entre as partículas
Δt	intervalo de tempo utilizado na discretização
μ_s, μ_d	coeficiente de atrito estático e dinâmico, respectivamente.
n_{ij}	Versor normal entre partículas, perpendicular ao ponto de contato
ε_{ij}	Deformação entre partículas
ε^*	Deformação mínima permitida
K_{ij}^{nb}, K^{rb}	Constante de adesão normal e rotacional
τ_{ij}^c	Tensão cisalhante entre partículas
g	Aceleração da gravidade

Capítulo 4

ϕ	Parâmetro de interpolação
K, L	Contadores de iterações e incrementos de tempo, respectivamente
$r_i^{L+1,K}$	Posição da partícula no intervalo de tempo atual
r_i^L	Posição inicial da partícula
v_i^L	Velocidade inicial da partícula
$F_i^{Total,L}$	Força total inicial na partícula
$F_i^{Total,L+1,K-1}$	Força total no incremento de tempo atual
$\bar{\omega}_K$	Erro de iteração
TOL	tolerância
Z_K	Parâmetro de convergência
Λ_K	Fator de ajuste do intervalo de tempo
$\Delta t^{ant}, \Delta t^{novo}$	Intervalos de tempo inicial e novo, após o ajuste

Capítulo 6

x_{min}, x_{max}	Coordenadas x mínima e máxima, que define a zona viável
y_{min}, y_{max}	Coordenadas y mínima e máxima, que define a zona viável

i_{min}, i_{max}	Coordenadas mínima e máxima em x dos cubos
j_{min}, j_{max}	Coordenadas mínima e máxima em y dos cubos
$delta_{ij}$	Relação de cubos nas vizinhanças, inclusos no subdomínio de mapeamento

SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO	17
1.1	OBJETIVOS	19
1.1.1	Objetivo Geral	19
1.1.2	Objetivo Específico	19
1.2	JUSTIFICATIVA E RELEVÂNCIA	19
1.3	APLICAÇÕES	20
1.4	ESTRUTURA DO TRABALHO	35
2	SOLOS E SUAS PROPRIEDADES MECÂNICAS	38
2.1	CLASSIFICAÇÃO DOS SOLOS	39
2.2	PROPRIEDADES DOS SOLOS	40
2.2.1	Sistemas de fundações	40
2.2.2	Estado tensional do sistema solo-fundação	41
2.2.3	Criterio de ruptura Mohr-Coulomb	42
2.2.4	Capacidade de carga da fundação	47
2.2.5	Recalque	51
2.3	MODELAGEM DO SOLO	56
3	MÉTODO DAS PARTÍCULAS	58
3.1	EQUAÇÃO DO MOVIMENTO	60
3.1.1	Dinâmica de partículas	61
3.2	CONTATO	62
3.2.1	Métodos matemáticos aplicados	62
3.2.2	Algoritmo geométrico para a detecção de contato	65
3.3	ELEMENTOS MECÂNICOS NOS CONTATOS	68
3.3.1	Força de Contato Partícula-Parede	69
3.3.2	Força de Amortecimento	71
3.3.3	Força de Atrito	74
3.3.4	Força de Contato entre Partículas	77
3.3.5	Forças de Coesão	78
3.4	FORÇA DE GRAVIDADE	79
4	INTEGRAÇÃO NO TEMPO	80
4.1	MÉTODO DE SOLUÇÃO ITERATIVA	81
4.1.1	O contador de iterações, Kd	85

4.1.2	O cálculo do erro de convergência	85
4.1.3	O cálculo do parâmetro Z_k de convergência	85
5	ALGORITMO DE INTEGRAÇÃO DA DINÂMICA	86
6	OTIMIZAÇÃO DO PROCESSO DE DETECÇÃO DE CONTATO	91
7	CÁLCULO DE TENSÕES	97
7.1	DISCRETIZAÇÃO	97
7.2	TENSÕES PRINCIPAIS	100
7.2.1	Tensor tensão de Cauchy	100
7.2.2	Cálculo das tensões principais	102
7.2.3	Diagonalização das tensões no código computacional	103
8	SIMULAÇÕES NUMERICAS	105
8.1	EXEMPLO 1: QUEDA LIVRE	105
8.2	EXEMPLO 2: QUEDA LIVRE E CONTATO PARTÍCULA-PAREDE	106
8.3	EXEMPLO 3: CONTATO PARTÍCULA- PARTÍCULA E PARTÍCULA-PAREDE	108
8.4	EXEMPLO 4: TENSÕES DEVIDO AO PESO PROPRIO EM SOLOS	109
8.5	EXEMPLO 5: TENSÕES QUANDO APLICADA UMA SOBRECARGA	112
8.6	EXEMPLO 6: TENSÕES QUANDO APLICADA UMA SOBRECARGA.	115
9	CONCLUSÕES	124
9.1	PROPOSTAS FUTURAS	125

1. INTRODUÇÃO

O método dos elementos discretos, também conhecido como método das partículas, é um método de simulação numérica capaz de descrever o comportamento mecânico de partículas. Este baseia-se em um processo numérico explícito, no qual é verificada a interação entre partículas contato por contato, e o movimento de cada uma delas é representado separadamente, (CUNDALL e STRACK, 1979).

Este método foi desenvolvido por Cundall entre os anos 1971 e 1974, e segundo indicado no trabalho Cundall e Strack (1979), utilizou-se das pesquisas realizadas anteriormente por Deresiewicz (1958), Dantu e Wakabayashi (1957), Josselin de Jong (1969) e Serrano e Rodriguez-Ortiz (1973).

Deresiewicz (apud CUNDALL e STRACK, 1979, p. 47), idealizou um modelo analítico para a representação do comportamento de esferas de tamanho uniforme dentro de um volume qualquer. As expressões resultantes deste modelo, indicaram um comportamento histerético e não linear da relação tensão deformação.

Dantu e Wakabayashi apud (CUNDALL e STRACK, 1979, p. 48) possibilitaram a determinação direta dos contatos entre as partículas. Em 1969, Josselin de Jong descreve a distribuição dos esforços, permitindo uma melhora na determinação das forças de contato, deslocamentos e rotações de cada disco individualmente.

Em 1973, Serrano e Rodriguez-Ortiz apud (CUNDALL e STRACK, 1979, p. 48) desenvolveram o primeiro modelo numérico bidimensional de arranjos de partículas com formato de discos e esferas, sendo mais flexível na aplicação quando comparado com o modelo analítico apresentado por Deresiewicz. Eles conseguiram implementar diferentes configurações de carregamentos, tamanhos e propriedades físicas nas partículas, possibilitando o cálculo das forças de contato e deslocamentos. Este cálculo foi feito mediante a utilização das condições de equilíbrio, partindo do pressuposto de que os incrementos das forças são determinados por deslocamentos incrementais nos centros das partículas e levando em conta sua uniformidade.

Finalmente, Cundall no período entre 1971 e 1974, resolveu o problema da uniformidade das partículas, consolidando o método. Ele desenvolveu um modelo numérico para o estudo do

comportamento mecânico das rochas, conseguindo descrever eficientemente problemas de até 1500 partículas com um comportamento mais aproximado da realidade. Isto, mediante a análise da iteração das partículas com a mudança de suas condições de contorno.

Desde então, têm sido desenvolvidos uma grande quantidade de avanços científicos. Podem-se citar em 1988, um esquema com formulação tridimensional, desenvolvido por Cundall, constando de duas partes. A primeira correspondendo à detecção e representação do contato em sistemas compostos de blocos poliédricos, e a segunda ao cálculo das equações de movimento e o estudo da iteração entre vários elementos poliédricos.

No ano (2000), Vu-Quoc, *et al.*, utilizaram o método das partículas para simular tridimensionalmente o fluxo de materiais granulares no seu estado seco, modelando os grãos como elementos elipsoidais. O código para a simulação apresentado por Vu-Quoc, *et al.* corresponde à representação de partículas não esféricas, para a detecção de contato e o cálculo das forças derivadas do mesmo.

Em (2002), Martin e Bouvard, estudam o efeito da temperatura utilizando o método dos elementos discretos, para a compactação ao frio de amostras compostas de pó com partículas moles e duras.

Numerosos trabalhos utilizando o método dos elementos discretos vêm sendo desenvolvidos pelo renomado pesquisador Tarek. I. Zohdi. Podem-se citar os seguintes trabalhos que tiveram grande relevância para o desenvolvimento do presente pesquisa: (1) a simulação de modelos e estratégias de solução para fluxos dinâmicos de agrupamentos de partículas carregadas, submetidas a contato simultâneo, reações superficiais e transferência de calor (2005); (2) a simulação de impacto balístico em tecidos estruturais (2005); (3) a simulação das propriedades termo-ópticas de dispersão de um sistema aleatório de partículas (2006); (4) a modelagem e simulação de remoção de materiais com fluxos de partículas, considerando a iteração entre partículas, a iteração partícula-fluido e a iteração partícula-parede (2008); (5) a modelagem e simulação de jatos de partículas carregadas na presença de campos eletromagnéticos (2010); (6) a simulação numérica do impacto e decantação de partículas carregadas (2012); além de outros trabalhos mencionados posteriormente.

Em (2013), Da Silva, *et al.*, realizaram a simulação do ensaio T-Bar para o estudo em argilas muito moles, utilizando o método dos elementos discretos, conseguindo representar um comportamento semelhante ao real.

No ano (2014), Zhang, Trias, *et. al*, desenvolveram um estudo do comportamento de partículas submersas em fluidos e a sua interação com o entorno.

Na atualidade existem numerosos trabalhos, além dos mencionados anteriormente, com abordagens no método dos elementos discretos, demonstrando sua conveniência e eficiência na representação da matéria em seus diversos estados.

O presente trabalho utiliza-se do método dos elementos discretos para a simulação de solos de origem granular, como a areia, com intuito de estudar as tensões geradas no mesmo, devido à aplicação de uma sobrecarga. Os resultados obtidos serão comparados com o comportamento esperado segundo a mecânica dos solos.

1.1 OBJETIVOS

1.1.1 Objetivo Geral

O objetivo geral desta pesquisa é estudar casos bidimensionais do método das partículas e sua aplicação na mecânica dos solos. Desta forma, serão estudados os materiais granulares, em especial, o solo arenoso.

1.1.2 Objetivo Específico

O objetivo específico desta dissertação consiste em desenvolver um programa computacional na linguagem C, capaz de simular numericamente de modelos físicos de materiais granulares. Para isto, é implementado o algoritmo do método das partículas, proposto por Tarek I. Zohdi (2014), para estudar a distribuição de tensões do solo e, posteriormente, verificar os resultados obtidos pelas teorias analíticas apresentadas na literatura.

1.2 JUSTIFICATIVA E RELEVÂNCIA

De forma geral, os problemas da mecânica dos solos são modelados como uma aproximação de um meio contínuo elástico através do Método dos Elementos Finitos. Este método, sendo o mais conhecido e o mais aplicado pelos programas comerciais de cálculo estrutural, encontra-se fundamentado na mecânica do contínuo, conseguindo representar o solo como um sólido, estabelecendo as condições de contorno e trabalhando apenas sob regime de compressão. Este tipo de modelagem não representa, de forma fidedigna o real comportamento do solo, pois este é um material granular e não contínuo.

Com o objetivo de modelar o solo de forma fidedigna, faz-se necessário representar fisicamente os grãos do mesmo como partículas e simular da melhor forma possível todas as forças atuantes do solo como contato, atrito, amortecimento, coesão e gravidade. Para tal fim, o método utilizado é o Método dos Elementos Discretos (DEM), capaz de simular o solo como material granular. Este método, consegue representar os fenômenos físicos no solo partindo das características do material, calculando as forças que agem para cada partícula e definindo a equação de movimento delas no tempo; mostrando-se, em alguns casos, ser mais eficiente do que o Método dos Elementos Finitos.

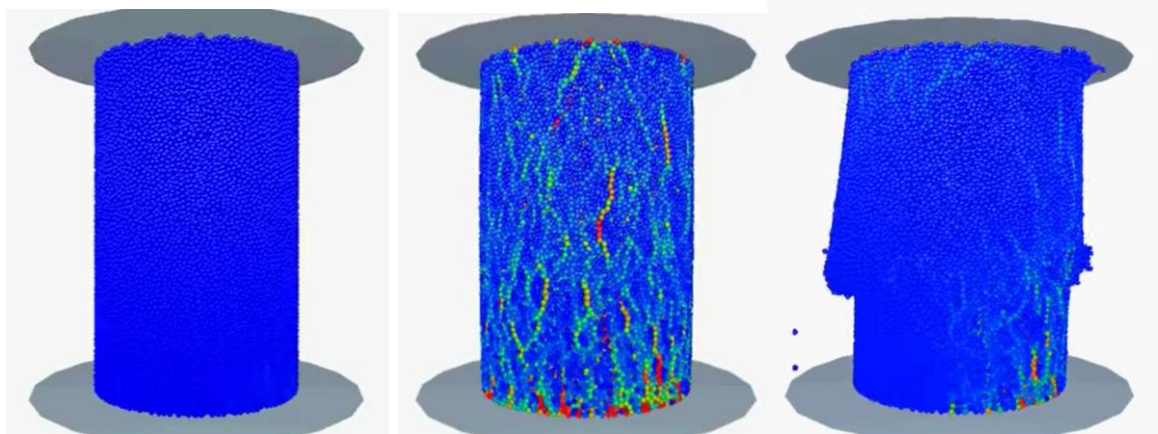
Com base nesta problemática, o presente trabalho pretende estudar a formulação do método dos elementos discretos e posteriormente, gerar um programa utilizando a linguagem de programação C, para a simulação de materiais granulares (inicialmente de solos arenosos), com a finalidade de entender fisicamente o seu comportamento, e conseguir representar as tensões atuantes nele, devido a ação de diversos estados de carga isolados.

1.3 APLICAÇÕES

O método dos elementos discretos baseia-se na mecânica de Newton, e vem demonstrando uma eficiência muito elevada na modelagem de diversos meios físicos, com aplicações em diversas áreas da engenharia, e para diferentes estados da matéria, assim como também exigindo um esforço computacional muito elevado. Nesta seção, busca-se mostrar algumas dessas aplicações gerais, e os alcances do método na simulação de diversos problemas, conforme apresentados a seguir.

O primeiro exemplo mostra a simulação de um ensaio uniaxial de compressão, realizado pelo grupo de pesquisa EDEM Simulation (2008). Esta simulação contém 100.000 partículas com coesão, trabalhando apenas sob compressão, e evidenciando a ruptura quando a tensão máxima de compressão é alcançada. O diagrama de cores representado na Figura 1 corresponde à força de compressão para cada partícula.

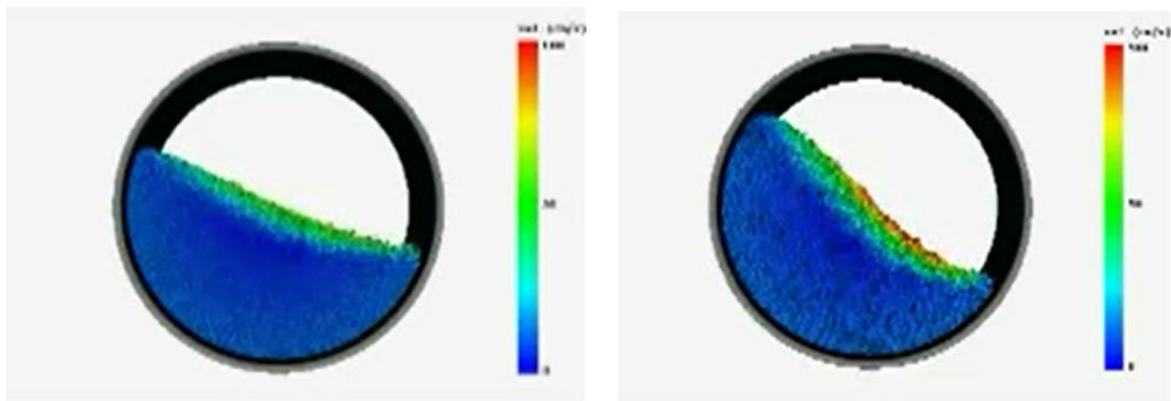
Figura 1: Simulação de ensaio de compressão.



Fonte: EDEM Simulation (2008) (<https://www.edemsimulation.com>)

Outra aplicação foi apresentada por Aries Chang em (2010), conseguindo representar o comportamento de materiais granulares para dois estados, úmido e seco (vide Figura 2). O diagrama de cores apresentado corresponde às velocidades lineares das partículas.

Figura 2: Modelagem do comportamento de materiais granulares úmidos e secos.



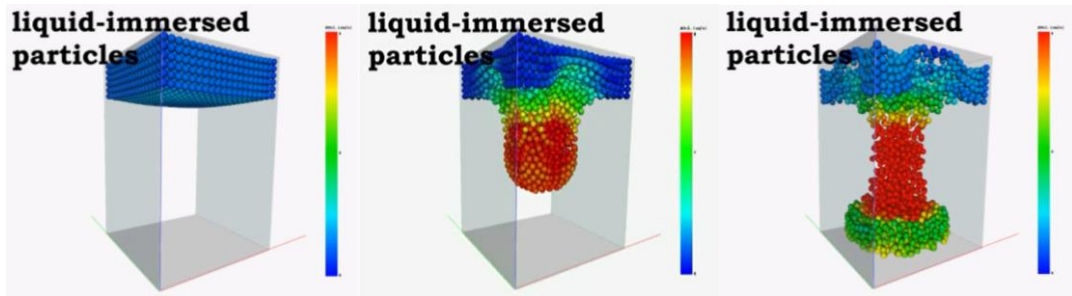
(a) Partículas secas

(b) Partículas úmidas

Fonte: Aries Chang (2010) (<http://vedo.caece.net/>)

Aries Chang, fez adicionalmente a simulação de partículas submersas em fluidos de densidade diferente, como mostrado na Figura 3. Esta simulação foi feita com o sistema de simulações *VErsatile Discrete Objects (VEDO)* do *CAE laboratory at National Taiwan University (NTU)*.

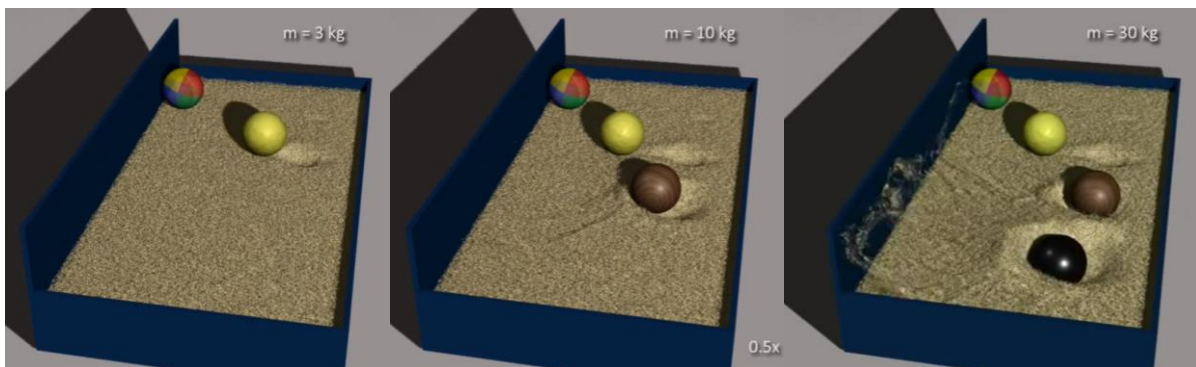
Figura 3: Comportamento de material granular sumerso.



Fonte: Aries Chang (2010) (https://www.youtube.com/watch?v=9tqkWRMJ_Gg&t=15s)

Em (2010), foi apresentado pelo grupo de pesquisa *Geometric Algorithms for Modeling, Motion, and Animation (GAMMA)*, diversas modelagens de materiais granulares com ou sem coesão, de problemas de impacto (vide Figura 4).

Figura 4: Modelagem de impacto



Fonte: GAMMA UNC (2010) (<https://www.youtube.com/watch?v=ZoZ0ZAzr6eg&t=42s>)

A Figura 5 representa a modelagem de um problema de explosão.

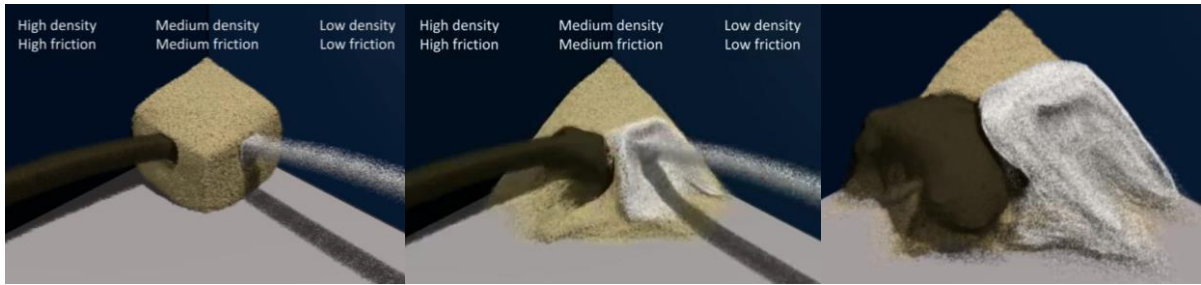
Figura 5: Modelagem de explosão.



Fonte: GAMMA UNC (2010) (<https://www.youtube.com/watch?v=ZoZ0ZAzr6eg&t=42s>)

Outro exemplo apresentado pelo grupo *GAMMA*, corresponde à representação da interação de materiais com densidades diferentes (vide Figura 6).

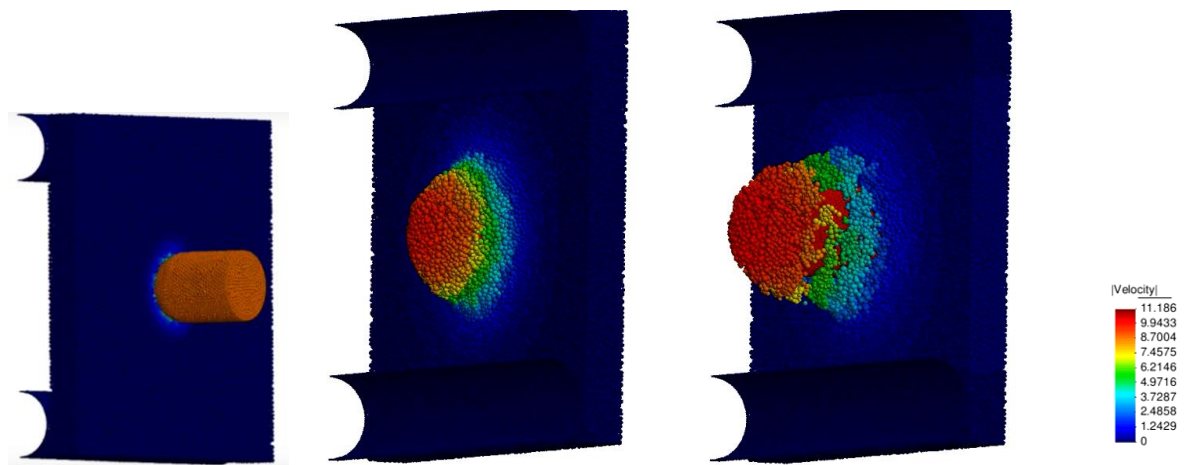
Figura 6: Modelagem de interação de materiais granulares.



Fonte: GAMMA UNC (2010) (<https://www.youtube.com/watch?v=ZoZ0ZAzr6eg&t=42s>)

Faustino Neri em (2012), realizou uma modelagem de impacto utilizando o método dos elementos discretos. Este modelo contém 118.960 partículas, apresentando atrito e amortecimento. O diagrama de cores representa a velocidade linear das partículas do problema (vide Figura 7).

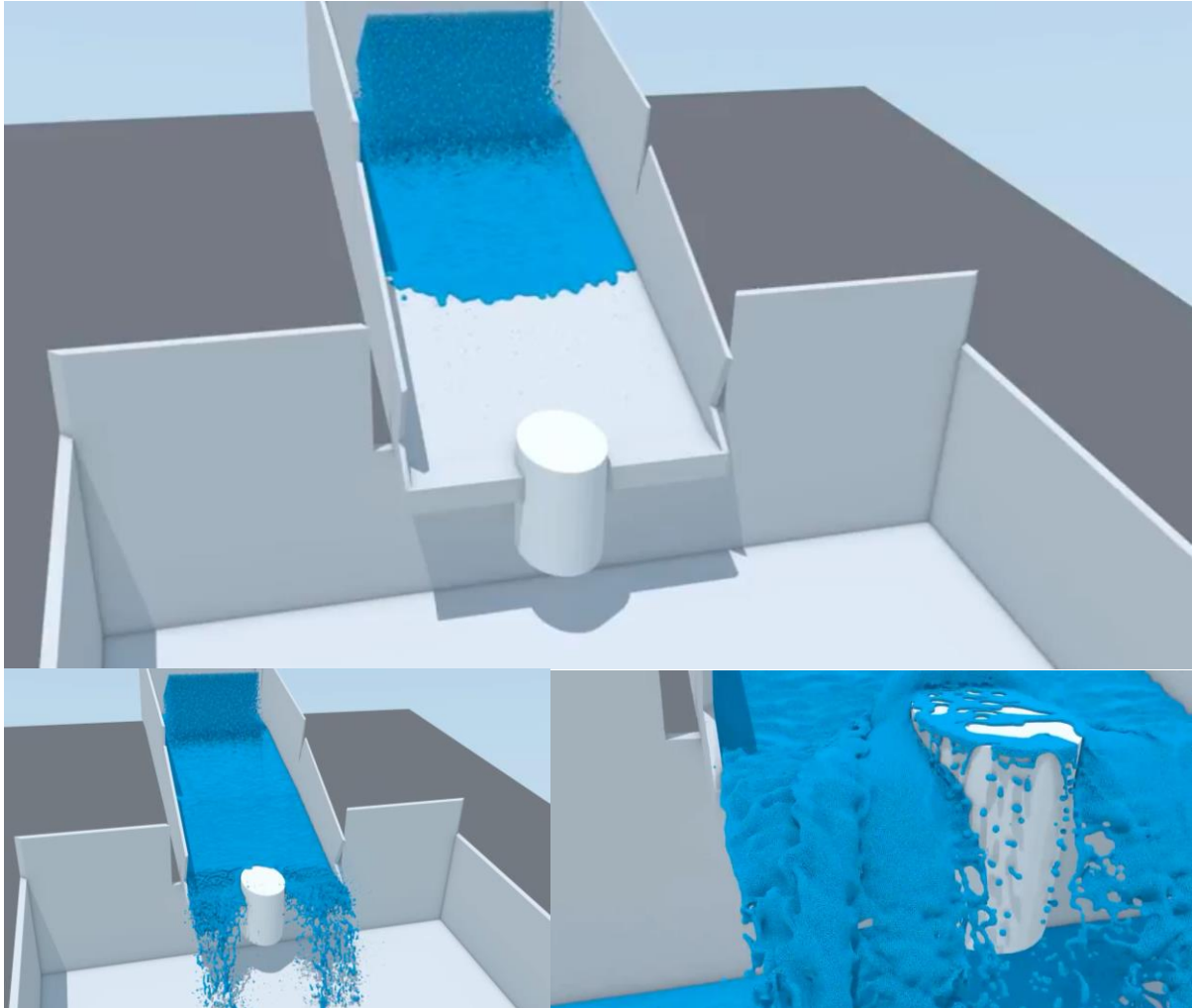
Figura 7: Impacto de bala rotativa.



Fonte: Faustino Neri (2012) (<https://www.youtube.com/watch?v=S11LTbK-Cxg>)

Na Figura 8, ilustra-se a modelagem de um canal para circulação de fluidos, como uma das aplicações e alcances do método.

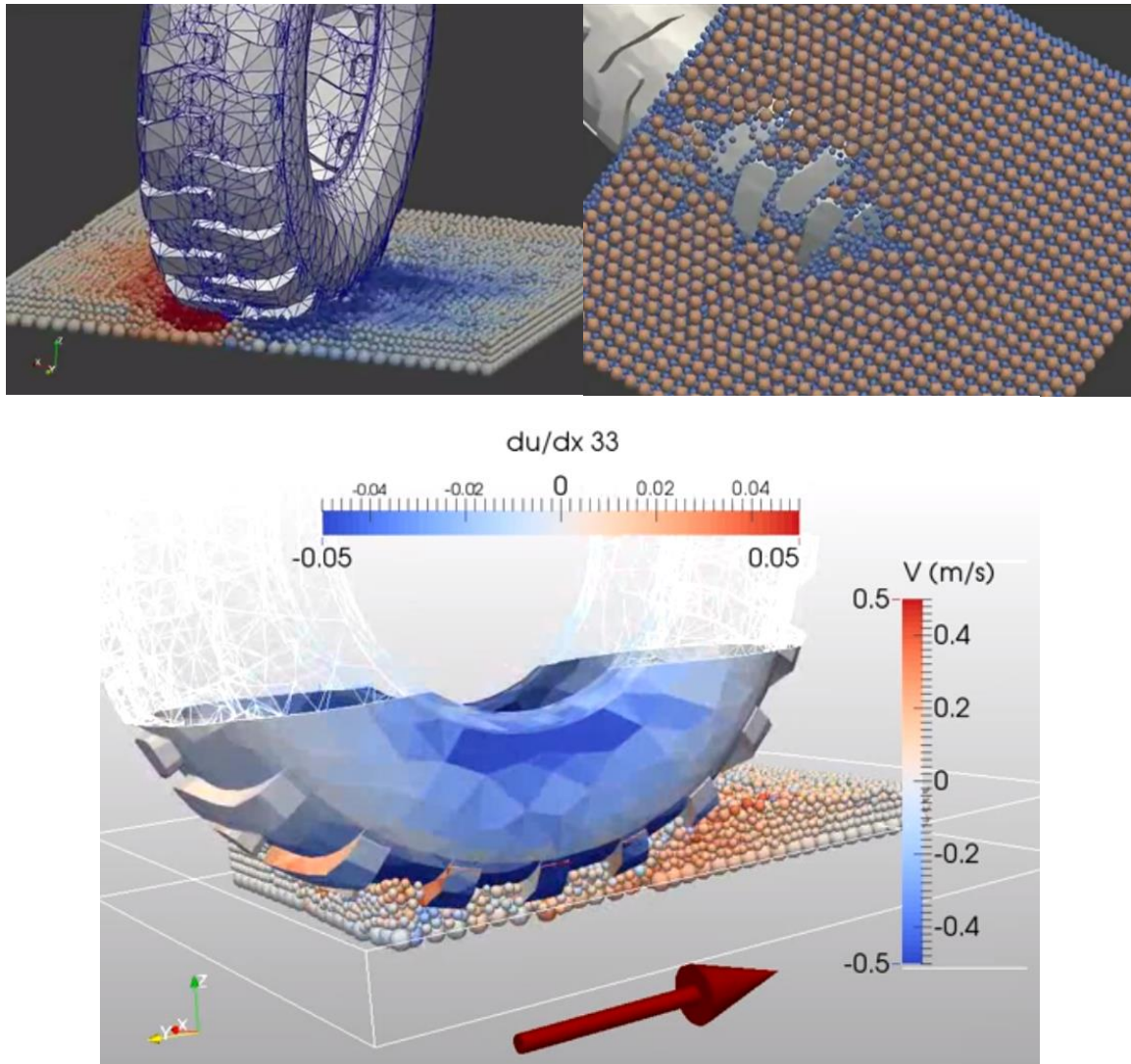
Figura 8: Simulação de fluido com 10.000.000 partículas.



Fonte: Mitsuma's Animation and Stuff (2012) (<https://www.youtube.com/watch?v=Qve54Z71VYU>)

Mark Michael em (2012), realizou uma modelagem utilizando conjuntamente o método dos elementos finitos (FEM) e método dos elementos discretos (DEM). Foi simulada a interação entre a superfície do pneu (quando este se encontra em movimento) e a superfície do solo. O pneu foi modelado como um sólido (MEF), cujo diagrama de cores na sua superfície representa a deformação devido à componente da tensão perpendicular ao solo. O solo, por sua vez, foi modelado por partículas, e seu diagrama de cores representa a componente tangencial da velocidade, na direção do movimento do pneu (vide Figura 9).

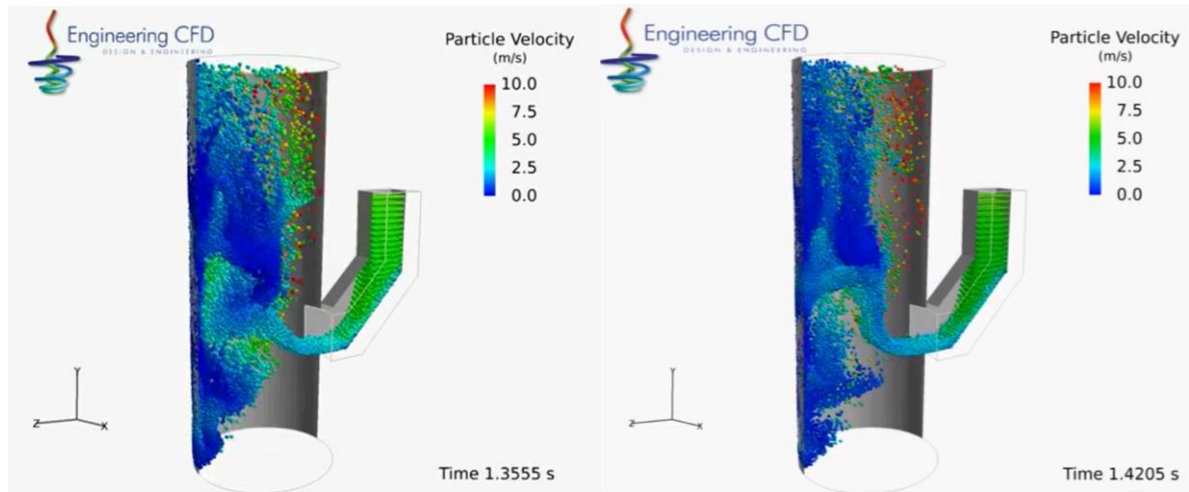
Figura 9: Análise de tração em pneu.



Fonte: MarkMichaelEu (2012) (<https://www.youtube.com/watch?v=fukAWhW430I>)

Em (2013), Curtis Marsh, realiza a simulação do fluxo de um gás em um conduto ascendente (vide Figura 10). Este utiliza o método dos elementos discretos para a representação da interação partícula- partícula e partícula-parede. O diagrama de cores representa a velocidade das partículas.

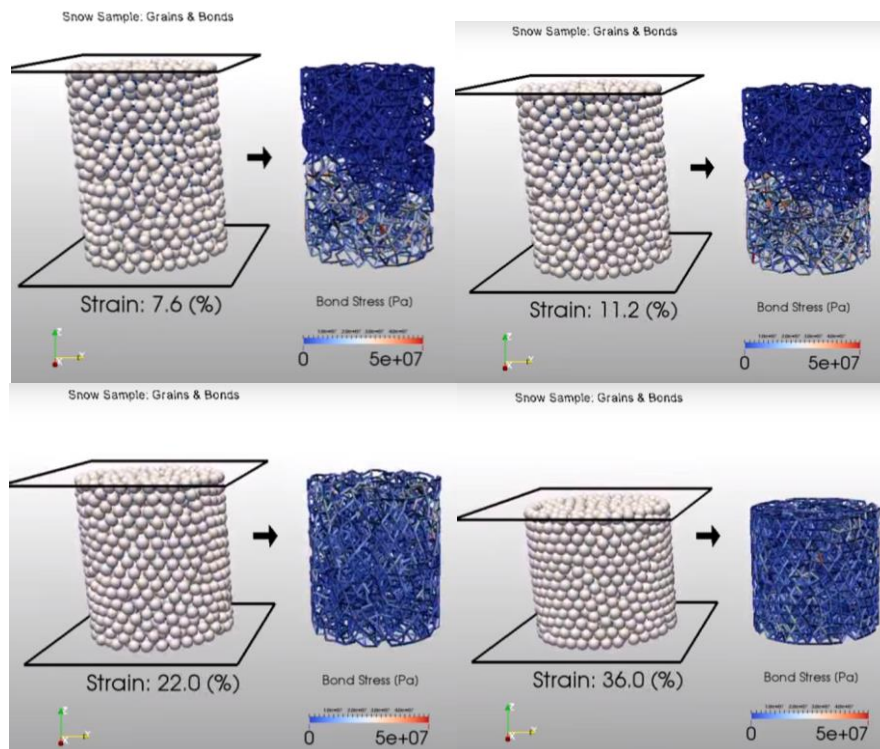
Figura 10: Modelagem de fluxo de gas em riser.



Fonte: Curtis Marsh (2013) (<https://www.youtube.com/watch?v=yQS8ONIr9JI>)

Outro trabalho desenvolvido por Mark Michael no ano (2014), foi a simulação de ensaios de resistência e compressibilidade em partículas de neve, como mostrado na Figura 11. Esta representa as tensões devido à força de coesão com elementos de conexão entre os centros das partículas.

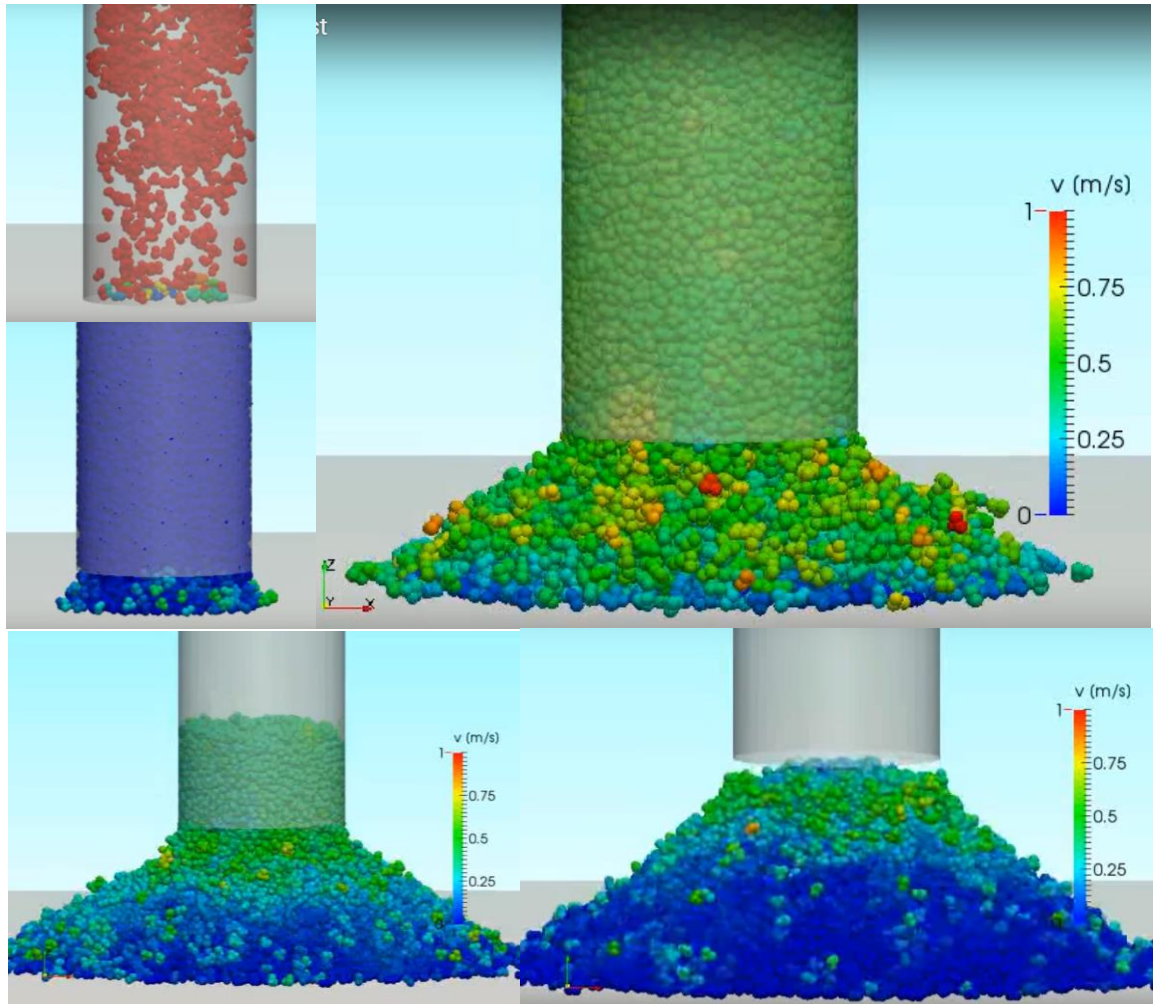
Figura 11: Simulação de compressão de partículas de neve.



Fonte: MarkMichaelEu (2014) (<https://www.youtube.com/watch?v=9I-B6DGvgEw>)

Um exemplo muito prático para engenharia civil, corresponde a modelagem apresentada pelo grupo Simphysics em (2014), correspondente ao ensaio de laboratório para argamassa, o “slump teste”. O diagrama de cores na Figura 12 representa a velocidade das partículas.

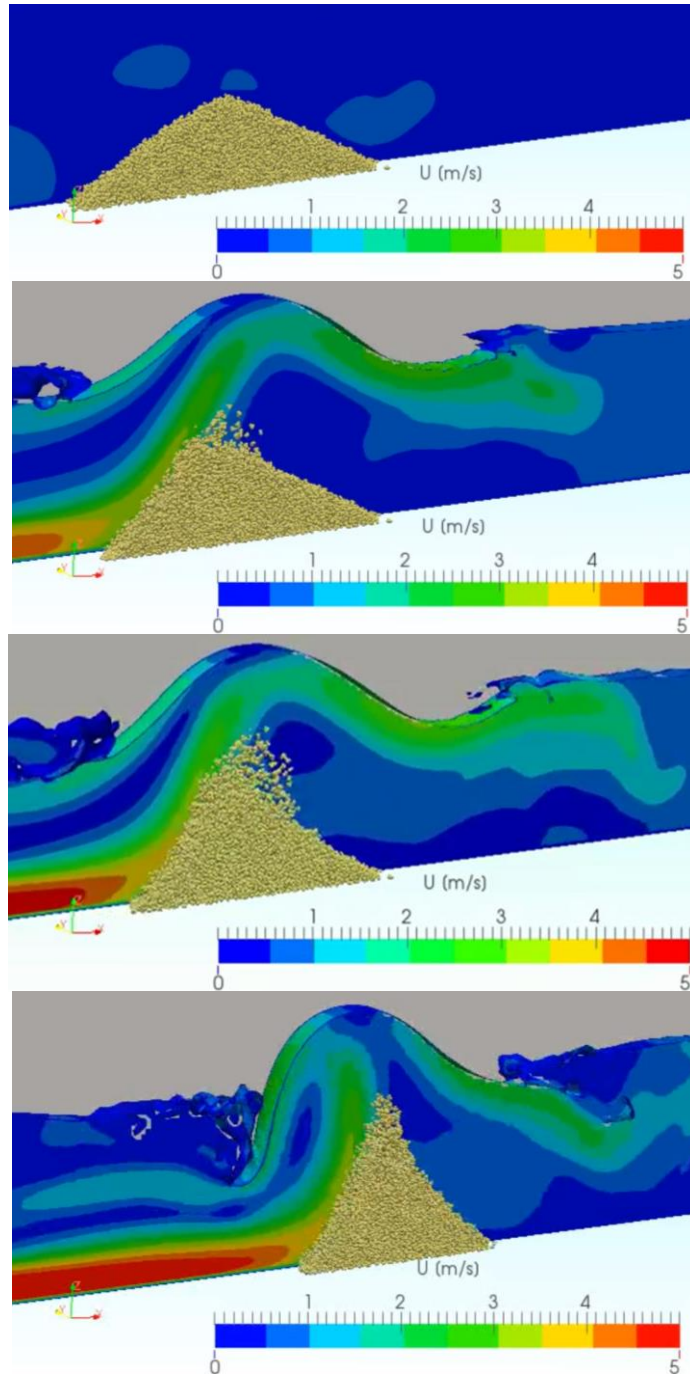
Figura 12: Modelagem do slump teste.



Fonte: Simphysics (2014) (<https://www.youtube.com/watch?v=iP81DNySJzY>)

Na Figura 13, é ilustrada a simulação do movimento de uma pilha de partículas de areia devido às ondas de água, realizada também pelo grupo Simphysics (2014). Esta modelagem utiliza o método dos elementos discretos e a dinâmica computacional dos fluidos, mostrando como a presença da areia é capaz de modificar o fluxo da água, e consequentemente, a água modifica a forma da pilha de partículas. A representação de cores corresponde à velocidade do fluido.

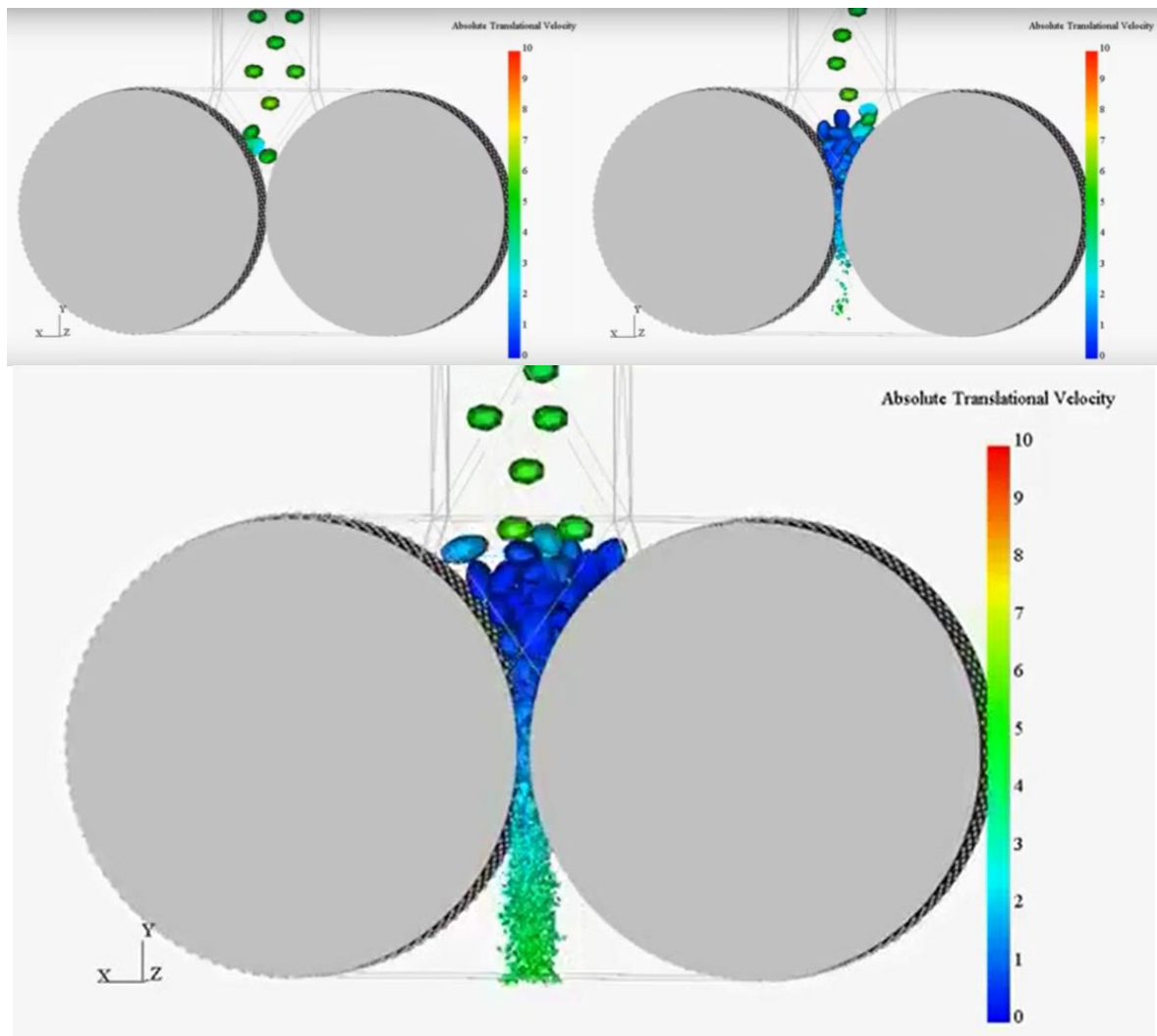
Figura 13: Comportamento de partículas de areia sumersas em água.



Fonte: Simphysics (2014) (https://www.youtube.com/watch?v=XG_HFKiv9t8)

Outro exemplo, na área de processos de produção, é o apresentado pelo grupo Rocky DEM Particle Simulator (2015). Este corresponde à modelagem do processo de ruptura de rochas com rolo de moagem de alta pressão. O diagrama de cores representa a velocidade linear das partículas.

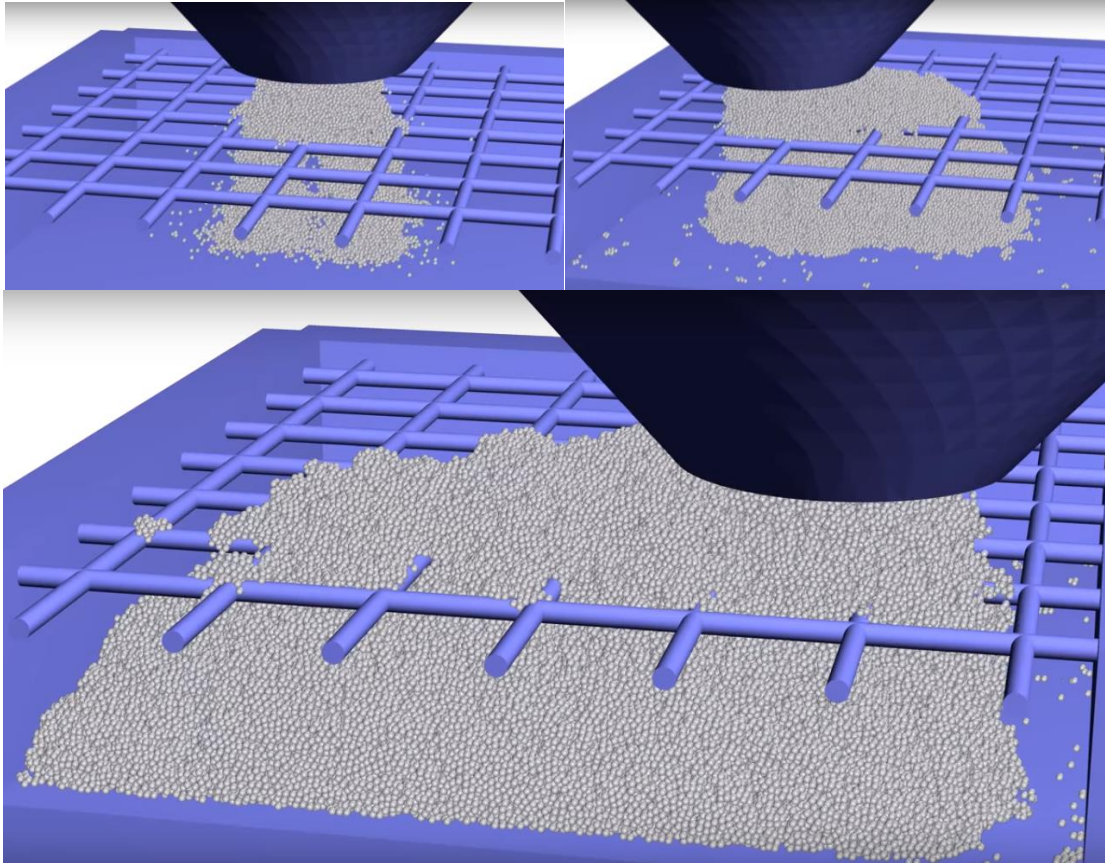
Figura 14: Simulação de ruptura de rochas.



Fonte: Rocky DEM Particle Simulator (2015) (<https://www.youtube.com/watch?v=UIPrjhRoDwI>)

No ano (2016), Musen Simulation apresentou a simulação do processo de concretagem em uma fôrma contendo o aço de reforço. Este exemplo demonstra a utilidade do método das partículas na simulação dos processos construtivos (vide Figura 15).

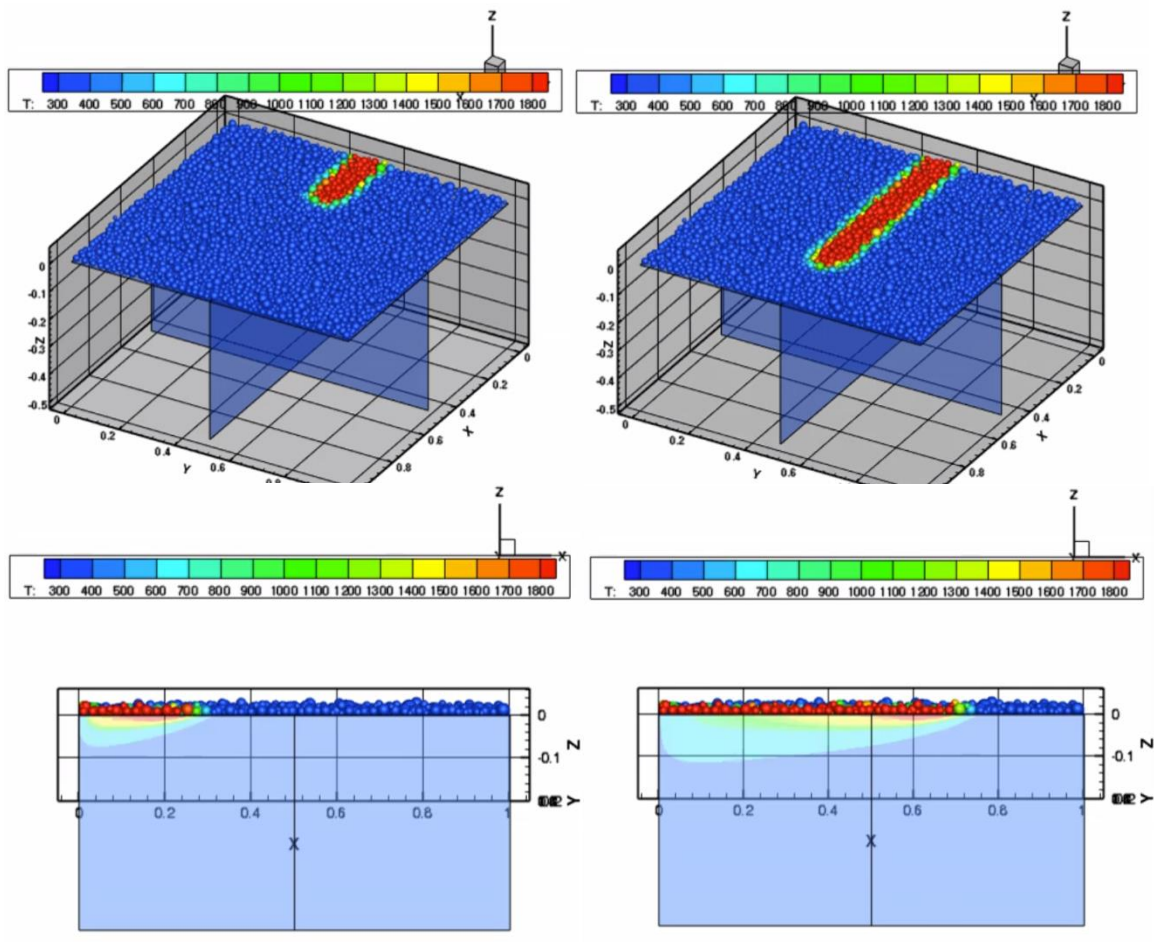
Figura 15: Simulação de concretagem utilizando o Método dos Elementos Discretos



Fonte: MUSEN Simulations (2016) (<https://www.youtube.com/watch?v=DJkQIeeSO0o>)

Ganeriwala e Zohdi em (2016), apresentam uma modelagem do processo de Sintetização Seletiva por Laser (SLS), utilizando o método dos elementos discretos conjuntamente com o método de elementos finitos para a impressão em 3D, partindo de partículas de pó. O diagrama de cores representa a temperatura das partículas.

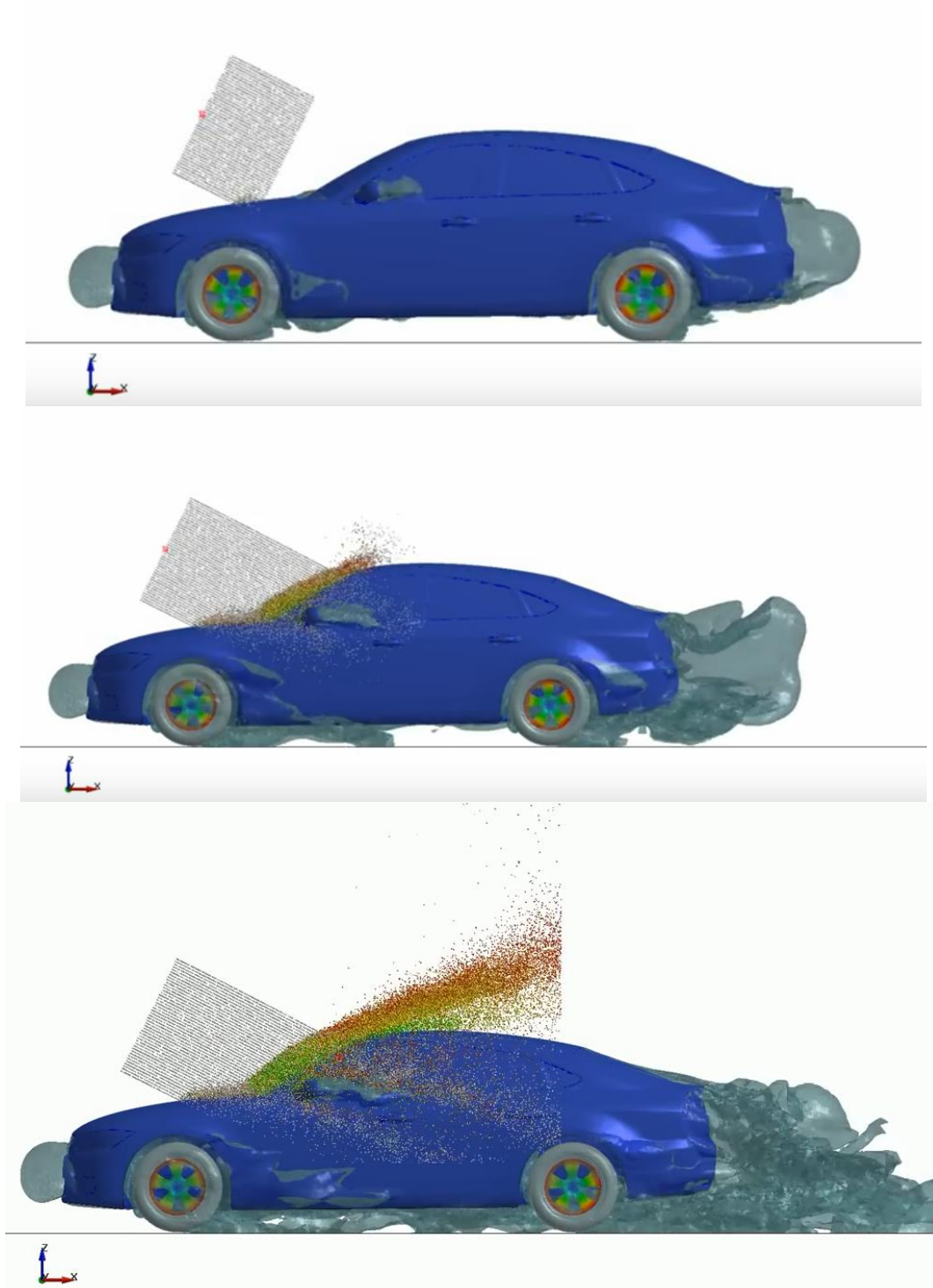
Figura 16: Processo de Sintetização Seletiva por Laser (SLS).



Fonte: (GANERIWALA e ZOHDI, 2016)

O grupo LS-DYNA Multiphysics, realizou no ano (2016) a modelagem do comportamento do vento, quando este colide em um corpo em movimento. O diagrama de cores representa na modelagem as velocidades das partículas de ar.

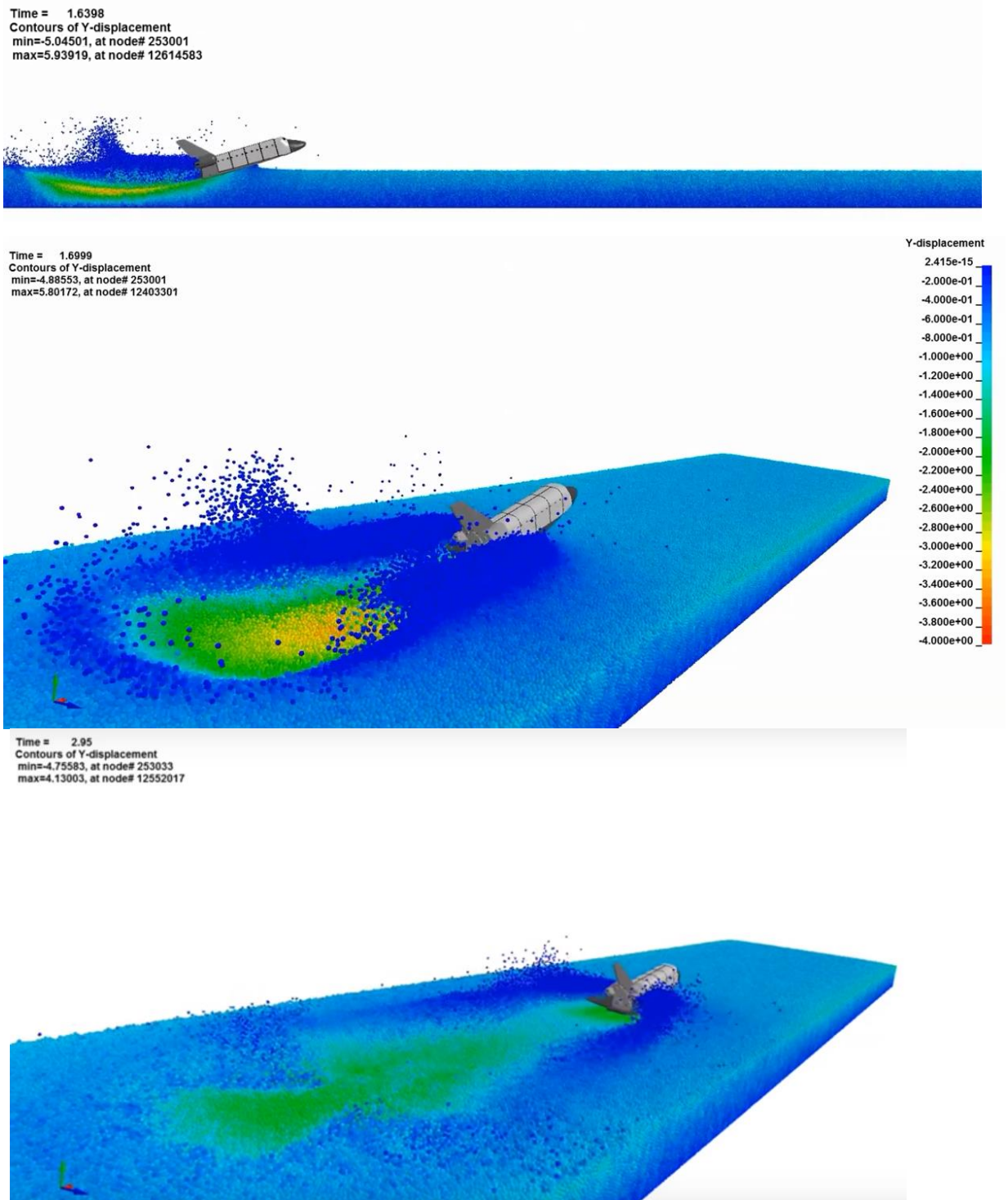
Figura 17: Modelagem da ação do vento em corpos em movimento.



Fonte: LS-DYNA Multiphysics (2016) (<https://www.youtube.com/watch?v=UwJ-V4u0PAI>)

Outra aplicação utilizando o método dos elementos discretos, é a simulação do pouso de uma aeronave em uma pista de aterrissagem, realizado também pelo grupo LS-DYNA Multiphysics (2016), conforme ilustra a Figura 18. O diagrama de cores representa os deslocamentos verticais das partículas.

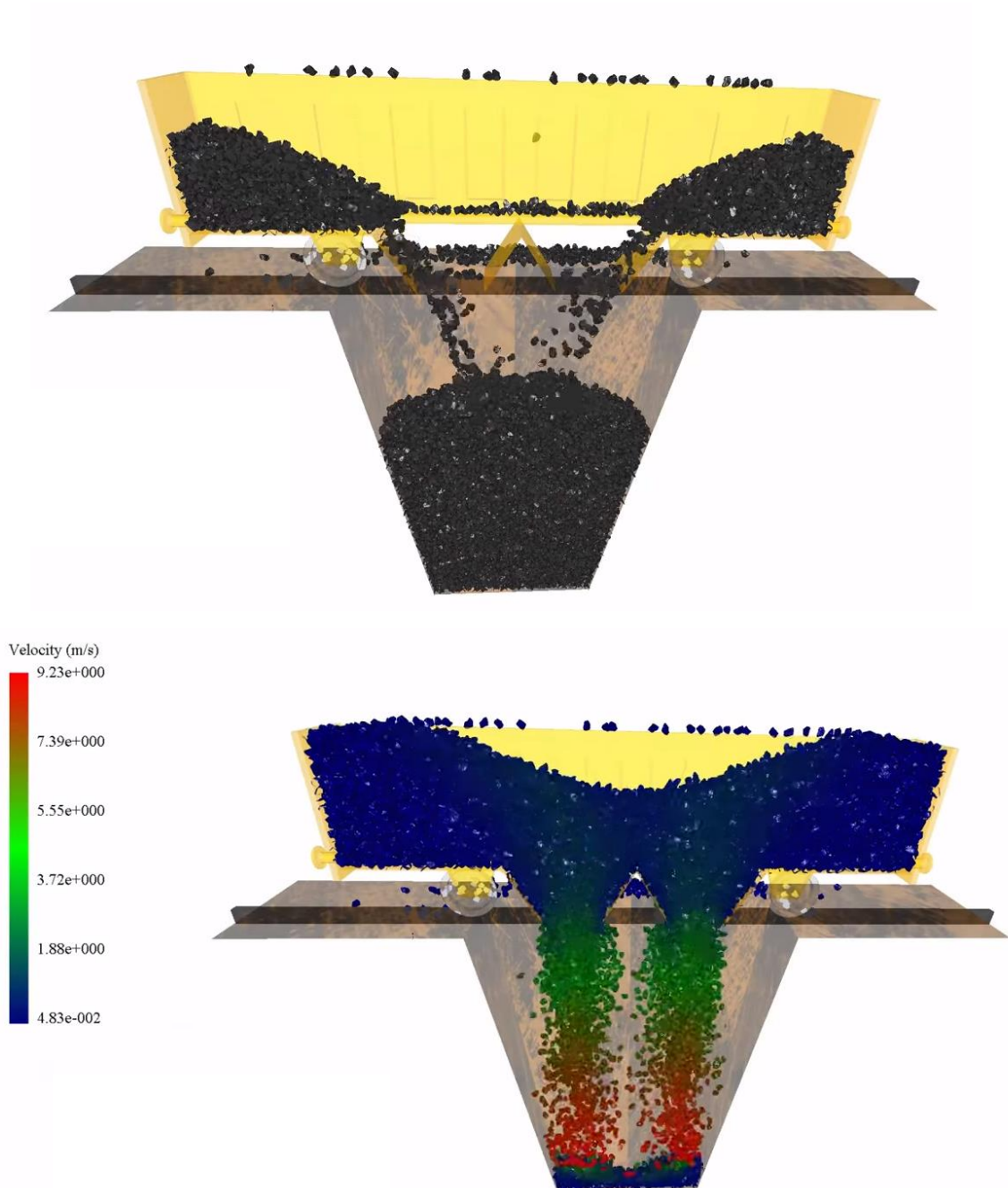
Figura 18: Modelagem da aterrissagem de uma nave espacial



Fonte: BeenuZz (2016) (<https://www.youtube.com/watch?v=W5B01NmgfU>)

O grupo de EDEM Simulation, no ano (2017), realizou a simulação de carga e descarga de um vagão com partículas de carvão, para otimização de processos, reconhecimento de áreas críticas e de desgaste.

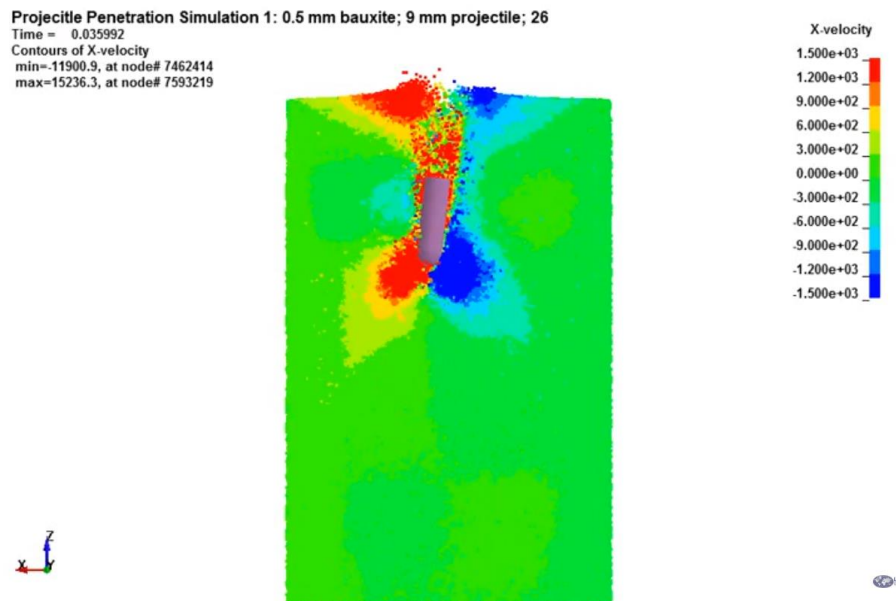
Figura 19: Modelagem do processo de carga e descarga de carvão.



Fonte: EDEM Simulation (2017) (<https://www.youtube.com/watch?v=J1Gmd89ZTV4>)

Em (2017), foi apresentado pelo grupo LS-DYNA Multiphysics, a simulação numérica da máxima penetração de uma bala em uma caixa com partículas secas, em equilíbrio termodinâmico. O diagrama de cores representa os deslocamentos em horizontais devido à incidência da bala.

Figura 20: Profundidade de penetração de munição em material granular.



Fonte: LS-DYNA Multiphysics (2017) (<https://www.youtube.com/watch?v=5yhba0I4L5w>)

Podem-se citar outros trabalhos como: o estudo do comportamento de micropartículas, aplicado por (ZOHDI e WRIGGERS, 2001) no teste de micro e macro partículas; na análise do comportamento ante a ação de laser como explicado em (ZOHDI, 2014); assim como uma grande quantidade de trabalhos na área da mecânica dos solos (de interesse, no nosso caso).

1.4 ESTRUTURA DO TRABALHO

Este trabalho compreende todos os conceitos, formulações matemáticas e algoritmos necessários para o estudo e determinação das tensões do solo, utilizando o método dos elementos discretos.

Inicia-se o capítulo 2, abordando os conceitos básicos da mecânica dos solos. São apresentados: (1) sua classificação e propriedades físicas (com ênfase no tipo de solo granular, sem coesão); (2) o comportamento esperado, após aplicada uma sobrecarga na sua superfície; (3) o cálculo das tensões atuantes e críticas; (4) o critério de ruptura; (5) os possíveis recalques, como consequência da sobrecarga aplicada; e finalmente, (6) a metodologia para a modelagem do mesmo.

No capítulo 3 é realizada uma revisão extensa da teoria do Método dos Elementos Discretos, detalhando as formulações e variáveis que este utiliza. Este capítulo, apresenta as equações de movimento que definirão a trajetória da partícula, como também os conceitos e considerações no estudo do contato.

É importante salientar, o contato como uma das características fundamentais do método, portanto é imprescindível detalhar os algoritmos para a detecção do mesmo (tanto partícula-partícula, quanto partícula-parede), os elementos mecânicos que o definem e, finalmente, o cálculo das forças atuantes em cada partícula, derivadas ou não, do contato.

No capítulo 4 é abordado o processo de integração no tempo, para a obtenção das equações de movimento de cada partícula. Sendo estas as equações a serem implementadas no método de solução iterativa para posteriormente, dentro do processo de solução, definir as variáveis correspondentes ao cálculo e verificação dos parâmetros de convergência.

No capítulo 5, descreve-se o algoritmo de cálculo implementado no programa, detalhando os dados de entrada e posteriormente os dados de saída, a serem utilizados pelo programa de interface gráfica.

Devido ao alto custo computacional exigido pelo método, torna-se necessário a inclusão de um processo de otimização no algoritmo de cálculo. Este algoritmo é descrito no capítulo 6, detalhando as considerações e melhoras após a implementação do mesmo.

Como parte dos objetivos deste trabalho, apresenta-se no capítulo 0, a metodologia utilizada para o cálculo das tensões atuantes e principais no solo, considerando para tal fim o processo de discretização do problema, e subsequentemente, o cálculo dessas tensões baseado na teoria de Cauchy.

No capítulo 8, após a programação do algoritmo do método das partículas, apresentam-se várias simulações numéricas para verificar a eficiência e a performance deste algoritmo. São estudados os seguintes exemplos: (1) queda livre de uma partícula; (2) simulação de detecção do contato entre as partículas e os elementos de contorno (paredes); (3) acréscimo do número de partículas para simulação do contato entre elas; (4) consideração de todas as forças atuantes que irão agir nas partículas e (5) implementação das características do solo a ser estudado, como as propriedades do material.

No capítulo 9 são simulados exemplos simples, como o da ação de uma sapata sobre o solo, possibilitando a sua checagem de acordo com o tipo de ruptura, considerando para tal fim duas situações, o comportamento na faixa elástica e o comportamento na faixa inelástica.

Na faixa elástica, serão comparados os valores das tensões do solo obtidas pelas simulações numéricas, com as magnitudes obtidas na mecânica dos solos. As tensões correspondentes à mecânica dos solos serão simuladas utilizando programa *GeoStudio*, desenvolvido pelo grupo Geo-Slope International, Ltd.

A faixa inelástica ocorre quando o carregamento aplicado supera a capacidade de carga do solo. Nesta fase, será apenas comparado visualmente o comportamento geral esperado segundo a teoria da mecânica dos solos, e o obtido nos exemplos numéricos do programa desenvolvido nesta pesquisa.

Finalmente, no capítulo 9 apresentam-se as conclusões e recomendações para trabalhos futuros.

2 SOLOS E SUAS PROPRIEDADES MECÂNICAS

Os solos, segundo María G. Fratelli (1993), podem ser definidos como os depósitos de partículas minerais e orgânicas produto da desintegração das rochas na superfície terrestre, devido à ação da atmosfera e outros processos físico-químicos envolvidos na natureza. Também é possível definir as rochas como formações, resultado do agrupamento e consolidação ao longo do tempo de materiais granulares, minerais e outras substâncias endurecidas, de maior tamanho.

Com base nessas definições pode-se considerar o solo como um conjunto de partículas que apresentam diversas formas (tipos) e características (propriedades), produto de um processo de transformação físico-químico cíclico.

A ciência que estuda a natureza do comportamento dos solos é conhecida como a *Mecânica dos Solos*, desenvolvida inicialmente por vários físicos e pesquisadores como Coulomb (1776) e Rankine (1885) (apud FRATELLI, 1993). Mas foi no início do século XIX que a importância do conhecimento da mecânica dos solos acrescentou-se na área da engenharia civil, devido às exigências das novas construções. Os solos, sendo utilizados como apoio para edificações, em taludes e cumprindo a função de material de construção, foi necessário um maior entendimento do seu comportamento para o aproveitamento das suas tensões admissíveis e a determinação dos possíveis recalques das edificações.

Já no começo do século XX, foram intensificadas as pesquisas a respeito do comportamento dos solos. Podem-se citar por exemplo, os trabalhos de Terzaghi (1943), Meyerhof (1965) e Versic (1973). Terzaghi foi o primeiro pesquisador a apresentar uma teoria completa para avaliar a capacidade última em fundações superficiais. Este tema foi posteriormente abordado e trabalhado por Meyerhof, que apresentou a equação geral para o cálculo da capacidade. E Versic introduziu na equação geral da capacidade de carga, os fatores correspondentes à compressibilidade do solo.

Pode-se ainda citar outras contribuições como a de Boussinesq em 1885 (apud FRATELLI, 1993), que desenvolveu as relações matemáticas para a determinação dos esforços normal e tangencial num ponto qualquer dentro de meios homogêneos, elásticos e isotrópicos devido a carregamentos pontuais na superfície.

Como enunciado por Fratelli...

[...] as propriedades estruturais dos materiais dispersos que conformam o solo dependem não somente da resistência dos seus grãos isolados, como também das forças de adesão ou atração que existem entre eles e os agregados. Estas forças são de natureza muito complexa e respondem aos campos de energia externa ou interna originada nas forças moleculares eletromagnéticas que atuam diretamente nas partículas sólidas, nos seus pontos de contato. Portanto, as magnitudes dessas forças irão variar em função da composição mineral das partículas, seu tamanho e a porcentagem de umidade que enche os seus vazios.

Sendo assim, mesmo sem a aplicação de carregamentos externos, sabemos que existem para cada partícula do solo, forças internas produto da interação (do contato) com o resto das partículas, resultado das propriedades dessas partículas em contato e do meio onde estão contidas.

O cálculo da superestrutura é tão importante, quanto o cálculo do seu sistema de fundações. Desta forma, é preciso conhecer o entorno no qual será desenvolvido o projeto, ou seja, a caracterização do solo destinado para a edificação. Partindo dessa caracterização, conjuntamente com os aspectos que podem influenciá-lo, pode-se realizar a escolha do tipo de fundação a ser utilizada para garantir, um comportamento adequado na sua interação com o solo, proporcionando à estrutura a estabilidade, confiabilidade e durabilidade desejada.

2.1 CLASSIFICAÇÃO DOS SOLOS

Das características mencionadas anteriormente, serão definidos de maneira geral os tipos de solos mais relevantes de acordo com a sua classificação, segundo a mecânica dos solos e detalhado por (FRATELLI, 1993).

Os **solos arenosos**, de partículas soltas e arredondadas, respondem muito bem aos métodos de compactação mediante vibrações que reduzem o seu índice de vazios, sendo capazes de resistir cargas estáticas elevadas com deformações pequenas. Estes possuem ângulos de atrito elevados e coesão nula. A posição relativa de seus grãos varia de acordo com a relação de vazios e são caracterizados por ter boa permeabilidade e velocidades de propagação de ondas intermediárias, dependendo da sua compacidade. Estes tipos de solos apresentam assentamentos imediatos.

Os **solos argilosos**, de partículas planas e alongadas, apresentam uma tendência a organizar-se horizontalmente, possuem ângulos de atrito muito menores em relação aos valores das areias. Possuem também uma boa resistência a cargas perpendiculares ao seu plano possuindo, entretanto, uma facilidade ao deslizamento ante a aplicação de forças paralelas (como os produzidos pelos terremotos, por exemplo). Estes caracterizam-se também por serem praticamente impermeáveis.

Os solos argilosos ainda apresentam assentamentos por densificação (ao longo do tempo), são coesivos, ou seja, o valor de coesão é proporcional à sua compacidade e inversamente proporcional à umidade. A depender desse conteúdo de umidade, as forças internas de atração entre as partículas irão aumentar ou diminuir.

Outro tipo de material geológico corresponde às **rochas**, sendo descritas como formações geológicas de grande resistência à compressão. Caracterizam-se como: ígneas, sedimentares e metamórficas, resultado da segregação de materiais semelhantes em estratos paralelos, originados por processos químicos durante períodos longos de tempo. Com densidades muito maiores do que os materiais granulares (areias e argilas), as rochas possuem uma rigidez proporcional ao seu peso específico.

2.2 PROPRIEDADES DOS SOLOS

O solo, como mencionado anteriormente, apresenta diversas características que o definem e que irão influenciar o seu comportamento, seja elástico ou plástico, a depender das condições estabelecidas pelo sistema solo-fundação. Para um melhor entendimento, serão definidos a seguir os possíveis sistemas de fundação e a sua influência nos solos.

2.2.1 Sistemas de fundações

Define-se fundação, como um elemento estrutural cuja função consiste em transferir e distribuir as cargas da estrutura ao solo que a suporta.

Existem dois tipos de sistemas de fundações: superficiais e profundas. A distinção entre estes dois tipos é feita segundo o critério (arbitrário) de que uma fundação profunda é aquela que gera a ruptura do solo sob a superfície do terreno, sem atingir a mesma.

A norma NBR 6122 define as fundações profundas como aquelas cujas bases estão implantadas a uma profundidade superior a duas vezes sua menor dimensão, e a pelo menos 3 m de profundidade. (VELLOSO e LOPES, 2009).

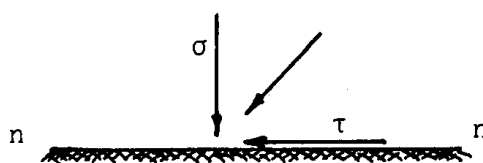
Neste caso, será estudado o comportamento do solo e da interface solo-fundação, quando apoiada uma sapata na superfície do mesmo, detalhando o procedimento de cálculo segundo a mecânica dos solos.

Um dos objetivos do presente trabalho é a determinação das tensões no solo. Para isto, é importante definir as características mais relevantes além das propriedades já mencionadas no comportamento do solo, entre elas: (1) o estudo das tensões *internas*, geradas pelas forças internas entre as partículas do solo; e (2) as tensões *externas*, geradas pela sobrecarga aplicada, e que dependem das características da fundação, como explicado posteriormente.

2.2.2 Estado tensional do sistema solo-fundação

Quando se aplica um carregamento no solo, este é submetido a um estado de tensão normal (σ) e um estado de tensão cisalhante (τ). O estado de tensão normal de compressão é definido na direção perpendicular ao plano gerado pela superfície de contato, e o estado de cisalhamento, na direção paralela ao plano de contato (direção tangente), como indicado na Figura 21, (FRATELLI, 1993).

Figura 21: Representação do estado de tensões.



Fonte: (FRATELLI, 1993)

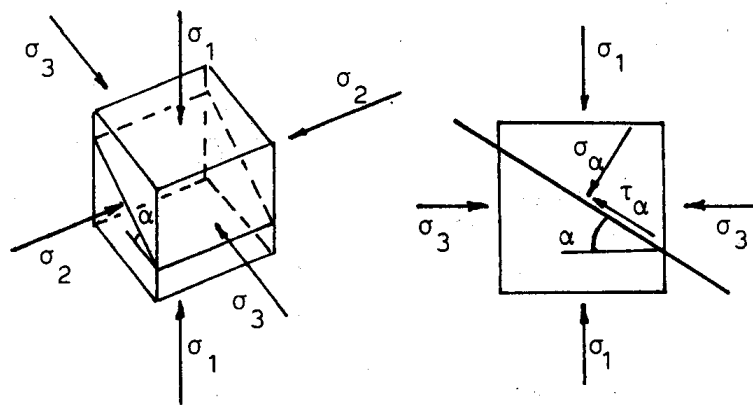
Existem três estados de tensão relevantes, definidos na mecânica dos solos: tensão máxima, capacidade de carga e tensão admissível. A tensão máxima é apresentada de maneira isolada e trata-se da maior das tensões que o solo pode suportar antes da ruptura. A capacidade de carga, representa a combinação de esforços normal e cisalhante como a condição mais desfavorável, ocasionando a ruptura por cisalhamento e a consequente perda de estabilidade do solo. Por último, a tensão admissível, é utilizada para o cálculo do sistema de fundações

por ser a tensão limite de estabilidade do solo. Estes estados serão apresentados com maior detalhe nas seções posteriores.

O estado de tensões, no caso tridimensional, é definido pelo conjunto de esforços aplicados nas faces do elemento diferencial de volume. Supondo que existem apenas esforços normais atuando simultaneamente em todas as faces, estes corresponderem aos esforços principais; gerando assim três planos principais paralelos às faces do elemento como indicado na Figura 22.

Posteriormente, partindo desses esforços principais, pode ser gerado o círculo de Mohr, possibilitando o cálculo dos esforços normal e cisalhante para qualquer plano inclinado, como detalhado por (FRATELLI, 1993, p. 142).

Figura 22: Estado de tensões tridimensional.



Fonte: (FRATELLI, 1993).

2.2.3 Critério de ruptura Mohr-Coulomb

Estes estados de tensões definidos no sistema solo-fundação produzirão, em um determinado momento, dois tipos de ruptura estudadas na mecânica dos solos: a ruptura local e a ruptura geral.

A ruptura local é produzida pelas tensões normais, conhecidas também como tensões de contato. Este estado apresenta-se inicialmente nas zonas próximas à superfície em contato, e é definido quando o esforço produzido pelos carregamentos externos ultrapassa o esforço normal máximo do solo, antes de alcançar-se a ruptura geral por cisalhamento.

A ruptura geral, por sua vez, é produzida por uma combinação de esforços normal e cisalhante e não pelos esforços máximos.

Quando é incrementado, gradualmente, um dos esforços normais de compressão, no ensaio triaxial de uma amostra de solo, é alcançado um estado tensional crítico. Mohr demonstrou que é nesse estado crítico de esforços, normais e cisalhantes, atuando simultaneamente, que ocorria a ruptura geral por cisalhamento do solo. Este tipo de ruptura é representada na mecânica dos solos pelas tensões de ruptura (σ_u, τ_u).

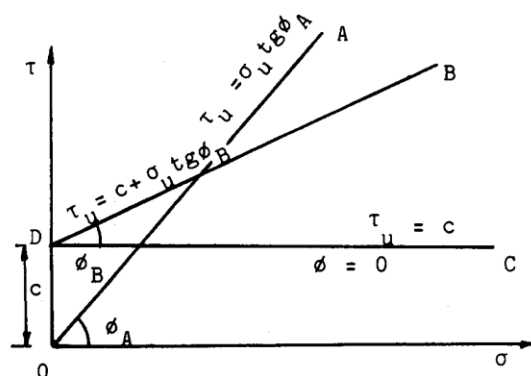
Se o ensaio for repetido para diferentes amostras de um mesmo solo, até alcançada a ruptura, pode-se traçar uma tangente a cada uma das circunferências de Mohr, resultando a chamada *Envoltória de Ruptura de Mohr*.

O critério de ruptura de Mohr-Coulomb, estabelece a ocorrência da ruptura geral quando para um determinado esforço normal σ no solo analisado, corresponde um esforço cisalhante τ , que excede o limite estabelecido pela envoltória. Portanto, é a envoltória que define a capacidade resistente do solo, e depende de dois parâmetros: a coesão e o ângulo de atrito, como mostrado na Figura 23.

A coesão (C), é definida como a força de adesão entre partículas, e determinada como resultado dos ensaios de laboratório aplicados em várias amostras do solo, como explicado por (BRAJA DAS, 2010).

O ângulo de atrito (ϕ), é definido como o ângulo no qual os esforços atuantes alcançam o equilíbrio, e a massa de partículas permanece em repouso.

Figura 23: Critério de ruptura.



Fonte: (FRATELLI, 1993).

No caso de solos não coesivos, a envoltória de ruptura passa pela origem de coordenadas do círculo de Mohr, portanto a coesão $c = 0$ e o valor do esforço cisalhante τ_u é calculado como indicado na equação (2.1) a seguir:

$$\tau_u = \sigma_u \operatorname{tg} \phi, \quad (2.1)$$

sendo $\operatorname{tg} \phi$ o coeficiente de atrito do solo e σ_u o esforço normal na ruptura.

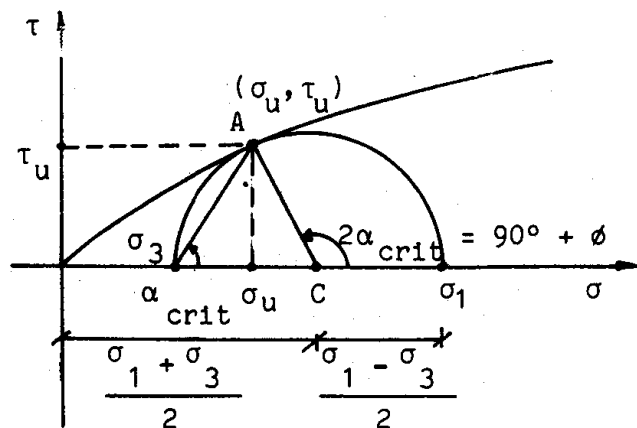
Quando o solo é coesivo, a envoltória do círculo de Mohr intersecta o eixo das ordenadas, originando o valor da coesão como mostrado na Figura 23, pela reta \overline{DB} , e a equação do esforço cisalhante pode ser reescrita como:

$$\tau_u = c + \sigma_u \operatorname{tg} \phi. \quad (2.2)$$

De maneira geral, como indicado por María G. Fratelli (1993, p. 146), nos solos granulares ou não coesivos, a resistência ao deslizamento é produzida fundamentalmente pela força de atrito entre suas partículas, além do resto das forças internas de atração existentes nelas que contribuem para resistência do solo.

Esses possíveis valores de ruptura podem ser calculados também no círculo de Mohr. Partindo dos esforços máximos e mínimos, como mencionado anteriormente, é medido um ângulo $2 \cdot \alpha_{crit} = 90 - \frac{\phi}{2}$ (sendo $2 \cdot \alpha_{crit}$ o ângulo de ruptura), em sentido anti-horário referido ao eixo horizontal, obtendo na interseção com o círculo o ponto de interesse. Para um melhor entendimento vide Figura 24.

Figura 24: Critério de Ruptura Mohr-Coulomb



Fonte: (FRATELLI, 1993).

O ângulo de atrito, pode ser determinado pelos ensaios de laboratório, apresentando nos solos arenosos uma tendência a ter valores elevados, em relação aos solos argilosos. Na Tabela 2.1, são indicados alguns valores obtidos como resultado de ensaios realizados ao longo do tempo, e para cada tipo de solo, alguns dos quais encontram-se com maior detalhe na Tabela 2.2.

As tabelas apresentam ainda outras características como a compactidade (ou grau de compactação do solo), carga última, coeficiente de Poisson e módulo de elasticidade tanto para solos arenosos, quanto para solos argilosos.

Tabela 2.1: Propriedades mecânicas dos solos arenosos e argilosos.

AREIAS					
N (SPT)	Compactidade Relativa	Qu (T/m2)	Ângulo de Atrito (°)	Coeficiente de Poisson μ	Módulo de Elasticidade E (kgf/cm2)
0-4	Fofa	1,12-1,63 (1,375)	27,75-29 ()	0,2-0,26 ()	100-160
5-9	Pouco compacta	1,67-1,81 (1,741)	29,25-30	0,28-0,34	175-235
10-30	Medianamente compacta	1,84-2,04 (1,94)	30,25-36	0,35-0,38	250-500
31-50	Compacta	2,05-2,24 ()	36,25-40	0,38-0,40	525-1000
51-80	Muito compacta	2,25-2,35 ()	-	-	1000
ARGILAS					
N (SPT)	Compactidade Relativa	Qu (T/m2)	Ângulo de Atrito (°)	Coeficiente de Poisson μ	Módulo de Elasticidade E (kgf/cm2)
0-2	Muito mole	0,23-0,25	0,00	0,10	100-130
3-4	Mole	0,63-1,00	2,00	0,10-0,11	145-160
5-8	Média	1,25-2,00	3,00-4,00	0,11-0,13	175-220
9-15	Pouco rijá	2,25-3,75	4,00-6,00	0,13-0,15	235-313
16-30	Rijá	4,00-7,50	6,00-12,00	0,16-0,22	325-500
31-80	Dura	7,75-32,00	14,00-16,00	0,22-0,30	525-1000

Fonte: (BRAJA DAS, 2010)

Na seguinte tabela especifica-se tanto o ângulo de atrito do solo, quanto o ângulo de atrito na sua interação com elementos estruturais, podendo este ser utilizado na análise computacional.

Tabela 2.2: Ângulo φ de atrito interna e δ de atrito entre o solo e o muro ou estaca.

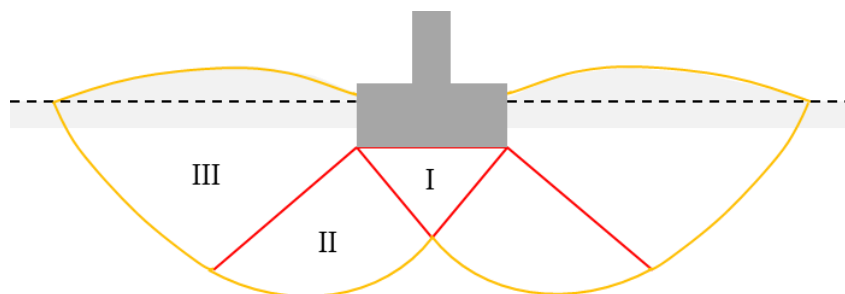
Classe de solo	Ângulo de atrito do solo φ		Ângulo de atrito entre o solo e o muro ou estaca δ		f=tg δ
	Seco	Úmido	eco	Úmido	
Areia grossa e média, bem compactada.	40-42	35-37	38	30	0.7-0.58
Areia grossa e média normal.	38	27	32	26	0.62-0.48
Areia grossa e fina.	37	30	29	27	0.55-0.5
Areia média e fina.	35	28-30	25	21	0.46-0.38
Areia fina siltosa.	36	29	29	26	0.55-0.48
Silte arenoso.	35	26	28	25	0.53-0.46
Silte argiloso e areia média.	-	31	-	29	0.55
Argila arenosa.	16-20	10-18	17	12	0.30-0.25
Orgânica.	20-26	-	12	9	0.20-0.15
Silte.	15	-	6	-	0.1
Turfa.	5	-	-	-	-

Fonte: (FRATELLI, 1993, p. 567)

Vale ressaltar que o peso específico referenciado para os solos foi obtido mediante ensaio em seu estado úmido, com umidade natural.

Na ruptura geral são apresentadas três zonas relevantes, como mostrado na Figura 25. A zona I, corresponde a zona com recalques verticais, devido ao carregamento externo; a zona II, de corte radial, devido ao incremento do carregamento externo até o valor crítico; e por último a zona III, de deslizamento devido à influência da zona II.

Figura 25: Ruptura geral por cisalhamento.



Fonte: (FRATELLI, 1993).

2.2.4 Capacidade de carga da fundação

Segundo explicado por Maria G. Fratelli (1993), a carga de ruptura, ou capacidade de carga, é definida como o estado de tensão limite que o solo suporta, ou seja, onde é alcançada a tensão de ruptura por cisalhamento. Outra definição é dada por Braja Das (2010), onde a carga de ruptura é a tensão por unidade de área abaixo da fundação, antes de produzir a ruptura por cisalhamento.

Como observado nas definições antes apresentadas, a falha por cisalhamento é um fator determinante no cálculo da resistência do solo. Desta forma, é fundamental conhecer a rigidez do solo para evitar ultrapassar os valores de esforços últimos, produto da combinação dos esforços críticos, normal e cisalhante, dentro da massa de solo que ocasionará deslizamentos ao longo da superfície de ruptura.

A teoria para o cálculo da carga de ruptura foi desenvolvida inicialmente por Terzagui em (1943) para a análise bidimensional de fundações, apresentando certas limitações: (1) esta pode aplica-se apenas a fundações contínuas, excluindo o cálculo de fundações retangulares; (2) também desconsidera-se a resistência por cisalhamento ao longo da superfície de falha do solo acima da cota de recalque da fundação; (3) considera também o efeito produzido pelos carregamentos inclinados sobre a fundação. No ano de 1963, Meyerhof apresentou uma equação geral para o cálculo da rigidez, escrita como segue:

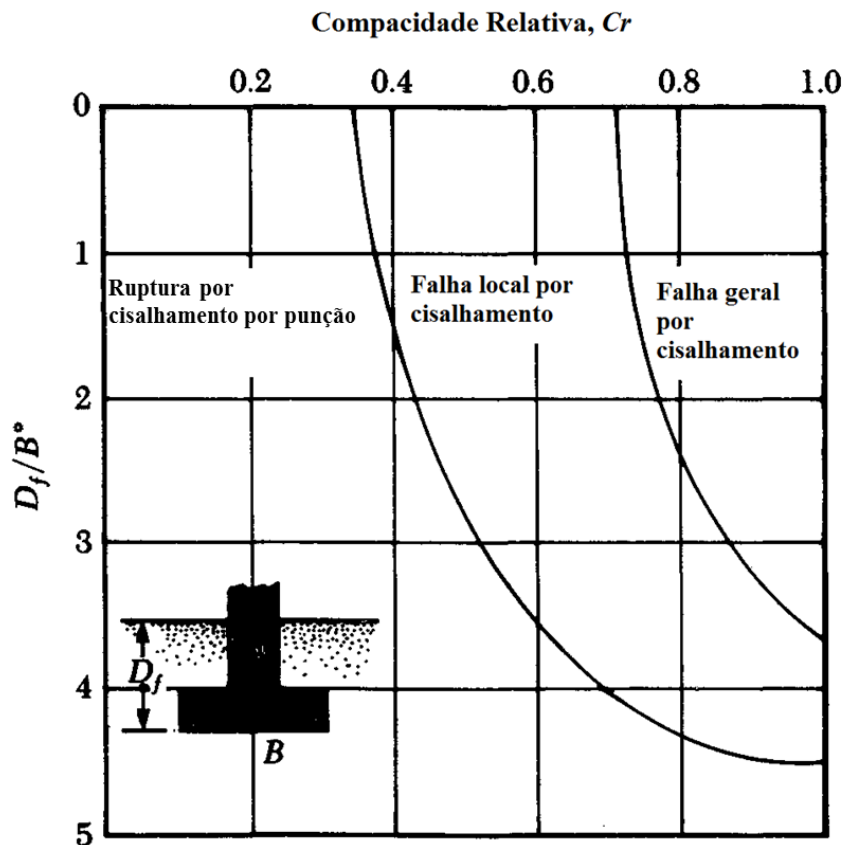
$$q_u = cN_cF_{cs}F_{cd}F_{ci} + qN_qF_{qs}F_{qd}F_{qi} + \frac{1}{2}\gamma BN_\gamma F_{\gamma s}F_{\gamma d}F_{\gamma i}, \quad (2.3)$$

sendo, c a coesão (nula, no caso de solos não coesivos); q o esforço efetivo no nível da cota de assentamento da fundação; γ a massa específica do solo; B a largura característica da fundação; F_{cs} , F_{qs} , $F_{\gamma s}$ os fatores de forma; F_{cd} , F_{qd} , $F_{\gamma d}$ os fatores de profundidade; F_{ci} , F_{qi} , $F_{\gamma i}$ os fatores de inclinação do carregamento e N_c , N_q , N_γ os fatores de capacidade do carregamento. Para formulações e detalhes do cálculo dos fatores dados na equação refira-se a (BRAJA DAS, 2010, p. 167).

Uma vez calculada a capacidade de carga do sistema solo-fundação, esta será dividida por um fator de segurança recomendado de 2 para solos granulares e 3 para solos coesivos, como indicado na norma para Projeto e execução de fundações ABNT NBR 6122 (2010, p. 16).

O valor obtido por esta divisão é denominado tensão admissível do solo, que irá garantir a estabilidade e a consequente não ocorrência da ruptura por cisalhamento.

Figura 26: Modos de ruptura em fundações sobre areia.



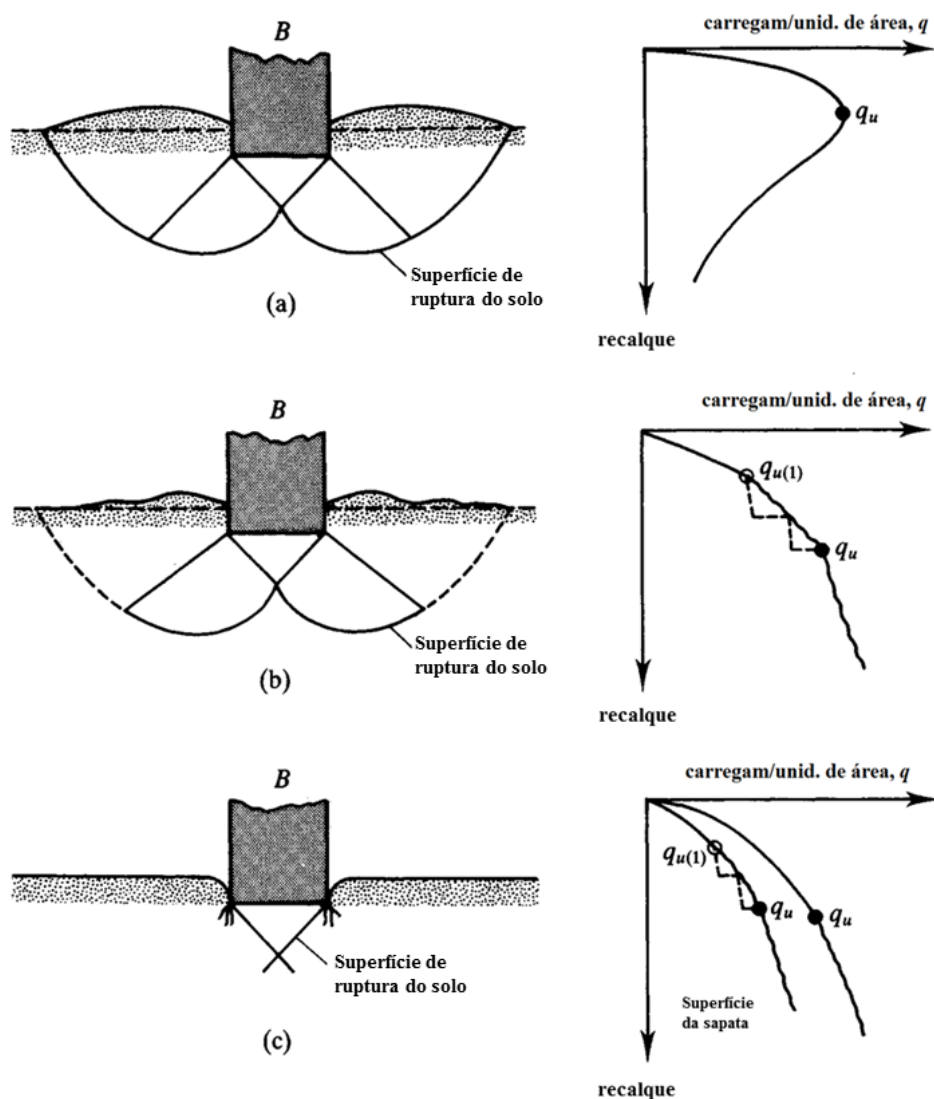
Fonte: (BRAJA DAS, 2010)

Na Figura 26 ilustram-se os tipos de ruptura de acordo com a compacidade relativa do solo e as características da fundação. A compacidade relativa define-se como a razão entre a diferença das relações de vazios do solo no seu estado solto e *in situ*, e a diferença entre as relações no estado solto e estado denso. As características geométricas da fundação referem-se à razão entre a cota de nível da fundação e o parâmetro $B^* = \frac{2BL}{B+L}$, quando $L = B$, $B^* = B$.

Na Figura 27, ilustram-se os tipos de ruptura quando ultrapassada a tensão admissível e atingida a capacidade de carga. A Figura 27a e Figura 27b, representam a ruptura geral e local por cisalhamento, descritas anteriormente.

A Figura 27c, por sua vez, mostra a ruptura de cisalhamento por punção. Este mecanismo ocorre em solos muito soltos, quando a carga aplicada supera a capacidade última. Nesse caso, a ruptura é imediata e nunca atinge a superfície do terreno.

Figura 27: Tipos de ruptura nos solos.



(a) Ruptura geral por cisalhamento, (b) Ruptura local por cisalhamento, (c) Ruptura de cisalhamento por punção.

Fonte: (BRAJA DAS, 2010).

Atualmente existem faixas tabeladas para os valores das tensões admissíveis de acordo com o tipo de solo, comprovados estatisticamente pelos diversos estudos realizados, e detalhados na literatura. Com base nesses estudos, Maria G. Fratelli (1993) apresentou uma tabela (vide Tabela 2.3) com esses valores referenciais das tensões admissíveis a depender do tipo de solo, sendo de grande utilidade na representação do tipo de solo a ser estudado na presente pesquisa.

Tabela 2.3: Peso Específico γ e Esforço Admissível σ_{adm}

Classe de Solo	Massa Específica ρ (kg/m ³)	Tensão Admissível σ_{adm} (kgf/cm ²)		Obs.
		Solo seco	Solo saturado	
Rocha dura, estratificada, sã e compacta.	2.800 – 3.000	60 – 100	-	(1)
Rocha não estratificada, com algumas fissuras.	2.700	40 – 50	-	(1)
Rocha estratificada.	2.600	25 – 30	-	(1)
Pedra calcária compacta.	2.500	10 – 20	-	
Pedra calcária porosa.	2.000	8 – 10	-	
Rocha branda.	1.800 – 2.000	8	-	
Cascalho com areia compacta (ao menos 1/3 de grava de 70 mm).	2.000	5-8	2-4	
Areia grossa firme e com alguma umidade (1 a 3 mm).	1.900 – 2.000	4-6	2	(2)
Areia grossa seca.	1.800	3-5	-	(2)
Areia fina úmida.	1.750	2-5	1-2	(2)
Areia fina seca.	1.700	1-2	-	(2)
Areia argilosa média e densa.	1.900	2-3	0.5-1	
Areia argilosa seca e solta.	1.700	1-2	-	
Argila dura compacta.	1.800	4	-	
Argila muito firme.	1.800	2-3	-	
Argila semidura.	1.750	1-2	-	
Argila média.	1.700	0.5-1	-	
Argila branda.	1.700	<0.5	-	
Siltes.	1.700	<0.4	-	(3)
Lama, lodo ou turfa inorgânica.	900	-	-	(3)
Solos orgânicos.	1.600	-	-	(3)
Solo orgânico seca.	1.700	-	-	(3)
Aterros sem consolidação.	1.700	-	-	(3)

- (1) Quando a rocha apresenta estratificação inclinada ou desfavorável, deve adota-se um esforço admissível do 50% dos valores proporcionados.
- (2) Em caso do que o nível freático diste da superfície de apoio da base menos o comprimento B, nos solos coesivos adota-se um $\sigma_{adm} = 80\% \sigma_{adm}$ da tabela.
- (3) Em geral, resistência nula, excetuando quando é determinado experimentalmente o σ_{adm} .

Fonte: (FRATELLI, 1993, p. 566)

2.2.5 Recalque

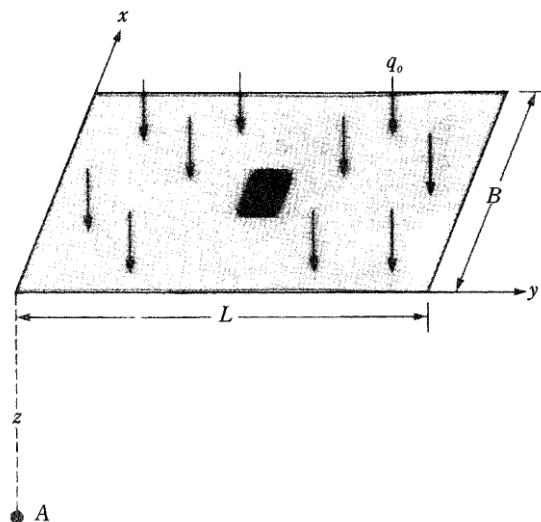
Segundo Bowles (1993, p. 284), o recalque é definido como o deslocamento vertical do solo, quando aplicado um carregamento. Este pode ocorrer de maneira imediata, logo após a aplicação da sobrecarga em solos granulares ou não coesivos, ou por consolidação (ao longo do tempo) em solos coesivos, como as argilas.

O recalque descrito será o imediato, característico dos solos granulares. Para seu cálculo deve-se primeiramente calcular o incremento do esforço vertical, como detalhado a seguir.

Como explicado por Braja Das (2010, p. 240), o valor do incremento do esforço vertical dependerá do produto do carregamento aplicado pela influência derivada da forma da fundação, ou seja, forma da superfície em contato com o solo e do ponto a ser estudado embaixo dessa superfície de contato.

Para os recalques imediatos, a influência pode ser calculada para superfícies retangulares e circulares, em fundações superficiais e semi-superficiais (submersas na massa de solo), utilizando a equação introduzida por Boussinesq em 1885. No caso das fundações superficiais e retangulares, representado na Figura 28, o valor da influência é definido pela Equação (2.4).

Figura 28: Influência embaixo de superfícies retangulares.



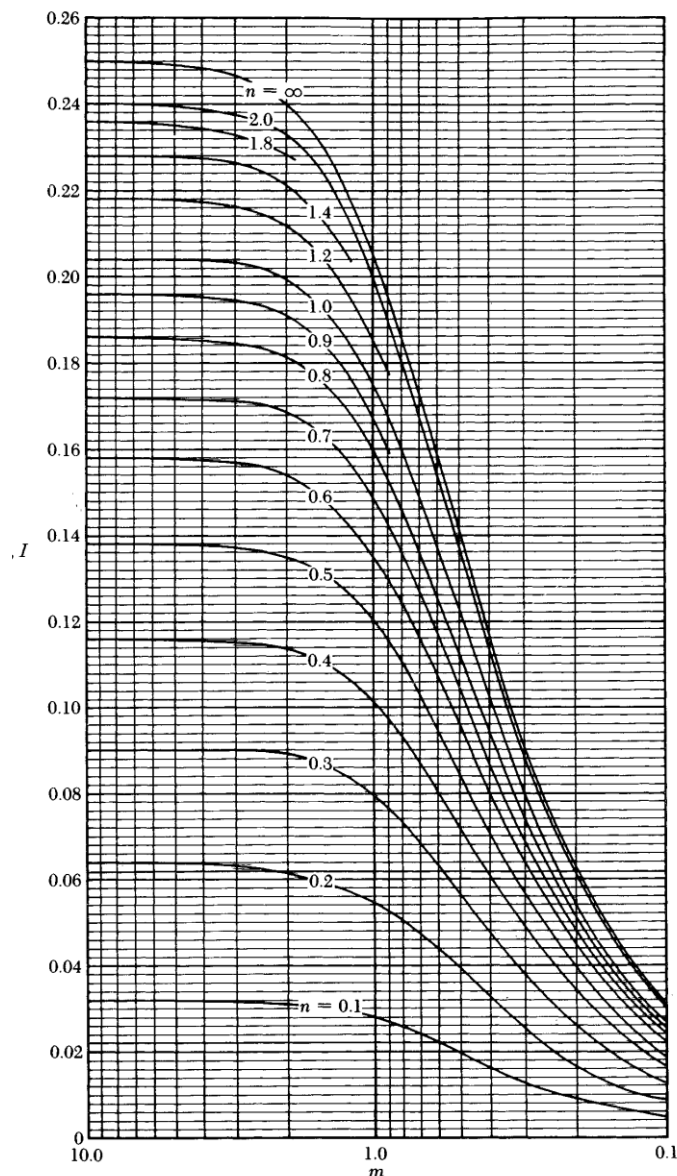
Fonte: (BRAJA DAS, 2010).

$$I = \frac{1}{4\pi} \left\{ \left[\frac{2mn\sqrt{m^2 + n^2 + 1}}{m^2 + n^2 + m^2n^2 + 1} * \frac{m^2 + n^2 + 2}{m^2 + n^2 + 1} \right] + \tan^{-1} \left(\frac{2mn\sqrt{m^2 + n^2 + 1}}{m^2 + n^2 + 1 - m^2n^2} \right) \right\}. \quad (2.4)$$

Na expressão acima, $m = B/z$ e $n = L/z$. Ressalta-se que quando estes são valores muito pequenos, o argumento da \tan^{-1} é negativo e deve-se incluir um π no argumento, como mostrado na equação (2.5). O valor desta influência também pode-se obter graficamente utilizando o ábaco apresentado na Figura 29.

$$I = \frac{1}{4\pi} \left\{ \left[\frac{2mn\sqrt{m^2 + n^2 + 1}}{m^2 + n^2 + m^2n^2 + 1} * \frac{m^2 + n^2 + 2}{m^2 + n^2 + 1} \right] + \tan^{-1} \left(\pi - \frac{2mn\sqrt{m^2 + n^2 + 1}}{m^2 + n^2 + 1 - m^2n^2} \right) \right\}. \quad (2.5)$$

Figura 29: Representação gráfica para a obtenção de I.



Fonte: (BRAJA DAS, 2010).

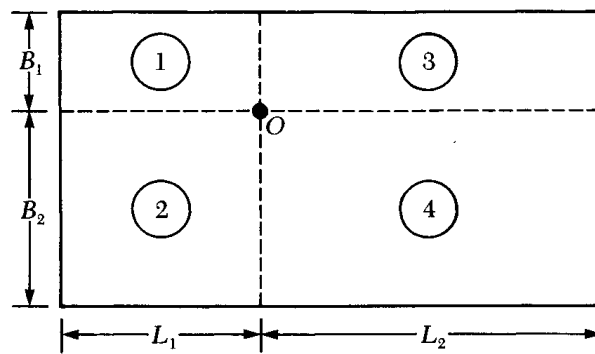
Para o estudo da influência em um ponto O qualquer dentro de uma superfície retangular, a superfície mencionada deve ser dividida em tantos retângulos quanto forem necessários, de

modo que o ponto de estudo fique situado na quina comum entre os retângulos menores, como mostrado na Figura 30. A influência total corresponderá à soma das influências calculadas em cada sub-retângulo e a equação (2.6) pode-se reescrever como:

$$I = \frac{2}{\pi} \left[\frac{m_1 n_1}{\sqrt{m_1^2 + n_1^2 + 1}} * \frac{m_1^2 + 2n_1^2 + 1}{(n_1^2 + 1)(m_1^2 + n_1^2)} \right] + \sin^{-1} \frac{m_1}{\sqrt{m_1^2 + n_1^2} \sqrt{1 + n_1^2}}, \quad (2.6)$$

sendo, $m_1 = L/B$ e $n_1 = z/\left(\frac{B}{2}\right)$.

Figura 30: Cálculo da influência em um ponto O dentro da superfície retangular.



Fonte: (BRAJA DAS, 2010).

Quanto aos recalques imediatos com a influência embaixo de superfícies circulares, a expressão é representada como:

$$I = 1 - \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{B}{2z}\right)^2\right]^{3/2}}. \quad (2.7)$$

Uma vez obtido o valor da influência, pode-se calcular o valor do incremento de carga que produz o recalque, expressada como:

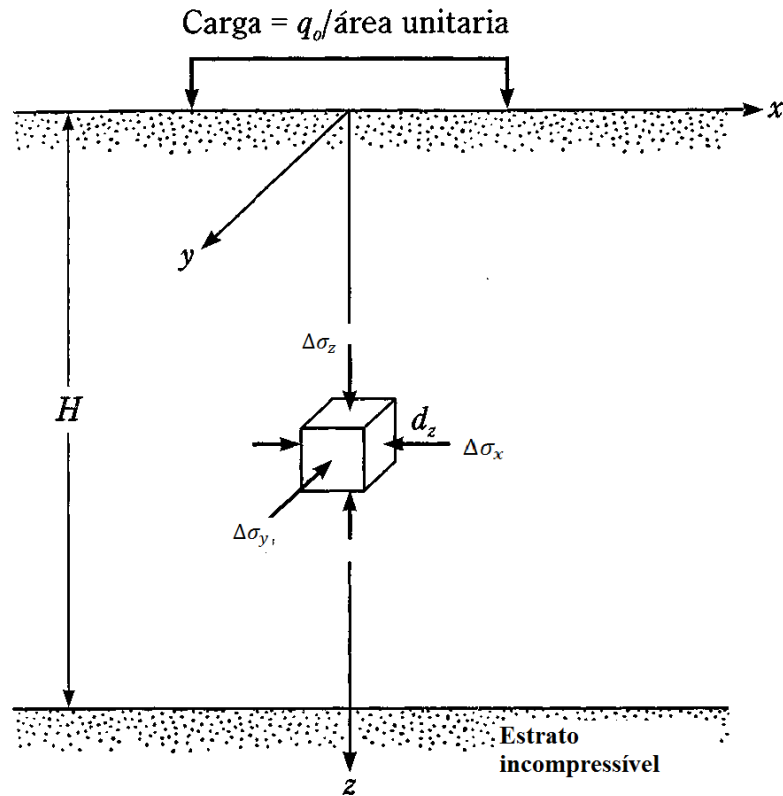
$$\Delta\sigma_z = Iq. \quad (2.8)$$

Finalmente, o recalque imediato (S_e), será calculado utilizando a teoria da elasticidade e aplicando a lei de Hooke, sendo a equação escrita como:

$$S_e = \frac{1}{E} \int_0^H (\Delta\sigma_z + \mu\Delta\sigma_x + \mu\Delta\sigma_y) dz, \quad (2.9)$$

sendo E o módulo de elasticidade, H a profundidade do estrato de solo, $\Delta\sigma_z$ o incremento de carga vertical, μ o coeficiente de Poisson e $\Delta\sigma_x$, $\Delta\sigma_y$ os valores de incremento de carga devido ao incremento vertical, como mostrado na Figura 31.

Figura 31: Recalque elástico em fundações superficiais.



Fonte: (BRAJA DAS, 2010).

Segundo Steinbrenner (1934) (apud BRAJA DAS, 2010), quando a cota de assentamento da sapata é zero ($D_f = 0$), a profundidade deste tende ao infinito ($z = \infty$), e a fundação é perfeitamente flexível. Desta forma, pode-se considerar o recalque no centro com a seguinte simplificação:

$$\rho_i = \frac{Bq_0}{E_s} \cdot (1 - \mu^2) \cdot \alpha, \quad (2.10)$$

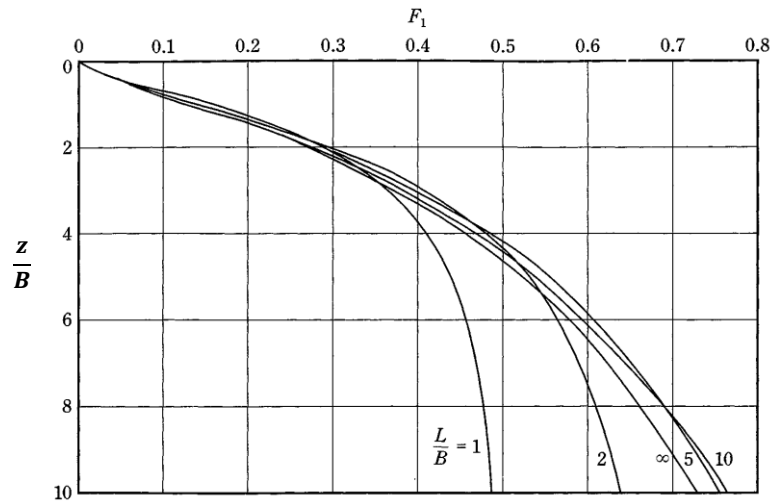
sendo

$$\alpha = \frac{1}{\pi} \left[\ln \frac{\sqrt{1+m^2}+m}{\sqrt{1+m^2}-m} + m \cdot \ln \frac{\sqrt{1+m^2}+m}{\sqrt{1+m^2}-m} \right], \quad (2.11)$$

e $m = L/B$.

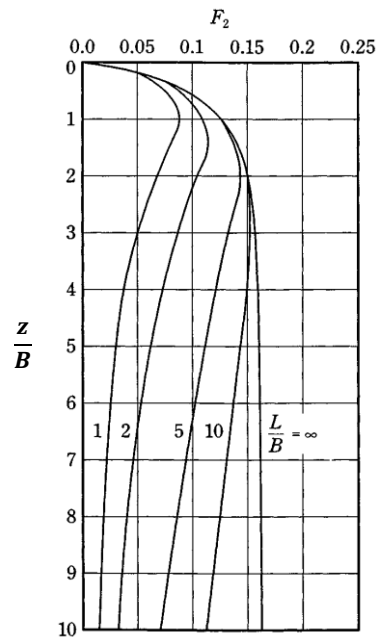
Quando $D_f = 0$ e $z < \infty$ o recalque é calculado utilizando os fatores F_1 e F_2 . Estes valores correspondem aos parâmetros numéricos e são calculados mediante a utilização dos ábacos apresentados a seguir, a depender das relações z/B e L/B (vide Figura 32 e Figura 33).

Figura 32: Variação de F_1 em função da relação z/B .



Fonte: (BRAJA DAS, 2010).

Figura 33: Variação de F_2 em função da relação z/B .



Fonte: (BRAJA DAS, 2010).

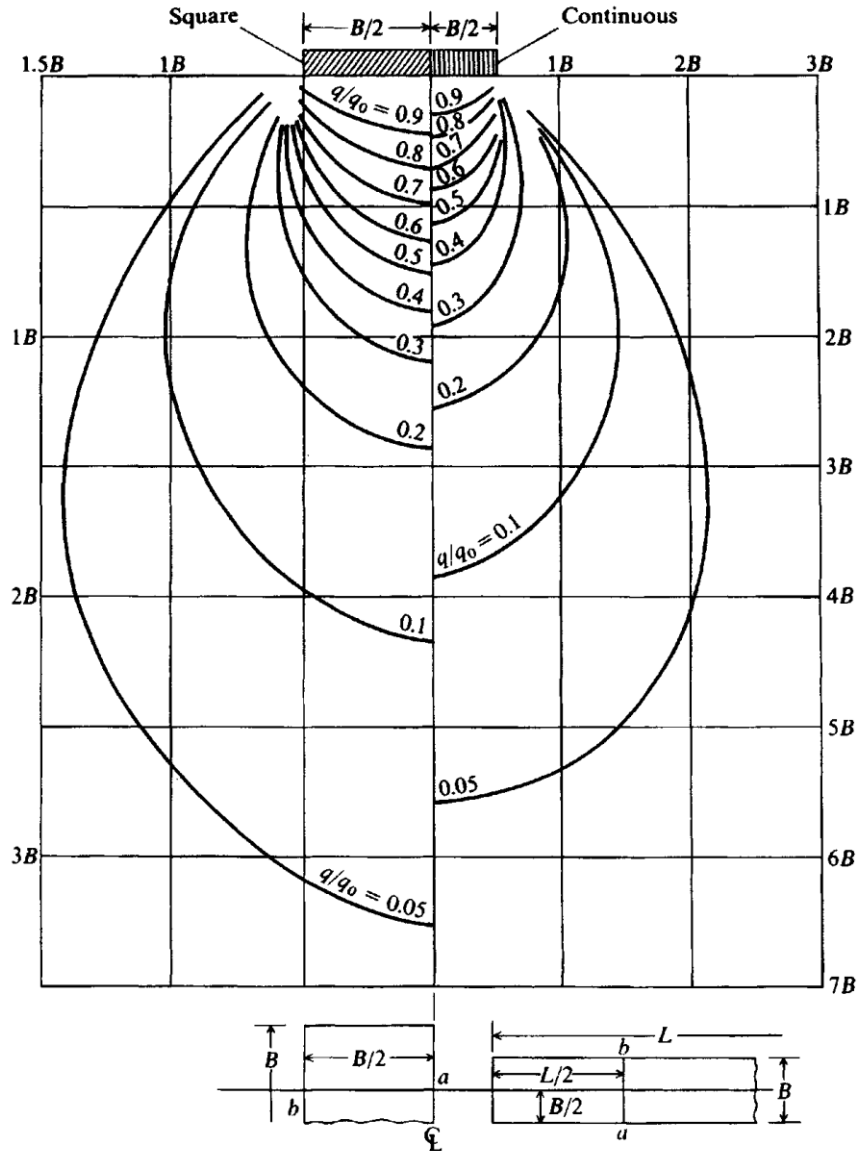
Finalmente, o recalque no centro da fundação será calculado como segue:

$$\rho_i = \frac{Bq_0}{E_s} \cdot (1 - \mu^2) \cdot [(1 - \mu^2) \cdot F_1 + (1 - \mu - 2\mu^2) \cdot F_2]. \quad (2.12)$$

Para maior detalhe no cálculo dos recalques, refira-se a (BRAJA DAS, 2010, p. 240-244).

Definidos alguns dos aspectos mais importantes na mecânica dos solos ao respeito do seu comportamento, espera-se obter, enquanto estiver no regime elástico, um comportamento similar ao proposto por Boussinesq no bulbo de tensões, como ilustra na Figura 34.

Figura 34: Bulbo de Tensões.



Fonte: (BOWLES, 1997, p. 315)

2.3 MODELAGEM DO SOLO

A modelagem será feita inicialmente para os solos arenosos, sendo este: (1) o mais apropriado devido à regularidade dos seus grãos, semelhantes às esferas simuladas no programa; (2) possuir coesão nula; e (3) apresentar pequenas deformações após a sua estabilização.

Serão utilizadas como variáveis de entrada, para a modelagem deste tipo de solo, as características já mencionadas, como o módulo de elasticidade (E), variando entre 100-1000 (kgf/cm²), mostrado na Tabela 2.1; a coesão (C) de valor nulo em materiais granulares, e o ângulo de atrito (ϕ) que se encontra especificado na Tabela 2.2.

Outra característica a ser estudada para a comparação de resultados, corresponde aos tipos de ruptura apresentados anteriormente, destacando-se o caso da ruptura por cisalhamento. Para tanto, implementam-se alguns exemplos com a finalidade de detalhar o comportamento tanto na faixa elástica quanto na faixa inelástica, com os valores de tensões obtidas pelo programa e o início do mecanismo de ruptura, respectivamente.

Para a faixa inelástica serão simulados 2 exemplos finais que utilizam-se da metade da carga última de Terzaghi ou capacidade de carga, para mostrar o possível mecanismo de ruptura. Para o cálculo e verificação desta carga será utilizado o programa *Analysis of Bearing Capacity (ABC)* desenvolvido por Martin (2003), que permite obter a capacidade resistente, diagrama de ruptura, ângulo de atrito, entre outros, partindo dos parâmetros do solo e da superfície de fundação atuante sobre ele. Para maiores detalhes sobre o programa refere-se a (MARTIN, 2003).

3 MÉTODO DAS PARTÍCULAS

Definido por Cundall e Hart (1992), o método das partículas é um método numérico para a simulação completa do comportamento de sistemas discretos, onde os elementos ou partículas podem interagir entre si. Este processo inclui três aspectos importantes: (1) a representação de contatos; (2) a representação de materiais sólidos; e (3) o esquema de detecção e revisão de contato. Outra característica importante explicada por O'Sullivan (2011), parte da consideração explícita da iteração entre as partículas que compõem o material granular, conseguindo representar tanto os seus deslocamentos, quanto as rotações desses elementos simulados ao longo do tempo.

Partindo das definições anteriores, o método das partículas pode ser descrito como um método de análise dinâmico não linear, que permite simular os deslocamentos e rotações de corpos discretos, como também conhecer as forças atuantes, a orientação das partículas e do contato entre elas. Este consiste na discretização dos meios a serem estudados, permitindo a sua representação como partículas de diferentes formas e características, e a sua formulação parte da dinâmica das partículas. Sendo assim, as posições e velocidades, as forças e o contato apresentados no fenômeno físico, são medidos em função do tempo, permitindo uma abordagem numérica de problemas com pequenos e grandes deslocamentos. Assim, problemas de estudo de qualquer estado da matéria, sejam sólidos, líquidos e/ou gases, podem ser simulados com resultados confiáveis.

O método foi introduzido por Cundall e Strack (1979) como um programa para o estudo do comportamento dos solos. Este iniciou-se com a simulação bidimensional dos grãos de solos representados como discos ou esferas e baseia-se em duas leis fundamentais, como explicado por Pinto (2011), a segunda lei de Newton e a lei de forças-deslocamentos. A segunda lei de Newton irá determinar o movimento das partículas partindo das forças de contato e forças externas, e a lei de Forças-Deslocamentos será a responsável da atualização das forças de contato surgidas ao longo da trajetória delas.

As soluções obtidas através da implementação deste método, surgem de um processo iterativo cíclico, que implica o cálculo das forças atuantes externas e internas em cada instante de tempo e para cada partícula individualmente e, posteriormente, descreve as suas velocidades e trajetórias, repetindo o processo até completar o tempo de análise.

Dentre as considerações iniciais do método a ser utilizado nesta pesquisa, têm-se: (1) as partículas são consideradas inicialmente como corpos esféricos rígidos de tamanhos variáveis, portanto considerados como corpos não deformáveis; (2) as possíveis deformações dos corpos são muito pequenas e consideradas como superposições entre as partículas, produzidas pelas forças normais e tangenciais surgidas do contato, sendo calculadas como molas e de constantes elásticas definidas como valores de penalidade; (3) a trajetória surge como consequência do contato, resultando na translação e a rotação de cada partícula, a ser calculada utilizando a segunda lei de Newton; (4) a rotação, será considerada desprezível no caso de ter um conjunto de partículas muito pequenas e em problemas quase estáticos, e por esta razão não será levada em conta; e (5) as condições de contorno serão estabelecidas pelas paredes da estrutura de contenção, sendo necessário o cálculo do contato partícula-parede.

Inicialmente são calculadas as forças atuantes, dentre as quais encontram-se a força de contato partícula-parede, a força de contato entre partículas e as forças de atrito, amortecimento e coesão, tanto entre partículas, quanto de partícula-parede, além da força de gravidade. Posteriormente, é inicializado o processo iterativo com a integração no tempo da equação do movimento, e a atualização das forças utilizando a lei de força- deslocamento. Finalmente, uma vez alcançada a convergência no intervalo de tempo atual, procede-se fazer um novo incremento de tempo e a repetição do método até atingir a convergência, este processo é feito tantas vezes quantas forem necessárias até completado o tempo total da análise.

Até a atualidade, com base na formulação do método das partículas, tem sido desenvolvidas uma grande quantidade de avanços em estudos de materiais granulares, como: (1) o caso da análise tridimensional de médios granulares, desenvolvido por Ghaboussi e Barbosa (1990); (2) o avanço do método das partículas aplicado na mecânica dos solos, rochas e concreto por Donzé (2008); (3) simulações numéricas de materiais granulares por Fortin, Millet e De Saxce (2005); (4) revisão e extensão de modelos de força normal no método dos elementos discretos por Kruggel-Emden, Simsek, *et al.* (2006); (5) a predição das forças de atrito em solos não coesivos Obermayr, Dressler, *et al.* (2011); (6) modelagem da liquefação em solos granulares por El Shamy e Aldehhamid (2014); dentre outros trabalhos no estudo da mecânica dos solos, como o caso do presente trabalho.

3.1 EQUAÇÃO DO MOVIMENTO

A equação do movimento que descreve o comportamento das partículas encontra-se baseada na segunda lei de Newton, relacionando as forças com os deslocamentos, como mencionado anteriormente. No processo é estudada a trajetória, velocidade e possíveis forças agindo em cada partícula individualmente, para cada instante de tempo.

Supondo um sistema de N_i partículas, quando consideradas todas as forças atuando sobre ela, a equação de movimento associada à i -ésima partícula pode-se escrever como

$$m_i \mathbf{a}_i = \mathbf{F}_i^{Total}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_{N_p}) = \mathbf{F}_{ip}^{con} + \mathbf{F}_{ip}^f + \mathbf{F}_{ip}^{amort} + \mathbf{F}_{ip}^{ades} + \mathbf{F}_{ij}^{con} + \mathbf{F}_{ij}^f + \mathbf{F}_{ij}^{amort} + \mathbf{F}_{ij}^{ades} + \mathbf{F}_i^{grav}, \quad (3.1)$$

sendo:

m_i : massa da partícula.

\mathbf{r}_i : vetor de posição da i -ésima partícula.

\mathbf{F}_i^{Total} : a força total atuando na i -ésima partícula.

\mathbf{F}_{ip}^{con} : forças de contato entre a partícula e a parede.

\mathbf{F}_{ip}^{atr} : forças de atrito partícula-parede.

\mathbf{F}_{ip}^{ades} : forças de adesão partícula-parede.

\mathbf{F}_{ip}^{amort} : forças de amortecimento geradas quando as partículas encontram-se em contato com a parede.

\mathbf{F}_{ij}^{con} : forças de contato entre partículas.

\mathbf{F}_{ij}^{ades} : forças de adesão partícula-partícula.

\mathbf{F}_{ij}^{atr} : forças de atrito partícula-partícula.

\mathbf{F}_{ij}^{amort} : forças de amortecimento geradas quando as partículas encontram-se num meio viscoso.

\mathbf{F}_i^{grav} : força da gravidade.

Considerando as notações \mathbf{F} , \mathbf{a} , \mathbf{v} e \mathbf{r} como um vetor de força, aceleração, velocidade e posições no espaço, respetivamente. Portanto, as formulações apresentadas são aplicadas para cada um dos três eixos no espaço.

3.1.1 Dinâmica de partículas

Partindo da relação nas equações analíticas da dinâmica entre a aceleração, velocidade e posição, conjuntamente com a segunda lei de Newton, pode-se obter a dedução da formulação da lei das forças-deslocamentos, como parte fundamental do ciclo no método.

Segundo Hibbeler (2005), ‘A cinemática de um ponto material é caracterizada especificando-se em cada instante, sua posição, velocidade e aceleração’. Sendo a posição ao longo da trajetória de um ponto material representada pela letra r , o seu deslocamento será definido como a mudança da sua posição, expressa por $\Delta r = r_f - r$; a velocidade do ponto corresponde ao seu deslocamento num intervalo de tempo Δt , representada como $v = \frac{\Delta r}{\Delta t}$; e a aceleração corresponderá à variação dessa velocidade no mesmo intervalo de tempo Δt , sendo expressa como $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$.

No caso específico do comportamento das partículas, estudadas em intervalos de tempo muito pequenos, é possível considerar as relações cinemáticas de maneira diferencial, como expressado nas equações (3.2) e (3.3) a seguir:

$$v = \frac{dr}{dt}, \quad (3.2)$$

$$a = \frac{dv}{dt}. \quad (3.3)$$

Pode-se também estabelecer a relação da aceleração como função da posição, obtendo a equação (3.4),

$$a = \frac{d^2r}{dt^2}. \quad (3.4)$$

Estas relações mencionadas anteriormente serão tomadas como base para a construção do método de solução iterativa, apresentado no capítulo 4.

As forças na equação de movimento, por sua vez, serão desenvolvidas passo a passo com os elementos mecânicos do contato, não sendo consideradas para esta pesquisa forças atuantes como a eletromagnética, de temperatura e a do meio ambiente. No entanto, podendo ser estudadas e adicionadas em trabalhos futuros.

3.2 CONTATO

O contato é definido quando dois corpos de massas e dimensões independentes coincidem em um ponto das suas superfícies, em um instante de tempo determinado, atingindo a condição de equilíbrio entre eles.

O modelo adotado para o estudo do contato é fundamentado no modelo de contato de Hertz, o qual estabelece algumas condições de contorno a serem satisfeitas, segundo explicado por Fischer-Cripps (2007): (1) os deslocamentos e tensões devem satisfazer as equações diferenciais de equilíbrio para corpos elásticos; (2) o contato entre corpos é considerado sem atrito; (3) na superfície dos corpos, a pressão normal é zero externamente, e igual e oposta dentro do círculo de contato; (4) a distância entre as superfícies dos corpos é zero; por último (5) a força de contato é gerada pela integral da distribuição de tensões com respeito à área de contato.

Com relação às superfícies dos corpos em contato, o autor Johnson (1985) refere-se a dois tipos de contato, *conformado* e *não conformado*. Chama-se contato *conformado* quando as superfícies dos corpos encaixam perfeitamente, sem apresentar deformação; enquanto que o contato *não conformado* existe quando os corpos não possuem um encaixe perfeito, e consequentemente apresentarão deformações.

A área definida entre os corpos em contato não conformado, geralmente é considerada desprezível, muito pequena em relação às dimensões dos corpos, sendo o caso aplicado no método das partículas.

A força resultante transmitida de uma superfície para outra adjacente no ponto de contato, é resolvida como a força normal, atuando perpendicular ao plano estabelecido pela superfície de contato, e sendo geralmente uma força de compressão. Adicionalmente devido à força normal surge uma força tangencial, representando o atrito entre os corpos em contato. Desenvolvido com maior detalhe na seção 3.3 deste trabalho.

3.2.1 Métodos matemáticos aplicados

O método das partículas encontra-se baseado (1) na resolução de sistemas de equações, representadas pela segunda lei de Newton; (2) no equilíbrio de forças para cada elemento discreto ou partícula; e (3) nas relações físicas de movimento, desenvolvidas anteriormente na seção 3.1.1.

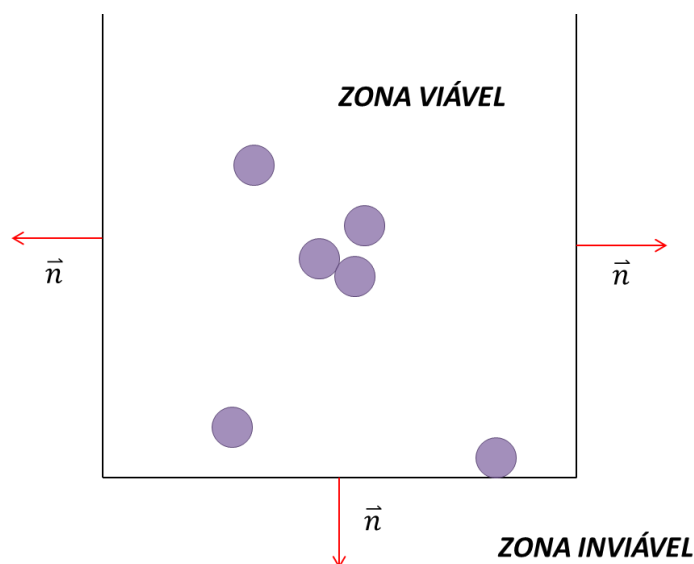
No entanto, implícito no processo de cálculo, encontram-se presentes alguns conceitos da otimização estrutural. Podem-se citar o *método da penalidade* e a *contração*. Sendo o primeiro, o conceito a ser detalhado nesta seção, e o segundo, definido e utilizado no processo de integração no tempo (Capítulo 4).

Para a definição do método, é preciso conhecer os espaços dentro dos quais serão aplicadas as condições apresentadas nesta seção. Esses espaços são chamados *zona viável* e *zona inviável*.

A zona viável, é definida como a região onde encontram-se todos os elementos do sistema (domínio do problema), e onde as *restrições de igualdade e desigualdade* são satisfeitas.

Graficamente, a zona viável é representada pelo espaço oposto à normal definida pelo plano de contorno, como mostrado na Figura 35.

Figura 35: Representação da Zona Viável e Zona Inviável.



Fonte: Autor

A zona inviável, é aquela região onde não existe possibilidade de movimento. Graficamente encontra-se representada pelo espaço onde é definida a normal do plano que define a condição de contorno, ilustrado também na Figura 35.

Como indicado na definição da zona viável, existem métodos de otimização baseados em restrições inseridas no sistema, denominadas restrições de igualdade e desigualdade.

A restrição de igualdade, segundo indicado por Bandeira (2001), restringe o deslocamento de um ponto específico, igualando o mesmo a um valor dado.

A restrição de desigualdade serve para restringir o movimento das partículas de forma tal que não exista penetração entre as partículas ou com os elementos de contorno (paredes). Por ser o método utilizado no estudo dos elementos discretos, apresenta-se de maneira mais detalhada, como segue na seção 3.2.1.1.

3.2.1.1 Otimização com restrições de desigualdade

Como explicado por Bandeira (2001), o problema de otimização com restrição de desigualdade pode ser escrito da seguinte forma:

$$\begin{array}{ll} \text{minimizar} & f(x) \\ \text{sujeito a} & g_i(x) \leq 0, \quad i \in D \\ & x \in \mathcal{R}^n \end{array} \quad (3.5)$$

Sendo $f(x)$ a função objetivo e $g_i(x)$ as funções de restrição, com o conjunto dos índices das restrições de desigualdade definido por $D = \{1, 2, \dots, q\}$.

A região viável é definida como:

$$\Gamma = \{x \in \mathcal{R}^n \mid g_i(x) \leq 0, i \in D\}. \quad (3.6)$$

A função da otimização é garantir que não exista a penetração entre os corpos do sistema, garantindo assim a condição de impenetrabilidade.

Quando a restrição é violada é acrescentada uma força no sistema, com o objetivo de satisfazer a restrição. Esta força, é calculada através do parâmetro de *penalidade*, que será explicado a seguir.

3.2.1.2 Método da penalidade

Considere $f(x)$ a função objetivo a ser minimizada e $g_i(x)$ as funções restrições. Através do teorema da dualidade, o problema original de otimização definido na equação (3.5) pode ser reescrito pela função penalidade. Esta é definida por:

$$P(x, \varepsilon) = f(x) + \frac{1}{2} \cdot \varepsilon \cdot \sum_{i=1}^q (g_i(x))^2. \quad (3.7)$$

Desta forma a solução da equação (3.7) é a mesma da equação (3.5). É importante mencionar que a equação (3.7) consiste em um problema de otimização sem restrição, uma vez que o parâmetro de penalidade é constante durante a análise. Matematicamente, para atingir a solução do problema é necessário um parâmetro de penalidade muito alto, tendendo ao

infinito. Para resolvê-lo, deve-se encontrar o mínimo da função penalidade, que é equivalente a resolver a equação $\nabla P(x, \varepsilon^k) = \mathbf{0}$, onde x^* é a solução.

No caso do método das partículas, a penalidade será representada por um parâmetro de material, correspondente ao seu módulo de elasticidade. Isto será apresentado no próximo capítulo.

O erro de penetração é controlado pela tolerância assumida no problema como condição de convergência. No entanto, o erro na solução, acontece quando é suposto um valor muito elevado de penalidade, gerando uma instabilidade numérica no sistema e, conseqüentemente, um mal condicionamento na solução.

O processo mais adequado na escolha do valor de penalidade, como recomendado por Bandeira (2001), consiste em adotar uma sequência de escalares tendendo ao infinito ($\varepsilon \rightarrow \infty$), por exemplo $\{1, 10, 10^2, 10^3, 10^4, \dots, 10^n\}$, até atingir uma penetração adequada segundo a tolerância estabelecida.

3.2.2 Algoritmo geométrico para a detecção de contato

O contato é fundamental na representação física de problemas com base na formulação do método dos elementos discretos, já que dele surgem algumas das forças de reação que irão definir a trajetória das partículas. Portanto, a detecção do contato será responsável pela ativação das forças de contato que agem sobre cada partícula i .

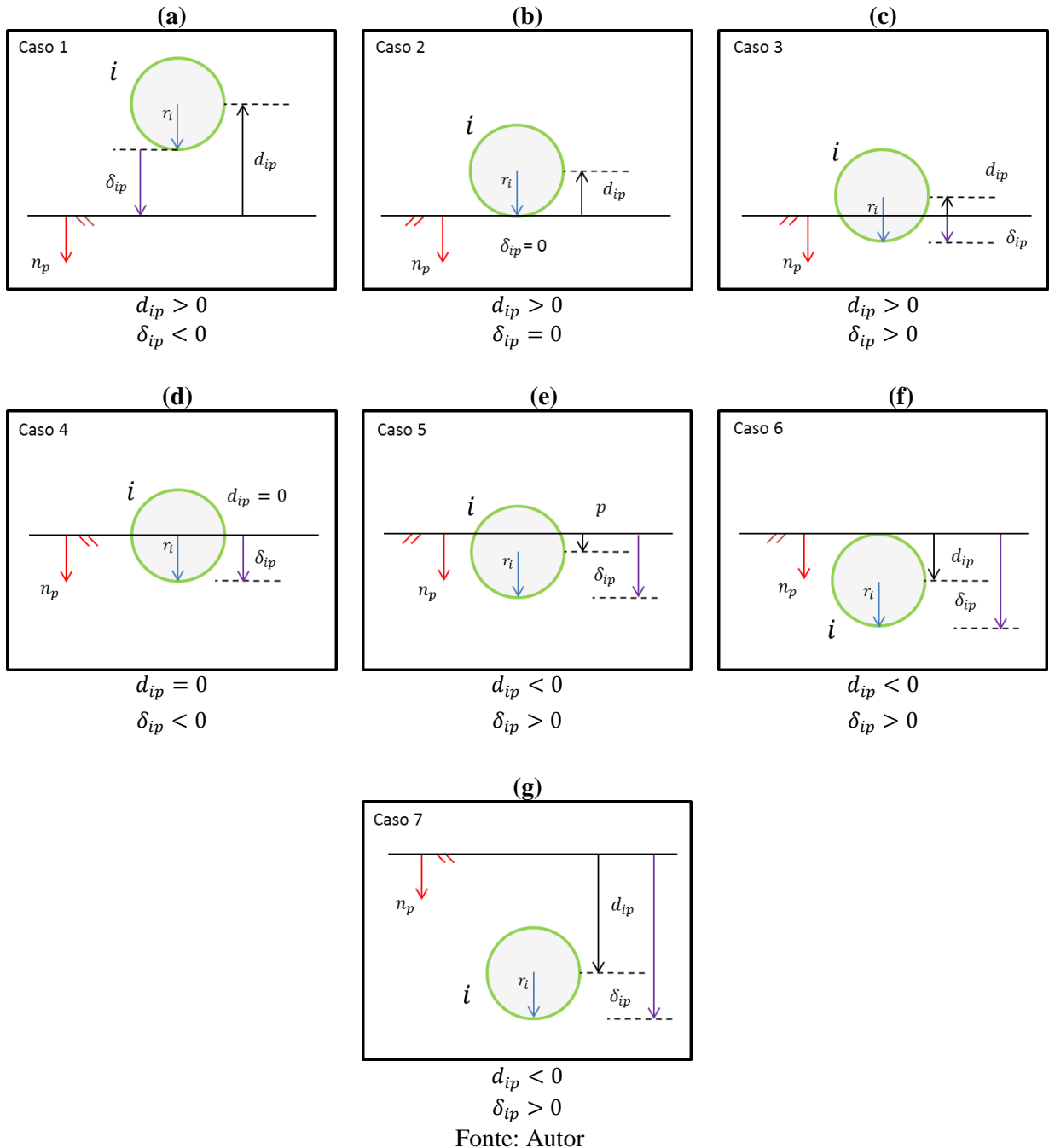
Após a modelagem do problema, e para cada incremento de tempo, deve-se checar os possíveis contatos. Para tal checagem, desenvolveram-se dois procedimentos: o *mapeamento do contato partícula-parede* e o *mapeamento para a detecção do contato entre partículas*, fundamentados na geometria espacial.

O mapeamento para a detecção de contato partícula-parede consiste na checagem do contato de cada partícula com as paredes mais próximas.

Para isto, devem-se estudar as 7 possibilidades de contato no problema, como mostrado na Figura 36. A Figura 36a, ilustra a partícula localizada na zona viável com uma distância maior que o seu raio, ou seja, sem a presença de contato. A Figura 36b, Figura 36c, Figura 36d e Figura 36e mostram diferentes situações de contato com diferentes valores de penetração. Por último, a Figura 36f e Figura 36g ilustram a situação em que as partículas

ultrapassam o limite imposto pelas condições de contorno e encontra-se completamente na zona inviável.

Figura 36: Estudo de casos para a detecção de contato partícula-parede.



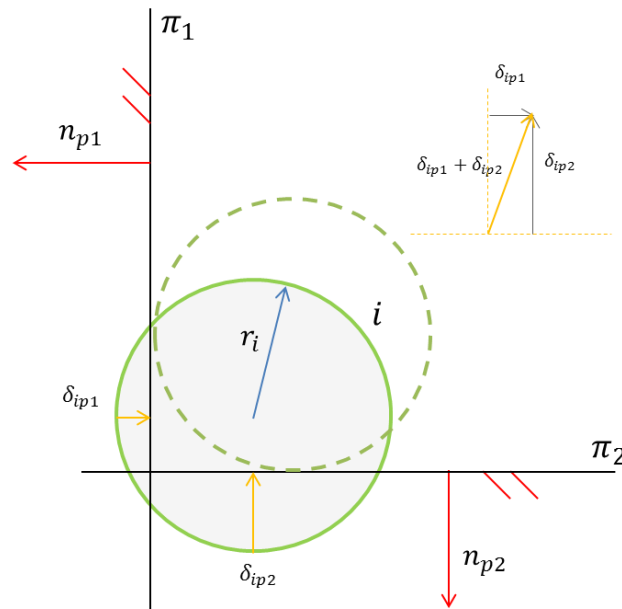
Partindo dessa análise e do cálculo da projeção da partícula no plano, deve-se: (1) garantir que a projeção esteja localizada dentro da área que abrange o plano em estudo; (2) calcular a distância entre a partícula e a sua projeção (d_{ip}), expressada como o produto escalar entre

esse vetor distância e o vetor normal do plano; e finalmente (3) calcular a superposição (δ_{ip}), representando a penetração da partícula na parede.

O método utilizado para a checagem da projeção no plano corresponde ao método geométrico de comparação de áreas desenvolvido por Bandeira (2015).

No caso particular das quinas (locais onde duas paredes se encontram), é comparada e armazenada a distância entre ambos os planos, e posteriormente, é calculada uma resultante dos vetores correspondentes à penetração de cada plano. Este procedimento é aplicado também às normais dos planos, como ilustrado na Figura 37. No caso tridimensional, utiliza-se como uma extensão deste procedimento.

Figura 37: Detecção de contato partícula-parede (quinas).



Fonte: Autor

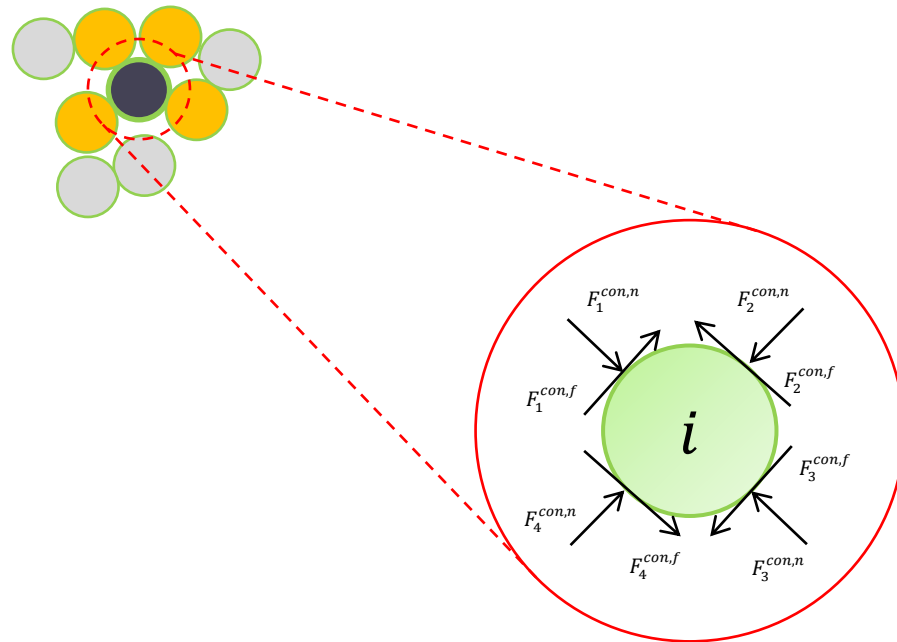
Por sua vez, o mapeamento do contato entre partículas encontra-se resumido à checagem da distância entre elas (d_{ij}), e a sua superposição (δ_{ij}). Este é um procedimento mais simples do que o contato partícula-parede, que é mais custoso em função do tempo computacional exigido.

Procedimentos alternativos e mais eficientes para a detecção de contato entre partículas serão abordados posteriormente na seção de otimização (capítulo 6).

3.3 ELEMENTOS MECÂNICOS NOS CONTATOS

O método dos elementos discretos permite a simulação de corpos com dimensões infinitesimais, como meios granulares ou fluidos, como mostrado na Figura 38.

Figura 38: Modelo de forças de contato entre partículas.



Fonte: (ZOHD, 2014)

Nesta seção será descrita a formulação para o cálculo de cada uma das forças. Sendo que tanto a força de contato partícula-parede, quanto a força de contato partícula-partícula e as forças derivadas desse contato, encontram-se baseadas no *Modelo de Contato de Hertz*.

Como descrito anteriormente, o modelo de Hertz assume, inicialmente, um ponto de contato entre os corpos rígidos, descrevendo as expressões correspondentes (1) à crescente área de contato, (2) à variação na superfície de tração, e (3) à deformação e os esforços entre as partículas (O'SULLIVAN, 2011).

Este supõe que os corpos em contato possuem um comportamento elástico linear, e a área de contato é considerada como uma superfície suave, sem atrito, e relativamente pequena comparada com as dimensões das partículas.

O modelo de Hertz, também supõe a ponderação entre as características dos elementos em contato. Este, substitui os valores correspondentes aos parâmetros do material e as variáveis

geométricas com valores ponderados entre os corpos em contato, como apresentado nas equações (3.8), (3.10) e (3.11), correspondentes ao raio, o módulo de elasticidade e a massa.

Dado o raio das duas partículas em contato i e j , o raio ponderado é representado pela expressão a seguir:

$$R^* = \frac{1}{\frac{1}{R_i} + \frac{1}{R_j}} = \frac{R_i \cdot R_j}{R_i + R_j}. \quad (3.8)$$

Assumindo, no caso do contato partícula-parede, o raio da parede como infinito ($R_j = \infty$), a expressão é rescrita como:

$$R^* = R_i. \quad (3.9)$$

Quanto ao módulo de elasticidade ponderado, a equação é dada por:

$$E^* = \frac{1}{\frac{1-v_i^2}{E_i} + \frac{1-v_j^2}{E_j}} = \left(\frac{1-v_i^2}{E_i} + \frac{1-v_j^2}{E_j} \right)^{-1}, \quad (3.10)$$

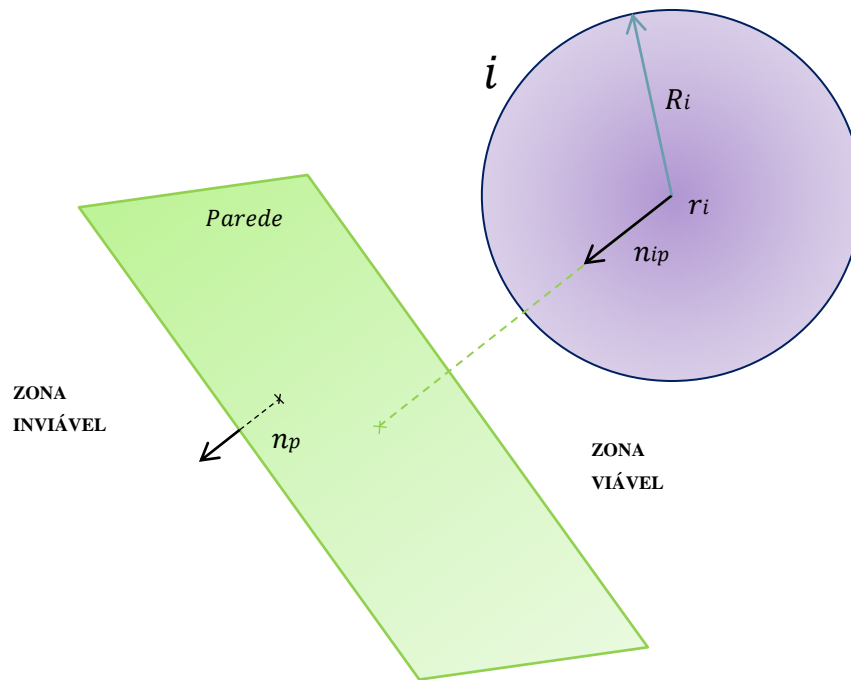
sendo R^* o raio ponderado, E^* o módulo de elasticidade ponderado e m^* é a massa ponderada definida como:

$$m^* = \frac{m_i m_j}{m_i + m_j}. \quad (3.11)$$

3.3.1 Força de Contato Partícula-Parede

As paredes, nos problemas apresentados, representam o contorno do meio a ser modelado. Portanto, são estas que estabelecem os limites para os possíveis deslocamentos das partículas. No estudo do contato partícula-parede, existem duas zonas importantes: a zona viável, e a zona inviável, definidas anteriormente e mostrado na Figura 39.

Figura 39: Zona viável e zona inviável



Fonte: Autor.

No contato partícula-parede resultam-se: (1) a força de contato, representada como uma reação que irá atuar sobre a partícula restringindo a sua penetração na zona inviável; (2) a força de atrito; e (3) a força de amortecimento, que irão depender do entorno e das propriedades do material. Estas formulações serão apresentadas nas seções a seguir.

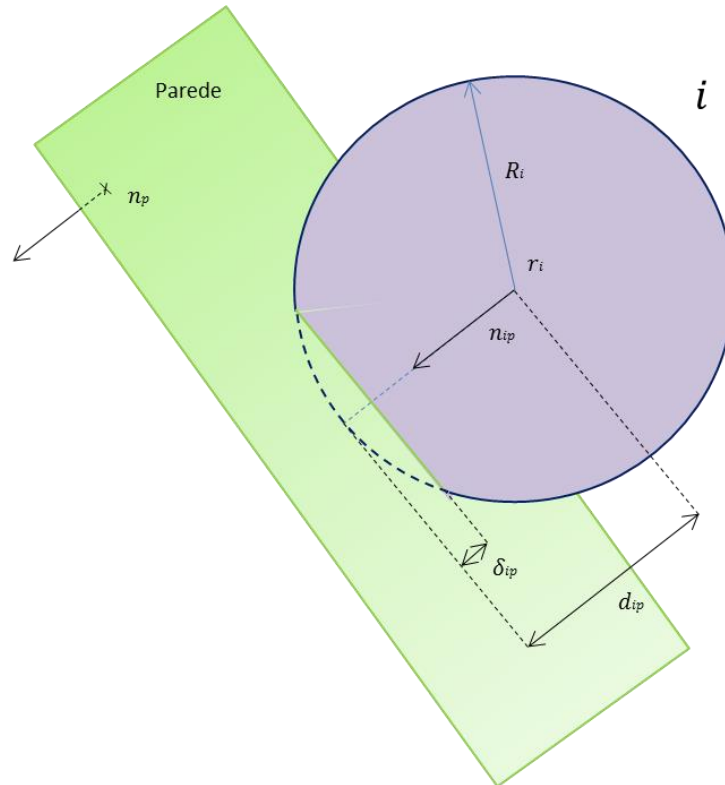
No estudo deste tipo de contato são aplicadas as mesmas equações do caso partícula-partícula, excetuando que os deslocamentos das paredes são controlados externamente em função das condições estabelecidas no problema, e independente da ação das partículas. Isto é, a depender das condições de contorno que elas representarão, é possível designar às paredes coordenadas fixas, que corresponderão as coordenadas permitidas para as partículas em movimento.

Esta força encontra-se definida, de acordo com o modelo de contato de Hertz, como segue:

$$F_i^{con,pard} = \frac{3}{4} R^{*1/2} E^* \delta_{ip}^{3/2} (-n_p) = K_{ip}^* \delta_{ip}^c (-n_p), \quad (3.12)$$

sendo o δ_{ip}^c a superposição ou penetração da partícula na parede (vide Figura 40), e o R^* e E^* o raio e módulo de elasticidade ponderados, como mencionado anteriormente e mostrado na Figura 39.

Figura 40: Modelo de contato partícula-parede.



Fonte: (PINTO, 2011)

3.3.2 Força de Amortecimento

Como explicado por Oñate, Labra, *et al.* (2005), a força de amortecimento é a força utilizada para diminuir o número de oscilações das forças de contato e dissipar a sua energia do sistema.

Esta força também é definida segundo o modelo de contato de Hertz, tanto para o contato partícula-parede quanto para o contato partícula-partícula, através das velocidades relativas normais ao plano de contato ($v_{ij,n}$), como ilustrado na Figura 41. Outros parâmetros necessários são o coeficiente de amortecimento (ξ), a massa efetiva (m^*), o módulo de elasticidade ponderado E^* , o raio ponderado R^* e a penetração entre os elementos em contato (δ_{ij}). Assim, a força de amortecimento é calculada pela seguinte expressão:

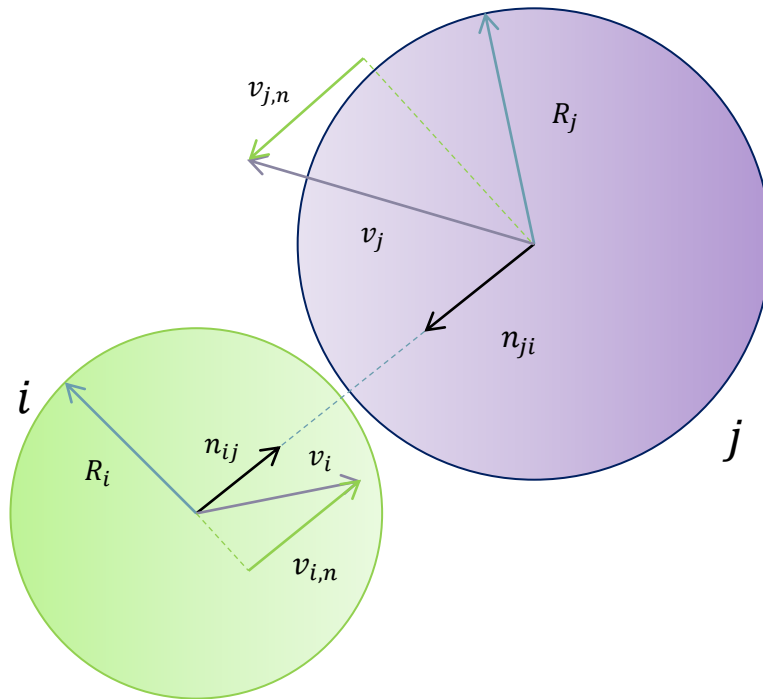
$$F_i^{amort} = 2 \xi \sqrt{2 E^* m^*} (R^* \delta_{ij})^{1/4} v_{ij,n}, \quad (3.13)$$

sendo $v_{ij,n}$ definida como:

$$v_{ij,n} = [(v_j - v_i) \cdot n_{ij}] n_{ij}. \quad (3.14)$$

Na presente pesquisa, no caso da velocidade relativa ao contato partícula-parede, a normal será a do plano correspondente à parede ($n_{ij} = n_p$) e sua velocidade será igual a zero ($v_j = v_p = 0$).

Figura 41: Velocidades normais.



Fonte: Autor

De acordo com a revisão bibliográfica, em especial o trabalho apresentado por Zohdi (2014), o coeficiente de amortecimento (ξ) é tomado como um valor variando entre zero e um, i.e., $0 \leq \xi \leq 1$. No entanto, neste caso, supõe-se que existirá uma deformação no elemento menos rígido, como consequência do contato entre dois corpos. Portanto, considera-se um valor ponderado deste coeficiente, tal que:

$$\xi^* = \frac{E_i \xi_i + E_j \xi_j}{E_i + E_j}. \quad (3.15)$$

Para a obtenção do parâmetro acima, existem 10 possibilidades a serem verificadas, conforme apresentado na Tabela 3.1. Estas são resultado da ponderação do coeficiente de amortecimento, em função do módulo de elasticidade dos corpos em contato.

Supondo $E_i > E_j$:

Tabela 3.1: Ponderação do coeficiente de amortecimento, ξ^* .

<i>i</i>	Rígida	Rígida	Suave	Suave	Semi Suave	Semi Rígida	Semi Suave	Suave	Semi Rígida	Semi Suave
<i>j</i>	Rígida	Suave	Rígida	Suave	Semi Suave	Semi Suave	Semi Rígida	Semi Rígida	Semi Suave	Semi Rígida
Resultado	Rígida	Semi Rígida	Semi Suave	Suave	Semi Suave	Semi Rígida	Semi Suave	Semi Suave	Semi Rígida	Semi Suave

Fonte: Autor

Tabela 3.2: Classificação do coeficiente de amortecimento.

Resultado	Ponderação	Condição
Suave	$\xi^* = 1.00$	100% amortecido
Semi Suave	$0.50 \leq \xi^* < 1.00$	Semi amortecido
Semi Rígida	$0.00 < \xi^* \leq 0.50$	
Rígida	$\xi^* = 0.00$	Sem amortecimento

Fonte: Autor

Por exemplo, para efeito de cálculo, considere o contato entre uma partícula i e uma parede j . Considere ainda que a parede possui um módulo de elasticidade de $E_j = 200$ GPa (mais rígido) e um coeficiente de amortecimento um ($\xi_j = 0.0$). A partícula, é considerada como um elemento menos rígido que a parede, de coeficiente de amortecimento um ($\xi_i = 1.00$) e rigidez $E_i = 70$ GPa. Desta forma, conforme a equação (3.15), o coeficiente de amortecimento ponderado é calculado como:

$$\xi^* = \frac{70 \cdot 1.00 + 200 \cdot 0.00}{70 + 200} = 0.25.$$

Como resultado da ponderação do coeficiente de amortecimento, tem-se um amortecimento semi-rígido no contato, como mostrado na Tabela 3.2, ou seja, mesmo a parede possuindo um amortecimento nulo, a partícula sofrerá um amortecimento de 0.25.

3.3.3 Força de Atrito

A força de atrito é uma força tangencial, aplicada no ponto de contato. Esta é devida à rugosidade da superfície das partículas em contato, representada pelo coeficiente de atrito.

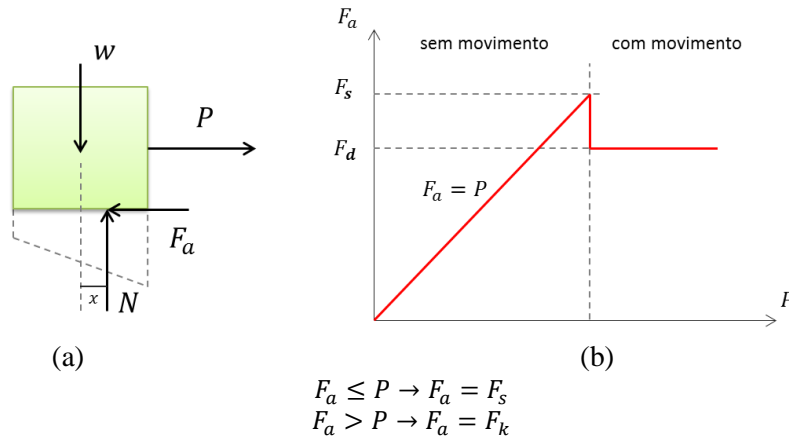
A força de atrito gerada pelo contato, não é calculada pelo modelo de Hertz. Já que, como explicado anteriormente, este modelo supõe as superfícies dos corpos como superfícies lisas ou suaves. Portanto, este será calculado separadamente considerando as propriedades do material modelado.

Como explicado por Hibbeler (2006), a força de atrito é uma força resistente que atua sobre um corpo, impedindo ou retardando o deslizamento, como ilustrado na Figura 42a.

Existem dois casos de forças de atrito: a força de atrito estático e a força de atrito dinâmico. A força de atrito estático é definida como a força normal vezes o coeficiente de atrito estático, sendo esta menor ou igual à somatória das forças externas aplicadas no corpo, ou seja, antes de alcançado o equilíbrio. No entanto, o atrito dinâmico acontece quando ultrapassado o estado de equilíbrio, isto é, quando a somatoria das forças externas supera a força de atrito estática limite, ocasionando o movimento. Esta força de atrito dinâmico é definida por um novo coeficiente de atrito menor ao coeficiente de atrito estático e uma velocidade que aumenta gradualmente, resultando em uma força menor do que a força estática.

A Figura 42b, ilustra o comportamento da força de atrito com relação as forças externas aplicadas. Inicialmente, tem-se um corpo em repouso, com uma força externa aplicada que cresce gradualmente, até alcançada a força de atrito estático limite. Após alcançado esse limite estático, a força de atrito apresenta uma queda no valor, isto devido ao aumento das forças que agem nele, gerando um aumento gradual da velocidade do corpo, e em consequência uma diminuição do coeficiente de atrito.

Figura 42: Representação da força de atrito



Fonte: (HIBBELER, 2006)

Dentre outras características da força de atrito podemos mencionar: (1) a magnitude da força estática máxima (F_s) é independente da área de contato, desde que esta força de contato não seja muito pequena ou muito grande para produzir deformações nas superfícies das partículas e, conseqüentemente, aumente a rugosidade entre estas superfícies e (2) a força de atrito estática máxima, geralmente será maior do que a força dinâmica, excetuando-se os casos em que a velocidade de alguma das partículas seja muito pequena em relação à outra e, em conseqüência as forças sejam aproximadamente iguais, (HIBBELER, 2006, p. 368-369).

Como mencionado anteriormente, para o cálculo da força de atrito é conveniente realizar um processo de verificação de deslizamento no contato utilizando o limite de atrito estático, isto é:

$$K^f \left\| v_{j,\tau}^c - v_{i,\tau}^c \right\| A_{ij}^c \Delta t \quad \text{contra} \quad \mu_s \left\| F_{ij}^{con,n} \right\|,$$

sendo:

K^f : constante de conformidade do contato tangencial;

$\left\| v_{j,\tau}^c - v_{i,\tau}^c \right\| \Delta t$: a velocidade tangencial relativa no ponto de contato (expressada como valor de distância);

Δt : o intervalo de tempo utilizado na discretização;

μ_s : coeficiente de atrito estático;

A_{ij}^c : área de contato entre as partículas (vide Figura 43).

A área de contato é definida pela expressão

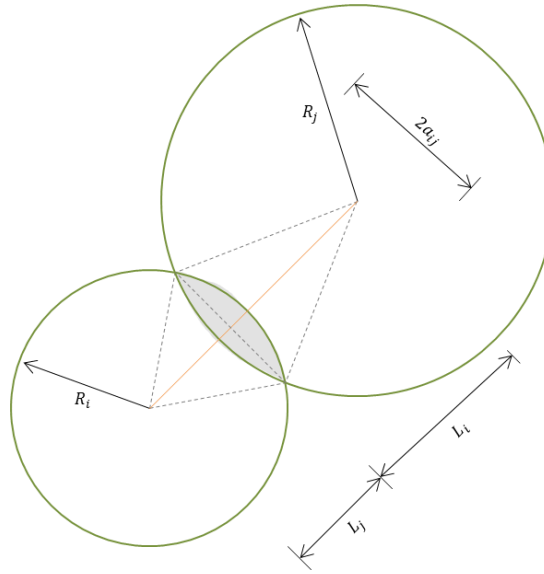
$$A_{ij}^c = \pi a_{ij}^2, \tag{3.16}$$

sendo, a_{ij} o raio da circunferência que define a área de contato expressada como mostrado na Figura 43 e calculado na equação (3.17), e L_i a distância desde o centro da partícula até o ponto de contato, calculada como mostrado na equação (3.18).

$$a_{ij}^2 = (R_i^2 - L_i^2), \quad (3.17)$$

$$L_i = \frac{1}{2} \left(\|r_i - r_j\| - \frac{R_j^2 - R_i^2}{\|r_i - r_j\|} \right). \quad (3.18)$$

Figura 43: Área de contato entre as partículas.



Fonte: (ZOHD, 2014)

Se o limite não coincide com a relação $(K^f \|v_{j,\tau}^c - v_{i,\tau}^c\| A_{ij}^c \Delta t < \mu_s \|F_{ij}^{con,n}\|)$, então não existe deslizamento e a força será calculada como

$$F_{ij}^{con,f} = K^f \|v_{j,\tau}^c - v_{i,\tau}^c\| A_{ij}^c \Delta t v_{ij,\tau}, \quad (3.19)$$

sendo $v_{ij,\tau}$ a componente tangencial da velocidade (vide Figura 44) definida por

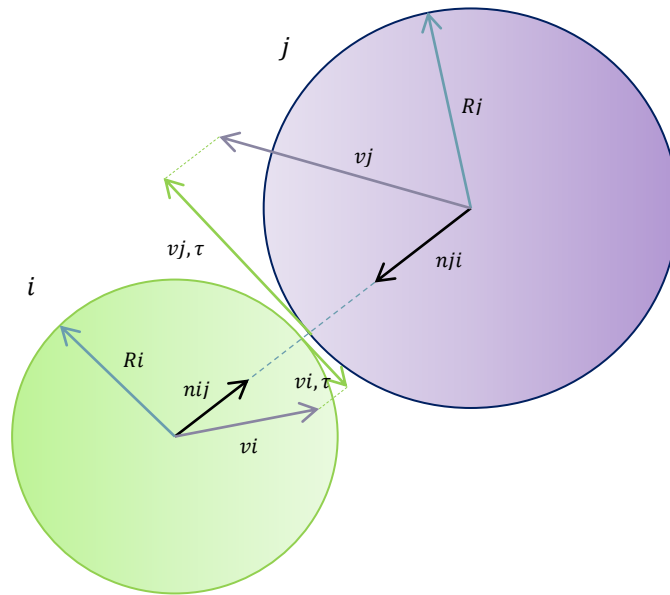
$$v_{ij,\tau} = v_{ij} - v_{ij,n}. \quad (3.20)$$

Se o limite coincide ou excede a relação $(K^f \|v_{j,\tau}^c - v_{i,\tau}^c\| A_{ij}^c \Delta t \geq \mu_s \|F_{ij}^{con,n}\|)$, então existe deslizamento com velocidade crescente, e a força será calculada da forma

$$F_{ij}^{con,f} = \mu_d \|F_{ij}^{con,parad}\| v_{ij,\tau}, \quad (3.21)$$

com μ_d como coeficiente de atrito dinâmico.

Figura 44: Velocidades tangenciais



Fonte: Autor

3.3.4 Força de Contato entre Partículas

Para realizar o cálculo das forças resultantes do contato entre partículas deve-se verificar se existe realmente um contato ativo. No caso das partículas é a comparação da distância entre os centros das partículas que supõem o contato e a soma dos seus raios.

Na Figura 45 ilustram-se duas partículas i e j em contato. A partícula i tem raio R_i e vetor posição r_i e a partícula j tem raio R_j e vetor posição r_j . Os vetores normais destas partículas encontram-se definidos na direção do eixo que une os seus centros. A força de contato será definida e dependerá da proximidade entre elas, sendo expressa em função da distância entre os centros das mesmas, tal que, se $\|r_i - r_j\| \leq R_i + R_j \Rightarrow$ tem-se um contato ativo, e a superposição (δ) encontra-se definida como:

$$\delta_{ij} \stackrel{\text{def}}{=} \left| \|r_i - r_j\| - (R_i + R_j) \right|. \quad (3.22)$$

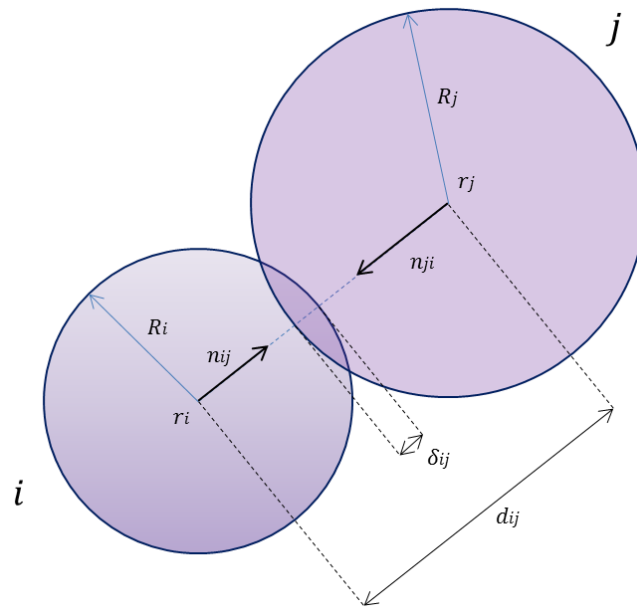
Quando detectado o contato ativo, são geradas as forças de contato normal e tangencial (esta força tangencial corresponderá à força de atrito). A força de contato normal é equivalente à força de uma mola, e sua direção é definida pela linha que une os centros das partículas em contato. Esta força é calculada com base no modelo de contato de Hertz e nos parâmetros do material, como mostrado na equação (3.23), a seguir

$$F_{ij}^{con,n} = \frac{3}{4} R^{*1/2} E^* \delta_{ij}^{3/2} (-n_{ij}) = K_{ij}^* \delta_{ij}^c (-n_{ij}). \quad (3.23)$$

Na expressão acima R^* corresponde ao raio ponderado, E^* ao módulo de elasticidade ponderado, δ_{ij} à superposição entre as partículas e n_{ij} aos versor normais ao plano de contato (ver Figura 45) (também o responsável da direção da força), calculado como segue:

$$n_{ij} = -\frac{r_i - r_j}{\|r_i - r_j\|} = \frac{r_j - r_i}{\|r_i - r_j\|}. \quad (3.24)$$

Figura 45: Modelo de contato partícula-partícula



Fonte: (PINTO, 2011)

3.3.5 Forças de Coesão

A força de coesão é definida como a força de atração entre as partículas, produzida devido à força electromagnética entre elas ou à presença de algum fluido viscoso no entorno. Segundo Zohdi (2014), no caso de existir o contato ativo entre as partículas, e sendo satisfeita a relação $|\varepsilon_{ij}| \geq \varepsilon^*$ (sendo ε^* a deformação mínima estabelecida), então existe uma força de coesão normal dada por

$$F_i^{coes,n} = K_{ij}^{nb} |\varepsilon_{ij}|^{Pb} n_{ij} A_{ij}^c, \quad (3.25)$$

sendo $K_{ij}^{nb} \geq 0$ o coeficiente de coesão.

Existe ainda uma força de coesão rotacional igual a

$$F_{ij}^{coes,r} = K^{rb} \|v_{j,\tau}^c - v_{i,\tau}^c\| A_{ij}^c \Delta t \tau_{ij}^c. \quad (3.26)$$

Esta força de coesão rotacional não será considerada no nosso caso.

3.4 FORÇA DE GRAVIDADE

A força de gravidade é uma força de valor constante atuante em cada partícula inclusa dentro do campo gravitacional terrestre. Esta força é definida como

$$F_g = -m_i \cdot g, \quad (3.27)$$

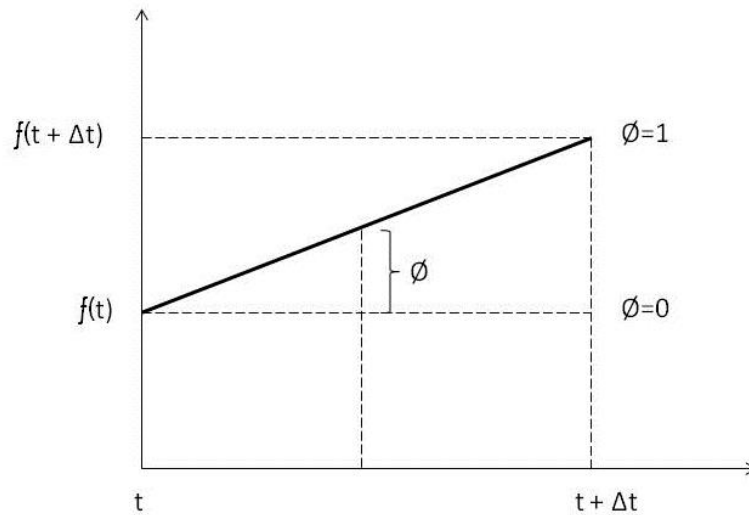
sendo m a massa da partícula estudada e g a aceleração da gravidade, usualmente adotada com valor $g = 9,81 \text{ m/s}^2$. Esta força está presente em todo momento na partícula.

4 INTEGRAÇÃO NO TEMPO

A integração no tempo é o processo que permite a resolução das equações diferenciais de movimento dos corpos em estudo. Esta, parte da integração das equações de velocidade e aceleração em função do tempo, mencionadas na seção 3.1.1, e da relação força-deslocamento dada pela segunda lei de Newton.

Este processo de integração, utiliza a regra de integração trapezoidal, como mostrado na Figura 46, e considera a *contração* respeito ao parâmetro \emptyset , como definido a seguir. Desta forma, podem-se definir as equações correspondentes à atualização das velocidades e deslocamentos das partículas para cada intervalo de tempo Δt .

Figura 46: Integração trapezoidal



Fonte: Autor.

Definição: Contração.

Chama-se contração ao escalar $\emptyset \in R$, tal que $0 \leq \emptyset < 1$ e de normas em \mathcal{R}^n , para uma aplicação $\varphi: \mathcal{R}^n \rightarrow \mathcal{R}^n$, que verifique a condição:

$$\|\varphi(x) - \varphi(y)\| \leq \emptyset \cdot \|x - y\| \quad , \forall x, y \in \mathcal{R}^n$$

Partindo das equações (3.2) e (3.3), e integrando as variáveis de aceleração e velocidade em função do tempo, tem-se

$$\int_t^{t+\Delta t} a_i dt = \int_{v_0}^v dv . \quad (4.1)$$

Substituindo a aceleração como uma relação força-massa derivada da lei de Newton, pode-se reescrever a expressão como segue

$$(v - v_o) = \frac{1}{m_i} \int_t^{t+\Delta t} F_i^T dt, \quad (4.2)$$

obtendo como resultando a equação que irá definir a velocidade final da partícula no intervalo de tempo estudado, como segue

$$v = v_o + \frac{\Delta t}{m_i} [\phi F_i^T(t + \Delta t) + (1 - \phi) F_i^T(t)]. \quad (4.3)$$

Conhecida a velocidade do elemento discreto, e sabendo que esta representa a variação da posição para um intervalo de tempo, pode-se obter, utilizando novamente a regra de integração trapezoidal, as posições atualizadas das partículas, conseguindo expressar os deslocamentos em função das velocidades. Assim

$$(r - r_o) = \int_t^{t+\Delta t} v dt, \quad (4.4)$$

e

$$r = r_o + \Delta t [\phi v_i(t + \Delta t) + (1 - \phi) v_i(t)]. \quad (4.5)$$

Finalmente, fazendo a substituição da equação (4.3) na equação (4.5), resulta a equação da posição final, escrita como

$$r_i(t + \Delta t) = r_i(t) + v_i(t) \Delta t + \frac{\phi(\Delta t)^2}{m_i} (\phi F_i^{Total}(t + \Delta t) + (1 - \phi) F_i^{Total}(t)). \quad (4.6)$$

Todo este processo conduz em um sistema acoplado de equações para as i -ésimas partículas, que serão resolvidas utilizando um esquema iterativo de adaptação descrito por Zohdi (2014).

4.1 MÉTODO DE SOLUÇÃO ITERATIVA

Como mencionado anteriormente, o método de solução a ser utilizado nesta pesquisa é o *Esquema de Solução Iterativa* apresentado por Zohdi (2014). Este, consiste na implementação de dois contadores K e L dentro do algoritmo de cálculo.

O primeiro contador, o superíndice L , correspondente aos incrementos de tempo, que irão se manter constantes para cada iteração até alcançar a convergência. O segundo, o superíndice K , como o indicador da iteração dentro de cada incremento de tempo $L+1$.

Seja a equação correspondente à trajetória da i -ésima partícula

$$r_i^{L+1} = r_i^L + v_i^L \Delta t + \frac{\phi(\Delta t)^2}{m_i} (\phi(F_i^{Total,L+1}) + (1 - \phi)F_i^{Total,L}). \quad (4.7)$$

A expressão (4.7) pode ser reescrita arranjando e agrupando os termos invariáveis ao longo do tempo, correspondentes aos valores iniciais de posição, forças e velocidades. Assim, podem-se também agrupar os valores correspondentes ao cálculo das forças na iteração anterior, como mostrado a seguir

$$r_i^{L+1,K} = \underbrace{r_i^L + v_i^L \Delta t + \frac{\phi(\Delta t)^2}{m_i} (1 - \phi)F_i^{Total,L}}_{R_i} + \underbrace{\frac{\phi(\Delta t)^2}{m_i} F_i^{Total,L+1,K-1}}_{G(r_i^{L+1,K-1})}. \quad (4.8)$$

Considerando que R_i é o termo correspondente aos valores iniciais de cada incremento de tempo, e que não irão mudar durante o incremento de tempo da referida análise a equação (4.8) pode ser expressada como

$$r_i^{L+1,k} = G(r_i^{L+1,k-1}) + R_i, \quad (4.9)$$

com:

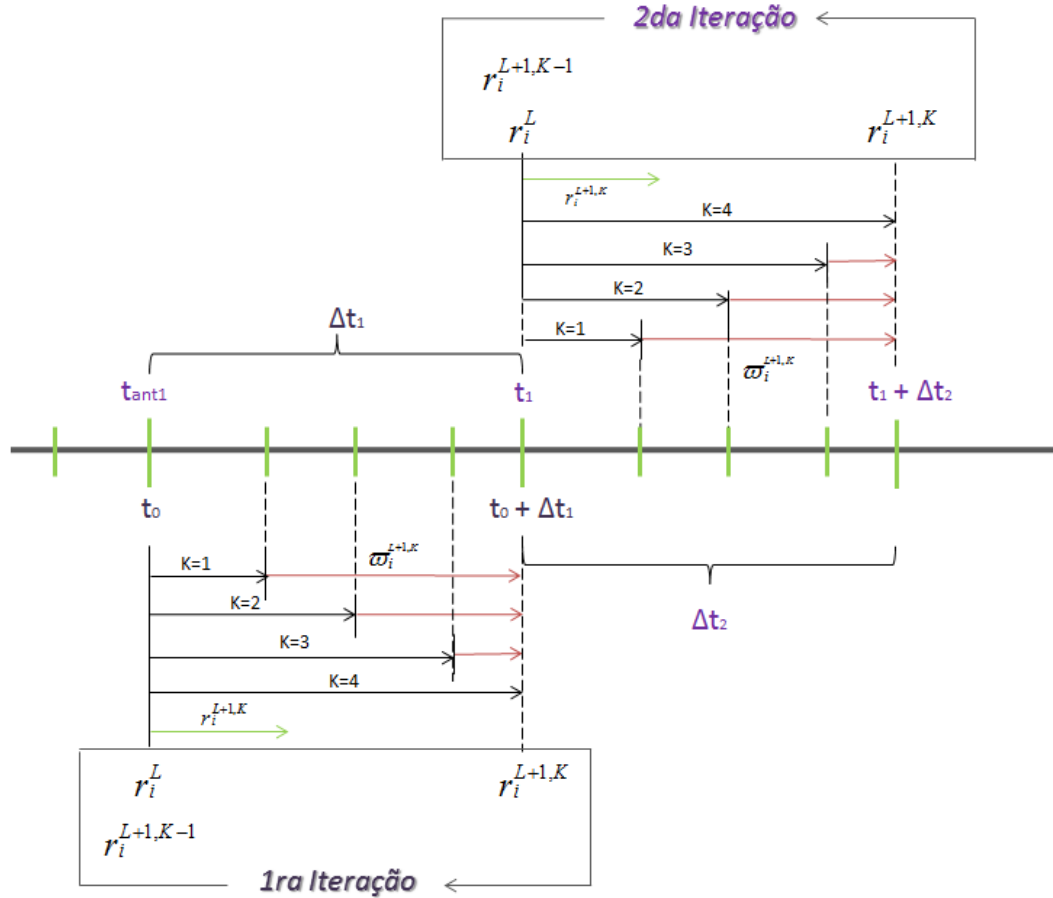
$$F_i^{Total,L+1,K-1} \stackrel{\text{def}}{=} F_i^{Total,L+1,K-1}(r_1^{L+1,K-1}, r_2^{L+1,K-1}, \dots, r_N^{L+1,K-1}) \text{ e}$$

$$F_i^{Total,L} \stackrel{\text{def}}{=} F_i^{Total,L}(r_1^L, r_2^L, \dots, r_N^L).$$

A convergência deste sistema é dependente do comportamento de G . Ou seja, uma condição suficiente para a convergência é que G seja um mapeamento de contração para todos os $r_i^{L+1,K}$, com $K = 1, 2, 3, \dots$

Para um melhor entendimento, segue a representação gráfica do processo na Figura 47.

Figura 47: Diagrama do Processo Iterativo.



Fonte: Autor.

A fim de avaliar a convergência dos valores obtidos no cálculo das posições das partículas, foi definido o erro de iteração $\bar{\omega}_K$, expressado por

$$\bar{\omega}_K \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\|r_i^{L+1,K} - r_i^{L+1,K-1}\|}{\|r_i^{L+1,K} - r_i^L\|}. \quad (4.10)$$

Posteriormente, com a finalidade de controlar esse erro na convergência, foi desenvolvido por Zohdi (2014) um processo que inclui o parâmetro Z_K , definido como a razão do erro calculado $\bar{\omega}_K$ pela tolerância (TOL). Esta tolerância, no caso do estudo de partículas é definida em uma ordem tal que, $10^{-6} \leq TOL \leq 10^{-3}$. O parâmetro Z_K definirá (se for necessária) a diminuição ou incremento do intervalo de tempo Δt e encontra-se expressado como segue

$$Z_K \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\bar{\omega}_K}{TOL}. \quad (4.11)$$

Após o cálculo do parâmetro Z_K é feita a verificação da convergência. Existindo três possibilidades para a verificação, como mostrados no seguinte quadro.

Quadro 1: Verificação da Convergência

<p>Se convergir: $Z_K \leq 1$ e $K < K_d$:</p> <p>(a) Incrementar o tempo: $t = t + \Delta t$;</p> <p>(b) Construir o próximo incremento do tempo: $\Delta t^{novo} = \Lambda_K \Delta t^{ant}$;</p> <p>(c) Selecionar o menor tamanho para o incremento: $\Delta t = \min(\Delta t^{lim}, \Delta t^{novo})$.</p>
<p>Se não convergir: $Z_K > 1$ e $K < K_d$:</p> <p>(a) Atualizar o contador de iterações: $K = K + 1$;</p> <p>(b) Reiniciar o contador de partículas: $i = 1$.</p>
<p>Se não convergir e for alcançado o número de iterações desejado: $Z_K > 1$ e $K = K_d$:</p> <p>(a) Recalcular o novo incremento de tempo: $\Delta t^{novo} = \Lambda_K \Delta t^{ant}$;</p> <p>(b) Reiniciar o processo: $i = 1$.</p>

sendo

$$\Lambda_K = \left(\frac{\left(\frac{TOL}{\bar{\omega}^{L+1,0}} \right)^{\frac{1}{pK_d}}}{\left(\frac{\bar{\omega}^{L+1,K}}{\bar{\omega}^{L+1,0}} \right)^{\frac{1}{pK}}} \right). \quad (4.12)$$

Se a tolerância do erro não convergir nas K_d iterações, então o Δt é muito grande e deve ser recalculado, de maneira automática pela seguinte expressão

$$\Delta t_{tol} = \Lambda_K \Delta t. \quad (4.13)$$

O algoritmo descrito e executado para cada partícula, com incrementos de tempo sucessivos até completar o tempo de análise, e cumprindo com o critério de convergência para cada incremento de tempo. Em consequência, este processo exige um custo computacional muito elevado na hora de modelar problemas complexos. Com a finalidade de diminuir esse custo computacional, foram estabelecidos vários mecanismos de controle explicados a seguir.

4.1.1 O contador de iterações, K_d

Cada incremento de tempo possui um número de iterações K até alcançar a convergência (caso exista). No entanto, para evitar um número excessivo de iterações, é fixado um número máximo de iterações chamado K_d , utilizado como mecanismo de ajuste do tamanho do intervalo de tempo, garantindo a menor quantidade de iterações possíveis para atingir a convergência.

4.1.2 O cálculo do erro de convergência

No processo iterativo existem duas variáveis a serem consideradas no cálculo da convergência, as posições e as velocidades de cada partícula. Sendo o erro calculado segundo a equação (4.10), para cada variável separadamente.

Após o cálculo, serão calculados os valores de erro obtidos para cada variável e as suas tolerâncias. Finalmente, um valor de erro aceitável para a convergência será aquele menor que as tolerâncias estabelecidas, e também o menor dentre eles.

4.1.3 O cálculo do parâmetro Z_k de convergência

Este parâmetro estabelecido por Zohdi (2014), refere-se à razão resultante do erro pela tolerância estabelecida, como definida na equação (4.11). Este valor, a fim de garantir a convergência, deve ser menor ou igual do que a unidade (1).

Definida toda a formulação envolvida no processo de estudo, procedeu-se realizar um fluxograma (vide Figura 48), com os passos detalhados desde o modelo com os elementos da simulação (entrada de dados, algoritmo do processo iterativo), até o arquivo de saída de dados para a apresentação dos resultados obtidos.

5 ALGORITMO DE INTEGRAÇÃO DA DINÂMICA

O algoritmo consiste basicamente no cálculo das forças atuantes, checagem de contato entre as partículas e a atualização das velocidades e deslocamentos, até completar o tempo total da análise ou, até obter o comportamento esperado. Sempre garantindo a convergência dos seus valores para cada incremento de tempo.

Antes da execução do programa é preciso gerar o arquivo do pré-processamento contendo os dados de entrada, dentre os quais encontram-se: (1) os dados correspondente aos elementos de contorno, como às paredes de contenção das partículas, especificando o número de nós junto com as suas respectivas coordenadas, número de elementos e conectividade que compõem a malha; (2) a informação dos elementos esféricos, correspondentes às partículas que contém o problema, como a quantidade de partículas, coordenadas dos seus centros, raios e conectividade e o tipo de material de cada elemento; (3) o número máximo de iterações; (4) parâmetros do material como massa, coeficientes de elasticidade, atrito, coesão, entre outros; (5) tempos de análise, tempo total, intervalo de tempo inicial e intervalos de tempo limites (máximo e mínimo); (6) intervalo de tempo de saída de dados, para a impressão dos dados; (7) o parâmetro ϕ (\emptyset), utilizado na integração (usualmente de valor igual 0,5); (8) vetores de valor constante como a gravidade; e (9) coordenadas máximas e mínimas permitidas.

Na execução do programa são realizados 6 passos. Estes, compreende o cálculo das variáveis dinâmicas e garante a convergência do problema, como mostrado na Figura 48.

O primeiro passo, consiste na inicialização do processo de iteração, na definição das variáveis dinâmicas (velocidades e posições) e no cálculo das forças que agem em cada partícula na configuração inicial.

O segundo passo tem como função a atualização dessas variáveis para cada partícula, individualmente. Desta forma, é realizado um *loop* desde a primeira partícula até a última.

O terceiro passo é o responsável do cálculo dos parâmetros de convergência (erro e Z_k) das velocidades e deslocamentos.

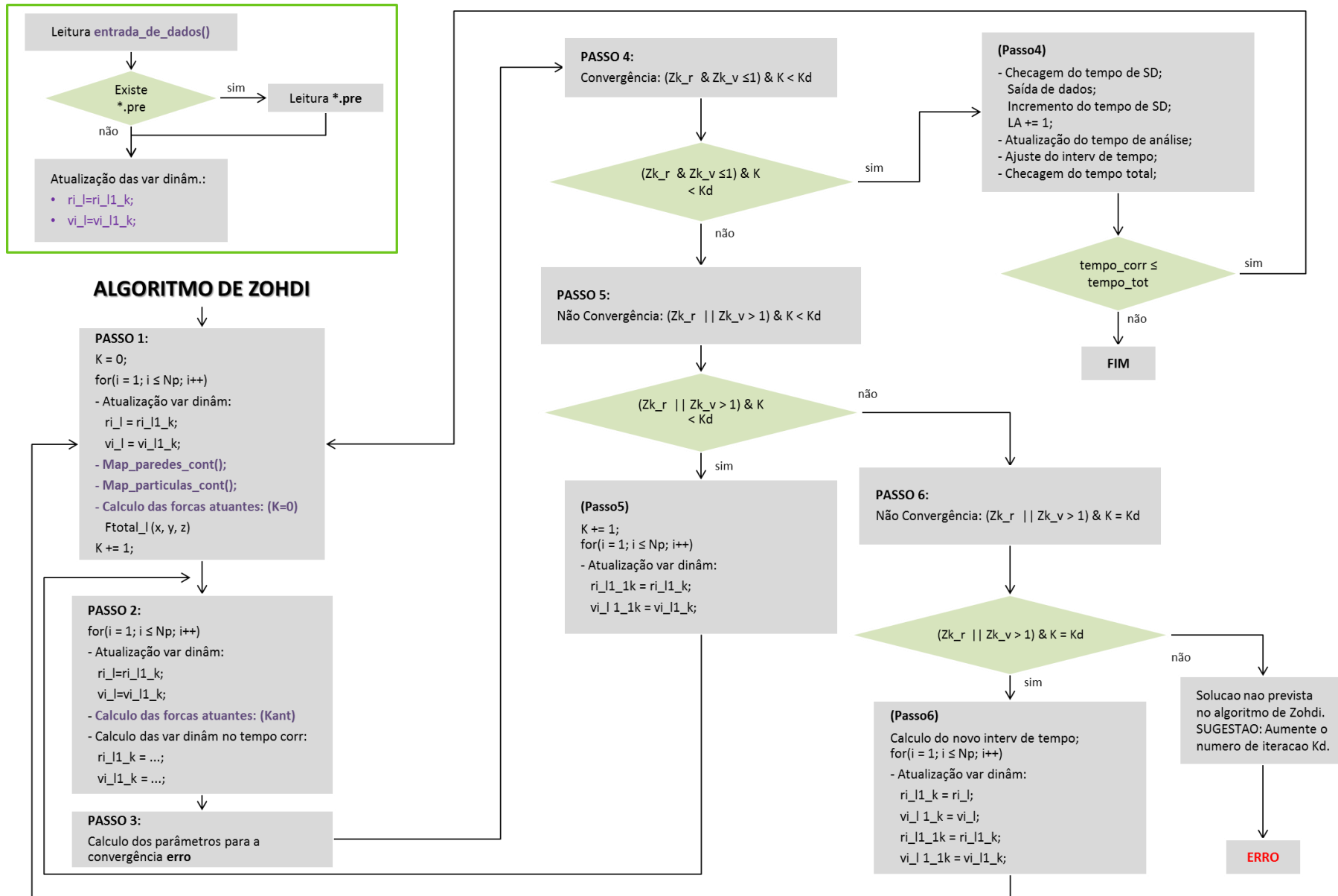
No passo quatro são verificadas as 3 condições de convergência possíveis, i.e., o valor do parâmetro Z_k para cada variável dinâmica e o número de iterações máximo permitido para a convergência (K_d). Estas condições, por sua vez, derivam em 3 situações possíveis: (1) A

convergência, quando todas as condições são satisfeitas, neste caso são impressas as informações no arquivo de saída de dados, incrementado o tempo e reiciado o processo partindo do passo 1; (2) a não convergência, quando não são satisfeitas as condições referidas ao parâmetro Z_k mas o número de iterações realizadas é menor ao permitido (passo 5), neste caso é incrementado o número de iterações, ajustado o intervalo de tempo e reiciado o processo partindo do passo 2; e (3) a não convergência, quando nenhuma das condições é atingida (passo 6), precisa-se do ajuste do incremento de tempo ou do número de iterações permitidas para reiniciar o processo desde o tempo $t = 0$.

Finalmente, quando completado o tempo de análise obtém-se como resultado o arquivo de saída de dados utilizado no programa de interface gráfica. Para um melhor entendimento do algoritmo de cálculo, vide Quadro 2.

O programa utilizado para a geração e visualização do modelo é o *GiD 13.0*, utilizado para o pré e pós processamento. Após a simulação numérica utilizando o programa computacional desenvolvido pelo autor nesta dissertação, os resultados obtidos são armazenados em um arquivo de saída de extensão “.res”, que é utilizado posteriormente pelo programa *GiD* para a simulação gráfica dos resultados (pós-processamento).

Figura 48: Fluxograma do algoritmo.



Fonte: Autor.

Quadro 2: Algoritmo de integração da dinâmica das partículas

METODO DE SOLUÇÃO ITERATIVA	
PASSO 1	<p>Definição do contador de iterações: $K = 0$.</p> <p>Definição das variáveis posição e velocidade para o calculo das forças: r_i^L ($r_i^{L+1,0}$) e v_i^L ($v_i^{L+1,0}$). (no segundo incremento devem ser atualizados os valores inic. com os valores finais do intervalo ant.)</p> <p>Calculo da força total: $F_i^{Total, L}$ (após a convergência deve-se recalculer com as posições e velocidades atualizadas)</p> <p>Incremento do contador de iterações: $K = K+1$</p>
PASSO 2	<p>Estabelecimento do loop para o contador de partículas: $i = 0$ até $i = Np$.</p> <p>Definição dos vetores de forças resultantes: $F_i^{T,L+1,K-1} = F_i^{T,L}$</p> <p>Atualização dos vetores das posições:</p> $r_i^{L+1,K} = r_i^L + v_i^L \Delta t + \frac{\phi(\Delta t)^2}{m_i} (1 - \phi) F_i^{T,L} + \frac{\phi(\Delta t)^2}{m_i} F_i^{T,L+1,K-1}$ <p style="text-align: center;"><i>(Note: The above equation in the image has a denominator R_i under the first term and $G(r_i^{L+1,K-1})$ under the second term. I will correct it to match the image.)</i></p> $r_i^{L+1,K} = r_i^L + v_i^L \Delta t + \frac{\phi(\Delta t)^2}{m_i} (1 - \phi) F_i^{T,L} + \frac{\phi(\Delta t)^2}{m_i} F_i^{T,L+1,K-1}$ <p>Atualização dos vetores das velocidades:</p> $v(t + \Delta t) = v_i^L + \frac{\Delta t}{m_i} (1 - \phi) F_i^{T,L} + \frac{\phi \Delta t}{m_i} F_i^{T,L+1,K-1}$
PASSO 3	<p>Calculo do erro e parâmetro de convergência:</p> $\bar{\omega}_{K,r} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\ r_i^{L+1,K} - r_i^{L+1,K-1}\ }{\ r_i^{L+1,K} - r_i^L\ } \quad \bar{\omega}_{K,v} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\ v_i^{L+1,K} - v_i^{L+1,K-1}\ }{\ v_i^{L+1,K} - v_i^L\ }$ $Z_{K,r} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\bar{\omega}_{K,r}}{TOL,r} \quad Z_{K,v} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\bar{\omega}_{K,v}}{TOL,v}$ $\Lambda_{K,r} = \left(\frac{\left(\frac{TOL}{\bar{\omega}^{L+1,0}} \right)^{\frac{1}{pK_d}}}{\left(\frac{\bar{\omega}^{L+1,K}}{\bar{\omega}^{L+1,0}} \right)^{\frac{1}{pK}}} \right) \quad \Lambda_{K,v} = \left(\frac{\left(\frac{TOL}{\bar{\omega}^{L+1,0}} \right)^{\frac{1}{pK_d}}}{\left(\frac{\bar{\omega}^{L+1,K}}{\bar{\omega}^{L+1,0}} \right)^{\frac{1}{pK}}} \right)$
PASSO 4	<p>SE ($Z_{k,r} \leq 1$ e $Z_{k,v} \leq 1$ e $K \leq Kd$)</p> <p>ENTÃO</p> <p style="padding-left: 40px;">Incremento do tempo corrente: $t_{corr} = t_{corr} + \Delta t$</p> <p style="padding-left: 40px;">Construção do novo incremento de tempo: $\Delta t^{novo} = \Lambda_K \Delta t^{ant}$</p> <p style="padding-left: 40px;">Seleção do incremento mínimo: $\Delta t = \min(\Delta t^{lim}, \Delta t^{novo})$</p> <p style="padding-left: 40px;">Incremento do contador de convergência: $analise_num = analise_num + 1$</p> <p style="padding-left: 40px;">Checagem do intervalo de tempo para a saída de dados:</p> <p style="padding-left: 40px;">SE ($t_{corr} \geq t_{saida}$) ENTÃO <i>Impressão de saída de dados</i></p> <p style="padding-left: 40px;">Ir ao Passo 1.</p> <p>CASO CONTRARIO</p> <p style="padding-left: 40px;">Ir ao Passo 5.</p>

6 OTIMIZAÇÃO DO PROCESSO DE DETECÇÃO DE CONTATO

A eficiência de um programa é medida diretamente pelo seu custo computacional. Portanto, é fundamental que todo programa de cálculo, tanto para modelagens de problemas lineares, quanto problemas que apresentam não linearidade, possua no seu código um algoritmo de otimização que consiga resolver qualquer modelagem, requerendo o menor tempo de cálculo possível.

Fazendo ênfase na otimização de programas com base em formulações não lineares, como é o caso do método dos elementos discretos, o processo que exige um maior custo computacional é a detecção do contato entre partículas. Isto ocorre pois no cálculo é verificado o contato de cada partícula i com o resto das partículas no sistema, impossibilitando a modelagem de problemas de grande escala. Portanto, deve ser considerado na implementação do código o processo de otimização.

Existem vários métodos de detecção de contato estudados e implementados em problemas com base na formulação do método dos elementos discretos. Um dos métodos é o algoritmo denominado *No Binary Search (NBS)* desenvolvido por Munjiza e Andrews (1998), no qual a busca e detecção dos contatos depende do número de elementos, e supõe que cada elemento discreto, para efeito da detecção de contato, aproxima-se à forma de uma esfera de tamanho aproximado ao resto dos elementos. Esta abordagem representa uma desvantagem para problemas com elementos de diferentes tamanhos pois a subdivisão do espaço é calculada pelo diâmetro da maior partícula, gerando no mapeamento dois (2) vetores simultâneos de armazenamento de partículas, para posteriormente fazer a checagem do contato e reiniciar o processo.

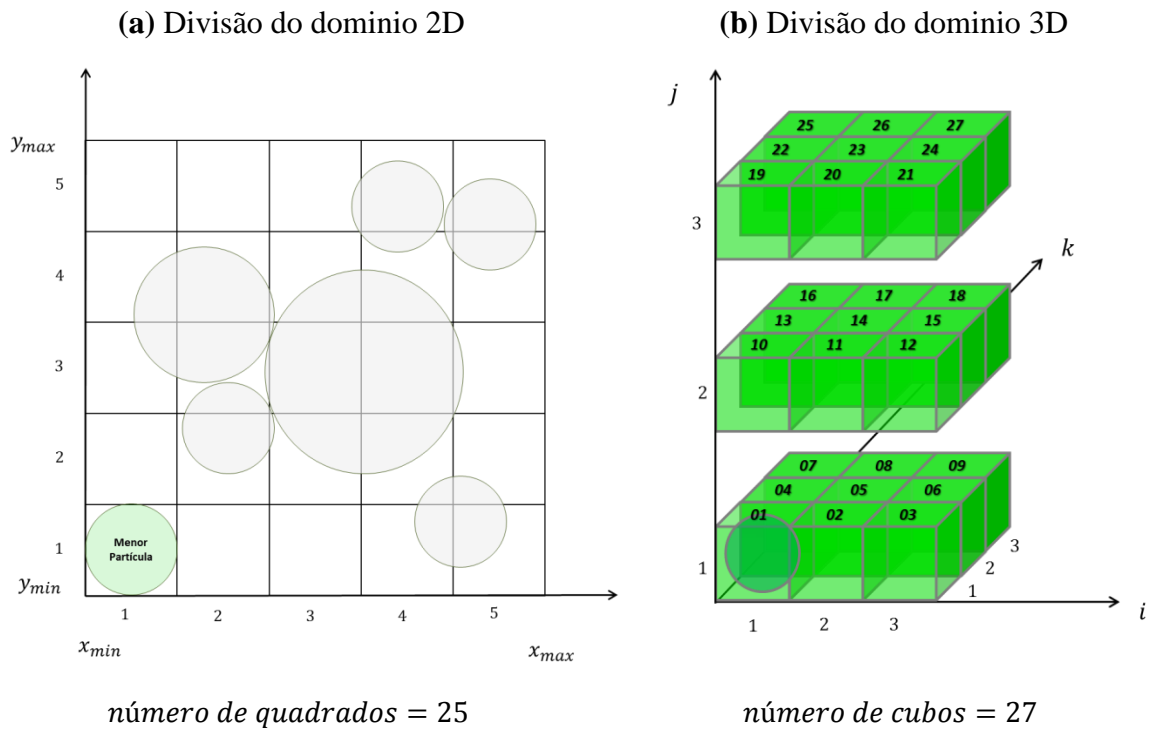
Outro método de otimização foi apresentado no trabalho denominado *A Hierarchical Search Algorithm for Discrete Element Method of Greatly Differing Particle Sizes* por Peters, Kala e Maier (2009). Este considera: (1) o estabelecimento de níveis hierárquicos segundo o tamanho das partículas no problema, i. e., estabelecer um nível para cada tamanho de partícula; (2) a discretização do espaço em cubos, de lado igual ao diâmetro da maior partícula; (3) dada a coordenada do centro da partícula é definido o cubo que irá contê-la; (4) é gerado um vetor *backup* para a i -ésima partícula, e encontra-se restrito às partículas vizinhas de igual ou maior tamanho; (5) cada cubo pode conter M número de partículas, portanto a dimensão do vetor será igual aos 27 cubos (atual e vizinhos, no espaço) vezes M,

vezes o número total de partículas; (6) o mapeamento é realizado de acordo com a hierarquia das partículas de maneira decrescente. Desta forma, a primeira hierarquia avaliada corresponde à maior das partículas, onde os cubos gerados contém a dimensão correspondente ao diâmetro dela. Quando avaliada esta hierarquia e encontrado um cubo vazio, procede-se a diminuir a hierarquia e realizar o mesmo processo, i. e., subdividindo o cubo maior de mapeamento em cubos de menor tamanho, até cobrir todas a hierarquias estabelecidas e mapear todas a partículas do problema.

Este último método trabalha com a divisão do espaço de acordo com o tamanho da maior partícula, para posteriormente subdividir o espaço necessário quando o problema contém partículas de menor nível hierárquico. Embora este seja um dos algoritmos mais eficientes, o mesmo ainda requer de muita atenção na sua aplicação.

Um novo método para a detecção de contato é desenvolvido no presente trabalho, partindo das seguintes considerações: (1) o domínio, conformado pelo espaço total correspondente à zona viável, será dividido em quadrados (2D) ou cubos (3D) de lado igual ao diâmetro da menor partícula, como mostrado na Figura 49; (2) será estabelecido o número máximo de partículas permitidas por cubo; e (3) será gerado um vetor denominado *matriz volume*, de dimensão igual ao número total de cubos que compõem o domínio, vezes o número de partículas permitidas por cada cubo. Condição-se que a condição para que a partícula pertença a um cubo é que o centro dela esteja dentro do mesmo.

Figura 49: Divisão do Domínio.

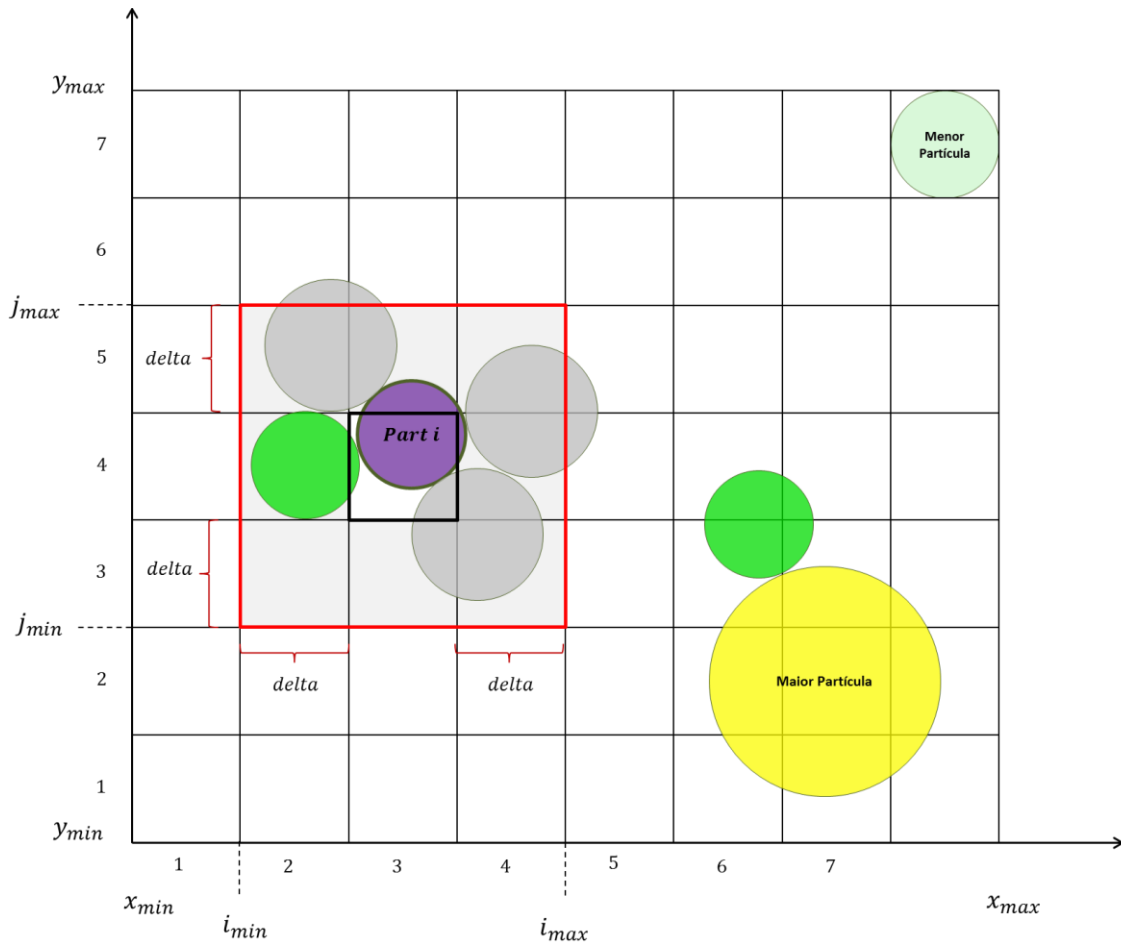


Fonte: Autor.

Uma vez gerado o vetor correspondente à *matriz volume*, segue a realização de um primeiro mapeamento desde a partícula $i = 1$ até a última partícula do domínio (Np), para a sua localização na matriz volume (i. e. calcular a coordenada do cubo onde encontra-se localizada a partícula i), utilizando para tal fim as coordenadas do seu centro. Adicionalmente, será criado e preenchido um vetor de dimensão igual ao número total de partículas, que armazenará a locação das mesmas (o número do cubo que contém cada partícula).

Posteriormente, devem-se calcular as dimensões do subdomínio para a detecção do contato. Este, corresponderá ao cubo que contém a partícula i em estudo, e os cubos vizinhos que contém as partículas em possível contato. Para problemas planos, o subdomínio considera-se formado por 9 cubos e para problemas espaciais, este é formado por 27 cubos. Desta forma, partindo das coordenadas (i, j) do cubo que possui a partícula i , será calculado um valor *delta* igual à quantidade de cubos nas vizinhanças a serem inclusos no subdomínio de detecção do contato, como mostraddo na Figura 50.

Figura 50: Definição do Subdomínio



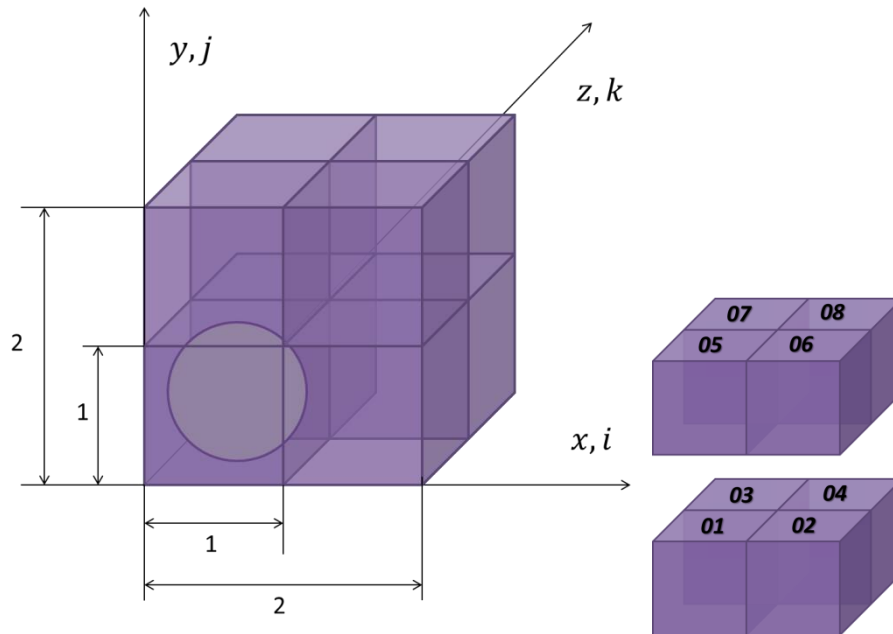
Fonte: Autor.

O mapeamento geral é realizado apenas uma vez, após cada incremento de tempo. Caso exista a atualização de posição em alguma das partículas e esta ultrapasse os limites do cubo que a contém, esta será removida do cubo inicial e colocada no cubo correspondente à posição atual, em consequência, é atualizado o vetor *matriz volume*.

Um segundo mapeamento será realizado, abrangendo o espaço da partícula (cubo) com o seu entorno imediato, e corresponde à detecção dos possíveis contatos. Finalmente, com o algoritmo de otimização completo procede-se para o cálculo das forças atuantes em cada partícula.

Um exemplo do algoritmo de otimização é mostrado nas Figura 51 e Figura 52. Considera-se um espaço correspondente a um cubo de lado igual a 2 metros ($vol = 8 m^3$), cuja menor partícula possui 1 metro de diâmetro. Portanto, cada cubo que representa o subespaço terá dimensão de um metro e, conseqüentemente, o domínio total será dividido em 8 cubos de volume igual a $1 m^3$. Cada cubo pode armazenar um número máximo de 8 partículas.

Figura 51: Exemplo do Algoritmo de Otimização



Fonte: Autor.

A dimensão do vetor *matriz volume* é calculada de acordo com a seguinte expressão

$$\text{dimensão matriz volume} = \text{número de cubos} * (\text{número de partículas no cubo} + 1).$$

Para o exemplo apresentado, o valor da *dimensão matriz volume* = $8 * (8 + 1) = 72$ casas, e esta é apresentada parcialmente na Figura 52 (3 dos 8 cubos), onde a primeira casa de cada cubo corresponde à quantidade de partículas que pertencem ao mesmo e as oito casas restantes pertencem às partículas *j*, que encontram-se em possível contato (dentro do subdomínio) com a partícula *i* em estudo.

Adicionalmente, é ilustrado na Figura 52 o processo de remoção e adição de uma partícula qualquer *i*, uma vez atualizada a sua posição no espaço. O processo é representado pela remoção da partícula 21 do cubo 2, que anteriormente possui 8 partículas, para o cubo 3 que inicialmente tinha 2 partículas.

7 CÁLCULO DE TENSÕES

Como explicado por Reddy (2013), a tensão é definida como a força que mede a capacidade do material de suportar um carregamento. No solo, quando aplicado um carregamento, encontra-se submetido a um estado de tensões normal e cisalhante, como já mencionado e, partindo deste estado de tensões podem-se calcular as tensões últimas, admissíveis e de ruptura.

No capítulo 2, encontram-se detalhados os passos para o cálculo destas tensões, de acordo com a mecânica dos solos. No entanto, nesta seção serão apresentadas as considerações e procedimentos de cálculo, mediante a análise física envolvida no método das partículas.

7.1 DISCRETIZAÇÃO

O volume infinitesimal do solo pode ser discretizado ou por um cubo ou por uma esfera, a depender do método utilizado. A mecânica dos solos utiliza-se do elemento diferencial cúbico, quanto que o método das partículas considera na discretização elementos esféricos.

Considera-se uma massa de solo de base b e altura h , como mostrado na Figura 53. Quando realizada a discretização através da mecânica dos solos, o elemento diferencial é representado como um cubo, de lado igual a l . Desta forma, quando aplicada uma carga F qualquer, pode ser calculada sua tensão atuante como $\sigma = \frac{P}{a}$, sendo a a área correspondente à seção transversal do elemento diferencial, ou seja, $a = l^2$.

Considera-se agora, a mesma massa de solo cuja discretização utiliza-se do método das partículas. Neste caso, o elemento diferencial consiste de elementos esféricos e, a área a para o cálculo das tensões, corresponderá a uma circunferência de diâmetro igual a b (diâmetro no centro da partícula). Vide Figura 53.

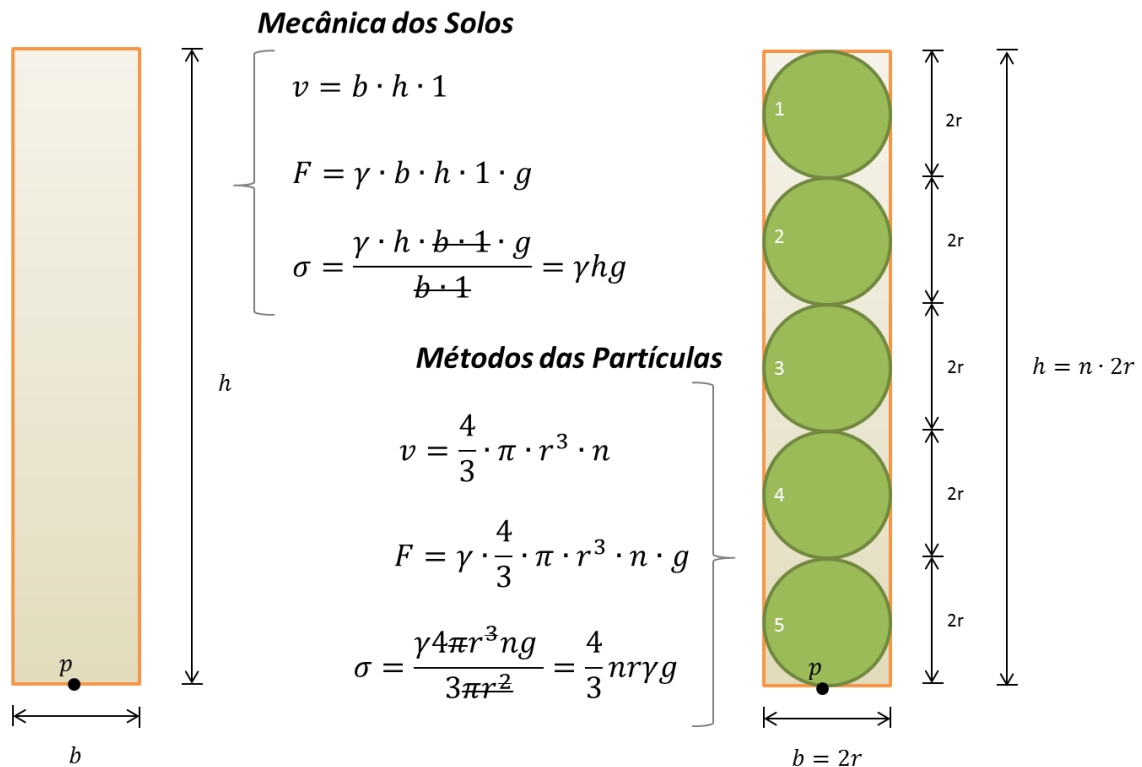
Esta diferença, quanto as áreas, pode-se considerar um erro de aproximação nos resultados, já que a área da circunferência é menor à área do retângulo considerado na mecânica dos solos, gerando espaços vazios e, conseqüentemente, aumentando a tensão resultante que age na partícula.

Este erro pode ser controlado diminuindo a relação de vazios no volume de solo estudado. Para tal fim, é possível, (1) no caso da representação do problema com partículas de tamanho uniforme, diminuir a sua dimensão e (2) modelar o problema com uma variação de tamanho

das partículas, assim as partículas de dimensões menores irão preencher esses espaços entre as de maior tamanho.

Na Figura 53, encontram-se as formulações de cada método, considerando a mudança das áreas, e apenas para a modelagem do solo, ou seja, sem carregamento externo.

Figura 53: Dedução da área para o calculo das tensões.



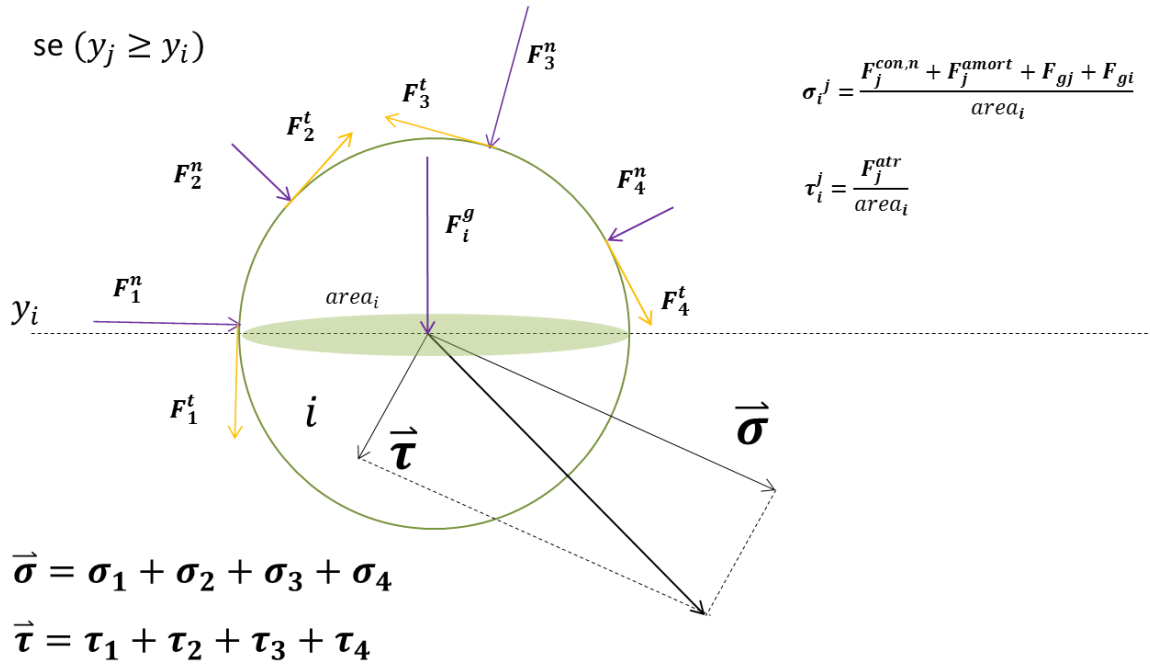
(a) mecânica dos solos

(b) discretização pelo método das partículas

Fonte: Autor.

Para o cálculo da forma total atuante na partícula, pode-se considerar: (1) a força resultante na partícula i , será igual à soma das forças geradas pelas partículas j , em contato com essa partícula i ; e (2) as partículas j a serem consideradas, encontram-se localizadas acima do centro de massa da partícula i , como mostrado na Figura 54. No caso da discretização da Figura 53, por exemplo, a força atuante na partícula 5, será o acúmulo dos pesos das partículas 4, 3, 2 e 1, acima dessa partícula 5.

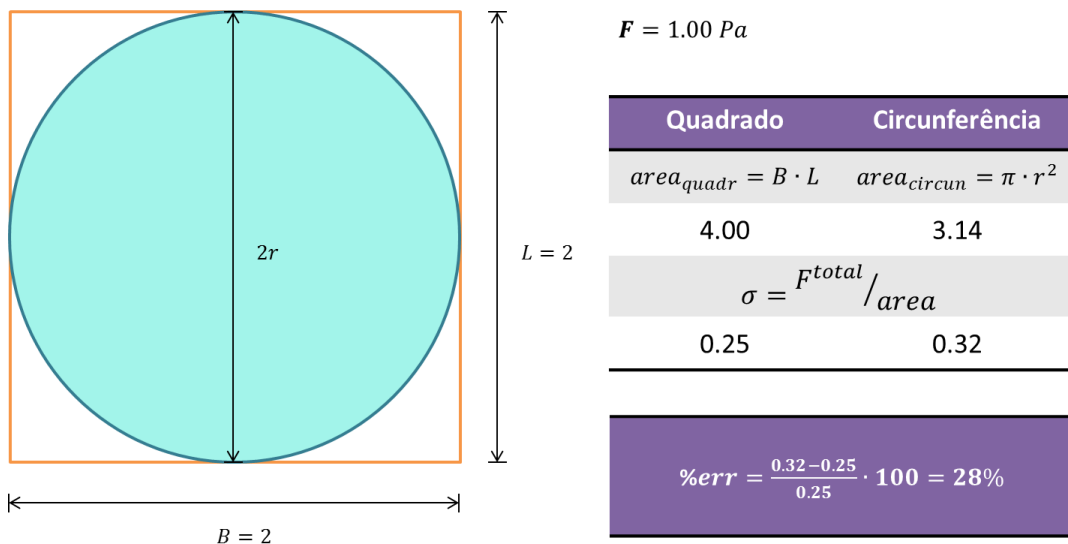
Figura 54: Considerações para a representação das tensões.



Fonte: Autor.

Na figura Figura 55, ilustra-se a aproximação das áreas para o cálculo das tensões em um elemento diferencial, utilizando-se dos dois tipos de elementos mencionados, cúbico e esférico.

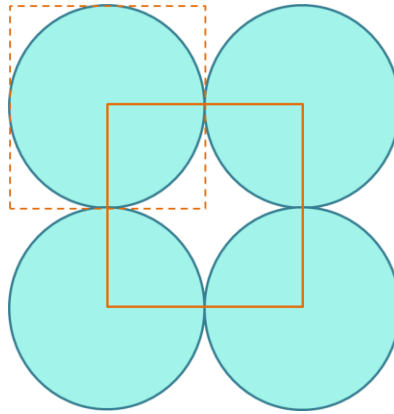
Figura 55: Considerações para a representação das tensões.



Fonte: Autor.

A porcentagem obtida corresponde à configuração de partículas mostrada na Figura 56, representando o caso mais desfavorável. Portanto, esta porcentagem equivale ao erro máximo possível em problemas discretizados utilizando o método das partículas.

Figura 56: Configuração do arranjo de partículas.



Fonte: Autor.

7.2 TENSÕES PRINCIPAIS

Quando estudado um elemento diferencial de solo e este apresenta só esforços de compressão, estes corresponderão aos esforços principais e definem os três planos principais (FRATELLI, 1993, p. 141). Esta situação representa o caso do solo estabilizado e sem carregamento externo aplicado, no qual não existem esforços cisalhantes.

Aplicado um carregamento externo, serão gerados esforços de corte e, os planos correspondientes aos esforços principais variarão em um ângulo α , igual a duas vezes o ângulo de atrito, como já mencionado na seção 2.2.2. Em consequência, para a obtenção dos esforços de ruptura do solo, como explicado no capítulo 2, é preciso calcular as tensões principais.

O processo de cálculo para a obtenção das tensões implementado neste trabalho, parte da aplicação da mecânica do contínuo, com base na análise matricial da *Teoría de Cauchy*. Isto com a finalidade de comparar os resultados numéricos com os da mecânica dos solos.

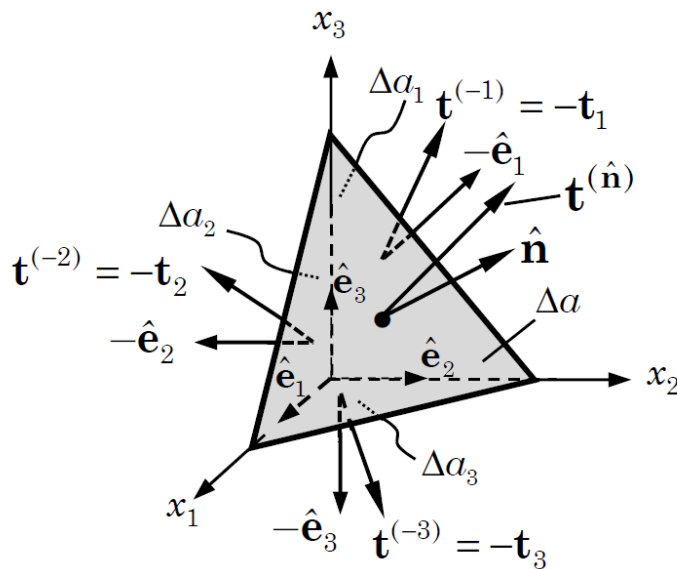
7.2.1 Tensor tensão de Cauchy

Como definido por Reddy (2013) o *vetor tensão* (ou tensor de primeira ordem) é a força por unidade de área do elemento, que pode ou não apresentar alguma deformação. E o *tensor*

tensão corresponde ao estado de tensões em três dimensões, definido por nove quantidades, que representarão às tensões normais e cisalhantes do elemento, em cada plano.

Segundo a teoria de Cauchy, para o estado de tensões de um elemento diferencial interno ou de contorno, com coordenadas cartesianas, o tensor tensão (\mathbf{t}) depende da área e do seu vetor normal. Este, é definido através das magnitudes das tensões ($\mathbf{t}_1, \mathbf{t}_2, \mathbf{t}_3$), da base canônica ($\hat{\mathbf{e}}_1, \hat{\mathbf{e}}_2, \hat{\mathbf{e}}_3$) e da direção normal ($\hat{\mathbf{n}}$). Na Figura 57, encontram-se ilustrados os vetores de tensão atuando em cada plano ($\mathbf{t}, \mathbf{t}_1, \mathbf{t}_2$ e \mathbf{t}_3), os vetores unitários normais e suas respectivas áreas.

Figura 57: Tensor tensão de Cauchy



Fonte: (REDDY, 2013).

A expressão que define o tensor tensão é

$$\mathbf{t} = (\mathbf{t}_1 \hat{\mathbf{e}}_1 + \mathbf{t}_2 \hat{\mathbf{e}}_2 + \mathbf{t}_3 \hat{\mathbf{e}}_3) \hat{\mathbf{n}}, \quad (7.1)$$

sendo $\mathbf{t}_1 \hat{\mathbf{e}}_1 + \mathbf{t}_2 \hat{\mathbf{e}}_2 + \mathbf{t}_3 \hat{\mathbf{e}}_3$ o tensor diático, definido como a multiplicação tensorial de vetores que atuam em conjunto, cujas componentes também obtêm um tensor de segunda ordem representado por σ , (REDDY, 2013). Assim, a equação (7.1) pode também ser expressa como

$$\mathbf{t}(\hat{\mathbf{n}}) = \sigma \hat{\mathbf{n}}, \quad (7.2)$$

ou matricialmente,

$$\begin{Bmatrix} t_1 \\ t_2 \\ t_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{Bmatrix}. \quad (7.3)$$

Nota-se que o tensor tensão não possui a direção de \hat{n} . Como resultado da sua decomposição, surgem a componente da tensão com a direção da normal, chamada tensão normal, e a tensão cisalhante, perpendicular ao plano normal. As componentes, normal \mathbf{t}_{nn} e tangencial \mathbf{t}_{ns} , do tensor tensão, podem ser calculadas como

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{t}_{nn} &= (\mathbf{t} \cdot \hat{\mathbf{n}}) \hat{\mathbf{n}} \\ \mathbf{t}_{ns} &= \hat{\mathbf{n}} \times (\mathbf{t} \times \hat{\mathbf{n}}) \end{aligned} \right\} \mathbf{t} = \mathbf{t}_{nn} + \mathbf{t}_{ns}. \quad (7.4)$$

7.2.2 Cálculo das tensões principais

Definido o tensor tensão de Cauchy como um tensor de segunda ordem, podem-se calcular as tensões principais através dos *autovalores* e *autovetores*. Os *autovalores* correspondem às magnitudes dessas tensões principais e *autovetores* à base dos planos principais do tensor.

Quando a componente normal do tensor tensão é paralela ao vetor unitário normal do plano, $\mathbf{t}_{nn} = \mathbf{t} = |\mathbf{t}|\hat{\mathbf{n}}$, o seu módulo aumenta e, conseqüentemente, a componente contida no plano (tensão cisalhante) será nula, $\mathbf{t}_{ns} = 0$.

Como explicado por Reddy (2013), supondo o valor de esta tensão normal como um valor λ , e utilizando a fórmula de Cauchy, é possível dizer que

$$\mathbf{t} = \lambda \hat{\mathbf{n}} = \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{n}} \quad \text{ou} \quad (\boldsymbol{\sigma} - \lambda \mathbf{I}) \cdot \hat{\mathbf{n}} = 0, \quad (7.5)$$

representando um sistema de equações homogêneo correspondentes às componentes do vetor normal $\hat{\mathbf{n}}$. Desta forma, pode-se considerar que a solução deste sistema existe e é obtida quando o determinante é nulo, resultando a equação característica de terceiro grau, em função da variável λ , tal que

$$-\lambda^3 + I_1 \lambda^2 - I_2 \lambda + I_3 = 0, \quad (7.6)$$

sendo I_1 , I_2 e I_3 os invariantes da equação. Estes são calculados de acordo as seguintes expressões:

$$I_1 = \text{tr}[\boldsymbol{\sigma}]; \quad (7.7)$$

$$I_2 = \frac{1}{2}[(\text{tr}[\boldsymbol{\sigma}])^2 - \text{tr}([\boldsymbol{\sigma}]^2)]; \quad (7.8)$$

$$I_3 = |\boldsymbol{\sigma}|. \quad (7.9)$$

A solução correspondente aos valores de λ , serão os valores das tensões principais, e os autovetores associados chamam-se vetores que definem a base das direções principais.

Finalmente, a tensão máxima de cisalhamento será calculada como explicado no capítulo 2, de acordo com a análise do círculo de Mohr.

7.2.3 Diagonalização das tensões no código computacional

Para a determinação das tensões principais, faz-se necessário utilizar um algoritmo numérico para calcular os autovalores e autovetores do tensor tensão. Devido à dificuldade na programação deste algoritmo, o presente trabalho utilizou-se das funções apresentadas no livro *Numerical Recipes* de (PRESS, TEUKOLSKY, *et al.*, 1992).

A função utilizada no código é a função *Jacobi*, explicada a seguir para facilitar a compreensão do procedimento de cálculo do programa.

Como explicado em Press, Teukolsky, *et al.* (1992, p. 463), a função *Jacobi* aplicada no cálculo das tensões principais, consiste em uma matriz de transformação ou rotação. Esta tem como função transformar uma matriz qualquer A (sendo a matriz de tensões resultantes), quadrada e simétrica, em uma matriz diagonal, zerando todos os elementos fora dessa diagonal principal, tal que:

$$A' = J_{pq}^T \cdot A \cdot J_{pq}. \quad (7.10)$$

Na expressão acima, J_{pq} é a matriz jacobiana de p filas e q colunas, expressa da forma:

$$J_{pq} = \begin{bmatrix} 1 & & & & & & & & & & \\ & \dots & & & & & & & & & \\ & & c & \dots & s & & & & & & \\ & & \vdots & 1 & \vdots & & & & & & \\ & & -s & \dots & c & & & & & & \\ & & & & & & \dots & & & & \\ & & & & & & & & & & 1 \end{bmatrix}. \quad (7.11)$$

Como mostrado na equação (7.11), todos os elementos da diagonal principal terão valor igual a um (1), excetuando os elementos c nas linhas e colunas p e q . Todos os elementos fora da diagonal principal serão nulos (0), excetuando os dois elementos s e $-s$. O parâmetro c corresponde ao cosseno do ângulo de rotação \emptyset e o parâmetro s o seno do ângulo de rotação \emptyset . Portanto, a matriz jacobiana funciona como uma rotação de planos aplicada na matriz A , obtendo os autovetores como resultado da acumulação das transformações, e os autovalores como os elementos finais da matriz diagonal resultante.

A função utiliza o método jacobiano cíclico, isto é, a transformação dos elementos fora da diagonal principal em zero (0), numa ordem específica e aproveitando a simetria da matriz. Por exemplo, por linhas $A_{12}, A_{13} \dots A_{1n}$; logo $A_{23}, A_{24}, \text{etc...}$

Como mostrado acima, os elementos da diagonal principal da matriz original a não serão modificados. Para isto, é criado um vetor $d[1, 2, \dots, n]$ que armazenará os elementos da diagonal principal. Estes elementos serão utilizados e atualizados quando realizadas as operações para zerar os elementos fora da diagonal principal. Como resultado final, obtêm-se os autovalores, que corresponderão as tensões principais desejadas.

8 SIMULAÇÕES NUMERICAS

Para verificar a eficiência da formulação apresentada nesta dissertação, foram simulados vários exemplos da mecânica das partículas.

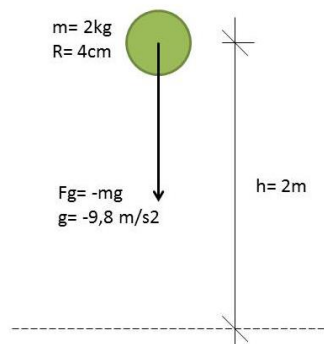
Os primeiros exemplos têm a finalidade de validar o programa, i. e., comparar os resultados conhecidos de problemas simples da física com os resultados obtidos numericamente pelo código computacional desenvolvido. Desta forma, cada exemplo implementado contém a ação de uma força a ser verificada. O primeiro exemplo corresponde a ação da força de gravidade, sendo o caso mais simples. O segundo exemplo corresponde ao acréscimo da força de contato com as paredes, e por último, o terceiro à adição da força de contato entre partículas.

Como já mencionado, existem forças derivadas do contato, como o atrito e o amortecimento. Estas forças foram adicionadas e testadas também nos exemplos descritos anteriormente.

8.1 EXEMPLO 1: QUEDA LIVRE

O primeiro exemplo corresponde à aplicação da dinâmica não linear no caso de uma partícula em queda livre. Para isto, foi desenvolvido inicialmente um programa na plataforma Excel com as variáveis e formulações correspondentes à teoria descrita no método das partículas. Considerou-se um corpo de massa $m_i = 2\text{kg}$, raio $R_i = 4\text{cm}$ e com uma única força aplicada $F_g = -19,6\text{ N}$, correspondente à gravidade $g = 9,8\text{ m/s}^2$. Vide Figura 59 para representação gráfica do problema.

Figura 58: Partícula em queda livre.



Fonte: Autor.

A convergência ocorreu em duas iterações ($K = 2$), com um erro $\bar{\omega}_K = 0,100$, para uma tolerância de $TOL = 10^{-1}$. A mesma simulação foi realizada no código computacional desenvolvido nesta dissertação, obtendo os mesmos resultados.

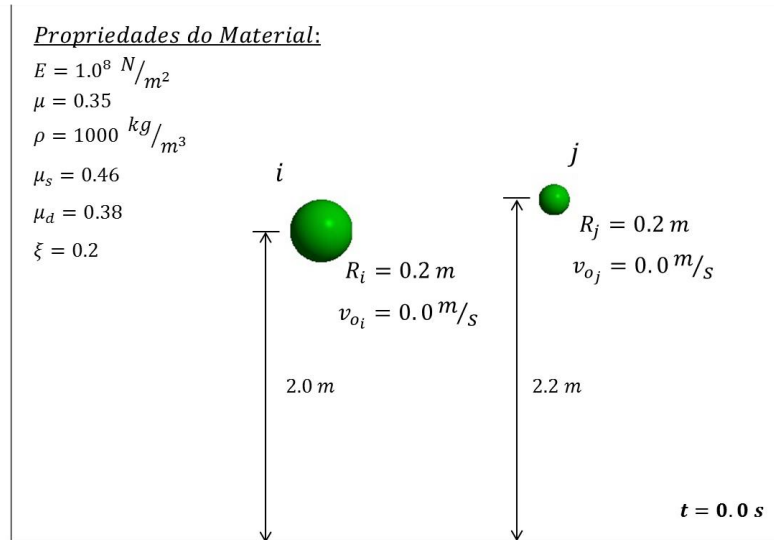
Os resultados a comparar para este exemplo foram os valores de velocidade para determinadas alturas, com resultados idênticos aos esperados de acordo a teoria da física. É importante ressaltar que este exemplo foi utilizado também para a compreensão da formulação do método das partículas.

8.2 EXEMPLO 2: QUEDA LIVRE E CONTATO PARTÍCULA-PAREDE

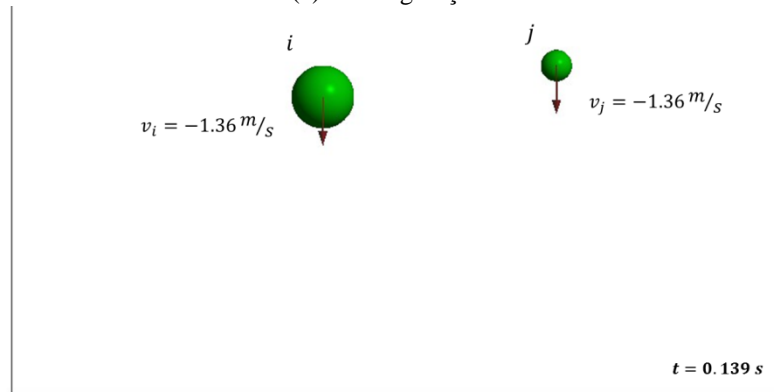
O segundo exemplo inclui a checagem do contato partícula-parede. Para isto foram simuladas duas partículas (i e j) de raios e massas diferentes. A partícula i possui raio $R_i = 0.2 \text{ m}$ e a partícula j possui raio $R_j = 0.1 \text{ m}$. As duas partículas possuem a mesma densidade $\rho = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.

Na Figura 59 ilustram-se as trajetórias das partículas em queda livre, ressaltando o momento da detecção do contato com a parede e, as velocidades das partículas para cada intervalo de tempo.

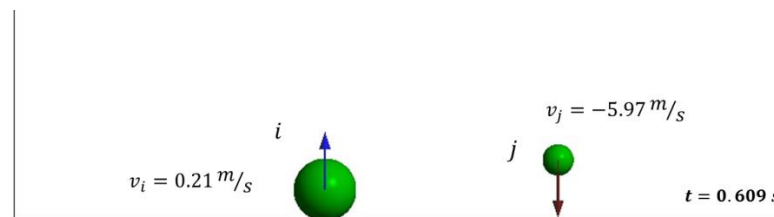
Figura 59: Partículas em queda livre e com contato partícula-parede



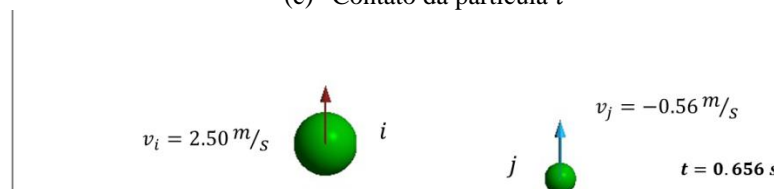
(a) Configuração inicial



(b) Ação da força de gravidade



(c) Contato da partícula *i*



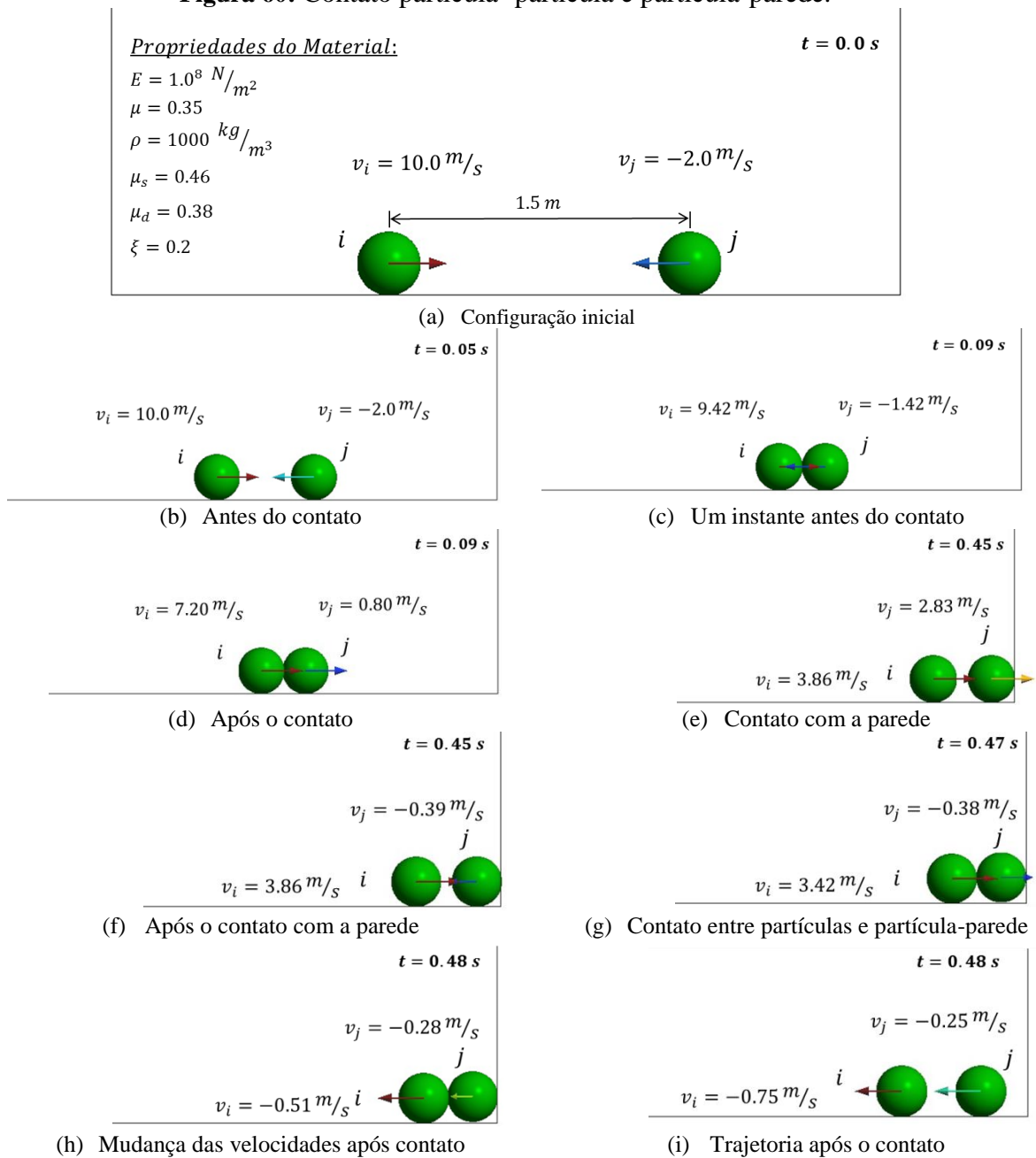
(d) Contato da partícula *j*

Fonte: Autor.

8.3 EXEMPLO 3: CONTATO PARTÍCULA- PARTÍCULA E PARTÍCULA-PAREDE

O exemplo apresentado na Figura 60 corresponde ao teste de contato entre partículas e entre partícula-parede. Este exemplo mostra duas partículas de raios iguais $R = 0.1 \text{ m}$. A partícula i tem uma velocidade inicial na direção horizontal de $v_i = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ e a partícula j tem uma velocidade inicial na direção horizontal de $v_j = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Como estas possuem velocidades opostas, as mesmas colidirão em um determinado momento. Este problema considera apenas as forças de contato, atrito e amortecimento, desprezando a rotação e outras forças como a de adesão e eletromagnética, por exemplo.

Figura 60: Contato partícula- partícula e partícula-parede.



Fonte: Autor.

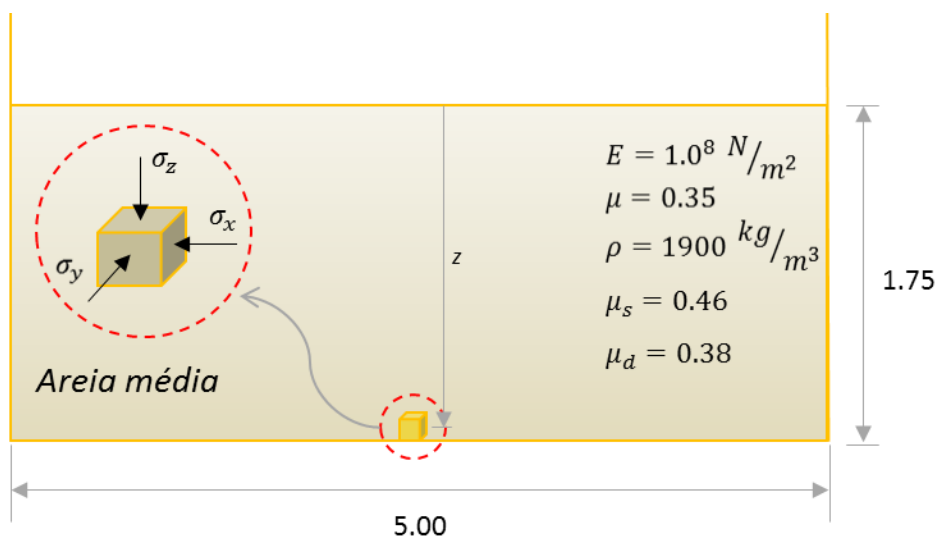
Observa-se que tanto a velocidade quanto a trajetória da partícula j mudam de direção após o impacto com a partícula i . Este comportamento é análogo após a colisão da partícula j com a parede, descrevendo o comportamento esperado na física.

É importante ressaltar que os exemplos mostrados acima contêm a ação das forças derivadas do contato, ou seja, a força de atrito e amortecimento, obtendo concordância nos resultados de acordo à realidade.

8.4 EXEMPLO 4: TENSÕES DEVIDO AO PESO PROPRIO EM SOLOS

Uma vez verificada a veracidade dos resultados obtidos pelo programa desenvolvido, passa-se a estudar os exemplos correspondentes à mecânica dos solos, em sua faixa elástica. Os resultados obtidos serão comparados à teoria analítica da mecânica dos solos. O primeiro exemplo aplicado na mecânica dos solos mostra-se na Figura 61.

Figura 61: Configuração inicial do problema.

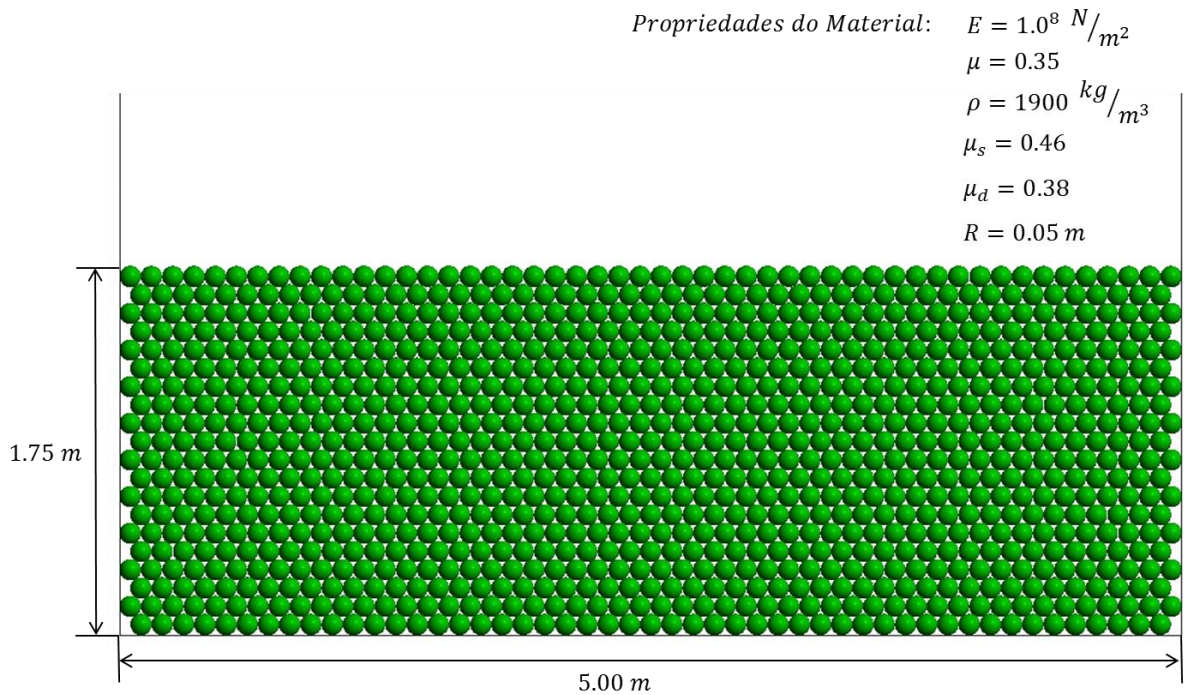


Fonte: Autor.

Este exemplo da mecânica dos solos corresponde à modelagem de uma massa de solo arenosa, onde os grãos da areia são discretizados por partículas. Esta massa de solo possui uma profundidade de $h = 1,75 \text{ m}$ e contém 980 partículas. Estas possuem um raio uniforme $R_i = 0.05 \text{ m}$, densidade $\rho = 1900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, coeficiente de Poisson $\mu = 0.35$, coeficiente de atrito $K^f = 1 \cdot 10^{10}$, coeficiente de atrito estático $\mu_s = 0.46$, coeficiente de atrito dinâmico $\mu_d = 0.38$.

Na Figura 62 ilustra-se a configuração inicial do problema.

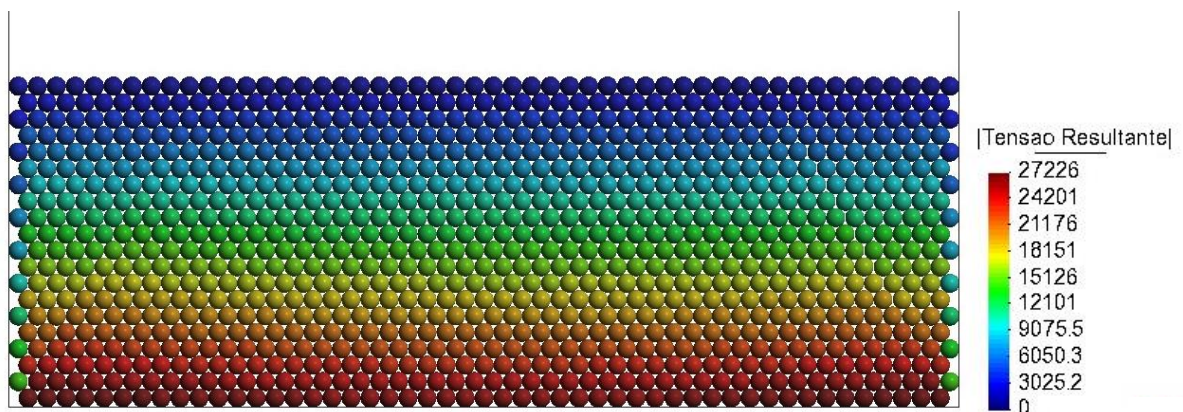
Figura 62: Configuração inicial –DEM.



Fonte: Autor.

Na Figura 63, é mostrado o diagrama de tensões no solo devido ao seu peso próprio, obtido como resultado do programa desenvolvido nesta pesquisa. Os resultados das tensões são apresentados através de um gradiente de cores, com valores indicados na figura abaixo. A tensão máxima obtida é igual a $\sigma = 27.23 \text{ kPa}$.

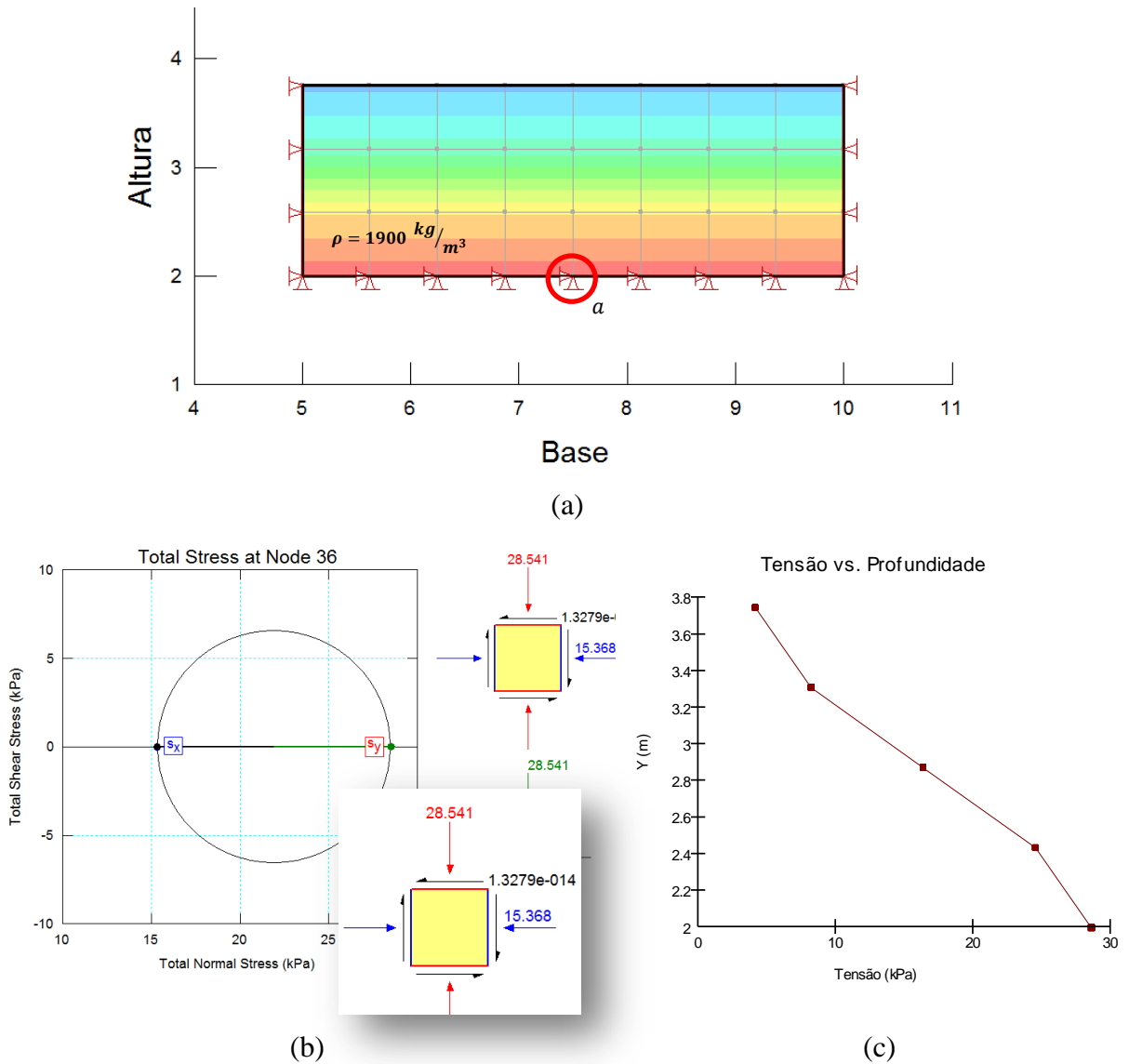
Figura 63: Distribuição de tensões devido ao peso proprio do solo.



Fonte: Autor.

A Figura 64 ilustra a modelagem deste exemplo utilizando o programa comercial GeoStudio, para a comparação dos resultados segundo a teoria da mecânica dos solos.

Figura 64: Estado de Tensões do solo sem sobrecarga



Fonte: Autor.

Na Figura 64a, mostra-se o diagrama de cores correspondente à distribuição das tensões da massa de solo. A Figura 64b, ilustra o círculo de Mohr com as tensões principais, gerado pelo mesmo programa e na Figura 64c, mostra-se um gráfico Tensão-Profundidade, permitindo visualizar o comportamento das tensões do solo devido ao seu peso próprio, a medida que aumenta-se a profundidade do solo. A tensão obtida pelo programa GeoStudio é igual a $\sigma = 28.51 \text{ kPa}$.

Observa-se que o diagrama de cores obtido pelo GeoStudio apresenta um comportamento semelhante ao obtido na simulação feita utilizando o método das partículas.

Os valores de tensões comparados correspondem às tensões localizadas no nível da base da massa de solo. O valor obtido pelo método das partículas é de $\sigma_{(-1.75)} = 27.23 \text{ kPa}$, sendo que o valor resultante utilizando o programa GeoStudio é de $\sigma_{(-1.75)} = 28.54 \text{ kPa}$. Desta forma, a porcentagem de erro corresponde a $erro = 4.6\%$, sendo este considerado um valor confiável e dentro da faixa de erro esperada, segundo mostrado na Figura 55.

Na Tabela 8.1 mostram-se os resultados obtidos, tanto com a formulação da mecânica dos solos como quanto com a formulação do método dos elementos discretos e o método dos elementos finitos, assim como a porcentagem de erro entre eles.

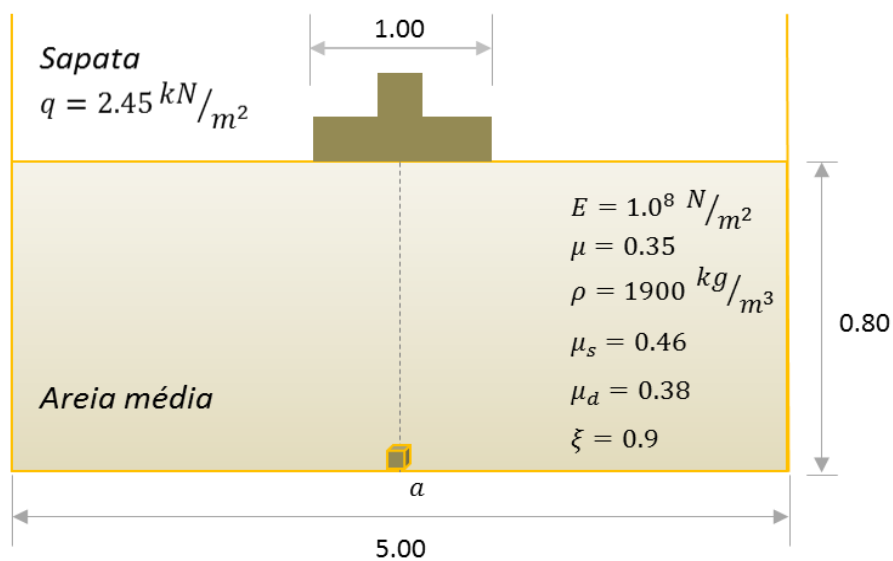
Tabela 8.1: Comparação de resultados

Exemplo (descrição)	Tensões (N/m)			erro(%)			Obs.
	Mecânica dos Solos	Método das Partículas	GeoStudio	MS-DEM	MS-FEM	FEM-DEM	
<i>Tensões devido ao peso próprio em solos</i>							
Ex. 4: h = 1.75m q = 0.00 kN/m	32618.25	27226.00	28541.00	16.53	12.50	4.61	Tempo de análise após otimização de 5 dias.

8.5 EXEMPLO 5: TENSÕES QUANDO APLICADA UMA SOBRECARGA

Este exemplo corresponde a uma massa de solo com a aplicação de uma sobrecarga (vide Figura 66).

Figura 65: Configuração inicial de solo com sobrecarga

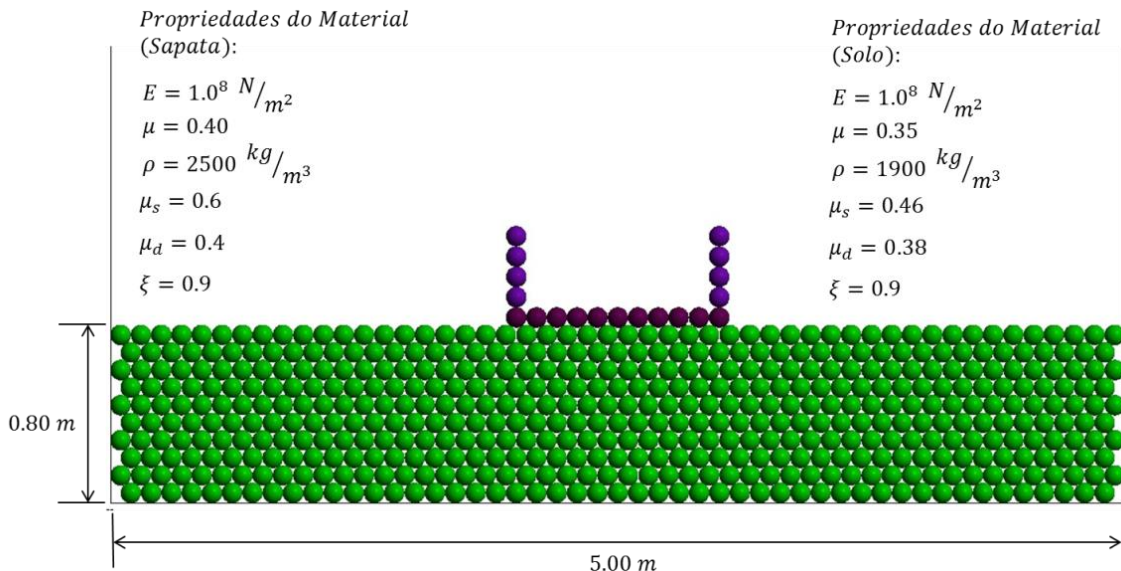


Fonte: Autor.

O solo foi representado por 503 partículas de raio uniforme igual a $R_i = 0.05 \text{ m}$, com densidade de $\rho = 1900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, coeficiente de Poisson $\mu = 0.35$, coeficiente de atrito $K^f = 1 \cdot 10^{10}$, coeficiente de atrito estático $\mu_s = 0.46$, coeficiente de atrito dinâmico $\mu_d = 0.38$ e coeficiente de amortecimento $\xi = 0.9$.

A sobrecarga é gerada pela transferência da carga de uma sapata. Esta sapata é modelada também utilizando o método dos elementos discretos, sendo esta representada por 19 partículas, como mostrado na Figura 66. Dessas 19 partículas, 8 correspondem as paredes laterais e 11 à base. Todas, de raio uniforme $R_i = 0.05 \text{ m}$, coeficiente de Poisson $\mu = 0.40$, coeficiente de atrito $K^f = 1 \cdot 10^{10}$, coeficiente de atrito estático $\mu_s = 0.6$, coeficiente de atrito dinâmico $\mu_d = 0.40$ e coeficiente de amortecimento $\xi = 0.9$, coeficiente de coesão normal $K^{nb} = 1 \cdot 10^{-6}$ e rotacional de $K^{rb} = 1 \cdot 10^6$. A densidade das paredes da sapata é desprezada, e na base é igual a $\rho = 2500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$. Esta consideração tem como finalidade evitar uma concentração de tensões nas bordas da sapata que poderiam influenciar os resultados, não representando o real comportamento do problema.

Figura 66: Solo com sobrecarga – Configuração inicial.

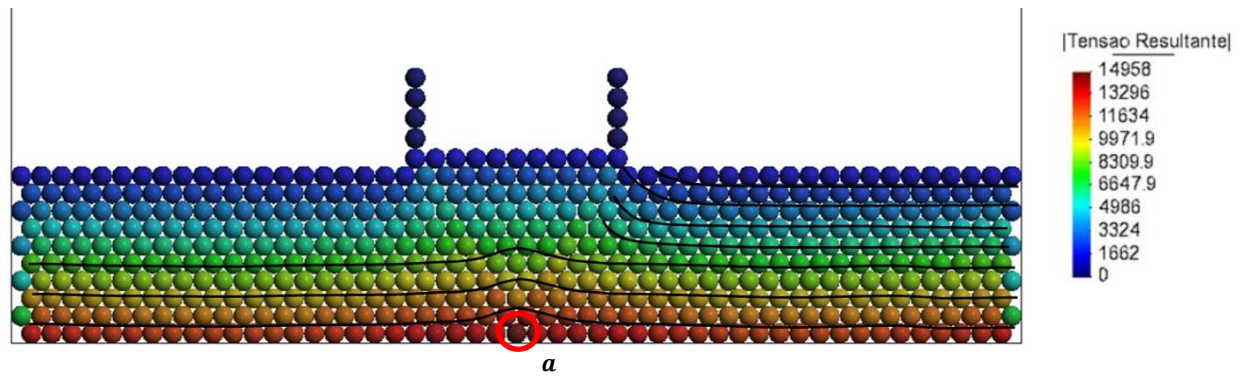


Fonte: Autor.

Na Figura 67, ilustra-se o diagrama de cores correspondente ao gradiente das tensões produzido na massa de solo arenoso, devido à sobrecarga $q = 2.45 \text{ kPa}$. Adicionalmente, a figura possui uma representação aproximada das isolinhas, que representam a mudança das cores no gradiente. O gradiente de cor e as isolinhas indicam um comportamento conforme

esperado dentro da faixa elástica. A tensão máxima obtida neste exemplo corresponde ao ponto a mostrado na figura acima igual a $\sigma_a = 14.96 \text{ kPa}$.

Figura 67: Solo com sobrecarga – Distribuição de tensões



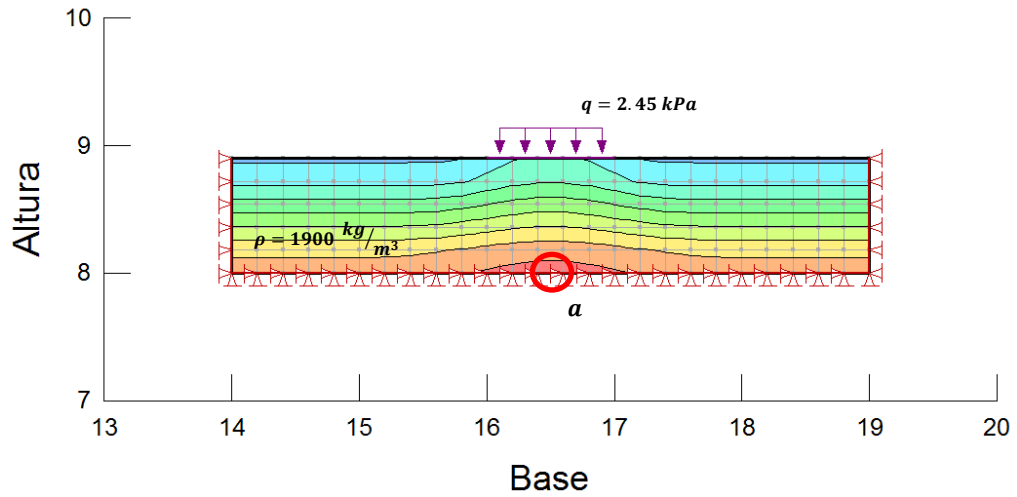
Fonte: Autor.

A Figura 68 corresponde à modelagem do exemplo no programa de simulação numérica GeoStudio. Nesta figura, mostram-se o diagrama de cores e suas isolinhas, semelhante ao obtido no método das partículas. Posteriormente, na

Figura 69: Solo com sobrecarga – Estado de Tensões.

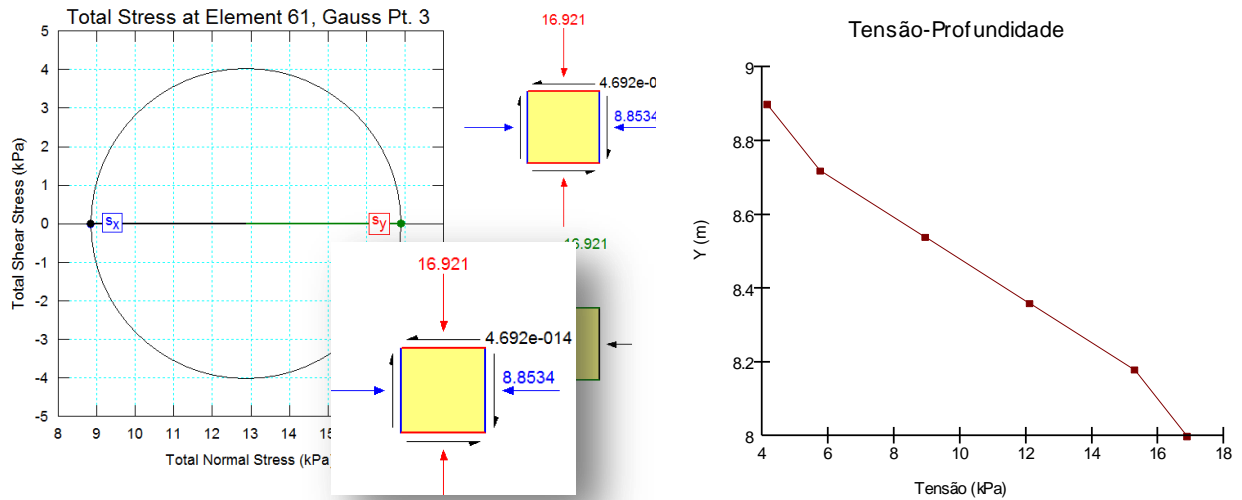
, ilustram-se os resultados das tensões no círculo de Mohr e o gráfico que mostra a variação destas tensões de acordo com a profundidade analisada. A tensão máxima obtida neste exemplo corresponde ao ponto *a* mostrado na figura acima igual a $\sigma_a = 16.92 \text{ kPa}$.

Figura 68: Estado de Tensões de um solo com sobrecarga



Fonte: Autor.

Figura 69: Solo com sobrecarga – Estado de Tensões.



Fonte: Autor.

O erro corresponde ao valor de $erro = 11.58\%$, sendo este considerado um valor confiável e dentro da faixa de erro esperada, no entanto, neste caso observa-se uma porcentagem ainda elevada. Este valor elevado do erro deve-se ao tamanho das partículas já que, como explicado na seção 7.1, quanto menor for o tamanho destas maior será a relação de vazios.

Na Tabela 8.2, mostram-se os valores das tensões quando aplicada uma sobrecarga em uma massa de solo arenosa, tanto com a formulação da mecânica dos solos como quanto com a formulação do método dos elementos discretos e o método dos elementos finitos, assim como a porcentagem de erro entre eles.

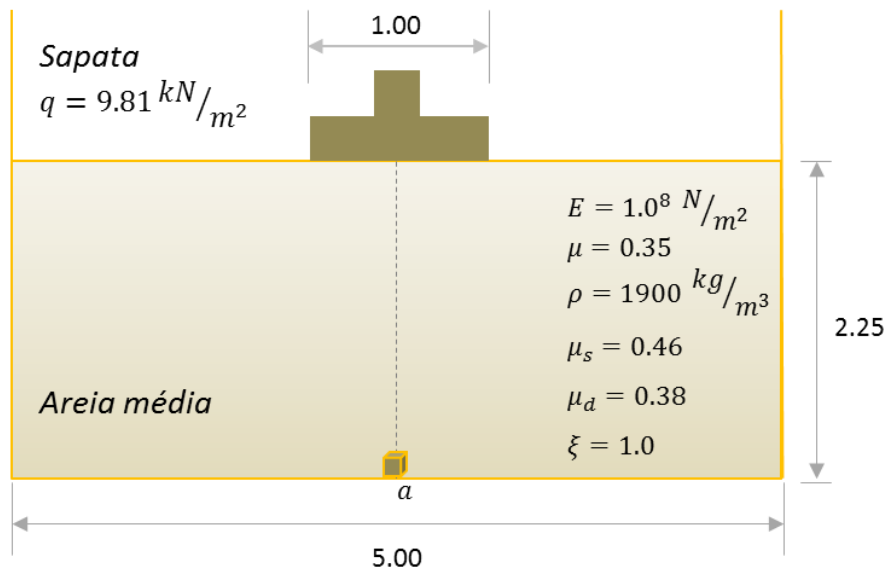
Tabela 8.2: Comparação de resultados

Exemplo (descrição)	Tensões (N/m)			erro(%)			Obs.
	Mecânica dos Solos	Método das Partículas	GeoStudio	MS-DEM	MS-FEM	FEM-DEM	
<i>Tensões devido à aplicação de uma sobrecarga</i>							
Ex. 5: h = 0.80m q = 2.45 kN/m	16628.36	14958.00	16921.00	10.05	-1.76	11.60	Tempo de análise após otimização de 5 dias.

8.6 EXEMPLO 6: TENSÕES QUANDO APLICADA UMA SOBRECARGA.

Este exemplo implementado corresponde a uma massa de solo com 5 m de comprimento e uma espessura $h = 2.25 m$.

Figura 70: Solo com sobrecarga – Configuração inicial

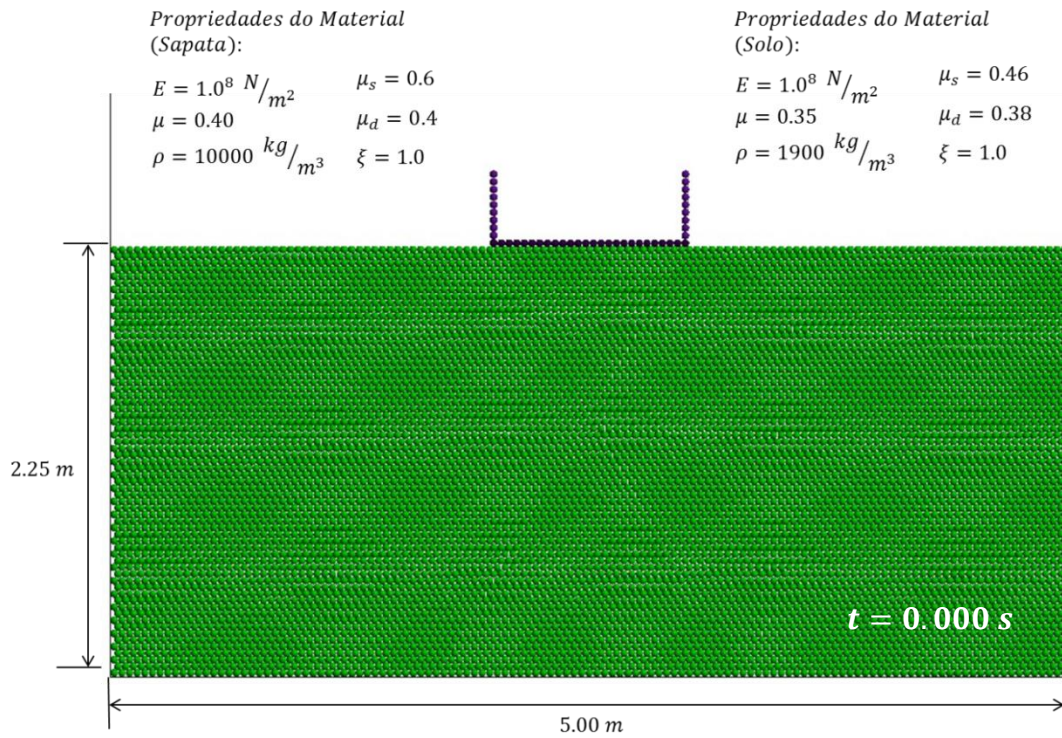


Fonte: Autor.

O solo foi representado por 8145 partículas, das quais 8101 partículas pertencem ao solo, de raio uniforme $R_i = 0.02 \text{ m}$, de densidade $\rho = 1900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, coeficiente de Poisson $\mu = 0.35$, coeficiente de atrito $K^f = 1 \cdot 10^{10}$, coeficiente de atrito estático $\mu_s = 0.46$, coeficiente de atrito dinâmico $\mu_d = 0.38$ e coeficiente de amortecimento $\xi = 1.0$.

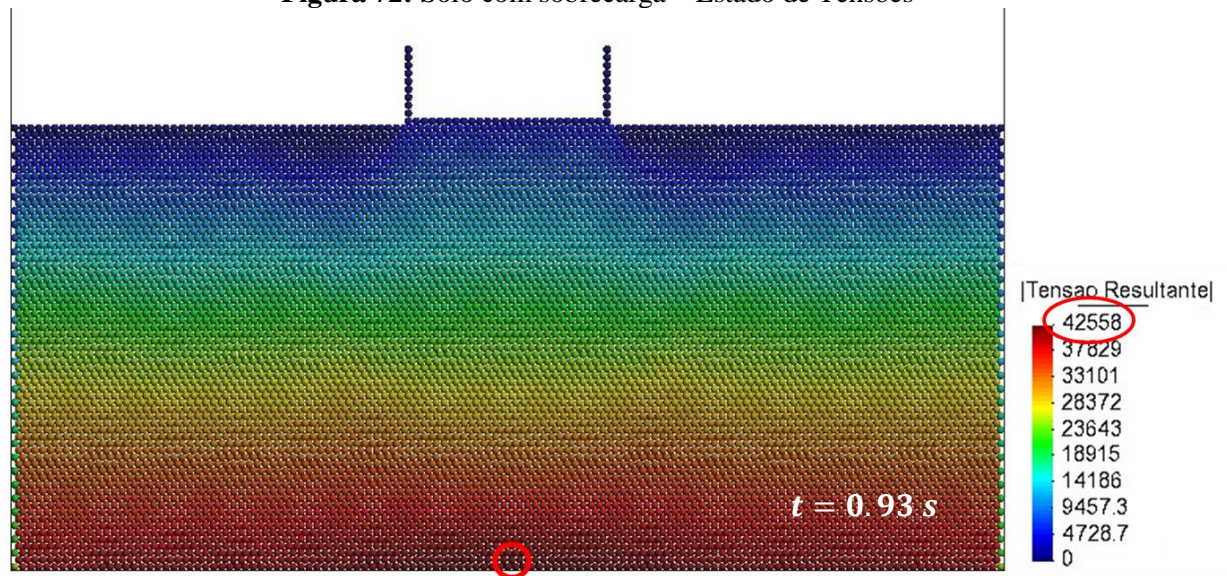
A sobrecarga é modelada como uma sapata, utilizando também o método dos elementos discretos e representada por 44 partículas, como mostrado na Figura 66. Dessas 44 partículas, 18 correspondem as paredes e 26 à base. Todas, de raio uniforme $R_i = 0.02 \text{ m}$, coeficiente de Poisson $\mu = 0.40$, coeficiente de atrito $K^f = 1 \cdot 10^{10}$, coeficiente de atrito estático $\mu_s = 0.6$, coeficiente de atrito dinâmico $\mu_d = 0.40$, coeficiente de amortecimento $\xi = 1.0$, coeficientes de coesão normal de $K^{nb} = 1 \cdot 10^{-6}$ e rotacional de $K^{rb} = 1 \cdot 10^6$. A densidade das paredes da sapata é desprezada, e na base é igual a $\rho = 10000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, isto com a finalidade de evitar uma concentração de tensões nas bordas da sapata que irão influenciar os resultados, e não representando o real comportamento do problema.

Figura 71: Solo com sobrecarga – Configuração inicial



Fonte: Autor.

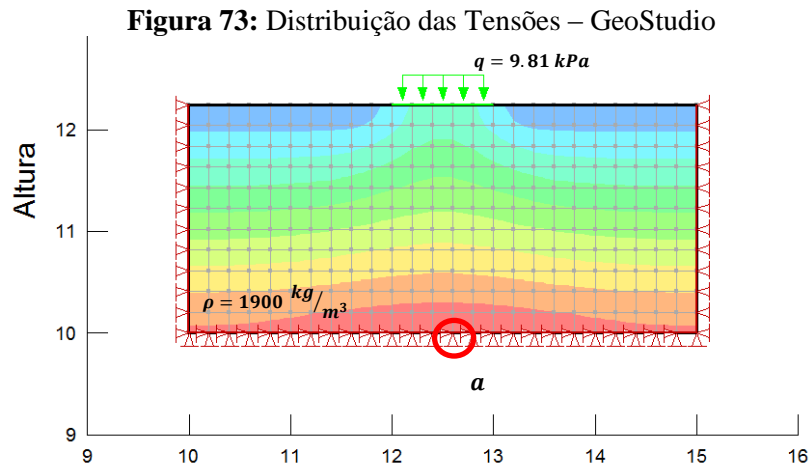
Figura 72: Solo com sobrecarga – Estado de Tensões



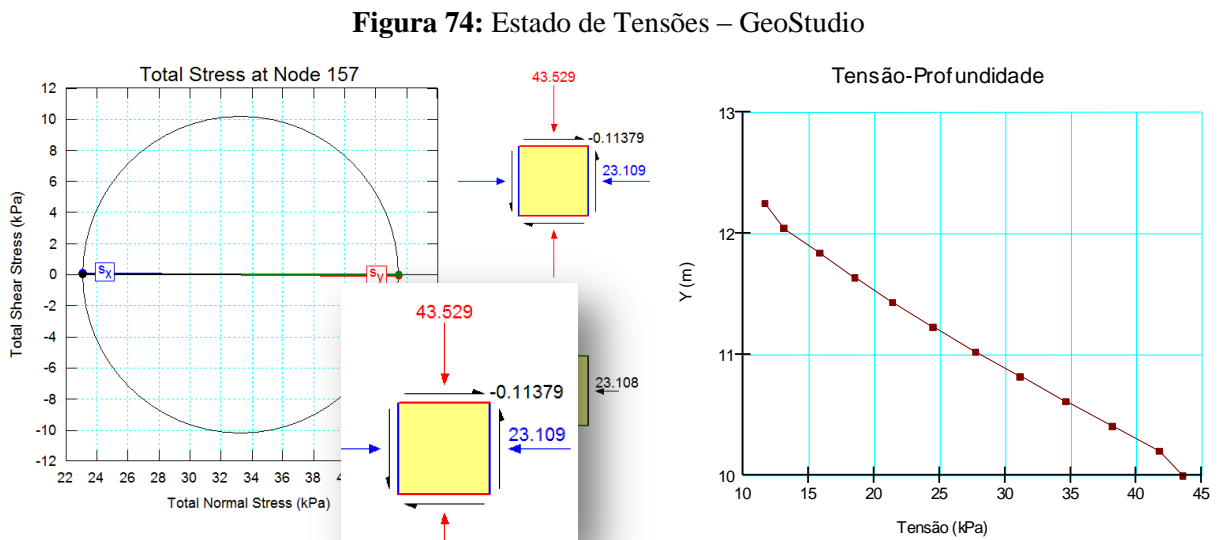
Fonte: Autor.

Na Figura 72, mostra-se o diagrama do gradiente de cores, quando aplicado um carregamento de $q = 9.81 \text{ kPa}$. A tensão avaliada neste exemplo no ponto a , mostrado na figura acima de valor igual a $\sigma_a = 42.56 \text{ kPa}$, obtida após a estabilização da massa de solo.

Na Figura 73, ilustra-se a modelagem do exemplo no programa GeoStudio. Nesta figura, mostram-se o diagrama de cores com um comportamento semelhante ao obtido pelo método das partículas. Posteriormente, na Figura 74, ilustram-se os resultados das tensões no círculo de Mohr e o gráfico que mostra a variação destas tensões de acordo com a profundidade analisada. A tensão máxima obtida neste exemplo no ponto *a* mostra-se nesta figura, sendo igual a $\sigma_a = 43.53 \text{ kPa}$.



Fonte: Autor.



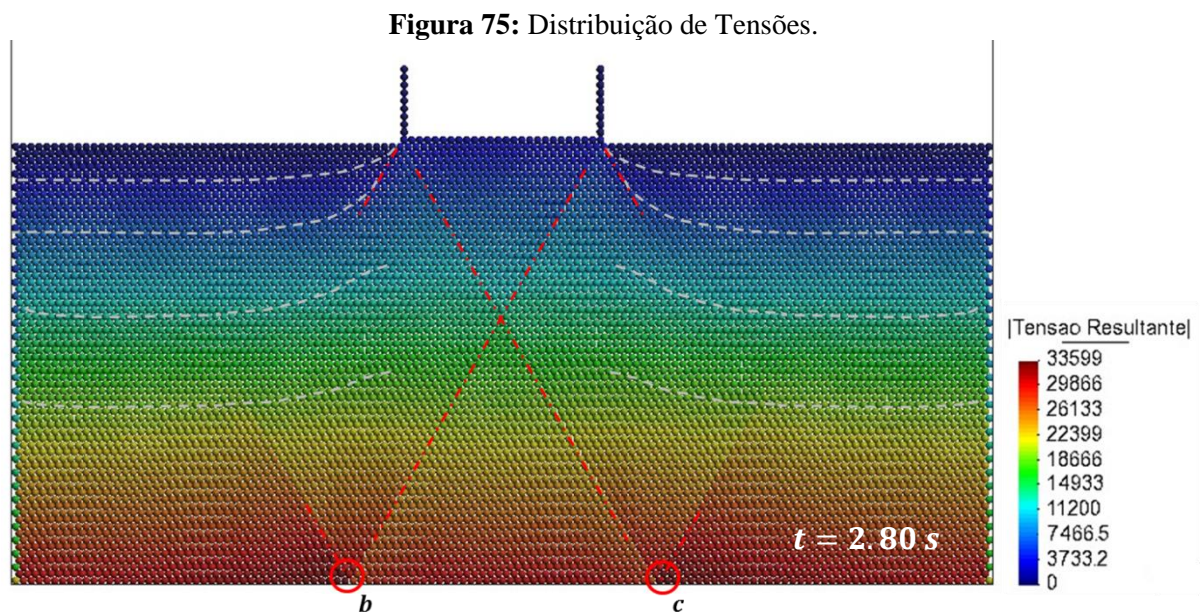
Fonte: Autor.

Percebe-se neste exemplo que os valores das tensões encontram-se apenas 2.2% abaixo do valor obtido pela formulação da mecânica dos sólidos. Estes valores apresentam um erro aceitável e conforme ao estimado na seção 7.1 desta dissertação.

Tabela 8.3: Comparação de resultados

Exemplo (descrição)	Tensões (N/m)			erro(%)			Obs.
	Mecânica dos Solos	Método das Partículas	GeoStudio	MS-DEM	MS-FEM	FEM-DEM	
<i>Tensões devido à aplicação de uma sobrecarga</i>							
Ex. 6: h = 2.25m q = 9.81 kN/m	48813.38	42558.00	43529.00	12.81	10.83	2.23	Tempo de análise após otimização de 7 dias.

Este exemplo também mostra, no decorrer da análise, uma diminuição do valor da tensão no ponto de tensão máxima (*ponto a*) e o início do mecanismo de ruptura, vide Figura 75. Isto pode ocorrer devido à diminuição dos raios das partículas na modelagem, permitindo uma melhor distribuição dos seus grãos e, conseqüentemente, uma diminuição na relação de vazios. Outra possibilidade, consiste na redistribuição das tensões no mecanismo de ruptura, devido á influência das condições de contorno, como explicado a seguir.



Fonte: Autor.

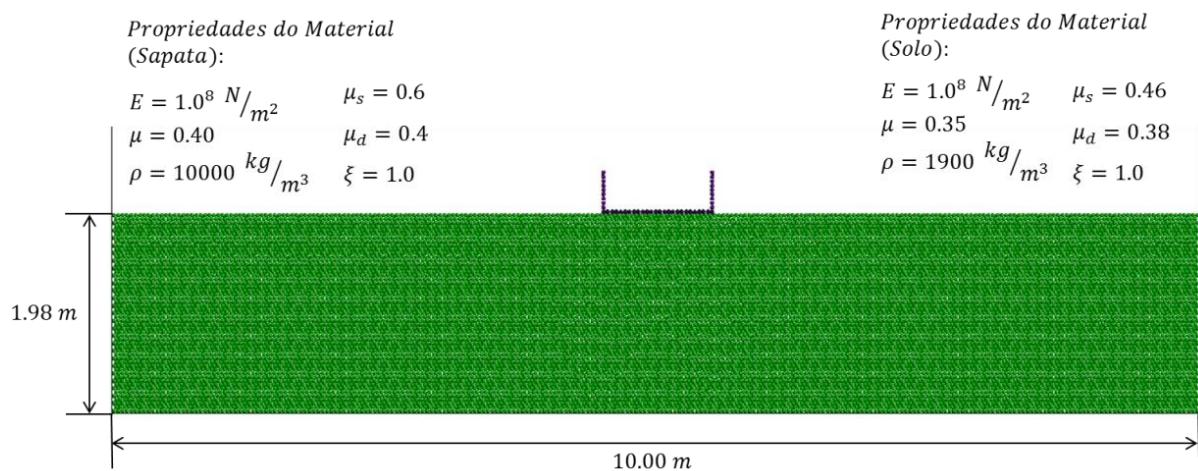
Observa-se na Figura 75, que nos pontos *b* e *c* existe uma concentração de esforços de compressão. Este comportamento não é característico em problemas simulados pelo método dos elementos finitos ou analiticamente na formulação da mecânica dos solos. Porém, apresenta-se nas simulações feitas utilizando o método das partículas e deve-se à influência das condições de contorno na massa de solo, limitando o movimento natural dos grãos devido à sua proximidade com a fundação.

Desta forma, pode-se concluir como a simulação de problemas utilizando o método dos elementos discretos, mostra o real comportamento dos grãos do solo, e também, como este comportamento pode ser influenciado pelos diversos elementos considerados na modelagem.

Para evitar esta concentração de esforços gerada pelas condições de contorno, faz-se necessário acrescentar o tamanho da massa de solo a ser estudada. Faz-se necessário também um maior custo computacional e procedimentos alternativos para a solução deste tipo de problema, como o processamento em paralelo. Mesmo com essas restrições, foi desenvolvido na presente pesquisa mais um exemplo de tamanho maior aos apresentados anteriormente.

Este exemplo, corresponde a uma massa de solo contendo 13000 partículas com as mesmas características do exemplo anterior, de raio igual a $R_i = 0.02\text{ m}$, cujas propriedades mostram-se na Figura 76. É importante ressaltar que esta camada de solo possui uma altura menor ao exemplo anterior e um comprimento maior, isto com a finalidade de estudar a influência da proximidade das condições de contorno com a fundação.

Figura 76: Solo com sobrecarga – Configuração inicial.



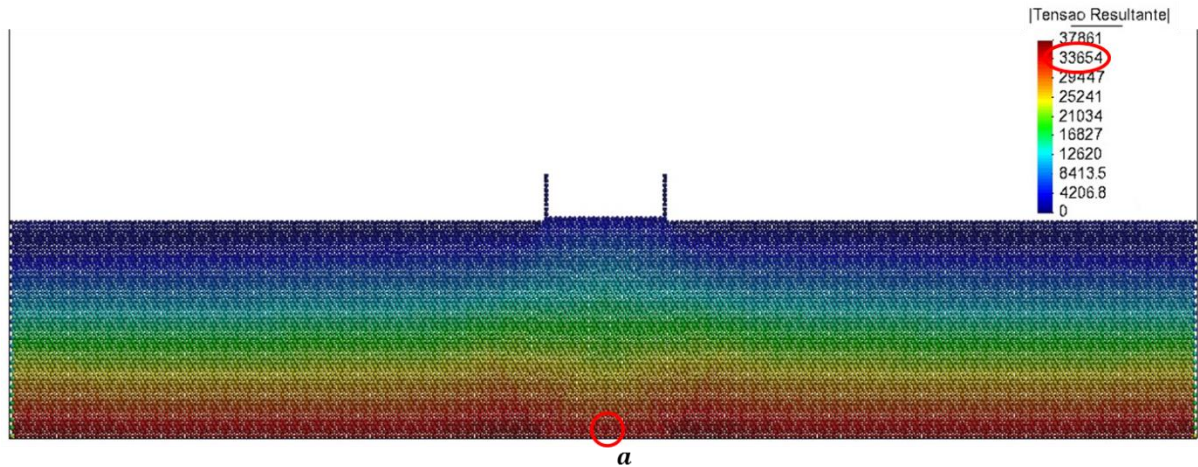
Fonte: Autor.

Na

Figura 77: Diagrama de cores do gradiente das tensões

, mostra-se o diagrama do gradiente de cores, quando aplicado um carregamento de $q = 9.81 \text{ kPa}$. A tensão avaliada neste exemplo correspondente ao ponto a , mostrado na figura abaixo, possuindo um valor igual a $\sigma_a = 33.65 \text{ kPa}$, obtida após a estabilização da massa de solo.

Figura 77: Diagrama de cores do gradiente das tensões

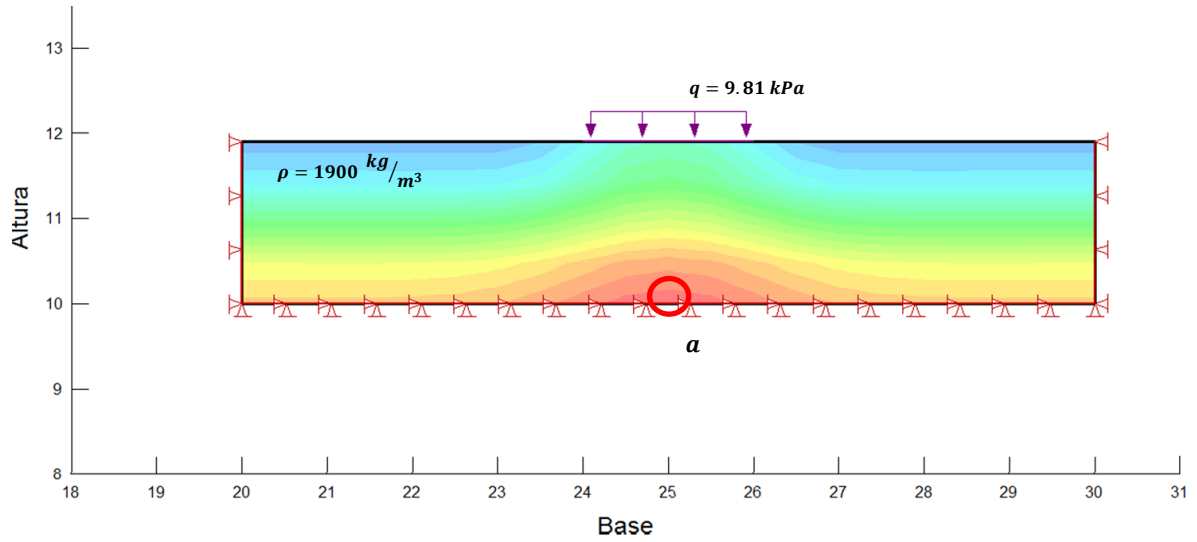


Fonte: Autor.

Posteriormente, na Figura 78 ilustra-se o diagrama representado com o programa GeoStudio, sendo este muito próximo ao obtido pelo método das partículas, e na

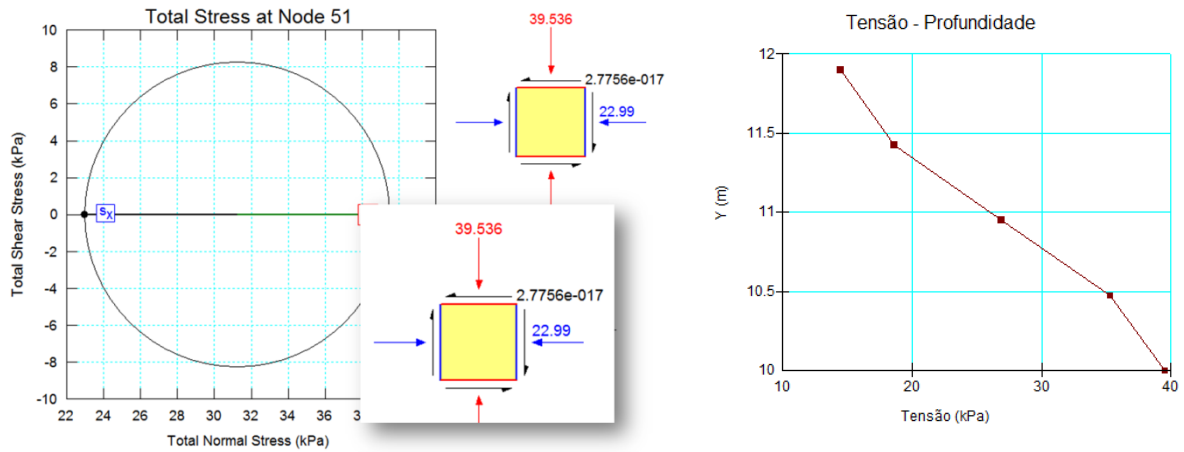
Figura 79: Círculo de Mohr e gráfico tensão-profundidade
o círculo de Mohr, com um valor de tensão máxima no *ponto a* igual a $\sigma_a = 39.54 \text{ kPa}$.

Figura 78: Diagrama de cores das tensões - GeoStudio



Fonte: Autor.

Figura 79: Círculo de Mohr e gráfico tensão-profundidade



Fonte: Autor.

O erro de aproximação corresponde a uma percentagem de $erro = 15\%$, como mostrado na Tabela 8.4 e sendo considerado um valor elevado em relação aos obtidos anteriormente, mas aceitável dentro do estabelecido na seção 7.1. Observa-se na

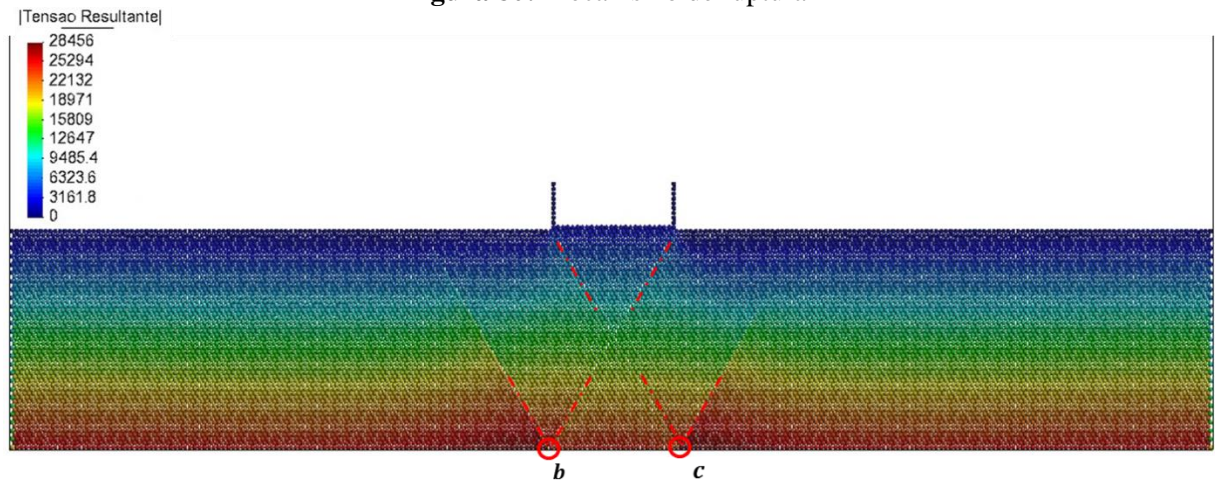
Figura 80: Mecanismo de ruptura

como a proximidade das condições de contorno com a fundação influencia o comportamento do solo, gerando um mecanismo de ruptura correspondente à prolongação dos planos de ruptura que partem da base da fundação e, conseqüentemente, produzindo dois pontos de concentração de esforços (*ponto b e c*) e uma diminuição de esforços no *ponto a*.

Tabela 8.4: Comparação de resultados

Exemplo (descrição)	Tensões (N/m)			erro(%)			Obs.
	<i>Mecânica dos Solos</i>	<i>Método das Partículas</i>	<i>GeoStudio</i>	<i>MS-DEM</i>	<i>MS-FEM</i>	<i>FEM-DEM</i>	
Ex. 7: h = 1.98m q = 9.81 kN/m	43780.85	33654.00	39536.00	23.13	9.70	14.88	Interferência das condições de contorno.

Figura 80: Mecanismo de ruptura



Fonte: Autor.

Pode-se concluir que, além da eficiência do método das partículas na simulação das tensões, este consegue representar um efeito não considerado quando modelada uma camada de solo pelo método dos elementos finitos. Este efeito é gerado pelo movimento relativo entre as partículas e entre as partículas e as paredes, influenciando os resultados finais destas tensões.

Devido ao alto custo computacional exigido pelos problemas simulados com o método dos elementos discretos, não foi possível implementar exemplos maiores ao último apresentado. No entanto, os exemplos simulados demonstraram um comportamento de acordo ao esperado e com valores muito próximos aos obtidos pela teoria da mecânica dos solos.

9 CONCLUSÕES

O presente trabalho está fundamentado na formulação da mecânica das partículas (ou método dos elementos discretos) aplicado ao estudo das tensões em solos granulares.

Ao longo desta dissertação, procurou-se definir os conceitos básicos sobre a mecânica das partículas e as suas diversas aplicações na área da engenharia. Foi apresentada a formulação teórica da mecânica dos solos e posteriormente, o método dos elementos discretos. Em seguida, foram detalhados os conceitos físicos da mecânica das partículas e finalmente, foi apresentado o algoritmo numérico para a solução das análises.

Diversos exemplos foram apresentados para verificar a eficiência do algoritmo desenvolvido por Tarek e implementado nesta dissertação. Os exemplos iniciais tiveram o objetivo de confrontar os resultados numéricos, obtidos pelo programa desenvolvido nesta dissertação, com os exemplos clássicos da física. Portanto, foi possível verificar a confiabilidade do código computacional e consolidar os conceitos do método das partículas, obtendo assim, também a interpretação física e geométrica do fenômeno.

Os exemplos seguintes tiveram o objetivo de modelar problemas da mecânica dos solos utilizando o método dos elementos discretos. Foram simulados exemplos com e sem sobrecarga, variando neles o número e tamanho das partículas, obtendo melhores resultados quando implementados exemplos de camadas de solo maiores e com partículas de menor tamanho. Esta abordagem foi inovadora, uma vez que usualmente este problema era simulado através do método dos elementos finitos. Entende-se nesta pesquisa, que o método dos elementos discretos representa de forma fidedigna o comportamento físico da mecânica dos solos. Cabe-se salientar, que no método dos elementos finitos, as equações constitutivas dos materiais devem ser de forma tal que a camada de solo não resista aos esforços de tração. Desta forma, deve ser levado em consideração algumas limitações ao método dos elementos finitos, como por exemplo, o deslizamento dos grãos do solo, sua coesão, amortecimento e o tipo de ruptura.

Os exemplos numéricos mostram a distribuição das tensões no solo, para diversos estados de carga. Estes apresentaram resultados muito próximos àqueles obtidos pela formulação analítica da mecânica dos solos, demonstrando o real comportamento do mesmo e considerando a influência na massa de solo das condições de contorno consideradas. Foi observado que houve uma aproximação de 90% entre os resultados computacionais (DEM-

FEM) na faixa elástica, como mostrado nas tabelas anteriores. Porém, para a representação do comportamento na faixa inelástica, mesmo podendo observar nestes exemplos apresentados um indício do mecanismo de ruptura, é preciso a implementação de exemplos muito maiores para evitar a influência das condições de contorno e modelar de maneira mais fidedigna as considerações de Terzaghi para a obtenção do mecanismo de ruptura. A pesquisa conclui que o método das partículas utilizado é uma solução interessante para modelar materiais granulares. Com ele é possível estudar e obter quaisquer tipos de informação, tornando ilimitada a sua aplicação.

Foi verificado e constatado que o método é muito eficiente e confiável. No entanto, é necessário destacar que o custo computacional foi extremamente elevado. Esta pesquisa constatou isto nos exemplos onde possuíam uma quantidade elevada de partículas. Para estes exemplos, o tempo de análise foi elevado, necessitando inicialmente de vários meses para o processamento. A principal causa para este problema, foi o custo computacional relativo ao algoritmo cuja finalidade era a detecção do contato com as partículas vizinhas. Onde, a pesquisa também investigou soluções para otimizar esta busca pelo contato. No capítulo 6, foi dado destaque a algumas técnicas de otimização para a busca pelo contato, apresentadas na literatura. Posteriormente, foi sugerido um novo algoritmo de otimização, com o objetivo de reduzir sensivelmente o tempo computacional de análise. Após as simulações numéricas, para os exemplos de grande porte (exemplos com uma quantidade de partículas superior a 8000), foi concluído que o tempo de análise reduziu sensivelmente, de meses para dias.

Foi observado uma eficiência no algoritmo de otimização descrito anteriormente. Pode-se mencionar ainda, que esta pesquisa não utilizou de recursos de processamento paralelo, o que reduziria ainda mais o tempo de análise.

9.1 PROPOSTAS FUTURAS

Com base nas discussões acima apresentadas, sugere-se como pesquisas futuras: (1) o melhoramento do algoritmo de otimização e a implementação do processamento em paralelo, para a representação de problemas com camadas de solos maiores, com variação no tamanho das partículas e de problemas tridimensionais; (2) a simulação do mecanismo de ruptura em solos granulares; (3) o estudo e simulação do comportamento do solo com fundações profundas; (4) a modelagem de solos granulares coesivos, como a argila; (4) o estudo de materiais granulares nos seus diferentes estados, seco, úmido e saturado; (5) o estudo na

interfase solo-fundação com a implementação em conjunto do método das partículas e o método dos elementos finitos; (6) a representação do ensaio de cisalhamento também em conjunto do método das partículas e o método dos elementos finitos; (7) a simulação de camadas de solo de propriedades diferentes.

Referências

- (ABNT), A. B. D. N. T. Projeto e execução de fundações. In: _____ **ABNT NBR 6122**. Rio de Janeiro: [s.n.], 2010. p. 91.
- ALONSO, U. R. **Exercícios de Fundações**. São Paulo: Editora Edgard Blücher Ltda, 1983.
- ANDRADE, J. R. L. Dimensionamento estrutural de elementos de fundação, 1989.
- ATAI, A. A.; STEIGMANN, D. J. On the nonlinear mechanics of discrete networks. **Arch. Appl. Mech.**, v. 67, p. 303–319, 1997.
- BANDEIRA, A. **Análise de Problemas de Contato com Atrito em SD**. São Paulo: [s.n.], 2001.
- BANDEIRA, A. A. Uma Introdução à Análise de Problemas de Contato. **Dissertação (Mestrado) - Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações, Escola Politécnica, Universidade de São Paulo**, São Paulo, 1997. 146.
- BOWLES, J. E. **Diseño de Acero Estructural**. México: Limusa, 1993.
- BOWLES, J. E. **Foundation Analysis and Design**. Fifth Edition. ed. Illinois: the McGraw-Hill Companies, 1997.
- BRAJA DAS, M. **Fundamentos de Engenharia Geotécnica**. California: Thomson, 2010.
- CAMPELLO, E. D. M. B. A description of rotations for DEM models of particle system. **Comp. Part. Mech.**, 2, 2015. 109-125.
- CHANG, A. <http://vedo.caece.net/>, 2010. Disponível em: <<http://vedo.caece.net/>>. Acesso em: 7 agosto 2010.
- COULOMB, C. A. **Sur une application des règles de maximis et minimis à quelques problèmes de statique, relatifs à l'architecture**. Paris: De l'Imprimerie Royale, 1776.
- CUNDALL, P. A.; HART, R. D. Numerical Modelling of Discontinua. **Engineering Computations**, Minnesota, v. 9, p. 101-113, 1992.
- CUNDALL, P. A.; STRACK, O. D. L. A Discrete Numerical Model for Granular Assemblies. **Géotechnique**, p. 47-65, 1979.

CURNIER, A.; ALART, P. A Generalized Newton Method for Contact Problems with Friction. **J. de Mecanique Theorique Appliquée, Special Issue: Numerical Methods in Mechanics of Contact Involving Friction**, v. ?, p. 67-82, 1988.

DA SILVA CARVALHO, L.; BASTOS DE VASCONCELLOS, C. A.; MOREIRA DA SILVA, J. R. **Simulação numérica de solos moles através do ensaio de T-Bar utilizando o método dos elementos discretos para aplicação em infraestrutura de transporte**. Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro. 2013.

DERESIEWICZ, H. Mechanics of Granular Material. **Advd. Appl. Mech.**, p. 233-306, 1958.

DONZÉ, F. Advaces in Discrete Element Method Applied to Soil, Rocks an Concrete Mechanics. **EJGE**, 2008.

EL SHAMY, U.; ALDEBHAMID, Y. Modeling granular soils liquefaction using coupled lattice Boltzmann method and discrete element method. **El Sevier**, Dallas, p. 119-132, setembro 2014.

FISCHER-CRIPPS, A. **Introduction to Contact Mechanics**. Second. ed. New York: Mechanical Engineering Series, 2007.

FORTIN, J.; MILLET, O.; DE SAXCE, G. Numerical Simulations of Granular Material by an Improved Discrete Element Method. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, Febrero 2005.

FRATELLI, M. G. **Suelos, Fundaciones y Muros**. Tradução de G. C. Martínez Morillo. Caracas, Venezuela: Bonalde Editores, 1993.

GERE, J. M. **Mecânica dos Materiais**. São Paulo: Pioneira Thomson Learning Ltda, 2003.

GHABOUSSI, J.; BARBOSA, R. Tree-dimensional Discrete Element Methods fo Granular Material. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, Illinois, U.S.A., v. 14, p. 451-472, 1990.

GHOSH, S.; DIMIDUK, D. **Computational Methods for Microstructure-Property Relations**. [S.l.]: Springer NY, 2011.

HIBBELER, R. C. **Dinâmica Mecânica para Engenharia**. 10. ed. São Paulo: Pearson Education, 2005.

HIBBELER, R. C. **Mecánica para Ingenieros: Estática**. 3ra. (Español). ed. México: Compañía Editorial Continental, 2006.

JIAN GONG, J. L. Analysis on the mechanical behaviors of soil-rock mixtures using Discrete Element Methods. **Procedia Engineering** **102**, p. 1783-1792, 2015.

JOHNSON, K. L. **Contact Mechanics**. New York: Cambridge University Press, 1985.

KRUGGEL-EMDEN, H. et al. Review and estension of normal force models for the Discrete Element Method. **Powder Technology**, n. 171, p. 157-173, October 2006.

MARSH, C. <https://www.youtube.com/watch?v=yQS8ONIr9JI>, 2013. Disponivel em: <<https://www.youtube.com/watch?v=yQS8ONIr9JI>>. Acesso em: 14 abril 2013.

MARTIN, C. L.; BOUVARD, D. Study of the cold compaction of composite powders by the discrete element method. **Acta Materialia**, France, p. 373-386, September 2002.

MARTIN, C. M. **ABC- Analysis of Bearing Capacity**. Department of Enginneering Science - University of Oxford. [S.l.]. 2003. (2261/03).

MEYERHOF, G. G. Penetration Test and Bearing Capacity of Cohesionless Soils. **Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, American Society of Civil Engineers**, v. 82, n. SM1, p. 1-19, 1956.

MEYERHOF, G. G. Shallow Foundations. **Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, American Society of Civil Engineers**, v. 91, n. SM2, p. 21-31, 1965.

MEYERHOF, G. G. Ultimate Bearing Capacity of Footings on Sand Layer Overlying Clay. **Canadian Geotechnical Journal**, v. 11, n. 2, p. 223-229, 1974.

MICHAEL, M. <https://www.youtube.com/channel/UCxjuwNT3mMpW2iX4jIaU4IA>, 2012. Disponivel em: <<https://www.youtube.com/watch?v=fukAWhW430I>>. Acesso em: 29 outubro 2012.

MULTIPHYSICS, L.-D. <http://www.dynalook.com/>, 2016. Disponivel em: <<https://www.youtube.com/watch?v=UwJ-V4u0PAI>>. Acesso em: 20 janeiro 2012.

MUNJIZA, A.; ANDREWS, K. R. F. NBS Contact Detection Algorithm for Bodies of Silimar Size. **International Journal of Numerical Methods in Engineering**, London, v. 43, p. 131-149, 1998.

NERI, F. <https://www.youtube.com/channel/UC5eZnqutxvTXfmnGBNhjgUg>, 2012. Disponível em: <<https://www.youtube.com/channel/UC5eZnqutxvTXfmnGBNhjgUg>>. Acesso em: 9 junho 2012.

OBERMAYR, M. et al. Prediction of draft force in cohesionless soil with the Discrete Element Method. **Journal of Terramechanics**, v. 48, p. 347-358, Setembro 2011.

OÑATE, E. et al. Avances en el Desarrollo de los Métodos de Elementos Discretos y de Elementos Finitos para el Análisis de Problemas de Fractura. **Anales de Mecánica de la Fractura**, p. 27-34, 2005.

O'SULLIVAN, C. **Particulate Discrete Element Modelling. A Geomechanics Perspective**. California: [s.n.], v. 4, 2011.

PETERS, J. F.; KALA, R.; MAIER, R. A hierarchical search algorithm for discrete element method of greatly differing particle sizes. **Engineering Computations**, Mississippi, v. 26, n. 6, p. 621-634, 2009.

PINTO, C. N. **Uso de Elementos Discretos na Modelagem Numérica da Perfuração de Poços de Petróleo por Brocas de PDC**. Rio de Janeiro. 2011.

POWERS, M. A new roundness scale for sedimentary particles. **Journal Sedimentary Petrology**, p. 117-119, 1982.

PRESS, W. et al. **Numerical Recipes**. segunda. ed. Cambridge: [s.n.], 1992.

REDDY, J. N. **An Introduction to Continuum Mechanics**. 2da. ed. New York: [s.n.], 2013.

SIMPHYSICS. https://www.youtube.com/watch?v=XG_HFKiv9t8, 2014. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=XG_HFKiv9t8>. Acesso em: 23 maio 2014.

SIMULATION, E. EDEM Simulation, 2008. Disponível em: <<https://www.edemsimulation.com>>. Acesso em: 18 Novembro 2008.

- SIMULATIONS, M. <https://www.youtube.com/channel/UCndqDrPpwcRqLeruavGmbbQ>, 2016. Acesso em: 28 outubro 2013.
- SIMULATOR, R. D. P. <https://www.youtube.com/user/RockyDEMSimulator/about>, 2015. Disponível em: <<https://www.youtube.com/user/RockyDEMSimulator/about>>. Acesso em: 27 junho 2014.
- TERZAGHI, K. **Theoretical Soil Mechanics**. New York: John Wiley and Sons, Inc., 1943.
- TERZAGHI, K.; PECK, R. B. **Soil Mechanics in Engineering Practice**. 2nd. ed. New York: Wiley, 1967.
- UNC, G. <https://www.youtube.com/user/gammaunc/>, 2010. Disponível em: <<https://www.youtube.com/user/gammaunc/>>. Acesso em: 29 outubro 2009.
- VELLOSO, D.; LOPES, F. **Fundações**. Rio de Janeiro: Oficina de Textos, 2009.
- VU-QUOC, L.; ZHANG, X.; WALTON, O. R. A 3D discrete element method for dry granular flows of ellipsoidal particles. **Computer methods in applied mechanics and engineering**, Gainesville, Florida, v. 187, p. 483-528, 2000.
- ZHANG, H. et al. PIBM: Particulate immersed boundary method for fluid-particle interaction problems. **Powder Technology**, Spain, p. 1-13, November 2014.
- ZOHDI, T. I. Charge-induced clustering in multifield particulate flows. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, Berkeley, p. 870-898, December 2005.
- ZOHDI, T. I. Computation of the coupled thermo-optical scattering properties of random particulate system. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, Berkeley, p. 5813-5830, 2006.
- ZOHDI, T. I. On the computation of the coupled thermo-electromagnetic response of continua with particulate microstructure. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, Berkeley, p. 1250-1279, April 2008.
- ZOHDI, T. I. High-speed impact of electromagnetically sensitive fabric and induced projectile spin. **Computation Mechanics**, Berkeley, p. 399-415, February 2010.

- ZOHDI, T. I. On the Dynamics Charged Electromagnetic Particulate Jets. **Arch. Computation Methods for Engineering**, Berkeley, p. 109-135, 2010.
- ZOHDI, T. I. Numerical simulation of the impact and deposition of charged particulate droplets. **Journal of Computational Physics**, Berkeley, September 2012.
- ZOHDI, T. I. Electromagnetically- Induced Vibration in Particulate Functionalized Materials. **Journal of Vibration and Acoustics**, Berkeley, 2013.
- ZOHDI, T. I. Additive Particle Deposition and Selective Laser Processing- A Computational Manufacturing Framework. **Computational Mechanics** **54**, p. 171-191, 2014.
- ZOHDI, T. I. Impact and penetration resistance of network models of coated lightweight fabric shielding. **Gesellschaft fur Angewandte Mathematik und Mechanik**, v. 37, p. 124-150, 2014.
- ZOHDI, T. I. P. W. **Introduction to computational micromechanics**. Second Reprinting. ed. Berlin: Springer, 2008.
- ZOHDI, T. I.; ARBELAEZ, D.; DORNFELD, D. A. Modeling and simulation of material removal with particulate flows. **Computation Mechanics**, Berkeley, p. 749-759, march 2008.
- ZOHDI, T. I.; POWELL, D. Multiscale construction and large-scale simulation of structural fabric undergoing ballistic impact. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, Berkeley, p. 94-109, January 2005.
- ZOHDI, T. I.; WRIGGERS, P. Computational micro-macro material testing. **Arch. Comp. Meth. Eng.**, v. 9, p. 131–229, 2001.
- ZOHDI, T. I.; WRIGGERS, P. **Introduction to computational micromechanics**. Second Reprinting. ed. New York: Springer, 2008.